COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME DEUX-CENT-DEUXIÈME.

JANVIER — JUIN 1936.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1936

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1936

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

HADAMARD (*Jacques*-Salomon), C. ✻.
GOURSAT (*Édouard*-Jean-Baptiste), C. ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), O. ✻.
LEBESGUE (*Henri*-Léon), O. ✻.
CARTAN (*Élie*-Joseph), O. ✻.
JULIA (*Gaston*-Maurice), C. ✻.

SECTION II. — *Mécanique.*

LECORNU (*Léon*-François-Alfred), C. ✻.
DRACH (*Jules*), O. ✻.
JOUGUET (Jacques-Charles-*Émile*), O. ✻.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), ✻.
BROGLIE (*Louis*-Victor-Pierre-Raymond, prince DE), ✻.
CAQUOT (*Albert*-Irénée), G. O. ✻.

SECTION III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), C. ✻.
HAMY (*Maurice*-Théodore-Adolphe), O. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), O. ✻.
MAURAIN (*Charles*), O. ✻.
LA BAUME PLUVINEL (Eugène-*Aymar*, comte DE), ✻.
FAYET (*Gaston*-Jules), ✻.

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

Lallemand (Jean-Pierre, dit *Charles*), C. ✻.
Bourgeois (Joseph-Émile-*Robert*), G. C. ✻.
Fichot (Lazare-*Eugène*), G. O. ✻.
Perrier (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), G. O. ✻.
Tilho (*Jean*-Auguste-Marie), G. O. ✻.
Durand-Viel (*Georges*-Edmond-Just), G. C. ✻.

Section V. — *Physique générale.*

Branly (*Édouard*-Eugène-Désiré), G. O. ✻.
Brillouin (Louis-*Marcel*), O. ✻.
Perrin (*Jean*-Baptiste), C. ✻.
Cotton (*Aimé*-Auguste), O. ✻.
Fabry (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), O. ✻.
Langevin (*Paul*), C. ✻.

SCIENCES PHYSIQUES

Section VI. — *Chimie.*

Le Chatelier (*Henry*-Louis), G. O. ✻.
Béhal (*Auguste*), G. O. ✻.
Urbain (*Georges*), C. ✻.
Bertrand (*Gabriel*-Émile), C. ✻.
Delépine (Stéphane-*Marcel*), O. ✻.
Lespieau (Pierre-Léon-*Robert*), O. ✻.

Section VII. — *Minéralogie.*

Barrois (*Charles*-Eugène), C. ✻.
Douvillé (Joseph-*Henri*-Ferdinand), C. ✻.
Wallerant (*Frédéric*-Félix-Auguste), O. ✻.
Launay (*Louis*-Auguste-Alphonse de), C. ✻.
Cayeux (*Lucien*), O. ✻.
Jacob (*Charles*-François-Étienne), ✻.

SECTION VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

MANGIN (*Louis*-Alexandre), G. O. ✻.
COSTANTIN (*Julien*-Noël), O. ✻.
DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), O. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), ✻.
GUILLIERMOND (Marie-Antoine-*Alexandre*), ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
VIALA (*Pierre*), C. ✻.
LAPICQUE (*Louis*-Édouard), C. ✻.
FOSSE (*Richard*-Jules), ✻.
SCHRIBAUX (Pierre-*Émile*-Laurent), C. ✻.
MOUSSU (Auguste-Léopold, dit *Gustave*), O. ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), C. ✻.
MESNIL (*Félix*-Étienne-Pierre), O. ✻.
GRAVIER (*Charles*-Joseph), O. ✻.
CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), C. ✻.
PÉREZ (*Charles*), ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques-*Arsène* D'), G. C. ✻.
VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. C. ✻.
ACHARD (Émile-*Charles*), C. ✻.
GOSSET (*Antonin*-Louis-Charles-Sébastien), G. O. ✻.
FAURE (*Jean-Louis*), C. ✻.
....

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), G. C. ✻, pour les sciences mathématiques.

LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), G. O. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BLONDEL (*André*-Eugène), C. ✻.
JANET (*Paul*-André-Marie), C. ✻.
BRETON (*Jules-Louis*), ✻.
OCAGNE (Philbert-*Maurice* D'), C. ✻.
BROGLIE (Louis-César-Victor-*Maurice*, duc DE), O. ✻.
DESGREZ (*Alexandre*), O. ✻.
SÉJOURNÉ (Aignan-*Paul*-Marie-Joseph), G. O. ✻.
CHARCOT (*Jean*-Baptiste-Étienne-Auguste), G. O. ✻.
HELBRONNER (*Paul*), C. ✻.
GRAMONT (*Armand*-Antoine-Auguste-Agénor, duc DE), O. ✻.

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), G. O. ✻, à Toulouse.
WEISS (*Pierre*-Ernest), C. ✻, à Strasbourg.
NICOLLE (*Charles*-Jules-Henri), C. ✻, à Tunis.
CUÉNOT (*Lucien*-Claude-Jules-Marie), O. ✻, à Nancy.
....
....

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), G. O. ✻, à Neuilly-sur-Seine.
LAUBEUF (Alfred-*Maxime*), C. ✻, à Toulon.
CLAUDE (*Georges*), O. ✻, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), C. ✻, à Paris.
....

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

VOLTERRA (*Vito*), G. O. ✻, à Rome.
HALE (*George* Ellery), à Pasadena (Californie).
THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
BRÖGGER (*Waldemar Christofer*), C. ✻, à Oslo.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), G. O. ✻, à Bruxelles.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
TORRES QUEVEDO (*Leonardo*), C. ✻, à Madrid.
RUTHERFORD (Lord *Ernest*), à Cambridge (Angleterre).
WILSON (*Edmund Beecher*), à New York.
ZEEMAN (*Pieter*), C. ✻, à Amsterdam.
EINSTEIN (*Albert*), à Princeton (New Jersey).
....

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
NÖRLUND (*Niels Erik*), ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Leningrad.
BIRKHOFF (*George* David), à Cambridge (Massachusetts).
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
FABRY (Charles-*Eugène*), ✻, à Marseille.
COTTON (*Émile*-Clément), ✻, à Grenoble.

SECTION II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

LEVI-CIVITA (*Tullio*), à Rome.
WADDELL (*John Alexander Low*), à New York.
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, à Toulouse.
ROY (*Louis*-Maurice), ✻, à Toulouse.
AUCLAIR (Noël-Marie-*Joseph*), O. ✻, à Bellevue.
STODOLA (*Aurel*), à Zurich.
LOVE (*Augustus Edward Hough*), à Oxford.
HAAG (*Jules*), ✻, à Besançon.
THIRY (*René*-Paul-Eugène), ✻, à Strasbourg.
RIABOUCHINSKY (*Dimitri* Pavlovitch), à Paris.

SECTION III. — *Astronomie* (10).

DYSON (Sir *Frank* Watson), à Greenwich.
CAMPBELL (*William Wallace*), O. ✻, au Mount Hamilton (Californie).
FABRY (*Louis*), ✻, à Marseille.
FOWLER (*Alfred*), à Londres.
BROWN (*Ernest William*), à New Haven (Connecticut).
PICART (Théophile-*Luc*), O. ✻, à Bordeaux.
STROOBANT (*Paul*-Henri), ✻, à Uccle.
SCHLESINGER (*Frank*), à New Haven (Connecticut).
ADAMS (*Walter Sydney*), à Pasadena (Californie).
....

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
BOWIE (*William*), à Washington.
RICHARD (*Jules*), O. ✻, à Monaco.
SCHOKALSKY (*Jules*), ✻, à Leningrad.
VANSSAY DE BLAVOUS (*Pierre*-Marie-Joseph-Félix-Antoine DE), C. ✻, à Monaco.
VENING MEINESZ (*Felix Andries*), à Amersfoort (Pays-Bas).
BINGER (Louis-*Gustave*), G. O. ✻, à l'Isle-Adam (Seine-et-Oise).
POISSON (Victor-Marie-Augustin-*Charles*), ✻, à Tananarive.
KOCH (*Lauge*), O. ✻, à Copenhague.
LEJAY (*Pierre*), à Shanghaï.

Section V. — *Physique générale* (10).

Messieurs :

GUILLAUME (*Charles-Édouard*), C. ✻, à Sèvres.
MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), ✻, à Clermont-Ferrand.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABRERA (*Blas*), à Madrid.
GUTTON (*Camille*-Antoine-Marie), O. ✻, à Paris.
BUISSON (*Henri*-Auguste), O. ✻, à Marseille.
CABANNES (*Jean*), ✻, à Montpellier.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie* (10).

WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
PICTET (*Amé*), O. ✻, à Genève.
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
SENDERENS (*Jean-Baptiste*), ✻, à Rabastens-de-Bigorre (Hautes-Pyrénées).
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), O. ✻, à Londres.
POPE (Sir *William* Jackson), à Cambridge (Angleterre).
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Paris.
SWARTS (*Frédéric*-Jean-Edmond), O. ✻, à Gand.
HOLLEMAN (*Arnold Frederik*), ✻, à Bloemendaal (Pays-Bas).
....

Section VII. — *Minéralogie* (10).

HEIM (*Albert*), à Zurich.
BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), ✻, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), C. ✻, à Lausanne.

Messieurs :

MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✻, à Paris.
VERNADSKY (*Wladimir*), à Leningrad.
CESÁRO (*Giuseppe* Raimondo Pio), à Comblain-au-Pont (Belgique).
GIGNOUX (*Maurice*-Irenée-Marie), ✻, à Grenoble.
LERICHE (*Maurice*-Henri-Charles), ✻, à Uccle-Bruxelles.
....
....

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

SAUVAGEAU (*Camille*-François), ✻, à Bordeaux.
LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✻, à Vénéjan (Gard).
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✻, à Alger.
DANIEL (*Lucien*-Louis), ✻, à Rennes.
IKENO (*Seiitirô*), à Tokyo.
PERRIER DE LA BÂTHIE (*Henri*-Alfred-Joseph), ✻, à Saint-Pierre-d'Albigny (Savoie).
DEVAUX (*Henri*-Edgard), ✻, à Bordeaux.
BLAKESLEE (*Albert Francis*), à Long-Island (New York).
....
....

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

PERRONCITO (*Edoardo*), C. ✻, à Viale d'Asti (Italie).
IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✻, à Nancy.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
RAVAZ (Étienne-*Louis*), O. ✻, à Montpellier.
SERGENT (Étienne-Louis-Marie-*Edmond*), O. ✻, à Mustapha-Alger.
THEILER (Sir *Arnold*), à Onderstepoort (Pretoria).
LAGATU (*Henri*-Désiré), O. ✻, à Montpellier.
MARCHAL (*Émile*-Jules-Joseph), à Gembloux (Belgique).
VALLÉE (*Henri*-Pierre-Michel), C. ✻, à Dijon.
....

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

Messieurs :

BOULENGER (*George-Albert*), à Bruxelles.
BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✻, à Castelnau-le-Lez (Hérault).
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✻, à Marseille.
LAMEERE (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston), ✻, à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✻, à Grenoble.
PELSENEER (*Paul*), O. ✻, à Bruxelles.
MORGAN (*Thomas Hunt*), à Pasadena (Californie).
BOUIN (André-*Pol*), O. ✻, à Strasbourg.
GUYÉNOT (*Émile*-Louis-Charles), ✻, à Genève.
CHATTON (*Édouard*-Pierre-Léon), ✻, à Sète.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

PAVLOV (*Ivan* Petrovitch), à Leningrad.
YERSIN (*Alexandre*-John-Émile), C. ✻, à Nha-Trang (Annam).
WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Ipswich (Angleterre).
FORGUE (*Émile*), C. ✻, à Paris.
CARREL (*Alexis*), C. ✻, à New York.
LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), G. O. ✻, à Lyon.
FLEXNER (*Simon*), C. ✻, à New York.
SANARELLI (*Giuseppe*), G. O. ✻, à Rome.
....

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 JANVIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. P.-A. DANGEARD, PUIS DE M. JEAN PERRIN.

M. **P.-A. Dangeard**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1935.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1936.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 198 (1er semestre de l'année 1934), 199 (2e semestre de l'année 1934) et 200 (1er semestre de l'année 1935) ont paru avec leurs tables; le dernier est mis en distribution au cours de cette séance.

Les numéros du 2e semestre de l'année 1935 ont paru, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 62 est en préparation.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de tables générales est en voie d'achèvement.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1936 est paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1935.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Louis Joubin**, le 24 avril, à Paris.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Charles Richet**, le 3 décembre, à Paris.

Membres non résidants. — M. **Charles Flahault**, le 3 février, à Montpellier; M. **Victor Grignard**, le 12 décembre, à Lyon.

Applications de la Science à l'Industrie. — M. **Jean Rey**, le 25 décembre, à Paris.

Associés étrangers. — M. **Emanuele Paternò di Sessa**, le 18 janvier, à Palerme.

Membres élus depuis le 1er janvier 1935.

Section d'Astronomie. — M. **Gaston Fayet**, le 25 mars, en remplacement de M. Benjamin Baillaud, décédé.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Georges Durand-Viel**, le 24 juin, en remplacement de M. Ernest Fournier, décédé.

Section de Botanique. — M. **Alexandre Guilliermond**, le 21 janvier, en remplacement de M. Henri Lecomte, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Charles Perez**, le 2 décembre, en remplacement de M. Louis Joubin, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Charles Richet**, mort à Paris, le 3 décembre 1935.

Membres non résidants. — M. **Charles Flahault**, mort à Montpellier, le 3 février 1935; M. **Victor Grignard**, mort à Lyon, le 12 décembre 1935.

Applications de la Science à l'Industrie. — M. **Jean Rey**, mort à Paris, le 25 décembre 1935.

Associés étrangers. — M. **Emanuele Paternò di Sessa**, mort à Palerme, le 18 janvier 1935.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1935.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Henry Fairfield Osborn**, le 6 novembre, à Garrison, États-Unis.

Pour la Section de Chimie. — M. **Antoine Guntz**, le 7 août, à Paris.

Pour la Section de Botanique. — M. **Hugo de Vries**, le 21 mai, à Lunteren, Pays-Bas; M. **Henri Jumelle**, le 6 décembre, à Marseille.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Léon Fredericq**, le 2 septembre, à Liège.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1935.

Pour la Section de Mécanique. — M. **Dimitri Riabouchinsky**, le 25 novembre, à Paris, en remplacement de M. Magnus de Sparre, décédé.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Walter Sydney Adams**, le 1er juillet, à Pasadena, États-Unis, en remplacement de M. François Gonnessiat, décédé.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Charles Poisson**, le 11 février, à Tananarive, en remplacement de M. William Morris Davis, décédé; M. **Lauge Koch**, le 15 avril, à Copenhague, en remplacement de M. Bonaventure Berloty, décédé; M. **Pierre Lejay**, le 28 octobre, à Shanghaï, en remplacement de M. Adrien de Gerlache de Gomery, décédé.

Pour la Section de Botanique. — M. **Albert Francis Blakeslee**, le 28 janvier, à Long Island, États-Unis, en remplacement de M. Robert Chodat, décédé.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Henri Vallée**, le 14 janvier, à Dijon, en remplacement de M. Charles Porcher, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Willem de Sitter**, mort à Leyde, le 20 novembre 1934.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Georges Friedel**, mort à Strasbourg, le 11 décembre 1933; M. **Henry Fairfield Osborn**, mort à Garrison, États-Unis, le 6 novembre 1935.

Pour la Section de Chimie. — M. **Antoine Guntz**, mort à Paris, le 7 août 1935.

Pour la Section de Botanique. — M. **Hugo de Vries**, mort à Lunteren, Pays-Bas, le 21 mai 1935; M. **Henri Jumelle**, mort à Marseille, le 6 décembre 1935.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Théobald Smith**, mort à Princeton, États-Unis, le 10 décembre 1934.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Léon Fredericq**, mort à Liège, le 2 septembre 1935.

Pour les Sections qui seront désignées par l'Académie :

A. — Le correspondant suivant pour la Section de Géométrie : M. **René Baire**, mort à Chambéry, le 5 juillet 1932.

B. — Le correspondant suivant pour la Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Johannes Schmidt**, mort à Copenhague, le 21 février 1933.

C. — Le correspondant suivant pour la Section de Chimie : M. **Robert de Forcrand de Coiselet**, mort à Nice, le 20 avril 1933.

D. — Le correspondant suivant pour la Section de Physique générale : M. **Pieter Zeeman**, élu Associé étranger, le 19 juin 1933.

E. — Le correspondant suivant pour la Section de Botanique : M. **Dukinfield Henry Scott**, mort à Oakley, Angleterre, le 29 janvier 1934.

F. — Le correspondant suivant pour la Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Santiago Ramon Cajal**, mort à Madrid, le 17 octobre 1934.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. **Jean Perrin** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,
Mes chers Amis,

D'abord, en votre nom, je remercie notre Confrère Dangeard, qui vient de présider pendant un an nos séances avec une assiduité qui a rendu légère la tâche du Vice-Président, et je souhaite la bienvenue à notre Confrère Leclainche, nouveau Vice-Président, en espérant qu'à son tour il ne se plaindra pas l'an prochain du Président sortant.

Je n'ai pas l'orgueil excessif de croire que vous m'avez désigné au choix et je sais quelles règles d'alternance et d'ancienneté désignent chaque année le futur Président. Mais vous avez eu la bonne grâce de me donner la conviction que vous votiez avec plaisir pour moi, et je tiens à vous dire combien j'ai été touché par les marques d'estime et de sympathie que vous m'avez alors prodiguées.

Je n'ai pas l'illusion que mon règne éphémère sera marqué par de grands changements. Je n'essaierai pas sérieusement, assuré que vous resterez dans les limites que fixe une tradition courtoise et indulgente, de vous retirer pendant les communications une liberté de conversation qui est un charme de nos réunions, qui du reste est plus utile à la Science même que ne serait un silence rigoureux, et dont j'ai moi-même tellement usé. J'avais vaguement l'intention de faire installer un haut-parleur, mais il paraît que cela vous empêcherait de vous entendre les uns les autres, et au surplus nos secrétaires perpétuels m'ont démontré que l'acoustique de cette salle est suffisante quand réellement on veut écouter.

Mais j'avoue que j'ai souvent désiré qu'au lieu de communications sans écho, il y eût plus souvent ici de ces échanges de vues que nous écoutons tous quand il s'en produit. Et je ferai de mon mieux pour les faciliter.

Alors que mes deux prédécesseurs vous ont parlé avec tant de sympathie de la croisade que j'ai entreprise pour organiser et faciliter les Recherches scientifiques, vous seriez sans doute surpris que je ne vous dise rien de l'aide que l'Académie peut apporter dans cette organisation.

Vous vous rappelez que notre confrère Émile Borel avait il y a quelques années obtenu du Parlement ce « Sou du Laboratoire », prélevé sur la « Taxe d'apprentissage » qui a été la première ressource régulière, pour les appareillages nécessaires de nos laboratoires, où jusqu'alors pour faire

des recherches il fallait procéder à des virements illégaux au crédit d'entretien de matériel.

Mais Émile Borel observait en même temps qu'on fait de la Recherche en second lieu avec des appareils, mais en premier lieu avec des cerveaux, fâcheusement pourvus d'estomacs. J'avais donc cherché, et j'ai réussi à obtenir, après établissement d'un devis précis, grâce surtout (je tiens à le dire) au Président Herriot, le premier crédit annuel des quelques millions nécessaires à l'existence des chercheurs désignés à titre temporaire par un Comité dont la compétence devait être indiscutable.

J'ai cru nécessaire d'accroître l'importance de ce Comité, et grâce à vous, puisque vous avez tous signé la pétition correspondante, j'ai obtenu, selon décret proposé par le ministre A. de Monzie, sa transformation en *Conseil supérieur de la Recherche scientifique*, Conseil qui réunit dans chaque discipline la plupart des sommités scientifiques du pays, et qui aura pour tâche principale de préparer, et de faire aboutir auprès des Pouvoirs publics, les projets qu'il aura discutés et évalués en dépenses. Vous savez que, à des titres divers, plus de la moitié de nos Confrères figurent dans ce grand Conseil de la Recherche, qui est comme une émanation de notre Compagnie. Enfin, il y a deux mois, M. Cavalier a obtenu que l'on groupe en une Caisse nationale de la Recherche scientifique les divers organismes épars qui se rapportaient à la Recherche, et dont le Conseil supérieur de la Recherche doit être l'armature.

Quatre ans seulement ont passé depuis qu'on a proposé les premiers chercheurs et dans toutes les branches de la Science l'activité de la France a nettement augmenté, comme précisément nos *Comptes rendus* le prouvent. Pour citer le plus récent et le plus brillant succès obtenu, je tiens à vous rappeler que M. Frédéric Joliot, successivement Boursier de Recherches, Chargé de Recherches, et Maître de Recherches, vient enfin de recevoir le Prix Nobel en couronnement d'efforts qui n'auraient pu aboutir dans ce temps si court sans la liberté d'action que lui a donnée la nouvelle organisation. Ce jugement impartial de l'étranger se répercute sur le Conseil qui prend la responsabilité des choix, et le prestige accru qui en résulte pour la France suffirait à justifier les sacrifices déjà consentis par le Pays.

Je tiens à ajouter, comme vous le disait M. Borel à la fin de sa présidence, que notre Académie n'avait pas attendu ce jugement pour donner les récompenses dont elle disposait et à M. Joliot, et à de nombreux chercheurs subventionnés par le Service National de la Recherche.

Cependant les ressources dont dispose ce Service ne sont pas encore pro-

portionnées aux besoins du Pays. La croisade commencée doit se poursuivre. Je suis assuré que vous appuierez de votre autorité, la plus haute qui soit en France, les vœux proposés par le Conseil supérieur de la Recherche et que vous me permettrez à cette fin, s'il était nécessaire, de m'autoriser du titre que vous m'avez donné.

Et maintenant j'espère pour nous tous une année de belle activité et je souhaite que votre Président n'ait que bien rarement à faire de ces Notices qui sont le seul devoir pénible de sa fonction.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 200 (janvier-juin 1935) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur le mouvement propre de la nébuleuse variable Hind* (N. G. C. 1555). Note de M. **Ernest Esclangon**.

Une petite nébuleuse (de 1' d'étendue environ) découverte par Hind en 1852, présente des caractères fort intéressants et assez singuliers qui méritent d'être signalés et suivis. Elle fut observée visuellement par d'Arrest en 1855, 1856, 1860, 1861. Rapportée à l'étoile T Taureau (étoile d'éclat variable) son ascension droite était, à cette époque (1860), inférieure de 2s et sa déclinaison inférieure de 40" aux coordonnées correspondantes de cette étoile (B. D. + 19°, n° 706, $\alpha = 4^h 13^m 31^s$, $\delta = +19^\circ 10',6$; 1855). Elle était notée, tantôt assez brillante, tantôt assez faible, parfois « manquante ». En 1890, Bigourdan avait tenté en vain de l'observer, elle ne put être aperçue également par Engelhardt.

Des photographies faites en 1913 et 1916 par F. Pease ont permis de préciser sa forme et sa position à ces époques.

Un caractère essentiel résultait déjà de ces anciennes observations: c'est la *variabilité en forme et en éclat* de cette nébuleuse.

Mais plusieurs clichés pris en décembre 1934, avec des poses de 4 heures, par M. de Kerolyr au télescope de $0^m,80$ d'ouverture de la station de l'Observatoire de Paris, en Haute-Provence, révèlent un caractère encore plus important de cette nébuleuse; c'est *son fort mouvement propre* actuel.

En comparant les clichés de Pease en 1913 et ceux dede Kerolyr en 1934, on déduit, pour l'intervalle de temps considéré, un mouvement propre annuel de — 1″,0 en ascension droite et +0″,7 en déclinaison, c'est-à-dire un mouvement annuel résultant de 1″,2. L'aspect comparé des clichés de 1913 et de 1934 ne laisse aucun doute sur l'existence de ce fort mouvement propre, assez singulier pour une nébuleuse.

Une autre remarque est non moins intéressante. Malgré le peu de précision qui s'attache à la position donnée en 1860, en raison de l'aspect nébulaire même, cette position est très éloignée de celle qu'on obtiendrait en extrapolant rétrospectivement, pour 1860, le mouvement propre obtenu entre 1913 et 1934. L'écart dépasserait 1′,5, ce qui est inadmissible.

Il faut donc en conclure que le mouvement propre de la nébuleuse a été incomparablement plus faible, trois fois plus faible, dans la période 1860-1913 que dans celle 1913-1934, malgré les changements de forme possibles de la nébulosité.

La nébuleuse a été qualifiée de nébuleuse en *éventail*, pour rappeler sa forme. Elle présente en effet assez bien l'aspect d'une comète avec deux noyaux très rapprochés d'où partent deux queues légèrement divergentes. Il est à noter que la *direction* de ces queues est à *l'opposé de celle du mouvement propre*.

On peut se demander si la variabilité de la forme et du mouvement de cette nébuleuse ne pourrait pas s'expliquer par un mouvement orbital dans l'espace. Toutefois, en ce qui concerne la variation de forme et d'éclat, il faut faire une part, l'éclat étant faible, aux conditions instrumentales et atmosphériques de visibilité correspondant aux observations. Les clichés de 1913 et de 1934 offrent beaucoup de ressemblance, et c'est en comparant des détails identiques de ces clichés que le mouvement propre a pu être obtenu avec assez de sécurité.

Pour ces diverses raisons, elle présente un grand intérêt et mérite d'être suivie régulièrement et attentivement. Actuellement sa position correspond à une déclinaison presque exactement égale à celle de T Taureau et une ascension droite de 50″ environ plus faible.

M. **Lucien Cuénot** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *L'Espèce*.

La question de l'espèce a ceci de paradoxal que tous les naturalistes admettent *a priori* l'existence de l'espèce et se servent du mot, alors qu'aucune définition théorique ne les satisfait.

M. Cuénot, par une série de monographies, analyse la notion dans toutes les disciplines, microbiologie, botanique, zoologie, paléontologie. Il en ressort que les unités dont elles se servent ne sont pas exactement comparables.

Récemment un progrès considérable a été réalisé : l'Homme a vu se former sous son contrôle de véritables espèces nouvelles et stables, en tout comparables à celles de la Nature, et de plus il a pu effectuer la synthèse de plusieurs espèces sauvages.

Enfin M. Cuénot montre que la formation des espèces s'opère par des procédés différents dans le domaine botanique et le domaine zoologique.

M. **Paul Pelseneer** fait hommage à l'Académie de son *Essai d'Éthologie zoologique d'après l'étude des Mollusques*.

PLIS CACHETÉS.

M. **François Dussaud** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 11 juin 1930 et enregistré sous le n° 10304.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *La Cinématographie de l'irréel*.

(Renvoi à la Section de Physique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Antoine Lavoisier. *The Father of Modern Chemistry*, by Douglas Mc Kie, with an Introduction by F. G. Donnan.

2° Laurent Rigotard. *Manuel pratique d'Agronomie sur le terrain*. (Présenté par M. Pierre Viala.)

M. **André Wahl** adresse un Rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1934.

M. **Edmond Saurin** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les courbes unitaires minima dans la théorie de la superconvexité de M. A. E. Mayer.* Note ([1]) de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Définissons dans le plan une géométrie de Minkowski en nous donnant, à une translation près, une *courbe unitaire* $\mathfrak{U}$, convexe et douée d'un centre de symétrie. $\mathfrak{U}$ sera supposée admettre en chaque point une tangente variant d'une façon continue, et une courbure également continue, finie et non nulle. Appelons *arc unitaire* tout arc du plan, déduit par translation d'un arc de $\mathfrak{U}$ non susceptible d'être partagé en plusieurs autres par un diamètre.

Nous dirons avec M. A. E. Mayer ([2]) qu'un corps (C) du plan est *superconvexe* si, A et B étant deux points quelconques de (C), il existe des arcs unitaires limités en A et B, et si ces arcs sont entièrement contenus dans (C). Les corps superconvexes sont convexes au sens ordinaire, mais un corps convexe donné n'est superconvexe que si la courbe unitaire $\mathfrak{U}$ est convenablement choisie. A et D étant un point quelconque de la frontière de (C) et la tangente correspondante, M. Mayer a montré que pour que (C) soit superconvexe, il faut et il suffit que la courbe unitaire issue de A, admettant D pour tangente et située par rapport à D du même côté que (C), enveloppe (C).

Dans cette Note, je commence par indiquer, pour un corps convexe quelconque (C) à frontière régulière C, une condition de superconvexité ne faisant intervenir, une fois la courbe unitaire fixée, que la courbure euclidienne de C; j'énonce quelques propriétés se rattachant à cette condition. Enfin, j'indique la solution du problème de *la détermination de la courbe unitaire minima par rapport à laquelle un corps convexe donné est superconvexe.*

Nous entendons par *courbe unitaire minima*, la courbe unitaire qui, par translation, peut être placée à l'intérieur de toutes les courbes unitaires possibles.

2. Soient (C) un corps convexe quelconque du plan de frontière C, U une courbe convexe centrée jouissant, comme C, de la condi-

([1]) Séance du 23 décembre 1935.

([2]) A. E. Mayer, *Mat. Zeitschrift*, 39, 1933, p. 511.

tion de régularité énoncée au n° 1. Appelons *homologues* sur C et U les couples de points en lesquels les tangentes sont parallèles et également situées, et désignons par r et ρ les rayons de courbure de C et U en deux points homologues.

Si (C) est superconvexe lorsqu'on choisit U pour courbe unitaire, après toute translation amenant un point de U sur son homologue U enveloppe (C); on déduit de là qu'en tout couple de points homologues on a $r:\rho \leqq 1$.

En utilisant certaines propriétés des arcs convexes données par M. B. Segre [1], on démontre aisément la réciproque de la proposition précédente : si pour tout couple de points homologues de C et U on a $r:\rho \leqq 1$, (C) est superconvexe lorsqu'on prend U pour courbe unitaire; $r:\rho \leqq 1$ est donc la condition *nécessaire et suffisante pour que* (C) *soit superconvexe par rapport à* U.

Parmi les propositions que l'on peut immédiatement rattacher à la condition précédente, je signale les deux suivantes :

a. Tout corps convexe est superconvexe par rapport à la frontière de son domaine vectoriel [2].

b. Si, la courbe unitaire U *étant choisie, les corps* (C_1) *et* (C_2) *sont superconvexes, il en est de même de tous les corps de la série linéaire qu'ils déterminent.*

3. La proposition *b* étend, aux corps superconvexes, la notion de série linéaire. La proposition *a* donne le moyen de construire une courbe unitaire U par rapport à laquelle un corps convexe donné (C) est superconvexe. U n'est pas, pour (C) donné, la courbe unitaire minima rendant (C) superconvexe, comme le montre l'exemple d'un corps (C) doué d'un centre de symétrie. La courbe unitaire minima s'obtient *en juxtaposant des arcs convenablement choisis de la frontière* C *de* (C), conformément à la construction qui suit.

A et A_1 étant deux points opposés de C, r et r_1 les rayons de courbure correspondants, envisageons la fonction $r:r_1$. Sauf si C est centrée (auquel cas la courbe unitaire minima est C, le rapport $r:r_1$ variera (continûment) lorsque la tangente en A à C tournera de 2π. On sait qu'il existe au moins trois couples de points opposés pour lesquels $r:r_1 = 1$. D'une façon générale, décrivons C dans un sens déterminé et désignons par A_1, A_2, ..., A_{2p}

---

[1] *Ac. dei Lincei*, 6e série, 20, 1934, p. 407 et 455.

[2] Voir par exemple notre Note des *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 761.

les points consécutifs en lesquels $r:r_1$ traverse la valeur 1, soit en croissant, soit en décroissant. Supposons par exemple que, sur $\widehat{A_1A_2}$, on ait $r:r_1 \geqq 1$; on aura alors $r:r_1 \geqq 1$ sur les arcs $\widehat{A_1A_2}$, $\widehat{A_3A_4}$, ..., $\widehat{A_{2p-1}A_{2p}}$ que nous dirons de rangs impairs. On aura $r:r_1 \leqq 1$ sur les arcs de rangs pairs $\widehat{A_2A_3}$, $\widehat{A_4A_5}$, ..., $\widehat{A_{2p}A_1}$. Dans la suite complète $\widehat{A_1A_2}$, $\widehat{A_2A_3}$, ..., $\widehat{A_{2p}A_1}$, appelons *opposés* deux arcs dont les rangs diffèrent de p, soient $\widehat{A_1A_2}$ et $\widehat{A_{p+1}A_{p+2}}$, $\widehat{A_2A_3}$ et $\widehat{A_{p+2}A_{p+3}}$, ..., $\widehat{A_{2p}A_1}$ et $\widehat{A_pA_{p+1}}$. Remplaçons dans cette suite complète chaque arc de rang impair par l'arc opposé, nous obtenons la nouvelle suite de $2p$ arcs $\widehat{A_1A_2}$, $\widehat{A_{p+2}A_{p+3}}$, ..., $\widehat{A_{2p-1}A_{2p}}$, $\widehat{A_pA_{p+1}}$, dans laquelle deux arcs opposés quelconques sont égaux. Raccordons chaque arc de cette nouvelle suite au précédent, de façon que l'origine de chaque arc coïncide avec l'extrémité du précédent et que deux arcs contigus soient d'un même côté par rapport à la tangente commune. Nous obtenons ainsi une courbe *fermée et centrée* Γ. Γ *est la courbe unitaire minima assurant la superconvexité de* (C).

NOMOGRAPHIE. — *Sur la dissociation des variables dans une équation en contenant un nombre quelconque.* Note de M. **O. Ermolowa**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

1. Cherchons à quelles conditions peut être effectuée la dissociation complète des variables dans cette équation à n variables

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \tag{1}$$

c'est-à-dire à quelles conditions une équation peut être remplacée par un système de n-2 équations des types suivants :

$$\varphi(x_r, x_s, \alpha_q) = 0, \qquad \psi(x_t, \alpha_g, \alpha_h) = 0, \qquad \rho(\alpha_u, \alpha_v, \alpha_w) = 0, \tag{2}$$

α_q, α_g, α_h, ... étant des variables auxiliaires.

Cherchons d'abord les conditions requises pour que les variables de l'équation (1) puissent être dissociées en deux groupes, c'est-à-dire pour

que l'équation (1) puisse être remplacée par un système de deux équations

$$(2a)\qquad H(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \alpha, \qquad Q(x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_n) = \alpha,$$

où $2 \leqq m \leqq n-2$, α étant une variable auxiliaire.

Les conditions nécessaires et suffisantes sont les suivantes :

$$\frac{p_i}{p_1} = \frac{p_{ik}}{p_{1k}} \qquad \left(p_i \text{ désignant } \frac{\partial x_n}{\partial x_i},\ p_{ik} = \frac{\partial^2 x_n}{\partial x_i \partial x_k}\right)$$

ou

$$(3)\quad G(i; k, n) = 0 \qquad \text{avec} \quad i = 2, 3, \ldots, m;\ k = m+1, m+2, \ldots, n-1.$$

On prouve directement que les conditions (3) sont nécessaires en différentiant l'équation (1) résolue par rapport à α_n.

Pour démontrer qu'elles sont suffisantes, il faut intégrer le système à dérivées partielles du deuxième ordre (3).

2. Pour obtenir effectivement la dissociation, il faut former l'expression

$$(4)\qquad \sum A_i\,dx_i = \frac{1}{F_1} \sum F_i\,dx_i,$$

où $A_i = p_i/p_1 = F_i/F_1$. Comme elle admet un facteur intégrant, on peut déterminer une fonction Q, telle que

$$dQ = \frac{\mu}{F_1} \sum F_i\,dx_i.$$

En intégrant, on obtient

$$(5)\qquad Q = Q(x_1, x_2, \ldots, x_m, C),$$

C étant une constante d'intégration facile à calculer. Si on élimine une des variables α_i des équations (5) et (1), les autres m variables du premier groupe s'élimineront aussi et l'on a

$$\omega(Q, x_{m+1}, \ldots, x_n) = 0.$$

En posant $Q = \alpha$, on obtient le système cherché des deux équations :

$$(2b)\qquad Q(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \alpha, \qquad \omega(\alpha, x_{m+1}, \ldots, x_n) = 0.$$

Si les équations (2b) sont dissociables, on applique le même procédé à chacune d'elles et on le répète jusqu'à ce qu'on arrive à un système d'équations à 3 variables. La dissociation complète est alors obtenue.

3. On peut aisément obtenir tous les types des systèmes (2) pour un

nombre donné de variables, et former *a priori* les conditions de la dissociation complète, sans passer par les dissociations partielles succesives. Il suffit pour cela de former les conditions de la dissociation pour chacun des groupes de variables, liés aux autres variables par une des variables auxiliaires.

ASTROPHYSIQUE. — *Observations photométriques et colorimétriques de* Nova Herculis 1934. Note (¹) de M. **John Ellsworth**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Nous avons étudié, avec notre photomètre à œil de chat, les vibrations de *Nova Herculis*, en utilisant les trois filtres Wratten n° 4 (jaune clair), n° 58 (vert), n° 16 (orangé).

Les magnitudes des étoiles de comparaison indiquées ci-dessous ont été déterminées en admettant pour BD + 45°, 2652 (type spectral A_0) la même magnitude en lumière jaune, verte ou orangée, soit 8,06 d'après le *Draper Catalogue* :

	Jaune.	Vert.	Orangé.	Spectre.
BD + 43°, 2892	5,11	5,16	4,28	G
BD + 46°, 2426	7,19	7,29	7,17	F_2
BD + 45°, 2652	8,06	8,06	8,06	A_0

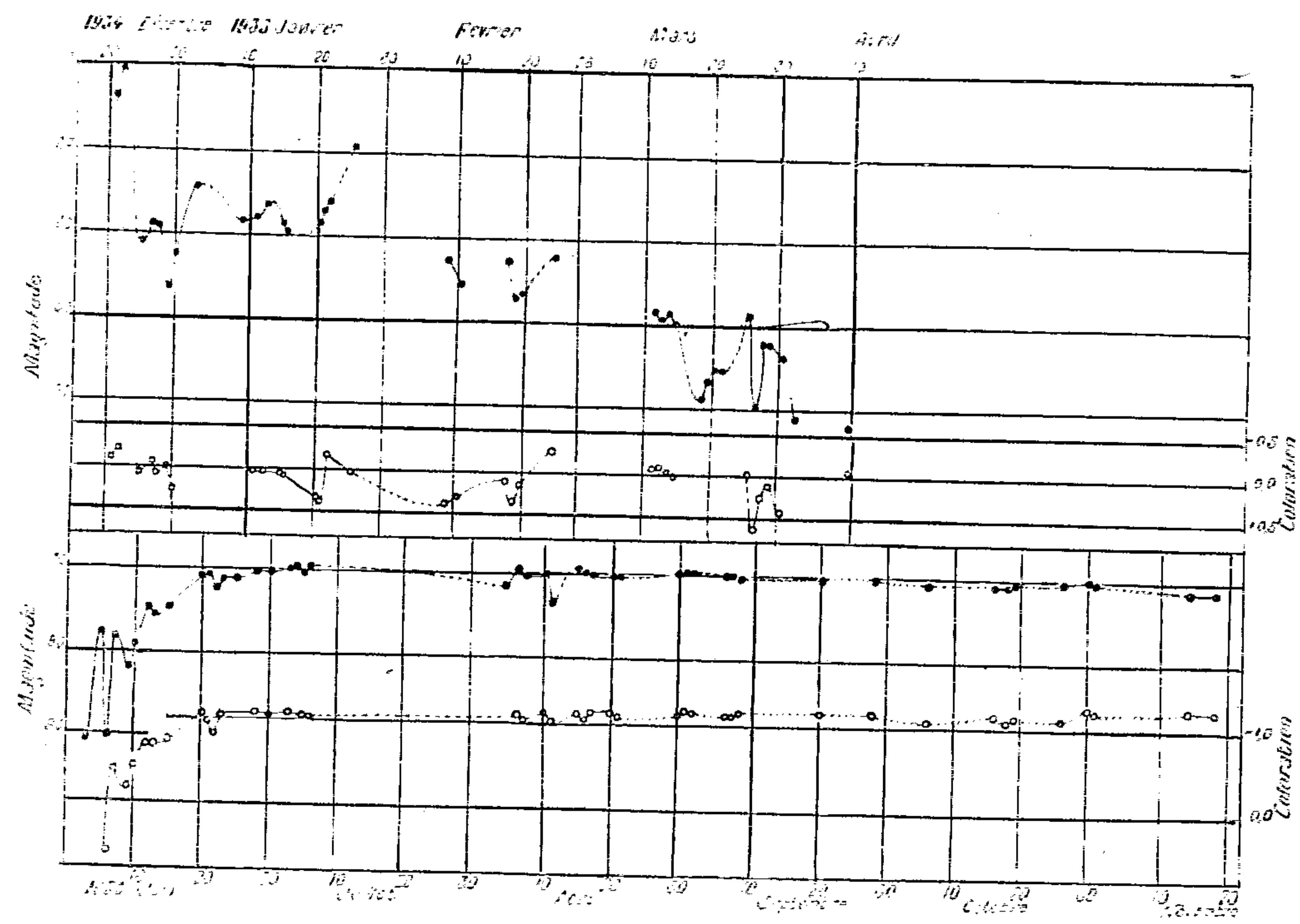
Les mesures faites avec le filtre jaune clair permettent de suivre les variations de la magnitude visuelle de la *Nova* (M_j); d'autre part la différence des magnitudes M_v et M_r observées avec le filtre vert et le filtre orangé renseigne sur la coloration de l'étoile et joue le même rôle qu'un indice de couleur. Les graphiques reproduits ci-après montrent les variations de la magnitude visuelle M_j et de la coloration $C = M_v - M_r$.

2. Le maximum d'éclat a été observé le 22 décembre 1934 ($M_j = 1,0$). Du 22 décembre 1934 au 9 avril 1935, l'étoile est descendue à la magnitude 5,2, après une série d'oscillations irrégulières. Les variations sont parfois rapides. Le 19 février, par exemple, une diminution d'éclat de 0,2 magnitude en 2 heures a été observée par ciel pur, à travers les trois filtres.

La courbe figurant les variations de C oscille faiblement autour de la valeur 0,0. *Ces oscillations rappellent presque toujours celles de la courbe de lumière : C augmente et l'étoile devient plus rouge, lorsqu'elle faiblit.*

(¹) Séance du 23 décembre 1935.

Du 21 au 22 janvier C a varié brusquement de + 0,39 à — 0,16, pendant que l'éclat de l'étoile augmentait. Ce changement de coloration peut provenir en grande partie du spectre continu, et aussi, dans une certaine mesure, des raies brillantes. Les spectrogrammes obtenus le 20 et le 25 janvier par M. Dufay et Mlle Bloch montrent en effet entre ces deux dates une forte augmentation d'intensité des raies de Fe_{II} 4924, 5018, 5169, et 5316 Å, transmises par le filtre vert.



3. Devenue brusquement faible, la Nova n'a pu être observée avec notre instrument du 9 avril au 3 juin. Du 3 au 20 juin l'étoile est remontée de la magnitude 9,06 à la magnitude 7,10. Depuis, sont éclat est presque invariable.

C a varié de + 0,60 le 6 juin à — 1,04 le 20 juin. Il n'a plus varié ensuite que d'une manière très lente pour atteindre — 1,23 le 18 novembre.

Depuis le mois de juin le spectre de la Nova est dans la phase nébulaire. La plus grande partie de sa lumière, surtout en vert et en jaune, provient des raies brillantes. Le filtre vert est transparent pour les deux raies les plus intenses du spectre 5007 et 4959 Å de [O_{III}], ainsi que pour la raie

assez forte 5755 Å de [N_{II}]. Le filtre orangé laisse passer cette dernière, les deux autres raies interdites de [N_{II}] 6548 et 6584 Å, (¹) et surtout H_α. Le changement de couleur rapide du 6 au 20 juin, et très lent depuis cette époque, correspond à l'augmentation d'intensité rapide, puis plus lente, des deux raies 5007 et 4959 Å, ainsi qu'à l'affaiblissement graduel de H_α.

ACOUSTIQUE. — *Sur l'étude des sons dans les espaces clos en rapport avec les qualités de leur audition.* Note de M. **Robert Fleurent**, présentée par M. Paul Langevin.

Les difficultés de réalisation des salles modernes pour la cinématographie sonore, des studios de radio-diffusion ou même des auditoria en général, ont attiré l'attention sur les précautions qu'il y a lieu de prendre pour obtenir une audition satisfaisante.

Ces précautions se résument actuellement dans la prédétermination de l'intensité sonore aux différents points des salles, l'élimination des échos distincts ou des concentrations sonores, l'obtention d'une durée de prolongation du son admise comme convenable jusqu'au 1/1000000ᵉ de sa valeur initiale.

L'étude de ces effets recherche en définitive l'obtention de qualités d'audition dont les principales sont la netteté et la conservation des valeurs relatives des intensités sonores émises par la source.

Étant donné les difficultés et les contradictions fréquentes que l'on rencontre chaque fois que l'examen de ces qualités est fait uniquement par l'oreille des observateurs, j'ai été conduit, pour pouvoir étudier ces effets, à réaliser un appareil dont les résultats soient indépendants du facteur personnel.

L'appareil permet entre autre chose :

1° d'observer, pour une salle, les réactions caractéristiques que sont l'allure de croissance et de décroissance des sons;

2° de comparer les niveaux des intensités sonores aux différents points de la salle;

3° d'observer la courbe des variations d'intensité sonore d'un bruit en un point pendant les instants mêmes de son audition;

4° de prendre des photographies des observations.

(¹) Ces raies ne sont pas séparées de H_α sur les clichés de M. Dufay et de Mlle Bloch.

Le principe de l'appareil est le suivant :

Le son étant reçu par un microphone du type piézo-électrique ayant une courbe de réponse connue, celui-ci attaque un amplificateur de tension à lampes pentodes, de faible constante de temps et à coefficient d'amplification variable; cet amplificateur commande les plaques correspondant aux ordonnées d'un oscillographe cathodique convenablement agencé.

En particulier, l'oscillographe est en rapport avec une boîte de commande pour le balayage suivant l'axe des temps : ce balayage (plaques correspondant aux abscisses, est variable depuis une très grande vitesse, de l'ordre de 1/500e de seconde, jusqu'à une vitesse ultra-lente (pratiquement illimitée); les vitesses rapides permettent d'examiner la courbe d'intensité dans le cas de fréquences sonores élevées, tandis que les vitesses lentes sont utilisées pour l'examen de la réverbération dans les salles.

Les expériences poursuivies à l'aide de cet appareil et dont le détail paraîtra dans un autre Recueil me permettent de résumer ici quelques-uns des résultats déjà obtenus.

Ces résultats indiquent des accidents remarquables et particuliers à chaque salle, soit dans les premiers instants de la décroissance du son après arrêt de la source sonore, soit dans l'établissement du régime sonore d'équilibre.

Des courbes de variation de l'intensité ont pu être obtenues également pour des sons brefs qui se prêtent particulièrement à déceler la présence des échos. L'effet directif du microphone étant, comme toujours, mal défini, la recherche de ces échos doit être faite par l'emploi d'une source sonore, donnant des directions privilégiées pour son émission.

D'autre part, si l'on veut tenir compte de l'influence du temps de réverbération d'une salle comme facteur déterminant de qualités acoustiques, il semble que, dans cette longue prolongation du son, la forme de décroissance dans les premiers instants (soit 1/5e de seconde environ) présente une importance considérable. L'oreille, en raison de son pouvoir de sélection, n'accommode pas et n'a pas de tendance à suivre le son au-dessous d'une fraction de l'intensité moyenne d'une audition.

Mais, si quelques variations importantes se produisent dans l'intensité lorsque celle-ci reste voisine de l'intensité d'équilibre, elles ne peuvent à ce moment passer inaperçues pour toute oreille normale, risquant ainsi de dénaturer les qualités du son initial.

De plus, étant donné que l'établissement du régime sonore n'est pas immédiat, l'intégration que fait l'oreille de la superposition des régimes successifs, soit en croissance, soit en décroissance, me paraît constituer un des effets à considérer tout particulièrement. L'allure de la fin de la décroissance de l'intensité sonore semble avoir ainsi une importance beaucoup moins grande sur la qualité de l'audition en raison des effets de masque des intensités croissantes sur les intensités décroissantes.

D'autre part, des oscillogrammes pris dans différents points d'une salle, pour un régime sonore périodique, entre autre pour des voyelles, ont montré que la courbe d'intensité présente souvent un rapport mal défini avec la courbe caractérisant ces voyelles et en tout cas qu'elle est presque toujours très différente de celle de l'intensité réelle de l'émission. Par conséquent, l'appareil donne des indications sur les nettetés relatives dans les différents points d'une salle, nettetés qui semblent en relation directe avec la qualité même de l'audition, en même temps qu'il permet de comparer les niveaux d'intensités correspondant aux différentes courbes observées.

Il est à noter que, dans toutes ces expériences, et pour l'obtention de photographies, je n'ai pas fait usage de réseaux de distorsion ou de filtres du type de Wente ou de Fletcher. Les oscillogrammes sont donc uniquement ceux des intensités sonores réelles et non pas des intensités subjectives.

Ces deux quantités distinctes restent d'ailleurs dans des rapports qualitatifs étroitement liés dont je poursuis l'étude.

CHALEUR. — *Théorie thermique de la couche limite en régime laminaire.* Note (¹) de M. **Gustave Ribaud**, présentée par M. A. Cotton.

Pour la résolution des problèmes d'échanges de chaleur par convection, l'utilisation de l'équation générale de propagation de la chaleur rencontre de sérieuses difficultés dans certains cas, en particulier pour une conduite circulaire, en régime laminaire non établi.

On peut tourner la difficulté en donnant une théorie thermique de la couche limite dans laquelle les hypothèses de départ et le mode de calcul

(¹) Séance du 23 décembre 1935.

rappellent un peu celles qui conduisent à la théorie aérodynamique de la couche limite dans laquelle en outre on fait jouer à la quantité de chaleur le rôle prépondérant.

Si l'on désigne par δ l'épaisseur de la couche limite au point d'abscisse x à partir du bord d'attaque, nous supposerons que la température et la vitesse dans la couche limite sont uniquement fonction de $y/\delta = z$, y représentant la distance du point considéré à l'obstacle.

Nous écrirons

$$\frac{T}{T_0} = f\left(\frac{y}{\delta}\right) = f(z), \qquad \frac{U}{U_0} = \varphi\left(\frac{y}{\delta}\right) = \varphi(z),$$

T_0 représentant la température du fluide loin de la paroi, U_0 la vitesse loin de la paroi; la température de la paroi est prise égale à zéro pour simplifier les notations.

Cas d'une plaque indéfinie. — Considérons la tranche comprise entre les plans d'abscisses x et $x + dx$, la quantité de chaleur apportée par le fluide en une seconde dans la couche d'épaisseur $d\delta$ est en partie transportée à la paroi et en partie utilisée à échauffer le fluide dans son passage entre les plans x et $x + dx$. Les deux premières de ces quantités de chaleur sont respectivement égales à

$$C\rho U_0 T_0 d\delta, \quad \lambda \frac{T_0}{\delta} f'(z)_{z=0}\, dx$$

(C, chaleur spécifique rapportée à l'unité de masse; ρ, masse spécifique; λ, conductibilité calorifique); quant à la dernière on peut l'écrire

$$C\rho\left[\int_0^{\delta+d\delta} UT\,dy - \int_0^{\delta} UT\,dy\right] = C\rho U_0 T_0 d\delta \int_0^1 \varphi(z) f(z)\,dz.$$

On remarquera que la dernière intégrale est un nombre sans dimension, qui dépend uniquement des fonctions f et φ, et non de δ; nous la désignerons par b; de même $f'(z)_{z=0}$ est un nombre pur que nous désignerons par a.

On peut alors écrire

$$\frac{\lambda}{\delta} a\,dx = C\rho U_0 (1 - b)\,d\delta,$$

équation qui s'intègre immédiatement et fournit

$$\delta = \sqrt{\frac{2a}{1-b}} \sqrt{\frac{\lambda x}{C\rho U_0}}.$$

On voit que l'épaisseur de cette couche limite *thermique* obéit aux mêmes lois que celles de la couche aérodynamique : proportionnalité à $\sqrt{x/U_0}$; elle s'appliquerait à un fluide non visqueux dans lequel la vitesse est uniforme $\varphi(z) = 1$.

Par ailleurs le coefficient de convection s'écrit, pour le point d'abscisse x,

$$\alpha_x = a\frac{\lambda}{\delta} = \sqrt{\frac{a(1-b)}{2}}\sqrt{\frac{C\rho U_0\lambda}{x}} = \sqrt{\frac{a(1-b)}{2}}\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{S}}}\lambda\sqrt{\frac{U_0}{\nu x}}$$

(ν, viscosité cinématique; $\mathfrak{S}$, nombre de Stanton $= \lambda/C\rho\nu$).

Dans le cas du plan, l'intégration de l'équation de Fourier fournit une relation tout à fait analogue, avec a voisin de 2; nous admettrons cette valeur dans la suite.

Cas d'une conduite circulaire en régime non établi. — Soit r le rayon de la conduite; si l'on considère la tranche comprise entre les sections x et $x+dx$, on écrira encore que la quantité de chaleur apportée par le fluide dans l'anneau compris entre δ et $\delta+d\delta$: $2\pi(r-\delta)/d\delta . C\rho U_0 T_0$, est égale à la quantité de chaleur cédée à la paroi $2\pi a\, dx\, T_0\, \lambda/\delta\, a$, augmentée de la quantité qui traverse la tranche x, $x+dx$

$$2\pi C\rho U_0 T_0\left[\int_0^{\delta+d\delta}(r-y)\frac{U}{U_0}\frac{T}{T_0}dy - \int_0^{\delta}(r-y)\frac{U}{U_0}\frac{T}{T_0}dy\right].$$

L'équation différentielle obtenue ainsi se résout facilement et donne

$$\left(\frac{\delta}{r}\right)^2 - \frac{2}{3}\frac{1-2e}{1-b}\left(\frac{\delta}{r}\right)^3 = \frac{4a}{1-b}\frac{\lambda}{C\rho U_0 d}\frac{x}{r} \qquad (d=2r), \tag{1}$$

b et e désignant respectivement les deux intégrales

$$b = \int_0^1 \varphi(z) f(z)\, dz, \qquad e = \int_0^1 z\varphi(z) f(z)\, dz.$$

L'équation (1) permet le calcul de δ/r en chaque point; le coefficient de convection vrai, à l'abscisse x, est alors donné par

$$\alpha_x = a\frac{\lambda}{\delta} \cong 2\frac{\lambda}{\delta}.$$

Il importe de faire remarquer que l'intégrale b dépend très peu de la loi admise pour la répartition des vitesses et des températures dans la couche limite; par exemple on obtient $b = 0{,}50$ en admettant la vitesse uniforme et la température variant linéairement; on a $b = 0{,}53$ en admettant une loi

parabolique pour les vitesses et les températures; nous adopterons la valeur 0,53. Il en est de même pour c qui, dans les deux cas extrêmes précédents, prend respectivement les valeurs 0,333 et 0,365; nous adopterons 0,365.

Nous écrirons dès lors l'équation (1) sous la forme suivante :

$$\left(\frac{\delta}{r}\right)^2 - 0,38\left(\frac{\delta}{r}\right)^4 = 17\,\frac{\lambda}{C\rho U_0 d}\,\frac{x}{r} = 8,5\,\frac{\mathcal{S}}{\mathcal{R}}\,\frac{x}{r}.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Théorie moléculaire de la constante diélectrique des liquides non polaires.* Note de M. **Jacques Yvon**, présentée par M. Paul Langevin.

Envisageons un liquide comprenant N molécules polarisables identiques qui est placé dans un champ électrique extérieur $\mathbf{E}(M)$ [1]. Supposons pour simplifier que la polarisibilité α des molécules est invariable.

La molécule 2 de centre M_2 crée au centre M_1 d'une autre molécule un champ électrique

$$\mathbf{E}_{12} = 3r^{-5}\,\overrightarrow{M_1M_2}\left(\overrightarrow{M_1M_2} \times \mathbf{P}_2\right) - r^{-3}\mathbf{P}_2, \tag{1}$$

qui dérive du moment électrique $\mathbf{P}_2$ de la molécule 2 par une transformation linéaire. r_{12} ou r représente la distance M_1M_2. La formule (1), comme tout ce qui suit, néglige les particularités qui disparaissent quand on considère les vitesses des molécules comme infiniment petites devant la vitesse de la lumière. Il est commode de noter symboliquement

$$\mathbf{E}_{12} = \mathrm{T}_{12}\mathbf{P}_2$$

et, en considérant des produits d'opérateurs,

$$\mathrm{T}_{12}.\mathrm{T}_{21} = \mathrm{T}_{121}, \qquad \mathrm{T}_{12}.\mathrm{T}_{23} = \mathrm{T}_{123}.$$

La molécule 1 acquiert un moment électrique $\mathbf{P}_1$ proportionnel au champ électrique résultant dans lequel elle se trouve placée, soit

$$\mathbf{P}_1 = \alpha\left(\mathbf{E}_1 - \sum_2^N \mathrm{T}_{1j}\mathbf{P}_j\right).$$

[1] Notations : J. Yvon, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1099.

En écrivant la même équation pour les N — 1 autres molécules on obtient un système d'équations qui permet de calculer les moments en fonction du champ extérieur et de la distribution des molécules. Comme α est très petit, ce système se résout par approximations successives ([1]) et donne

$$(2)\qquad \mathbf{P}_1 = \alpha\mathbf{E}_1 + \alpha^2\sum_2^N \mathrm{T}_{1j}\mathbf{E}_j + \alpha^3\left(\sum_2^N \mathrm{T}_{1j1}\mathbf{E}_1 + \sum_2^N\sum_2^N \mathrm{T}_{1jk}\mathbf{E}_k\right) + \ldots.$$

On calcule ensuite la moyenne $\mathfrak{P}$ de P lorsque les molécules prennent toutes les positions possibles. Ces moyennes introduisent les coefficients de probabilité que j'ai appelés densités simultanées ([2]). On trouve que

$$(3)\qquad \nu_1\mathfrak{P}_1 = \alpha\nu_1\mathbf{E}_1 + \alpha^2\int \nu_{12}\mathrm{T}_{12}\mathbf{E}_2\,d\omega_2 + \alpha^3\left(\int \nu_{12}\mathrm{T}_{121}\mathbf{E}_1\,d\omega_2 + \iint \nu_{123}\mathrm{T}_{123}\mathbf{E}_3\,d\omega_2\,d\omega_3\right) + \ldots.$$

Les intégrales sont étendues à tout le fluide. On résout (3) par rapport à $\mathbf{E}$ par approximations successives puis on exprime le champ extérieur en fonction du champ moyen $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E}_1 = \mathbf{E}_1 + \int_{\mathrm{C}} \nu_2\mathrm{T}_{12}\mathfrak{P}_2\,d\omega_2.$$

l'intégrale est étendue à tout le fluide, auquel on a toutefois retranché une alvéole infiniment petite, cylindrique, très allongée, parallèle au vecteur $\mathbf{P}_1$ et centrée sur M_1. Après quelques transformations on trouve que

$$(4)\qquad \nu_1\alpha\mathcal{E}_1 = \nu_1\mathfrak{P}_1 - \frac{4}{3}\pi\alpha\nu_1^2\mathfrak{P}_1 - \alpha\int_{\mathrm{S}}(\nu_{12} - \nu_1\nu_2)\mathrm{T}_{12}\mathfrak{P}_2\,d\omega_2 - \alpha^2\int \nu_{12}\mathrm{T}_{121}\mathfrak{P}_1\,d\omega_2 - \alpha^2\iint\left(\nu_{123} - \frac{\nu_{12}\nu_{23}}{\nu_2}\right)\mathrm{T}_{123}\mathfrak{P}_3\,d\omega_2\,d\omega_3 - \ldots.$$

En principe les intégrations sont étendues à tout le fluide; pour la première intégrale toutefois, on réserve une alvéole sphérique infiniment petite centrée sur M_1. En pratique d'ailleurs les domaines d'intégration peuvent être réduits à des sphères centrées sur M_1 et de rayons inférieurs à quelques dizaines d'angströms. Accompagnée des équations générales

$$\mathrm{rot}\,\mathcal{E}_1 = 0,\qquad \mathrm{div}(\mathcal{E}_1 + 4\pi\nu_1\mathfrak{P}_1) = 0,$$

([1]) Reiche, *Ann. der Physik*, 50, 1915, p. 1 et p. 121.

([2]) J. Yvon, *Actualités scientifiques et industrielles*, 203, 1935. On admet ici l'approximation discutée p. 12.

l'équation (4) donne une théorie moléculaire complète de la constante diélectrique des liquides non polaires, avec un modèle moléculaire naturellement un peu simpliste. Supposons en particulier que ν, $\mathcal{E}$, $\mathfrak{T}$ soient constants; la constante diélectrique ε s'obtient en explicitant l'opérateur T_{12}; on trouve que

$$(5)\qquad \frac{4\pi\alpha\nu^2}{\varepsilon-1} = \nu - \frac{4}{3}\pi\alpha\nu^2 - 8\pi\alpha^2\int \nu_{12} r_{12}^{-4}\, dr_{12} - \alpha^2 \iint \left(\nu_{123} - \frac{\nu_{12}\nu_{23}}{\nu}\right) r_{12}^{-3} r_{23}^{-3} (3\cos^2\theta - 1)\, d\omega_2\, d\omega_3 - \ldots,$$

θ est l'angle $M_1M_2M_3$. Le résultat s'applique aussi au cas des fréquences lumineuses si le liquide est transparent; il redonne la formule classique de Lorenz Lorentz si l'on néglige les termes en α^2.

Il est difficile de discuter la formule (5) parce que ν_{123} est actuellement mal connu. Je me limite aux remarques suivantes : le premier terme en α^2 est négatif; le second est positif et du même ordre de grandeur; les données numériques sur les liquides exigent un terme correctif global de signe positif [1].

La méthode suivie ici servira de base à de nouveaux raisonnements relatifs à la diffusion de la lumière.

ÉLECTROCHIMIE. — *Moment électrique permanent et structure du pentachlorure de phosphore.* Note de M. **Pierre Trunel**, présentée par M. Georges Urbain.

L'étude de la structure du pentachlorure de phosphore a fait l'objet d'un assez grand nombre de publications d'ordre chimique et physicochimique.

Quant au moment électrique, nous ne connaissons que les déterminations de Simons et Jessop [2] parues en 1931. Ces auteurs ont mesuré la polarisation du pentachlorure de phosphore en solution dans le tétrachlorure de carbone à plusieurs températures. Leurs conclusions sont les suivantes : la polarisation moléculaire du pentachlorure de phosphore est égale à 33^{cm^3} et indépendante de la température. Cette dernière conclusion

---

(1) F. Keyes et J. Kirkwood (*Physical Review*, 37, 1931, p. 22) ont proposé un terme correctif analogue au premier terme en α^2.

(2) *J. Amer. Chem. Soc.*, 53, 1931, p. 1263.

implique que le moment de ce pentachlorure est nul et par conséquent la structure du composé est symétrique.

Au cours d'autres travaux, nous avons été amené à déterminer le moment du pentachlorure de phosphore en solution dans le sulfure de carbone. Nous avons opéré sur du chlorure distillé, très pur, préparé très aimablement au laboratoire de M. H. Moureu. Le sulfure de carbone employé était débarrassé des polysulfures par traitement au mercure et distillé ensuite sur de l'anhydride phosphorique.

Quelques mesures sont rassemblées dans le tableau suivant dans lequel :

f_2 représente la fraction moléculaire du corps dissous;
M_{12} est la masse moléculaire moyenne de la solution ($M_1 f_1 + M_2 f_2$);
ε_{25} est la constante diélectrique à 25°, mesurée en haute fréquence ($\lambda = 100^m$);
P_{12} et $RM_{D_{12}}$ respectivement les polarisation totale et réfraction moléculaires des solutions;
P_2 et RM_{D_2} les polarisation et réfraction moléculaires du pentachlorure.

Solvant : sulfure de carbone ($t = 25°$).

$f_2.10^5$.	M_{12}.	d_4^{25}.	$\varepsilon_{25°}$.	n_D^{25}.	P_{12}.	$RM_{D_{12}}$.	P_2.	RM_{D_2}.
0.....	76,120	1,2562	2,633	1,6233	21,358	21,376	–	–
4012.....	76,650	1,2602	2,638	1,6224	21,481	21,432	52,1	35,4
9009.....	77,311	1,2651	2,642	1,6212	21,616	21,500	50	35,1
14916.....	78,092	1,2710	2,646	1,6203	21,768	21,591	48,9	35,8

On voit immédiatement sur ce tableau qu'une très grande différence existe entre P_2 et RM_{D_2}, ce qui implique l'existence d'un moment électrique permanent.

Dans le double but, d'une part, de nous mettre dans les mêmes conditions expérimentales que Simons et Jessop, d'autre part, d'opérer sur des concentrations plus fortes en PCl^5 (pour diminuer les erreurs relatives), nous avons effectué des mesures similaires en employant comme solvant le tétrachlorure de carbone dans lequel le pentachlorure est plus soluble que dans le sulfure de carbone.

Les mesures faites sont rassemblées ci-dessous :

Solvant : tétrachlorure de carbone distillé sur P^2O^5 ($t = 25°$).

$f_2.10^6$.	M_{12}.	d_4^{25}.	$\varepsilon^{25°}$.	n_D^{25}.	P_{12}.	$RM_{D_{12}}$.	P_2.	RM_{D_2}.
0.......	153,828	1,5848	2,229	1,4575	28,208	26,460	–	–
22121.......	155,033	1,5909	2,251	1,4598	28,678	26,680	49,4	36,4
28644.......	155,389	1,5927	2,253	1,4605	28,744	26,747	46,9	36,5
35044.......	155,737	1,5945	2,258	1,4612	28,856	26,811	46,7	36,5

Si l'on construit la courbe représentant la variation de la polarisation P_2 en fonction de la concentration f_2, on voit que ces résultats concordent bien avec ceux obtenus en solution sulfocarbonique. On peut sans difficulté extrapoler cette courbe, obtenue à partir des deux séries de mesures, jusqu'à une dilution infinie. On voit que P_2 tend vers 51^{cm^3}. De même RMD_2 tend vers $35^{cm^3},5$.

En appliquant la formule de Debye et négligeant la polarisation infrarouge, on obtient comme moment pour le pentachlorure de phosphore la valeur $\mu = 0,8(7)$ D.

Le pentachlorure de phosphore possède donc, du moins en solution dans le sulfure de carbone et le tétrachlorure de carbone, une structure non symétrique. Cette dissymétrie peut s'expliquer, soit par le non identité des 5 atomes de chlore liés à l'atome de phosphore, soit par la non planéité de la molécule. La simple considération du moment électrique ne permet pas de décider entre ces deux hypothèses.

MAGNÉTISME. — *L'analyse des courbes dynamiques de la perméabilité magnétique et des pertes dans le fer.* Note [1] de M. **W. Arkadiew**, transmise par M. Pierre Weiss.

Dans les tôles et les fils de fer se développent pendant l'aimantation dans un champ alternatif des courants de Foucault qui font baisser la perméabilité de ces matériaux et entraînent une absorption d'énergie. Ce phénomène a été étudié théoriquement en tenant compte de l'hystérésis pour les champs faibles, c'est-à-dire pour une perméabilité constante. Les résultats, dans tous leurs détails, ont été représentés par des formules et des courbes [2].

Sur la base des règles énoncées en utilisant les réseaux de courbes établies théoriquement, on peut soumettre à l'analyse les données obtenues par l'expérience et déterminer ainsi la perméabilité conservative et consomptive de la matière en question, les coefficients μ et ρ'.

De cette façon, à l'aide du diagramme [2] $G_m = \varphi(F_m)$, ont été analysées les courbes, obtenues expérimentalement par Wilson [3] pour les fréquences

---

[1] Séance du 23 décembre 1935.

[2] W. Arkadiew, *Phys. Zeitschr. der Sowjet Union*, 3, 1933, p. 1; *Zeitschr. für Phys.*, 74, 1932, p. 396; *Elektr. Nachr.*, 10, 1933, p. 220.

[3] L. T. Wilson, *Proc. Inst. Radio. Eng.*, 9, 1921, p. 56.

de 99000 à 1500000 par seconde. Ces courbes représentent les pertes dans la tôle de fer et la perméabilité $\bar{\mu}$, obtenue comme rapport de l'induction maximum et du champ maximum,

$$\bar{\mu} = \frac{\mathcal{B}_{max}}{\mathcal{H}_{max}}.$$

C'est ainsi que Veletzkaia a dégagé de l'influence des courants Foucault les caractéristiques magnétiques du fer Wilson μ et ρ'. Il en résulta que dans l'intervalle indiqué des fréquences la perméabilité μ du fer, employé par Wilson, représente une valeur diminuant progressivement de 220 à 100 et qui atteint 160 pour une fréquence de 6.10^5 par seconde. Pour cette valeur de la fréquence dans les champs faibles la perméabilité consomptive ρ' présente un maximum qui est de 65.

Une pareille variation de ces valeurs correspond parfaitement avec les courbes théoriques de la perméabilité magnétique μ et ρ' établies sur la base de l'hypothèse de la viscosité magnétique [1],

$$\mu = m + \frac{m_1}{1+\nu^2} \qquad \text{et} \qquad \rho' = m_1 \frac{\nu}{1+\nu^2},$$

m étant la perméabilité pour les hautes fréquences, m_1 étant le degré de la perméabilité, c'est-à-dire la différence de la valeur limite de la perméabilité en basses fréquences μ_∞ et de celle en hautes fréquences m :

$$m_1 = \mu_\infty - m; \qquad \text{puis} \qquad \nu = \frac{f}{f_n},$$

où f_n représente la fréquence caractéristique de la relaxation magnétique qui détermine la position du maximum ρ' sur l'échelle des fréquences.

Une analyse analogue a été effectuée par une méthode quelque peu différente pour les courbes de perméabilité du permalloy B et C ainsi que pour les courbes du fer de Hermann [2]. Pour cette dernière matière ont été établies deux valeurs du degré de la perméabilité m_1 et m'_1, l'une pour les fréquences sonores (fréquence propre f_u), l'autre pour les basses fréquences(f'_u). Dans le dernier cas la courbe du degré m'_1, obtenue dans l'expérience, est déjà dégagée de l'influence des courants Foucault.

Après l'introduction de ces fréquences propres f_u et f'_u dans les expres-

---

(1) W. ARKADIEW, *Zeitschr. für Phys.*, 72, 1931, p. 116.
(2) O. VELETZKAIA, *Zeitschr. für Phys.*, 96, 1935, p. 173.

sions de μ et ρ' il s'ajoute, pour le cas du fer de Hermann, un terme complémentaire.

Pour toutes les quatre matières étudiées les courbes calculées ne s'écartent guère de plus de 1 pour 100 ou de quelques pour 100 des résultats expérimentaux.

Les paramètres obtenus pour diverses matières sont donnés par le tableau suivant :

	T_n.		m_i.	m.
Le fer de Wilson.................	1,7	μsec	130	83
Le fer de Hermann, II bandes......	4	sec	1060	738 + 308
» I bande.......	1	msec	738	308

Inversement on peut, sur la base des paramètres obtenus par une analyse spectrale de ce genre, établir les formules de la perméabilité dynamique ainsi que des pertes pour différentes valeurs de la fréquence et les utiliser pour le calcul des appareils. Par exemple, pour le fer Hermann nous obtenons, entre $f = 0{,}03$ et $f = 2000$,

$$\mu = 308 - \frac{738}{1+\left(\frac{f}{1000}\right)^2} + \frac{1060}{1+\left(\frac{f}{0{,}25}\right)^2},$$

$$\rho' = \frac{0{,}738\, f}{1+\left(\frac{f}{1000}\right)^2} + \frac{4240\, f}{1+\left(\frac{f}{0{,}25}\right)^2}.$$

On obtient la perméabilité dynamique efficace de la tôle ou du fil de fer en tenant compte des courants de Foucault au moyen des courbes C_m et D_m dont il a été fait mention [1].

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Spectre d'absorption infrarouge des gaz liquéfiés. Étude du méthane.* Note [1] de MM. **Constant Corin** et **Jacques Herry**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons mesuré le spectre d'absorption entre 0,8 et $2^{\mu},7$ du méthane liquide pur et des solutions à 50, 25, 10, 1 et <1 pour 100 dans l'azote liquide. Le gaz liquéfié est placé dans un Dewar en quartz à quatre fenêtres parallèles, de 6^{cm} d'épaisseur.

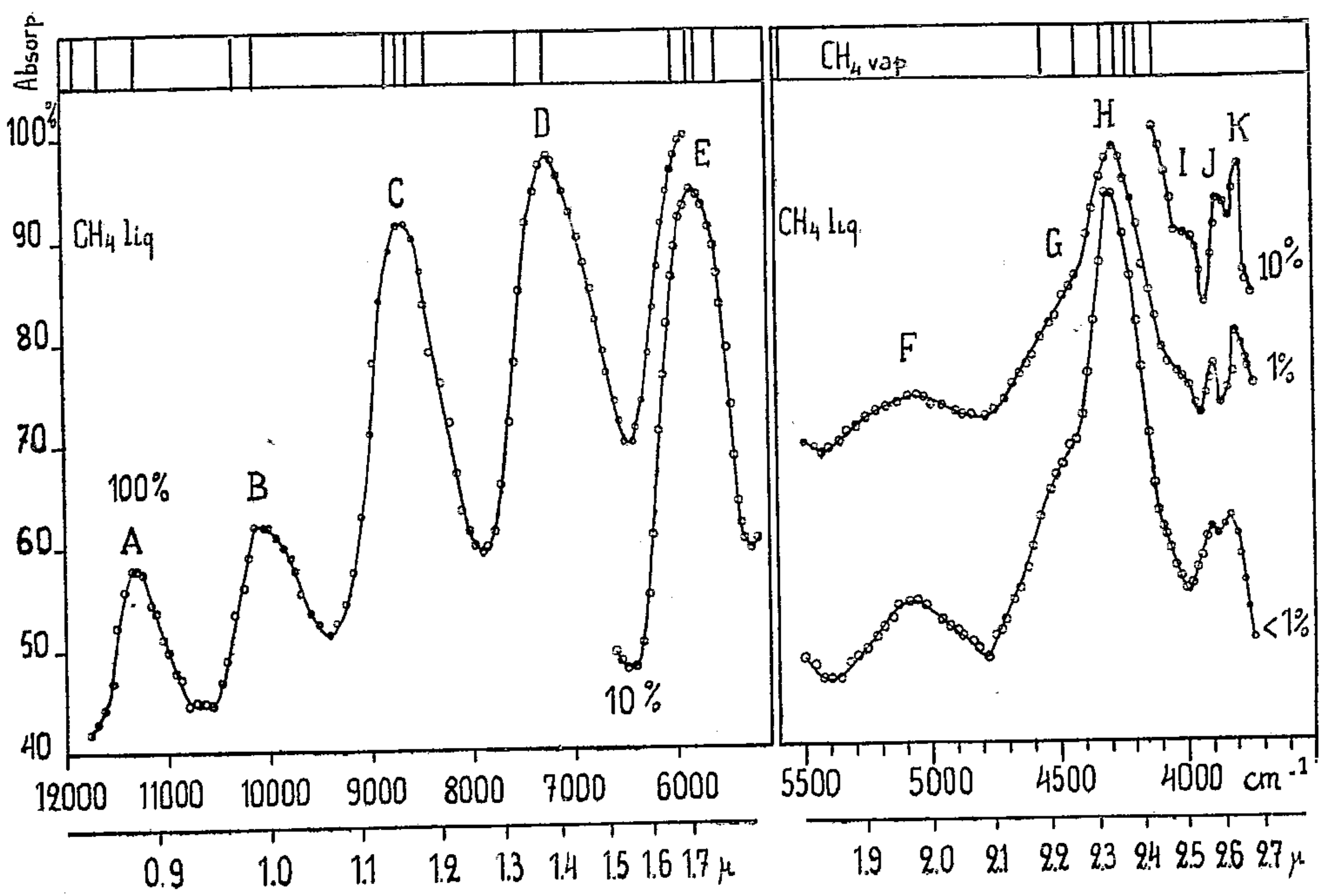
---

[1] Séance du 23 décembre 1935.

Nous avons trouvé 11 bandes d'absorption,

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	I.	J.	K.
0,88	1,00	1,15	1,37	1,72	1,97	2,20	2,33	2,51	2,57	2,62 μ
11360	10000	8700	7250	5810	5080	4540	4290	4980	3890	3820 cm^{-1}

Sur le graphique ci-dessous nous donnons quatre courbes d'absorption du



méthane (méthane pur et solutions à 10, 1 et < 1 pour 100). En ordonnées sont portées les proportions absorbées et en abscisses les nombres d'ondes en cm^{-1}; pour les petites fréquences nous avons pris une échelle plus grande.

a. Analyse du spectre d'absorption du méthane. — Les positions des bandes d'absorption du méthane liquide correspondent presque exactement à celles de la vapeur. Le graphique montre que les bandes A, B, C, D, E, G, H résultent de la fusion de plusieurs bandes de la vapeur. On remarque un léger déplacement des bandes du liquide vers les petites fréquences, résultat qu'on retrouve souvent pour d'autres molécules, tant dans le spectre ultraviolet que dans l'infrarouge.

On peut interpréter les différentes bandes comme des harmoniques et des combinaisons des quatre fréquences fondamentales de la molécule tétra-

édrique CH^4 : $\nu_1 = 2915$, vibration de pulsation symétrique; $\delta_{1,2} = 1250$, vibration de déformation symétrique; $\nu_{2,3,4} = 3014$, vibration de valence asymétrique et $\delta_{3,4,5} = 1304$, vibration de déformation asymétrique (désignations de Kohlrausch, 1935).

	Positions des bandes.		Absorption. en pour 100						Fréquences calculées
	en μ.	en cm^{-1}.	CH^4 pur.	Sol. 1 %.	ν_1.	$\delta_{1,2}$.	$\nu_{2,3,4}$.	$\delta_{3,4,5}$.	(en cm^{-1}).
A......	0,88	11360	58	–	0	0	2	4	11244
B......	1,00	10000	62	–	3	0	0	1	10049
C......	1,15	8700	91	–	3	0	0	0	8745
D......	1,37	7250	98	–	0	0	2	1	7332
E......	1,72	5810	100	79	2	0	0	0	5830
F......	1,97	5080	100	74	0	0	0	4	5216
G......	2,20	4540	100	81	0	1	1	0	4534
H......	2,33	4290	100	98	0	0	1	1	4318
I.......	2,51	3980	100	75	0	0	0	3	3912

b. Intensité des bandes et comparaison avec l'hexane. — Entre 0,8 et $1^\mu,5$ les bandes A, B, C, D s'observent très bien pour le méthane liquide pur sous 6^{cm}, ce qui correspond, dans la vapeur, à la pression atmosphérique, à une épaisseur de 40 à 50^m. Vedder et Mecke ont photographié les bandes de 0,72 à $1^\mu,0$ sous $20^m,3$, mais ils n'ont pas mesuré leur intensité d'absorption. L'absorption dans la vapeur s'obtient donc pour des concentrations moléculaires comparables à celles du liquide. Ces bandes appartiennent donc à la molécule elle-même et non à des vibrations intermoléculaires; du reste, elles persistent lorsqu'on dissout le méthane dans l'azote liquide.

La position des bandes A, B, C, D est presque la même pour le méthane liquide et pour l'hexane pur que nous avons étudié dans les mêmes conditions.

Les positions des bandes et les proportions absorbées sont données dans le tableau suivant :

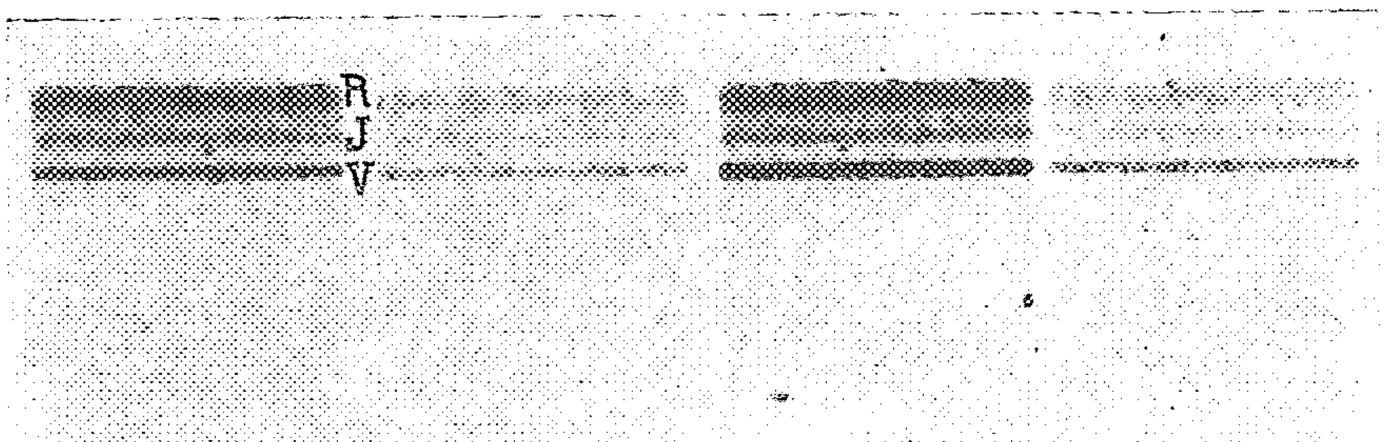
Bandes.	Méthane pur.		Hexane pur.	
A........	0,88 μ	58 %	0,91 μ	55 %
B........	1,00	62	1,02	50
C........	1,15	91	1,20	97
D........	1,38	98	1,43	98

Dans l'hexane il y a 14 liaisons CH, on en trouve 4 dans le méthane; les poids moléculaires étant dans le rapport 86/16, le nombre de liaisons CH

dans le même volume liquide est dans le rapport $21/14 = 1,5$. Si l'intensité d'absorption était déterminée uniquement par le nombre de liaisons CH on devrait obtenir dans le méthane une absorption 1,5 fois plus forte que dans l'hexane. On trouve en réalité une absorption très comparable pour ces deux corps, ceci indique que lorsque les groupes CH sont liés dans une molécule, telle que celle de l'hexane, ils absorbent plus fortement que s'ils sont répartis sur des molécules de méthane.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Le spectrographe ultra-lumineux du Pic du Midi.* Note [1] de M. HUBERT GARRIGUE, présentée par M. Charles Fabry.

I. MM. J. Cabannes et J. Dufay ont publié [2] une description du spectrographe F : 0,7 destiné à l'étude de la lumière du ciel nocturne. Reprenant ses calculs de l'objectif de chambre, M. J. Cojan, directeur technique de cette société, est arrivé à mettre au point un nouvel objectif donnant une définition de 30$^{\mu}$ dans la région 5500 Å, pour une ouverture de F : 0,55, une distance focale de 34^{mm},6 et une distance frontale de 1^{mm},3.



Spectres du ciel nocturne. Poses 14 & 44 minutes.

J'ai étudié expérimentalement les qualités de cet objectif, après diverses retouches, et l'ai monté définitivement, à la suite d'essais délicats et infructueux qui ont duré plus d'un an, sur un spectrographe à enregistrement automatique, où les questions de luminosité et de fixité de mise au point sont particulièrement étudiées. Cet appareil, dont je donnerai

(1) Séance du 30 décembre 1935.

(2) J. CABANNES et J. DUFAY, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 306.

ailleurs une description plus détaillée, est également destiné à l'étude de la lumière du ciel nocturne. Ses caractéristiques essentielles sont les suivantes :

1° fente à deux courbures, pour rectifier la courbure d'image due au prisme, et la courbure de champ de l'objectif, améliorant ainsi les qualités photométriques des clichés;
2° collimateur simple à long foyer : 93^{cm},5 en crown léger;
3° prisme en flint extra-dense ($\nu = 32,1$) à faces planes;
4° obturateur automatique en fin d'enregistrement,
5° objectif ouvert à F : 0,55, foyer 34^{mm},6;
6° enregistrement automatique de 15 spectres; poses réglables de 14 à 59 minutes;
7° mise au point conservée, pour tout l'enregistrement, à 3$^{\mu}$ près.

Cette dernière particularité est *absolument nécessaire* si l'on veut que l'étude microphotométrique des clichés obtenus garde une signification.

II. *Premiers résultats.* — *a*). Du 14 au 29 novembre 1935, j'ai obtenu 154 spectres de 14 minutes de pose sur plaques sensibles au vert.

Chaque spectre contient la raie 5577 Å, dont l'intensité, assez constante au cours d'une même nuit et d'une nuit à l'autre, diminue lorsque la hauteur *h* de la région du ciel visée augmente (¹).

b. Du 14 au 15 novembre 1935, j'ai obtenu une série de spectres avec des poses de 1 à 2 minutes, région Sud à 15° de l'horizon. Ils contiennent tous la raie 5577 Å.

c. Du 29 au 30 novembre 1935, j'ai obtenu 14 spectres sur de nouvelles plaques sensibles au rouge. Poses de 14 à 44 minutes. Région Nord, à 15° de l'horizon. *Ciel entièrement couvert de cirro-stratus.* La photographie reproduit 4 de ces spectres fortement agrandis. (Région violette dirigée vers le bas de la feuille.) On y retrouve de haut en bas la bande 6300 Å R, la bande 5888 Å J, et la raie 5577 Å V.

d. Enfin du 12 au 13 décembre 1935, j'ai obtenu 5 spectres sur les mêmes plaques. Poses de 15, 30, 45, 60, 90 secondes. Région Sud, à 7° de l'horizon. Ciel pur. *La pose de* 15 *secondes accuse à l'intégrateur* (²) *la raie* 5577 Å, *la bande* 5888 Å, *et la composante* 6300 Å *beaucoup plus intense, cette fois, de la bande rouge.*

En résumé, cet appareil marque un très grand progrès, au point de vue de la luminosité, sur tous les spectrographes déjà existants.

(¹) Voir à ce sujet Hubert Carrigue, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1398.

(²) Microscope intégrant l'image d'un spectre dans le sens des raies afin d'éliminer les accidents de grains.

ÉLECTROOPTIQUE. — *Étude aux rayons X de l'absorption de la cyclopentanone par la trinitrocellulose.* Note de M. **Marcel Mathieu** et de Mlle **Thérèse Petitpas**, présentée par M. Georges Urbain.

I. Des diagrammes de fibres ont été faits sur la nitroramie en présence de cyclopentanone dissoute dans le cyclohexane; nous avons replacé les fibres dans les mêmes conditions que celles qui sont décrites dans une Note précédente ([1]). Pour chaque concentration, nous avons fait les diagrammes après 1, 2, 3 jours de chauffage, puis plusieurs jours après. On n'observe pas de changement après le deuxième jour.

Après examen d'une solution, on vidange l'appareil; puis, sans changer les fibres, on introduit une solution de concentration plus forte. Nous avons vérifié que le résultat reste le même, si l'on part directement de fibres n'ayant jamais subi l'action du gélatinisant.

Tous les diagrammes présentent le halo large et intense caractéristique du cyclohexane. Ce halo couvre les taches que nous avons appelées A'_2, données par la nitrocellulose ([2]). Seules les taches A_1 et A'_1 et les arcs B_2 se distinguent en dehors du halo. Les arcs B_2 ne changent pour aucune concentration; ils ne disparaissent qu'au moment de l'effondrement de la structure, c'est-à-dire au moment du passage à l'état de gel. Dès qu'on ajoute de la cétone dans la solution, les taches A'_1 (second ordre de A_1) s'affaiblissent, disparaissent rapidement. Les taches A_1 se déplacent vers le centre du diagramme, ce qui correspond à une augmentation de la distance réticulaire d_1 [d_1 est en relation avec la distance qui sépare les chaînes moléculaires dans les plans (002) qui contient les anneaux quasi plats de glucose]. Lorsque la concentration moléculaire dans la fibre a atteint la valeur 0,5 (une molécule de gélatinisant par résidu de glucose), il y a stabilisation du diagramme : l'espacement d_1 reste constant. En outre, pour une concentration moléculaire dans les fibres inférieures à 0,5, les taches A_1 sont larges et diffuses. Après stabilisation du diagramme ($N_2 > 0,5$) les taches sont au contraire définies et nettes. Ce point correspond à l'infléchissement de la courbe d'absorption (1). Le tableau suivant donne les résultats obtenus.

([1]) J. Desmaroux, R. Vandoni et Mlle Thérèse Petipas, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1392.

([2]) M. Mathieu, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 143; 200, 1935, p. 401.

M_2 [a]	0	0,03	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40
N_2 [b]	0	0,23	0,38	0,54	0,65	∼ 0,73	(non mesuré)
d_1 (en Å)......	7,1	7,4	7,8	11,1	11,1	11,1	11,1 [c]

Nota. — [a] Concentration dans le bain. — [b] Concentration moléculaire dans la nitrocellulose. — [c] Gélatinisé après 48 heures.

Pour une solution à 0,40, on a fixé dans les fibres une molécule de gélatinisant par groupe NO^2. Il y a alors effondrement de la structure cristalline. Les arcs B_2 disparaissent sur les diagrammes. Les fibres sont devenues un gel.

On retrouve ainsi les caractères observés dans la gélatinisation des fibres de nitrocellulose par la vapeur d'acétone; 1° définition nette des diagrammes lorsque une molécule du gélatinisant s'est fixée sur un résidu de glucose; 2° effondrement d'un arrangement régulier lorsqu'il s'est fixé autant de molécules de gélatinisant que de groupes NO^2.

II. Nous avons également étudié l'évolution de la structure des fibres plongées dans la vapeur du gélatinisant. L'appareil qui nous a servi est le même que celui qui a servi aux études semblables faites sur la vapeur d'acétone [1].

Les observations se superposent exactement à celles faites en milieu liquide. Tant que la proportion moléculaire (N_2) de cyclopentanone absorbée n'atteint pas 0,5, les taches demeurent très diffuses. Elles deviennent nettes au delà. Le diagramme est le même que celui obtenu en phase liquide à cela près qu'il ne présente pas le halo amorphe du cyclohexane. Les taches A_2^1 se voient. Ces taches sont fondues en un même arc qui reste à la même place, quelle que soit la proportion d'acétone absorbée ($D_2 = 4{,}5$ Å). L'arc B_2, notation de la pseudopériode 3,5 Å, le long des chaînes, ne change pas non plus. Seule la distance d_1 en relation avec l'écartement des chaînes parallèles dans leurs plans réticulaires, s'accroît et selon le même processus qu'en phase liquide. Il est donc tout à fait vraisemblable que les molécules de cétone se logent à plat sur les plans réticulaires qui contiennent les anneaux de glucose.

Il est très important d'observer que l'on dépasse de beaucoup la proportion d'une molécule de gélatinisant par groupe nitrate sans observer la transformation en gel.

[1] J. DESMAROUX et M. MATHIEU, *Mém. des Poudres*, 26, 1934-1935, p. 180.

RADIOCHIMIE. — *Effet Becquerel et sensibilité photochimique de quelques colorants fluorescents.* Note de Mlle **Cécile Stora**, présentée par M. Jean Perrin.

Les colorants dérivés du xanthane (uranine, éosine, érythrosine) diffèrent essentiellement par leur effet Becquerel des indicateurs d'oxydo-réduction (groupe de la quinone-diimide). Leur photopotentiel sur lame de platine *rigoureusement propre* est positif (oxydation) tandis que les seconds dans le mêmes conditions sont réduits par la lumière *visible.*

Je pensais à priori lier cette différence de comportement à une plus grande fluorescence relevant d'un groupe chimique particulier, sans doute différemment photosensible dans chaque famille. Nous verrons par la suite qu'il n'en est rien, mais, dans cette hypothèse, j'ai effectué avec ces électrodes quelques-unes des expériences de J. Perrin, N. Choucroun, Levaillant, F. Perrin, Privault [1] lesquelles m'ont conduite à des résultats intéressants. Nous n'étudierons présentement que l'influence de la nature du colorant et celle des inhibiteurs.

I. L'effet positif qui révèle l'oxydation croît très fortement de l'uranine à l'érythrosine, donc varie en sens inverse des fluorescences

(pH $= 9$; coll. 1,5 pour 100. Conc. en colorant 5/1000 g/20$^{cm^3}$).

	Uranine.	Éosine.	Érythrosine.
Photopotentiel en millivolts............	+ 0,2	+ 14,4	+ 220

Cette oxydation croissante, déjà signalée par O. Gros, traduirait par contre d'une manière satisfaisante l'influence de l'atome substitué (Br. I) sur la stabilité de la molécule. Les systèmes dans lesquels entrent le Br et l'iode sont, en général, photosensibles (réactions le plus souvent accompagnées d'oxydation). Corroborant cette hypothèse, l'iodoforme, substance colorée non fluorescente, accuse un photopotentiel positif (+ 7,3), donc une oxydation dont tous les caractères ont été déjà longuement étudiés (Szilar, Plotnikow).

II. Les hydrosulfites, phénols, amines, $TiCl^3$ diminuent fortement le photopotentiel des composés xanthaniques (sous azote pur; pH $= 9$). Faisant exception, le KI, s'il affaiblit l'oxydation de l'érythrosine, accroît

(1) *Comptes rendus* de 1923 à 1927.

par contre celle de l'uranine et de l'éosine. La formation de traces d'érythrosine, considérablement plus photosensible, serait à envisager.

Une certaine corrélation demeure donc entre le ralentissement de la réaction photochimique, l'affaiblissement de l'effet Becquerel et l'inhibition de la fluorescence (F. Perrin-Privault).

Mais, par ailleurs, cette action des réducteurs sur le photo-potentiel de substances, cependant en réaction avec l'oxygène, est inattendue et imprévisible, puisque contraire aux lois empiriques des phénomènes photovoltaïques (R. Audubert) d'après lesquelles un photopotentiel positif croît avec l'activité électronique du milieu (réducteur), tandis qu'un photopotentiel négatif augmente en milieu plus oxydant. Ces lois s'appliquent dans l'ensemble aux indicateurs d'oxydo-réduction (lumière visible) [1].

L'action des gaz ajoute encore à cette dissemblance entre les deux familles. Le photopotentiel maximum en atmosphère d'azote diminue et par l'oxygène et par l'hydrogène qui de plus généralement l'inverse

	Oxygène.	Azote.	Hydrogène.
Éosine (mv).................	+9,65	+34,6	−1,36 rédn
Érythrosine (mv)............	+5,45	+23	−1,1 rédn

Les oxydants (BO^3Na, ClO^4K) comme les réducteurs affaiblissent la réaction photochimique d'oxydation, mais, en outre, certains réducteurs (H) l'inversent. Rappelons que, d'après Weigert, la vitesse de décoloration de l'érythrosine en solution diminue quand la pression en oxygène augmente.

La seule inhibition de la fluorescence ne saurait rendre compte ni de la réaction inversée (H) ni de la réactivité différente des deux familles, toutes deux fluorescentes, à l'égard des oxydants et des réducteurs. Une interprétation permettant d'expliquer et de prévoir doit nécessairement faire intervenir les différences structurales des deux groupes.

D'après une des théories ioniques (Baeyer-Rumpf), les colorants de la quinone-imide possèdent un azote central dont la tendance à l'ionisation plus marquée que celle du carbone central des dérivés triphénylméthaniques (ou xanthaniques) justifie leur plus grande aptitude aux seules réactions d'oxydo-réduction. On est alors amené à penser que la présence des atomes (Br.I.O) ou de groupes oxydables, crée dans la molécule (xanthanique) une *compétition entre la forte oxydabilité de l'halogène* (par

(1) C. Stora, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1191.

ailleurs complexe), *et les phénomènes d'oxydo-réduction normaux* (carbone central) faibles, mais non négligeables.

Dans cette hypothèse et si l'on se souvient que les inhibiteurs sont « antioxygènes » et « réducteurs », l'ensemble des résultats précédents s'interprète logiquement.

Delépine, Moureu et Dufraisse ont en effet montré que les oxydants (oxygène) et les réducteurs agissant sur un composé oxydable peuvent faire tendre vers zéro sa vitesse d'oxydation (action dénommée antioxygène). On conçoit aisément que les modalités de l'action antioxygène demeurent les mêmes dans la photooxydation des dérivés xanthaniques oxydables (O.Br.I) et que l'effet photovoltaïque correspondant diminue par les oxydants et par les réducteurs.

La réaction inversée suggère avec force que le réducteur attaque, en outre, dans la molécule, l'atome ou le groupe responsable de l'équilibre d'oxydo-réduction (atome auquel est aussi attribué la couleur) pour former des traces de leuco-dérivé. J. Perrin et Levaillant ont effectivement obtenu la photoréduction de colorants en milieu glycérique réducteur.

Une remarque ici s'impose, la sensibilité photochimique d'un *même colorant* xanthanique peut résulter d'une oxydation ou d'une réduction suivant le rH du milieu.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur l'émission de positons par une source de* ThB + C. Note de M. **Sergio de Benedetti**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai étudié par la méthode de la trochoïde le mécanisme de l'émission des positons engendrés par une source de ThB + C. L'électroaimant employé avait des pièces polaires de 20^{cm} de diamètre et un entrefer de 4^{cm}; entre les pièces polaires le champ magnétique était de l'ordre de 5000 gauss. Les positons suivaient leurs trajectoires trochoïdales dans une boîte en laiton où la pression était inférieure à $1/10^e$ de mm. de Hg; ils arrivaient, après avoir parcouru un arc d'environ 180°, sur un compteur de Geiger et Müller dont la fenêtre (en Al de 10 μ) était placée dans la boîte ellemême. On pouvait placer sur la source des écrans plans de nature et d'épaisseur différentes; ces écrans se trouvaient sur le chemin des positons, à une petite distance de la source, de telle sorte que les rayons β (à l'exception des plus lents qui ne peuvent pas intervenir dans la création des paires)

pouvaient aussi les atteindre. On plaçait la source et les écrans sur un support suffisamment léger pour pouvoir négliger le nombre de positons qui y prenaient naissance. Un bloc de Pb protégeait le compteur du rayonnement γ de la source.

Dans le tableau suivant sont donnés les résultats obtenus. Chaque nombre représente la moyenne de 4 mesures de 2 minutes chacune, dont on a soustrait le nombre de coups dus au rayonnement γ direct de la source et à l'activité parasite. On a posé arbitrairement que le nombre de coups comptés sans écran était 100 et l'on a réduit les autres nombres (corrigés pour la décroissance) dans les mêmes proportions.

Écrans en cellophane.		Écrans en Al.		Écrans en Pb.	
gr/cm².	Nombre de positons.	gr/cm².	Nombre de positons.	gr/cm².	Nombre de positons.
0	100	0	100	0	100
0,02	63 ± 3	0,03	59 ± 3	0,11	102 ± 5
0,06	48 ± 2	0,08	48 ± 2	0,33	125 ± 5
0,13	42 ± 2	0,16	46 ± 2	0,54	124 ± 5
0,25	28 ± 1	0,30	39 ± 2	1,62	118 ± 5
		0,55	31 ± 2		

Les nombres précédés du signe ± sont les erreurs statistiques moyennes.

On observe que le nombre de positons émis dans le Pb se met rapidement en équilibre avec une radiation dure qui, d'après la théorie de la matérialisation, doit être identifiée avec le rayonnement γ de $2,6.10^6$ e.V. Le fait que le nombre de positons observés avec les écrans de Pb ne diminue pas avec l'augmentation de l'épaisseur de ceux-ci, montre que le rayonnement γ seul est suffisant pour expliquer les résultats sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir un rayonnement d'autre nature.

Pour interpréter du point de vue de l'émission les expériences faites avec les écrans d'Al et de cellophane, il faudrait tenir compte du nombre de positons qui proviennent de la source et qui réussissent à les traverser, étant donné que ceux-ci jouent ici un rôle prépondérant. Pour connaître ce nombre tout au moins d'une façon approximative on a placé sur le compteur un écran d'Al de 0,55 g/cm², et l'on a constaté que le nombre de coups était réduit dans le rapport de 100 à 12,4 ± 2. L'émission dans un écran d'Al de 0,55 g/cm² est alors (exprimée dans la façon conventionnellement choisie) (31 ± 2) — (12,4 ± 2) = 18,6 ± 2. L'absorption étant indépendante du numéro atomique de l'absorbant, l'émission dans un écran de Pb de la même masse superficielle est (124 ± 5) — (12,4 ± 2) = 111 ± 5. Le rapport

entre ces deux nombres est $6,0 \pm 1$, en accord avec celui qu'on déduit de la théorie de la matérialisation des rayons $\gamma\ [(Z_{Pb}^2/A_{Pb})/(Z_{Al}^2/A_{Al}) = 5,2]$.

Il faut cependant observer que l'absorption des écrans placés sur la source et sur le compteur n'est pas rigoureusement comparable; mais on peut affirmer que l'émission de positons par un rayonnement autre que les rayons γ n'a pas été décelable après une épaisseur de 0,55 g/cm² et que, si une partie des positons observés avec des écrans plus minces était due à un autre rayonnement, le phénomène doit être beaucoup plus faible que l'émission par les rayons γ eux-mêmes dans les éléments lourds.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur les tuyères thermiques propulsives.* Note de MM. **René Leduc** et **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

La création d'énergie cinétique orientée, dans un écoulement gazeux, exige un gradient négatif de pression : il faut donc disposer d'une surpression d'amont. Si l'on entretient statiquement cette surpression dans une enceinte close, le fonctionnement en circuit fermé exige un mécanisme, en général constitué par un capsulisme, capable d'y réintroduire le fluide. On peut envisager aussi de réaliser cette surpression dynamiquement dans une tuyère. Nous considérerons le cas où les vitesses d'écoulement restent partout inférieures à la vitesse du son; alors les surpressions peuvent être réalisées adiabatiquement dans des divergents, et les accélérations dans des convergents.

Pour créer, par un processus purement thermique et sans modifier finalement l'énergie interne du gaz, de l'énergie cinétique dans un écoulement gazeux, il faut faire en sorte que le point figuratif des états successifs de chaque masse élémentaire décrive, dans le diagramme entropique, un cycle fermé dextrorsum. La surface de ce cycle mesurera l'énergie cinétique produite si aucun travail n'a été reçu par les parois et s'il n'y a eu aucune décoordination.

Supposons, en première approximation, les décoordinations négligeables. Alors un divergent adiabatique donnera un élément de verticale AB décrit de bas en haut, et un convergent adiabatique donnera un élément de verticale CD décrit de haut en bas. Il suffit que CD soit à droite (entropie plus grande) de AB pour que l'on puisse réaliser un cycle fermé dextrorsum en intercalant des évolutions intermédiaires BC (avec apport de chaleur) et DA (avec soustraction de chaleur).

Il est difficile de réaliser des échanges de chaleur importants, entre un courant gazeux très rapide et les parois qui le guident, sans une turbulence très active qui est à prohiber dans le problème envisagé ici. Mais, lorsque le courant gazeux est un courant d'air, on peut y réaliser l'équivalent de l'apport extérieur de chaleur qu'exige BC, en y faisant brûler un combustible. On peut d'autre part laisser le refroidissement DA se produire, à pression constante, par mélange avec l'atmosphère, et reprendre sans cesse de l'air frais dans l'état A pour remplacer celui que l'on évacue dans l'état D : le supplément d'énergie cinétique acquis par l'air dans l'évolution ouverte ABCD est le même que dans l'évolution fermée ABCDA.

L'application la plus immédiate de ce résultat est réalisée dans la *tuyère propulsive* : c'est une tuyère à axe rectiligne, librement ouverte à ses deux extrémités A et D, dont l'axe est orienté parallèlement à la translation (relative par rapport à l'air) du véhicule qu'elle anime. Elle comporte un divergent adiabatique AB, une portion BC où sont disposés les brûleurs [1], et un convergent adiabatique CD. Le débit (relatif) en masse M est déterminé par la surface S de l'entrée A et par la vitesse V de la translation. L'arrivée de combustible règle l'apport de chaleur q par unité de masse d'air. La surface S' de la sortie D est déterminée par la condition de ramener la pression à la valeur atmosphérique; le courant d'air en sort avec une vitesse relative $(V+v)>V$. La réaction motrice F exercée par l'air sur la tuyère est déterminée par l'équation de la quantité de mouvement $F=Mv$; la puissance utilisée pour la propulsion est donc $FV=MvV$.

Dans le bilan économique de ce propulseur, il y a lieu de distinguer : le rendement k de la combustion, qui est la fraction de l'énergie potentielle chimique disponible effectivement transformée en énergie thermique; le rendement thermique θ, égal au rapport de l'énergie mécanique totale produite $(FV+1/2\,Mv^2)$ à l'énergie thermique $Q=Mq$ ainsi créée; enfin le rendement de propulsion p, égal au rapport de la puissance utile FV à cette puissance mécanique totale. On peut appeler rendement thermopropulseur le produit θp.

Pour évaluer le rendement thermique θ, sur le diagramme entropique, il faut tenir compte des décoordinations qui interviennent effectivement pour augmenter l'entropie sans apport de chaleur, et par conséquent pour abaisser le rendement en augmentant la quantité de chaleur à céder à

(1) Pour discuter les projets à donner à cette partie BC, on se reportera à une Note récente sur les tuyères non isentropiques (*Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1471).

l'atmosphère. En estimant les quantités d'énergie ainsi décoordonnées à 10 pour 100 de l'énergie cinétique relative absorbée dans le divergent d'entrée, plus 2 pour 100 de l'énergie cinétique relative créée dans le convergent de sortie, on arrive à des prévisions en bon accord avec les expériences que nous avons réalisées.

Dans ces expériences, la tuyère est montée sur la sortie d'une canalisation d'air comprimé au moyen d'un joint élastique permettant de mesurer la réaction F qui se produit *vers l'amont*. En mesurant d'autre part la température atteinte, on en déduit des valeurs de θp en bon accord avec les calculs *a priori* définis ci-dessus. Le rendement thermo-propulseur θp, qui est optimum pour des élévations de température inférieures à 300°, dépasse celui des locomotives modernes pour V un peu supérieur à 200 m/sec, et atteint celui des meilleurs groupes moteur-hélice pour V un peu supérieur à 300 m/sec. Ce dernier résultat s'accompagne d'une puissance massique infiniment plus grande. On constate que le seul point délicat de cette technique, c'est d'obtenir une combustion complète du combustible (k très peu inférieur à 1) : cela sera beaucoup plus facile sur les tuyères propulsives en vraie grandeur, où l'on disposera d'un parcours beaucoup plus long, donc d'un temps beaucoup plus grand.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'iodomercurate de cæsium.* Note (1) de M. **Fernand Gallais**, présentée par M. Georges Urbain.

Wells (2) a décrit cinq combinaisons cristallisées de l'iodure de mercure avec l'iodure de cæsium, dont Penfield (3) a donné quelques caractères cristallographiques.

I^2Hg, 3ICs orthorhombique; I^2Hg, 2ICs, monoclinique; I^2Hg, ICs, peut être hydraté; $3I^2Hg$, 2ICs, monoclinique, $2I^2Hg$, ICs.

Plus récemment, Natta et Passerini (4), malgré de nombreuses tentatives, n'ont pu obtenir qu'un composé I^2Hg, ICs monoclinique.

L'individualité de ces combinaisons n'est pas suffisamment démontrée par leur analyse (l'écart entre le chiffre théorique et le chiffre expérimental

(1) Séance du 30 décembre 1935.

(2) H. L. Wells, *Am. J. Sci.*, 3e série, 44, 1892, p. 221, et *Z. anorg. Chem.*, 2, 1892, p. 402.

(3) S. L. Penfield, *Z. anorg. Chem.*, 2, 1892, p. 420.

(4) Natta et Passerini, *Gazz. Chim. ital.*, 58, 1928, p. 472.

atteint jusqu'à 7 pour 100 pour la teneur en mercure); elle ne pourrait l'être d'ailleurs que par une étude systématique analogue à celle qui a permis à Mlle Pernot de faire justice des nombreuses formules indiquées pour les iodomercurates de potassium cristallisés ([1]).

Cependant, étant donné leur nombre élevé, j'ai choisi les solutions

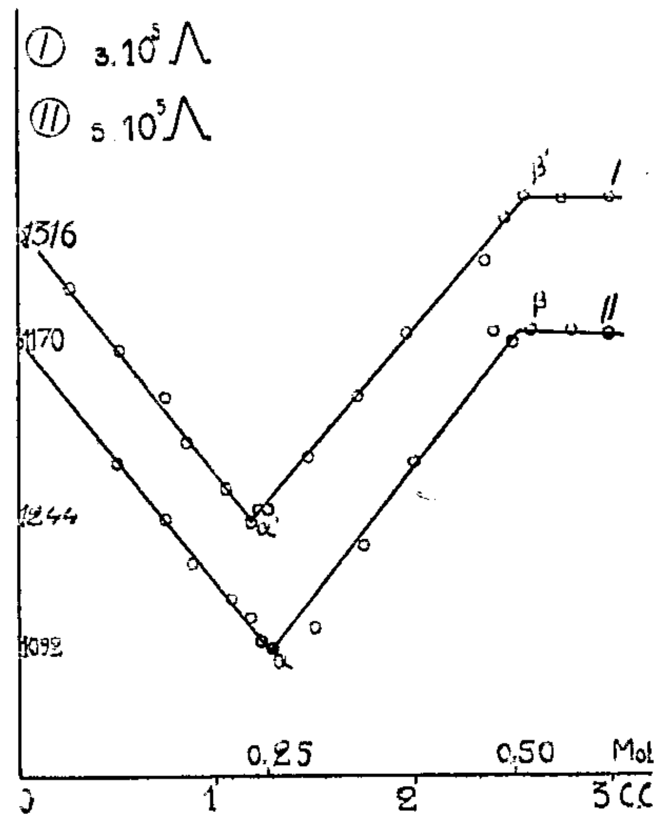


Fig. 1.

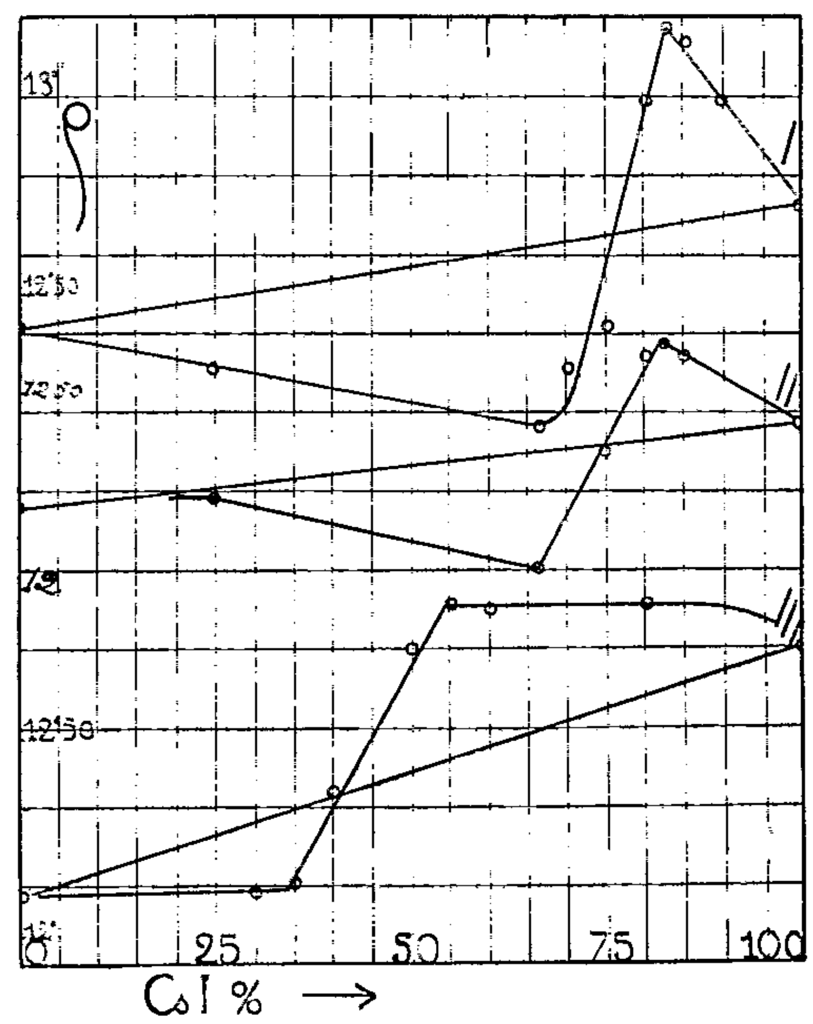


Fig. 2.

d'iodure de mercure dans l'iodure de cæsium pour comparer les résultats obtenus par les deux méthodes très différentes qui m'ont permis d'étudier antérieurement les solutions d'iodomercurate de potassium et les solutions d'acide iodomercurique ([2]).

1° L'emploi des mesures de conductibilité pour l'application de la méthode des variations continues ([3]) ne donnant dans ce cas aucun résultat utilisable, je me suis contenté de suivre par ce procédé la réaction du bichlorure de mercure sur l'iodure de cæsium.

Les courbes de la figure 1 représentent la conductibilité d'une molécule de ICs en solution 0,01 M en fonction des quantités de Cl^2Hg 0,1 M qui lui ont été ajoutées;

([1]) *Thèse*, Paris, 1931.

([2]) F. Gallais, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 875; *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 836.

([3]) P. Job, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 928.

la courbe 1 est relative aux solutions aqueuses, la courbe 2 aux solutions dans l'alcool à 20°. Elles présentent l'une et l'autre un point anguleux qui correspond à l'addition de $0^{mol},25$ de Cl^2Hg dans l'alcool à 20°, et de $0^{mol}23$ (α, α') dans l'eau; il semble donc que la réaction puisse se formuler

$$\text{(1)} \qquad ICs + 0,25\,Cl^2Hg = 0,25\,HgI^4Cs^2 + 0,50\,ClCs$$

et qu'elle soit complète dans l'alcool à 20°, mais limitée dans l'eau par un équilibre. Dans les deux cas une nouvelle addition de $0^{mol},125$ de sublimé détermine la décomposition du complexe et la précipitation totale du mercure qui est marquée sur les courbes par un second point anguleux (β, β')

$$\text{(2)} \qquad 0,25\,HgI^4Cs^2 + 0,25\,Cl^2Hg = 0,50\,I^2Hg + 0,50\,ClCs.$$

2° En suivant la même réaction par des mesures de pouvoir rotatoire magnétique, j'ai pu par contre appliquer exactement la méthode des variations continues.

Les mesures ont été effectuées pour la raie verte du mercure $\lambda = 0^{\mu},5461$ avec une chute de potentiel magnétique de 236.10^2 gauss/cm environ, et leur approximation atteint sensiblement un centième de degré.

La figure 2 représente la rotation observée dans ces conditions pour le mélange des solutions aqueuses de Cl^2Hg et de ICs en proportion variant de 0 à 100 pour 100. (Je n'ai pas reproduit les courbes qui exprimeraient les écarts à la loi d'additivité, parce qu'elles donnent exactement les mêmes renseignements que les courbes expérimentales.)

La courbe I est relative à des solutions équimoléculaires M/5; la courbe II à des solutions équimoléculaires M/10.

Elles indiquent l'une et l'autre une composition maximum très voisine de Cl^2Hg 17,5 pour 100 + ICs 82,5 pour 100. Dans le domaine restreint de concentration exploré (dont les limites sont imposées par les conditions expérimentales), ces résultats conduisent également à donner au complexe prédominant en solution la formule d'un mercuritétraiodure HgI^4Cs^2 analogue à ceux que j'ai décelés pour d'autres cations.

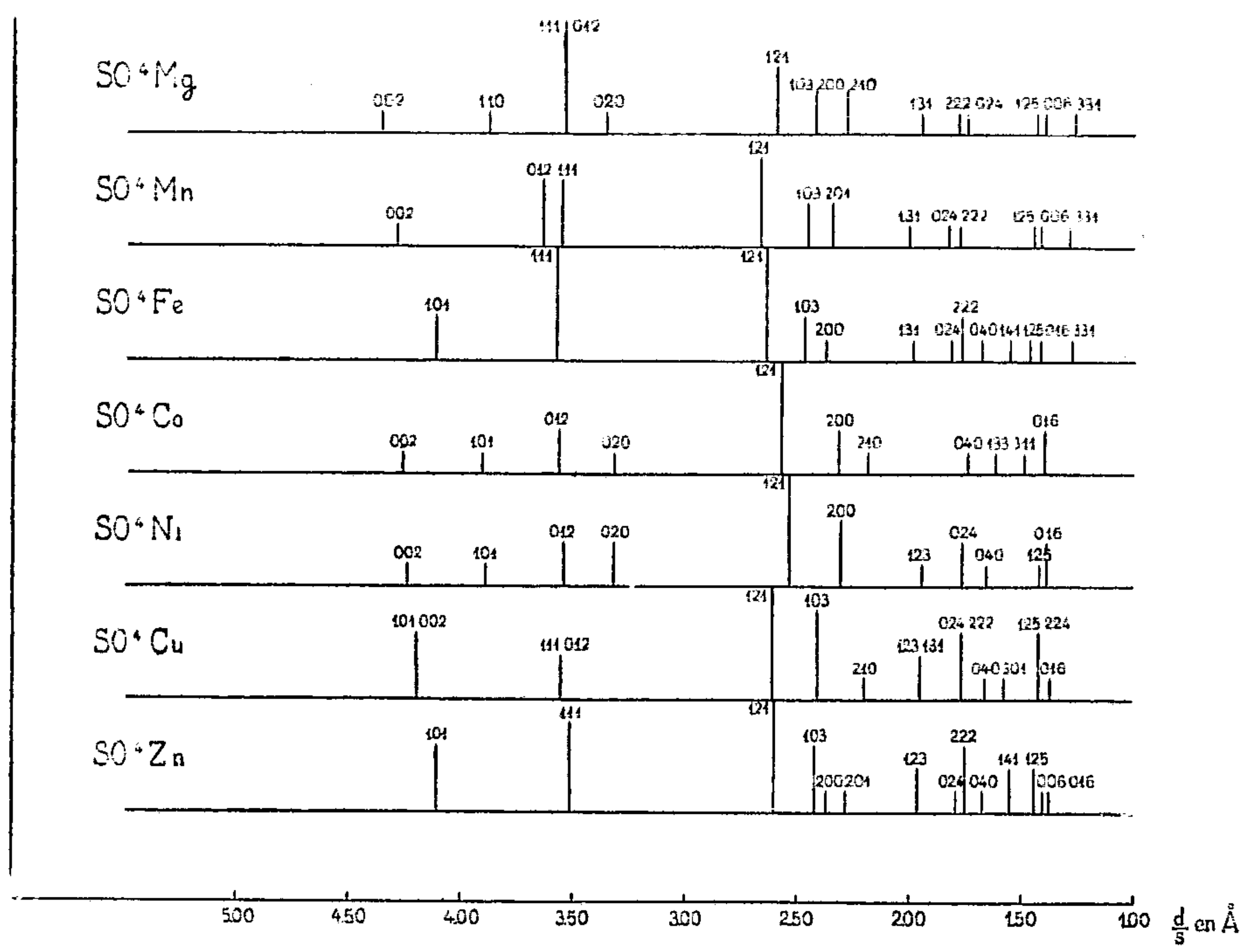
La courbe III, relative au mélange Cl^2Hg M/20 + ICs M/5, indique une composition maximum voisine de celle qui correspondrait à une réaction complète ($x = 0,54$ ICs pour, théoriquement, $x = 0,50$. Ce complexe aurait donc une assez grande stabilité.

Ainsi l'équilibre qu'exprime la réaction (I) resterait prédominant entre les concentrations M/100 et M/5. Quoique sa constante ne puisse se déduire d'une mesure unique, la courbe III permet d'en évaluer tout au moins l'ordre de grandeur; on trouve ainsi

$$\frac{(C_{Cl^2Hg}) \times (C_{ICs})^4}{(C_{HgI^4Cs^2}) \times (C_{ClCs})^2} = 2,4.10^{-5}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les sulfates anhydres de la série magnésienne.* Note (1) de M. **Fritz Hammel**, présentée par M. Georges Urbain.

La série magnésienne qui groupe un certain nombre de métaux bivalents (Mg, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn) repose sur les analogies de formes cristallines et des formations de cristaux mixtes spécialement entre les sulfates doubles hexahydratés et entre les sulfates simples heptahydratés (stables et instables).



Nous avons recherché s'il n'existait pas d'analogies entre les sulfates anhydres.

Ces corps ont été préparés en chauffant leurs hydrates, soit dans un courant d'air [Mg, Mn (2), Cu, Zn], soit dans le vide en absorbant la vapeur d'eau par de l'anhydride phosphorique (Fe, Co, Ni). On s'est toujours efforcé de ne pas élever inutilement la température (300° pour Mg, Mn,

(1) Séance du 30 décembre 1935.

(2) F. Hammel, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 283.

Cu, Zn; 250° pour Co et Ni; huit semaines à 115° pour Fe). Les produits pulvérulents obtenus n'apparaissent pas cristallisés à l'examen microscopique, mais l'application de la méthode des poudres de Debye et Scherrer a montré qu'ils l'étaient tous. Les spectres sont relativement pauvres en raies (11 à 15 pour $K\alpha$ du fer, 6 milliampères, 30 kilovolts et 3 heures de pose) et ils se ressemblent tous; en particulier on observe toujours des raies fortes qui sont certainement homologues.

L'hypothèse la plus simple consiste à admettre que tous les sulfates anhydres ont des mailles élémentaires peu différentes.

R. Hocart et Mlle Serres [1] ont étudié en 1931 (examen optique et cristal tournant) des cristaux macroscopiques de sulfate de cobalt obtenus par la méthode de Klobb (cristallisation dans le sulfate d'ammonium); ils sont orthorhombiques avec des paramètres absolus $a = 4{,}6$, $b = 6{,}7$, $c = 8{,}4$ Å [2].

Ceci permet de noter notre spectre du sulfate de cobalt, c'est-à-dire d'inscrire à côté de chaque raie les indices cristallographiques des plans réflecteurs qui l'ont engendrée. Passant au spectre d'un autre sulfate, on note trois raies par analogie, puis on calcule les paramètres en supposant que la symétrie reste orthorhombique; enfin on vérifie que les positions des autres raies figurent parmi celles que l'on calcule pour des indices simples.

Les positions de toutes les raies de tous les spectres ayant pu être calculées avec une excellente approximation, nous croyons pouvoir en conclure que les sulfates anhydres de Mg, Mn, Fe, Co, Ni, Cu et Zn sont tous orthorhombiques, ou presque, et que leurs paramètres absolus, en Å, sont :

	Mg.	Mn.	Fe.	CO.	Ni.	Cu.	Zn.
Numéro atomique...	12	25	26	27	28	29	30
a	$4{,}8_2$	$4{,}8_6$	$4{,}8_2$	$4{,}6_5$	$4{,}6_3$	$4{,}8_8$	$4{,}7_1$
b	$6{,}7_2$	$6{,}8_1$	$6{,}8_4$	$6{,}6_6$	$6{,}5_1$	$6{,}6_3$	$6{,}7_3$
c	$8{,}3_5$	$8{,}5_8$	$8{,}6_7$	$8{,}4_6$	$8{,}4_9$	$8{,}3_2$	$8{,}5_1$

Les paramètres que nous indiquons pour le sulfate de zinc anhydre s'accordent sensiblement avec ceux que donne K. Schiff dans une publication

---

(1) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1180.

(2) En réalité R. Hocart et Mlle Serres ont vu deux formes suivant la température et les conditions de préparation, mais elles ont les mêmes dimensions de maille cristalline (ou à un petit multiple entier près).

toute récente [1] (4,77, 6,72, 8,64 Å) à la suite d'une étude de cristaux obtenus à partir d'une solution sulfurique concentrée.

En portant *a*, *b* et *c* en fonction des numéros atomiques des métaux on met en évidence les deux groupes Mn, Fe, Co, Ni et Cu, Zn. D'autre part, le magnésium se rapproche du zinc.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur quelques propriétés du graphite provenant de la transformation du diamant.* Note de M. **Paul Corriez**, présentée par M. Georges Urbain.

Afin de comparer les propriétés du graphite obtenu par chauffe du charbon de sucre, aux mêmes propriétés relatives au graphite provenant de la transformation du diamant, nous avons opéré cette transformation en utilisant le four à induction Ribaud. Les échantillons étaient constitués par six petits fragments cristallins de diamant naturel du Brésil et par de la poudre de diamant de la même provenance (poids total $= 0^g,6162$). Ces échantillons ont été introduits dans un petit creuset tourné dans une canne de graphite. La chauffe a été effectuée à 1900°, température légèrement supérieure à 1850°, donnée par MM. G. Friedel et G. Ribaud [2], comme étant le point au-dessus duquel la transformation diamant → graphite est très rapide à la pression atmosphérique. La température de 1900° a été atteinte en 27 minutes et a été maintenue pendant 10 minutes à cette valeur.

Après refroidissement, nous avons examiné la poudre noire obtenue dont le volume avait considérablement augmenté. Les quelques petits cristaux initiaux avaient gonflé et quelques-uns ont semblé avoir éclaté; pour l'un d'entre eux, l'une des formes cristallines initiales (faces de l'octaèdre) paraissait avoir été conservée superficiellement; mais cette masse s'effrita dès le premier essai de pulvérisation. Pendant la chauffe, les pertes de poids du carbone étudié et du creuset de graphite ont été très faibles :

	g
Poids du diamant	0,6162
Poids de carbone après chauffe	0,6135
Perte de poids	0,0024
Perte de poids du creuset de graphite	0,0012

(1) *Zeit. Krist.*, **87**, 1934, p. 379.
(2) *Bul. Soc. franç. Minéralogie*, **47**, 1924, p. 94.

En opérant exactement dans les mêmes conditions que pour l'étude des charbons de sucre chauffés [1], nous avons pu, sur cette petite quantité de carbone, étudier un diagramme de rayons X et déterminer la résistivité électrique et la susceptibilité magnétique.

1° *Diagramme de rayons* X. — Les diagrammes obtenus à partir du graphite de diamant d'une part, à partir des charbons de sucre chauffés à 1800° ou à 2000° d'autre part, présentent des aspects très différents : alors que, pour les deux derniers, on ne peut distinguer que quatre interférences très estompées et correspondant approximativement aux raies (002), (100), (004) et (110) du graphite, le diagramme du graphite provenant de la transformation du diamant présente neuf raies relativement fines :

(002) très intense; (100) faible; $(1\bar{1}1)$ forte; (004) forte; (110) nette; (122) nette; (006) faible; (200) très faible; $(2\bar{2}2)$ faible.

Remarque. — Les raies (100) et $(1\bar{1}1)$ sont très rapprochées et, comme elles présentent un certain élargissement, elles empiètent l'une sur l'autre. Cependant, il est très facile de constater que la raie (100) présente une intensité beaucoup plus faible que la raie $(1\bar{1}1)$. Le même effet se reproduit, plus nettement, pour les réflexion (200) et $(2\bar{2}2)$ qui sont cette fois séparées.

Les angles de diffraction et les espacements d relatifs aux interférences (002) (13°7', 3.40 Å); (100), (21°4', 2.14 Å); ((110) (38°26', 1.24 Å) correspondent aux chiffres donnés pour le graphite naturel, mais ils diffèrent légèrement des valeurs obtenues pour le charbon de sucre chauffé à 2000°. Les raies précédentes présentent une certaine largeur que l'on peut mesurer sur les courbes de noircissement. Cette mesure ne peut être faite avec précision acceptable que dans le cas de (002) et de (110), car pour la raie (100), celle-ci, faible, est trop rapprochée de la raie $(1\bar{1}1)$, plus intense pour permettre une mesure. Ces largeurs conduisent, par application de la formule de Laue, aux estimations suivantes, pour la hauteur H du cristallite et son extension D dans la direction des plans d'hexagone : $H \sim 70$ Å, $D \sim 90$ Å. Le cristallite est donc beaucoup plus développé que dans le cas du charbon de sucre chauffé à 2000°.

2° *Résistivité électrique.* — La résistivité électrique a été mesurée en utilisant la méthode décrite précédemment (poudre passant au tamis n° 350, $s = 0^{cm^2},5$, $P = 5^{kg}$).

---

[1] P. Corriez, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1189.

Charbon de sucre 1800°	0,220 0,210
» 2000°	0,197 0,200
Graphite de diamant 1900°	0,170 0,163 0,175
Graphite de Madagascar (< 350)	0,125 0,127

La résistivité relative du graphite provenant de la transformation du diamant à 1900° est donc inférieure à celle du charbon de sucre ayant subi une chauffe à 2000°. Elle est notablement supérieure cependant à celle d'un graphite naturel, déterminée dans les mêmes conditions.

3° *Susceptibilité magnétique.* — L'état de division du graphite provenant de la transformation du diamant, a une certaine influence sur la détermination de sa susceptibilité magnétique. Dans les conditions où nous avons opéré, nous avons obtenu les résultats suivants :

Grossièrement divisé au mortier d'agate	$\chi = -5,76.10^{-6}$
Pulvérisé et passant au tamis n° 350	$-2,81$
Porphyrisé	$-2,56$

Si l'on opère la mesure pour un même état de division des poudres examinées, le graphite provenant de la transformation du diamant à 1900° possède donc une susceptibilité magnétique voisine de celle du charbon de sucre chauffé à 2000°.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Mécanisme et cinétique de la solidification thixotrope.* Note de M. **Wilfried Heller**, présentée par M. Aimé Cotton.

Il y a deux hypothèses possibles [1] pour expliquer la solidification isotherme et réversible de certains sols (thixotropie) : toutes les particules se fixent mutuellement, ce qui produirait un gel homogène, ou bien une partie d'entre elles forme au milieu du sol, toujours sous l'influence des forces interparticulaires, une sorte de réseau irrégulier de particules immo-

[1] W. Heller, *Koll. Zeitschr.*, 50, 1930, p. 125; voir aussi H. Freundlich, *Thixotropy*, Paris, 1935.

bilisées qui donnerait à l'ensemble l'aspect et l'élasticité des gels entièrement solides. Il y a des faits qui peuvent parler pour la première hypothèse, et il y en a d'autres qui favorisent plutôt la deuxième.

Dans une étude, qui sera publiée complètement ailleurs, nous nous sommes occupé de ce problème.

Nous nous sommes servi d'un sol d'oxyde de fer d'une stabilité réduite (par dialyse) jusqu'à une valeur de coagulation de 110 μ/mol NaCl (2 heures). Il donnait alors, additionné de 30 à 60 μ/mol NaCl par litre, des gels thixotropes parfaitement transparents ([1]) et qui ne montraient pas encore une altération thixolabile ([1]) du temps de solidification $\mathfrak{S}$ avec le temps. La concentration en fer des gels était de 0,76 pour 100.

Pour différentes raisons, il nous semblait vraisemblable que le réseau, s'il existe, ne serait qu'un produit secondaire provenant de la fusion de gels élémentaires et qui se formeraient tout d'abord autour de germes (*centres de gélification*). La vitesse de diffusion de ces éléments hypothétiques diminuerait nécessairement à mesure qu'ils grossissent. Il faudrait donc, s'ils existent, pouvoir les séparer du sol par la force centrifuge et suivre encore de cette façon leur évolution. On y parvient en effet. Le Tableau I montre ce qu'on observe pendant une centrifugation progressive d'un gel liquéfié par agitation.

TABLEAU I. — *Phase solidifiée, pour* 100 *du volume total, après l'action d'une force centrifuge de* $7,2.10^5$ dynes/g ($740 \times g$) *pendant les temps indiqués* (en minutes).

NaCl.	10.	20.	30.	40.	50.	60.	75.	100.	145.	190.
μ/mol 54......	3,1	9,5	59,8	49,2	48,4	46,1	–	–	40,4	–
46......	–	–	–	26,2	72,4	–	54,8	–	50,2	–
38......	–	–	0	–	–	0	–	2,1	3,2	15,2

Le *temps mort* au début, pendant que rien ne se passe et qui augmente considérablement avec la stabilité des systèmes, peut être interprété comme le temps nécessaire pour la formation des germes des gels élémentaires et pour le premier stade de leur grossissement. Le deuxième stade est caractérisé par leur sédimentation forcée. Massés dans la partie inférieure du tube, ils se confondent et donnent lieu à l'apparition macroscopique d'une nouvelle phase dans le sol. Celle-ci est solide et thixotrope. Elle est séparée de la phase supérieure liquide par une interface très

([1]) Nous expliquerons ailleurs les raisons pour lesquelles on peut comprendre les tactoïdes comme espèce particulière de ces géloïdes.

nette et élastique et elle apparaît de loin avant la solidification du système abandonné à lui-même (« *Baropexie* »). Le troisième stade est marqué par la compression forcée de la phase solide. Il en sort du sol liquide et le gel ayant le caractère de réseau finit par devenir intérieurement homogène. Cela est accompagné d'un affaiblissement du pouvoir de diffraction du gel et de l'apparition d'une très grande élasticité, manifestée, lorsqu'on cesse la centrifugation, par une dilatation remarquable du gel. Nous avons mis en évidence le réseau en question, ses différentes espèces et leur variation spontanée et artificielle. Cela s'est fait par une étude microphotométrique de la transparence des gels.

Les résultats, de même que d'autres non indiqués ici, ont conduit aux conclusions suivantes sur la cinétique de la solidification thixotrope : la vitesse de gélification dépend de trois facteurs : 1° de la vitesse avec laquelle se forment les germes; 2° de la vitesse du grossissement des gels élémentaires que nous voudrions appeler des *géloïdes* (*loc. cit.*); 3° de la vitesse avec laquelle s'associent entre eux ces géloïdes. Les deux premiers facteurs augmentent, *ceteris paribus*, avec le nombre de particules présentes et avec l'inverse de leur charge électrique. Le troisième semble dépendre surtout de la tension interfaciale des géloïdes vis-à-vis de la phase non solidifiée. Quoique cette tension soit généralement très petite, il y a des raisons d'admettre que, si elle change, il en résultera, pour un nombre égal de géloïdes, une accélération ou un ralentissement sensibles de leur fusion, ce qui change la valeur de $\mathfrak{J}$. Il est donc évident que l'alternative « réseau ou non » n'existe pas à proprement parler. Suivant les valeurs des rapports entre les trois vitesses indiquées et encore suivant la façon plus ou moins complète dont se fait la fusion des géloïdes, il y aura formation d'un réseau, comme dans notre cas ou celle d'un gel homogène. La formation d'un gel homogène est, en tout cas, la plus probable, si le nombre des géloïdes est extrêmement grand ou extrêmement petit.

Le Tableau II (54 μ/mol NaCl) montre qu'on peut considérer les gels thixotropes, à partir d'une stabilité suffisante des systèmes, comme des systèmes intermédiaires entre les sols permanents et les gels permanents.

TABLEAU II.

Fe/lit (g).	4,92	7,55	9,31	10,65	12,20	13,35	19,75	20,05	25,25	40,20
$\mathfrak{J}_{20°}$ (min).	>4000	160	60-65	30	19-21	15	5	3	1,75	0

Remarquons encore que la compression des gels thixotropes par centrifugation permet, à partir de leur stade presque homogène, de déterminer

grossièrement les forces qui agissent entre les particules et qui entraînent leux fixation mutuelle à une distance d'équilibre. Pour cela, il faut considérer les élasticités finales des systèmes au lieu de $\mathfrak{S}$.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les ortho- et métatellurates. Sels de benzidine.* Note de M. Marcel Patry.

A partir des solutions aqueuses des deux acides telluriques (1), j'ai cherché à préparer des sels distincts, orthotellurates et métatellurates. La saturation par les alcalis ne m'a donné jusqu'à maintenant que des résultats peu satisfaisants. Les sels *isolés* par ce procédé se sont montrés identiques, quel que soit l'acide utilisé. Des considérations qui seront exposées en détail ailleurs m'ont conduit à attribuer ce résultat à l'accroissement considérable du pH de la solution par addition de la base. J'ai donc cherché à me placer dans des conditions plus favorables en faisant appel à des bases très faibles empruntées à la chimie organique. Pour des raisons d'analogie et dans l'espoir de trouver un nouveau procédé de dosage du Te, je me suis adressé tout d'abord à la benzidine. La bibliographie n'était pas encourageante. Kretow (2) qui a préparé un grand nombre de sels de benzidine a échoué dans ses essais avec l'acide orthotellurique. Son insuccès doit être attribué à l'emploi de la benzidine sous forme de chlorhydrate. En utilisant l'acétate j'ai obtenu des résultats positifs. Cependant la faible solubilité de l'acétate dans l'eau froide et la nécessité d'opérer, à aussi basse température que possible pour éviter l'évolution rapide de l'acide polymétatellurique en acide orthotellurique, m'ont conduit à utiliser la benzidine en solution alcoolique.

Orthotellurates de benzidine. — Une solution alcoolique de benzidine est versée dans une solution aqueuse d'acide orthotellurique. Le précipité est lavé soigneusement à l'eau, à l'alcool, puis à l'éther.

Le tellurate est soumis aux épreuves analytiques suivantes :

1° dosage volumétrique par une solution titrée de potasse, la benzidine peu soluble dans l'eau froide étant, pour contrôle, recueillie, puis pesée ;

2° précipitation et dosage du tellure à l'état métallique.

Les résultats dépendent de la composition de la liqueur hydroalcoolique et des proportions de réactifs. Quand la teneur en alcool ne dépasse pas 30 pour 100 on obtient, en présence d'un excès de benzidine, l'orthotellurate neutre $Te(OH)^6$, $NH^2-C^6H^4-C^6H^4-NH^2$.

Analyse. — Substance : $0^g,659$; Te : $0^g,202$; Te pour 100 : trouvé 30,65; calculé 30,52.

---

(1) M. Patry, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 71.

(2) A. G. Kretow, *Chimitscheski Shurnal. Sser. B. Shurnal. prikladnoi Chimii*, 5, 1932, p. 634.

Quand la teneur en alcool est supérieure à 30 pour 100, on obtient généralement un mélange d'orthotellurates neutre et acide. Je n'ai pu cependant isoler ce dernier sel. Son existence est confirmée par les diagrammes X montrant à côté de celles du tellurate neutre, un grand nombre de raies nouvelles, n'appartenant pas à l'acide orthotellurique.

Propriétés de l'orthotellurate neutre de benzidine. — Petites paillettes ambrées, donnant aux rayons X un spectre caractéristique. J'ai mesuré, à 18°, sa solubilité dans l'eau, l'alcool et l'éther.

Solubilité au litre : eau : 1g,1; alcool : 1g,46; éther : 0g,146.

Il est soluble dans les acides minéraux usuels et dans l'acide acétique concentré. Les bases minérales en libèrent la benzidine.

A la température ordinaire ce composé est stable. Il se décompose, sans fondre, vers 80° en perdant exactement 4mol d'eau. Le résidu noir obtenu a donc la composition d'une benzidine tellurone $TeO^2C^{12}H^{10}N^2$. Chauffé à 400°, il s'enflamme spontanément.

MÉTATELLURATES DE BENZIDINE. — Ces sels étant, contrairement aux orthotellurates, très sensibles à l'action de la lumière, de la chaleur et du vide sec, leur préparation nécessite des précautions particulières. Une solution alcoolique de benzidine est versée à froid dans une solution aqueuse ou alcoolique d'acide polymétatellurique. Après lavage à l'eau, à l'alcool, puis à l'éther le précipité est séché, à l'air libre, dans l'obscurité. Il est ensuite soumis aux épreuves analytiques indiquées pour les orthotellurates.

Quand la teneur en alcool du milieu de formation est inférieure à 30 pour 100 on obtient, en présence d'un excès de base, le métatellurate neutre $TeO^4H^2, NH^2-C^6H^4-C^6H^4-NH^2$.

Analyse. — Substance : 0g,6025; Te : 0g,2045; Te pour 100 : trouvé, 33,94 calculé, 33,77.

Pour les teneurs en alcool supérieures à 30 pour 100, le précipite contient du tellurate acide. En opérant dans l'alcool absolu, où l'acide polymétatellurique est soluble, et en présence d'un excès d'acide, j'ai pu isoler le métatellurate acide sensiblement pur.

Analyse. — Substance : 0g,609; Te : 0g,270; Te pour 100 : trouvé, 44,3; calculé, 44,6.

Propriétés des métatellurates de benzidine. — Poudres de couleur gris clair, amorphes (pas de diagramme X). Leur solubilité dans l'eau, l'alcool, l'éther a été mesurée à 18.

Solubilité au litre. — Sel neutre : eau, 0g,8; alcool, 0g,48; éther, 0g,05. Sel acide : eau, 1g,4; alcool, 0g,6; éther, 0g,01.

Ils se comportent comme l'orthotellurate vis-à-vis des acides et des bases. Leur poids moléculaire n'a pu être déterminé faute de solvants convenables.

Les métatellurates doivent être conservés dans l'obscurité et à l'air humide. En présence ou non d'eau, la lumière provoque en effet l'apparition d'une coloration bleu vert caractéristique des produits d'oxydation de la benzidine. Cette réaction colorée permet donc de distinguer, dès la précipitation, les deux acides telluriques. A l'abri ou non de la lumière, le vide sec produit rapidement la même transformation.

L'action de la chaleur est fort complexe. Au-dessous de 100° on obtient rapidement le produit bleu vert. Au-dessus de 60° la transformation se poursuit jusqu'à coloration noire.

Toutes ces transformations opérées au-dessous de 100° *se réduisent à des pertes d'eau*. Il s'agit donc de réactions d'auto-oxydo-réduction. Je n'ai pu isoler de composés définis.

Enfin portés vers 350°, les métatellurates déflagrent assez violemment.

Conclusions. — *Deux sels distincts de la benzidine, l'un orthotellurate, l'autre métatellurate ont été obtenus. Ces réactions tirent leur importance du fait que jusqu'ici aucune distinction entre tellurates n'avait été établie.* Les métatellurates sont le siège de réactions d'auto-oxydo-réduction qui permettent de distinguer les deux acides telluriques. Les solubilités des sels dans l'eau et l'alcool sont trop grandes pour qu'ils puissent être utilisés pour doser le tellure.

CHIMIE MINÉRALE. — *Discrimination des constituants des vapeurs nitreuses par formation de composés azoïques.* Note de MM. **A. Sanfourche** et **Jean Bureau**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Il est connu que le mélange équimoléculaire $NO + NO^2$ se comporte dans ses réactions comme l'anhydride azoteux, bien que celui-ci n'y existe réellement qu'en faible proportion, la majeure partie étant dissociée en ses constituants. La portion non dissociée, quoique peu importante, entre en réaction beaucoup plus vite que le peroxyde d'azote et, sitôt absorbée, elle se régénère en vertu de la loi d'action de masse; le mécanisme se reproduit jusqu'à absorption totale du mélange gazeux, si bien que la marche générale des réactions est

$$NO + NO^2 \rightarrow N^2O^3 \rightarrow \text{nitrite} \qquad (1)$$

et non

$$(2) \qquad NO + NO^2 \rightarrow NO + \frac{1}{2}\,\text{nitrate} + \frac{1}{2}\,\text{nitrite}.$$

L'action de ces mélanges gazeux sur l'eau, les alcalis, l'acide sulfurique, qui a été étudiée en détail par l'un de nous [1], a reçu un certain nombre d'applications, soit analytiques, soit dans la fabrication des nitrites.

Nous avons rencontré un genre de réaction à laquelle le peroxyde d'azote participe assez vite pour que le processus (2) se manifeste de préférence à (1) : il s'agit de la formation des composés azoïques. On sait qu'on peut réaliser cette formation à partir du peroxyde d'azote, qui agit sur un sel d'amine cyclique primaire suivant le schéma

$$(3) \qquad R.NH^2 + N^2O^4 \rightarrow RN = NOH + NO^3H.$$

Nous l'avons vérifié quantitativement en réalisant une diazotation par action à 0° de peroxyde d'azote liquide à 99 pour 100 de pureté sur une solution de chlorhydrate d'aniline; le rapport de l'azote azoïque à l'azote nitrique a été trouvé égal à 1,026, très voisin de la valeur 1 que comporte l'équation (3).

Si l'on fait traverser la solution d'amine par un mélange de gaz nitreux de composition connue, correspondant à N^2O^3 ou très voisine, on pourrait s'attendre à une absorption intégrale, et à retrouver la totalité de l'azote dans la solution sous forme de composé diazoïque, suivant le processus (1) qui deviendrait ici

$$(4) \qquad 2(NO + NO^2) \rightarrow 2N^2O^3 + 4RNH^2 \rightarrow 4RN = NOH + 2H^2O.$$

On constate au contraire que seule la petite proportion d'anhydride azoteux subsistant non dissociée se comporte ainsi, tandis que la réaction a lieu surtout suivant

$$(5) \qquad 2(NO + NO^2) + RNH^2 \rightarrow RN = NOH + NO^3H + 2NO.$$

Ayant pris comme terme de comparaison l'absorption par le procédé classique à l'acide sulfurique, les expériences ont été conduites de façon à distribuer un même mélange gazeux parallèlement, d'un côté dans la solution de chlorhydrate d'amine, de l'autre côté dans l'acide sulfurique de $D = 1,833$.

[1] SANFOURCHE, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1573; *Ann. Chim.*, 10e série, **1**, 1924, p. 5 à 93, *passim*.

Les systèmes absorbeurs consistaient dans les deux cas en un flacon laveur à plaque poreuse de verre fritté qui, par la grande division qu'elle impose aux bulles gazeuses, donne une absorption presque parfaite; il contient, soit la solution d'amine, soit l'acide. A la suite, un petit cloez servant de témoin contient dans les deux cas de l'acide sulfurique; en queue se trouvent deux ballons dans lesquels un vide partiel provoque l'aspiration.

Les deux systèmes étant montés en parallèle, on règle le barbotage de façon à obtenir la même vitesse de passage, vérifiée par des manomètres reliés aux ballons aspirateurs.

Les analyses sont conduites de la façon suivante : dans les solutions sulfuriques on dose l'azote nitreux et l'azote total; le composé azoïque est dosé dans une partie aliquote de sa solution par dégagement et mesure de son azote élémentaire, en la portant à l'ébullition après forte acidification; sur une autre partie, on dose l'azote nitrique après décomposition du diazo et élimination de l'excès d'amine. Enfin, dans les ballons aspirateurs ayant reçu le reliquat gazeux de l'absorption, on introduit de l'eau oxygénée neutre, et après une heure de contact, on titre l'acide nitrique résultant de l'oxydation des gaz nitreux.

	Degré d'oxydation (N de NO^2/N total).				
	0,548.	0,518.	0,512.	0,384.	0,291.
			Absorption sulfurique.		
N nitreux..	0,3190 g	0,5262 g	0,4960 g	0,2792 g	0,3398 g
N nitrique..	0	0	0	0,0702	0,2038
N du ballon.	0,0365 (NO)	0,0197 (NO)	0,0108 (NO)	0,0021 (NO^2)	0,0180 (NO^2)
			Absorption par l'amine.		
N nitreux..	0,2136	0,2846	0,2574	0,2142	0,3622
N nitrique..	0,0769	0,1388	0,1562	0,1644	0,3610
N du ballon.	0,1130 (NO)	0,1310 (NO)	0,1490 (NO)	0,0539 (NO)	0,0321 (NO)

On doit noter tout d'abord que l'atmosphère du ballon du système à acide sulfurique est incolore et le demeure si l'absorption a été intégrale ou presque, ou colorée d'emblée si du peroxyde d'azote y a échappé; tandis que l'atmosphère du ballon suivant le barboteur à chlorhydrate d'amine, d'abord incolore, rougit progressivement; cela est dû à l'oxydation de NO sous l'action de l'air restant du ballon, qui sert ainsi de réactif. Naturellement, cette distinction ne s'applique qu'aux vapeurs nitreuses dont l'oxy-

dation est plus avancée que celle correspondant à N^2O^3 ; si l'oxydation est moins avancée, du NO parvient dans tous les cas jusqu'au ballon.

Le tableau ci-contre présente les résultats d'un certain nombre d'expériences faites en variant la concentration des vapeurs nitreuses et leur degré d'oxydation.

Le degré d'oxydation indiqué est la moyenne des deux valeurs fournies par chaque mode d'absorption, qui ne diffèrent jamais de plus de 0,02.

En résumé, la formation de composés azoïques par action des vapeurs nitreuses donne de la constitution de celles-ci une idée plus rapprochée de la vérité que l'absorption sulfurique. Elle est le seul cas que nous connaissions jusqu'ici d'une vitesse de réaction du peroxyde d'azote plus grande que celle de l'anhydride azoteux.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation et propriétés des fulminates de rubidium et de cæsium.* — Note[1] de MM. **Louis Hackspill** et **Willy Schumacher**, présentée par M. Marcel Delépine.

Une étude d'ensemble sur les explosifs d'amorçage, entreprise par M. Muraour, l'a amené à nous demander de préparer des fulminates alcalins. Les sels de potassium et de sodium avaient déjà fait l'objet de plusieurs études [2], quant à ceux de rubidium et de cæsium, s'ils n'avaient jamais été préparés, l'analogie entre les composés des quatre métaux permettait d'envisager la généralisation d'un procédé mis au point par Lothar Wöhler, à la condition de s'entourer de plus de précautions que n'en signale l'auteur pour l'obtention du fulminate de sodium.

Le principe de la méthode est le suivant :

Un almagame de métal alcalin est agité à l'abri de l'humidité avec de l'alcool méthylique anhydre tenant en suspension du fulminate de mercure

$$(CNO)^2Hg + M^2Hg^n \rightarrow 2CNOM + (n+1)Hg;$$

le fulminate alcalin est soluble dans l'alcool méthylique, on le précipite par addition d'éther.

---

(1) Séance du 30 décembre 1935.

(2) Ehrenberg, *J. Prakt. Chem.*, 2e série, 32, 1893, p. 231; Scholl, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 2, 1894, p. 2816; Lothar Wöhler, *ibid.*, 2e série, 38, 1905, p. 1355; L. Wöhler et Al. Weber, *ibid.*, 62, 1929, p. 2742.

Pour obtenir les amalgames de rubidium et de cæsium à l'état de pureté, le plus simple est d'opérer dans le vide.

Voici un exemple numérique : 1g de cæsium préparé à l'aide du procédé indiqué par l'un de nous [1] est redistillé dans le vide et condensé sur 10g de mercure. Une importante élévation de température se produit, elle peut atteindre 70° environ. L'amalgame ainsi obtenu agité pendant une demi-heure à —15° avec 1g de fulminate de mercure en suspension dans 30$^{cm^3}$ d'alcool méthylique, donne une solution de fulminate de cæsium qui précipite par addition de 150$^{cm^3}$ d'éther anhydre également refroidi. On filtre, lave à l'éther et sèche dans le vide. Dans ces conditions, même en utilisant un excès de métal alcalin, il y a entraînement de mercure sous la forme de fulminate double. Il faut une nouvelle dissolution dans l'alcool suivie de précipitation par un excès d'éther pour obtenir le sel pur en petits cristaux très bien formés mais déliquescents au point de disparaître pendant qu'on les regarde au microscope, et dont la pureté peut atteindre 96 pour 100.

M. Michel Lévy a bien voulu procéder à l'examen optique du sel de rubidium, qui a donné des cristaux isolés et assez gros; leur signe optique est négatif, ils sont uniaxes et appartiennent très probablement au système hexagonal.

Tous les fulminates alcalins détonent lorsqu'on les chauffe aux environs de 200°, ou lorsqu'étant secs, ils subissent un frottement même léger. Pour opérer sans danger il convient de les humecter d'alcool ou d'éther et de les sécher seulement dans l'appareil où l'on veut les utiliser.

L'eau, même l'humidité de l'air, donne des hydrates déliquescents rapidement décomposés par hydrolyse.

La décomposition thermique du produit sec dans le vide vers 200° peut se représenter assez exactement par l'équation suivante :

$$3\,CNOM \rightarrow 2\,CO + 1/2\,(CN)^2 + M^2O + M + N^2.$$

Il est intéressant de constater que l'isocyanate de sodium, dont la molécule a le même poids et renferme les mêmes atomes, se décompose dans le vide entre 600 et 700° sans détoner et en donnant [2]

$$2\,CNONa \rightarrow 2\,CO + N^2 + 2\,Na.$$

[1] L. HACKSPILL, *Bul. Soc. chim.*, 4e série, 9, 1911, p. 446.

[2] L. HACKSPILL et R. GRANDADAM, *Ann. de Chim.*, 10e série, 5, 1926, p. 241.

Les effets mécaniques produits par la détonation d'un nombre égal de molécules des quatre fulminates vont en croissant dans le même sens que le poids moléculaire.

Les fulminates doubles de mercure et de métal alcalin ont une sensibilité beaucoup plus grande que celle des sels purs et confèrent à ces derniers la propriété de détoner à une température beaucoup plus basse. Ainsi le fulminate de rubidium cristallisé avec une petite quantité de fulminate de mercure fait explosion lorsqu'on les chauffe à 45°.

En résumé, nous avons préparé les fulminates de rubidium et de cæsium et comparé leurs propriétés à celles des autres fulminates alcalins, lithium excepté, ce dernier se rapprochant beaucoup des sels alcalino-terreux.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la décomposition pyrogénée des éthers-sels en présence de chlorure d'aluminium.* Note de MM. **Henry Gault** et **Eugène Béloff**, présentée par M. Marcel Delépine.

La décomposition pyrogénée des éthers-sels en présence d'oxydes et de sels métalliques a fait l'objet de nombreux travaux dus en particulier à Sabatier, Mailhe, Senderens et à leurs collaborateurs.

L'emploi du chlorure d'aluminium anhydre n'a cependant, à notre connaissance, donné lieu à aucune recherche systématique et l'on ne trouve dans la littérature chimique que des travaux relatifs à l'action de $AlCl^3$ sur les éthers-sels à des températures bien inférieures à leur point de décomposition et qui, d'autre part, sont de nature essentiellement qualitative.

Nous avons jugé utile de combler cette double lacune, mais, avant d'étudier l'action complète de $AlCl^3$ sur les éthers-sels à longues chaînes carbonées (radical acide et radical alcoolique) nous avons voulu rechercher si, à température relativement haute, en fait vers 300°, les éthers-sels à chaînes courtes se scindent en présence de $AlCl^3$ de la même manière qu'aux températures plus basses, c'est-à-dire avec scission du radical alcoolique à l'état de chlorure.

Nous avons donc effectué nos premiers essais en prenant comme matière première l'*acétate de butyle normal* et c'est l'exposé des résultats que nous avons obtenus au cours de cette étude qui forme l'objet de la présente Note.

Une longue série d'essais préliminaires nous a montré qu'il est plus avantageux d'effectuer cette réaction en phase liquide. Le chlorure

d'alumunium étant soluble dans l'acétate de butyle, la solution, à concentration connue, est introduite dans un ballon à fond rond, chauffé au bec Bunsen, et surmonté d'une colonne Vigreux, reliée à un réfrigérant descendant. Les produits liquides sont recueillis dans un ballon de réception. Un laveur à eau arrête l'acide chlorhydrique qui se dégage abondamment dès le début de la réaction. Un condenseur refroidi au mélange neige carbonique et acétone enlève les dernières traces de produits liquides et de gaz condensables à cette température (— 70°). Les gaz non condensables à — 70° sont recueillis dans un gazomètre sur de l'eau salée. On chauffe lentement et progressivement jusqu'au résidu sec, en notant la température de chauffage au sein du liquide et la température de distillation, ainsi que la quantité de gaz dégagé. La température maximum atteinte est comprise, suivant la concentration en $AlCl^3$, entre 300 et 330°.

La fraction liquide résultant de la pyrogénation est un mélange d'acétate de butyle inaltéré, dont la proportion diminue à mesure que la concentration en $AlCl^3$ augmente, de chlorure de butyle normal et d'une très petite quantité d'autres substances qui, pour cette raison, n'ont pu être déterminées d'une manière précise jusqu'à présent.

Le rendement en chlorure de butyle ne dépasse pas 50-55 pour 100 du rendement théorique, par suite d'un dédoublement notable en HCl et butylène, conformément à l'observation de M. J.-B. Senderens (¹).

Quant aux produits gazeux, nous donnons ici, à titre d'exemple, la composition des gaz provenant d'un essai avec 60 pour 100 de $AlCl^3$.

CO^2.	CO.	Éthyléniques.	C^2H^2.	C^2H^6.	CH^4.	H^2.
Gaz non condensables à — 70° (pour 100).						
50,4	17,3	1,6	0,1	0,8	18,8	11,0
Gaz condensables à — 70° (pour 100).						
2,6	1,0	92,0	Résidu non analysé = 4,4			

Une fraction de ce gaz condensable a été dirigée à travers un absorbeur à eau de brome. De cette manière nous avons recueilli une certaine quantité d'un produit liquide bromé qui, comme nous ont montré les dosages du brome, n'est autre que du dibromure de butylène, mélangé à des traces de dibromure de propylène et d'éthylène.

(¹) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 612.

Le résidu de la pyrogénation est solide, d'aspect charbonneux, noir brillant, très léger et très friable, il contient une petite quantité d'une matière bitumineuse très soluble dans le chloroforme et moins facilement soluble dans l'éther ordinaire, mais son constituant principal est un oxychlorure aluminique à très faible teneur en chlore.

Ainsi, cette réaction présente le caractère d'une simple coupure de la molécule d'éther-sel avec départ du chlorure d'alcoyle, le chlorure formé se scindant lui-même partiellement en HCl et carbure éthylénique. Le reste de la molécule se décompose en produisant un mélange de gaz, dont la composition est indiquée ci-dessus, et en laissant un résidu solide chloroaluminique et charbonneux.

Voici les autres conclusions que nous pouvons tirer de nos résultats expérimentaux :

La quantité de la matière transformée durant la réaction est sensiblement proportionnelle à la quantité de chlorure d'aluminium employée et nous avons été ainsi amenés à employer de très fortes proportions de $AlCl^3$, allant jusqu'à 60 et 80 pour 100 de l'acétate de butyle.

L'élévation de la température ne modifie pas la nature de la réaction et entraîne uniquement une augmentation de la quantité des produits gazeux de la décomposition.

La vitesse du chauffage n'a qu'une très faible influence.

Nous nous proposons d'étendre cette étude aux homologues supérieurs de l'acétate de butyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode de préparation de dérivés halogénométhyléniques de carbures naphtaléniques. Synthèse de la* 1.2 *et* 1.4-*diméthylnaphtaline.* Note de MM. **Georges Darzens** et **André Lévy**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les dérivés halogénométhyléniques de la naphtaline sont des corps difficilement accessibles par les méthodes indiquées dans la littérature chimique. L'α-chlorméthylnaphtaline (I) a d'abord été préparée par chloruration de la méthylnaphtaline [1], carbure relativement coûteux. Blanc a ensuite préconisé le premier la condensation de la naphtaline avec le formol en présence

[1] Scherler, *Berichte chem. Gesells.*, 24, 1891, p. 3929; Wislicenus et Wren, *ibid.*

de HCl et de $ZnCl_2$; malgré des modifications de ce procédé données par Anderson et Short et des brevets allemands, cette réaction ne donne que difficilement ce dérivé chlorméthylénique ([1]).

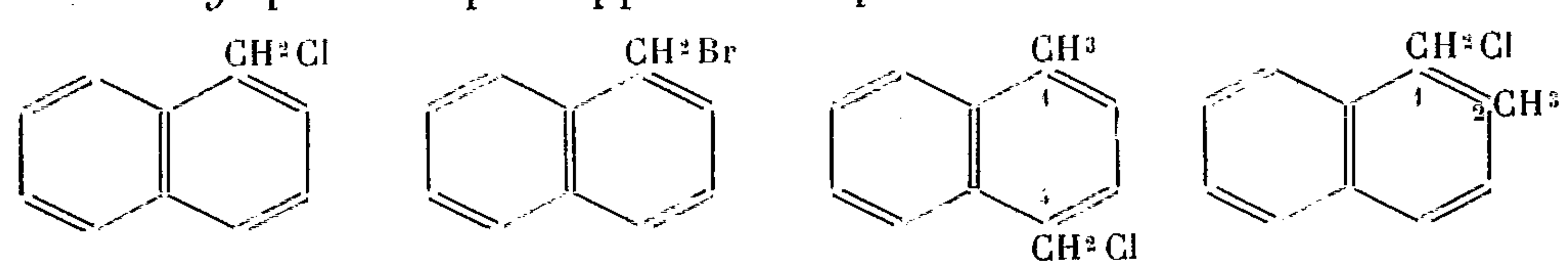
Ayant eu besoin de ces dérivés pour nos synthèses phénanthréniques par la cyclisation naphtyl-allyl-acétique, nous avons été amenés à rechercher une nouvelle technique nous permettant de les obtenir facilement et économiquement. Nous y sommes parvenus par la méthode suivante, qui réalise un grand progrès.

Dans un ballon à parois résistantes on place un mélange de 40^g trioxyméthylène et 512^g acide acétique cristallisable, puis on y fait arriver un courant de HCl sec jusqu'à fixation de 55^g, le mélange s'échauffe faiblement et le trioxyméthylène ne tarde pas à entrer en solution.

On ajoute alors 128^g de naphaline (1^{mol}) et l'on bouche solidement le ballon qui est ensuite chauffé au bain-marie à 60°. La naphtaline entre d'abord en solution, mais au bout de 6 à 7 heures le mélange se trouble et finalement décante en deux couches; au bout de 18 à 20 heures la réaction est terminée.

La masse refroidie est alors versée dans 2 litres d'eau, l'huile lourde qui décante est séparée et le liquide surnageant est épuisé au benzène qui est ajouté à l'huile décantée. Cette solution benzénique est lavée à l'eau et à la solution de carbonate de sodium, puis concentrée et enfin distillée au vide.

On obtient ainsi environ 30^g de naphtaline régénérée, puis 126 à 130^g d'α-chorométhylnaphtaline distillant à 148-150° sous 13^{mm}, soit un rendement de 95 pour 100 par rapport à la naphtaline utilisée.



(I). (II). (III). (IV).

Ce produit ne tarde pas à cristalliser et, après essorage d'une petite quantité d'huile, il fond à 32°. Il ne se forme donc, dans cette réaction, qu'une très petite quantité de l'isomère β.

En remplaçant, dans ce procédé, HCl par HBr on obtient encore plus facilement le dérivé bromé correspondant (II), fondant à 56°, qui n'a été

([1]) Blanc, *Bull. Soc. chim.*, 33, 1923, p. 319; Anderson et Short, *J. chem. Soc. London*, 1933, p. 485, D. R. P., 508890 et 533.

obtenu jusqu'à présent que par bromuration de l'α-méthylnaphtaline (¹).

La même technique appliquée à l'α-méthylnaphtaline donne avec un rendement excellent la 1-méthyl-4-chlorométhylnaphtaline (III) qui distille à 124-125° sous 2^mm, fond à 62° et donne un picrate fondant à 73-74°. Sa constitution a été établie par oxydation avec $KMnO^4$ en solution alcaline qui donne l'acide naphtalinedicarboxylique-1.4 fondant à 290° et par oxydation nitrique à 170° en tube scellé qui donne l'acide mellophanique fondant à 239°.

Enfin la β-méthylnaphtaline nous a donné de même la 1-chlorméthyl-2-méthylnaphtaline (IV) distillant à 125-126° sous 2^mm, fondant à 65° et donnant un picrate fondant à 99°. Sa constitution dérive de l'oxydation nitrique qui donne de même à l'acide mellophanique (²).

Dans ces deux derniers cas, il se forme simultanément une faible proportion d'isomères liquides que nous n'avons pas encore examinés.

Ces dérivés chlorméthyléniques ont un grand intérêt car ils permettent d'accéder à de nombreuses synthèses. Nous avons déjà montré (³) l'emploi du dérivé (I) pour la synthèse de phénalones et de dérivés phénanthréniques; on peut également s'en servir pour l'obtention des alcools, des aldéhydes et amines correspondantes.

En traitant (III) par l'aluminium en présence d'alcool chlorhydrique on obtient facilement la 1.4-diméthylnaphtaline déjà obtenue par l'un de nous (⁴) à l'aide d'un autre procédé.

Le même traitement permet de transformer (IV) en 1.2-diméthylnaphtaline distillant à 265° sous 770^mm, fondant à —3°,5 et donnant un picrate fondant à 130°. Cette diméthylnaphtaline a déjà été obtenue par Schroeter et Mayer et Sieglitz puis, tout dernièrement, par O. Kruber et W. Schade qui l'ont extrait du goudron de houille (⁵), mais ces auteurs ne l'ont pas obtenue cristallisée.

(¹) SCHMIDLIN et MASSINI, *Ber. chem. Ges.*, **42**, 1909, p. 2389; WISLISCENUS et ELVERT, *ibid.*, **49**, 1916, p. 2822. Ces auteurs indiquent le point de fusion de 46°, qui est beaucoup trop bas.

(²) Ces réactions ne donnent au début que de faibles pressions soit environ 55^cm de Hg pour HCl et 25^cm de Hg pour HBr. A la fin la pression tombe considérablement. Il est donc inutile de recourir à l'autoclave ou aux matras scellés.

(³) G. DARZENS et A. LÉVY, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 2187 et **201**, 1935, p. 902.

(⁴) G. DARZENS, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1562.

(⁵) SCHROETER, LICHTENSTADT et IRINEU, *Berichte chem. Gesells.*, **51**, 1918, p. 1601; MAYER et SIEGLITZ, *ibid.*, **55**, 1922, p. 1853; O. KRUBER et W. SCHADE, *ibid.*, **68**, 1935, p. 11.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Orientation des molécules de la cire d'abeille et répercussion sur la solidité des rayons.* Note de MM. **Paul Woog** et **N. Yannaquis**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Nous avons signalé ([1]) les propriétés d'orientation moléculaire de la cire d'abeille et l'action exercée par la chaleur sur cette orientation : nous étudions ici l'influence de ces manifestations sur la solidité des rayons.

Un rayon récent de cire blanche fut divisé en deux parties. L'une fut maintenue dans un thermostat à 15°, l'autre placée dans une étuve à 38°. Au bout de 5 mois, la solidité respective des cloisons des cellules fut examinée puis estimée d'après la résistance que ces cloisons opposaient à la pression d'une pince fine appuyée avec précaution. De façon évidente, les cellules non chauffées étaient les plus fragiles : la moindre pression brisait les cellules, amenait des ruptures et la chute d'éclats à bords anguleux et vifs. Les parois du rayon recuit à 38° montraient au contraire une résistance marquée, pliant au contact de la pince, se déformant, s'incurvant et ne cédant, en définitive, que sous une contrainte notable. L'apparence des deux fragments de rayon n'était d'ailleurs plus la même : le rayon non chauffé avait conservé l'aspect blanc crème mat qu'il avait au début de l'expérience, tandis que le rayon recuit avait pris une teinte légèrement ambrée et se montrait plus translucide que le premier.

D'autre part des rubans de cire filée furent gardés cinq mois dans le thermostat à 15° et un autre lot maintenu à 38°, puis soumis à des essais de traction sur des éprouvettes de 50^{mm} de longueur. Voici les résultats obtenus (moyenne des mesures) :

Échantillons.	Charge amenant la rupture (en grammes).	Allongement au moment de la rupture (en °/₀).
Rubans conservés à 15° en position horizontale	130,9	2,74
Rubans conservés à 15° en position verticale	141,8	2,82
Rubans conservés à 38° en position verticale	214,1	négligeable
Rubans conservés à 38° dans l'eau	212,0	négligeable

On voit que les rubans recuits, donc les plus orientés, possèdent une résistance à la traction d'environ 56 pour 100 plus élevée que les rubans n'ayant pas subi de traitement thermique.

([1]) Paul Woog et N. Yannaquis, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1400.

De plus, les rubans non recuits avaient gardé leur aspect trouble initial, mais les rubans recuits étaient devenus à peu près transparents.

Or, dans l'organisation de la ruche, certains travaux ont précisément pour effet de favoriser l'orientation moléculaire. En effet, lorsque les ouvrières construisent un rayon, elles l'édifient avec des écailles de cire malaxées et le gâteau est blanc. Mais celui-ci est fragile et les abeilles s'efforcent d'améliorer sa résistance en en modifiant la suspension et en renforçant les bords des cellules par un cordon de cire propolisée. Puis les abeilles teignent en jaune-jonquille, au moyen d'un vernis à base de chrysine, les parois et les fonds des cellules. Nous pensons que ce traitement a pour conséquence d'accélérer l'orientation des molécules de la cire et, par voie indirecte, de hâter la consolidation des rayons. Si, en effet, on compare les spectres de cloisons blanches et de cloisons jaunes récentes, on voit que ceux-ci ne présentent pas de différence appréciable et possèdent des intensités du même ordre. Mais, si l'on recuit en parallèle ces cloisons à 38-39°, les nouveaux spectres que l'on obtient ensuite montrent que l'orientation des molécules de la cire croît bien plus rapidement dans les parois jaunes que dans les cloisons blanches : la différence d'intensité apparaît très nette sur les spectres juxtaposés, même avec un recuit de peu de durée (3 jours). Si l'on compare l'évolution par recuit de rubans filés de cire blanche et de cire jaune, on constate, en outre, que le ruban jaune devient rapidement plus translucide que le ruban blanc; l'allongement spontané du ruban jaune est également plus marqué. Si l'on opère à 50°, les modifications sont observables en moins de 2 heures.

Le rôle de la cire brune semble être tout différent. Nous avons établi que cette sorte de cire ne présentait pas de phénomènes d'orientation et nous pensons que cette inhibition peut être rapportée à l'introduction par l'Abeille de propolis dans la cire, dont la coloration se fonce alors et dont l'indice d'iode augmente. La présence de propolis confère à la cire brune une plasticité bien plus grande que celle des cires blanches et jaunes. Or, pour augmenter la solidité de ses constructions, l'abeille double les cellules, partout où a été élevé du couvain, au moyen des résidus membraneux abandonnés par les nymphes, et qu'elle superpose, transformant ainsi les gâteaux en véritables poutres cloisonnées et armées. Mais, pour qu'une telle armature soit efficace, il faut qu'il y ait une complète adhérence entre la paroi de cire de la cellule et les membranes, puis entre les membranes elles-mêmes, et c'est la cire brune dont l'abeille imprègne les membranes qui joue ce rôle d'adhésif. La cire brune semble parfaitement

adaptée à cette fonction en raison de sa plasticité et du caractère poisseux de la propolis qu'elle contient. Il faut observer, de plus, que l'absence d'orientation moléculaire constatée est tout en faveur d'une bonne fixation des membranes, car on sait que les phénomènes d'adhésion sont plus marqués sur les surfaces amorphes que sur les surfaces constituées par des molécules semblablement orientées (plans cristallins) ([1]) où des séparations risquent de se produire par suite d'une sorte de clivage.

La manière de se comporter des abeilles semble bien s'accorder, dans les cas étudiés ici, avec les meilleurs moyens de donner de la solidité à leurs rayons et d'apporter la sécurité à leurs ruches.

LITHOLOGIE. — *Sur la viscosité des roches fondues.* Note ([2]) de M. **Michel Wolarowitsch**, présentée par M. Charles Jacob.

Malgré son vif intérêt en lithologie, l'étude de la viscosité des roches fondues n'avait fait l'objet que d'un seul travail expérimental, celui de C. Dœlter et H. Sirk ([3]), jusqu'aux recherches toutes récentes de M. Wolarowitsch ([4]), de Koichi Kami ([5]) et de W. M. Cohn ([6]). Le présent travail a bénéficié des conseils de N. M. Férodowsky et A. P. Gerassimow, de l'aide de D. M. Tolstoj. L'auteur s'est servi de sa propre méthode, celle des cylindres en platine, concentriques et tournants, avec l'appareil antérieurement utilisé pour les mesures dans le verre, les scories, l'émail et les systèmes vitreux ([7]).

([1]) J. W. Mac-Bain et W. B. Lee, *Proc. Roy. Soc.*, 113, 1927, p. 606.

([2]) Séance du 23 décembre 1935.

([3]) *Sitz. Ber. d. Wien. Akad.*, 120, 1911, p. 658; *Chem. Ztg.*, 36, 1912, p. 36.

([4]) *Journal de Chimie physique*, Moscou, 4, 1933, p. 807; *C. R. de l'Acad. des Sciences de l'U. R. S. S.*, 9, 1934, p. 561; *Travaux de l'Institut de Minéralogie appliquée*, Moscou, n° 66, 1934, p. 1-54.

([5]) *C. R. de l'Acad. des Sci. du Japan*, 15, 1934, p. 29 et 79.

([6]) *Ber. d. Deutsch. Keram. Gesellschaft*, 15, 1934, p. 551.

([7]) M. P. Wolarowitsch, *Journ. de Physique appliquée*, Moscou, 5, 1928, p. 185; 6, 1929, p. 68 et 131; *Journ. Soc. Glass Techn.*, Sheffield, 18, 1934, p. 201; *Journ. de Chim. phys.*, Paris, 32, 1935, p. 142. — M. Wolarowitsch et D. Tolstov, *Bulletin de l'Acad. des Sci. de l'U.R.S.S.*, 9, 1930, p. 897; *C. R. de l'Acad. de Sci. de l'U. R. S. S.*, 11, 1932, p. 269; *Journ. Soc. Glass Techn.*, Sheffield, 18, 1934, p. 209.

Tableau I. — *Analyse chimique des roches.*

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
SiO_2	49,03	50,58	63,76	52,4	48,14	73,79	72,8
TiO_2	0,57	0,66	0,44	0,79	0,96	0,16	–
P_2O_5	0,29	0,29	traces	–	–	–	–
SO_3	0,89	1,19	1,56	–	–	–	–
Al_2O_3	19,25	18,89	17,81	15,28	12,86	13,77	0,9
Fe_2O_3	1,56	4,52	5,53	2,14	7,31	0,40	
FeO	7,68	6,41	0,59	6,36	10,62	0,78	–
MnO	0,16	0,24	0,09	0,15	0,08	0,08	–
CaO	9,61	7,76	5,05	9,45	9,18	1,06	10,5
MgO	8,84	1,80	3,72	8,87	6,12	0,08	–
K_2O	0,38	0,79	0,66	0,34	0,66	5,13	–
Na_2O	0,84	2,29	0,67	2,89	4,18	4,14	15,8
H_2O	–	–	–	0,11	–	0,08	–
	0,75	3,43	–	1,74	–	0,33	–

Tableau II. — *Viscosité en poises.*

Températures.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1400°	55*	851	1175	126	60	170000	123*
1300	126	1820	3980	395	130	–	263
1200	363	6310	16600	1130*	420	–	661
1150	813	13200	89800	–	4470	–	1096
1110	3550	25100*	87100*	–	159000	–	1780

(*) Valeurs déterminées par extrapolation.

Tableau III. — *Températures.*

Viscosité en poises.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
251	1230°	–	–	1331°	1240°	–	1300°
1000	1142	1370°	1415°*	1215	1176	–	1160
2510	1117	1270	1335	–	1160	–	1180
10000	–	1170	1232	–	1140	–	–

1. Basalte de Transcaucasie. — 2. Teschénite de Koursébi. — 3. Andésite du Kasbek. — 4. Basalte à olivine du volcan Klutchevsky, éruption de 1932, coulée Kirgurigue. — 5. Diabase d'Olonetz (Tcheliki). — 6. Obsidienne d'Erivan, près de la « Fontaine sèche ». — 7. Verre artificiel.

Le Tableau I fournit l'analyse des roches étudiées; le Tableau II donne, en poises, les valeurs de la viscosité des roches fondues en rapport avec les températures; le Tableau III, celles des températures pour les viscosités de 251, 1000, 2510 et 10000 poises.

Ces tableaux montrent nettement la dépendance qui lie la viscosité à la quantité de silice contenue dans la roche. La roche la plus acide, l'obsidienne (73,79 pour 100 de SiO^2), montre la viscosité la plus grande. L'andésite possède aussi une viscosité assez élevée, tandis que les roches basiques, le basalte et la diabase, ont une viscosité relativement faible. La viscosité élevée de la teschénite est due, à notre avis, à la haute teneur en $Al^2O^3 + Fe^2O^3$ (23, 41 pour 100). D'autre part la viscosité du verre artificiel n'est pas grande, malgré la teneur élevée en SiO^2 (72,8 pour 100), ce qui est à attribuer au très haut pourcentage en Na^2O (15,8 pour 100).

Considérant le rapport entre la viscosité et la température, on constate qu'aux températures inférieures à 1200°, le basalte et la diabase montrent un rapide accroissement de la viscosité (Tableau III). Ici se manifeste une anomalie de viscosité propre aux systèmes dispersés. Ce phénomène est dû à la cristallisation qui commence à se produire dans le basalte et la diabase fondus. Ces roches, dont la viscosité n'est pas élevée, manifestent, en effet, une forte tendance à cristalliser. D'autre part, l'andésite et la teschénite fondues, puis refroidies, se présentent à l'état de verres. Ceci est dû au fait que les molécules de ces roches en fusion sont peu mobiles et n'arrivent pas à s'orienter en réseaux cristallins. Il n'est donc pas étonnant que certains verres volcaniques ne soient pas arrivés à cristalliser dans des conditions naturelles de refroidissement. La cause en est due à leur grande viscosité.

GÉOLOGIE. — *Sur la signification magmatique et tectonique du complexe cévenol et sur la tectonique profonde des chaînes de montagnes.* Note ([1]) de M. **André Demay**, présentée par M. Louis de Launay.

Au cours d'une première série de recherches, de 1920 à 1926, j'ai mis en évidence les données qui sont à la base de l'interprétation actuelle. Je concluais alors à l'existence de quatre nappes, en notant cependant que ces unités « ne sont pas lithologiquement indépendantes » et qu'on peut « les considérer comme un système d'écailles ». En même temps, dès 1926, j'avais décrit la succession du métamorphisme régional, des phénomènes dynamiques et d'un métamorphisme lié à des venues éruptives post-tectoniques (granulites) ([2]). A partir de 1929, j'ai montré que la montée

([1]) Séance du 23 décembre 1935.

([2]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 794.

ou les injections magmatiques sont parfois liées plus étroitement encore à l'orogenèse, en signalant « le développement de facies granulitiques avant les mouvements principaux », bien que dans l'ensemble », les venues granulitiques (leur) soient postérieures » ([1]), puis en diverses notes de 1932 et 1933 l'importance des injections magmatiques syntectoniques dans les Cévennes septentrionales et médianes et sur les feuilles de Montbrison, Brioude, Saint-Flour, Mauriac. Après avoir donné pour les Cévennes septentrionales les conclusions de l'étude microtectonique et la succession des phases ([2]) il me reste à en définir les conséquences structurales.

L'ensemble sédimentaire antéstéphanien, peut-être déjà tectoniquement complexe, a subi un métamorphisme régional, d'origine thermique et surtout magmatique, facilité et orienté par des mouvements orogéniques, déjà de type tangentiel. Au fur et à mesure de la montée magmatique, la base de cet ensemble était absorbée par le granite dans des conditions syntectoniques. Au cours d'une phase ultérieure des décollements et glissements, accompagnés ou suivis par des injections syntectoniques de pegmatite, aplite et granite leucocrate, de forme laccolitique et dont la puissance peut atteindre 300 mètres, dans trois zones principales, celle de Laval, près de la limite micaschistes-gneiss feuilletés, celle du Pilat près de la base de ces gneiss et au sommet de gneiss compacts ou granitoïdes, enfin celle des Trois-Dents près de la limite des gneiss et du granite ont donné naissance aux trois écailles décrites dans mon Mémoire de 1930 avec des contacts de base qui sont à la fois des contacts d'injection et de glissement. Outre les glissements différentiels sur toute la hauteur des zones d'injection, un décollement et un glissement plus importants, souvent avec écrasement, parfois cicatrisés par recristallisation ou apport magmatique nouveau, se sont produits à la base des trois grandes zones laccolitiques de Laval, du Pilat et des Trois-Dents. Il est intéressant de noter que, pour la masse granitodioritique du noyau hercynien de la nappe de la Dent-Blanche, une très belle analyse tectonique de M. Émile Argand dans le *Guide géologique de la Suisse* (1934, p. 177), écarte l'idée d'un renversement de cette masse sur la série de Valpelline et conclut « à une insinuation lente du magma de sens plus ou moins horizontal en grand, qui n'est pas concevable sans un guidage

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 71. En 1930, M. E. Raguin a émis l'hypothèse que les granites à muscovite du Limousin et de la Marche « seraient syntectoniques ». J'ai utilisé en même temps et indépendamment l'expression « syntectonique » au début de 1930, dans un sens plus strict.

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2197.

par le plissement hercynien en action » conclusion analogue à celle à laquelle je suis parvenu moi-même en 1933 pour les orthogneiss et gneiss d'injection des Cévennes ([1]).

Dans le complexe cévenol les phénomènes d'injection magmatique et les mouvements orogéniques, ceux-là guidés d'ailleurs par ceux-ci, ont une allure tangentielle, bien accusée par la disposition laccolitique des zones d'injection et par le laminage intense de paragneiss, gneiss d'injection ou orthogneiss souvent faiblement inclinés. Cette allure et les caractères des roches du complexe, véritables tectonites au sens de M. B. Sander, sont identiques à ceux que l'on observe dans les nappes gneissiques ou micaschisteuses des divers cycles orogéniques. Mais il ne faut pas y chercher une géométrie comparable à celle des nappes pennines. A défaut de plis couchés de grande envergure ou de nappes cassantes comportant à la base une discontinuité lithologique, qui ont peut-être existé, mais sont masqués par les actions magmatiques et par les mouvements ultérieurs, ce qui est ici caractéristique, ce sont des mouvements différentiels lit par lit, des décollements et glissements plus importants dans certaines zones et surtout l'interférence des actions magmatiques et dynamiques. Nous observons ici une tectonique profonde, comparable à ce que peut être le contact invisible de la nappe la plus basse du Simplon et du granite alpin et à ce que permettent d'imaginer, malgré l'allure géométrique différente, certaines parties des « racines alpines » injectées par le magma granitique tertiaire.

L'hypothèse d'intrusions magmatiques liées au plissement a été exprimée d'une manière précise dès 1893 par W-C. Brögger, développée par les géologues scandinaves, ainsi que par M. E. Argand et par M. P. Niggli. Dans le même sens, mes recherches permettent maintenant de dégager sur des exemples concrets certains caractères essentiels de la tectonique profonde des chaînes de montagnes : Métamorphisme et injections dans la partie inférieure de l'édifice tectonique en voie de construction, avec des modalités différentes (Cévennes Nord, Cévennes Sud et Rouergue) suivant la profondeur réelle. Déformations par les mouvements orogéniques et nouvelles cristallisations. Décollements et cicatrisations successifs à la base des gneiss. Plus bas, roches déformées, mais entièrement recristallisées, et au-dessous d'elles disparition de toute trace appréciable de déformation. Dans l'édifice gneissique et micaschisteux, à divers niveaux, injections magmatiques de forme laccolitique, glissement et déformation

---

([1]) *C. R. somm. Soc. Géol.*, 5e série, 3, 1933, p. 181.

des granites et gneiss d'injection ainsi formés. Venues magmatiques tardives. Ces résultats indiqués déjà de manière précise pour le Rouergue dans ma Note du 30 novembre 1931, pour les Cévennes septentrionales dans mes Notes de 1933 et juin 1935 et dans la notice inédite de la feuille de Saint-Étienne (2ᵉ éd.) déposée en juin 1935, coïncident en partie avec certaines des conclusions que M. C. E. Wegmann, après avoir donné en 1931, avec M. E. H. Kranck, la succession des phases dans les Svécofennides, a formulées sur la tectonique profonde des chaînes de montagnes dans une Note récente [1].

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *L'association climatique finale, ou climax, dans le territoire du Perche.* Note de M. G. **Lemée**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

L'état climatique de la végétation, problème de grande importance phytogéographique, est souvent malaisé à retrouver dans les régions très cultivées du nord-ouest de la France. Cependant, les forêts qui couvrent les collines du Perche ainsi que les massifs primaires des environs d'Alençon (altitude de 200 à 400^{m}) nous ont présenté dans certaines de leurs parties le stade climatique, quelque peu modifié par l'exploitation en futaie jardinée. Nous considérons celui-ci comme une sous-association du *Quercetum occidentale*, le *Quercetum occidentale Ilicetosum*, voisin du *Querceto-Ilicetum* décrit par Tüxen dans l'Allemagne nord-occidentale dont il est aussi un des climax.

La strate supérieure de la futaie est constituée par 65 pour 100 en moyenne de chêne sessile et 35 pour 100 de hêtre. Elle est doublée par un sous-étage généralement très clair de hêtre. La strate arbustive est constituée par un fourré dense de *Ilex aquifolium* L. pouvant dépasser 3^{m}, avec *Fagus*, *Rubus*, *Lonicera Periclymenum* L., *Sorbus aucuparia* L. clairsemés. Deux espèces suffrutescentes, *Vaccinium Myrtillus* L. et *Calluna vulgaris* Salisb., très rares et stériles, sont les survivantes d'un état antérieur découvert. La strate herbacée éparse ne renferme que trois espèces à peu près constantes : *Pteridium aquilinum* (L.) Kuhn., *Deschampsia flexuosa* (L.) Trin., *Hedera Helix* L.; parmi les autres, très clairsemées, citons *Hypericum pulchrum* L., *Melampyrum pratense* L., *Veronica officinalis* L.

---

(1) *Geologische Rundschau*, 26, 15 novembre 1935, p. 306.

caractéristiques du groupe d'associations du *Quercion roboris-sessiliflorae*. La strate muscinale est bien développée mais pauvre en espèces; *Hylocomium triquetrum* Br.-Eur., *Polytrichum formosum* Hedw., *Leucobryum glaucum* Schp. sont les plus fréquentes.

En résumé, nous avons relevé dans l'association-climax 37 espèces : 10 Phanérophytes, 2 Nano-phanérophytes, 2 Chamæphytes, 8 Hémicryptophytes, 5 Géophytes à rhizome et 10 Muscinées.

Le climat des collines du Perche est de caractère atlantique : moyenne annuelle de 9 à 10°, amplitude thermique des moyennes mensuelles de 13°,5 à 15°, 700 à 850^{mm} de pluie sans périodes sèches longues et accentuées. A l'abri des strates supérieures de la futaie climatique se crée un *microclimat* encore plus humide et de température plus uniforme, surtout pendant la période d'assimilation. Le déficit de saturation y est alors en moyenne, à 1-2^{m}, inférieur au 4/5 de celui de l'extérieur, et l'évaporation moitié moindre.

Sous l'influence du climat humide, accentuée encore par les conditions locales que crée la futaie, le courant d'eau dans le sol est constamment descendant. Il en résulte une émigration en profondeur, non seulement des sels de K et de Ca, mais aussi de la silice et des oxydes de fer et d'aluminium et même des composés humiques. Le *pédoclimax* est donc constitué par un sol fortement podzolisé, avec horizons éluviaux (A) et illuviaux (B) très différenciés. Voici deux exemples de tels profils :

1. Profil sur *sables du Perche* (forêt de Bellême, alt. 200^{m}) :

A_0 (10^{cm}) : litière épaisse non décomposée sur couche organique très acide (*raw humus*) nettement délimitée de l'horizon sous-jacent (pH = 3,5-4,0).

A_1 (4^{cm}) : sable décoloré, mélangé et enrobé d'humus.

A_2 (6^{cm}) : sable décoloré, structure à grains libres, nombreuses racines (pH = 4,5).

A_3 (35^{cm}) : sable ocre jaune, structure à tendance granuleuse, nombreuses racines (pH 5,7).

B (80^{cm}) : sable à bandes alternantes rouge brique agglomérées et jaune pâle friables, larges au moins de 5^{cm}; grosses racines, rares (pH = 6,1).

C : sable jaune clair, uniforme, friable (pH = 6,3).

2. Profil sur *argile à silex* (forêt de Bellême, 225^{m}).

A_0 (5^{cm}) : litière non décomposée et « raw humus ».

A_1 (6^{cm}) : sable argileux bruni par humus, structure granuleuse, nombreuses racines.

A_2 (40^{cm}) : sable argileux jaune pâle, structure à tendance à grains libres, nombreuses racines.

A_3 (50^{cm}) : argile blanche à silex entiers, teintée de brun par humus dans les fissures, structure prismatique; racines moins nombreuses.

B_1G (60cm) : argile à bandes sinueuses et marbrures rouge brique et verdâtre (= *glei*), compacte, avec bancs concrétionnés d'oxyde de fer; pas de racines.

B_2 (30cm) : bancs de grès brun ferrugineux très durs et imperméables (= *alios* ou *ortstein*).

B_3 (100cm) : sable grossier rouge brique, aggloméré au sommet, passant à un sable zoné comme dans le profil 1.

C : sable jaune micacé, friable (sable du Perche).

Au point de vue génétique, le *Quercetum occidentale Ilicetosum* se constitue : 1° à partir du *Quercetum occidentale* typique qui en est le plus souvent un stade régressif par exploitation (paraclimax); 2° par acidification du *Querceto-Carpinetum Fagetosum* [1], futaie de hêtres et chênes sur « sol brun » dont l'humus est un mull peu acide. L'origine de cette dernière évolution est dans l'appauvrissement excessif du sol en substances basiques, provoquant la formation d'une strate purement organique, très acide et mal décomposée qui, agissant comme colloïde protecteur, accélère à son tour l'éluviation des couches minérales superficielles, en particulier des oxydes ferriques.

Un sol originellement pauvre en minéraux alcalins est évidemment plus près de son état climatique; c'est pour cette raison que l'association climatique et son sol caractéristique s'observent, dans notre région de sols jeunes, sur des sables, des argiles de décalcification, des grès et des schistes décomposés, les sols sur calcaires, craie ou marnes n'étant pas suffisamment lessivés de leurs bases.

ANATOMIE COMPARÉE. — *L'apophyse sus-condylienne de l'Humérus chez les Oiseaux.* Note de M. **Marcel Baudouin**, présentée par M. Jean-Louis Faure.

L'apophyse sus-épitrochléenne de l'Humérus est une disposition osseuse, qui est bien connue de tous les anatomistes et des anthropologistes.

Quand elle reparaît par atavisme chez l'homme actuel, elle attire l'attention d'une façon spéciale, car cette anomalie ne paraît pas être plus fréquente, fait un peu extraordinaire, en Préhistoire qu'à l'époque actuelle.

Elle a été étudiée par de nombreux spécialistes (Testut, Nicolas, Poirier, etc.) et est citée dans tous les traités modernes d'Anatomie.

---

[1] G. Lemée, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1157.

Mais il existe aussi, du moins chez certains Oiseaux, une apophyse analogue, située du côté opposé de l'os du bras, à appeler *apophyse sus-condylienne de l'Humérus*.

Cette formation osseuse est, jusqu'à présent, absolument inconnue des anatomistes classiques. Je viens aujourd'hui la signaler et insister sur son réel intérêt.

Quand elle existe, elle siège au-dessus du condyle huméral, à environ cinq millimètres, chez les Oiseaux de taille moyenne, du type du *Vanneau* d'Europe (*Vanelus vanelus* L.), de l'*Épervier*, etc., quoique ces derniers n'aient qu'une apophyse sus-épitrochléenne peu marquée, relativement à ce qu'elle est, par exemple, chez les Vanneaux étrangers, dits *Armés*.

La saillie qu'elle forme est certes très légère; mais le Bouton osseux, qui la représente, a environ 2^{mm} de hauteur. Toutefois, sa base s'allonge assez pour qu'elle dépasse 5^{mm} et s'étende sur le bord interne de l'os, de façon à atteindre la petite cavité, qui, chez les Oiseaux, s'observe souvent sur le condyle.

Cette apophyse, comme sa congénère, donne évidemment insertion à des ligaments, qui entourent l'articulation du coude.

Quand on examine cet appendice osseux dans la série des Volatiles, et en particulier chez les Oiseaux de mer, on voit qu'avec l'apophyse classique du bord externe elle délimite la très petite dépression, appelée *Cavité olécranienne* de l'Humérus, où vient s'encastrer la tête du cubitus, en extension, si bien qu'en réalité les deux apophyses citées ici se complètent l'une l'autre, pour former une véritable loge, *ligamento-osseuse*, très fermée et très résistante, ce qui facilite évidemment les efforts des grands voiliers, à grandes ailes, même de petite taille (Vanneau, etc.).

Aussi est-il très étonnant que les anatomistes n'aient pas remarqué plus tôt l'existence de cette apophyse sus-condylienne.

Il est vrai qu'elle n'a pas la même propriété que son homologue : elle ne réapparaît jamais, par résurgence atavique, dans l'espèce humaine, ce qui fait que les anatomistes humains ne l'on jamais mentionnée. Les savants, hypnotisés par le rôle de sa congénère, ne se sont occupés que de la possibilité de la réapparition de l'*apépitrochléenne*, par anomalie résersive.

Comme cette dernière est surtout développée chez les Oiseaux de moyenne taille grands voiliers (les plus gros, tels que le Cormoran ou le Fou de Bassan, etc. n'ont qu'une apophyse très réduite), on peut se demander pourquoi, chez les Puffins, par exemple (les Godes ou Darins de nos matelots) (*Puffinus major et Puffinus anglorum*), la sus-épitrochléenne

est énorme (10^{mm} de hauteur) et perpendiculaire à l'axe de l'humérus, sous forme d'*ergot du coude*, alors que la sus-condylienne est réduite à un simple bouton osseux de 3^{mm} de saillie.

Cela doit avoir pour cause la nature des mouvements de l'aile et de la tête cubitale de l'olécrane, pendant le vol : tête bien encastrée dans le fond d'une cavité ostéopériostique de l'extrémité inférieure de l'Humérus. Ces mouvements, en effet, doivent avoir besoin d'être plus bridés en dehors qu'en dedans; d'où la forte proéminence à l'extérieur de la sus-épitrochléenne, qui devient, d'ailleurs, dans certaines espèces, un véritable *Ergot*, comparable à celui de la patte du coq (oiseaux dits *armés* au coude) et du Vanneau de Cayenne.

Mais pourquoi les très grands voiliers ne présentent-ils point de telles apophyses bien marquées? C'est là un mystère, qui reste à élucider par des recherches physiologiques sur la nature de leur vol.

J'insiste, en terminant, sur une constatation anatomique curieuse. Quand la sus-épitrochléenne est moyennent développée, comme chez les Vanneaux d'Europe en particulier, au lieu d'être perpendiculaire à l'axe, comme chez les Puffins (et comme dans l'ergot classique), elle remonte sur la tête humérale à 45°, au lieu de rester à 90° (angle droit).

Ces considérations matérielles semblent prouver que les anatomistes humains ne se sont pas assez préoccupés de ces constatations chez les oiseaux, quand ils ont essayé de déterminer la cause de la réapparition réversive de la sus-épitrochléenne chez l'homme actuel.

En effet, ils ont fait jouer alors aux artères et aux nerfs du coude un rôle qui ne paraît pas cadrer avec les faits que nous venons de résumer. C'est donc là une question à revoir, malgré les études très poussées jadis d'Otto, de Poirier et de bien d'autres. La cause réelle de la réapparition de ces apophyses ataviques n'est sans doute pas celle qui a été invoquée, quand on ignorait le comportement du coude, en particulier chez les Oiseaux.

CYTOLOGIE. — *Existence de la couronne ovocytaire et du vacuome radié chez la Souris. Déclenchement de la première mitose de maturation et de segmentation parthénogénétique de l'ovocyte par injection de mitosines.* Note de MM. **René Moricard** et **José Vila**, présentée par M. Antonin Gosset.

Chez le Lapin, Moricard [1] a déterminé les modifications du vacuome dans l'ovogénèse intra-ovarienne et le déclenchement expérimental de la première mitose de maturation.

Chez la Souris adulte (15 animaux) l'étude simultanée des modifications du vacuome des cellules péri-ovocytaires [2] et du frottis vaginal démontrent, qu'à partir du follicule primordial, il existe trois périodes dans le développement intra-folliculaire de l'ovocyte.

1° *L'accroissement ovocytaire* précède la sécrétion du liquide folliculaire. L'ovocyte ayant un diamètre d'environ 20$^{\mu}$ est entouré par une seule assise de cellules qui forment *la couronne folliculaire* et dont les éléments ont une zone de Golgi orientée vers l'ovocyte, elle se trouve située en dedans de leur noyau. Quand le diamètre ovocytaire est d'environ 60$^{\mu}$, en dedans de la couronne folliculaire, par mitose, va se différencier une deuxième assise de cellules qui formeront *la couronne ovocytaire*. Ces éléments nouveaux ont une zone de Golgi qui n'est pas orientée vers l'ovocyte, elle se trouve située en dehors de leur noyau qui est ainsi au contact du chorion de l'ovocyte. La couronne ovocytaire est complètement différenciée quand le diamètre de l'ovocyte a atteint de 70 à 80$^{\mu}$;

2° *Un isolement fonctionnel de l'ovocyte* coïncide avec la sécrétion du liquide folliculaire. Lors de l'apparition des cellules épithéliales à l'état pur dans le frottis vaginal, dans les follicules en développement, les ovocytes ont un noyau central qui est au stade dictyé. Le diamètre ovocytaire reste stabilisé aux environs de 70 à 80$^{\mu}$, le cytoplasme est très transparent, quelques corps de Golgi y sont dispersés. Dans la couronne ovocytaire, les cellules conservent une zone de Golgi externe et leur noyau reste au contact du chorion de l'ovocyte.

3° *La maturation ovocytaire* se déclenche lors de la migration de l'ovocyte dans le liquide folliculaire, ce qui coïncide avec l'apparition de la kératinisation vaginale. Le cumulus oophorus s'est détaché de la paroi folliculaire,

---

(1) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1448 et p. 1667.

(2) Imprégnation argentique suivant la méthode de Da Fano.

la couronne ovocytaire est transformée en *couronne radiaire* dont les éléments sont éloignés de 10 à 15$^{\mu}$ du chorion de l'ovocyte et ont une zone de Golgi qui est très augmentée de volume et qui s'oriente assez généralement vers l'ovocyte. Il y a formation du vacuome radié. On constate la pénétration de corps Golgi dans l'ovocyte dont le cytoplasme est gris et argentophile. L'expulsion du premier globule polaire se produit, l'ovulation et la formation du corps jaune lui succèdent.

L'*atrésie folliculaire* peut s'observer à tous les stades du développement folliculaire. Elle est annoncée par l'apparition de signes dégénératifs portant sur les cellules bordant la cavité folliculaire (desquamation, pycnose nucléaire, imprégnation massive du cytoplasme par le nitrate d'argent). Tant que la couronne ovocytaire est normale, le noyau de l'ovocyte est au stade dictyé; quand des cellules de la couronne ovocytaire dégénèrent, le noyau de l'ovocyte entre en division.

Chez la Souris impubère de 7^{g}, on trouve des ovocytes à noyau dictyé contenus dans des follicules en développement dont le *cumulus oophorus* est incomplètement différencié et l'on rencontre quelques follicules atrétiques (cinq Souris impubères).

Injection de mitosines et déclenchement intrafolliculaire de mitoses dans l'ovocyte. — Chez la Souris impubère (cinq animaux), l'injection de 10 à 20$^{\gamma}$ de complexe hormonal d'urine de femme enceinte ou de 10^{mg} d'un complexe hormonal antéhypophysaire permet de déclencher la maturation ovocytaire avec ovulation, mais sans simultanéité précise, avec la kératinisation vaginale.

Chez la Souris impubère (6 animaux) ou chez la Souris adulte en diœstrus (4 animaux) l'injection d'environ 200$^{\gamma}$ de complexe hormonal d'urine de femme enceinte permet le déclenchement de mitose dans l'ovocyte, non suivi d'ovulation, mais accompagné de lutéinisation, parfois d'hémorragies intrafolliculaires et de kératinisation vaginale. L'ovocyte et les cellules périovocytaires qui l'entourent peuvent se trouver libres dans la cavité folliculaire. Tant que la zone de Golgi des cellules de la couronne ovocytaire conserve sa topographie normale, le noyau de l'ovocyte reste au stade de noyau dictyé. Quand les cellules de la couronne ovocytaire subissent la transformation lutéinique, leur zone de Golgi devient plus large et perd sa topographie si régulière, le noyau de l'ovocyte entre en division. Dans 5 ovocytes, nous avons pu observer l'apparition immédiate d'une segmentation parthénogénétique avec un aspect analogue à celui d'un œuf fécondé au stade de 2 blastomères, de telles images n'étant pas observées dans les ovaires témoins.

L'injection chez la Souris impubère (21 animaux) d'un complexe hormonal correspondant à l'extraction de 100^{cm^3} d'urines de femmes atteintes de cancer des voies génitales ou d'urines de femmes normales permet d'obtenir, en 100 heures, des ovaires contenant de 20 à 30 follicules murs avec ovocytes à noyau dictyé. Il y a kératinisation vaginale. A la 144ᵉ heure, on observe simultanément l'atrésie de tous les follicules développés; des cellules de la couronne ovocytaire dégénèrent, le noyau de l'ovocyte entre en division, l'expulsion du premier globule polaire peut survenir. Quand le complexe hormonal injecté est toxique il y a à la fois développement et atrésie folliculaires, le déclenchement de mitose dans l'ovocyte restant simultané de la dégénérescence de la couronne ovocytaire.

ZOOLOGIE. — *Sur les associations animales des côtes de l'île Jan Mayen.* Note de MM. **Maurice Parat** et **Charles Devillers**, présentée par M. Maurice Caullery.

Au cours de la récente croisière du *Pourquoi-Pas?* nous pûmes effectuer un certain nombre de dragages et prises d'échantillons à différentes profondeurs, sur les côtes de Jan Mayen. Les échantillons ont été recensés et pesés par *mètre carré*, selon la méthode de Petersen [1]. Les documents que nous avons ainsi rassemblés et qui sont à la fois qualitatifs et quantitatifs complètent ceux, uniquement qualitatifs, qui ont été recueillis antérieurement par les naturalistes du *Pourquoi-Pas?* : MM. Le Danois (1912 et 1913) [2], P. Bailly (1925), P. Rémy (1926), R. Ph. Dollfus (1929) [3] et aussi par les naturalistes des expéditions suédoises de 1900 et 1908 : Hägg [4] et Odhner [5].

D'après nos observations, on peut distinguer sur les côtes de Jan Mayen, deux communautés animales principales :

---

(1) Ces numérations et pesées, ainsi que les résultats de dragages, ne pouvant prendre place ici, feront l'objet d'une publication ultérieure.

(2) Listes d'échantillons déterminés par MM. Ed. Lamy (Mollusques), Koehler (Échinodermes), Fauvel (Annélides) et Vaney (Holothuries et Crinoïdes) dans le *Bulletin du Muséum d'Hist. Natur.*, 19, 1913, *passim.*

(3) Listes d'échantillons publiées dans les rapports du Commandant J.-B. Charcot (*Annales hydrographiques*, 1925-1930, *passim.*)

(4) Hägg, *Arkiv för Zoologi uttg. af K. Sv. Vetensk. Akad.*, 2, 1904-1905, p. 1-66.

(5) Odhner, *Kungl. svensk. Vetensk. Akad. Handlinger*, 54, 1915, p. 1-274.

A. De 1 à 90[m] environ, l'association *Astarte borealis* Chemn.-*Macoma calcaria* Chemn.

B. De 90 à 210[m] l'association *Arca glacialis* Gray-*Astarte crenata* Gray.

Dans le faciès A, à *Astarte-Macoma*, on peut distinguer :

a. A 25[m]-30[m], une zone où la communauté *Astarte-Macoma* est distincte, avec très peu d'Échinodermes. Fonds sableux ou vaseux; salinité souvent au-dessous de 30 pour 100 et température toujours au-dessus de 0°. Épifaune, sur végétation, à *Modiolaria lævigata* Gray, *Margarita groenlandica* Chemn. et *Stronglylocentrotus dröbachiensis* (O. F. M.).

b. De 30 à 90[m], une zone où *Astarte-Macoma* est plus rare, mais où *Pecten groenlandicus* Chemn devient extrêmement abondant, et où les Échinodermes *Ophiocten sericeum* Forbes, *Ophiura sarsi* (Lütken), *Ophiura robusta* Ayres dominent. Fonds vaseux avec salinité au-dessus de 33 pour 100, et température au-dessous de 0° (1). Épifaune de fond à *Saxicava artica* L.; épifaune sur végétation, à *Strongylocentrotus dröbachiensis* (O. F. M.), *Ophiacanta bidentata* Retzius, *Pecten islandicus* Müll., *Polimetra* (Antedon) *glacialis* (Leach).

Le faciès B, à *Arca glacialis-Astarte crenata* est très évident. Mais, vers 190[m], il existe de très nombreux Foraminifères. Il s'agirait donc d'une véritable communauté mixte : *Arca-Astarte crenata-Foraminifera*. Il est possible que cette communauté commence même plus haut (vers 105[m]), d'après certaines observations de Dollfus (1929). Elle doit s'étendre à des profondeurs plus considérables, car une station de Le Danois (1913) a fourni, par 300[m], une association typique *Arca-Astarte crenata* (2). Elle se rencontre dans des eaux de température et de salinité progressivement croisssantes avec la profondeur. L'épifaune de cette zone est, d'après nos observations, une épifaune à *Poliometra* (Antedon) *glacialis*, et à Crustacés (*Sclerocrangon*, *Hippolyte*, *Pycnogonidæ*). D'après les observations de Le Danois, de P. Bailly, de P. Rémy, il faut y ajouter *Gorgonocephalus*.

A quoi correspondent ces deux faciès? L'association *Astarte borealis-Macoma calcaria* est une association *boréo-arctique*, connue en Islande et aux Féroé (Spärck, 1929) et dans les localités arctiques suivantes : Groenland oriental (Spärck, 1933; Thorson, 1933-1934); Storfjord du Spitzberg

(1) L'existence de cette zone froide aux environs de 50[m] de profondeur a été mise en évidence à Jan Mayen par Mohn et par l'expédition de la *Manche* en 1892; elle correspond au courant polaire du Groenland, signalé par Ryder (1896).

(2) Cf. Ed. Lamy, *Bulletin du Muséum d'Hist. Nat.*, 19, 1913, p. 602.

(Brotzky, 1930); Mer de Barents (Zenkevitsch, 1927); Mer Blanche (Zenkevitsch, 1927). Elle n'a pas été rencontrée par Idelson (1930) aux bancs du Spitzberg, mais elle est très nette à Jan Mayen d'après nos observations (faciès A). Les sous-associations *Astarte borealis-Pectinaria; Ophiocten-Pectinaria;* zone profonde à *Ophiocten*, qui la constituent à l'est du Groenland, d'après Thorson (1), ne sont pas toutes représentées à Jan Mayen, pas plus que dans la Mer de Barents ni dans la Mer Blanche. Néanmoins, le sous-faciès *b* à *Pecten groenlandicus*, *Ophiocten*, *Ophiura Sarsi* et *robusta* correspond bien à la « zone profonde à Ophiocten » (25-45^{m}) de Thorson, mais il descend plus bas (90^{m}) que cette dernière, ainsi que cela se produit également au Spitzberg, dans la Mer de Barents et dans la Mer Blanche.

L'association *Arca glacialis-Astarte crenata* est une association *purement arctique*, inconnue par conséquent dans le nord de l'Islande, mais représentée au Groenland oriental (Spärck, Thorson), au Storfjord du Spitzberg (Brotzky), aux bancs du Spitzberg (Idelson), dans la Mer de Barents (Zenkevitsch). Elle est absente de la Mer Blanche (Zenkevitsch); elle est au contraire très nette à Jan Mayen, où elle descend jusqu'à 300^{m}, mais elle y offre la particularité de se laisser pénétrer très tôt (105^{m}) par des Foraminifères et de constituer ainsi une communauté mixe *Arca-Astarte crenata-Foraminifera*, analogue à celle que Thorson a décrite au Scoresby Sound (Groenland oriental).

Cette étude permet donc de combler une lacune dans la série des documents concernant les mers arctiques, du Groenland à la Nouvelle-Zemble, aucun auteur n'ayant eu jusqu'ici la possibilité d'étudier la biocœnotique de Jan Mayen, étape zoo-géographique importante entre le Groenland et le Spitzberg.

PHARMACODYNAMIE. — *De la variation de la chronaxie du tronc nerveux moteur sous l'action prolongée du chlorhydrate de cocaïne et de la novocaïne.* Note (2) de MM. **Jean Régnier, B. Briolet** et **André Quevauviller**, présentée par M. Louis Lapicque.

On sait (L. Lapicque, R. Dériaud, H. Laugier, H. Cardot et J. Régnier) que le chlorhydrate de cocaïne et la plupart de ses succédanés de même

(1) *Meddelelser om Grönland*, 100, n° 3, 1934, *passim*.

(2) Séance du 30 décembre 1935.

type chimique agissent, à des concentrations convenables, en produisant une variation régulière de la chronaxie : diminution puis remontée, sans atteinte, toutefois, du niveau primitif. Cette variation se produit au contact permanent de la solution anesthésique et de la préparation neuro-musculaire complètement isolée. Elle traduit donc l'évolution d'un processus important prenant naissance sous l'influence seule du médicament. Nous avons montré qu'il ne pouvait s'agir ici d'une succession de deux effets pharmacologiques différents tels qu'hyperexcitabilité, puis narcose, mais que l'effet narcotique s'établissait dès le début [1]. Nous avons donc été amenés à rechercher si la réversibilité, qualité essentielle d'une narcose normale, existait au même degré dans les deux phases successives.

Pour ceci, ayant traité les nerfs avec une solution de chlorhydrate de cocaïne à $0^{g},0125$ pour 100, nous avons procédé au lavage des troncs nerveux avec le liquide de Ringer, soit au moment de la baisse de la chronaxie, soit au moment de la remontée de ce paramètre et nous avons mesuré à intervalles réguliers l'évolution de la chronaxie sous l'influence du lavage. Nous avons constaté qu'après une durée de lavage d'une heure en moyenne, la chronaxie, dans tous les cas, était revenue à proximité de sa valeur de départ, sans que cette valeur ait, en général, été exactement atteinte. La réversibilité existe donc aux deux phases. Cependant, si nous examinons chaque expérience en particulier, nous voyons des différences dans le processus de retour de la chronaxie, suivant que le lavage est fait à la première période ou à la seconde.

1° *Lavage pendant la première phase (baisse de la chronaxie). Rana esculenta*, femelle pleine, poids 18^{g}, nerf droit, température 18°.

Nerf humecté de solution de Ringer (pH = 6,8).

Temps.....	2^h10	2^h20	2^h30	2^h40 [a]	2^h50	3^h	3^h10 [b]	3^h20	3^h30	3^h40	3^h50	4^h
Volt. rhéob.	$0^v,50$	0,64	0,70	0,76	1,14	1,54	1,94	1,44	1,38	1,28	1,06	1,08
Chron. (σ).	0,36	0,38	0,37	0,37	0,30	0,27	0,26	0,26	0,26	0,29	0,35	0,34

(a) A partir de 2^h40^m, chlorhydrate de cocaïne à 0,0125 pour 100.
(b) A partir de 3^h10^m, chlorhydrate de cocaïne remplacé par solution de Ringer.

2° *Lavage pendant la seconde phase (remontée de la chronaxie). Rana Esculenta*, femelle pleine, poids 18^{g}, nerf gauche, température 21°.

---

(1) J. Régnier et A. Quevauviller. *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 912.

Nerf humecté de solution de Ringer (pH = 6,8).

Temps.....	4h40	4h50 (a)	5h	5h10 (b)	5h20	5h30	5h40	5h50	6h	6h10
Volt. rhéob.	1v,36	1v,76	3v,52	2v,24	2v,40	2v,88	2v,56	2v,72	2v,24	1v,96
Chron. (σ).	0,29	0,28	0,15	0,25	0,22	0,19	0,17	0,19	0,24	0,27

(a) A partir de 4h50m, chlorhydrate de cocaïne à 0,0125 pour 100.
(b) A partir de 5h10m, chlorhydrate de cocaïne remplacé par solution de Ringer.

L'action du lavage se traduit donc dans les expériences du premier type par une remontée régulière de la chronaxie, alors que dans les expériences du second type apparaît un temps supplémentaire consistant en une baisse nette du paramètre précédant la remontée définitive.

En somme nous constatons, dans les deux cas, une variation symétrique de la chronaxie par rapport au début du lavage, c'est-à-dire que par la substitution du Ringer pur à la solution de chlorhydrate de cocaïne on revient vers l'état normal du nerf en passant, mais en sens inverse, par les mêmes phases.

Des expériences analogues ont été faites avec une solution de novocaïne à 0,005 pour 100, des résultats semblables ont été obtenus.

Il est intéressant de rapprocher ces résultats de ceux de Straub (1). Cet auteur a montré que le cœur d'Aplysie soumis à l'action de la muscarine subit d'abord une inhibition, puis, après un certain temps, un rétablissement, bien que le cœur soit toujours au contact du poison. Il a montré en outre que si l'on procède, au moment du rétablissement, au lavage de l'organe, l'action médicamenteuse inhibitrice apparaît à nouveau.

A l'appui de ce rapprochement, notons qu'il est possible, mais seulement avec certaines concentrations, d'observer, après la baisse puis la remontée de la chronaxie, le maintien pendant des heures d'une sorte de plateau, en présence même du liquide anesthésique.

Ces phénomènes, qui peuvent être dus à l'établissement d'un nouvel état d'équilibre (colloïdal ?) compatible avec l'excitabilité, passent inaperçus avec des doses trop fortes d'anesthésiques.

(1) W. Straub, *Pflüger's Arch.*, 119, 1907, p. 127.

ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE. — *Sur un électro-vibrateur à haute fréquence combinée.* Note de M. **Alain Boursin**, transmise par M. André Blondel.

On connaît des vibrateurs à basse fréquence, employés par exemple pour le massage. J'ai observé que les appareils de ce genre, si l'on prend comme organe vibrant un style, peuvent être utilisés pour faire vibrer synchroniquement des nerfs et même les amener à une sorte de résonance sur une fréquence de vibration quand on fait varier celle-ci dans des limites assez étendues. Le phénomène est analogue à la vibration bien connue d'une corde vibrante attaquée par une de ses extrémités, dans l'expérience classique de Melde.

J'ai observé d'autre part qu'un nerf peut aussi être excité en haute fréquence comme une antenne oscillant en demi-onde, si l'on relie une terminaison accessible par un petit condensateur de liaison, de très faible capacité, à un oscillateur générateur de haute fréquence à onde très courte (2^m à 10^m). On peut établir une résonance en faisant varier l'accord de l'oscillateur suivant les procédés connus dans les hétérodynes, notamment au moyen d'un condensateur variable. A la fréquence de résonance (ou celle qui joue un rôle analogue) on voit apparaître des symptômes physiques passagers (notamment des symptômes de dilatation de la pupille ou de vasodilatation de petits vaisseaux sanguins). En conséquence, je me suis proposé de construire un appareil à commande électrique permettant d'appliquer simultanément à l'extrémité d'un même style des oscillations de haute fréquence et des oscillations de basse fréquence. Cet appareil produit le même effet que l'électrodiapason de l'expérience de Melde si on le relie par un condensateur à une hétérodyne, qu'on règle de façon à faire osciller électriquement en demi-onde la corde vibrante. Dans certains cas d'ailleurs, on pourrait faire vibrer cette corde en quart d'onde ou plus généralement en un nombre entier en quarts d'onde.

L'oscillateur électrique utilisé est une hétérodyne de haute fréquence de 30000000 à 150000000 p/s.

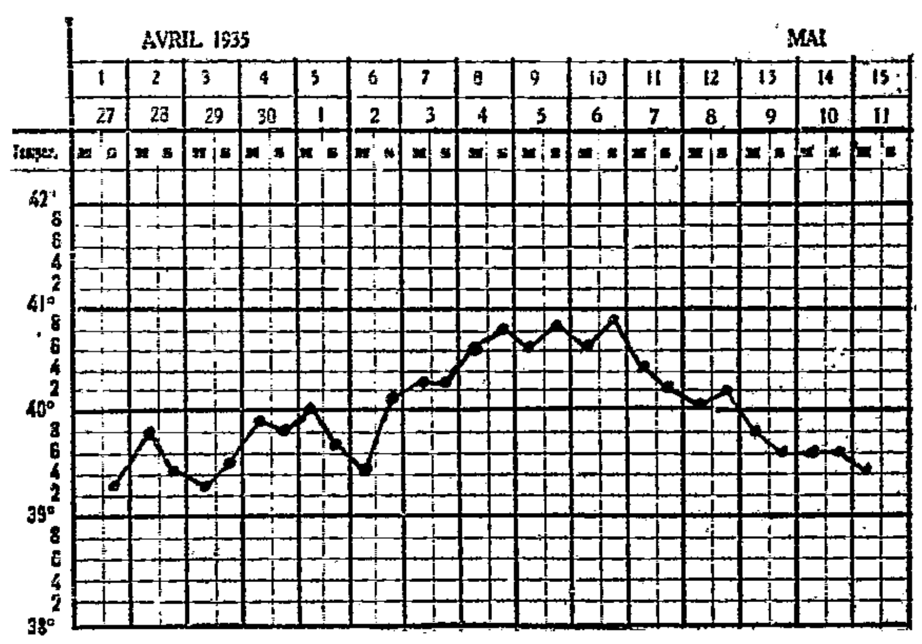
Les vibrations de basse fréquence (40 à 12000 p./s.) sont produites par un oscillateur double formé de deux hétérodynes associées ; on dérègle l'une d'elle pour produire des battements ; à cet effet on fait varier la capacité variable placée sur le circuit de l'une d'elles. Le courant oscillant de basse fréquence est amplifié par un amplificateur et transmis à la bobine inductrice d'un trembleur électromagnétique à palette vibrante.

Cette dernière est reliée à une baguette dont on peut faire varier les dimensions et la composition suivant les fréquences utilisées; par exemple, j'utilise une baguette épaisse pour les sons graves et une tige fine pour les tonalités aiguës.

L'extrémité de ce stylet est appliquée sur l'extrémité de l'organe que l'on veut mettre en vibrations; mais il faut faire varier avec soin l'amplification en même temps que la fréquence pour que l'amplitude obtenue ne dépasse pas une limite fixée par l'expérience [1].

MICROBIOLOGIE. — *Transmission de la peste porcine au cobaye avec passage en série. Perte de virulence rapide pour le porc dès le premier passage du virus au cobaye.* Note [2] de MM. F. **Le Chuiton**, **Ch. Mistral** et **J. Dubreuil**, présentée par M. F. Mesnil.

On pensait que le virus de la peste porcine ne donnait pas de maladie apparente aux animaux de laboratoire. Nous sommes parvenus, en utilisant



Passage de la peste porcine (virus d'Alger) au cobaye par voie testiculaire (6e passage).

comme voies d'inoculation les voies cérébrale et testiculaire, à transmettre la maladie au cobaye. La voie testiculaire plus pratique a seule été retenue par la suite.

Virus utilisés. — Deux virus de peste porcine l'un de Toulon, l'autre

(1) Une étude plus détaillée de l'appareil décrit ici sommairement et de ses applications paraîtra dans un autre Recueil.

(2) Séance du 30 décembre 1935.

d'Alger (Donatien et Lestoquard), sous forme de sang de porc. Les cultures sur milieux ordinaires de ces deux virus restent stériles.

Doses inoculées. — 2^{cm^3} à 3^{cm^3} de sang de porc répartis entre les deux testicules. Pour l'inoculation intra-cérébrale, 3/10ᵉ de centimètre cube.

Maladie du cobaye. — La fièvre survient chez le cobaye du quatrième au sixième jour, avec le plus souvent une courbe régulière de 6 à 8 jours; parfois elle est irrégulière avec des périodes d'apyrexie. Pendant la fièvre les cobayes ont le poil hérissé, avec perte de l'activité dans les formes très pyrétiques. Pas de mortalité.

Les passages sont possibles de cobaye à cobaye en inoculant dans les testicules le sang et le broyat de cerveau mélangés. 2 à 3^{cm^3} du mélange : 5 à 7^{cm^3} de sang + émulsion du cerveau dans 5^{cm^3} d'eau physiologique. Dix-huit passages pratiqués avec le virus de Toulon, 13 avec le virus d'Alger. Au fur et à mesure des passages, le virus s'adapte et les courbes fébriles sont plus accusées que lors des premiers passages, dans lesquels la fièvre ne dépasse pas souvent 40°,2, 40°,3, tandis que dans les passages suivants elle devient plus élevée.

De plus les lésions testiculaires inexistantes au début s'accusent au cours des passages. Avec la peste d'Alger, lésions testiculaires nettes chez le cobaye à partir du deuxième passage.

L'autopsie révèle des lésions parfois intenses de congestion pulmonaire.

Les ensemencements dans les milieux ordinaires de sang et de cerveau des cobayes, pratiqués au moment des autopsies, sont restés stériles pendant l'expérimentation.

Examen anatomo-pathologique des poumons et des testicules du 11ᵉ passage-peste d'Alger. — Poumons prélevés au 5ᵉ jour de la fièvre. Alvéoles pulmonaires épaissies infiltrées par des globules rouges. Desquamation intra-alvéolaire des cellules. Vaisseaux dilatés, gorgés de sang. Par endroits petits nodules inflammatoires de mononucléaires, de lymphocytes, de plasmocytes et nombreux éosinophiles.

Dans les testicules (prélevés au 6ᵉ jour de la fièvre), infiltration entre les tubes séminifères et sous la vaginale, constituée par les mêmes cellules. Légère dilatation des vaisseaux.

Inoculation de ce virus adapté au cobaye, dans l'organisme du porc, avec perte de virulence pour cet animal. — Les porcelets utilisés pour ce travail ont été choisis dans les porcheries indemnes de peste porcine depuis plusieurs années.

Un porcelet de 3 mois est inoculé avec le virus de Toulon au 12ᵉ passage

sur cobaye. Inoculation sous la peau de 2^{cm^3} de mélange (6^{cm^3} de sang de cobaye + émulsion du cerveau dans 5^{cm^3} d'eau physiologique). Aucune réaction fébrile. Inoculé 20 jours après avec 1^{cm^3} du virus porcin de Toulon non modifié, il meurt d'une peste qui dure 1 mois.

Deux nouveaux porcelets de 3 mois sont ensuite inoculés avec le virus d'Alger adapté au cobaye (même matériel de l'inoculation que précédemment). Inoculations sous-cutanées de $3^{cm^3},5$ du mélange à 10 ou 15 jours d'intervalle. Le 1er reçoit 3 inoculations (virus du 9e, du 10e et 12e passage). Le 2e reçoit 2 inoculations (virus du 10e et 11e passage). 9 jours après la dernière inoculation, nous éprouvons le 1er porcelet avec 1^{cm^3} du virus porcin d'Alger non modifié.

Le deuxième porcelet est mis en contact du premier pendant la période fébrile de ce dernier. Peste grave chez les deux et mort en 7 à 8 jours.

Des expériences entreprises alors nous ont montré que, dès le premier passage au cobaye, le virus est modifié et qu'il ne donne plus de maladie au porcelet.

Il est certainement modifié au neuvième jour après l'inoculation au cobaye, et deux porcelets ayant reçu un tel virus ont pu impunément recevoir ensuite, et successivement, du virus de trois jours, puis de quarante-huit heures, puis de vingt-quatre heures, sans faire de fièvre.

Des expériences actuellement en cours nous montreront le temps de séjour du virus dans l'organisme du cobaye, nécessaire pour lui faire perdre ses propriétés pour le porc. Nous verrons aussi si ces inoculations nous permettront de créer chez lui un état d'immunité vis-à-vis du virus de la peste porcine.

Nous voyons donc que la peste porcine, inoculée par voie testiculaire et aussi intra-cérébrale au cobaye, peut lui donner une maladie. La transmission par passages successifs est possible; il y a même au cours des passages une augmentation de la virulence pour cet animal.

Mais, fait curieux, le virus passé au cobaye perd très rapidement, dès la première inoculation chez cet animal, ses propriétés pathogènes pour le porcelet.

Nous ajoutons à cette Note que des expériences entreprises sur le rat blanc par la voie testiculaire nous ont montré que cet animal est aussi sensible au virus avec passages possibles de rat à rat.

La séance est levée à 15^h40^m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE NOVEMBRE 1935 (*suite et fin*).

Répertoire international des centres de documentation chimique. Paris, Office international de chimie, 1935; 1 vol. 30^{cm},5.

La documentation en France. Répertoire international des centres de documentation existant en France, publiée par l'Union française des organismes de documentation. Paris, 1935; 1 vol. 30^{cm},5.

L'Abbé Aloys Verschaffel (1840-1933), par AUGUSTE COLLARD.

— *Adolphe Quetelet et l'astronomie*, par AUGUSTE COLLARD. Extrait du *Bulletin*, n°s 4 (1933), 6, 7 et 8 (1935), *de la Société belge d'astronomie, de météorologie et de physique du Globe.* Bruxelles, Établissements d'imprimerie « L'Avenir »; 2 fasc. 24^{cm}.

Gœthe et Quetelet. Leurs relations de 1829 *à* 1832, par AUGUSTE COLLARD. Reprinted from *Isis*, n° 59, vol. XX, 2, January 1934. Bruges, Saint Catherine Press Ltd; 1 fasc. 25^{cm}.

Une bibliothèque belge centenaire, la bibliothèque de l'Observatoire royal et de l'Institut royal météorologique de Belgique, 1833-1933, par AUGUSTE COLLARD. Extrait de *Archives, bibliothèques et Musées de Belgique*, tome XII, n° 2, 1935. Bruxelles, 1, rue du Musée; 1 fasc. 24^{cm},5.

Do Paralelismo das Curvas Torsas, par PEDRO JOSÉ DA CUNHA. Lisboa, Oficina « Ottosgrafica, Ltd. », 1935; 1 fasc. 19^{cm},5.

Histoire naturelle des Coléoptères de France, par G. PORTEVIN. Tome IV : *Polyphaga : Rhynchophora.* Paris, Paul Lechevalier, 1935; 1 vol. 25^{cm}.

Sur les Mycorhizes de la pomme de terre, par J. COSTANTIN et J. MAGROU.

— *Quelques résultats des cultures de Fontainebleau* (1934). (*Solanum Tuberosum*), par J. COSTANTIN.

— *La rusticité des plantes alpestres*, par J. COSTANTIN. Extraits des *Annales des sciences naturelles.* Séries *Botanique et Zoologie*, 1935, 10e série, tome XVII. Paris, Masson et Cie; 3 fasc. 24^{cm},5.

Précis de Zoologie, par AUG. LAMEERE. Tome IV, fasc. 3 : *Les Paurométaboliques.* Bruxelles, H. Cauwenberg, 1935; 1 vol. 26^{cm},5.

Lunettes et télescopes. Théorie, conditions d'emploi, description, réglage, par ANDRÉ DANJON et ANDRÉ COUDER. Paris, éditions de la *Revue d'optique théorique et instrumentale*, 1935; 1 vol. 23^{cm}.

La peste d'Athènes (430-426 av. J.-C.), par J.-P. BÉTEAU. Traduction d'extraits de l'*Histoire de la guerre du Peloponèse*, par P. BARRIÈRE. Paris, édité par l'auteur, 1934; 1 fasc. 16^{cm},5.

Aportación Bioquimica al problema agricola del Nitrógeno, par ANTONIO DE GREGORIO ROCASOLANO. Zaragoza, Imprenta Editorial Gambón, 1933 : 2 vol. 22^{cm}.

Les sols de France au point de vue pédologique, par V. AGAFONOFF. Paris, Dunod, 1936; 1 vol. 25^{cm}.

Recherches sur le quartz piézoélectrique, par ARMAND DE GRAMONT. Paris, éditions de la *Revue d'optique théorique et instrumentale*, 1935 : 1 vol. 25^{cm}.

Les définitions modernes de la dimension, par GEORGES BOULIGAND. Paris, Hermann et Cie, 1935; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. Élie Cartan.)

Premières leçons sur la théorie générale des groupes, par GEORGES BOULIGAND. Paris, librairie Vuibert, 1935; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. Élie Cartan.)

Leçons de géométrie vectorielle. Préliminaires à l'étude de la théorie d'Einstein, par GEORGES BOULIGAND. Paris, librairie Vuibert, 1936; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. Édouard Goursat.)

Éloge de M. Paul Painlevé, par EUGÈNE FICHOT. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1935; 1 fasc. 24^{cm},5.

Les conceptions modernes de l'hérédité, par MAURICE CAULLERY. Paris, Flammarion, 1935; 1 vol. 19^{cm},5.

ERRATA.

(Séance du 2 décembre 1935.)

Note de M. *Georges Champetier*, Sur l'hydratation du chlorure chromique au sein de l'eau dense (oxyde de deutohydrogène) :

Page 1119, ligne 3 :

au lieu de $[Cr(H^2O)^4]Cl^2$, Chlorure vert de Recoura, *lire* $[Cr(H^2O)^4Cl^2]Cl$. Chlorure vert de Recoura.

(Séance du 23 décembre 1935.)

Note de M. *Marcel Brelot*, Sur l'intégration de $\Delta u(M) = \varphi(M)$:

Page 1317, ligne 17, dans la formule du milieu de la page, *au lieu de* φ, *lire* ψ.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JANVIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau une brochure intitulée *Commémoration du Cinquantenaire des premières réalisations de transmission d'énergie par l'électricité. Travaux et expériences de* Marcel Deprez; *Travaux de* Lucien Gaulard.

M. **Alfred Lacroix** dépose sur le bureau deux volumes des publications du *Bureau d'Études géologiques et minières coloniales : Les Ressources minérales de la France d'Outre-Mer* (1935).

Ces volumes comprennent les conférences faites au Muséum d'histoire naturelle sous les auspices de ce bureau. Le Tome III est consacré au zinc, au plomb, à l'argent, au cuivre, à l'or, aux minerais radioactifs, aux micas, aux pierres précieuses et à diverses autres substances utilisables; le Tome IV, aux phosphates.

Parmi ces conférences, plusieurs ont été faites par des membres de l'Académie, par M. L. Cayeux sur : *Les phosphates de chaux sédimentaires. Manière d'être et mode de formation*, et par M. A. Lacroix : *Les gisements phosphatés de grottes et de filons remplis par* descensum *les gisements superficiels des îles des mers équatoriales et tropicales*, et, d'autre part, *Les pierres précieuses, semi-précieuses ou d'ornementation*.

MÉCANIQUE. — *Sur l'étude asymptotique des oscillations de relaxation.* Note ([1]) de M. **Jules Haag.**

1. On sait que la détermination des oscillations auto-entretenues se ramène à la recherche des *cycles* de l'équation différentielle

$$x\,dx + (y - \lambda)\,dy = 0, \tag{1}$$

où λ désigne une fonction déterminée de x. Pour obtenir des *oscillations de relaxation*, on doit supposer qu'on multiplie la fonction λ par un facteur très grand, que l'on peut appeler $1/\varepsilon$, ε étant infiniment petit. Si l'on effectue la même opération sur y, l'équation (1) devient

$$\varepsilon^2 x\,dx + (y - \lambda)\,dy = 0. \tag{2}$$

Lorsque $\varepsilon = 0$, chaque courbe intégrale de cette équation comprend un certain nombre de segments parallèles à Ox et un certain nombre d'arcs de la courbe Γ représentative de la fonction λ.

Je me suis proposé de faire l'étude asymptotique de ces courbes, lorsque ε est non pas rigoureusement nul, mais seulement infiniment petit ([2]). De cette étude découlent la *détermination approchée des cycles* et le *calcul approché des périodes* correspondantes. Voici un bref résumé des résultats que j'ai obtenus dans cette voie.

2. Bornons-nous à la portion de trajectoire située sous Γ et à droite de Oy. Nous appellerons *arc de première espèce* un arc quasi horizontal et *arc de seconde espèce* un arc voisin de Γ.

Un arc de première espèce a pour équation approchée

$$y = y_0 + \varepsilon^2 \int_{x_0}^{x} \frac{x\,dx}{\lambda - y_0}. \tag{3}$$

Un arc de seconde espèce a pour équation approchée

$$y = \lambda - \frac{\varepsilon^2 x}{\mu}, \qquad \mu = \frac{d\lambda}{dx}. \tag{4}$$

([1]) Séance du 6 janvier 1936.

([2]) Dans une précédente Note (5 novembre 1934), j'avais déjà essayé d'entreprendre cette étude, en partant des équations générales d'un cycle. Mais l'amplification des ordonnées était accompagnée d'une déformation infiniment petite de la courbe Γ. Cette déformation est sans répercussion sur les formules (3) et (4) ci-après; mais elle fausse complètement les raccordements.

La grosse difficulté du problème réside dans le *raccordement entre deux arcs d'espèces différentes*.

A la limite, ce raccordement se fait en un point $A(a, b)$ de Γ. Supposons d'abord que ce point soit l'extrémité de gauche d'un arc de première espèce.

Au voisinage de A et *à droite*, on a

$$\lambda = b - At^r, \qquad t = x - a > 0, \qquad A > 0.$$

Posons

$$r' = \frac{2}{2r-1}, \qquad s' = rr', \qquad t = \varepsilon^{r'} s, \qquad y - b = -\varepsilon^{s'} z.$$

L'équation (2) se réduit asymptotiquement, quand ε est infiniment petit, à *l'équation différentielle de raccordement*

$$\frac{dz}{ds}(As^r - z) = -a. \tag{5}$$

Si $r > 1$, chaque courbe de raccordement admet une asymptote horizontale, sauf une courbe particulière, qui est asymptote à la courbe $z = -As^r$.

A gauche du point A, on a de même

$$\lambda = b - At^r, \qquad t = a - x = \varepsilon^{r'} s, \qquad y - b = -\varepsilon^{s'} z;$$

$$\frac{dz}{ds}(z - As^r) = a. \tag{6}$$

Les courbes de raccordement sont toutes asymptotes à la courbe $z = As^r$ et ont entre elles, à l'infini, un contact d'ordre infini.

Si le point A est l'extrémité de droite d'un arc de première espèce, on a, *à gauche* de ce point,

$$\lambda = b - At^r, \qquad t = a - x = \varepsilon^{r'} s, \qquad y - b = -\varepsilon^{s'} z;$$

$$\frac{dz}{ds}(z - As^r) = a. \tag{7}$$

Chaque courbe de raccordement admet une asymptote horizontale.

Si $r = 1$, les résultats sont analogues; mais, les branches à asymptote horizontale sont remplacées par des branches paraboliques.

3. Pour obtenir un *cycle*, on part du cycle limite, correspondant à $\varepsilon = 0$. Bornons-nous au cas où la courbe Γ admet l'origine pour centre de symétrie. Soient S et S' les sommets inférieur et supérieur du cycle limite. Si ε est infiniment petit, mais non nul, le sommet S subit une déviation vers le bas, dont la valeur asymptotique $k\varepsilon^{s'}$ *dépend uniquement des constantes* A *et* r *relative au point le plus bas de* Γ. En particulier, l'expo-

sant β est égal au plus petit des deux nombres r'_D et r'_G correspondant aux exposants r_D et r_G pour la droite et la gauche de ce point. En général, $r_D = r_G = 2$, et l'on a $\beta = 4/3$.

Quant au coefficient k, il est déterminé par les équations différentielles de raccordement (5) et (7).

Le point S′ doit subir une déviation vers le haut asymptotiquement égale à $k\varepsilon^\beta$. Ceci permet de déterminer le *déplacement du point terminal*, c'est-à-dire du point de rencontre du cycle avec Γ. De ce déplacement résulte immédiatement la *valeur asymptotique de l'amplitude* de l'oscillation de relaxation.

4. La *période* diffère de la période limite par une quantité T, infiniment petite avec ε, et dont l'expression est assez compliquée dans le cas le plus général. Si l'on s'en tient au cas simple où la fonction λ possède un seul minimum, on a, avec les notations précédentes, $T = \varepsilon^\beta k/a$.

Des particularités beaucoup plus complexes peuvent se produire, si la fonction λ possède plusieurs minima et maxima, et surtout si la courbe Γ possède des points anguleux ou des tangentes doubles horizontales.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des terres alcalines anhydres sur les carbures forméniques monohalogénés.* Note ([1]) de MM. **Jean-Baptiste Senderens** et **J. Aboulenc.**

L'un de nous a montré ([2]) que ces carbures étaient dédoublés catalytiquement par les oxydes anhydres Al^2O^3, ThO^2, ZrO^2, selon l'équation

$$C^nH^{2n+1}X = XH + C^nH^{2n}.$$

On a un dégagement de fumées d'hydracide retenues par une solution alcaline et du gaz éthylénique que l'on recueille dans l'éprouvette à eau.

Avec les terres alcalines anhydres, CaO, BaO, les choses se passent autrement.

Berthelot et de Fleurieu ([3]), en chauffant vers 200° pendant plusieurs heures, en tubes scellés, les éthers d'oxacides avec la chaux et la baryte

([1]) Séance du 6 janvier 1936.

([2]) J.-B. Senderens, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 612, 1213.

([3]) *Ann. Chim. Physique*, 3e série, 67, 1863, p. 77.

anhydres, avaient obtenu un alcoolate et un sel

$$2\,CH^3CO^2C^2H^5 + 2\,BaO = (C^2H^5O)^2Ba + (CH^3CO^2)^2Ba.$$

Nef (¹) avait décomposé les chlorures de propyle, d'isobutyle, de butyle tertiaire, en faisant passer leurs vapeurs sur la chaux vive chauffée dans un tube à combustion à des température variant de 500 à 650°. Il obtenait des oléfines mêlées d'une certaine proportion d'autres gaz, notamment d'hydrogène, avec dépôt de charbon.

A ces températures élevées il devait y avoir une destruction par la seule action de la chaleur.

Nos expériences ont été faites à des températures bien moins élevées où nous nous sommes d'ailleurs préalablement assurés que la chaleur seule n'avait aucune action.

Chlorure de butyle n-$CH^3 - CH^2 - CH^2 - CH^2Cl$: *Chaux anhydre*. — Cette chaux distribuée en trois nacelles est chauffée au four électrique dans un tube de pyrex, à l'entrée duquel le chlorure de butyle coule goutte à goutte en se vaporisant. L'autre extrémité du tube communique avec le système abducteur (réfrigérant, ballon, flacon laveur à solution alcaline, éprouvette reposant sur l'eau). Vers 275°, le gaz commence à se dégager dans l'éprouvette, et il devient abondant à 285°. C'est du butène provenant du dédoublement

$$C^4H^9Cl = C^4H^8 + HCl.$$

Quant à l'acide chlorhydrique on ne le trouve pas dans le flacon laveur et, du tube de pyrex ouvert, il ne se dégage ni fumées ni odeur de HCl. Il faut donc qu'il ait été retenu par la chaux sous forme de chlorure de calcium dont la proportion va en augmentant avec la durée de l'expérience. Comme ce chlorure de calcium est un excellent catalyseur dédoublant le chlorure de butyle vers 225° (²), son action finira par prévaloir. De là vient qu'après une certaine durée de l'expérience, si l'on diminue la température, le butène continue à se dégager et ne s'arrête qu'à 225°, limite de l'action de $CaCl^2$. En même temps il se dégage du HCl que l'on retrouve dans la solution alcaline du flacon laveur et qui s'échappe en épaisses fumées acides du tube de pyrex ouvert.

La *baryte anhydre* dédouble un peu moins facilement le chlorure de butyle. Ce n'est que vers 290° qu'on a un dégagement régulier de butène,

(¹) Nef, *Liebigs Ann.*, 318, 1901, p. 12 à 40.

(²) J.-B. Senderens, *loc. cit.*

sans HCl, lequel n'apparaît qu'après la formation d'une certaine quantité de $BaCl^2$.

Chlorure d'isotropyle : $CH^3CHCl\text{-}CH^3$-*chloro-2-propane*. — Nous avons d'abord constaté que ce chlorure secondaire n'était pas encore décomposé par la chaleur seule à 350°. Avec les terres alcalines il se dédouble nettement à 250° :

$$CH^3CHCl.CH^3 = CH^3-CH=CH^2+HCl.$$

Le propylène se dégage d'abord seul; l'acide chlorhydrique étant retenu par les terres alcalines et n'apparaissant que dans la suite de la réaction.

Chlorure de butyle tertiaire $\frac{CH^3}{CH^3}\rangle CCl\text{-}CH^3$. — Ce chlorure, d'après la constatation faite par l'un de nous [1], commence à 300° a être dédoublé en HCl et méthyl-2-propène par la seule action de la chaleur. Ce dédoublement se produit dès 210° par les terres alcalines :

$$\frac{CH^3}{CH^3}\rangle CCl.CH^3 = HCl+\frac{CH^3}{CH^3}\rangle CH=CH^2.$$

Comme toujours le carbure éthylénique commence seul à se dégager, et l'acide chlorhydrique ne se montre qu'après une certaine durée de l'expérience.

Bromures forméniques : a. Bromure de butyle n. $CH^3CH^2.CH^2.CH^2Br$. — Les terres alcalines commencent à le dédoubler vers 300° et donnent à 310° un dégagement régulier de butène sans HBr au début.

b. Bromure d'isopropyle $CH^3.CHBr—CH^3$ est dédoublé par ces mêmes terres à 265° :

$$CH^3.CHBr.CH^3 = CH^3-CH=CH^2+HBr.$$

Observation. — Dans toutes ces expériences il ne se produit pas de dépôt de charbon, contrairement à ce qui se passe dans les opérations de Nef où le charbon se dépose par suite de l'action destructive de la chaleur.

M. **Emmanuel Leclainche** fait hommage à l'Académie de son *Histoire de la Médecine vétérinaire*.

M. **Maurice d'Ocagne** fait hommage à l'Académie de la troisième série de ses *Hommes et choses de Science*, récemment parue. Elle comprend,

---

(1) J.-B. Senderens, *loc. cit.*

comme les deux précédentes, des portraits de savants choisis dans la période allant du XVIIe au XXe siècle, avec une esquisse de leur œuvre, ainsi que des vues d'ensemble sur divers sujets d'histoire des sciences (mouvement mathématique français contemporain; genèse de la mécanique céleste; naissance de la chimie moderne, etc.), et une étude sur le rôle des femmes dans le domaine de la science.

M. **J. A. L. Waddell** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé *Weights of Metal in Steel Trusses*.

NOMINATIONS.

MM. **Alfred Lacroix**, **Emmanuel Leclainche**, **Jean-Louis Faure**, **Antonin Gosset** sont désignés pour représenter l'Académie à la séance solennelle d'inauguration de l'*Académie de Chirurgie*, le 4 février 1936, à la Sorbonne.

Le **Bureau de l'Académie**, MM. **Robert Bourgeois** et **Georges Perrier** sont désignés pour représenter l'Académie dans le *Comité du Bicentenaire* de l'arrivée en Équateur de La Condamine, Bouguer et Godin.

PLIS CACHETÉS.

Les héritiers du Dr Théodore Herzl demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 31 décembre 1894 et enregistré sous le n° 5071.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un manuscrit intitulé *Das Ghetto, Schauspiel in vier Acten*, von Albert Schnabel, *d. i.* Theodor Herzl.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Les parentés chimiques des êtres vivants, par Paule Lelu. (Présenté par M. Maurice Caullery.)

L'**Université Harvard** invite l'Académie à se faire représenter par un de ses Membres à la célébration du *Troisième Centenaire* de sa fondation à Cambridge (Massachusetts), les 16, 17, 18 septembre 1936.

L'**Université royale d'Utrecht** invite l'Académie à se faire représenter à la Commémoration solennelle du *Troisième Centenaire de sa fondation*, les 22, 23 et 24 juin 1936.

M. **Émile Brylinski** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats au siège vacant dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *Jean Rey*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les propriétés caractéristiques des indicatrices de croissance*. Note (¹) de M. **Vladimir Bernstein**.

On sait que, $\Phi(Z)$ étant une fonction entière d'ordre ρ (fini, non nul) et de type moyen, ses indicatrices de croissance *complète* et *tronquée*

$$h_\Phi(\psi) = \overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log|\Phi(re^{i\psi})|}{r^\rho}, \qquad h_\Phi^+(\psi) = \overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\overset{+}{\log}|\Phi(re^{i\psi})|}{r^\rho}$$

sont des fonctions *périodiques de période* 2π, et *sous-trigonométriques d'ordre* ρ (cette dernière locution exprime, suivant M. Valiron, qu'elles ne peuvent pas être supérieures à une fonction de la forme $A\cos\rho\psi + B\sin\rho\psi$

(¹) Séance du 30 décembre 1935.

en un point intérieur à un intervalle de longueur $< \pi/\rho$ sans l'être aussi en l'un au moins des points extrêmes de l'intervalle). Ces deux propriétés sont-elles *caractéristiques* pour les indicatrices de croissance? En d'autres termes, étant donné une fonction quelconque $\chi(\psi)$ satisfaisant à ces deux conditions existe-t-il une fonction entière $\Phi(Z)$ d'ordre ρ et de type moyen qui admette cette fonction $\chi(\psi)$ comme indicatrice de croissance complète ou [si $\chi(\psi)$ est supposée en plus non négative] comme indicatrice tronquée? M. Pólya a résolu cette question en 1929 pour le cas $\rho = 1$, et il a obtenu une réponse positive (1). M. Valiron a considéré en 1932 le cas de ρ quelconque et a obtenu une réponse positive pour les indicatrices tronquées (2), la question restant ouverte pour le cas où, ρ étant quelconque $\neq 1$, on n'impose pas *a priori* à $\chi(\psi)$ la condition d'être non négative. Le but de cette Note est celui d'indiquer un procédé de démonstration, qui permet d'établir que la réponse à la question ci-dessus est encore positive dans le cas le plus général. La démonstration détaillée est exposée ailleurs (3).

La méthode qui m'a conduit au résultat annoncé est basée sur l'application de la transformation de Laplace. Pour la rendre possible, je commence par remplacer les fonctions entières $\Phi(Z)$ d'ordre ρ et de type moyen par les fonctions (que nous appellerons de classe A_ρ) $f(z) = \Phi(z^{1/\rho})$, définies sur la surface de Riemann de $z^{1/\rho}$, et qui sur cette surface sont de type moyen de l'ordre 1 et sont en plus invariantes par rapport à la transformation $z' = ze^{2\pi i \rho}$. Les indicatrices complètes de croissance de $f(z)$ et de $\Phi(Z)$ étant liées par la relation $h_f(\rho\psi) = h_\Phi(\psi)$, tout revient ainsi à démontrer qu'à chaque fonction $h(\theta)$, sous-trigonométrique d'ordre 1, et périodique de période $2\pi\rho$ (et non nécessairement toujours positive), on peut faire correspondre une fonction de la classe A_ρ qui admette $h(\theta)$ pour indicatrice complète de croissance.

Cela posé, en généralisant de façon convenable les résultats de M. Pólya sur la transformation de Laplace (4), on démontre qu'à chaque $h(\theta)$ du type indiqué, on peut faire correspondre un domaine K, à plusieurs feuillets, qui est généré par le demi-plan mobile $\xi \cos\theta - \eta \sin\theta \geq h(\theta)$ lorsque θ

---

(1) *Math. Zeitschr.*, 29, 1929, p. 595.

(2) *Bull. Soc. math. de France*, 60, 1932, p. 286.

(3) *Mem. R. Acc. d'Italia* (sous presse).

(4) *Loc. cit.*, p. 585; il convient de prendre pour point de départ l'exposé de ces résultats que j'ai donné dans mon livre sur *Les séries de Dirichlet* (Paris, 1933, p. 294-308).

varie, qui a à l'infini un point critique logarithmique si ρ est irrationnel, et un point critique algébrique d'ordre p si $\rho = p/q$, qui est limité par une courbe de Jordan, dont chaque arc assez petit est convexe ([1]), et par chaque point de laquelle passe au moins une droite $\xi \cos\theta - \eta \sin\theta = h(\theta)$ tracée sur un même feuillet de K, chacune de ces droites contenant par ailleurs au moins un point extrême du contour de K. De plus, $f(z)$ étant une fonction de la classe A_ρ dont l'indicatrice complète est $h(\theta)$, sa tranformée de Laplace $F(x)$ $(x = \xi + i\eta)$, définie sur la demi-droite $\arg x = 0$, $|x| > h^+(0)$ par l'intégrale habituelle, peut être prolongée analytiquement suivant chaque chemin intérieur à K, ce prolongement donnant lieu à une branche de fonction $F(x)$, régulière à l'intérieur de K, ayant un point singulier en chaque point extrême du contour, et satisfaisant en plus dans K aux deux conditions $F(x) = ax^{-1}[1 + O(x^{-1/\rho})]$ pour $x \to \infty$, et $F(xe^{2\pi i\rho}) = e^{-2\pi i\rho} F(x)$. D'autre part chaque fonction $F(x)$ qui possède ces propriétés sur un domaine du type K, peut être considérée comme transformée de Laplace d'une fonction $f(x)$ de la classe A_ρ, ayant pour indicatrice complète la fonction $h(\theta)$ à laquelle correspond le domaine K.

Le résultat annoncé au début sera donc établi si l'on démontre que, sur chaque domaine du type K, on peut définir des fonctions $F(x)$ qui possèdent les propriétés sus-mentionnées. Pour le démontrer, on peut représenter conformément K sur le domaine canonique E, qui est la partie $|t| < 1$ de la surface de Riemann de $\log t$ si ρ est irrationnel, et de $\sqrt[q]{t}$ si $\rho = p/q$, le point ∞ de K correspondant à l'origine de E. Le domaine K étant invariant par rapport à la transformation $x' = xe^{2\pi i\rho}$, on peut s'arranger de façon qu'à deux points homologues dans cette transformation correspondent sur E deux points exactement superposés de deux feuillets successifs. Si alors $H(t)$ est une fonction de t, holomorphe pour $|t| < 1$, admettant la circonférence $|t| = 1$ pour coupure de type convenable, et non nulle à l'origine, la fonction $F(x)$ qui correspond sur K à la fonction $H^*(t) = t^\rho H(t)$ possède toutes les propriétés requises et l'on obtient ainsi le résultat annoncé au début de cette Note.

([1]) Une convention spéciale doit être faite en ce qui concerne les points anguleux éventuels d'ouverture supérieure à π.

AÉRODYNAMIQUE. — *Contribution à la théorie des biplans rigides d'envergure infinie.* Note (¹) de MM. **Albert Toussaint** et **Miroslav Nénadovitch**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons signalé (²) une méthode pour le calcul des caractéristiques aérodynamiques d'un biplan d'envergure infinie. En vue des applications pratiques nous avons donné aux formules établies antérieurement une forme quelque peu simplifiée et la comparaison avec les résultats expérimentaux détermine les limites d'application.

Ainsi la sustentation de chacune des ailes [aile inférieure et supérieure (*fig.* 1)], dans le cas de l'interinclinaison nulle, est donnée par

$$C_{y_1} = \frac{2\pi(1+\eta e)}{1+\frac{(1+2\eta e)B_1 B_2}{64 D_1 D_2}} \left\{ \left[1 - \frac{1+\eta e}{8 D_1}\left(B_1 + \frac{A_1}{D_1} - \frac{1+\eta e}{8}\frac{A_2 B_1}{D_2^2} \right) \right] \alpha + \frac{\eta e}{16} C_1 \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1+\eta e}{8}\frac{B_2}{D_2^2} \right) \right\},$$

$$C_{y_2} = \frac{2\pi(1+\eta e)}{1+\frac{(1+2\eta e)B_1 B_2}{64 D_1 D_2}} \left\{ \left[1 + \frac{1+\eta e}{8 D_2}\left(B_2 - \frac{A_2}{D_2} - \frac{1+\eta e}{8}\frac{A_1 B_2}{D_1^2} \right) \right] \alpha + \frac{\eta e}{16} C_2 \left(\frac{1}{D_2} + \frac{1+\eta e}{8}\frac{B_1}{D_1^2} \right) \right\}$$

avec

$$A_1 = \frac{b^2}{l^2}\cos 2\delta' - \frac{1}{2}\frac{b}{l}\sin\delta' - \frac{1}{16}, \qquad A_2 = \frac{b^2}{l^2}\cos 2\delta' + \frac{1}{2}\frac{b}{l}\sin\delta' - \frac{1}{16},$$

$$B_1 = 4\left(\frac{b}{l}\sin\delta' + \frac{1}{4}\right), \qquad B_2 = 4\left(\frac{b}{l}\sin\delta' - \frac{1}{4}\right),$$

$$C_1 = \frac{b}{l}\cos\delta'\,\frac{B_1}{D_1}, \qquad C_2 = \frac{b}{l}\cos\delta'\,\frac{B_2}{D_2},$$

$$\frac{h}{l} = \left(\frac{b^2}{l^2} - \frac{1}{16}\right)\frac{l}{b}\cos\delta', \qquad \operatorname{tang}\delta = \frac{16\left(\frac{b}{l}\right)^2 + 1}{16\left(\frac{b}{l}\right)^2 - 1}\operatorname{tang}\delta'.$$

L'expérience montre que la théorie peut être appliquée avec une approximation suffisante à partir d'un entreplan d'ordre $h/1 = 1/2$.

A titre d'exemple, nous avons représenté la variation de l'angle de por-

(¹) Séance du 9 décembre 1935.

(²) A. Toussaint, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 700.

tance nulle (*fig.* 1) et la variation de la pente $dCy/d\alpha$ (*fig.* 2) pour chacune des ailes (traits pleins, aile inférieure; traits interrompus, aile

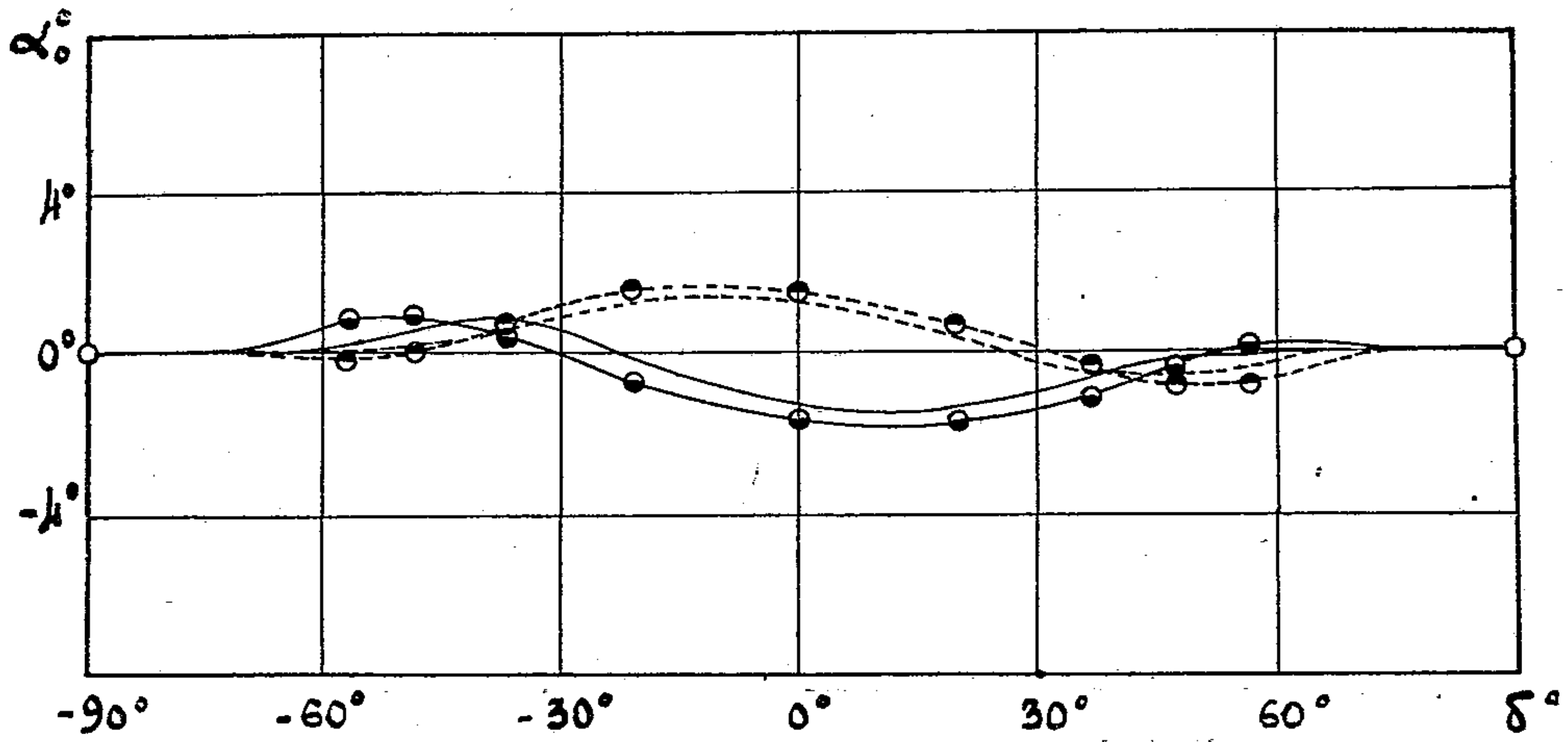


Fig. 1.

aile supérieure; aile inférieure.

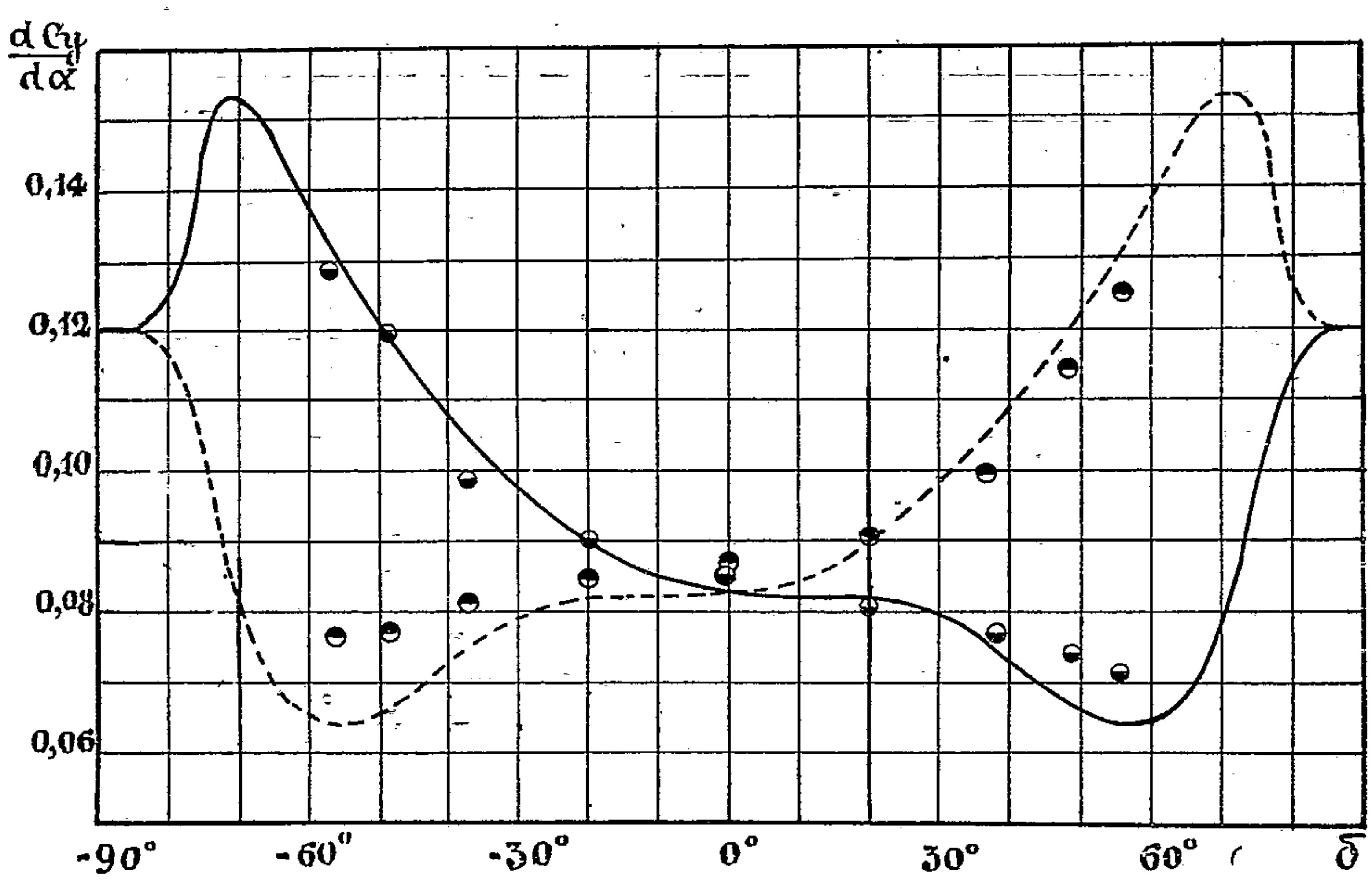


Fig. 2.

supérieure) dans le cas d'une cellule biplane caractérisée par $h/1 = 2/3$, $\varepsilon = 0°$ et pour diverses valeurs du décalage angulaire δ.

On constate une concordance tout à fait satisfaisante entre la théorie et l'expérience.

AÉRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Ailes d'avion : pressions dans l'axe du noyau des tourbillons marginaux*. Note ([1]) de M. **Jacques Valensi**, présentée par M. Henri Villat.

Grâce à la netteté avec laquelle se présentaient dans nos expériences précédentes ([2]) les tourbillons marginaux, nous avons entrepris une série de déterminations expérimentales afin de caractériser ces tourbillons.

Nous rendons compte ici de mesures de pressions dans l'axe du noyau. Ces mesures ont été effectuées à l'aide de deux sondes cylindriques capillaires a et b. La sonde a comporte des orifices percés sur la paroi cylin-

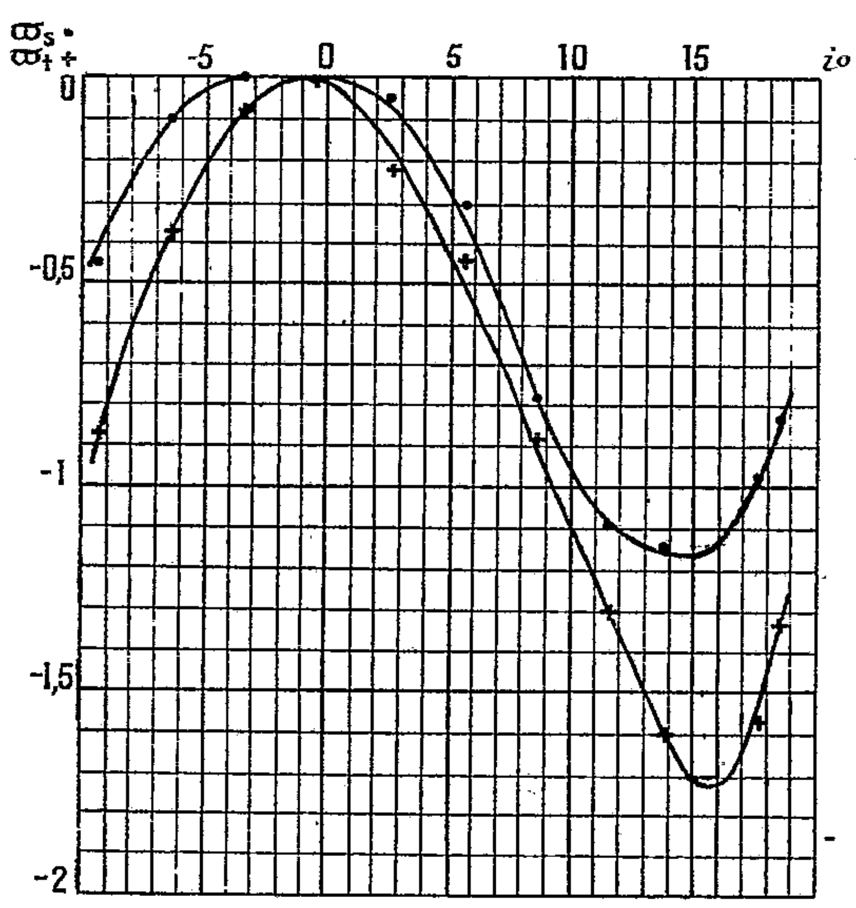


Fig. 1.

drique et est bouchée à son extrémité; la sonde b comporte un seul orifice à son extrémité. Il est permis de penser qu'en plaçant ces sondes le long de l'axe du noyau, on mesure avec la sonde a le terme p, et avec la sonde b, le terme $p + 1/2\rho v^2$ des équations d'Euler concernant le mouvement rotationnel permanent d'un fluide parfait et incompressible.

La figure 1 représente les variations des indications des sondes en fonction de l'inci-

([1]) Séance du 6 janvier 1936.

([2]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 940.

dence de l'aile, à une distance du bout de l'aile x égale à $1{,}41\,l$ (l = corde de l'aile au voisinage du bout).

En abscisses sont portées les incidences, en ordonnées les quantités suivantes :

$$\varpi_s = \frac{p_a - p}{\frac{1}{2}\rho V^2}, \qquad \varpi_t = \frac{P_b - P}{\frac{1}{2}\rho V^2},$$

où $p_a - p$ représente la dépression relative indiquée par la sonde a, la pression de référence étant celle mesurée par la prise statique d'un Pitot double $\mathfrak{P}$ placé dans le plan vertical π contenant la sonde a, mais en dehors de la zone influencée par l'aile, et où $P_b - P$ représente la dépression relative indiquée par la sonde b, la pression de référence étant celle mesurée par la prise dynamique du même Pitot $\mathfrak{P}$. Enfin $1/2\rho V^2$ est la dépression génératrice de la vitesse mesurée dans le plan π.

Disons brièvement, au point de vue qualitatif, que partant de l'incidence de portance maximum (qui correspond au maximum des dépressions relatives) et allant vers l'incidence de portance nulle, on constate simultanément la diminution des dépressions relatives indiquées par les sondes a et b, et la diminution du diamètre du noyau tourbillonnaire.

L'annulation des dépressions relatives correspond à la disparition totale du noyau tourbillonnaire et par suite de l'enroulement.

Aux incidences négatives croissantes, on constate simultanément que les sondes a et b indiquent des dépressions relatives croissantes, et qu'il apparaît un noyau tourbillonnaire de diamètre croissant analogue au noyau tourbillonnaire des incidences positives. Le détachement de ce noyau a lieu encore de l'extrémité de l'aile, mais sur l'intrados; l'enroulement corrélatif, et le sens de rotation dans le noyau ont lieu dans le sens opposé.

Quantitativement il convient de souligner que la sonde b indique un maximum de dépression relative égal à environ deux fois la dépression génératrice de la vitesse dans la veine. Par ailleurs les mesures à la balance aérodynamique ayant accusé un C_z max. de l'ordre de $1{,}15$, on doit s'attendre à trouver des dépressions relatives plus grandes pour une aile plus porteuse.

L'hydrodynamique des fluides parfaits nous permet de calculer approximativement la circulation autour du tourbillon marginal (que nous assimilons à un tourbillon cylindrique indéfini).

On a

$$\Gamma = \frac{\pi}{\sqrt{2}} d_1 V \sqrt{\frac{-\varpi_s}{\frac{1}{2}\rho V^2}},$$

où d_1 est le diamètre du noyau, en supposant une répartition uniforme du vecteur rotation dans une section transversale.

Le tableau ci-après donne Γ dans le système M. K. S. pour $x = 1{,}41\,l$. La vitesse

du vent dans la zone non troublée est $V = 10,50$ m/s, et la corde de l'aile au voisinage du bout : $l = 110^{mm}$.

Nous donnons également les valeurs de d_1 en m, valeurs mesurées au comparateur sur photographies.

i..........	5°,6.	8°,6.	11°,6.	13°,9.	17°,6.	18°,6.
d_1........	0,0058	0,0064	0,0072	0,0078	0,0089	0,0090
Γ.........	0,0074	0,0132	0,0175	0,0191	0,0205	0,0191

Comme complément à ces résultats la figure 2 donne la variation de ϖ_s

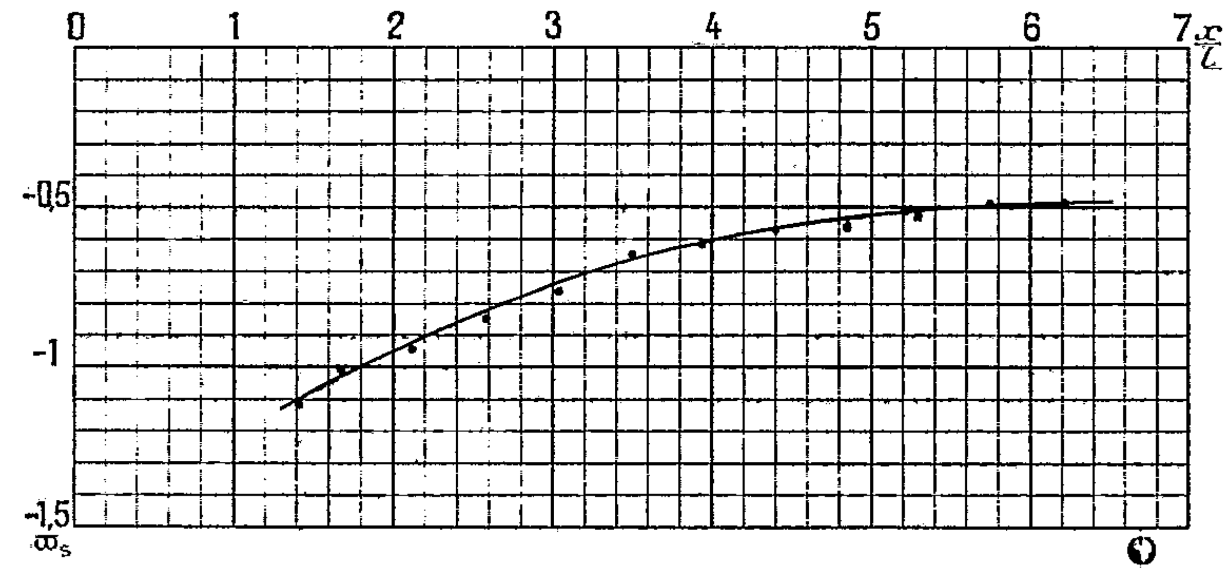


Fig. 2.

en fonction de la distance x à l'aile pour $i = 13°,9$. La pression de référence est à chaque abscisse x, celle mesurée par la prise statique du pitot $\mathcal{T}$ placé dans le plan vertical d'abscisse x hors de la zone influencée par l'aile.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur une méthode pour la mesure des diamètres apparents des étoiles.* Note de M. **Albert Arnulf**, présentée par M. Charles Fabry.

Lorsqu'on observe l'ombre portée par un écran opaque sur une surface éclairée par une source ponctuelle, on constate, dans la partie éclairée voisine de l'ombre, la présence de franges de diffraction dont les propriétés sont bien connues. Or le même phénomène doit se produire sur la surface de la terre, à une échelle incomparablement plus grande, lors de l'occultation d'une étoile par le bord lunaire. A ce moment l'ombre du bord lunaire obscur se déplace sur la terre avec une très grande vitesse

(1 km/sec, environ) et l'occultation a lieu au moment où cette ombre atteint l'observateur.

Dans le cas envisagé, ces franges de diffraction possèdent des propriétés très intéressantes. Si l'étoile est sans diamètre apparent, la distance angulaire dont elle doit se déplacer pour faire substituer l'une à l'autre la première frange claire et la première frange sombre n'est que de 0",003. Si l'étoile possède un diamètre apparent sensible du même ordre de grandeur, la répartition des intensités dans le système de franges sera déjà profondément altérée.

L'étude de ce phénomène conduit à une méthode très sensible de mesure des diamètres stellaires. Les méthodes destinées à mettre en évidence ce phénomène consistent à analyser les variations d'éclat de l'étoile au moment de son occultation par le bord obscur de la lune. Deux procédés peuvent être employés :

1° l'enregistrement photographique, en formant l'image de l'étoile sur une plaque sensible animée d'une translation uniforme, en analysant ensuite la traînée obtenue au moyen d'un microphotomètre et en déduisant de cette analyse la courbe des variations d'intensité par les méthodes de la photométrie photographique;

2° l'enregistrement au moyen d'une cellule photoélectrique, couplée à un amplificateur et à un oscillographe.

Nous nous sommes donc borné à la méthode photographique, l'enregistrement électrique étant beaucoup trop coûteux et ne présentant pas une fidélité suffisante à l'époque du début de nos recherches. L'image de l'étoile, obtenue au foyer du télescope de 1^m, ouvert à $f/3$ de l'Observatoire de Meudon, était projetée directement sur une plaque photographique animée d'un mouvement en spirale, dont la vitesse variait entre 30 et 60^{mm} par seconde.

Nous avons effectué plusieurs essais en 1931, 1932 et 1933 [1]. Au total deux traînées seulement ont pu être enregistrées, dont l'une, relative à l'occultation de Regulus du 6 avril 1933, a montré nettement les deux premières franges claires. De l'aspect de la courbe de lumière, on peut conclure immédiatement que le diamètre apparent de Régulus est certainement inférieur à 0",003; d'autre part, on constate que la décroissance de l'intensité à partir du premier maximum jusqu'à l'ombre géométrique est

---

[1] Voir les *Rapports annuels sur l'activité de l'Observatoire de Paris* (Section astrophysique de Meudon, années 1932, 1933 et 1934).

plus lente que la décroissance théorique, cela semble indiquer la présence d'un diamètre apparent sensible. La mesure de l'intensité à l'endroit où devrait se former l'ombre géométrique, et sa comparaison avec l'intensité théorique nous fournit une valeur du diamètre apparent, très voisine de 0″,0018 (comprise entre 0″,0015 et 0″,0020).

On remarquera, pour l'application de cette méthode, que l'on ne connaît pas l'inclinaison de la paroi lunaire occultante; en conséquence la durée du phénomène peut être extrêmement variable; on est amené en conséquence à ne jamais raisonner sur des positions de franges, mais uniquement sur des intensités, pratiquement on travaillera sur la partie qui joint l'ombre au maximum le plus voisin.

Il pourrait arriver également que la paroi lunaire soit assez déchiquetée pour que le phénomène de diffraction soit altéré d'une façon sensible. La valeur du diamètre apparent trouvée sera toujours une limite supérieure.

Cette méthode a l'inconvénient grave de ne pouvoir s'adresser qu'aux étoiles peu nombreuses susceptibles d'être occultées. Elle a deux avantages très marqués sur la méthode interférentielle, en ce qu'elle permet la mesure de diamètres beaucoup plus petits d'une part, et d'autre part en ce qu'elle n'est sensiblement pas affectée par les hétérogénéités de l'atmosphère, du moins si l'on utilise un instrument de diamètre suffisant.

ACOUSTIQUE. — *Sur l'existence d'une diffusion des ondes ultrasonores dans les liquides.* Note (1) de M. **Pierre Biquard**, présentée par M. Paul Langevin.

L'étude de l'absorption des ondes ultrasonores par les liquides a montré (2) que la théorie classique de Stokes et Kirchhoff ne peut pas rendre compte des phénomènes observés pour des ultrasons dont les fréquences sont comprises entre 4 et 10 millions par seconde. Les coefficients d'absorption observés sont, pour divers liquides organiques, de 3 à 100 fois plus élevés que ceux que l'on peut calculer en tenant compte des effets de viscosité et de conductibilité calorifique.

R. Lucas (3) a suggéré récemment que cette absorption considérable

(1) Séance du 6 janvier 1936.

(2) P. Biquard, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1935.

(3) R. Lucas, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1171.

pourrait être provoquée par une diffusion du son, le liquide se comportant comme un milieu trouble et diffusant de l'énergie sonore par un mécanisme analogue à celui de la diffusion de la lumière.

L'expérience décrite ci-dessous nous a permis de constater l'existence de cette diffusion du son.

Les ultrasons sont produits par un quartz Q (*fig.* 1) excité sur un de ses modes de vibration propres par un générateur de haute fréquence. Le liquide utilisé, le toluène, est placé dans une cuve représentée sur la figure

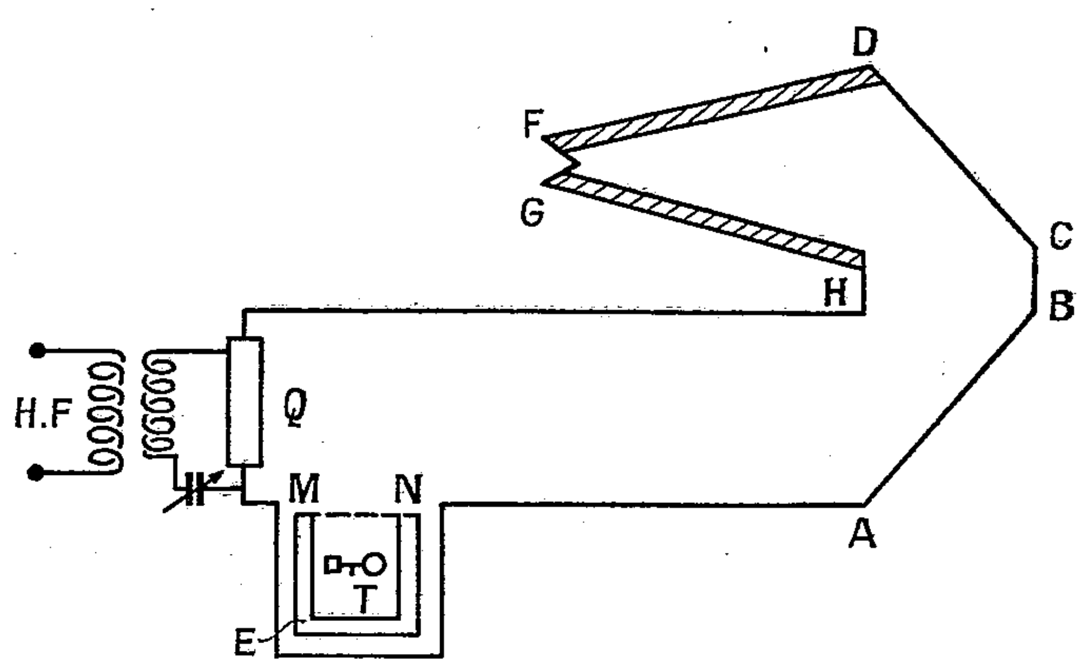


Fig. 1.

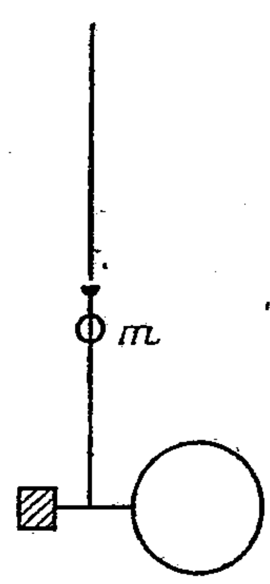


Fig. 2.

et qui est disposée de façon que l'onde ultrasonore, après réflexions sur les faces AB et CD soit complètement absorbée par des réflexions successives sur des plaques de liége DF et GH. D'ailleurs, à la fréquence utilisée $N = 7{,}96.10^6 \text{ sec}^{-1}$ (longueur d'onde dans le toluène : $0^{mm},17$), l'énergie ultrasonore qui pourrait revenir vers l'émetteur après des réflexions multiples serait au maximum de l'ordre de 1/60000 de l'énergie émise, du seul fait de l'absorption par le liquide.

Pour manifester l'existence d'ultrasons diffusés nous avons disposé en T, latéralement au faisceau ultrasonore, un pendule de torsion destiné à mesurer la pression de radiation de ce rayonnement. Ce pendule est constitué par une palette circulaire de 3^{cm} de diamètre (*fig.* 2). Le fil de torsion est en bronze phosphoreux de $0^{mm},04$ de diamètre et de 33^{cm} de longueur.

Il est protégé contre une émission possible des parois de la cuve grâce à une enceinte à double paroi E. Il est également protégé des tourbillons provoqués dans le liquide par les ultrasons au moyen d'une paroi mince et rigide MN. Toutes précautions sont prises enfin pour éviter entre le pendule T et la cuve métallique des effets d'attraction d'origine électrique.

Dans ces conditions on observe que, lorsqu'on excite le quartz, le pendule dévie sous l'action d'une pression de radiation correspondant à un rayonnement provenant de la portion du liquide soumise aux ultrasons.

A titre d'indication signalons que pour ramener le pendule à sa position d'équilibre il a fallu une torsion du fil de 5°, tandis qu'en plaçant le pendule dans le faisceau principal il a fallu une rotation d'environ 3600°

Cette expérience semble donc confirmer l'existence d'une diffusion des ondes ultrasonores par les liquides.

Des recherches plus précises sont en cours.

CHALEUR. — *La théorie des tourbillons cellulaires de Bénard.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Lord Rayleigh a donné en 1916 une théorie des tourbillons cellulaires d'origine thermique, où M. Bénard a trouvé une *confirmation remarquable* de ses expériences anciennes sur le spermaceti fondu, en ce qui concernait les *dimensions* de ces tourbillons, alors que le *désaccord* était *immense*, quant à leur *limite de stabilité*. Nous n'examinerons ici que le problème de la stabilité des tourbillons, c'est-à-dire de l'instabilité de la transmission de la chaleur par conduction.

Le calcul de Lord Rayleigh a été fait en considérant que, dans le liquide chauffé par le bas dans une cuve plate, il apparaît, causée par une variation θ de la température, une perturbation de vitesse (u, v, w). On écrit les équations générales de l'hydrodynamique, en introduisant les différences de densité corrélatives des différences de température, et négligeant les produits de deux termes petits. La perturbation dépend des coordonnées et du temps par le facteur général $e^{i(lx+my+sz)+nt}$, et l'on pose qu'il y a stabilité ou instabilité de la transmission par conduction pure, suivant que la partie réelle de n est négative ou positive. En précisant les conditions aux limites, on forme le critère de stabilité $g\alpha h^4\beta : K\nu < \Delta$, donnant le gradient vertical de température pour lequel une convection commence à apparaître; g est l'accélération due à la pesanteur, α le coefficient de dilatation, K la diffusibilité thermique, ν la viscosité cinématique, et h l'épaisseur du fluide; Δ est un pur nombre.

Une question très délicate se pose ici. A-t-on le droit d'employer le principe d'Archimède et d'écrire, comme le fait Lord Rayleigh, les équations de la convection ? Considérons en effet (l'expérience, au surplus, paraît bien

irréalisable) un liquide I dense, dont une couche I_1 est à la partie supérieure d'un récipient. Supposons, au-dessous de I_1, une couche de liquide II moins dense et, au-dessous de II, une nouvelle couche I_2 du premier liquide remplissant tout le fond du récipient. Supposons provisoirement horizontales les surfaces de séparation. Comme il n'y a *aucune relation directe* entre les deux portions I_1 et I_2 du liquide I, la pression, juste au-dessous de II, est donnée uniquement par la pression juste au-dessus de II, et la pression résultant de la présence de II, c'est-à-dire que *la couche plus légère* II *n'est soumise à aucune force de pesanteur.* Supposons maintenant que s'amorce une *variation dans l'épaisseur* de cette couche II. Cette variation va s'accentuer, et la disposition envisagée est bien effectivement *instable.* Mais si l'on s'arrange pour que seules puissent apparaître des *ondulations maintenant constante l'épaisseur de la couche* II, les différences de densité ne font apparaître aucune force gravifique, et *l'équilibre est indifférent.* Or, *c'est le cas de la perturbation stratifiée* de Rayleigh. On pourrait objecter que toute perturbation, et en particulier une perturbation contenue dans un volume effectivement plongé dans le liquide de densité différente, peut se représenter par une somme de perturbations de Rayleigh; mais on répliquera que l'on applique séparément les équations à chacune de ces perturbations en particulier et que, par suite, on n'a pas le droit de faire le calcul si la poussée d'Archimède n'existe pas pour chaque couche.

Pour faire un calcul *correct*, il faut considérer un volume fluide dont la température a subi une perturbation θ et qui, par suite, subit, à l'altitude z, une accélération proportionnelle à $(\theta + \beta z)$ en négligeant les termes constants. La conductibilité refroidit ce volume fluide, en même temps que la viscosité amortit son mouvement, de sorte que la perturbation peut fort bien ne pas s'amplifier. On obtient *sans calcul* la valeur maximum du coefficient de proportionnalité de $(\theta + \beta z)$ à $d\theta : dt$, caractérisant le refroidissement de la particule, en remarquant qu'il s'agit de l'évanouissement d'une inégalité de température au sein du milieu *unique* constitué par le fluide. Le coefficient de convection dans l'air étant relativement très petit, cet évanouissement est réglé par des constantes de temps dont la fondamentale, et par suite la plus longue, vaut $4h^2 : \pi^2 K$. C'est, changé de signe, le coefficient cherché. De même, le coefficient de proportionnalité de la vitesse w (égale à $dz : dt$), à la dérivée $\partial w/\partial t$, de laquelle se retranche $g\alpha(\theta + \beta z)$ aux termes constants près, coefficient qui règle le ralentissement, sera pris égal à $-4h^2 : \pi^2\nu$, une des faces du fluide

étant en contact avec le fond de la cuve, l'autre étant à l'air libre. h étant la plus petite dimension du fluide, de beaucoup, il suffit de considérer température et mouvement suivant la coordonnée verticale z. En éliminant z, on a une équation différentielle linéaire reliant θ au temps t.

On trouve ainsi, très simplement, que les perturbations ne peuvent s'entretenir si $g\alpha h^4 \beta : K\nu$ est inférieur à $\pi^4 : 16$. C'est un critère de même forme que celui de Rayleigh, mais Δ vaut à peu près 6, au lieu de 657 (Rayleigh), ou de 1709 (Jeffreys).

En recalculant les anciennes mesures de M. Bénard, on trouve, dans l'expérience effectuée avec une épaisseur de spermaceti égale à 1^{mm}, qui semble la meilleure au point de vue thermique, une valeur de Δ dont on n'a que l'ordres de grandeur, mais qui se situe entre 5 et 10. *Le désaccord entre la théorie et l'expérience a donc disparu.*

ÉLECTROCHIMIE. — *Effet Volta des solutions électrolytiques contre l'eau et caractères d'acidité et de basicité.* Note de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. Georges Urbain.

Des observations antérieures (1) ont mis en évidence l'aspect électrique éventuel des hétérogénéités d'un gel conducteur tel que la gélatine purifiée du commerce. Le système, constitué par le gel et par des fils de platine incorporés en deux de ses points, est susceptible de réaliser une pile, dans la mesure où les deux points ne sont pas identiques.

Avec ce mode opératoire, on constate tout d'abord que sur une couche de gélatine homogène, l'eau pure apposée (eau distillée des laboratoires) n'est pas pratiquement décelable à l'électromètre. Par suite le saut de potentiel interfacial eau-gélatine apparaît comme négligeable en première approximation; ce qui autorise l'observateur, en vue d'une extension des possibilités expérimentales, à assimiler, dans une chaîne donnée, la gélatine suffisamment proche de son point isoélectrique et l'eau pure.

Les souillures électrolytiques de la gélatine sont contrôlables à l'électromètre. Notamment, dans les confrontations d'électrolytes sur gélatine par essais à deux gouttes précédemment décrits, la force électromotrice de la chaîne Pt-1re goutte-gélatine-2e goutte-Pt est fonction des solutions en présence. Les systèmes de ce genre, dont l'une des deux gouttes consiste

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1318.

en eau pure, ne sont plus conditionnés à l'électromètre que par la seule solution antagoniste. L'analogie des effets de contact de l'eau et de la gélatine conduit alors à envisager la chaîne fictive Pt-eau-solution-Pt, dont la force électromotrice peut être désignée sous le nom de potentiel électrométrique de la solution.

Le potentiel électrométrique ainsi défini, abstraction faite de tout gel, fait intervenir le saut de potentiel de l'interface idéal eau-solution, c'est-à-dire l'effet Volta de la solution considérée contre l'eau. Une valeur approchée du potentiel électrométrique est fournie par la confrontation, sur gélatine, de la solution et de l'eau par essai à deux gouttes, autant que la solution ne réagit pas appréciablement sur le gel, et que les mesures sont assez rapides pour devancer toute diffusion. Par assimilation de l'eau et de la gélatine, on parvient encore au potentiel électrométrique par suppression, dans le même essai, de l'eau apposée, et incorporation directe du fil correspondant dans le gel.

De grandeur très variable avec la nature de l'individu chimique dissous et sa concentration, le potentiel électrométrique peut atteindre des valeurs absolues notables, comme par exemple pour les solutions saturées de nitrate ferrique et de sulfure de sodium, qui conduisent respectivement à des chiffres supérieurs au demi-volt et de signe contraire. Les valeurs absolues restant hors de considération, une corrélation s'accuse, d'autre part, entre le pH de la solution et le signe de son potentiel électrométrique, c'est-à-dire la polarité de la chaîne Pt-eau-solution-Pt; le potentiel électrométrique étant, par convention, regardé comme positif lorsque cette chaîne a son pôle positif du côté de la solution, et comme négatif lorsqu'elle a son pôle positif du côté de l'eau pure.

Le potentiel électrométrique s'est effectivement manifesté positif pour des solutions déterminant le virage du tournesol au rouge, telles que les solutions des acides nitrique et acétique, des chlorures, sulfates et nitrates ferriques et cuivriques. Au contraire, le potentiel électrométrique s'est manifesté négatif pour des solutions déterminant le virage du tournesol au bleu, telles que les solutions de soude, de baryte, des carbonate et sulfure de sodium. Pour un grand nombre de cas jusqu'ici examinés, le sens de la chute globale de potentiel dans la chaîne Pt-eau-solution-Pt a été trouvé ainsi correspondre à celui des pH croissants dans l'interface idéal eau-solution, sens qui semble le conditionner, au moins dans une très large mesure.

Les caractères d'acidité et de basicité des électrolytes se révèlent donc

comme d'intervention opposée à l'égard du signe de l'effet Volta contre l'eau, contrôlé par celui du potentiel électrométrique, directement accessible à l'expérience. La discrimination électrostatique, qui s'établit entre eux de ce fait, a l'avantage de demeurer entièrement indépendante des hypothèses de la dissociation électrolytique.

Les présentes observations sont à rapprocher de résultats antérieurs de J. Perrin [1], concernant les charges électriques empruntées par les membranes dans les milieux acides et basiques.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur le coefficient d'activité des ions.* Note de Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Jean Perrin.

Lorsqu'on cherche à confronter la théorie des électrolytes forts avec l'expérience, on se heurte à la question de la signification du paramètre a de la théorie de Debye. Dans le cas du coefficient d'activité d'un ion, il n'y a pas d'ambiguïté, a représente le rayon d'action de l'ion de l'espèce considérée, c'est-à-dire le rayon d'une sphère impénétrable à tout autre ion; l'existence de forces répulsives entre ions, surajoutées aux forces de Coulomb, étant ainsi mise en évidence pour des distances moléculaires. Dans le cas du coefficient moyen d'activité d'un sel, la plupart des auteurs admettent, pour des raisons de simplification de calcul, que les rayons des divers ions d'une solution sont égaux; hypothèse *a priori* incertaine.

Il m'a paru intéressant, malgré les difficultés inhérentes à l'existence d'un potentiel à la jonction entre liquides, de chercher à atteindre le coefficient d'activité des deux espèces d'ions d'un électrolyte, et pour cela d'utiliser le chlorure de cadmium, sel dont j'avais préalablement [2] déterminé le coefficient d'activité moyen.

La mesure de la force électromotrice (f. e. m,) des chaînes

$$\text{Cd (amal. 2 phases)} \mid CdCl^2,\ m \mid \text{KCl sat.} \mid \text{KCl } 0{,}1\,\text{N} \mid Hg^2Cl^2 \mid \text{Hg},$$
$$\text{Ag} \mid \text{AgCl} \mid CdCl^2,\ m \mid \text{KCl sat.} \mid \text{KCl } 0{,}1\,\text{N} \mid Hg^2Cl^2 \mid \text{Hg}$$

permet d'atteindre les potentiels par rapport à l'hydrogène

$$E_{Cd} = (E_0)_{Cd} - \frac{RT}{2\mathcal{F}} \text{Log}\ m f_{Cd} + \pi, \qquad E_{Cl} = (E_0)_{Cl} + \frac{RT}{\mathcal{F}} \text{Log}\, 2 m f_{Cl} + \pi,$$

(1) *J. Chim. Phys.*, 2, 1904, p. 601.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1579.

où E_0 représente le potentiel normal de l'électrode considérée, f le coefficient d'activité de l'ion correspondant et π la différence de potentiel entre la solution étudiée et celle de chlorure de potassium saturé servant à faire la fonction avec l'électrode de référence.

L'appareillage est le même que celui utilisé dans l'étude du coefficient moyen d'activité du chlorure de cadmium; mais, étant donné la très grande résistance du circuit, par suite de la fermeture des robinets des siphons de jonction, le galvanomètre servant d'appareil de zéro est remplacé par un montage électrométrique à lampes.

Les résultats obtenus à 25° sont les suivants :

m (mol-g/1000g eau)	0,1.	0,05.	0,02.	0,01.	0,005.	0,002.	0,001.
E_{Cd} (10^{-4} volt)	4053	4070	4124	4190	4259	4353	4424
E_{Cl} (10^{-4} volt)	−2959	−3086	−3256	−3394	−3529	−3715	−3871

La détermination de E_0 se fait comme dans le cas d'une pile sans transport, mais avec une erreur π_0, limite de π pour $m = 0$. L'erreur faite sur $\text{Log} f$ se réduit donc à $\pi - \pi_0$. Malheureusement ni la théorie ni l'expérience ne permettent de calculer cette erreur. Mais, en solution diluée, les mobilités des ions principaux en présence étant peu différentes les unes des autres, il ne paraît pas illusoire de faire dans ce cas des mesures au dixième de millivolt.

La méthode de Lewis ne donne pas de résultats satisfaisants. Celle de La Mer, en utilisant la formule de Gronwall, La Mer et Greiff [1], conduit, dans le cas du cadmium, à une très bonne constance $[(E_0)_{Cd} = 0,3494 \text{ volt}]$ pour un rayon de 5,4 Å; dans le cas du chlore au contraire, le rayon est très petit : de l'ordre de 2 Å, dans ces conditions, la convergence de la série de Gronwall est faible et la détermination de $(E_0)_{Cl} = -0,2242$ volt incertaine. Quoi qu'il en soit, l'écart est assez grand pour que l'on soit conduit à penser que les rayons des deux ions Cd^{++} et Cl^- sont différents.

Si la grandeur a_{Cd} est bien, ainsi que semblent le montrer les résultats précédents, une caractéristique de l'ion, on doit trouver la même valeur, ou tout au moins des valeurs voisines, dans les solutions des différents sels de cadmium.

Or j'avais mesuré le potentiel du cadmium dans les solutions de sulfate de cadmium [2]. En utilisant ces résultats, on obtient pour le rayon de

[1] *J. Phys. Chem.*, 35, 1931, p. 2245.

[2] *J. Chim. phys.*, 24, p. 1927, 712.

l'ion Cd^{++} dans le sulfate : 6 ± 1 Å, ce qui est en accord avec la valeur trouvée dans le chlorure et permet de conclure à l'individualité du rayon des ions.

MAGNÉTISME. — *Sur l'expression mathématique de la courbe d'hystérésis.* Note de M. **Jacob Neufeld**, présentée par M. Henri Villat.

L'expression mathématique de la courbe de l'hystérésis peut être déterminée comme suit :

Je pose

$$B = F(H) + \alpha \int_0^t B(\lambda)\,M(t-\lambda)\,d\lambda, \tag{1}$$

où B est l'induction magnétique, H l'intensité du champ magnétique. Le terme F(H) dépend de la valeur instantanée de H tandis que le terme qui le suit représente l'action *héréditaire* de l'hystérésis. Quand le champ magnétique varie sinusoïdalement

$$H = H_m \sin \omega t, \tag{2}$$

la variation de l'induction magnétique peut être exprimée par la série de Fourier

$$\begin{aligned} B = {} & B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \ldots \\ & + B'_1 \cos \omega t + B'_2 \cos 2\omega t + B'_3 \cos 3\omega t + \ldots, \end{aligned} \tag{3}$$

dont les coefficients peuvent être relevés expérimentalement ou bien déterminés graphiquement de la courbe de l'hytérésis.

En faisant les substitutions

$$\frac{b(p)}{p} = \int_0^\infty B(t)\,e^{-pt}\,dt, \tag{4}$$

$$\frac{f(p)}{p} = \int_0^\infty F[H(t)]\,e^{-pt}\,dt, \tag{5}$$

$$\frac{m(p)}{p} = \int_0^\infty M(t)\,e^{-pt}\,dt, \tag{6}$$

$$\frac{n(p)}{p} = \int_0^\infty \left[\int_0^t B(\lambda)\,M(t-\lambda)\,d\lambda\right] dt, \tag{7}$$

l'équation (1) peut être réduite à la forme

$$\frac{b(p)}{p} = \frac{f(p)}{p} + \alpha\frac{n(p)}{p}, \tag{8}$$

où

$$\frac{n(p)}{p} = \frac{b(p)}{p} \times \frac{m(p)}{p}. \tag{9}$$

Par conséquent

$$m(p) = \frac{p[b(p) - f(p)]}{b(p)}. \tag{10}$$

Quand H varie sinusoïdalement, on a

$$f(p) = p\int_0^\infty \mathrm{F}[\mathrm{H}_m \sin \omega t]\, e^{-pt}\, dt \tag{11}$$

et

$$\begin{aligned} b(p) = {} & \frac{\mathrm{B}_1 \omega p}{p^2 + \omega^2} + \frac{2\mathrm{B}_2 \omega p}{p^2 + 4\omega^2} + \frac{3\mathrm{B}_3 \omega p}{p^2 + 9\omega^2} + \ldots \\ & + \frac{\mathrm{B}'_1 p^2}{p^2 + \omega^2} + \frac{\mathrm{B}'_2 p^2}{p^2 + 4\omega^2} + \frac{\mathrm{B}'_3 p^2}{p^2 + 9\omega^2} + \ldots. \end{aligned} \tag{12}$$

On aura alors

$$\frac{m(p)}{p} = -\frac{\displaystyle\int_0^\infty [\mathrm{F}(\mathrm{H}_m \sin \omega t)] \times e^{-pt}\, dt}{\displaystyle\sum_{k=1}^{k=n} \frac{k\mathrm{B}_k \omega p + \mathrm{B}'_k p^2}{p^2 + k^2\omega^2}} = \frac{\mathrm{A}(p)}{\mathrm{D}(p)}. \tag{13}$$

L'équation (6) a comme solution

$$\mathrm{M}(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{m(p)}{p}\, e^{pt}\, dp = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{\mathrm{A}(p)}{\mathrm{D}(p)} e^{pt}\, dp, \tag{14}$$

par conséquent

$$\mathrm{M}(t) = \sum^{n} \frac{\mathrm{A}(\gamma_1)}{\left[p\dfrac{\partial}{\partial p}\mathrm{D}(p)\right]_{p=\gamma_n}} e^{\gamma_n t}, \tag{15}$$

$\gamma_1, \ldots, \gamma_n$ étant des racines de $\mathrm{D}(p)$.

Substituant (15) dans (1) et posant $t = 1/\omega \arcsin \mathrm{H}/\mathrm{H}_m$, on a

$$\mathrm{B} = \mathrm{F}(\mathrm{H}) + \alpha\int_0^{\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{H}_n}} \left\{ \mathrm{B}\sum \frac{\mathrm{A}(\gamma_1)}{\left[p\dfrac{\partial}{\partial p}\mathrm{D}(p)\right]_{p=\gamma_n}} \right\} e^{\gamma_n\left(\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{H}_c} - \lambda\right)}. \tag{16}$$

On a donc obtenu une relation fonctionnelle entre B et H, qui exprime le cycle de l'hystérésis.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres d'absorption des oxydes de tellure* TeO^2 et TeO. Note de M. **Choong Shin-Piaw**, présentée par M. Charles Fabry.

I. L'étude du spectre d'absorption de l'anhydride sélénieux SeO^2 [1] nous a conduit à examiner celui de la molécule homologue TeO^2. Cette substance étant beaucoup moins volatile que la première et attaquant vivement la silice à température élevée, nous l'avons simplement placée dans un tube ouvert en porcelaine, chauffé dans un four électrique sur une longueur de 30^{cm} environ. Le spectre d'absorption est photographié, soit avec un spectrographe en quartz (dispersion 10 Å par millimètre vers λ 3100), soit avec un spectrographe en verre (dispersion 12 Å par millimètre vers λ 4000); le fond continu nécessaire est fourni, suivant les cas, par un tube à hydrogène ou par une lampe pointolite.

II. Le spectre d'absorption de la molécule TeO^2 comprend trois régions distinctes, comme celui des molécules SO^2 et SeO^2. La première région apparaît quand la température du four est de 720° environ. Elle s'étend, vers les grandes longueurs d'onde, jusqu'à $\lambda = 2930$ et vers les petites longueurs d'onde, elle pénètre certainement dans la région de Schumann : l'absorption ne paraît, dans cette région, présenter aucune structure. La seconde région, qui apparaît vers la même température que la première, a son maximum vers 3580 Å et est résolue en bandes qui s'étendent de 2930 à 4700 Å environ. La troisième région enfin n'apparaît qu'à une température beaucoup plus élevée, supérieure à 1250°, et nécessite par suite une densité de vapeur notable. Son maximum se place vers 4980 Å et, du côté des grandes longueurs d'onde, elle atteint le domaine des radiations jaunes. Cette région est comme la précédente, résolue en bandes.

Les bandes de la région 2, et surtout celles de la région 3, sont diffuses, sauf quelques-unes dont les têtes sont assez nettes et qui sont alors dégradées vers le rouge. La recherche de régularités numériques est difficile, et nous nous contenterons pour l'instant de signaler deux périodicités principales, respectivement égales à 650 et 210 cm^{-1}; la première

---

[1] L. Bloch, E. Bloch et Choong Shin-Piaw, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 654.

paraît appartenir à l'état normal de la molécule, la seconde à l'état excité.

III. Les résultats précédents ne sont valables que si la densité de la vapeur utilisée est assez forte. Si elle est très forte, l'absorption ultraviolette peut même devenir totale au-dessus de 1000°. Si, au contraire, la densité de vapeur reste faible, il apparaît, à 1000°, dans l'ultraviolet, un spectre d'absorption nouveau, d'allure bien différente, qui appartient à la molécule diatomique TeO. Il se compose d'abord d'une dizaine de bandes comprises entre 3100 et 3300 Å, et dont la structure de rotation est en général visible. Quand la température s'élève, ce spectre se prolonge du côté des grandes longueurs d'onde. Vers 1400°, température maximum que l'on peut atteindre avec le four dont nous disposons, la limite atteinte est de 3830 Å.

La preuve que l'attribution de ce spectre à la molécule TeO est correcte, est fournie par l'identité des bandes observées avec celles du spectre d'émission correspondant dont nous avons donné récemment la structure [1]. Seules manquent en absorption la bande (0-0) et peut-être quelques-unes des bandes faibles appartenant aux progressions $v'' = 2, 3, 4$. Le point le plus intéressant est l'apparition en absorption de quatre bandes nouvelles du côté des petites longueurs d'onde. Ces bandes, d'après leur allure générale et leur position, doivent être rattachées au système déjà connu en émission, et viennent se placer à l'extrémité de la progression $v'' = 0$, où elles prennent le numérotage (7-0), (8-0), (9-0), (10-0). La structure de rotation, bien visible en absorption comme en émission sur les autres bandes de cette progression, disparaît brusquement à partir de la bande (7-0). On se trouve donc en présence d'un nouvel exemple de prédissociation et l'on comprend que les quatre bandes précédentes n'apparaissent pas en émission. Il faut sans doute rattacher à la même cause de petites perturbations dans les positions de ces bandes, qui sont légèrement déplacées par rapport aux positions prévues.

En résumé, nous avons mis en évidence et étudié qualitativement et quantitativement deux spectres d'absorption nouveaux, appartenant respectivement aux molécules TeO^2 et TeO.

---

[1] Choong Shin-Piaw, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1181.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Sur le pouvoir rotatoire magnétique et la dispersion des mercuritétraiodures alcalins.* Note [1] de MM. **René Lucas** et **Fernand Gallais**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les pouvoirs rotatoires magnétiques de certains composés complexes du mercure (dérivés iodomercuriques) ont attiré l'attention de divers expérimentateurs par leur valeur particulièrement grande [2].

Le pouvoir rotatoire magnétique de beaucoup de composés se présente comme une propriété additive des atomes ou ions constituant les molécules. La question se posait donc de savoir si la valeur particulièrement grande de la constante de Verdet de ces complexes du mercure était une exception absolue aux règles d'additivité, ou bien si cet écart n'était dû qu'au choix particulier des radiations servant aux mesures (spectre visible). Dans la première hypothèse, on pourrait rechercher l'origine de la grande valeur de la constante de Verdet des complexes dans un effet de structure. Dans la seconde hypothèse, l'accroissement de la constante de Verdet serait dû à un effet de dispersion. Nous avons tenté d'élucider cette question.

Les mesures ont été faites avec les radiations de longueur d'onde

$$0^{\mu},6438, \quad 0^{\mu},5780, \quad 0^{\mu},5461, \quad 0^{\mu},4800, \quad 0^{\mu},4358,$$

Nous désignerons par $[\rho]$ le quotient de la constante de Verdet par la masse spécifique du corps étudié. Pour une solution la valeur de $[\rho]$ du corps dissous a été calculée par application d'une relation d'additivité.

1° Nous avons étudié le mercuritétraiodure de potassium pur [3], HgI^4K^2 en solution décimoléculaire dans l'alcool à 20 pour 100. La rotation magnétique très élevée de ce sel présente une grande dispersion

$$[\rho] = 0,0502 \quad \text{pour} \quad 0^{\mu},5461 \qquad \text{et} \qquad \frac{[\rho]_{0,4358}}{[\rho]_{0,5780}} = 2,85.$$

Une dispersion aussi importante peut être due à la présence d'une bande d'absorption sélective ultraviolette relativement proche du spectre visible. On peut donc

---

[1] Séance du 23 décembre 1935.

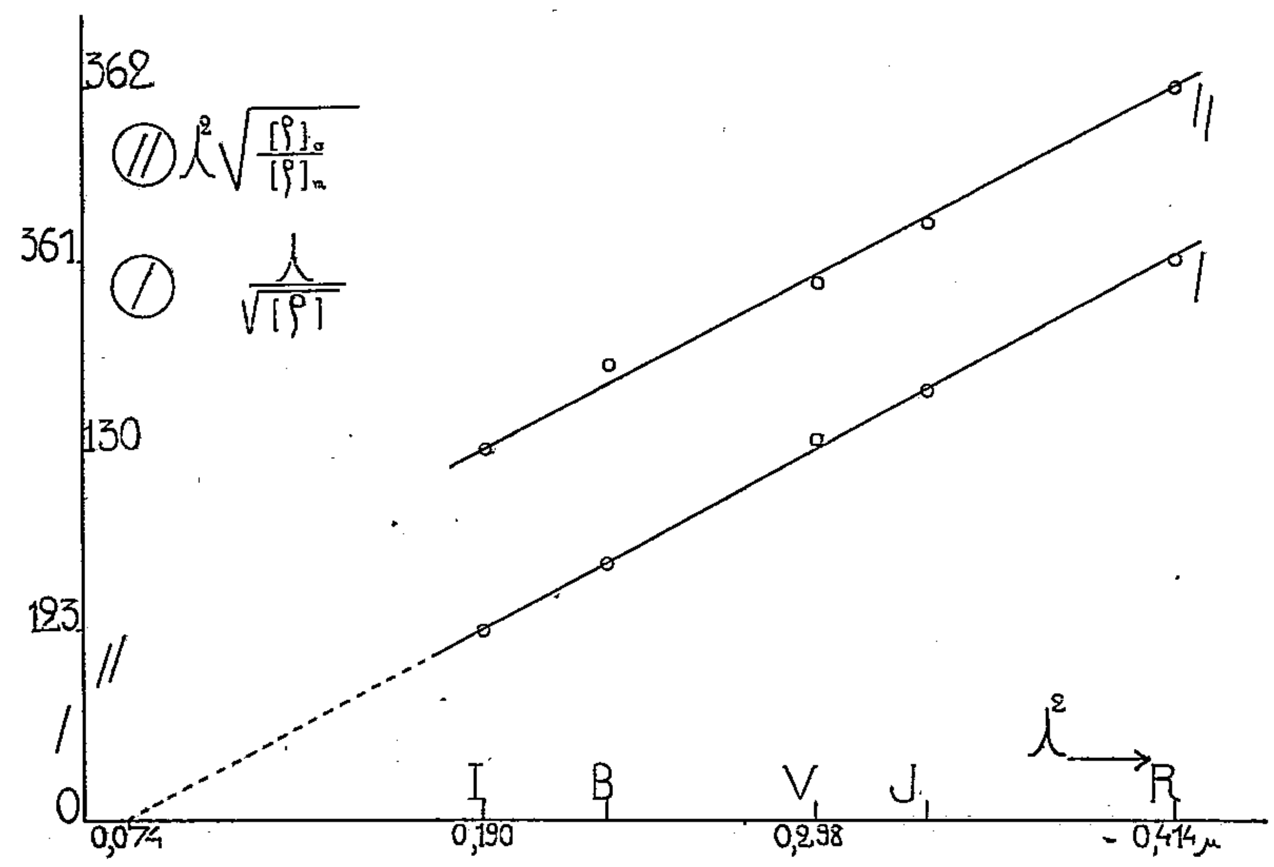
[2] A. Cornu et A. Potier, *Comptes rendus*, 102, 1886, p. 385; O. Schönrock, *Z. Ph. Ch.*, 11, 1893, p. 782; L. R. Ingersoll, *J. Opt. Soc. Am.*, 6, 1922, p. 663; F. Gallais, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 836.

[3] F. Gallais, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 875.

tenter de représenter $[\rho]$ par une formule de dispersion de Voigt réduite à un terme

$$[\rho] = \frac{A\lambda^2}{[\lambda^2 - \lambda_0^2]^2} \quad \text{ou encore} \quad \frac{\lambda}{\sqrt{[\rho]}} = \frac{1}{\sqrt{A}}(\lambda^2 - \lambda_0^2)$$

(en négligeant les variations de l'indice de réfraction), λ_0 désignant la longueur d'onde d'absorption dans l'ultraviolet. La seconde formule se prête à une vérification graphique commode car elle est linéaire en fonction de λ^2 et donne commodément λ_0.



La courbe I relative au complexe HgI^4K^2 est bien une droite et donne pour λ_0 la valeur $0^\mu,271$. Le spectre d'absorption indique d'ailleurs bien une très forte absorption à partir de $0^\mu,2900$.

2° Nous avons repris l'expérience même qui sert à déterminer la constitution des complexes en solution. Dans le cas du mercuritétraiodure de césium ([1]) nous avons déterminé pour la solution de « composition maximum » ([2]) la rotation mesurée $[\rho]_m$, et la rotation $[\rho]_0$ calculée par application de la règle des mélanges, et nous avons essayé d'établir si l'écart $[\rho]_m - [\rho]_0$ était indépendant de la longueur d'onde.

En raisonnant sur les constantes rapportées aux sels secs, on peut adopter la

([1]) F. Gallais, *Comptes rendus*, 202, 1935, p. 54.
([2]) Au sens défini par P. Job, *Ann. Chim.*, 10e série, 9, 1928, p. 113.

représentation suivante :

$[\rho]_0$ $(HgCl^2 + 4\ CsI)$, $[\rho]_0 = \frac{B_1}{\lambda^2} + \frac{B_2}{\lambda^2} = \frac{B}{\lambda^2}$

(en admettant que ce mélange est transparent dans le proche ultraviolet), et

$[\rho]_m$ $(HgI^4Cs^2 + 2\,CsCl)$, $[\rho]_m = \frac{A\lambda^2}{[\lambda^2 - \lambda_0^2]^2} + \frac{C}{\lambda^2}$.

Il s'agit d'établir si $[\rho]_0/[\rho]_m$ tend vers l'unité ($[\rho]_m - [\rho]_0$ tendant vers zéro) ou reste inférieur à 1 quand λ augmente suffisamment.

Or

$$\frac{[\rho]_0}{[\rho]_m} = \frac{B(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2}{\lambda^4\left[A + C\left(1 - 2\frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right)\right]}, \qquad \lambda^2\sqrt{\frac{[\rho]_0}{[\rho]_m}} = \sqrt{\frac{B}{A + C\left(1 - 2\frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right)}}(\lambda^2 - \lambda_0^2)$$

à l'infiniment petit près $(\lambda_0/\lambda)^4$. Le premier rapport tend (pour les grandes valeurs de λ) vers la quantité $B/(A + C)$ qui est accessible graphiquement. En effet, la seconde expression représentée en fonction de λ^2 par la courbe II, ne diffère déjà pratiquement pas de la droite asymptote

$$y = \sqrt{\frac{B}{A + C}}(\lambda^2 - \lambda_0^2)$$

pour les valeurs de λ^2 relatives au spectre visible. Or le carré du coefficient angulaire de cette droite $B/(A + C)$, de valeur 1,08 se trouve être très voisin de l'unité.

En conclusion on peut interpréter les propriétés exceptionnelles des mercuritétraiodures (grandes valeurs de la constante de Verdet et de la dispersion, exception aux lois d'additivité) par l'influence d'une bande d'absorption, sans qu'il soit nécessaire d'invoquer une autre cause.

RADIOCHIMIE. — *Sur le domaine spectral d'émission des réactions chimiques.* Note de M. **René Audubert**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai signalé [1], avec Van Doormaal, que de nombreuses réactions considérées comme non luminescentes, étaient accompagnées d'une très faible émission de rayonnement ultraviolet qui ne peut être décelé que grâce à l'emploi de compteurs photoélectriques très sensibles. L'ordre de grandeur de cette émission (en général : quelques milliers de photons/cm²/sec) ne

[1] R. Audubert et Van Doormal, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1883.

permet pas de préciser les domaines spectraux de ces émissions par une méthode spectrographique. J'ai montré, avec C. Riethmuller ([1]), que l'on peut, par un choix approprié de la nature de la photocathode du compteur, réaliser des cellules sensibles dans des régions assez différentes pour obtenir des renseignements approximatifs sur le domaine d'émission du phénomène considéré ([2]).

J'ai ainsi étudié le rayonnement émis par des réactions chimiques d'une part avec un compteur à Al présentant un maximum de sensibilité très accusé vers 2400 Å, d'autre part avec un compteur à CuI dont la sensibilité croît sans présenter de maximum depuis 2600 Å jusqu'à 2000 Å, mais est, en réalité, particulièrement élevée entre 2200 Å et 2000 Å.

Nature de la réaction.	Cellule à CuI. Énergie mesurée par rapport à la lampe à résonance 2536,52 Å (erg/sec./cm²).	Cellule à CuI. Énergie rapportée à la fréquence moyenne 2150 Å (erg/sec./cm²).	Cellule à Al. Énergie mesurée par rapport à la lampe à résonance 2536,52 Å (erg/sec./cm²).	Cellule à Al. Énergie rapportée à la fréquence moyenne 2400 Å (erg/sec./cm²).
$NaOH + NO^3H$ (1)	$26,6 . 10^{-8}$	$104 . 10^{-10}$	$12 . 10^{-8}$	$264 . 10^{-10}$
$NaOH + SO^4H^2$ (2)	2,7 »	108 »	14 »	308 »
Oxydation du pyrogallate de soude par O^2 (3)	1,3 »	51 »	17,2 »	392 »
Oxydation du glucose par le permanganate (4)	2,0 »	80 »	rien	rien
Oxydation de l'hydrosulfite de soude par O^2 (5)	1,12 »	45 »	12 »	264 »
$SO^3K^2 + O^2$ (6)	1,6 »	64 »	rien	rien
$SO^3Na^2 + O^2$ (7)	1,7 »	70 »	rien	rien
Amalgame de Mg + H^2O (8)	1,4 »	56 »	15 »	330 »
Amalgame de Na + H^2O (9)	2,3 »	90 »	14 »	300 »
Amalgame de Al + H^2O (10)	1,12 »	45 »	10 »	220 »
Oxydation de l'alcool éthylique par l'acide chromique (11)	rien	rien	125 »	2730 »
$C^2O^4K^2 + 2Br$ (12)	rien	rien	17 »	380 »
$C^2O^4Na^2 + 2Br$ (13)	rien	rien	10 »	220 »
$C^2O^4N^2 + 2I$ (14)	rien	rien	7 »	$150 . 10^{-8}$

Nota. — Chaque détermination représente la moyenne de plusieurs expériences.

([1]) R. Audubert et C. Reithmuller, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 389.

([2]) R. Audubert, *Journ. de Phys.*, 7e série, 6, 1935, p. 451.

Dans tous les cas, la sensibilité absolue de la cellule était mesurée au moyen d'une lampe à mercure à résonance par la méthode déjà décrite [1]. On peut ainsi éliminer les cellules trop peu sensibles pour déceler ces phénomènes; en outre il est possible, en tenant compte de l'écart moyen des fluctuations des décharges en l'absence de tout rayonnement, d'apprécier en erg/sec/cm² l'énergie tombant sur la cellule et correspondant à la fréquence moyenne de la sensibilité du compteur.

Le tableau ci-contre donne les résultats obtenus.

Nous voyons que les réactions étudiées se groupent en trois catégories:

1° Les réactions (1), (2), (3), (5), (8), (9), (10) émettent un rayonnement décelable par les deux types de photocathodes et, en raison de la partie commune des courbes de sensibilité spectrale des cellules, on ne peut avoir qu'une grossière indication sur le domaine d'émission.

2° Certaines réactions, (11), (12), (13), (14), n'agissent que sur la cellule à Al; d'après ce que j'avais déjà signalé avec Van Doormaal, les combustions vives du phosphore et du soufre doivent rentrer dans cette catégorie. Leur spectre d'émission est donc situé en deçà de 2150 Å environ.

3° Enfin, des réactions telles que (4), (6) et (7) sont seulement décelées par le CuI, si bien qu'il est logique de penser que le spectre d'émission est situé au delà de 2200 Å environ.

Il existe donc, pour les réactions étudiées, des différences profondes dans l'émission et il est particulièrement intéressant de pouvoir ainsi mettre en évidence des réactions capables d'émettre un rayonnement localisé entre 2000 et 2200 Å, c'est-à-dire correspondant de 150000 à 160000^{Cal}.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur l'existence de niveaux de résonance pour la capture de neutrons.* Note de MM. **Hans von Halban** jun. et **Pierre Preiswerk**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré récemment que la capture de neutrons par l'argent peut être provoquée par deux groupes de neutrons [2]. Une ampoule de

(1) R. Audubert, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 185.
(2) H. von Halban jun. et P. Preiswerk, *Nature*, 136, 1935, p. 951.

(Rn + Be) entourée de paraffine donne un spectre continu dans lequel figurent ces neutrons de ces deux groupes : A et C [1]. Les neutrons du groupe C ont la vitesse thermique que nous désignerons par kT et sont fortement absorbés par le cadmium; leur section efficace de capture augmente avec $1/v$.

La température à laquelle se trouve la paraffine qui ralentit les neutrons influence l'activation de l'argent par les neutrons du groupe C, tandis qu'elle n'a aucun effet sur l'activation de l'argent par les neutrons, préalablement filtrés, à la sortie de la paraffine, par du cadmium (groupe A). Il paraît donc très probable que les neutrons du groupe A ont une énergie supérieure à kT, ce qui est en accord avec d'autres expériences au sujet desquelles nous allons donner un aperçu.

On sait que le taux de décroissance de la radioactivité provoquée par les neutrons en fonction de l'épaisseur de la paraffine ralentissante est une mesure du nombre de chocs contre des protons, nécessaires en moyenne pour ralentir les neutrons de leur vitesse initiale à la vitesse favorable pour l'activation de l'indicateur radioactif [2]. Nous avons déterminé la décroissance de l'intensité des deux groupes en fonction du rayon d'une sphère de paraffine, au centre de laquelle était placée la source de ($Rn + Be$). L'intensité du groupe A décroît plus vite que celle du groupe C, on en déduit donc que la vitesse des neutrons du groupe A est plus grande que celles des neutrons C.

Pendant que ces expériences étaient en cours, Amaldi et Fermi [3] d'une part et Szilard [4] d'autre part ont publié des résultats sur le même sujet. Ils trouvent que l'activation par capture de neutrons est dans le cas de plusieurs éléments due à deux groupes, dont un est toujours le groupe C, tandis que le deuxième groupe n'est pas identique pour tous les éléments.

Pour le groupe C (absorbable dans le Cd) nous avons déterminé l'absorption [5] dans la paraffine : en interposant une plaque de Cd dans la paraffine entre la source (Rn + Be) et l'indicateur d'Ag on trouve, que l'influence de l'absorbant de Cd décroît de moitié, si on le rapproche

---

(1) Notations de MM. Fermi et Amaldi (*La Ricerca scientifica*, A, 6e année, 2, nos 11-12, 1935, p. 544).

(2) Bjerge et Westcott, *Proc. of the Roy. Soc.*, A, 150, 1935, p. 109.

(3) Amaldi et Fermi, *La Ricerca scientifica*, A, 6e année, 2, 1935, p. 344.

(4) Szilard, *Nature*, 136, 1935, p. 849.

(5) Nous rappellons que la paraffine et toute substance hydrogénée non seulement ralentit les neutrons, mais peut également absorber les neutrons lents avec formation de deutons.

de 2,5 cm de la source, l'argent restant toujours à la même place. Ceci prouverait que la moitié des neutrons du groupe C sont absorbés dans 2,5 cm de paraffine. Amaldi et Fermi ont employé indépendamment la même méthode pour le groupe A, en utilisant un absorbant en Ag au lieu du Cd. Ils ne trouvent plus aucune influence de l'absorbant en Ag sur l'activation de l'indicateur en Ag pour une distance plus grande que 1^{cm} entre l'absorbant et l'indicateur.

Cette expérience pourrait faire croire que les neutrons du groupe A sont plus absorbables par la paraffine, que ceux du groupe C, et puisqu'on a tendance à croire que l'absorption augmente lorsque la vitesse des neutrons diminue, que les neutrons du groupe A seraient plus lents que ceux du groupe C. Mais des mesures de l'absorption des neutrons dans la paraffine à la température de l'air liquide (1) montrent que ceci est vrai uniquement pour des vitesses supérieures à une vitesse limite, franchement supérieure à celle du groupe C.

Le fait que les neutrons du groupe A ne sortent que de la couche de paraffine ralentissante la plus proche de l'indicateur en Ag se trouve en accord avec les autres faits expérimentaux H si l'on fait l'hypothèse suivante :

Les neutrons du groupe A constituent une bande caractéristique pour l'argent (différentes bandes pour différents éléments), leur énergie est supérieure à kT. Ils sont donc encore ralentis en traversant la paraffine et leur vitesse est en moyenne déjà diminuée de moitié par un seul choc contre un proton. Si la bande A a une largeur de l'ordre de grandeur de la moitié de son énergie moyenne, chaque neutron n'appartient, au cours de son ralentissement, à cette bande qu'entre deux chocs. L'activation de l'Ag due à ce groupe peut alors seulement être due à des neutrons qui sont ralentis à la vitesse critique de la bande A dans la couche de paraffine la plus proche de l'indicateur. La décroissance de l'influence de l'absorbant en Ag déterminée par Amaldi et Fermi peut être considérée comme une mesure de la limite supérieure de la largeur de la bande A.

Il semble donc très probable qu'il existe dans le domaine des énergies supérieures à kT des maxima de résonance pour la capture de neutrons par les noyaux, conformément à la théorie de F. Perrin et Elsasser (2) et de Bethe (3).

---

(1) P. Preiswerk et H. v. Halban jun., *Nature*, 136, 1935, p. 1027.
(2) F. Perrin et W. M. Elsasser, *Journ. de Phys. et Le Rad.*, 6, 1935, p. 194.
(3) H. A. Bethe, *Phys. Rev.*, 47, 1935, p. 747.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la formule chimique de la malachite.* Note de MM. **Marcel Guillot** et **Georges Geneslay**, présentée par M. Georges Urbain.

La formule classique de la malachite : $2OCu.CO^2.OH^2$, repose sur d'anciennes analyses de Vauquelin ([1]). On a fait de très nombreuses tentatives de synthèse de ce minéral, mais elles n'ont abouti, dans la plupart des cas, qu'à indiquer des modes de formation, plutôt que des procédés de préparation proprement dits. D'une manière générale, tous les sels solubles cuivriques (chlorure, nitrate, sulfate, acétate, etc.), au contact des carbonates alcalinoterreux (craie, marbre, dolomie) fournissaient, lentement à froid, plus rapidement à chaud et sous pression, un carbonate cuivrique basique vert, en apparence analogue à la malachite, mais trop impur pour que sa composition chimique pût être fixée avec certitude, et trop finement pulvérulent pour qu'une identification cristallographique fût possible par mesure des angles des cristaux. Au contraire, en traitant en solution le sulfate cuivrique par un mélange, en proportions convenables, de carbonate et bicarbonate de sodium (ou potassium), on obtient [Gröger ([2])], comme terme final de la réaction, un carbonate basique vert, qui paraît souillé seulement de traces de carbonate alcalin adsorbé. Or, des analyses qu'il a effectuées, Gröger a conclu qu'il s'agissait d'un composé plus hydraté que la malachite, auquel il attribue la formule $6OCu.3CO^2.4OH^2$, qu'on peut écrire (malachite) $3OH^2$, ou encore $2OCu.CO^2.1,33\ OH^2$. Ultérieurement V. Auger ([3]) aboutissait à une conclusion voisine ($2OCu.CO^2.1,4\ OH^2$), et plus récemment son élève, Mlle Hémar ([4]), proposait la formule $2OCu.CO^2.1,5\ OH^2$. Selon ces derniers auteurs, quel que soit le procédé de préparation utilisé, le produit obtenu renferme *toujours plus d'eau* que la malachite naturelle. Ils donnent donc le nom de *malachite hydratée* à ce produit de synthèse.

Nous nous sommes demandé si cette contradiction provenait d'une différence réelle de constitution des malachites naturelle et artificielle, ou si elle n'était attribuable qu'à l'insuffisante pureté des produits préparés.

([1]) Vauquelin, *Ann. Chim.*, 87, 1813, p. 5.

([2]) M. Gröger, *Zeit. anorg. Chem.*, 24, 1900, p. 127.

([3]) V. Auger, *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 944; *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 15, 1914, p. 500.

([4]) Mlle S. Hémar, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1507.

Nous nous sommes donc efforcés : 1° de préparer des échantillons aussi purs que possible de ce carbonate basique vert; 2° de voir si, quand on change les conditions de sa préparation, sa composition reste invariable. Les réactions utilisées ont été les suivantes : action à 20° ou à 100° de solutions saturées de carbonate ou bicarbonate de sodium ou potassium sur une solution saturée de sulfate cuivrique, hydrolyse de cupricarbonates alcalins divers, hydrolyse de la cuivre-II-carboxydiammine. Dans tous les cas, le produit final de la réaction semble identique à lui-même, et garde la même composition centésimale, qui correspond à une formule voisine de celle de Gröger. Le produit est microcristallin, et présente, examiné au microscope, en lumière naturelle ou polarisée, le même aspect que la malachite naturelle.

Ce carbonate vert se présentant donc à première vue comme un composé défini, il restait à savoir s'il avait ou non une structure cristalline identique à celle de la malachite naturelle. Nous avons donc comparé les spectres de diffraction de rayons X (méthode de Debye et Scherrer, tube à anticathode de cuivre) fournis par les deux substances. Les deux spectrogrammes coïncident exactement. La « malachite hydratée » d'Auger et la malachite naturelle sont donc identiques, et la formule classique de cette dernière doit être abandonnée.

Si la formule classique était exacte, la maille cristalline de la malachite renfermerait deux (ou $2n$) atomes de cuivre. La formule de Gröger en exigerait six (ou $6n$). Celle de Mlle Hémar trois (ou $3n$). Or, dans un travail récent, H. Brasseur [1] a montré que la maille contenait huit atomes de cuivre, ce qui conduit à admettre qu'elle renferme quatre molécules de malachite naturelle. Mais cette formule polymérisée ne peut s'accorder davantage avec les analyses. Au contraire, la formule $8OCu.4CO^2.5OH^2$, que nous proposons, serait conforme à la fois aux résultats analytiques et à la structure cristalline, la symétrie de la maille n'étant pas modifiée par l'addition d'un OH^2 en son centre.

---

(1) H. BRASSEUR, *Zeit. für Krist.*, **82**, 1932, p. 111.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau procédé de préparation des dérivés alcoyl- et aryltrihalogénés de l'étain.* Note de MM. **Arakel Tchakirian**, **Michel Lesbre** et **Michel Lewinsohn**, présentée par M. Georges Urbain.

Les composés alcoyltrihalogénés de l'étain dérivent des acides stannoniques $RSnO^2H$, préparés à partir des iodures d'alcoyle et des stannites alcalins, par la réaction dite de Meyer ([1]). Par généralisation de cette réaction, l'un de nous a pu récemment obtenir pour la première fois les dérivés aryltrihalogénés $ArSnX^3$, en traitant les acides arylstannoniques par les hydracides correspondants ([2]). Presque simultanément, Kotchechkoff et Nadj préparaient les mêmes composés par action directe du chlorure stannique sur les arylstannanes vers 200-250° ([3]); par exemple,

$$Sn(C^6H^5)^4 + 3Cl^4Sn = 4C^6H^5SnCl^3.$$

Mais si le rendement de la réaction de Meyer est toujours très faible (5 pour 100), le procédé direct n'en présente pas moins l'inconvénient d'aboutir à un mélange de produits de chlorurations inférieures, par suite de réactions secondaires comme

$$Sn(C^6H^5)^4 + Cl^4Sn = 2(C^6H^5)^2SnCl^2.$$

Nous donnons ici un nouveau mode de préparation des composés du type $RSnX^3$, par application de la méthode générale de préparation des dérivés du type RMX^3, exposée dans une Note précédente ([4]).

Les complexes du type $[Sn^{+II}X^3]_-M_+$, où l'atome central d'étain est électrodivalent positif et tricoordonné, M désignant un métal alcalin fortement électropositif (Rb, Cs, K), réagissent à chaud en tube scellé sur les iodures d'alcoyle ou d'aryle, suivant le schéma

$$SnX^3M + IR = IM + RSnX^3. \quad (1)$$

Cette méthode offre l'avantage d'obtenir des produits purs avec un rendement relativement élevé.

Voici les résultats que nous avons obtenus en partant du stannochlorure

---

([1]) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 16, 1885, p. 1442.

([2]) Cf. M. Lesbre, *Bull. Soc. chim.*, 5e série, 2, 1935 p. 1189.

([3]) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 66, 1934, p. 1661.

([4]) Cf. A. Tchakirian et M. Lewinsohn, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 835.

de potassium hydraté $SnCl^3K.H^2O$ préparé comformément aux données de Rimbach et Fleck [1].

Méthyltriiodostannane. — 5g,29 (1/50 mol/g) de stannochlorure de potassium séché à 100° ont été chauffés à 90° en tube scellé avec un excès d'iodure de méthyle. Après 48 heures, le liquide était séparé par décantation de l'iodure stanneux déposé avec le résidu, puis était fractionné pour éliminer l'iodure n'ayant pas réagi. Le distillat placé au frigidaire laissait déposer des aiguilles jaunes de méthyltriiodostannane CH^3SnI^3 [2] fondant à 85° (P. F. théorique 86°,5). Poids obtenuu : 4g,5. Rendement 43,7 pour 100.

D'après la réaction générale indiquée ci-dessus (I), on devait s'attendre à obtenir du trichlorure CH^3SnCl^3. La formation du triiodure peut être interprétée de la façon suivante :

$$SnCl^3K + ICH^3 = IK + CH^3SnCl^3,$$
$$CH^3SnCl^3 + 3IK = 3ClK + CH^3SnI^3$$

ou encore, de façon tout aussi plausible,

$$SnCl^3K + 2IK = I^2Sn + 3ClK,$$
$$CH^3I + I^2Sn = CH^3SnI^3.$$

Éthyltriiodostannane. — Par le même processus, 5g,29 de $SnCl^3K$ ont été mis à digérer pendant 48 heures avec un excès de C^2H^5I à 110°. Le liquide était fractionné par distillation, l'analyse de la fraction passant à 181-184°,5 sous 19mm, conduisait à la formule $C^2H^5SnI^3$ [2]. Légère décomposition suivant la réaction

$$C^2H^5SnI^3 = I^2Sn + C^2H^5I.$$

Rendement 37 pour 100.

n-propyltriiodostannane. — De la même façon, l'iodure de propyle normal réagit à 130° sur $SnCl^3K$. Le *n*-propyltriiodostannane passe à 200° sous 16mm en se décomposant partiellement. Le rendement est inférieur à 25 pour 100.

Phényltriiodostannane. — A 210°, l'iodobenzène réagit de façon très exothermique sur $SnCl^3K$. On obtient après distillation de l'excès de C^6H^5I, un liquide rougeâtre, huileux et épais se décomposant presque totalement en iodure d'étain dès qu'on le chauffe au-dessus de 220°.

Il nous a été possible dans certains cas d'obtenir directement les alcoyltrichlorostannanes, en partant d'iodures à chaîne ramifiée. Par exemple l'iodure d'isopropyle réagit à 110° sur le stannochlorure de potassium plus facilement que l'iodure normal, en donnant l'isopropyltrichlorostannane,

---

(1) *Z. f. anorg. Chem.*, 94, 1916, p. 139.

(2) Le carbone et l'hydrogène ont été dosés par microanalyse selon la méthode de Pregl : l'étain à l'état de SnO^2.

suivant la réaction

$$SnCl^3K + ICH(CH^3)^2 = IK + (CH^3)^2CH.SnCl^3.$$

Ce composé distille à 75° sous 16^{mm} sans la moindre décomposition. Le rendement est supérieur à 40 pour 100.

L'hydrolyse ou l'action de l'ammoniaque sur les alcoyl- ou aryltrihalogénostannanes conduit, comme on l'a vu par ailleurs, aux acides alcoyl- ou arylstannoniques :

$$ArSnX^3 + 2H^2O = ArSnOOH + 3XH.$$

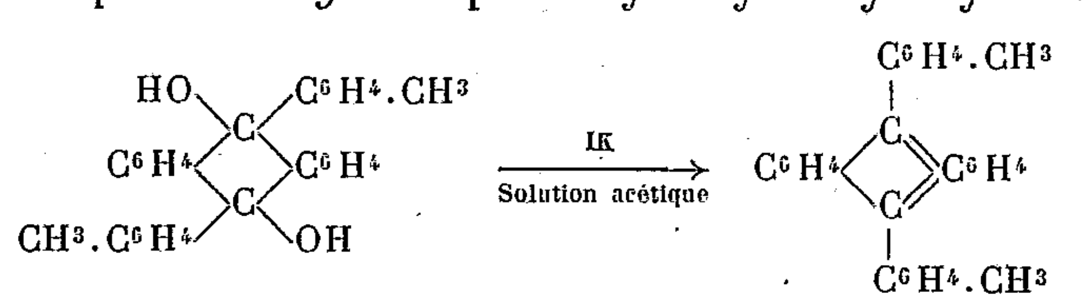
CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les oxydes anthracéniques dissociables : influence des groupements tolyles en méso.* Note de M. **Antoine Willemart**, présentée par M. Marcel Delépine.

Ayant étudié antérieurement les deux méso-di-α- et méso-di-β-naphtyl-anthracènes (¹), nous avons préparé les trois di-tolyl-anthracènes symétriques en vue d'une comparaison systématique de l'influence des divers groupements en méso sur la possibilité de donner des oxydes organiques dissociables.

Le 9.10-diorthotolylanthracène ($C^{28}H^{22}$) a été préparé par réduction au moyen de l'iodure de potassium en solution acétique du 9.10-diorthotolyldihydroxydihydroanthracène ($C^{28}H^{24}O^2$: fus. vers 310°) : c'est un hydrocarbure très légèrement jaune fondant vers 350°.

Le 9.10-dimétatolylanthracène ($C^{28}H^{22}$) a été préparé de la même façon à partir du 9.10-dimétatolyldihydroxydihydroanthracène ($C^{28}H^{24}O^2$, fusion : 247-248°); cet hydrocarbure est à peine coloré en jaune et fond vers 221-222° (bloc Maquenne).

Le 9.10-diparatolylanthracène déjà connu (Ingold et Marschall) (²) a été obtenu à partir du 9.10-diparatolyldihydroxydihydroanthracène



Di-ortho ou diméta ou diparatolyldihydroxy-dihydroanthracène. — Di-ortho ou diméta ou diparatolyl-anthracène.

(¹) A. Willemart, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1201.

(²) *J. Chem. Soc.*, 1926, p. 3080.

Ces trois hydrocarbures donnent des solutions faiblement colorées en jaune, fluorescentes et légèrement thermochromes.

Nous avons constaté, et c'était pour nous la propriété recherchée, qu'ils étaient capables de donner, dans des conditions déjà décrites, des photooxydes dissociables : une solution d'hydrocarbure, exposée à la lumière solaire en présence d'air, donne, après évaporation du solvant, un résidu qui, chauffé vers 180-200°, laisse dégager une quantité plus ou moins abondante d'oxygène.

En calculant à raison d'une molécule d'oxygène par molécule d'hydrocarbure, nous avons trouvé dans des essais préliminaires :

33 et 48 pour 100 d'oxygène	pour le	diorthotolyl-anthracène,
60 et 90	»	diamétatolyl-anthracène,
76 et 85	»	diparatolyl-anthracène.

D'après ces premiers renseignements, il semblerait que le groupement orthosubstitué serait le moins favorable pour l'oxydabilité réversible par suite, probablement, d'empêchement stérique.

Nous nous proposons d'étudier ces oxydes.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Cristaux liquides de quelques composés de la cholestérine et leur surfusion cristalline.* Note de M. **Paul Gaubert**.

Aux diverses susbstances que j'ai déjà signalées comme donnant des cristaux liquides, lorsqu'elles sont fondues avec la cholestérine [1], il faut, d'après mes nouvelles observations, ajouter les suivantes : résorcine, pyrocatéchine, phloroglucine, pyrogallol, *p*-nitrophénol, saligénine, érythrite, phloridzine, saccharine, isosaccharine, rhamnose, acide nitrophtalique et l'acide agaricique [2], qui est un des rares corps organiques naturels donnant isolément un liquide cristallin; ce dernier est moins biréfringent que celui de l'agaricate de cholestérine.

Les caractères de ces liquides cristallins sont voisins de ceux des composés de la cholestérine donnant des cristaux positifs. Ils diffèrent légèrement entre eux par leur viscosité.

---

[1] P. Gaubert, *Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 722; **147**, 1908, p. 632; **149**, 1909, p. 608; **156**, 1913, p. 149 et *Bulletin soc. fr. de Min.*, **32**, 1909, p. 62 et 438; **36**, 1913, p. 64.

[2] P. Gaubert, *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 277.

Comme dans quelques cas, ces liquides biréfringents peuvent se produire, alors même que la substance ajoutée se trouve en petite quantité (1/60 d'urée et même moins) par rapport à la cholestérine, je me suis demandé s'il ne s'agissait pas d'une modification polymorphique de cette dernière, donnant elle-même des cristaux liquides, provoquée par l'addition de cette matière. Mais, en général, il n'en est pas ainsi. C'est quand les deux corps fondus ensemble sont dans les proportions correspondant à une molécule de chacun d'eux, que le liquide cristallin est obtenu le plus facilement.

Mais une des deux substances en excès, surtout la cholestérine, peut passer en plus ou moins grande quantité dans le cristal liquide, abaissant son point de fusion isotrope et celui de sa transformation à l'état solide. J'ai fait des essais avec les corps cités plus haut et la cholestérine dans la proportion de 10 à 100 pour 100 de cette dernière. Si l'un des composants est en trop grande quantité, il se dépose, par refroidissement à l'état cristallin et rarement à l'état amorphe (phloridzine). Quand le corps ajouté à la cholestérine est en grand excès, la fusion se faisant dans un cristallisoir, le composé de la cholestérine forme des gouttelettes surnageant à la surface du liquide, à cause de la faible densité de la cholestérine.

Les liquides biréfringents passent à la forme cristalline solide, dès que la température descend au-dessous d'une certaine limite, particulière à chaque combinaison, mais si la préparation est refroidie rapidement, ces liquides, surtout s'ils contiennent un excès d'un des composants, peuvent se maintenir plus ou moins longtemps avec leurs propriétés optiques, tout en devenant de plus en plus durs. J'ai des préparations microscopiques, montées depuis plus de vingt ans, de glycolate, de malate, d'agaricate, etc., restées intactes tout en ayant presque acquis la dureté du gypse.

Ces préparations étant soumises à l'action de la chaleur, deux cas peuvent se présenter :

1° Le liquide biréfringent durci passe à la forme cristalline solide. Il se produit alors plusieurs centres de cristallisation donnant des faisceaux de fibres et surtout des sphérolites le plus souvent à enroulement hélicoïdal.

2° Les cristaux liquides en bâtonnets plus ou moins droits, les formes sphérolitiques, les bandes striées, etc. se ramollissent à mesure que la température s'élève pour devenir fluides, comme au moment de leur formation aux dépens du liquide isotrope. Dans les plages perpendiculaires à l'axe optique, il se produit de petites gouttes biréfringentes à croix noire.

Dans le cas très fréquent où il existe des plages ayant des orientations différentes, elles ne passent pas simultanément à l'état solide lorsque la

transformation est lente. Celles qui sont perpendiculaires à l'axe optique sont les plus stables. Alors que ces dernières donnent en lumière convergente l'image d'un cristal uniaxe, comme lorsqu'elles étaient liquides, les cristaux isolés et les bandes striées, etc. sont un peu fibreux par suite de leur transformation en cristaux solides.

D'après D. Vorländer [1] la faculté de donner des cristaux liquides est due à la structure géométrique de la molécule de la cholestérine. Il est à remarquer que des trois nitrophénols, le para est le seul qui m'ait donné un liquide cristallin avec ce corps.

Les observations sur les liquides cristallins, obtenus avec les corps mentionnés plus haut, concordent avec celles que j'ai faites autrefois sur l'analogie de certaines de leurs propriétés avec celles des composés cholestériques actifs (propionate, benzoate) bien qu'ils soient un peu plus visqueux. Aussi pour classer les cristaux liquides, je me suis basé sur le caractère le plus important : le signe optique du cristal [2] lié au pouvoir rotatoire. Le degré de fluidité est secondaire, en effet, on vient de voir que le même cristal liquide, assez fluide pour couler, peut devenir aussi dur que le gypse tout en conservant ses propriétés optiques.

LITHOLOGIE. — *Mesure du volume spécifique de la diabase fondue.* Note [3] de M. **Michel Wolarowitsch** et de Mlle **Anne Leontyewa**, présentée par M. Charles Jacob.

Jusqu'à présent, la densité des roches fondues n'a été étudiée que dans un travail de Day, Sosmann et Hostetter [4] qui, par la méthode de la pesée hydrostatique, ont mesuré la densité de la diabase et du granite aux températures inférieures à 1350°. Est à noter aussi la tentative de Barus [5] de déterminer, dans un creuset en platine, la diminution de la diabase fondue pendant la solidification.

Actuellement des travaux de ce genre intéressent non seulement des sciences théoriques comme la lithologie, la minéralogie et la géophysique, mais aussi l'industrie des roches fondues ou pétrurgie. Aussi avons-nous

(1) D. Vorländer, *Trans. of the Faraday Soc.*, 29, 1933, p. 910.

(2) P. Gaubert, *Bull. Soc. fr. de Min.*, 36, 1913, p. 174.

(3) Séance du 6 janvier 1936.

(4) Day, Sosmann et Hostetter, *Amer. Journ. of Sci.*, 37, 1914, p. 1.

(5) Barus, *U. S. Geol. Survey*, *Bull.*, 103, 1893, p. 28.

entrepris l'étude du volume spécifique de la diabase fondue, en modifiant légèrement la méthode employée par M. Wolarowitsch (1) pour les verres fondus. Les mesures ont été exécutées dans un four électrique vertical à tuyaux, la roche étant placée dans une éprouvette en platine et la hauteur mesurée à l'aide du contact électrique.

Pour contrôler l'appareil, les mêmes mesures ont été effectuées sur KNO_3, dont on connaît par Jaeger (2) les densités pour des températures inférieures à 540°. Le Tableau ci-après donne nos volumes V pour KNO_3, avec, dans la deuxième ligne les volumes spécifiques de Jaeger V_j, la comparaison montrant une coïncidence suffisante, l'erreur moyenne ne dépassant pas 4 pour 100.

Températures...	550°.	540°.	510°.	465°.	400°.
V	0,582	0,580	0,575	0,560	0,547
V_j	–	0,582	0,576	0,564	0,549
$\Delta V/V$ (%)	–	0,34	0,17	0,71	0,34

Passant à trois échantillons de diabase de la région d'Olonetz, Tchéliki, les résultats sont ceux du nouveau tableau suivant :

Températures (en ° C.).	Volumes spécifiques. Diabase n° 101.	Diabase n° 102.	Diabase n° 104.	Températures (en ° C.).	Volumes spécifiques. Diabase n° 101.	Diabase n° 102.	Diabase n° 104.
1370...	–	0,375	–	1220...	0,360	–	–
1360...	0,373	–	0,383	1200...	0,357	0,363	0,369
1340...	0,371	–	0,382	1180...	–	–	0,368
1300...	0,369	0,371	0,380	1160...	0,354	–	0,366
1270...	–	–	0,375	1140...	0,350	0,357	0,364
1250...	0,365	–	0,373	1120...	0,349	–	0,356
1240...	–	0,367	–	1090...	–	–	0,354

L'examen micrographique des échantillons 101 et 102 fait constater une roche holocristalline à structure ophitique, avec plagioclase, pyroxène, amphibole, magnétite, biotite, quartz et apatite. L'analyse de 101 est la suivante :

SiO^2	51,69	CaO	8,54	Na^2O	2,75
Al^2O^3	12,96	MgO	4,56	K^2O	1,34
Fe^2O^3	4,01	MnO	0,22	H^2O	0,20
FeO	11,97	TiO^2	1,98	SO^3	0,19

(1) M. Wolarowitsch, *Bull. Acad. Sci. de U. R. S. S.*, Moscou, 5, 1933, p. 663.
(2) Jaeger, *Zeit. f. anorg. Chemie*, Leipzig, 101, 1917, p. 51.

L'échantillon 104 est une roche obtenue à l'usine des roches fondues à Moscou. Il se peut que son analyse diffère quelque peu de celle de 101; les volumes spécifiques sont un peu supérieurs à ceux de 101 et 102.

Pour 101, le diagramme de la variation du volume spécifique en fonction de la température, entre 1360 et 1170°, est une droite; dans cet intervalle le coefficient de dilatation est $\beta = 3,15.10^{-4}$. Entre 1160 et 1140°, un point d'inflexion correspond à la valeur $\beta = 7,5.10^{-5}$, le volume spécifique étant égal à 0,322 cm³/g. Le fait que β croît entre 1160 et 1140° pourrait être attribué à la contraction due à un commencement de cristallisation. Day, Sosmann et Hostetter ont observé un changement rapide du volume spécifique à la température de 1050°, la différence dans la place du point d'inflexion pouvant être expliquée par des différences, soit de composition chimique entre les échantillons, soit dans les conditions de refroidissement.

L'exactitude de ces suppositions pourrait être appuyée par le fait que les courbes de dépendance entre la viscosité et la température de la diabase 101, obtenues par Wolarowitsch et Tolstoy ([1]), montrent le début d'une rapide augmentation de la viscosité du magma juste à 1150°.

La diabase 104 fournit également, entre 1140 et 1240°, un coefficient de dilatation très élevé. Pour 102, les mesures éxécutées jusqu'à 1140° n'ont pas permis de constater un point d'inflexion qui se place sans doute à une température plus basse que celle des essais.

GÉOLOGIE. — *Sur la microfaune du Crétacé moyen et supérieur à faciès bathyal du Nord Marocain.* Note de M. **Pierre Marie**, présentée par M. Henri Douvillé.

L'état d'avancement des études que je poursuis depuis plusieurs années sur les foraminifères microscopiques du Crétacé moyen et supérieur, à faciès exclusivement marneux, du Nord Marocain, me permet de résumer en un tableau, la répartition statigraphique des principaux genres observés. Celui-ci résulte de l'examen de résidus de lavage de plusieurs milliers d'échantillons, récoltés à l'occasion de recherches pétrolifères récentes. La

([1]) M. P. Wolarowitsch, *Travaux de l'Institut de Minéralogie appliquée*, Moscou, 66, 1934, p. 1-56; M. Wolarowitsch et D. Tolstoy, *Mineralnoye Syrye*, Moscou, 5, 1935, p. 25.

description du grand nombre d'espèces nouvelles se rapportant à ces genres fera l'objet de mémoires ultérieurs. La classification adoptée est celle de M. J. Cushman ([1]). Ce tableau donnera cependant d'ores et déjà des indications précises et il sera suffisant pour faciliter l'étude des formations calcaires, où l'on ne peut examiner la macrofaune qu'en plaques minces et par conséquent ne faire que des déterminations génériques.

L'âge de quelques faunes étudiées a pu être fixé avec certitude par les macrofossiles récoltés, que M. J. Lacoste a bien voulu déterminer et dont il a indiqué les associations caractéristiques, reconnues par lui au Maroc ([2]). Ce sont pour :

l'Albien (Oued Haballat) : *Belemnites semicanaliculatus* Blainv., *Phylloceras Velledæ* Mich., *Latidorsella latidorsata* Mich., *Mortoniceras inflatum* Sow.

le Cénomanien (O. Haballat) : *M. inflatum* Sow., *L. latidorsata* Mich., *Acanthoceras* cf. *aumalense* Coq., *Turrilites Morrisi* Sharpe.

le Maëstrichtien (Zerhoun) : *Inoceramus regularis* d'Orb., *Parapachidiscus colligatus* v. Binkhorn.

Pour les autres étages, complètement dénués de macrofossiles, j'ai pu déterminer l'âge de leur microfaune en les comparant à celles observées en Allemagne, Bohême, Autriche et surtout Amérique centrale où une statigraphie avait été amorcée et où les faunes possèdent de grandes analogies de composition et d'évolution avec celles du Maroc. Leurs limites ont été déterminées par l'apparition ou la disparition de genres ou d'espèces communs rencontrés au Maroc dans les mêmes conditions qu'en Amérique.

La base du Cénomanien a pu être fixée dans le Riff par l'apparition simultanée des premiers *Turrilites* et des premières *Rosalines*. Ces étages sont caractérisés par :

Vaginulina recta Reuss, *V. Kochii* Roemér, *Patellinella inconspicua* Brady, *Schackoina cenomana* Schacko, *Rhabdogonium* sp.; comme en Europe : Moltzow, Gosau et au Canada, pour le Cénomanien;

Rosalina sp., *Gümbelina globulosa* Ehrb., *P. inconspicua* Brady, pour l'Eagle-Ford (Turonien);

R. Linnei J. de Lapparent, *G. globulosa* Ehrb., *G. globifera* Rss. pour l'Austin inférieur (Coniacien);

R. Linnei J. de L., *R. Stuarti* J. de L., *G. globulosa* Ehrb., *G. globifera* Rss.

([1]) *Foraminifera, Classification a. Economic Use* (Sharon, 1933, U. S. A).

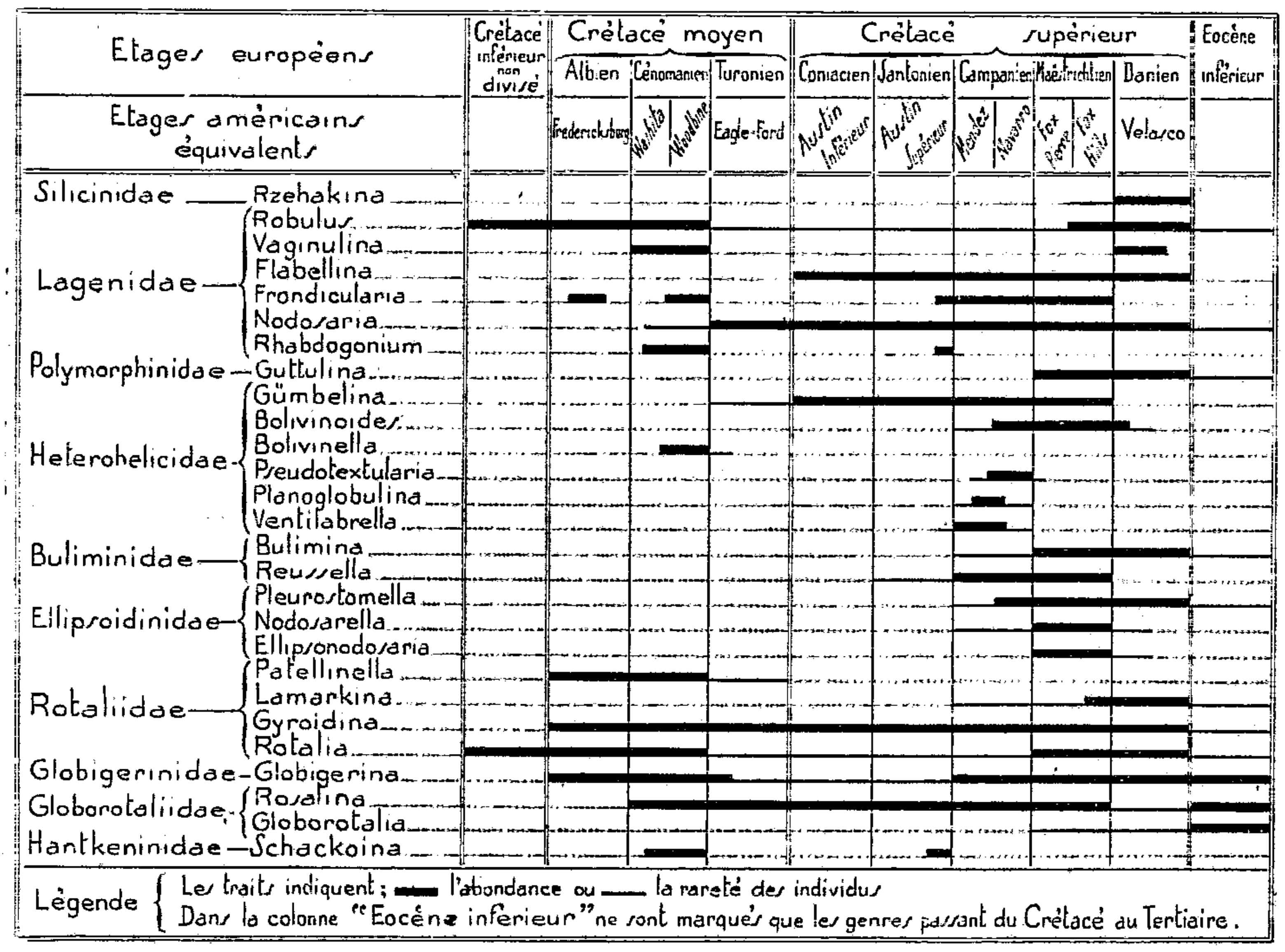
([2]) *Ét. géol. Rif. Méridional*, 1, p. 284-312 (*Thèse*, Rabat).

G. excolata Cush., *G. elegans* Rzehak, pour l'Austin Supérieur (Santonien), dont la limite supérieure renferme en plus *R. calcarata* Cush., *Schackoina multispinata* Cush., *Rhabdogonium* sp.

R. Linnei mut. caliciforme J. de L., *R. Stuarti* J. de L., *R. rosetta* Maynard White, *Pseudotextularia fructicosa* Egg., *Planoglobulina acervulinoides* Egg. pour le Mendez et le Navarro (Campanien).

R. rosetta M. W., *G. globulosa* Ehrb., *Flabellina reticulata* Rss. et de rares *Rzehakina epigona* Rzehak, pour le Maestrichtien.

R. velascoensis Cush., d'abondantes *Rzehakina epigona* Rzehak et *Flabellina wicksburgensis* Howe, pour le Velasco (Danien).



Ce Danien, caractérisé par l'absence des *Rosalina*, *Gümbelina* et *Frondicularia* existant auparavant, par l'apparition d'une nouvelle *Rosalina* (*Pulvinulina*) *velascoensis* Cush. qui ne s'éteindra définitivement qu'à la fin de l'Éocène moyen et l'extinction des *Flabellina* dont seule *Fl. wicksburgensis* persiste encore, est au Maroc composé de marno-calcaires blancs, à silex naissants, dont les contacts avec l'Éocène sont, au moins dans le Gharb, toujours anormaux.

Quelques examens récents, effectués sur des prélèvements datés ou des coupes de sondage, provenant de Sloughia (Tunisie), ainsi que des études

faites sur des échantillons communiqués par M. A. Robaux ([1]) et récoltés dans le sud de l'Espagne, m'ont permis de constater que ce tableau restait valable pour l'étude du Crétacé moyen et supérieur à faciès bathyal de l'Afrique du Nord et peut-être même de l'ensemble du bassin méditerranéen.

Ces constatations montrent que l'existence d'affinités étroites entre les faunes crétacées de l'Afrique du Nord et celles de l'Amérique centrale, rappelées dernièrement par M. F. Daguin ([2]), ne seraient pas particulières aux faunes néritiques, mais générales.

GÉOLOGIE. — *Observations géologiques dans les régions méridionales de l'Anatolie Centrale.* Note ([3]) de M. **Ernest Chaput**, présentée par M. Charles Jacob.

Les terrains paléogènes de l'Anatolie Centrale ont été affectés par des plissements dont il a été question ici ([4]); ensuite se sont formés des calcaires lacustres, des laves, des tufs éruptifs dont la disposition générale est restée tabulaire. Les calcaires lacustres dominent à l'Ouest d'Aksaray, tandis que, plus à l'Est, les dépôts calcaires ou sablonneux ne forment que des lits subordonnés dans la série des produits d'épanchement volcanique. Jusqu'à ces dernières années, on n'avait que peu de renseignements précis sur l'âge des terrains précédents. Les faunes lacustres, attribuées d'abord au Pliocène, paraissent maintenant appartenir surtout au Miocène, comme les faunes lacustres provenant de l'Anatolie Occidentale et étudiées par Oppenheim. En outre, dans les plaines de Konya et d'Eregli, nous avons observé des buttes de sables à *Dreissensia polymorpha* Pallas, *Dr. buldurensis* d'Archiac, etc., donc probablement quaternaires. Quant aux formations volcaniques, elles ont fourni récemment, en deux points, des restes de Mammifères fossiles.

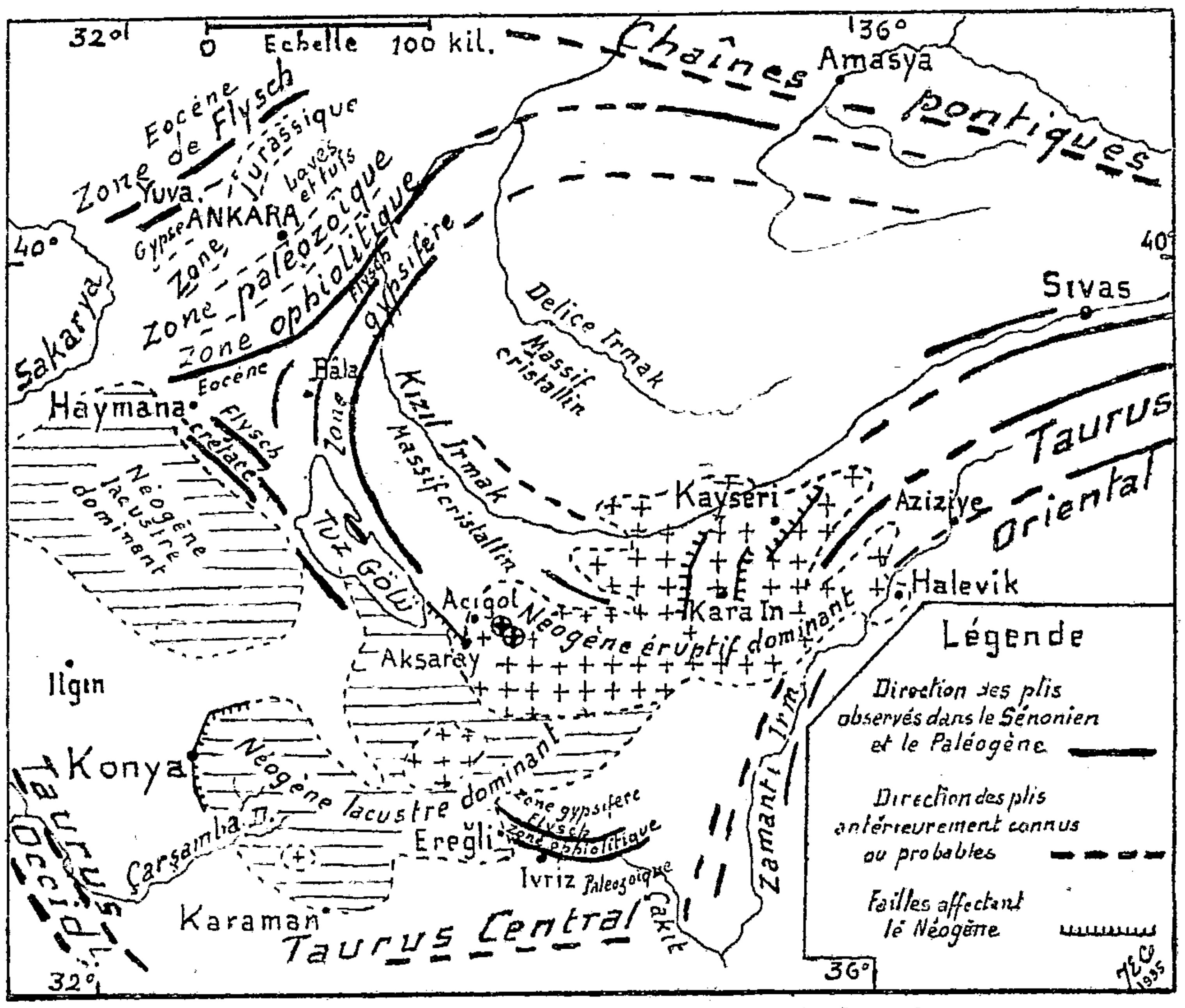
1° A Kara In (8^{km} au Sud-Est d'Urgüb) une vallée entame, sur 400^{m} de hauteur, des tufs et agglomérats volcaniques, stratifiés à peu près horizontalement, et couronnés par des laves formant de grands plateaux à 1600^{m} d'altitude. A 75^{m} au-dessus du fond de la vallée, dans des tufs, déterminés

---

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 478 et 955.
([2]) *Ét. géol. rég. prérifaine*, 1927, p. 258 (*Thèse*, Montpellier).
([3]) Séance du 6 janvier 1936.
([4]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1404.

par M. Lacroix comme dacitiques, ont été recueillies plusieurs dents d'*Hipparion gracile* Kaup, une molaire de *Machairodus*, une mâchoire inférieure d'*Alcicephalus Neumayri* Roodl. et Weit. (détermination faite par M. Piveteau). Il s'agit donc du Miocène supérieur, très probabablement du Méotien.

2° Près de Halevik (22^{km} au Sud-Ouest d'Aziziye), un affluent de la



Esquisse structurale d'une partie de l'Anatolie Centrale.

rivière de Zamanti entame, sur une centaine de mètres de hauteur, des tufs interstratifiés avec des conglomérats alluviaux, et couronnés par un banc mince de laves formant de grands plateaux à 1500^{m} d'altitude. Dans les conglomérats, presque au sommet des versants, ont été recueillis des fragments de molaires et de défenses d'Éléphantidés; bien qu'une détermination précise n'ait pu être faite, les fragments de molaires (largeur de la dent : 8^{cm}; épaisseur des bandes d'émail : 4^{mm} environ; fréquence laminaire : 4 à 5) indiquent une forme archaïque, pliocène.

Ainsi les formations éruptives du Sud et du Sud-Est de l'Anatolie Cen-

trale appartiennent en partie au Miocène supérieur, en partie au Pliocène. Dans les régions que nous avons parcourues ([1]), le volcanisme quaternaire ne joue qu'un rôle subordonné. Aux environs d'Acigöl, des volcans à cratères, qui ont rejeté des rhyolites vitreuses, sodiques (détermination faite par M. A. Lacroix) se classent dans le Quaternaire par la fraîcheur de leur modelé; ces volcans sont figurés sur la carte schématique par des croix encerclées.

Les terrains néogènes mentionnés ici sont souvent affectés par des déformations à grande courbure et par des failles importantes; certaines dépressions, entre autres la plaine de Konya, doivent leur origine à des dénivellations tectoniques; elles sont parfois limitées par des failles qui ont joué probablement jusqu'au Quaternaire.

MÉTÉOROLOGIE. — *Contribution à l'étude dynamique du climat.* Note ([2]) de M. **George Canellopoulos**, présentée par M. Charles Maurain.

Dans le présent travail, qui constitue une brève introduction à l'étude dynamique du climat ([3]), nous examinons la possibilité de déterminer le climat de la Grèce par l'analyse des masses d'air ([4]).

Nous avons soumis à l'analyse en question les masses qui ont passé par l'île de Lemnos (longitude 25°4', latitude de 39°53') pendant les années 1927-1934 et, à l'aide des cartes du temps quotidiennes, nous avons étudié les propriétés des masses pour chaque jour. Ensuite, nous avons dressé le tableau de fréquence des jours de chaque catégorie, en distinguant les catégories H, M, HM, A et X.

Nombre de jours de chaque catégorie.

	H.	M.	HM.	A.	X.
Décembre	107	55	11	30	14
Janvier	128	43	14	26	6
Février	114	43	10	26	5
Hiver (fréquence °/₀)	58	23	6	13	

([1]) L'indication précise de nos itinéraires est donnée dans le tome II des *Mémoires de l'Institut français d'Archéologie de Stamboul*, volume actuellement sous presse.

([2]) Séance du 30 décembre 1935.

([3]) Tor. Bergeron, *Meterologische Zeitschrift*, 47, 1930, p. 246.

([4]) Dr. Gerhart Schinze, *Archiv. der deutschen Seewarte*, Hamburg, 52, n° 1, 1932, p. 5; Erwin Dinies, *Ibid.*, 50, n° 6, 1932, p. 5.

Dans la catégorie H nous avons rangé les masses d'air qui ont pénétré dans la mer Égée provenant du Nord; dans la catégorie M les masses méditerranéennes cheminant vers le Nord ou le Nord-Est; dans la catégorie HM les masses qui autrement auraient dû rentrer dans la catégorie H, mais qui avaient subi une forte influence du milieu; dans la catégorie A les masses provenant du mélange de différentes catégories et aussi des masses qui présentaient des propriétés de masses indifférentes; enfin la catégorie X comprend les jours que nous n'avons pas pris en considération.

Le tableau ci-dessous donne les moyennes mensuelles de la température de chaque catégorie de masses et aussi les moyennes tirées de toutes les observations faites en hiver pendant les années 1927-1934:

	H.	M.	HM.	A.	Toutes les observations.
Décembre..........	7°,8	14°,3	10°,0	11°,6	9°,7
Janvier.............	6,1	13,0	8,8	10,4	7,9
Février.............	4,6	12,6	7,5	9,8	6,5

Dans notre étude nous avons considéré comme nécessaire de séparer les périodes régulières de celles non régulières et de laisser de côté dans le calcul ces dernières, afin que les moyennes totales obtenues se rapprochent autant que possible des propriétés régulières des masses.

Les propriétés irrégulières des masses ont été examinées séparément.

Les masses de la catégorie H présentent des périodes ordinaires, extraordinaires ou exceptionnelles. La température des masses M présente une allure régulière. Ces masses, quant à l'élément de la température au moins, ne présentent pas pendant l'hiver, de périodes exceptionnelles. La température des masses A aussi est d'allure plutôt régulière.

Les écarts entre les moyennes totales de la température des masses H, M, HM, et A et les moyennes totales tirées des observations de toutes les catégories, déduits du tableau ci-dessus, montrent que ces dernières diffèrent des moyennes de chaque catégorie de masse des périodes ordinaires de 1-6° et des périodes extraordinaires ou exceptionnelles de plus de 6°, constituant ainsi des valeurs conventionnelles qui ne correspondent aucunement à la nature.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de la glycérine sur les Saprolégniées.* Note de M. et Mme **Fernand Moreau**, pésentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

La glycérine pure s'est montrée mortelle pour les Salprolégniées que nous avons soumises à son action. Par contre la glycérine associée à des doses modérées aux constituants du liquide de Sabouraud au maltose, appauvri au 1/50e, se montre d'une toxicité moindre pour ces Champignons. Elle en permet la croissance dans une mesure d'autant plus étendue que la teneur du milieu en glycérine est plus faible; elle agit sur le développement en raréfiant les organes de la reproduction sexuelle; elle provoque enfin des modifications morphologiques d'autant plus accusées que la teneur en glycérine est plus élevée.

Action de la glycérine sur la croissance. — Les faibles doses de glycérine sont sans action sensible sur la croissance de l'*Achlya colorata* Pringsh. Dès que la concentration en glycérine dépasse 3 à 4 pour 100 [1], le développement du Champignon devient moins étendu; ainsi, dans une de nos expériences, alors que les cultures témoins sur liquide de Sabouraud au 1/50e atteignaient un diamètre de 50^{mm}, les cultures à 5 pour 100 de glycérine n'avaient plus que 25^{mm} de diamètre. Le développement devient extrêmement faible, quelques millimètres, pour une teneur en glycérine de 8 pour 100; il est pratiquement nul pour une concentration de 10 pour 100 et pour les concentrations supérieures. Pourtant, les doses de 10, 12, 15 et 20 pour 100 ne sont pas mortelles, mais seulement inhibitrices; le thalle qui les a subies plusieurs jours se développe en une culture nouvelle si on le transporte sur le milieu de Sabouraud témoin. Ce n'est qu'aux environs de 25 pour 100 qu'est atteinte la dose mortelle de glycérine.

---

(1) Par concentration en glycérine à *n* pour 100, il faut entendre dans cette Note que *n* centimètres cubes de glycérine à 30° ont été ajoutés à 100^{cm^3} du liquide de base. Les expériences rapportées ici ont été faites avec des produits purs, des cultures pures, en milieux stérilisés, en boîtes de Petri et à la température ordinaire du laboratoire, variable de 8 à 14° (l'action d'une température constante, voisine de 22°, rend les cultures plus exubérantes mais n'altère pas sensiblement l'allure générale des phénomènes); les semis ont été faits au moyen de petits fragments d'agar, aussi semblables que possible, empruntés à une culture sur milieu de Sabouraud au 1/50e gélose, âgée d'un mois environ et montrant de nombreuses gemmes.

Action de la glycérine sur les organes reproducteurs. — Sur le milieu témoin et jusqu'à 4 pour 100 de glycérine, l'*A. colorata* forme en quelques jours des oogones pourvus d'anthéridies et d'œufs. La dose de 5 pour 100 permet encore leur développement, mais avec un certain retard sur les cultures précédentes. Les oogones deviennent rares en présence de 6 pour 100 de glycérine; à 8 pour 100 et au-dessus, il ne s'en forme plus.

Morphoses dues à la glycérine. — Aux doses de 3 et 4 pour 100, les thalles de l'*A. colorata* offrent une légère tendance au renflement des extrémités de leurs rameaux grêles, au gonflement des filaments anthéridiaux, qui se ramifient en branches souvent onduleuses et parfois vésiculeuses, ainsi qu'à l'hypertrophie des pédoncules oogoniaux; parfois les oosphères ne s'individualisent qu'imparfaitement, demeurent confluentes et fournissent des œufs de forme irrégulière.

Déjà aux doses inférieures à 3 pour 100, s'observent les manifestations atténuées des premiers des phénomènes précédents; ils s'accusent aux doses plus élevées.

En présence de 5 et 6 pour 100 de glycérine, les filaments sont noduleux, vésiculeux; les branches anthéridiales sont rameuses, tortueuses, noduleuses; souvent leur ramification s'exagère et leurs rameaux grêles entourent les oogones. Ceux-ci s'hypertrophient; leur diamètre, normalement de 50 à 60^{μ}, peut atteindre 110^{μ} à 6 pour 100; ces oogones volumineux ne forment pas d'œufs; ils avortent à un âge plus ou moins avancé. Au contact de l'agar, les filaments et les gemmes du semis ont produit des vésicules.

Ce phénomène s'exagère à la concentration de 8 pour 100 en glycérine; le thalle est alors surtout représenté par des vésicules irrégulières pouvant atteindre 300^{μ} de diamètre, capables de bourgeonner des vésicules semblables à elles (¹), d'émettre autour d'elles des filaments noueux, plus ou moins variqueux, ou de former des filaments grêles portant bientôt de petites vésicules; l'ensemble évoque l'image des pommes de terre atteintes de boulage et de filosité.

A 10 pour 100 de glycérine, on observe encore de semblables vésicules, mais moins grosses que précédemment.

A partir de 12 pour 100, la dose inhibitrice du développement est atteinte.

Des phénomènes entièrement comparables aux précédents s'observent

(¹) Ce bourgeonnement comparable à celui des levures ne s'accompagne d'aucune fermentation du milieu.

avec les *A. conspicua* Coker et *flagellata* Coker. Notons que la première de ces espèces nous a montré, aux doses de 3 à 6 pour 100, la formation de pseudospores dans les filaments, dont le protoplasme se divise en fragments qui s'arrondissent et s'entourent d'une membrane, rappelant des spores au repos.

L'action de la glycérine à des doses modérées, inférieures à la dose mortelle (environ 25 pour 100), s'exerce donc, chez les Saprolégniées étudiées et dans les conditions de nos expériences, sur la *croissance* qui est ralentie (doses 5-10 pour 100), puis inhibée (environ de 12 pour 100) sur les *organes reproducteurs* dont la formation est retardée (5 pour 100) ou amoindrie (6 pour 100), puis supprimée (8 pour 100), enfin sur la *morphologie* du thalle; la glycérine provoque chez les Saprolégniées, au-dessous de la dose inhibitrice du développement, une intéressante série de morphoses qui sont l'expression d'une toxicité dont les symptômes sont variables avec les doses et comportent la ramification accusée des branches anthéridiales plus ou moins onduleuses et vésiculeuses, le renflement des pédoncules oogoniaux, l'hypertrophie et l'avortement des oogones, la formation d'œufs irréguliers, l'apparition du caractère noduleux des filaments végétatifs et la production de vésicules bourgeonnantes parfois volumineuses qui, aux doses élevées (8-10 pour 100), constituent la seule forme de végétation du Champignon.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le photogéotropisme des thalles pédonculaires et capitulaires des Marchantiées.* Note (¹) de M. **Robert Douin**, présentée par M. Marin Molliard.

Les réactions tropistiques des Marchantiées ont déjà fait l'objet de nombreuses recherches (Mirbel, Pfeffer, Sachs, Czapek, Beauverie, Ulmo, etc.); mais celles-ci ont presque exclusivement porté sur les thalles végétatifs et non sur les thalles différenciés et coalescents qui forment les carpophores et leur pédoncule. Toutefois, d'après Sachs, les pédoncules des chapeaux des *Marchantia* sont parallélogéotropes, et s'ils sont éclairés obliquement, ils s'orientent à peu près parallèlement à la direction de la lumière par suite de leur sensibilité phototropique relativement plus grande.

L'orientation de croissance de ces organes est en effet déterminée par

(¹) Séance du 6 janvier 1936.

l'action de la pesanteur et de la lumière, mais dans quelle mesure interviennent ces deux facteurs? Les expériences relatées ci-dessous ont été faites sur le *Reboulia hemisphærica* et le *Marchantia polymorpha* dans le but d'élucider cette question. Elles ont toutes été effectuées à la température du laboratoire et en atmosphère saturée.

I. *Expériences à la lumière.* — Ces expériences ont résidé dans des retournements successifs, à intervalles réguliers, de groupes de thalles porteurs de carpophores bien formés. Les thalles sont renversés, afin d'éviter la rupture des pédoncules, sur une touffe lâche d'Hypnacée formant support. Les pédoncules se courbent et les carpophores, qui retrouvent ainsi leur position primitive, arrivent au contact même de la face dorsale des thalles retournés; toutefois ceux des bords de la masse des thalles, qui ne sont pas retenus, s'élèvent au-dessus d'eux. Les thalles végétatifs sont alors replacés dans leur position normale et, de ce fait, ce sont les thalles capitulaires qui occupent une position renversée. Une nouvelle courbure du pédoncule se produit alors à quelque distance de la première, près des carpophores qui reprennent ainsi la position normale. Les pédoncules s'allongent pour élever les capitules au-dessus des thalles végétatifs. Deux autres retournements successifs, puis plus tard deux autres encore, provoquent quatre courbures, et l'on constate que régulièrement les pédoncules subissent une élongation qui compense en quelque sorte la perte de longueur due à la courbure et ramène les capitules à une hauteur déterminée. Cette faculté d'allongement est si considérable que les pédoncules finissent par atteindre environ le triple de leur longueur habituelle. Quant au mécanisme même des mouvements des pédoncules, l'étude anatomique des organes, qui est en cours, nous permettra sans doute d'en fixer les modalités.

II. *Expériences à l'obscurité.* — De même que dans les expériences précédentes, les thalles pourvus de capitules sont retournés, les capitules sont donc pendants. Au bout de quelques jours, on observe une courbure géotropique négative des pédoncules ramenant les capitules dans leur position première, et la courbure est accompagnée d'un allongement. Puis les thalles sont retournés de nouveau : ils sont alors dans la position normale, face dorsale en dessus, tandis que les capitules se trouvent renversés. Aucune autre courbure ne se produit à l'obscurité, mais si l'on continue l'expérience à la lumière, la courbure a lieu, ramenant les capitules dans leur position naturelle. L'absence de mouvement à l'obscurité doit être

rapportée à un arrêt de la croissance en relation avec la suppression de la photosynthèse et les troubles de nutrition consécutifs.

Il eût été utile de contrôler ces résultats en éliminant l'action de la pesanteur, ce que je n'ai pu faire faute de clinostat, mais dans une autre série d'expériences, j'ai réussi à inverser le sens du géotropisme des pédoncules.

III. *Inversion du géotropisme des thalles pédonculaires.* — Des thalles porteurs de carpophores sont disposés dans une position renversée dans le haut d'une cloche entourée de papier noir et placée sur une plaque de verre très surélevée de façon à ce que l'intérieur de la cloche soit éclairé par en dessous. Les carpophores restent dans la position où ils ont été mis; les pédoncules présentent un géotropisme positif, inverse de leur géotropisme dans les conditions naturelles.

Une expérience de contrôle a consisté à répéter celle-ci en plaçant les thalles porteurs de capitules dans leur position normale. Les thalles reçoivent alors la lumière sur leur face inférieure : on constate dans ces conditions une courbure des pédoncules qui replace les capitules dans une position telle que leur face supérieure soit perpendiculaire à la direction des rayons lumineux.

IV. *Conclusions.* — Le thalle pédonculaire (*Reboulia*) ou les deux thalles pédonculaires soudés (*Marchantia*), normalement orthotropes ainsi que l'on sait, sont doués d'un géotropisme négatif et la pesanteur seule suffit à déterminer leur direction (expériences à l'obscurité). Par contre, les thalles capitulaires, plagiotropes comme les thalles végétatifs, ont surtout une grande sensibilité phototropique. C'est en définitive le facteur lumière qui conditionne l'orientation de l'ensemble de l'appareil, car la sensibilité phototropique des thalles capitulaires est si considérable qu'il suffit d'une intensité lumineuse très faible, que nous nous proposons de mesurer pour inverser la direction de croissance des thalles pédonculaires qui, eux, paraissent surtout doués de sensibilité géotropique alors que leur sensibilité à la lumière est très réduite, contrairement à l'opinion de Sachs.

Pfeffer (*Physiologie végétale*, traduction Friedel t. 2, p. 547) a émis l'opinion que la dorsiventralité pouvait favoriser ou même causer l'orientation plagiotrope. Or, la dorsiventralité des thalles pédonculaires est précisément très atténuée, tandis que celle des thalles qui constituent les capitules proprement dits est au contraire très accentuée.

L'observation des Marchantiées dans la nature vient à l'appui de nos

conclusions. Sur les talus ou dans les anfractuosités des rochers, les capitules s'orientent toujours perpendiculairement à la direction des rayons lumineux, déterminant une direction oblique des pédoncules par rapport à celle de la pesanteur.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Mensurations thermiques dans le champ de la diathermie par ondes courtes.* Note (1) de MM. **Albert Bessemans**, **Arend Rutgers** et **Émile Van Thielen**, transmise par M. Hyacinthe Vincent.

Après avoir insisté sur l'importance de la mensuration des températures tissulaires au cours des applications biologiques de l'hyperpyrexie (2), l'un de nous (Bessemans), seul ou avec Van Houteghem, a montré que ce procédé constitue un critérium sûr, qui permet de reconnaître avec précision la part du facteur thermique dans l'action de la chaleur *in vivo*, notamment d'élucider le mécanisme de la pyrétothérapie antisyphilitique (3), de déterminer les tolérances des organes à l'égard du chauffage diathermique (4) et de choisir judicieusement, dans certains cas, les meilleures techniques de diathermie par ondes moyennes (5). Toutefois, *dans le champ des ondes courtes*, et sans parler des étincelles qui peuvent jaillir aux pointes, les thermomètres ordinaires et les couples thermoélectriques deviennent le siège d'une production de calorique, à telle enseigne que, pour qu'ils puissent servir utilement à la mensuration, il faut momentanément couper ou détourner le courant. C'est pourquoi nous nous sommes demandés dans quelles circonstances cet inconvénient se produit, et s'il n'y a pas d'instruments qui lui échappent.

Nous avons utilisé d'une part un condensateur chargé d'une tension alternative de haute fréquence, d'environ 18^m de longueur d'onde; d'autre

(1) Séance du 6 janvier 1936.

(2) A. Bessemans, *C. R. Soc. Biol.*, **112**, séance belge du 25 février 1933, p. 1250; *C. R., Premier Congrès français de Thérapeutique*, **2**, Paris, octobre 1933, p. 103 et 368.

(3) A. Bessemans, *Congrès français de Médecine*, **4**, 23e session, Québec, 1934, p. 187.

(4) A. Bessemans et L. Van Houteghem, *Bruxelles-Médical*, **43**, 27 août 1933, p. 1226.

(5) A. Bessemans et L. Van Houteghem, *Bruxelles-Médical*, **47**, 23 septembre 1934, p. 1497; *Ann. méd. phys. et physio-biol.*, **28**, VII, 1935, p. 151.

part, un câble métallique bien isolé, parcouru par un courant alternatif de haute fréquence, d'environ 25^{m} de longeur d'onde, deux dispositifs que, pour la commodité de l'exposé, nous appellerons respectivement *électrique* et *magnétique*. Nous inspirant ensuite de l'idée que, dans le champ diathermique de l'un et l'autre de cet appareillage, les isolants sont théoriquement soustraits à l'échauffement [1], nous avons fait construire des thermomètres en verre, les uns remplis *d'alcool à 96 pour 100 teinté au bleu de méthylène*, les autres de *benzène chimiquement pur*, *coloré au rouge de méthyle*. Ces instruments ont été soumis dans l'espace, dans des conditions expérimentales variables, en même temps que des *thermomètres à mercure* et des *couples thermo-électriques*, aux ondes courtes de notre condensateur et à celles de notre dispositif magnétique.

Les thermomètres à mercure et les couples thermo-électriques ne convinrent que dans le champ électrique [2] (exception faite pour les cas où les couples thermo-électriques produisirent des étincelles). Par contre, nos thermomètres à benzène donnèrent satisfaction aussi bien dans le champ magnétique que dans l'autre. Nos thermomètres à alcool ne se montrèrent utilisables que dans le champ magnétique [3].

Il nous est apparu, au surplus, que, placés entre les plaques du condensateur de l'appareil électrique, nos thermomètres à alcool non seulement montèrent vite, mais encore plus ou moins rapidement selon la direction de l'axe de leur réservoir : ainsi, l'ascension fut quelques dizaines de fois plus notable pour une direction de cet axe parallèle aux lignes de forces

---

(1) On sait en effet que, d'une part, entre les plaques du condensateur du premier dispositif, tout objet, doué d'une certaine conductibilité électrique (spécifique d'ailleurs pour chaque fréquence du champ alternant), subit l'influence des courants électriques alternatifs rectilignes, sources de son échauffement d'après la loi de Joule; que, d'autre part, tout bon conducteur, placé dans le voisinage immédiat du câble du second dispositif, est traversé par des lignes de force « magnétiques » qui alternent de sens avec la même fréquence que le courant qui les engendre, cependant que, suivant la théorie de Maxwell, ces dernières donnent naissance à des courants électriques alternatifs circulaires. Dans ce cas aussi, l'objet s'échauffe, mais d'autant plus rapidement que sa conductibilité est plus grande.

(2) C'est ainsi que les thermomètres à mercure ont monté en une demi-minute de 20°C. à 30°C. lorsqu'ils ont été placés dans l'espace délimité par un câble enroulé en forme de solénoïde, et à travers lequel passait un courant alternatif de haute fréquence d'environ 12 millions n (fréquence par seconde).

(3) Nous avons observé également que *l'huile de paraffine* peut utilement remplacer le benzène.

électriques (10°C. en 10 secondes) que pour une direction perpendiculaire (10°C. en 4 minutes).

L'emploi d'instruments de mesure sensibles nous a permis enfin de constater que, dans le champ électrique, le verre de leur paroi ou de leur gaine devenait aussi la source d'un développement de chaleur, ce qui nous a conduits à de nouveaux essais analogues aux précédents, mais institués à l'aide de thermomètres à parois en quartz et de couples thermo-électriques avec gaines en quartz. Ces nouvelles tentatives nous ont démontré que *les thermomètres en quartz et remplis au benzène répondent à toutes les exigences : ils ne réagissent aucunement à l'action directe de la diathermie par ondes courtes*, qu'elle soit de nature primairement électrique ou primairement magnétique [*loc. cit.*, p. 158 (3)]. En d'autres termes, ces instruments, auxquels on pourra donner telle forme et telles dimensions que requiert leur destination (1), se prêtent fort bien aux mensurations thermiques dans le champ de la diathermie par ondes courtes.

BIOLOGIE. — *La rétine des Oiseaux diurnes et la théorie de la dualité de la vision.* Note de Mlle **Marie-Louise Verrier**, présentée par M. Louis Bouvier.

Schultze (2), en 1866, décrit chez les Oiseaux diurnes et tout spécialement chez le Pigeon, deux sortes de cellules visuelles, les cônes et les bâtonnets, avec une prédominance très marquée des premiers sur les seconds. Parinaud (3), en 1898, confirme les vues de Schultze et parfois même les exagère, affirmant que la rétine des Oiseaux diurnes « est privée de bâtonnets ». Von Kries (4) adopte les conclusions de Schultze. Se fondant sur

(1) Par exemple, pour la diathermie générale par ondes courtes chez l'homme, il sera recommandable de construire un tel thermomètre, recourbé au besoin et suffisamment grand pour que la lecture du degré thermique puisse se faire à distance. De même, on peut appliquer nos données à la construction d'un *Tiefenthermometer* de Zondek (A. Bessemans, Fr. De Potter et R. Hacquaert, *Rev. belge des Sciences médicales*, 1, n° 6, juin 1929, p. 496), utilisable dans le champ des ondes courtes : il suffit de remplacer le mercure par du benzène ou par de l'huile de paraffine, chimiquement purs et convenablement teintés et, par du quartz, le verre de la paroi ainsi que le métal de la gaine.

(2) Schultze, *Archiv. f. microsk. Anat.*, 2, 1866, p. 175.

(3) Parinaud, *La vision*, Paris, 1898, p. 66.

(4) Von Kries, *Zeitschrift f. Psychologie*, 9, 1895, p. 81; *Archiv. f. ophtalm.*, 62, 1896, p. 95.

elles, Parinaud et Von Kries élaborent une théorie de la dualité morphologique et fonctionnelle des cellules visuelles, théorie qui fut longtemps adoptée sans examen. Les cônes, parce que prédominants chez les animaux diurnes (Oiseaux et Reptiles principalement) seraient les organes de la vision en milieux éclairés et de la sensibilité chromatique. Les bâtonnets, plus nombreux que les cônes chez les individus nocturnes, seraient les organes de la vision en lumière diffuse et de la sensibilité lumineuse.

J'ai déjà eu l'occasion de dire que cette théorie ne s'accorde guère avec ce que nous savons des Reptiles et des Poissons ([1]). Le cas des oiseaux diurnes, particulièrement démonstratifs aux dires des partisans de la théorie dualiste, mérite aussi de retenir l'attention, et demande de nouvelles observations.

J'ai étudié les cellules visuelles des rétines de 14 oiseaux diurnes ([2]). Je ne puis entrer ici dans l'étude comparée et détaillée de ces rétines. Cette étude fera l'objet d'un prochain Mémoire. Ces rétines présentent de nombreux caractères communs très importants et des différences secondaires. Il suffit donc, pour les connaître dans leur ensemble, de décrire deux d'entre elles, celle de la Tourterelle *Streptopelia risoria* L. et du Pigeon, *Columba palumbus* L., par exemple. Pour la commodité de l'étude, je distinguerai trois régions principales : la région fovéale, la zone périfovéale qui forme autour de la fovea une couronne de 4^{mm} environ de largeur, enfin, la rétine périphérique qui s'étend du bord externe de la couronne périfovéale à l'ora serrata.

1° *La fovea.* — Les cellules visuelles y sont toutes du même type : ce sont des éléments allongés (hauteur totale 150^{μ}). Le segment externe, très long et très mince, comprend le tiers environ de la hauteur totale de la cellule; il surmonte une boule colorée jaune ou rouge. L'ellipsoïde, à peine plus long, se renfle légèrement au niveau de son tiers supérieur. Le myoïde n'est qu'un mince filament.

2° *Régions périfovéales.* — On peut y distinguer trois sortes d'éléments visuels :

a. Les uns porteurs de gouttes huileuses entre les segments internes et

---

([1]) M. L. Verrier, *Bull. biologique France-Belgique*, suppl. XX, 1935, p. 1-140.

([2]) *Accipiter nisus* L., *Corvus corone* L., *Phasianus colchicus* L., *Gallus domesticus*, L., *Passer domesticus* L., *Columba palumbus* L., *Streptopelia risoria* L., *Turdus musicus* L., *Turdus merula* L., *Accentor modularis* L., *Parus carulens* L., *Orites caudatus* L., *Pica caudata* L., *Sturnus vulgaris* L.

externes rappellent les cellules visuelles de la fovea. Ils sont cependant plus courts et moins grêles. Leur hauteur totale est de 100$^{\mu}$, celle du segment externe de 10$^{\mu}$, celle de l'ellipsoïde de 20$^{\mu}$.

b. A côté de ces éléments, et alternant à peu près régulièrement avec eux d'autres existent, près de deux fois plus hauts (longueur totale : 200$^{\mu}$), à segment externe cylindrique et d'une longueur égale à la moitié de l'élément tout entier. Ce segment surmonte sans interposition de goutte huileuse un ellipsoïde globuleux; le myoïde est très long et très mince. Cet ensemble de caractères rapproche ces cellules du type classique de la cellule à bâtonnets de nombreux Mammifères et Téléostéens.

c. Enfin on peut distinguer une troisième sorte d'éléments qui deviennent de plus en plus nombreux et de plus en plus volumineux à mesure que l'on s'éloigne de la fovea. Ils sont caractérisés par un segment externe en forme de cône près de la fovea, dont l'extrémité distale s'allonge, s'épaissit et devient peu à peu cylindrique à mesure que l'on s'éloigne de la fovea. Un ellipsoïde très réduit surmonte un volumineux paraboloïde qui occupe la moitié de la hauteur totale de la cellule, celle-ci pouvant atteindre 50$^{\mu}$ environ. De telles cellules sont comparables aux bâtonnets typiques des Batraciens.

3° *Régions périphériques*. — Les cellules visuelles y sont de deux sortes :

a. Des cellules à gouttes huileuses jaunes et rouges comparables à celles des régions périfovéales.

b. Des cellules à segment externe cylindrique et trapu, à paraboloïde volumineux, comme chez les bâtonnets de Batraciens. Ces deux sortes d'éléments ont la même hauteur. Ils alternent à peu près régulièrement.

Il résulte de ces observations que les rétines étudiées ne renferment de cellules voisines du type classique des cellules à cône (et principalement à cause de la présence de gouttes huileuses) que sur une étendue très limitée, celle de la fovea. Dans la presque totalité de la rétine ces cellules alternent avec d'autres éléments comparables à des bâtonnets typiques, sans marquer une prédominance en accord avec les conclusions de Schultze. On ne saurait donc suivre Parinaud, von Kries et leurs élèves et voir dans la rétine des Oiseaux diurnes une des bases de la théorie dualiste. Ces conclusions s'ajoutent à celles que j'ai déjà formulées quant aux rapports de cette même théorie et de la rétine de divers autres Vertébrés (Poissons et Reptiles notamment).

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La concentration de l'aliment, facteur quantitatif de l'accroissement des populations d'Infusoires.* Note de MM. **Jacques Monod** et **Georges Tessier**, présentée par M. Charles Pérez.

Lorsqu'on oriente l'étude de la croissance globale d'un organisme ou d'une population cellullaire vers la recherche des lois élémentaires du phénomène, on est conduit à chercher une relation quantitative entre le taux d'accroissement de la collectivité cellullaire étudiée et la quantité d'aliment dont dispose, à chaque instant, cette dernière. On a souvent supposé que ces deux grandeurs étaient proportionnelles et cette hypothèse a pu être vérifiée directement dans quelques cas particuliers, croissance de l'embryon de Truite (Gray), croissance résiduelle des cultures de fibroblastes (Ephrussi et Teissier), croissance des plantules de Melon (Chouard et Teissier). Mais si l'expérience montre que cette relation simple est acceptable, au moins en première approximation, lorsque la nutrition se fait essentiellement aux dépens de réserves, comme dans les exemples que nous venons de citer, il n'en est pas de même lorsque la nutrition est exogène et que, par conséquent, la quantité d'aliment disponible est complètement indépendante des caractéristiques physiologiques de l'organisme ou de la population cellulaire étudiés.

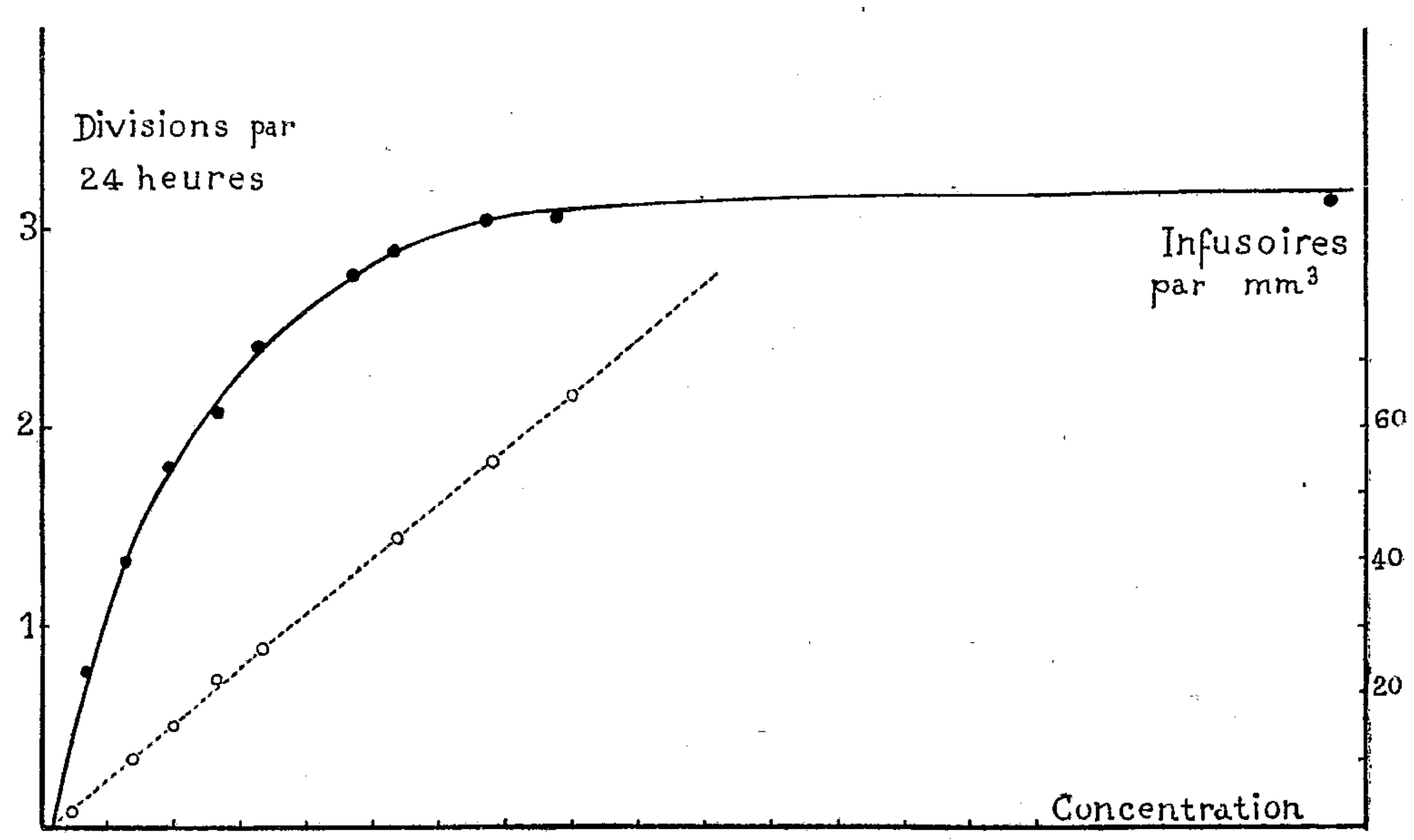
Les résultats de l'étude de la multiplication des *Glaucoma piriformis* que vient de faire l'un de nous [1] ont une régularité suffisante pour qu'on puisse tenter de formuler une relation entre le taux de multiplication cellulaire et la quantité d'aliment disponible, dans un cas où l'on peut faire varier cette dernière dans de très larges limites. Le taux de multiplication, qui caractérise la *phase exponentielle* par laquelle débute toute culture, augmente avec la concentration en aliment, tant que celle-ci est faible, mais atteint, dans les milieux très nutritifs, une valeur maxima indépendante de la concentration. Les deux milieux, très différents l'un de l'autre, dont il a été fait usage, ont conduit au même maximum, soit 3,2 divisions par 24 heures, à la température de 24°.

Il est facile de donner une interprétation quantitative de ces faits sans avoir besoin d'invoquer aucun mécanisme particulier pour la nutrition des

---

[1] J. Monod, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1513.

Infusoires étudiés. Il est raisonnable d'admettre qu'il est plus difficile d'extraire une même quantité d'aliment d'un milieu dilué que d'un milieu plus concentré. Au-dessous d'une certaine concentration, un Infusoire ne peut, ni absorber autant d'aliment qu'il le ferait dans un milieu plus riche, ni par conséquent, synthétiser autant de protoplasme qu'il le ferait si les conditions de nutrition étaient meilleures. Tout accroissement de la concentration de ce milieu trop dilué, facilitant le travail d'assimilation, augmente par là même le taux de multiplication. Il est *a priori* très vraisemblable que cette augmentation est d'autant plus marquée, pour l'adjonction d'une même quantité d'aliment, que le taux de multiplication est lui même plus éloigné de son maximum. Plus précisément, on peut supposer que *la variation du taux de multiplication est proportionnelle à la fois à la variation de concentration et à l'écart entre le taux maximum et le taux actuel.* Cette hypothèse conduit à représenter la relation cherchée par l'arc asymptotique d'une courbe exponentielle. La figure ci-dessous (Infusoires dans un bouillon de foie de veau) et celle qui a été donnée dans la Note de J. Monod (Infusoires dans une solution de peptone), montrent la qualité d'un tel ajustement.



Un deuxième fait mis en évidence par les expériences de Monod est que, pour chacun des deux milieux utilisés le nombre maximum d'Infusoires par millimètre cube est une fonction linéaire de la concentration initiale en aliment (droite en trait interrompu de la figure). Cette constatation

s'interprète en admettant que *la quantité d'aliment utilisée par un individu entre la fin d'une division et la fin de la division suivante est indépendante du temps qui s'est écoulé entre ces deux événements*, à condition que la variation de cette durée ne puisse être imputée qu'à la variation de la concentration du milieu en aliment Cette hypothèse qui revient à supposer que le rendement de la croissance est constant, est identique à celle qui a déjà permis d'interpréter les modalités des croissances simples dont nous avons fait mention tout à l'heure.

Les deux schémas qui viennent d'être proposés et qui ont été suggérés par la comparaison du comportement de cultures différentes, au début de la croissance de la population d'une part, lorsque celle-ci est arrêtée d'autre part, se rapportent à deux catégories distinctes de phénomènes et sont indépendantes l'une de l'autre. Nous montrerons ailleurs qu'en les combinant on peut obtenir un troisième schéma qui rend compte de l'évolution individuelle des différentes populations entre l'instant où la culture débute par un petit nombre d'individus et celui où le nombre des Infusoires est le plus grand.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Obtention d'un chimiovaccin permettant de créer chez le lapin une immunité très manifeste vis-à-vis de l'infection tuberculeuse.* Note de MM. **Michel Machebœuf** et **Joseph Dieryck**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons déjà [1] pu extraire des Bacilles tuberculeux tués par la chaleur l'haptène fixateur lipoïdique; cet haptène purifié est très actif *in vitro*, mais il n'est pas antigène, il ne provoque pas, par injection à l'animal, la formation d'anticorps. Dans les bacilles, cet haptène se trouve par contre uni sous forme d'antigène complet à des protéides ou à d'autres biocolloïdes ; carl'injection de petites quantités de bacilles tués fait apparaître une sensibilisatrice spécifique de l'haptène lipoïdique. Les bacilles simplement tués par la chaleur ne sont pas utilisables comme vaccin chez le lapin, ils sont toxiques et les doses que l'on peut en injecter ne permettent pas l'établissement d'une immunité très solide.

En étudiant [2] la constitution chimique de bacilles non chauffés, nous

---

[1] M.-A. Machebœuf, G. Lévy et M. Faure, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1547.
[2] Machebœuf, J. Dieryck et R. Stoop, *Ann. Inst. Pasteur*, 54, 1935, p. 71.

avons mis au point une technique permettant de traiter directement par des solvants, à froid et dans le vide, des bacilles fraîchement récoltés. Nous avons pu ainsi, par des solvants neutres et non alcooliques, enlever : 1° par l'eau, les substances du milieu de culture qui imprègnent les bacilles vivants; 2° par l'acétone purifiée, de nombreuses substances lipidiques et glucidiques dont certaines sont responsables en partie de la toxicité des bacilles morts; 3° par l'éther, des substances lipidiques complexes. Parmi toutes les substances ainsi extraites, on ne rencontre pas l'haptène lipoïdique qui reste dans les résidus bacillaires. Cet haptène, lorsqu'il est purifié, est cependant soluble dans l'éther et le fait qu'il reste dans les résidus bacillaires épuisés par l'acétone et par l'éther permet de supposer qu'il y est uni à des protéides en des complexes assez stables. Nous avons pensé que ces complexes pouvaient être des antigènes complets et nous avons cherché à les extraire sans les dénaturer par la chaleur ou par un alcool. En épuisant les résidus bacillaires par de l'eau, nous avons obtenu des solutions aqueuses dont l'activité haptène (fixation et précipitation) est intense et dont l'activité antigénique est plus intense que nous n'avions osé l'espérer. Ces solutions ne sont pas toxiques pour l'animal sain et leur injection intraveineuse ou hypodermique fait naître chez le lapin des précipitines et des sensibilisatrices très actives.

Nous avons étudié aussi la toxicité et l'activité des résidus bacillaires eux-mêmes, épuisés par l'acétone et l'éther, mais non encore mis à macérer dans l'eau. Ces corps bacillaires furent mis en suspension dans de l'eau physiologique, puis injectés à des lapins, sous la peau, dans la veine ou dans le péritoine. Aucun phénomène toxique ne s'est manifesté chez l'animal sain et le taux des anticorps apparus fut extrêmement élevé. Pour juger si ce taux remarquable d'anticorps décelables *in vitro* était accompagné d'une immunité notable à l'infection tuberculeuse, nous avons ensuite infecté nos lapins par voie veineuse avec une souche bovine très virulente. Des témoins (10 lapins) non vaccinés ont été infectés en même temps dans des conditions identiques, ils sont tous morts en moins de 103 jours, la moyenne de survie après l'infection fut 90 jours. Tous les animaux vaccinés avaient reçu six injections de 1^{mg} de corps bacillaires préparés.

Les animaux vaccinés par voie intrapéritonéale ont survécu en moyenne 120 jours; ceux vaccinés par voie hypodermique ont survécu en moyenne 139 jours; ceux enfin qui avaient reçu le vaccin par voie veineuse vivent encore tous à l'heure actuelle (190 jours) et leur survie depuis l'infection

est déjà supérieure au double de la survie moyenne des témoins. L'un d'eux a été sacrifié le 180e jour, son autopsie a montré un foie et une rate sans lésions; les reins présentaient de petites lésions fibrocaséeuse; les poumons présentaient des lésions fibreuses et fibrocaséeuses non confluentes; parmi les ganglions, seuls étaient pris quelques trachéobronchiques. Le poids de cet animal était encore légèrement supérieur au poids qu'il avait lorsqu'il fut inoculé six mois auparavant. A titre comparatif, nous avons vacciné, par voie veineuse, des lapins avec les mêmes doses des mêmes bacilles simplement tués par la chaleur (70°), la survie moyenne à l'infection d'épreuve fut seulement de 107 jours. A poids égal donc, les bacilles traités par notre technique sont beaucoup plus actifs comme vaccin que les bacilles tués par la chaleur.

Chez l'animal tuberculeux avéré, l'injection hypodermique de notre vaccin produit une réaction locale intense.

Conclusions : en ne dénaturant pas par l'alcool ou par la chaleur ni par des réactifs acides ou alcalins, les complexes antigéniques des bacilles tuberculeux, on peut les laisser dans les corps microbiens tout en enlevant de nombreuses substances non antigéniques et nuisibles à l'établissement d'une bonne vaccination. Le « chimiovaccin » ainsi obtenu provoque l'apparition d'anticorps puissants et il est doué d'une très notable activité immunisante vis-à-vis de la tuberculose expérimentale du lapin.

BIOCHIMIE. — *A propos de la perméabilité de la cellule mammaire.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Gustave Moussu.

Au cours de nos recherches antérieures sur la physiologie de la mamelle, chez les femelles domestiques [1], nous avons longuement insisté sur deux modalités de l'activité de la cellule mammaire, *activité trophique* et activité fonctionnelle. Il nous restait à examiner son rôle physique vis-à-vis des électrolytes apportés par la circulation, en particulier des chlorures, les plus diffusibles.

La perméabilité cellulaire, qui explique la filtration de ces sels minéraux dans le lait, a fait l'objet de très nombreuses recherches. Winter, en 1895, est allé d'ailleurs beaucoup plus loin en établissant que, le sérum sanguin et le lait étant équimoléculaires, le lactose dans ce dernier devrait se substituer

(1) Maurice Piettre, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1454 et 1551.

aux chlorures pour assurer une concentration moléculaire constante mesurée par la cryoscopie ($\Delta = -0^\circ 54$ à $-0^\circ 57$). C'était mettre sur le même plan deux faits essentiellement différents, l'un physiologique (élaboration intracellulaire du lactose), l'autre purement physique (filtration des chlorures). Certains résultats analytiques bruts ont paru confirmer ce balancement (Böggild), d'autres plus nombreux l'infirmer (Orla Jensen).

Dans cette Note, nous étudierons les variations du chlore dans les diverses conditions du fonctionnement mammaire.

Au cours des processus *pathologiques* (tuberculose, mammites purulentes) aboutissant progressivement à la destruction de l'épithélium glandulaire, les constituants du lait et spécialement le lactose diminuent pendant que la teneur en chlore augmente, et cette opposition est encore plus typique, comme nous l'avons montré autrefois sur une courbe suggestive, entre les phosphates alcalins et terreux et les chlorures, mais il n'y a pas compensation finaliste, seulement coïncidence. La sécrétion lactée se tarit, et les substances du sérum sanguin traversent en nature le filtre mammaire qui n'est plus étanche.

Sur le terrain *physiologique*, les observations sont plus intéressantes encore.

A. Chez les génisses primipares, quelques mois avant la parturition, il s'établit assez fréquemment dans les quartiers antérieurs une active sécrétion albumineuse *cire ou miel* ne contenant au début aucun constituant du lait. La teneur moyenne en chlorures oscille autour de $3^g,00$ pour 1000, bien inférieure à celle du sang. Par contre, assez souvent les quartiers postérieurs donnent un liquide à peine latescent, fortement salé (5,5 et plus de NaCl pour 1000 provenant du sérum par simple filtration).

Dans ce cas il y a donc complète indépendance entre le lactose et les chlorures.

B. En *cours de lactation*, les variations du chlore sont, on le sait, à peine sensibles, cependant si artificiellement on *diffère* la traite, le lait s'accumule dans la mamelle qui se gonfle démesurément, devient chaude et douloureuse, puis froide et presque insensible. Dans ces conditions le lait se modifie profondément par résorption de ses constituants organiques, caséine, lactose et surtout matières grasses (Ch. Porcher).

Nous avons fait une série d'analyses sur des laits de traite différée approximativement 2, 3 jours et même davantage, en recueillant à part le lait de chaque quartier, et en le fractionnant le plus souvent en trois portions à peu près égales (début de la mulsion, milieu et fin). Voici

quelques résultats qui permettent de comparer notamment les teneurs en lactose et en chlorures pour 100 :

		Extrait sec.	Caséine.	Matières grasses.	Lactose.	Centres.	Chlorures (en NaCl).
Hollandaise 26 h. environ	début de traite.	9,918	3,20	0,103	4,45	0,867	0,248
	fin	10,88	3,58	1,45	4,40	0,841	0,241
Charollaise 32 h. environ	début.........	7,77	3,18	0,08	1,27	0,878	0,517
	milieu........	11,04	3,88	0,27	4,11	1,027	0,28
	fin	10,46	3,94	0,23	3,42	1,047	0,32
Normande 35 h. environ	début.........	9,75	3,23	0,17	3,60	0,95	0,33
	fin	9,89	3,43	0,247	3,68	0,967	0,313
Hollandaise 40 h. environ	début.........	7,84	2,04	0,29	3,35	0,83	0,317
Limousine 47 h. environ	début.........	7,47	2,25	1,43	1,92	0,76	0,42
Hollandaise 50 h. environ	milieu........	6,76	2,04	0,30	2,68	0,67	0,39
Normande 67 h. environ	milieu........	3,81	1,59	0,15	0,87	0,726	0,57

C. *En fin de lactation*, l'activité mammaire s'atténue, le lait devient moins riche et les chlorures augmentent fortement (laits dits salés).

Sans atteindre ces modifications, nous avons expérimenté sur une chèvre donnant un lait absolument normal, mais en faible quantité (150$^{cm^3}$ au lieu de 700$^{cm^3}$ en pleine lactation). On provoque, comme plus haut mais sans réaction douloureuse et avec une augmentation de lait relativement faible, la traite *différée* pendant 5, 6 ou 7 jours séparés par 3 jours de mulsion quotidienne :

		Extrait sec.	Caséine.	Matières grasses.	Lactose.	Centres.	NaCl.
Lait initial		11,78	3,57	3,75	3,90	0,82	0,198
Traite différée 5 jours	mamelle droite..	11,83	2,99	4,33	2,17	0,958	0,479
	» gauche..	12,73	3,79	3,59	1,92	0,89	0,39
Après 6 jours	mamelle droite..	13,57	3,36	4,38	3,58	0,79	0,339
	» gauche..	13,05	3,09	3,98	3,48	0,835	0,33
Après 7 jours	mamelle droite..	13,42	3,63	4,44	3,58	0,745	0,38
	» gauche..	13,39	3,86	3,25	3,61	0,835	0,389

Conclusion. — Ces recherches établissent : 1° l'indépendance de la sécrétion lactée (fonction physiologique) et de la filtration physique des

chlorures; 2° l'*accumulation* de ces chlorures jusqu'à l'équilibre avec le sérum sanguin (cas général pour toutes les sécrétions) faisant écarter la conception d'une compensation entre lactose et chlorures.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur l'action bactéricide du mercure.* Note de MM. **Marcel Lisbonne** et **Raymond Seigneurin**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Depuis la thèse de Raulin (1870) et le travail de Naegeli (1893) de nombreuses recherches ont été effectuées sur l'action *oligodynamique* des métaux tels que le cuivre, l'argent, l'or (H. Vincent, Kling, Lasseur). Notre attention a été appelée sur l'action très puissante du mercure, qui, à notre connaissance, n'a pas encore été étudiée.

Nos expériences ont porté sur la stérilisation de suspensions dans l'eau de *B. coli*, B. typhique, vibrion cholérique, *Brucella abortus*. Nous n'avons pas, pour le moment, étudié la courbe de la destruction progressive des microbes sous l'influence de ce métal : nous nous sommes bornés à noter le temps maximum nécessaire à la stérilisation complète de la suspension bactérienne, contrôlée par un large ensemencement sur les milieux appropriés.

I. Des eaux de source, de rivière, de puits, renfermant naturellement plus de 10000 *B. coli* par litre, se montrent stériles quelques heures après qu'on les a abandonnées à la température du laboratoire, en présence de mercure sous sa forme métal.

Le même résultat s'observe quand on expérimente sur des suspensions très riches en *B. coli* dans l'eau distillée, l'eau naturelle ou l'eau salée, stérilisées au préalable ou non.

La vitesse de stérilisation dépend d'une part de la quantité et de la surface du mercure utilisé, d'autre part de la nature des microbes et de leur nombre.

Le tableau suivant montre quelques résultats obtenus en faisant agir 1^{cm^3} de mercure sur 1000^{cm^3} de suspension microbienne.

Microbes.	Densité microbienne par centimètre cube.	Temps maximum de stérilisation.
B. coli	2.10^9	72 heures
Staphylocoques	2.10^9	72 »
Staphylocoques	$2,2.10^6$	36 »
Brucella abortus	$1,5.10^6$	24 »
Vibrions cholériques	10^9	24 »

La stérilisation se produit également mais après un temps bien plus considérable, pour des proportions de mercure moindres, de l'ordre, dans quelques expériences, de 1^{cm^3} pour 2^{m^3} de suspension.

II. Comme le fait a été démontré pour l'argent, la suspension microbienne, une fois stérilisée et séparée du mercure, jouit de propriétés bactéricides pendant plusieurs heures, même après ébullition prolongée.

III. *L'eau distillée* (à l'exclusion de l'eau ordinaire et de l'eau salée) acquiert, après 36 heures de contact préalable avec du mercure, une propriété bactéricide puissante qui persiste, elle aussi, après ébullition. Le pouvoir stérilisant de l'eau ainsi *mercurialisée* paraît être plus intense que celui du mercure lui-même.

IV. Comme pour les autres métaux étudiés, il est très difficile, dans l'état de nos connaissances, de savoir comment agit le mercure. Se dissout-il dans l'eau, et sous cette forme (peut-être colloïdale), ainsi que le pense Boutaric au sujet de l'argent, jouit-il d'une propriété bactéricide intense? Ou bien cette action oligodynamique, la tient-il de sels mercuriels qui pourraient éventuellement se former dans l'eau?

Cette dernière hypothèse est peu plausible : le mercure récemment distillé, lavé et filtré, est aussi bien bactéricide pour les suspensions de microbes dans l'huile de vaseline que dans l'eau; son action s'exerce aussi bien en milieu neutre qu'alcalin ou acide. En l'absence d'oxygène (suspensions microbiennes dans le vide, sous une atmosphère de vapeur d'eau, ou même d'hydrogène comprimé), on note un retard appréciable de l'action bactéricide qui finit cependant par être totale. Il paraît peu probable qu'il se forme dans ces conditions un sel mercuriel aux dépens d'un anion oxydrile ou autre.

L'eau traitée par le mercure contient cependant des traces de ce métal à l'état de cation, ainsi que l'a constaté à notre demande Mlle Cauquil, sans qu'on puisse autrement préciser son état.

L'action du mercure s'exerce aussi à travers des membranes de collodion disposées pour permettre la dialyse.

V. Il est intéressant de constater que si, sous cette forme, le mercure est doué de propriétés abiotiques puissantes pour les microbes, il est, par contre, inoffensif pour des êtres vivants supérieurs. Alors que des cyprins, des gambusias, placés, dans une solution de sublimé au millionième, y meurent 15 à 20 jours après, ils vivent normalement dans des bocaux dont le fond est occupé par une quantité considérable de mercure.

Bien mieux, l'introduction de quelques grammes de mercure dans le

péritoine de cobayes ne détermine chez eux aucun symptôme d'intoxication ou d'intolérance.

Ces faits nous ont conduits à des tentatives de chimiothérapie mercurielle en même temps qu'à des essais de stérilisation pratique des eaux par ce métal.

IMMUNOLOGIE. — *Immunité antidiphtérique par l'anatoxine et dystrophie irréversible par déséquilibre alimentaire.* (*Avitaminose C*). Note de MM. **Georges Mouriquand**, **Paul Sédallian** et **André Coeur**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

L'étude du scorbut expérimental permet, comme nous l'avons montré, de distinguer deux phases de la maladie : une *phase eutrophique*, au cours de laquelle évoluent les signes de carence (ostéo-hémorragiques) sans atteindre l'état général (prise de poids); une *phase dystrophique*, qui commence suivant l'âge du sujet vers le 22 ou 24e jour, caractérisée par l'inappétence et la cachexie progressive aboutissant à la mort.

Par rapport à l'action *spécifique* de l'acide ascorbique, ces deux phases se comportent de façon différente.

A la phase eutrophique, l'acide ascorbique fait rapidement disparaître la dystrophie par carence *pure*. La phase dystrophique peut, du point de vue de cette action, être divisée en deux stades. Le premier va de l'installation de l'inappétence jusqu'à l'apparition d'une diarrhée à peu près constante. A ce stade, l'acide ascorbique guérit rapidement les signes scorbutiques, réveille l'appétit qui permet la reprise de poids et la guérison de la dystrophie générale (par sous-alimentation) surajoutée à la dystrophie par carence. Nous sommes donc encore à la période curable, réversible de la maladie.

A partir du moment où s'installe la diarrhée, on observe une véritable dissociation entre la dystrophie par carence qui guérit encore sous l'action de l'acide ascorbique, et la dystrophie générale surajoutée qui continue, sans être le plus souvent influencée par la médication « spécifique », son évolution vers la cachexie et la mort.

Cette phase semble présenter un intérêt particulier au point de vue biologique. Tout s'y passe comme si l'organisme, ses éléments cellulaires étaient en « état de mort fonctionnelle » déterminant l'irréversibilité de la dystrophie.

Nous nous sommes demandé ce que devenait, au stade eutrophique et au stade dystrophique irréversible, l'immunité acquise par trois injections d'anatoxine de Ramon.

Au stade eutrophique, l'immunité acquise demeure. L'organisme reçoit sans dommage 40 doses mortelles de toxine diphtérique (tuant les témoins non vaccinés carencés ou non, en 18 ou 20 heures). L'expérience a porté sur 7 cobayes carencés et vaccinés et un nombre égal de témoins.)

Mais il était plus important encore de se rendre compte si un organisme atteint de dystrophie irréversible conservait l'immunité acquise grâce à la vaccination par l'anatoxine.

Or les injections de 40 doses mortelles de toxine diphtérique ne changent en rien l'évolution naturelle de la dystrophie. (L'expérience a porté sur 16 cobayes et un nombre égal de témoins.)

Ces organismes restent absolument insensibles à l'action de la toxine diphtérique. L'immunité acquise persiste dans leurs éléments voués à une « mort » prochaine et assez troublés dans leurs fonctions pour qu'une médication strictement « spécifique » n'ait plus d'action sur eux.

Ces faits montrent à quel point l'immunité antidiphtérique, ainsi obtenue est profonde, résistante aux plus graves déséquilibres cellulaires et dans un certain sens, elle aussi, irréversible.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Longue persistance de l'immunité conférée par la vaccination de la fièvre jaune*. Note de MM. **J. Laigret** et **E. Bonneau**, présentée par M. Félix Mesnil.

Nous pratiquons couramment l'épreuve de la séroprotection avec le sang des sujets qui reçoivent la vaccination antiamarile, dont l'un de nous a inauguré l'application, il y a dix-huit mois, en Afrique Occidentale [1]. Nos collègues de l'Institut Pasteur de Dakar réunissent, de leur côté, des constatations sérologiques qui, confrontées avec les nôtres, permettront de faire, dans un avenir prochain, une étude très complète de l'immunité que confère notre méthode de vaccination. Nous rapportons ici les résultats de quelques épreuves particulièrement intéressantes pour les indications qu'elles fournissent à propos de la durée de cette immunité.

---

[1] C. Mathis, J. Laigret, et C. Durieux, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 742; cf. J. Laigret, *Archives de l'Institut Pasteur de Tunis*, **23**, décembre 1934, p. 413.

I. Emmanuela G. a été vaccinée en 1931. C'est la première personne qui a reçu le virus amaril vivant, muté à la suite des passages intracérébraux chez la souris. A cette époque, nous utilisions le virus fraîchement récolté, sans lui faire subir ni atténuation ni dessiccation ni titrage. En collaboration avec Sellards (1), l'un de nous inocula à cette femme d'abord une suspension très diluée de la matière cérébrale virulente; puis, aucun malaise ne s'étant produit, deux nouvelles inoculations furent pratiquées avec des suspensions plus concentrées. Il n'y eut pas de réaction fébrile et c'est d'une manière parfaitement silencieuse que s'installa l'immunité, laquelle fut mise en évidence, un mois après la vaccination, par l'épreuve du sérum (double épreuve sur *Macacus rhesus* et sur souris). De nouveaux prélèvements de sang furent effectués en juin 1932, en décembre 1933 et en décembre 1934 : les épreuves de séro-protection se montrèrent constamment positives. Nous venons d'examiner le sang de cette femme le 3 décembre 1935, quatre ans après la fin de sa vaccination. Il s'est révélé de nouveau protecteur. Notons que la vaccinée n'a jamais été réinoculée depuis quatre ans et qu'elle n'a pas séjourné dans les régions où la fièvre jaune est endémique. Par conséquent, *l'immunité acquise par elle au cours de la vaccination existe encore après quatre années, sans qu'aucun nouvel apport de virus soit intervenu.*

II. Belgacem b. L. a été vacciné le 1er juin 1932. Il a reçu, comme la vaccinée précédente, une suspension de virus frais et non titré. Il y eut une réaction fébrile d'une durée de quatre jours. Nous en avons publié les détails (2). Étant donné cette réaction, on ne fit pas d'autre inoculation; si bien que le vacciné n'a reçu, au total, qu'une seule dose de vaccin. Son sérum est devenu protecteur et il l'est encore à la date du 2 décembre 1935, *trois ans et demi après l'unique inoculation vaccinale.*

III. L'observation suivante concerne l'un de nous, qui s'est vacciné lui-même en mars-avril 1933. La méthode avait été l'objet de perfectionnements importants. Les cerveaux virulents des souris étaient atténués à 20°, pendant quatre, deux et un jour, pour faire trois vaccins de virulences graduées. Les vaccins étaient ensuite desséchés et titrés. On inoculait, à vingt jours d'intervalle, une, puis seize, puis cent soixante unités-souris. C'est la méthode de vaccination que nous avons généralisée plus tard, en A. O. F. Il y eut une réaction fébrile assez forte, mais de courte durée,

(1) A. W. SELLARDS et J. LAIGRET, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1609.

(2) J. LAIGRET, *Archives de l'Institut Pasteur de Tunis*, 21, avril 1933, p. 415.

au sixième jour qui suivit la troisième inoculation. Le sérum s'est montré protecteur en octobre 1933, en avril 1934 et en octobre 1934. Il vient d'être éprouvé *deux ans et demi après la vaccination : pouvoir protecteur fort.*

IV. Chedli B. a été vacciné en mai 1934. L'urgence d'un départ pour l'A. O. F. obligea de pratiquer deux inoculations, de une puis de seize unités-souris, à dix jours d'intervalle seulement. La troisième inoculation devait être faite à l'arrivée à Dakar mais, le pouvoir protecteur du sang se trouvant déjà acquis, on ne la pratiqua pas. Il n'y avait eu aucune réaction fébrile. Ce vacciné, qui a reçu, comme on le voit, une *vaccination incomplète,* vient néanmoins de nous fournir *un sérum fortement protecteur*, *après un délai de un an et demi.*

V. Le dernier fait que nous voulons signaler concerne un des premiers sujets vaccinés avec notre nouveau vaccin enrobé dans le jaune d'œuf. Ce vaccin s'inocule en une seule fois. Il contient une quantité importante de virus vivant, atténué seulement pendant un jour. Grâce à l'enrobage et au retard que celui-ci entraîne dans la résorption du matériel inoculé, le vaccin est bien toléré, malgré sa teneur élevée en virus ([1]). Mabrouk b. M. a été vacciné par cette méthode le 17 avril 1935. Son sérum vient d'être éprouvé le 2 décembre : il est *fortement protecteur*, *huit mois après la vaccination.*

Nos épreuves de séro-protection sont exécutées suivant la technique originelle de Max Theiler, modifiée par l'un de nous. La modification consiste à titrer préalablement le virus avec lequel les sérums à éprouver seront mis en contact ([2]). On peut ainsi non seulement déceler le pouvoir protecteur, mais en évaluer le degré avec une précision suffisante. Les réactions, dont les résultats viennent d'être rapportés, ont été effectuées en présence de suspensions titrées contenant 640 et 6400 doses mortelles pour la souris par centimètre cube. A de telles suspensions, ont été ajoutées des quantités égales de sérum : sérum de vacciné pour les animaux d'épreuve, sérum normal pour les animaux témoins. Les souris témoins de la suspension la plus forte ont été paralysées au sixième jour de l'inoculation, celles de la suspension la plus faible au huitième jour. Toutes les souris d'épreuve, qui ont reçu les mêmes quantités de virus additionné de sérum de vacciné, ont résisté. Par conséquent, nous sommes en mesure de préciser que chacun des sérums éprouvés contenait *au moins* 6400 *unités protectrices par centimètre cube*, ce qui correspond à une immunité d'un degré très élevé.

([1]) Ch. Nicolle et J. Laigret, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 312.

([2]) J. Laigret, *Archives de l'Institut Pasteur de Tunis*, 23, mars 1934, p. 43.

Les auteurs qui ont préconisé, contre la fièvre jaune, la sérovaccination ont signalé que le pouvoir protecteur du sang s'affaiblit assez souvent vers le 12e mois qui suit l'application de leur procédé [1]. Avec le nôtre, nous ne constatons rien de semblable : *les épreuves que nous venons de pratiquer avec les sangs de nos vaccinés les plus anciens montrent que leur immunité reste inchangée après quatre ans d'observation.*

A 16^h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 3 juin 1935.)

Note de MM. *Fred Vlès* et *Erwin Heintz*, Spectre infrarouge des substances protéiques :

Page 1928, figure, Oxyhémoglobine, *au lieu de* 2 pH_i, *lire* 1/2 pH_i.
Page 1929, ligne 3, *au lieu de* 2 pH_i, *lire* 1/2 pH_i.

(Séance du 30 décembre 1935.)

Note de M. *Émile Cotté*, Sur l'inflammation du grisou par les filaments de lampes électriques à incandescence :

Page 1484, dans le titre, *au lieu de* Note de M. EUGÈNE COTTÉ, *lire* Note de M. ÉMILE COTTÉ.

Note de M. *Fred Vlès*, Sur les relations entre les constantes électrochimiques, le spectre infrarouge et les propriétés réactionnelles :

Page 1476, ligne 29, *au lieu de* $4^\mu,3$, *lire* $4^\mu,2$.
Page 1477, ligne 10, *rétablir :* l'une $pK_1 = 6,9$, admise basique et ramenée en pH, soit 7,2 ; ligne 11, *au lieu de* $\lambda_1 = 3,08$, *lire* $\lambda_1 = 2,95$; ligne 15, *au lieu de* $3^\mu,3$, *lire* $3^\mu,2$; ligne 23, *au lieu de* la valeur en jeu, *lire* la valence en jeu.

(1) G.-M. FINDLAY, *Trans. Roy. Soc. of Trop. Med. and Hyg.*, 27, 1935, p. 438.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de décembre 1935.

Bulletin de l'Association technique maritime et aéronautique, n° 39; session de 1935. Paris, Firmin Didot et Cie, 1935; 1 vol. 27cm.

Magnétisme et électricité terrestre, par Ch. Maurain. Fasc. I : *Magnétisme terrestre.* Paris, Hermann et Cie, 1935; 1 vol.

Les prodigieuses créations de l'art horticole. Les Hybrides des orchidées tropicales, par J. Costantin. In *La Nature*, n° 2965, du 15 novembre 1935; 1 fasc. 29cm.

Les orchidées cultivées; description complète des espèces, par Julien Costantin. Paris, E. Orlhac; 3 fasc. et 1 Atlas : 33cm.

Recueil de travaux choisis de V. E. Titchenko (écrit en russe). Léningrad, 1934; vol. 22cm,5.

Recueil de travaux choisis de A. E. Favorsky (écrit en russe). Léningrad, 1934; 1 vol. 23cm.

Sophus Lie Gesammelte Abhandlungen. Vol. II. 1re Partie : *Geometrische Abhandlungen*, par Friedrich Engel et Poul Heegaard. Leipzig B. G. Teubner, et Oslo, H. Aschehoug et Co, 1935; 1 vol. 24cm.

Researches on Waring's Problem, par L. E. Dickson. Published by Carnegie Institution of Washington, 1935; 1 vol. 25cm.

Les minéraux et les roches. Études pratiques de cristallographie, pétrographie et minéralogie, par H. Buttgenbach. Paris, Dunod, 1935; 1 vol. 25cm,5.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JANVIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le Dr **Branislav Petronievics**, membre de l'Académie Serbe des Sciences, qui assiste à la séance.

En présentant à l'Académie le *Catalogue fondamental de l'Observatoire d'Alger*, M. **Ernest Esclangon** s'exprime en ces termes :

Le Catalogue fondamental de l'Observatoire d'Alger fait partie du programme des observations d'étoiles fondamentales arrêté par le Congrès Astrophotographique International (Carte du Ciel) qui se tint à Paris en avril 1909.

Onze observatoires devaient collaborer à ce travail de haute précision : neuf dans l'hémisphère boréal et deux dans l'hémisphère austral. Par suite des circonstances, neuf seulement ont effectué le travail demandé : Paris, Greenwich, Poulkovo, Babelsberg, Washington, Le Cap, Alger, Uccle et Nicolaeff. Les cinq premiers ont déjà publié leurs résultats et Alger donne les siens aujourd'hui sous la signature de MM. Gonnessiat et Baldet.

Le Catalogue d'Alger, exécuté par des méthodes strictement fondamentales comportant les observations régulières du Soleil et de la Lune, contient 872 étoiles observées de 1912 à 1922. 23662 observations ont été retenues.

Discuté par le *Rechen-Institut* de Berlin et l'*Astronomical Institute* de Léningrad, auxquels le manuscrit avait été communiqué sur leur demande avant publication, il est considéré comme un des Catalogues les plus précis qui existent.

NOMINATIONS.

MM. **Paul Langevin** et **Albert Caquot** sont désignés pour représenter l'Académie dans la *Commission du Laboratoire national.*

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire de Physique générale vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers, pour la première ligne, M. *Pierre Fleury* obtient 35 suffrages contre 15 à M. *Eugène Huguenard.*

Pour la seconde ligne, M. *Eugène Huguenard* obtient 43 suffrages; il y a 2 bulletins blancs et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne	M. **Pierre Fleury.**
En seconde ligne	M. **Eugène Huguenard.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Union radioscientifique internationale (U. R. S. I.). Volume IV. *Recueil des Travaux de l'Assemblée générale tenue à Londres en septembre* 1934. Publié par le Secrétariat général de l'U. R. S. I., Palais des Académies, Bruxelles, 1935. (Présenté par M. Charles Maurain.)

F. Bœuf. *Les bases scientifiques de l'amélioration des Plantes* (Biologie — Génétique — Écologie — Biométrique — Statistique. (Présenté par M. Louis Blaringhem.)

Aug. Chevalier. *Les Iles du Cap Vert. Flore de l'Archipel.* (Présenté par M. Louis Blaringhem.)

ARITHMÉTIQUE. — *Sur les nouveaux résultats de la théorie analytique des nombres*. Note [1] de M. **I. Vinogradoff**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Dans mes derniers travaux ont été données de nouvelles estimations des sommes de M. H. Weyl et ont été indiquées quelques importantes applications. En continuant mes recherches j'ai obtenu des estimations encore plus exactes que celles-ci. Je donne ici mes nouveaux résultats.

1. Soient n un entier constant $\geqq 20$; $\nu = 1/n$; c, c_1, ... des constantes positives ne dépendant que de n;

$$A, \quad A_0, \quad \ldots, \quad A_n \text{ réels}; \qquad P \text{ entier} > 0;$$
$$A = \frac{a}{q} + \lambda q^{-2+\nu^2}; \qquad (a, q) = 1; \qquad -c_1 \leqq \lambda \leqq c_1;$$
$$c_2 P^{0,5} \leqq q \leqq c_3 P^{n-\nu^2};$$
$$f(x) = A x^{n+1} + A_0 x^n + \ldots + A_n; \qquad S = \sum_{x=1}^{P} e^{2\pi i f(x)}.$$

Alors on aura

$$S \leqq c_4 P^{1-\rho}; \qquad \rho = \frac{\nu^4}{D(\log n)^2},$$

où

$$D = 73, \quad \text{si} \quad q > P,$$
$$D = 54, \quad \text{si} \quad q < P,$$

et en particulier on peut poser

$$D = 27, \quad \text{si} \quad c_5 P \leqq q \leqq c_6 P.$$

2. Soit n un entier constant $\geqq 20$; $\nu = 1/n$; c, c_1, ... des constantes positives ne dépendant que de n;

$$a_0, \ a_1, \ \ldots, \ a_n \text{ réels}, \quad P \text{ entier} > 0;$$
$$a_0 = \frac{a}{q} + \lambda q^{-2+\nu^2}; \qquad (a, q) = 1; \qquad q > 0; \qquad -c_7 \leqq \lambda \leqq c_7;$$
$$c_8 P^{n-1-\nu^2} \leqq q \leqq c_9 P^{n-0,5};$$
$$f(x) = a_0 x^n + \ldots + a_n; \qquad S = \sum_{x=1}^{P} e^{2\pi i f(x)}.$$

---

[1] Séance du 13 janvier 1936.

Alors nous avons

$$S \geqq c_{10} P^{1-\rho}; \qquad \rho = \frac{\nu^5}{130(\log n)^2}.$$

3. La formule asymptotique, donnée par Hardy-Littlewood,

$$I_N = \frac{\{\Gamma(1+\nu)\}^r}{\Gamma(r\nu)} N^{r\nu-1} \mathfrak{S} + O(N^{r\nu-1-\delta}); \qquad \delta = \delta(n) > 0$$

pour le nombre de représentations de l'entier N sous la forme

$$N = x_1^n + \ldots + x_r^n,$$

où $x_1, \ldots, x_r$ sont des entiers positifs, est valable pour tous

$$r > 131 n^5 (\log n)^2; \qquad n > 20.$$

Dans ma Communication précédente [1] j'ai donné une limite moins exacte

$$r > 183 n^8 (\log n + 1)^2$$

(par inadvertance j'ai omis le multiplicateur n^8 en formulant ce résultat).

4. Soient n un entier constant $\geqq 10$; $\nu = 1/n$; $A, A_0, \ldots, A_n$ réels;

$$f(x) = A x^{n+1} + A_0 x^n + \ldots + A_n;$$

$$A = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}; \qquad (a, q) = 1; \qquad q > 0; \qquad |\theta| \leqq 1.$$

Alors il existe une constante c qui ne dépend que de n, telle que, pour tout β réel, il soit possible de satisfaire au système d'inégalités

$$|f(x) - u - \beta| < c q^{-\rho}; \qquad \rho = \frac{\nu^2}{5 \log 10 n}$$

par x et u entiers.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la notion de collectif dans le calcul des probabilités*. Note de M. **Abraham Wald**, présentée par M. Émile Borel.

R. v. Mises [2] introduit, pour servir de base au calcul des probabilités, la notion de collectif. Cette notion a soulevé diverses objections, qui ont été dirigées principalement contre l'axiome d'irrégularité (*Regellosigkeits-*

---

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 514.

(2) R. v. Mises, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendungen in der Statistik und theor. Physik*, Leipzig, Wien, 1931.

axiom), lequel, en effet, n'était pas formulé d'une façon assez précise. Dans ce qui suit nous allons préciser d'une manière nouvelle la notion de collectif, dont la non-contradiction peut-être démontrée ([1]).

Soit E un ensemble, dont les éléments seront appelés événements, n étant un entier positif (ou bien o); nous appellerons fonction de choix à n arguments, une fonction f_m faisant correspondre à tout groupe ordonné de n événements (à l'ensemble vide) le nombre o ou le nombre 1. Soit $\{f_n\}(n=0, 1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ une suite de fonctions de choix, f_n désignant une fonction à n arguments. Nous pouvons alors associer à toute suite $\{e_i\}(i=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ d'événements, une suite partielle

$$\{e_{i_n}\}(n=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$$

grâce au procédé suivant, dit procédé de choix : nous construisons la suite des valeurs des fonctions f_n à savoir $f_0, f_1(e_1), f_2(e_1, e_2), \ldots, f_n(e_1, \ldots, e_n)$, *ad inf.* et nous appelons le plus petit entier tel que l'on ait $f_{i_1-1}(e_1, \ldots, e_{i_1-1})=1$ et d'une manière générale $i_h(h=2, 3, \ldots, ad\ inf.)$ le plus petit entier $>i_{h-1}$ tel que $f_{i_h-1}(e_1, \ldots, f_{i_h-1})=1$. Un procédé de choix est donc une fonction associant à toute suite d'événements une de ses suites partielles, appelée suite choisie, qui peut être propre (c'est-à-dire infinie), ou bien finie, ou bien vide. Le procédé de choix qui associe à toute suite d'événements cette suite elle-même sera dit procédé identique, ou d'identité.

Soit $\mathfrak{S}$ un système de procédés de choix (chacun défini par une suite de fonctions $f_1, f_2, \ldots$) contenant l'identité, $\mathcal{E}$ un système de sous-ensembles de E, et enfin $C=\{e_i\}(i=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ une suite d'événements; nous disons que C est un *collectif relativement à* $\mathfrak{S}$ *et* $\mathcal{E}$, ce que nous mettons en évidence par la notation $C(\mathfrak{S}, \mathcal{E})$, si la condition suivante est remplie : soit L un élément quelconque de $\mathcal{E}$ et $A=\{e_{i_j}\}(j=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ une suite propre choisie à partir de la suite C par l'un quelconque des procédés de choix du système $\mathfrak{S}$; désignons par $n_L^{(A)}$ le nombre des éléments de la suite finie $(e_{i_1}, \ldots, e_{i_n})$ qui appartiennent à L; la suite des nombres $\{n_L^{(A)}/n\}(n=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ doit converger vers une valeur V_L, indépendante du procédé de choix utilisé parmi ceux du système $\mathfrak{S}$. Le nombre V_L sera par définition la *probabilité de* L *dans le collectif* $C(\mathfrak{S}, \mathcal{E})$. La probabilité est donc une fonction d'ensembles non négative, additive, définie sur les éléments de $\mathcal{E}$. Cette fonction d'ensemble sera aussi appelée *fonc-*

([1]) Je donne une représentation détaillée avec des démonstrations des théorèmes indiqués dans cette Note, dans les *Ergebnisse eines math. Kolloquiums*, Heft 7, Wien.

tion de distribution du collectif $C(\mathfrak{S}, \mathcal{E})$. Si l'on fait maintenant l'hypothèse que le système $\mathfrak{S}$ considéré des procédés de choix est *dénombrable*, on a les théorèmes suivants :

I. Soient E un ensemble fini (de puissance > 1) d'événements, μ une fonction d'ensemble non négative, additive, définie sur tous les sous-ensembles de E et telle que $\mu(E) = 1$. Il existe alors un ensemble, de puissance égale à celle du continu, des collectifs relativement à $\mathfrak{S}$ et à tous les sous-ensembles de E et dont la fonction de distribution est identique à μ.

II. Soient E un ensemble infini (dénombrable ou non) d'événements, et μ une fonction d'ensemble non négative, additive, définie sur tous les sous-ensembles de E avec $\mu(E) = 1$. La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe des collectifs relativement à $\mathfrak{S}$ et à tous les sous-ensembles de E est qu'il existe dans E une suite $\{e_i\}$ ($i = 1, 2, \ldots,$ *ad inf.*) d'événements deux à deux distincts, telle que $\sum_{i=1}^{\infty} \mu(e_i) = 1$.

Dans la théorie classique, le cas des probabilités dites géométriques est toujours traité dans l'hypothèse que tout événement ponctuel a une probabilité nulle. D'après le théorème II, il est donc impossible d'attribuer une probabilité à tout sous-ensemble de l'ensemble des événements. Cela montre la nécessité de relativiser la notion de collectif également par rapport aux sous-ensembles de E.

III. *Hypothèses.* — 1° E est un ensemble d'événements de puissance quelconque; 2° $\mathcal{R}$ est un corps (1) dénombrable de sous-ensembles de E, contenant E; 3° μ est une fonction d'ensemble non négative, additive, définie sur les éléments de $\mathcal{R}$ avec $\mu(E) = 1$; 4° $\mathcal{E}$ est le système des sous-ensembles de E qui sont mesurables μ; un sous-ensemble L de E étant dit mesurable μ si la borne inférieure des valeurs de μ pour les éléments de $\mathcal{R}$ contenant L et la borne supérieure des valeurs de μ pour les éléments de $\mathcal{R}$ contenus dans L sont égales; cette valeur commune sera appelée mesure de L et désignée par $\mu(L)$. Conclusion : il existe un ensemble de puissance égale à celle du continu des collectifs relativement à $\mathfrak{S}$ et $\mathcal{E}$, et dont la fonction de distribution est μ.

IV. Supposons que les événements soient représentés par des points de R_n (espace euclidien à n dimensions) et que E y soit un ensemble borné,

(1) En entendant par corps d'ensembles, une famille d'ensembles telle que la somme et la différence de deux ensembles de la famille appartienne encore à la famille.

mesurable au sens de Peano-Jordan. Soit μ une fonction d'ensemble, non négative, additive, définie sur tous les sous-ensembles de E mesurables (P, J), telle que $\mu(E) = 1$, et que pour toute suite $\{E_i\}$ de sous-ensembles mesurables (P, J) satisfaisant à $\lim_{i=\infty} \mu_P(E_i) = 0$, où μ_P est la mesure (P, J), on ait aussi $\lim_{i=\infty} \mu(E_i) = 0$. Il existe alors un ensemble de puissance égale à celle du continu des collectifs relativement à $\mathfrak{S}$ et à tous les sous-ensembles de E mesurables (P, J) et dont la fonction de distribution coïncide avec μ.

THÉORIE DES NOMBRES HYPERCOMPLEXES. — *Sur les nombres de Clifford et l'équation de Dirac.* Note de M. **Gustave Juvet**, présentée par M. Élie Cartan.

M. A. Mercier a donné (¹) une décomposition de l'équation

$$\nabla_{\succ} U = \alpha U, \tag{1}$$

où U est un nombre de Clifford et $\nabla_{\succ}$ l'opérateur

$$\nabla_{\succ} = \sum_{k=1}^{k=4} \Gamma_k \frac{\partial}{\partial x_k}.$$

On peut en donner une autre particulièrement intéressante pour la théorie de Dirac. Posons

$$\gamma_1 = \Gamma_1 - i\Gamma_2, \qquad \bar{\gamma}_1 = \Gamma_1 + i\Gamma_2, \qquad \gamma_2 = \Gamma_3 + i\Gamma_4, \qquad \bar{\gamma}_2 = \Gamma_3 - i\Gamma_4;$$

ces γ sont quatre *spineurs de base* au moyen desquels il est préférable, dans certains problèmes, d'exprimer les grandeurs de l'espace à quatre dimensions. Tout nombre de Clifford U est une combinaison linéaire des seize produits

$$\text{(I)} \qquad \gamma_1\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2, \quad \gamma_2\bar{\gamma}_2\bar{\gamma}_1, \quad \bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2, \quad \gamma_1\gamma_2\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2;$$

$$\text{(II)} \qquad \bar{\gamma}_1\gamma_1\gamma_2, \quad \bar{\gamma}_2\gamma_2\gamma_1, \quad \gamma_1\gamma_2, \quad \bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2\gamma_1\gamma_2;$$

$$\text{(III)} \qquad \bar{\gamma}_1\gamma_1\bar{\gamma}_2, \quad \gamma_2\bar{\gamma}_2\gamma_1, \quad \gamma_1\bar{\gamma}_2, \quad \bar{\gamma}_1\gamma_2\gamma_1\bar{\gamma}_2;$$

$$\text{(IV)} \qquad \gamma_1\bar{\gamma}_1\gamma_2, \quad \bar{\gamma}_2\gamma_2\bar{\gamma}_1, \quad \bar{\gamma}_1\gamma_2, \quad \gamma_1\bar{\gamma}_2\bar{\gamma}_1\gamma_2.$$

(¹) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1321.

Considérons le nombre

$$A = \psi_1 \gamma_1 \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_2 + \psi_2 \gamma_2 \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_1 + \psi_3 \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_2 + \psi_4 \gamma_1 \gamma_2 \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_2$$

formé avec les expressions (I); on voit facilement que $\nabla_{\succ} A$ est un nombre qui a la même forme que A si l'on a soin d'écrire

$$\begin{aligned} \nabla_{\succ} &= \frac{1}{2}\left[\gamma_1\left(\frac{\partial}{\partial x_1} + i\frac{\partial}{\partial x_2}\right) + \gamma_2\left(\frac{\partial}{\partial x_3} - i\frac{\partial}{\partial x_4}\right) + \bar{\gamma}_1\left(\frac{\partial}{\partial x_1} - i\frac{\partial}{\partial x_2}\right) + \bar{\gamma}_2\left(\frac{\partial}{\partial x_3} + i\frac{\partial}{\partial x_4}\right)\right] \\ &= \gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2 + \bar{\gamma}_1 \bar{p}_1 + \bar{\gamma}_2 \bar{p}_2. \end{aligned}$$

L'équation

$$\nabla_{\succ} A = \alpha A \tag{2}$$

se décompose en

$$\begin{aligned} p_1\psi_3 - 4\bar{p}_2\psi_4 - \alpha\psi_1 &= 0, \\ p_2\psi_3 + 4\bar{p}_1\psi_4 + \alpha\psi_2 &= 0, \\ \bar{p}_1\psi_1 - \bar{p}_2\psi_2 - \frac{\alpha}{4}\psi_3 &= 0, \\ p_2\psi_1 + p_1\psi_2 + \alpha\psi_4 &= 0. \end{aligned}$$

En prenant des nombres B, C, D, qui soient respectivement des combinaisons linéaires de (II), (III), (IV), on obtient des systèmes identiques aux notations près. Dès lors l'équation (1), où U est un nombre à seize composantes, se décompose en quatre systèmes identiques de quatre équations, analogues au système de Dirac.

Il y a plus. Le groupe G_6 des rotations de l'espace E_4 est le produit direct de deux sous-groupes G_3 et G'_3. Posons

$$\Xi = (\psi_1\gamma_1 + \psi_2\gamma_2)\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2, \qquad H = (\psi_3 + \psi_4\gamma_1\gamma_2)\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2;$$

on montre alors, en utilisant des résultats qui paraîtront dans un autre recueil, que H est un invariant de G_3, et que $\psi_1\gamma_1 + \psi_2\gamma_2$ est un spineur de première espèce (grandeur du groupe G_3), $\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2$ étant un invariant de G_3. Dès lors, (2) se décompose en

$$\nabla_{\rightarrow}\Xi = \alpha H, \qquad \nabla_{\rightarrow} H = \alpha\Xi;$$

cette décomposition est *invariante relativement à* G_3. En partant de B, on trouve deux équations analogues; C et D donnent, en revanche, une décomposition invariante relativement à G'_3.

Enfin, le système

$$\nabla\!\rightarrow \Xi = \alpha' \mathrm{H}, \qquad \nabla\!\rightarrow \mathrm{H} = \alpha'' \Xi$$

entraîne

$$\nabla \rightarrow \left(\sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}}\,\Xi + \mathrm{H}\right) = \sqrt{\alpha'\alpha''}\left(\sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}}\,\Xi + \mathrm{H}\right),$$

équation de la forme (2), à laquelle il est équivalent.

Ces remarques permettent d'écrire le système de Dirac sous la forme condensée (1) si l'on remplace la fonction d'onde par un nombre de Clifford comme l'ont proposé divers auteurs. Mais il faut remarquer que la décomposition de (1) en 4 systèmes identiques, aux notations près, ne permet pas de trouver aisément un sens physique aux 16 composantes de U, à moins de déterminer les solutions de chacun des systèmes par des conditions aux limites différentes.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *L'hypothèse de ramification.* Note de M. **Georges Kurepa**, présentée par M. Émile Borel.

Le but de cette Note est, tout d'abord, de mettre au point quelques résultats antérieurs, puis de simplifier quelques définitions que nous avons données ailleurs (1).

1. En désignant par $<$ une relation d'ordre quelconque (c'est-à-dire une relation binaire, antisymétrique et transitive) *tout ensemble* E *peut être considéré comme partiellement ordonné* (ou *semi-ordonné*) *par rapport à la relation* $<$, en indiquant par $a \| b$ que a, b sont deux points distincts de E tels qu'on n'a pas $a < b$ ni $b < a$. Si $a \| b$ (donc aussi $b \| a$), on dira que a, b sont *incomparables* par rapport à $<$ (2); si l'on n'a pas $a \| b$, c'est-à-dire si : ou bien $a \equiv b$ ou bien $a < b$ ou bien $b < a$, on dit que a, b sont *comparables*. Si E ne contient aucun couple de points distincts *comparables* (*incomparables*), E sera dit *disjonctif* (*ordonné ou monotone*) (3). En particulier, si E a un point au plus, il sera considéré comme ordonné, bien ordonné et dis-

(1) Voir : *Ensembles ordonnés et ramifiés* (*Thèse*, Paris, 1935) ou *Publ. Math. Belgrade*, 4, 1935, p. 1-138.

(2) Sans craindre aucune ambiguïté, nous supprimerons, par la suite, la phrase « par rapport à $<$ ».

(3) Noter que E peut être ordonné par rapport à une relation d'ordre et disjonctif par rapport à une autre relation d'ordre.

jonctif. Si tout sous-ensemble *ordonné* de E est bien ordonné, E sera dit *partiellement bien ordonné* [1].

2. E sera dit un *tableau* (*ensemble*) *ramifié* si, quel que soit le point a de E, l'ensemble de tous les points de E *précédant* a est *bien ordonné* (*ordonné*) [2]. E sera dit *dégénéré* si, pour tout point a de E, l'ensemble de tous les points de E *comparables à* a est *ordonné*. Par conséquent, E est un tableau ramifié dégénéré s'il est dégénéré et tableau ramifié. L'ensemble vide sera considéré comme un tableau dégénéré.

Les notions de : sous-ensembles ramifiés, de sous-tableaux ramifiés dégénérés, de sous-tableaux disjonctifs de E, etc., s'entendront d'elles-mêmes.

3. T étant un tableau ramifié, désignons par bT la borne supérieure des puissances pU, U parcourant la classe des sous-tableaux ramifiés dégénérés de T. Nous formulerons alors :

L'HYPOTHÈSE DE RAMIFICATION : *Quel que soit le tableau ramifié* T, *la borne supérieure* bT *est atteinte dans* T, *c'est-à-dire qu'il existe un sous-tableau dégénéré de* T *ayant la puissance* bT.

On démontre que l'hypothèse précédente est équivalente à celle-ci : Soit A un arbre généalogique quelconque [3] vérifiant ces deux conditions : quel que soit l'élément a de A, 1° A contient au moins trois éléments distincts ayant les mêmes prédécesseurs que a; 2° dans chaque génération de A, sauf dans celle à laquelle appartient a, il y a un élément *en parenté directe avec* a; alors, *on peut choisir de chaque génération de* A *un seul élément et cela de manière que les éléments ainsi obtenus soient deux à deux en parenté collatérale* [cf. la notion descente disjonctive, *loc. cit.* (1re note), p. 93 et 136].

L'hypothèse de ramification est équivalente à chacune des trois propositions suivantes :

---

(1) La théorie d'ensembles partiellement ordonnés s'impose d'elle-même dans le but d'avoir une théorie unique des nombres cardinaux et des types d'ordre (G. Cantor), des types de dimension (M. Fréchet), des types de continuité (W. Sierpinski), etc. (cf. aussi F. HAUSDORFF, *Mengenlehre*, 1914, p. 139). *Il importe de savoir définir, d'une façon naturelle, l'opération de dérivation des sous-ensembles de* E. Nous tâcherons de le faire dans un autre travail [cf. *loc. cit.* (1re note), § 8, A. 7].

(2) Au lieu de : ensemble ramifié et tableau ramifié, on pourrait dire aussi : ensemble rangé et bien rangé, respectivement.

(3) Toutefois, on convient que A est composé d'individus d'un seul sexe de telle sorte que la relation *être époux* n'y existe pas.

α. Le théorème inséré dans la Note des *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 882;

β. Le « théorème fondamental » inséré dans la Note des *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 112;

γ. Tout *tableau infini* a même puissance que l'un de ses *sous-tableaux dégénérés* (1).

Voici une conséquence immédiate de l'hypothèse de ramification : *tout tableau infini non dénombrable contient un sous-tableau infini dégénéré non dénombrable* proposition que nous ne savons ni prouver ni réfuter (2), et qui est équivalente à *l'hypothèse que la réponse au problème bien connu de Souslin est affirmative* [*loc. cit.* (1re note), p. 124].

4. Remarquons que *l'hypothèse de ramification* est dans une certaine correspondance avec *l'hypothèse de Cantor*, et il semble qu'aucune d'elles n'est réductible aux axiomes courants de la théorie des ensembles. En particulier, il nous semble que *l'hypothèse de M. Lusin* (3) est incompatible avec l'hypothèse de ramification de même qu'elle est incompatible avec l'hypothèse de Cantor [cf. aussi *loc. cit.* (1re note), p. 135].

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les espaces jouissant de la propriété* (Δ). Note de M. **Karol Borsuk**, présentée par M. Émile Borel.

J'ai introduit (4) une propriété topologique (Δ) telle que pour les espaces compacts de dimension finie jouissant de cette propriété toutes les dimensions modulaires [au sens de P. Alexandroff (5)] coïncident avec la dimension au sens de Menger-Urysohn. Cette coïncidence entraîne (6) que dans le domaine des espaces jouissant de la propriété (Δ) la dimension du produit cartésien $M \times N$ est égale à la somme des dimensions de M et

---

(1) Comparer l'énoncé (8) à *la définition* de R. Dedekind *des ensembles infinis*.

(2) Il en est de même de ce cas particulier : *chaque famille infinie non dénombrable* F *d'ensembles bien ordonnés de nombres rationnels contient une sous-famille infinie non dénombrable f dont aucun élément n'est une partie initiale d'aucun autre élément de f*.

(3) *Fund Math.*, 25, 1935, p. 109-131.

(4) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1086.

(5) *Math. Ann.*, 106, 1932, p. 161-238.

(6) D'après L. Pontrjagin, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1195.

de N, La question s'impose, *si le produit cartésien de deux espaces jouissant de la propriété* (Δ) *jouit lui-même de cette propriété.*

Lemme. — 1° *Prémisses :* A *et* B *sont deux sous-ensembles compacts et disjoints d'un espace métrique* E; 2° f_0 *est une fonction continue transformant* A *en un sous-ensemble d'un espace* M *compact de dimension finie et jouissant de la propriété* (Δ); 3° Φ *est l'espace fonctionnel de toutes les transformations continues de* E *en sous-ensembles de* M *coïncidant avec* f_0 *dans l'ensemble* A. *Thèse : Les fonctions* $\varphi \in \Phi$ *satisfaisant à la condition* $\dim \varphi(B) > \dim B$ *constituent un ensemble* Φ^* *de* première *catégorie dans* Φ.

En désignant par n la dimension de B et par Φ_k (pour $k = 1, 2, \ldots$) l'ensemble de toutes les fonctions $\varphi \in \Phi$ pour lesquelles la $(n+1)^{\text{ième}}$ constante de P. Urysohn [1] de $\varphi(B)$ est $< 1/k$, on constate sans peine que les ensembles Φ_k sont ouverts et denses dans Φ et que

$$\Phi^* = \Phi - \prod_{k=1}^{\infty} \Phi_k.$$

Théorème I. — *Le produit cartésien* $M^{(1)} \times M^{(2)}$ *de deux espaces* $M^{(1)}$ *et* $M^{(2)}$ *compacts, de dimension finie et jouissant de la propriété* (Δ), *jouit de la même propriété.*

Admettons que $M^{(i)}$ $(i = 1, 2)$ est situé dans un hyperplan d'un espace euclidien $R^{(i)}$ à un nombre quelconque de dimensions. $M^{(1)} \times M^{(2)}$ est alors un sous-ensemble de l'espace euclidien $R = R^{(i)} \times R^{(2)}$. Envisageons une décomposition simpliciale $\Sigma^{(i)}$ de $R^{(i)} - M^{(i)}$. Il vient de notre lemme qu'il existe une fonction $r_i(x)$ rétractant un certain entourage $U^{(i)}$ de $M^{(i)}$ (entourage dans $R^{(i)}$) en $M^{(i)}$ et satisfaisant à la condition $\dim r_i(\sigma^{(i)} \leq \dim \sigma^{(i)}$, pour tout simplexe $\sigma^{(i)}$ de $\Sigma^{(i)}$ (à un nombre quelconque de dimensions). On démontre ensuite qu'il existe pour chaque entourage U d'un point quelconque $p \in (M^{(1)} \times M^{(2)})$ un entourage U_0 tel que chaque ensemble compact $A \subset U_0(M^{(1)} \times M^{(2)})$ se laisse contracter dans un ensemble $B \subset U(U^{(1)} \times U^{(2)})$ de la forme $A + \Sigma(\sigma^{(1)}) \times \sigma^{(2)}$, où les simplexes $\sigma^{(i)}$ de $\Sigma^{(i)}$ remplissent la condition $\dim \sigma^{(1)} + \dim \sigma^{(2)} \leq \dim A + 1$. Posons maintenant $r(x^{(1)}; x^{(2)}) = [r_1(x^{(1)}); r_2(x^{(2)})]$ pour tout couple

$$(x^{(1)}; x^{(2)}) \in U^{(1)} \times U^{(2)}.$$

La fonction $r(x)$ fait alors une rétraction de $U^{(1)} \times U^{(2)}$ en $M^{(1)} \times M^{(2)}$.

---

[1] *Fund. Math.*, 8, 1926, p. 355.

Il en résulte que A se laisse contracter aussi dans l'ensemble

$$B_0 = r(B) \subset M^{(1)} \times M^{(2)},$$

dont le diamètre tend vers zéro avec le diamètre de U. On a d'ailleurs

$$\dim r(\sigma^{(1)} \times \sigma^{(2)}) = \dim[r_1(\sigma^{(1)}) \times r_2(\sigma^{(2)})] \leqq \dim r_1(\sigma^{(1)}) + \dim r_2(\sigma^{(2)})$$
$$\leqq \dim \sigma^{(1)} + \dim \sigma^{(2)} \leqq \dim A + 1,$$

ce qui implique l'inégalité $\dim B_0 \leqq \dim A + 1$. C. Q. F. D.

Notre théorème entraîne que la famille des espaces décomposables en nombre fini d'ensembles compacts de dimension finie et jouissant de la propriété (Δ) est fermée par rapport aux opérations d'addition et du produit cartésien. Il vient en outre du théorème III de ma Note précitée que, pour ces espaces, toutes les dimensions modulaires coïncident avec la dimension au sens de Menger-Urysohn. Il en résulte, en particulier, que la formule : $\dim(A \times B) = \dim A + \dim B$ (*Produktsatz*) est valable pour ces espaces. La classe susdite est par conséquent un « anneau dimensionnel » au sens de P. Alexandroff et A. Kolmogoroff (*loc. cit*).

Il est enfin à remarquer que la somme de deux espaces jouissant de la propriété (Δ) ne jouit pas en général de cette propriété. On peut cependant démontrer, en s'appuyant sur notre lemme, le théorème suivant :

Théorème II. — $M^{(1)}$, $M^{(2)}$ et $M^{(1)}.M^{(2)}$ *étant des ensembles compacts de dimension finie jouissant de la propriété* (Δ), *la somme* $M^{(1)} + M^{(2)}$ *jouit aussi de cette propriété.*

THÉORIE DES ENSEMBLES ET GÉOGRAPHIE HUMAINE. — *Sur un mode de coloriage des cartes rendant compte de la dispersion de l'habitat rural.* Note de M. **Jacques Devisme**, présentée par M. Élie Cartan.

Problème. — *Étant donné une carte à une échelle trop petite pour représenter chaque habitation rurale ou petit groupe d'habitations rurales, rendre compte par des couleurs de la plus ou moins grande dispersion dans la région représentée.*

Difficultés. — 1° Si les habitations étaient isolées, c'est-à-dire à des distances suffisamment grandes les unes des autres, il serait facile de classer d'après un chiffre représentant une distance moyenne correspondant à chaque région. Mais il faut tenir compte aussi des petits hameaux et d'autre part écarter les groupements trop importants qui changeraient la

signification du problème; 2° la présence d'un obstacle naturel entre deux habitations interdit dans certains cas de les considérer comme appartenant à la même région.

Solution proposée. — On commencera par supprimer sur la carte les *zones inexploitables*. Pour trois habitations données nous dirons qu'elles sont *voisines* si la surface du terrain délimitée par leurs chemins de communications deux à deux ne contient pas d'autre habitation. Si le chemin de communication reliant deux maisons dépasse une certaine longueur l (à cause de la présence d'un obstacle naturel par exemple) nous dirons que ces maisons ne sont pas voisines, et ce chemin de communication ne sera plus à considérer par la suite.

Autour de chaque habitation nous considérerons les points situés à une distance géographique inférieure ou égale à ρ. Cet ensemble de points sera appelé le *domaine* attaché à l'habitation.

Une habitation sera *isolée pour le rayon* ρ si son domaine n'a aucun point commun avec les domaines voisins.

Nous appellerons *hameau* [1] pour la convention (ρ, N) tout groupement d'habitations non isolées tel qu'il existe pour le domaine de chacune de ces habitations moins de N habitations à l'intérieur [2]. Le hameau figurera sur la carte au point centre des moyennes distances de ses habitations et comptera pour leur nombre ν.

Lorsqu'au contraire nous trouverons plus de N habitations nous dirons que nous avons un *village*, la frontière de la réunion de tels domaines ayant des points communs deux à deux enfermera un ensemble connexe qu'on appellera *territoire* attaché au village.

Chaque village figurera définitivement sur la carte pour le nombre ν des habitations situées sur son territoire. Pour les calculs qui suivront nous utiliserons la fonction $\psi(\nu)$ à déterminer expérimentalement à la place de ν lui-même.

Ceci fait, à chaque triangle ayant pour sommets trois habitations voisines isolées ou hameaux voisins nous ferons correspondre un nombre quotient de la surface du triangle (triangle plan si la région n'est pas trop accidentée) par la somme des chiffres situés à ses sommets, chaque habitation isolée comptant pour *un*, chaque hameau pour ν, chaque village

(1) Sous réserve des travaux d'unification actuellement en cours des géographes.

(2) Si cette définition fournissait une région trop grande, c'est que le rayon ρ aurait été mal choisi.

pour $\psi(\nu)$. Soit alors la suite o, a, $2a$, ..., ka, nous affecterons à chaque intervalle une couleur et nous attribuerons cette couleur au triangle dont le coefficient appartient à l'intervalle.

Cette méthode marque il nous semble une amélioration sur les formules proposées par MM. Jean Bernard et Zierhoffér (1), formules ne tenant pas compte suffisamment de la présence des groupements singuliers.

Un Mémoire où nous appliquerons ces méthodes à quelques cartes de la région des Alpes françaises du Nord paraîtra, en collaboration avec M. Robert, dans un autre Recueil.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros de la fonction $\zeta(s)$.* Note (2) de M. **N. Tchudakoff**, présentée par M. Jacques Hadamard.

M. I. Vinogradoff a démontré le théorème suivant (3) :

Théorème I. — *Soient a_0, ..., a_n réels,*

$$0 < P < c_0 P_1; \qquad f(x) = a_0 x^n + \ldots + a_n;$$
$$a_0 = \frac{a}{q} + \theta q^{-2+\nu^2}; \qquad (a, q) = 1; \qquad q > 0; \qquad |\theta| \leqq 1.$$

Dans ce cas, nous aurons

$$\sum_{n=Q+1}^{Q+P} e^{2\pi i f(x)} < c_1 P_1 q^{-\rho},$$

où

$$\rho = \frac{\nu^7}{81(\log n + 1)^2}, \qquad \text{si } P_1 = q^{\frac{2}{2n-1}}.$$

Ensuite on peut remarquer que

$$c_1 < e^{n^A},$$

où $A > 0$ et ne dépend pas de n.

En utilisant ce théorème, je démontre le théorème suivant :

Théorème A. — *Soit δ la distance entre un zéro de la fonction $\zeta(s)$ et la*

---

(1) Jean Bernard, *Comptes rendus du Congrès international de Géographie*, Paris, 1931, 3, p. 108; Zierhoffer, *Congrès international de Géographie*, Varsovie, 1934, *Résumé des communications*, p. 153.

(2) Séance du 13 janvier 1936.

(3) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 514.

droite

$$\sigma = 1;$$

alors il existe deux constantes absolues c et ϑ *telles que*

$$\delta \geqq c \frac{(\log t)^{\vartheta}}{\log t} \qquad \left(t \geqq t_0;\ 0 < \vartheta < \frac{1}{8};\ c > 0\right).$$

Démonstration. — Les estimations de M. Weyl donnent l'égalité

$$\zeta(s) = \sum_{n \leqq t^{\frac{1}{10}}} \frac{1}{n^s} + O(\log^2 t),$$

où

$$\sigma \geqq 1 - \frac{1}{2^9 \cdot 11}, \qquad t \geqq t_0 > 3.$$

Ensuite en évaluant la fonction $\zeta(s)$ dans le domaine

$$\sigma \geqq 1 - (\log t)^{-\vartheta_1}, \qquad 0 < \vartheta_1 < \frac{7}{8},$$

nous obtenons

$$|\zeta(s)| \leqq e^{c_2 (\log t)^{\tau}},$$

où $c_2 > 0$; $0 < \tau < 1$.

En prenant, ensuite, la courbe

$$\sigma = 1 + c_3 (\log t)^{-1+\vartheta}$$

et, en décrivant, autour de chaque point de cette courbe comme centre, un petit cercle de rayon

$$r = c_4 (\log t)^{-\vartheta_1},$$

nous obtenons à l'aide des raisonnements usuels

$$\delta \geqq c (\log t)^{-1+\vartheta}.$$

Il en résulte :

THÉORÈME B. — *Soit*

$$\pi(x)$$

le nombre de nombres premiers entre 0 *et* x.

Alors

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{dx}{\log x} + O\left(x e^{-c_5 (\log x)^{\mu}}\right),$$

où

$$\frac{1}{2} < \mu < \frac{28}{53}.$$

Le théorème B résulte du théorème A à l'aide de raisonnements d'un type classique.

Une démonstration complète des théorèmes A et B (ainsi que les estimations plus exactes des nombres ϑ et μ) sera donnée par nous dans un autre Recueil.

Le théorème A permet d'améliorer l'estimation de la différence

$$p_{n+1} - p_n,$$

où p_n et p_{n+1} sont des nombres premiers voisins, savoir

$$p_{n+1} - p_n = O\left(p_n^{\frac{9}{10}}\right).$$

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le maximum de précision des estimations gaussiennes à la limite.* Note de M. **Daniel Dugué**, présentée par M. Émile Borel.

M. R. A. Fisher, dans plusieurs Mémoires à partir de 1921, en particulier *The logic of inductive influence* (¹), a énoncé les propositions suivantes dont il a donné de très importantes applications :

a. L'estimation fournie par la méthode du *maximum of likelihood* est gaussienne à la limite et son écart-type peut être calculé.

b. De toutes les estimations gaussiennes elle est celle qui fournit l'écart type minimum.

M. J. L. Doob a donné la démonstration rigoureuse de la proposition *a* (²).

Le but de cette Note est de fournir une démonstration de la proposition *b*.

Soit une loi de probabilité à un paramètre $f(x, m)\,dx$,

$$\int f(x, m)\,dx = 1 \qquad \text{(quel que soit } m\text{)}. \tag{1}$$

La probabilité d'une expérience composée des mesures $x_1, x_2, \ldots, x_n$ est

$$\prod_1^n f(x_i, m)\,dx_i = \mathrm{F}\,d\omega.$$

Appelons suivant la notation consacrée par l'usage $\mathrm{E}[g(x_1, \ldots, x_n)]$

(¹) *Journal of the Royal Statistical Society*, 98, Part I, 1935, p. 39.

(²) *Transactions of American Mathematical Society*, 36, 1934, p. 759.

l'expression $\int g(x_1, \ldots, x_n) F \, d\omega$, l'intégrale étant étendue à tout le domaine de variation des variables aléatoires $x_1, \ldots, x_n$.

Il en résulte en vertu de (1) que

$$(2) \quad E\left[\left(\frac{1}{F}\frac{\partial F}{\partial m}\right)^2\right] = \sum_1^n E\left[\left(\frac{1}{f(x_i, m)}\frac{\partial f(x_i, m)}{\partial m}\right)^2\right] = n\,E\left[\left(\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial m}\right)^2\right] = ng.$$

Soit $m_1(x_1, \ldots, x_n)$ une estimation du paramètre m; en faisant dans la loi $F\,d\omega$ le changement de variables aléatoires $m_1, \xi_1, \ldots, \xi_{n-1}$ on trouve la loi

$$F_1(m_1, m)\,dm_1\,A[\xi_1, \ldots, \xi_{n-1}, m_1, m]\,d\xi_1, \ldots, d\xi_{n-1} = F_1\,dm_1\,H\,d\omega_1,$$

en séparant la probabilité pour que le point représentatif de l'expérience se trouve sur la surface $m_1 = \text{const.}$, de la probabilité liée pour qu'une fois sur cette surface il occupe la position $x_1, \ldots, x_n$; ce qui entraîne

$$(1') \qquad \int F_1\,dm_1 = 1, \qquad \int H\,d\omega_1 = 1.$$

De (1′) et du fait que le déterminant fonctionnel $\frac{D(x_1, \ldots, x_n)}{D(\xi_1, \ldots, \xi_{n-1}, m_1)}$ ne contient pas m on déduit que

$$(3) \qquad E\left[\left(\frac{1}{F}\frac{\partial F}{\partial m}\right)^2\right] = E\left[\left(\frac{1}{F_1}\frac{\partial F_1}{\partial m}\right)^2\right] + E\left[\left(\frac{1}{H}\frac{\partial H}{\partial m}\right)^2\right].$$

Par conséquent

$$(4) \qquad \frac{1}{n}E\left[\left(\frac{1}{F_1}\frac{\partial F_1}{\partial m}\right)^2\right] \leqq \frac{1}{n}E\left[\left(\frac{1}{F}\frac{\partial F}{\partial m}\right)^2\right] = g.$$

L'égalité n'ayant lieu que lorsque le deuxième terme du deuxième membre de (3) est nul, ce qui entraîne $\partial H/\partial m = 0$ (estimation exhaustive).

En prenant comme variable aléatoire $\mu = \sqrt{n}(m_1 - m)$, la loi $F_1\,dm_1$ devient $F_1(m + \mu/\sqrt{n}, m)\,d\mu/\sqrt{n}$. On a donc

$$\frac{1}{F_1}\frac{\partial F_1}{\partial m} = \frac{1}{F_1}\frac{\delta F_1}{\delta m} - \sqrt{n}\frac{1}{F_1}\frac{\delta F_1}{\delta \mu}.$$

(Le signe δ indique la dérivation après le changement de variables.)

Donc

$$\frac{1}{n}E\left[\left(\frac{1}{F_1}\frac{\partial F_1}{\partial m}\right)^2\right] = \frac{1}{n}E\left[\left(\frac{1}{F_1}\frac{\delta F_1}{\delta m}\right)^2\right] + E\left[\left(\frac{1}{F_1}\frac{\delta F_1}{\delta \mu}\right)^2\right] - \frac{1}{\sqrt{n}}E\left[\left(\frac{1}{F_1^2}\frac{\delta F_1}{\delta \mu}\frac{\delta F_1}{\delta m}\right)\right].$$

Si la première et la troisième espérance mathématique du deuxième membre sont bornées, la limite du premier membre est celle, si elle existe, de $E[(1/F_1 . \partial F_1/\partial\mu)^2]$.

En mettant $F_1(\mu)$ sous la forme

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp.\left[-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right]\times[1+A_n(\mu)],$$

on montre que, si $A_n(\mu)$ est tel que $\int \mu F_1(\mu)\,d\mu \to 0$ et $\int \mu^2 F_1(\mu)\,d\mu \to \sigma^2$,

$$\frac{1}{\sigma^2} \geqq \lim E\left[\left(\frac{1}{F_1}\frac{\partial F_1}{\partial\mu}\right)^2\right] \leqq g.$$

On voit donc que $\sigma_\mu^2 \geqq 1/g$ et $\sigma_{m_1}^2 \geqq 1/ng$.

J. L. Dobb a montré (*loc. cit.*) que l'estimation par la méthode du *likelihood* a pour écart type $1/\sqrt{ng}$.

C'est donc avec raison que M. R. A. Fisher lui donne le nom d'optimum.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la multiplicité du développement trigonométrique*. Note de Mlle **Catherine Nersessian**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Généralités.* — On appelle *ensemble de l'unicité du développement trigonométrique*, ou bien simplement *ensemble* (U), tout ensemble E de points de l'intervalle $(0 < x < 2\pi)$, si l'égalité

$$(1)\qquad 0=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos nx+b_n\sin nx$$

n'a lieu en dehors de E que dans le cas où tous les coefficients a_n et b_n sont nuls. Au contraire, tout ensemble E qui admet un développement (1) à coefficients non nuls convergent vers 0 en dehors de E sera, par définition, *ensemble de la multiplicité du développement trigonométrique* ou bien *ensemble* (M).

On sait que, d'après le théorème classique de Heine-Cantor, tout ensemble dénombrable *réductible* est un ensemble (U), et que, d'après les recherches de MM. W. H. Young et Ch.-J. de La Vallée-Poussin, tout ensemble *dénombrable* est encore un ensemble (U). D'autre part, l'ensemble de tous les points x pour lesquels la série trigonométrique (1) converge

vers o est un ensemble *mesurable* B ainsi que son complémentaire. Or, tout ensemble mesurable B, non dénombrable contient sûrement un ensemble parfait. Dans ces conditions, il est naturel de commencer l'étude des ensembles (M) par considérer les ensembles *parfaits* de mesure nulle.

C'est M. Menchoff qui est parvenu le premier à trouver un ensemble (M) parfait de mesure nulle. D'autre part, M[lle] Bary et, indépendamment, M. Rajchman ont fait la découverte de l'existence des ensembles (U) *parfaits*. D'ailleurs, M[lle] Bary a démontré que toute réunion d'une infinité dénombrable d'ensembles parfaits (U) *quelconques* est toujours un ensemble (U).

L'intérêt de l'existence des ensembles (U), soient E, mesurables B et *partout non dénombrables* consiste en ce que le développement trigonométrique

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx \tag{2}$$

convergeant vers $f(x)$ en dehors de E est un développement *unique* et, néanmoins, on ne sait aucun procédé de calculer ses coefficients a_n et b_n en sachant la fonction $f(x)$.

Les travaux très importants de M. Arnaud Denjoy sur le calcul des coefficients des séries trigonométriques supposent, il nous paraît, essentiellement que E est *dénombrable*.

2. *Théorème fondamental.* — Le but de cette Note est de donner un critère *suffisant* pour qu'un ensemble parfait P de mesure nulle soit un ensemble (M).

La notion fondamentale qui s'introduit dans la considération de tels ensembles est celle *de point de quasi-densité*.

Nous dirons qu'un point ξ d'un ensemble parfait P *quelconque* est un point de quasi-densité, si le rapport l/d de la longueur l d'un intervalle δ contigu à P à la distance d de δ au point ξ tend vers zéro lorsque l'intervalle δ s'approche indéfiniment du point ξ en restant constamment du même côté de celui-ci.

Nous pouvons maintenant énoncer la proposition principale :

Théorème fondamental. — *Si l'ensemble des points de quasi-densité d'un ensemble parfait* P quelconque *est partout dense dans* P, *tout résiduel* R *de* P *est un ensemble* (M).

Comme tout point de densité d'un ensemble parfait P de mesure *positive* est évidemment un point de quasi-densité de P, nous avons pour consé-

quence *concrète* du théorème fondamental : *tout ensemble* E *mesurable* B *et de deuxième catégorie dans* P, *mes.* P $>$ 0, *est sûrement un ensemble* (M).

Voici maintenant dans cet ordre d'idées une hypothèse qui paraît être très probable : *si un résiduel d'un ensemble parfait* P *est un ensemble* (M) tout *résiduel de* P *l'est aussi.*

Une autre question, bien plus difficile que la précédente et cependant bien plus importante, consiste à se demander *si tout ensemble* (M) *mesurable* B *contient ou non un ensemble* (M) *parfait?* Si cette question admet une réponse positive, l'étude des ensembles (M) mesurables B se réduit au cas des ensembles (M) parfaits.

3. *Problème.* — En reprenant les notations précédentes, nous appellerons *indice de quasi-densité* d'un ensemble parfait P au point ξ la plus grande limite du rapport $1/d$ lorsque δ tend vers ξ par tous les côtés *possibles*. Il paraît que l'hypothèse suivante est très probable :

Si un ensemble parfait P *a l'indice de quasi-densité supérieur à une constante positive* K *en tout point de* P, *l'ensemble* P *est un ensemble* (U).

Mais, pour arriver à ce résultat, il faudrait approfondir beaucoup les procédés de M[lle] Bary et de MM. Rajchman et Verblunsky.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines fonctions de deux variables attachées à des arcs de courbe.* Note de M. **Pierre Boos**, présentée par M. Gaston Julia.

La figure formée par un arc de courbe et la corde qui le sous-tend dépend d'un paramètre qui fixe la position de la figure et d'un paramètre qui en fixe la grandeur. Nous avons indiqué précédemment (¹) la méthode utilisée pour étudier l'un des éléments de cette figure, à savoir la longueur l de l'arc, dans le cas où la courbe est tracée sur une surface (la corde est alors une géodésique) lorsqu'on prend pour paramètres l'abscisse curviligne s de l'origine M de l'arc et la tangente d de l'angle formé en M par l'arc et la corde. Rappelons que nous disons qu'une courbe est une courbe (P) lorsque l ne dépend que de d, et qu'elle est une courbe (P′) lorsque l est égal au produit d'une fonction de s par une fonction de d; les résultats obtenus peuvent être interprétés de la façon suivante : une courbe (P) ou (P′) est la trajectoire d'un point d'une surface soumis aux transformations

(¹) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1623 et 2271.

d'un groupe continu, transformant la surface en elle-même et les géodésiques en géodésiques; la courbe (P) correspond au cas où les transformations conservent les longueurs et la courbe (P′) au cas où elles multiplient les longueurs par un même facteur. Il en résulte que la figure étudiée subit, lorsque M se déplace sur une courbe (P), un déplacement analogue à une translation le long de la courbe ou, lorsque M se déplace sur une courbe (P′), une transformation analogue à une homothétie dont le centre serait sur la courbe.

Ces remarques géométriques nous ont conduit à étudier d'autre fonctions, de s et d, attachées à la figure et qui doivent avoir des formes particulières lorsque la courbe est une courbe (P) ou (P′) : nous avons envisagé la longueur L de la corde, le rapport r_1 de L à l, l'aire A balayée par une géodésique qui passe par M et dont un point décrit l'arc, le rapport r_2 de A au produit lL, la flèche F, le rapport r_3 de F à l, le rapport r_4 à l de la distance du point M au point d'incidence de la flèche, l'angle β (déterminé par sa tangente d_1) formé par la corde et l'arc à l'extrémité de celui-ci. En généralisant la méthode indiquée, nous avons démontré que :

1° *si l'une des fonctions* l, L, A, r_2, r_3, d_1 *est une fonction impaire de la variable* d, *ou si l'une des fonctions* F, r_1, r_4 *est une fonction paire de la même variable*, *la courbe est une courbe* (P);

2° *si l'une des fonctions* L, A, F (et l par définition) *est indépendante de* s, *la courbe est une courbe* (P); *si l'une de ces mêmes fonctions est égale au produit d'une fonction de* s *par une fonction de* d, *la courbe est une courbe* (P′);

3° *si l'une des fonctions* r_1, r_2, r_3 *ne dépend que de* d, *la courbe est une courbe* (P) *ou* (P′).

L'étude des fonctions $r_4(s, d)$ et $d_1(s, d)$ est plus difficile. Ces fonctions sont indépendantes de s sur les courbes (P′) et ont sur les courbes (P) une expression particulièrement simple ($r_4 = 1/2$; $d_1 = -d$); on voit immédiatement qu'elles ne peuvent être indépendantes de s que si la courbure géodésique de la courbe est une constante ou bien une fonction de la forme $(as + b)^{-1}$ (a et b constantes). *En faisant l'hypothèse supplémentaire que la courbure géodésique n'est pas une constante*, nous avons pu démontrer que *la courbe doit être une courbe* (P′) *pour que* r_4 *soit indépendant de* s; les autres résultats sont moins généraux que pour les autres fonctions. La difficulté tient à ce que le premier coefficient, g, de forme inconnue, figurant dans le ds^2 de la surface, intervient en même temps que sa dérivée dans le premier terme, du développemement de r_4 ou d_1, qui dépend de lui; il en résulte que la forme de g est déterminée par une équation différen-

tielle linéaire du premier ordre dont le second membre est une constante arbitraire; la recherche du deuxième terme où figure g fournit une équation linéaire du second ordre. Dans le cas de la fonction d_1, ou bien dans le cas de la fonction r_4 si l'on suppose la courbure géodésique constante, l'intégrale générale de la première équation est une intégrale de la seconde; au contraire, si l'on suppose que la courbure n'est pas constante, nous pourrons conclure dans le cas de la fonction r_4 comme il est indiqué ci-dessus. La condition nécessaire que nous trouvons dans le cas général n'est certainement pas suffisante; mais nous n'avons pu obtenir, par le procédé utilisé, une condition nécessaire et suffisante pour que r_4 ou d_1 ne dépende que de d.

De même que les cercles d'un plan, les courbes (P) sont caractérisées par le fait que l'enveloppe de la corde qui sous-tend l'arc MM_1 est une courbe parallèle (sur la surface) à la courbe étudiée lorsque la longueur de l'arc est constante ou bien lorsque l'angle en M est constant. Par contre les courbes (P) ne possèdent pas, toutes, cette autre propriété des cercles : *la longueur d'un arc est proportionnelle à l'angle sous lequel on le voit de son origine;* il faut pour cela que *la surface soit applicable sur un plan.*

Tous les résultats indiqués ci-dessus pour les fonctions l, L, r_1, A, β s'étendent sans difficulté aux courbes gauches d'un espace euclidien ou non euclidien de courbure constante. Il nous a semblé intéressant de rechercher si l'on pouvait, *en géométrie affine*, caractériser par des propriétés analogues des courbes admettant un groupe continu de transformations affines en elles-mêmes. Pour cela il fallait n'envisager que des éléments invariants par les transformations fondamentales de l'espace ou du plan; par suite nous n'avons étudié que les fonctions de l et de s (longueurs affines des arcs) donnant la longueur affine L de la corde et le rapport $r = L/l$, après avoir défini la corde comme étant la distance affine des éléments linéaires de l'origine et de l'extrémité de l'arc. Nous obtenons le résultat suivant, qui généralise ceux de l'espace euclidien : *si le rapport r ne dépend que du quotient de l par une fonction de s* [c'est le cas sur les courbes (P')], *la courbe est une courbe* W, *plane ou gauche de Klein et Lie; si ce rapport est une fonction paire de l, il est indépendant de s et les déterminants, des transformations qui transforment la courbe* W *en elle-même, sont égaux à* 1.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Les mouvements stationnaires généraux dans les systèmes dynamiques de la mécanique non linéaire.* Note [1] de MM. **Nicolas Kryloff** et **Nicolas Bogolioubofff.**

Envisageons un système dynamique dont l'état à un instant t est caractérisé par un point $P\{x_1, \ldots, x_n\}$ de l'espace euclidien E_n et supposons que les mouvements de ce système sont régis par des équations différentielles de la forme

$$x'_k = X_k(x_1, \ldots, x_n) \qquad (k = 1, \ldots, n).$$

Désignons par $T_t P$ le point de E_n qu'occupe à l'instant t le point mobile, qui se trouvait à l'instant initial en P, la notation $T_t A$, A étant un ensemble quelconque de E_n, ayant une signification analogue.

En général, pour les systèmes dynamiques considérés en mécanique non linéaire à l'occasion des différents problèmes concernant les oscillations non linéaires, les conditions suivantes ont lieu :

Il existe un domaine $D \subset E_n$ *tel que* $T_t D \subset D$ *pour* $t \geq 0$ (dans les cas ordinaires $D = E_n$) *dans lequel les fonctions* X_k *sont réelles, bornées et vérifient des conditions de Lipschitz.*

On peut trouver un ensemble borné et fermé $\mathfrak{M} \subset D$ *de façon que, si* $P \subset D$, *alors pour les valeurs suffisamment grandes de* t, $T_t P \subset \mathfrak{M}$.

Ces conditions étant remplies on voit qu'il existe un ensemble borné et fermé $\Omega \subset \mathfrak{M}$, invariant $T_t \Omega = \Omega$ et que tous les mouvements considérés $P \to T_t P (P \subset D, t \to +\infty)$ sont asymptotiques à cet ensemble.

On constate que $T_t P$ est continu en t et P et qu'on a identiquement

$$T_{t+s} = T_t T_s.$$

Ainsi le problème de l'étude des mouvements sur Ω est un cas particulier du problème considéré dans notre Note précédente [2] dans laquelle, ayant en vue les extentions possibles pour les systèmes dynamiques à une infinité de degrés de liberté, nous avons admis que Ω soit un espace métrique et compact quelconque.

Nous nous proposons maintenant d'attirer l'attention sur la portée physique des résultats que nous avons énoncés.

---

[1] Séance du 23 décembre 1935.

[2] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1454.

Remarquons que la notion d'une mesure normalisée devient intuitive quand on considère une distribution de masse égale à l'unité en l'espace Ω; une mesure invariante correspond alors à une distribution stationnaire de cette masse et une mesure transitive, à une distribution stationnaire localisée dans un ensemble A tel qu'il n'existe pas deux distributions stationnaires différentes localisées en A.

Dans cet ordre d'idées il est clair que toute distribution stationnaire est localisée dans l'ensemble R des points transitifs fortement stables au sens de Poisson. Pour cette raison nous pouvons dénommer les mouvements correspondants aux points de R, *les mouvements stationnaires*; leur importance étant caractérisée par le fait que tout mouvement tend statistiquement vers l'ensemble des mouvements stationnaires.

Nous avons vu, en outre, que les points de R peuvent être répartis en un système Σ d'ensembles invariants dans chacun desquels il est possible de localiser une et une seule distribution stationnaire et que toute distribution stationnaire en Ω peut être obtenue par une sorte de composition de ces distributions transitives.

Nous dirons que les mouvements correspondant au même élément de Σ appartiennent au même *état de régime stationnaire* (ou permanent).

Soit $f(T_t P)$ une fonction continue du point mobile. On peut démontrer que si $P \subset \mathfrak{E} \in \Sigma$, alors, quel que soit t,

$$\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} f(T_{t+\tau}P)\,\bar{f}(T_\tau P)\,d\tau \to \int_\Omega f(T_t P)\,\bar{f}(P)\,d\varphi_{\mathfrak{E}}$$

et, de là, en tenant compte des théorèmes bien connus de N. Wiener et S. Bochner, on déduit que $f(T_t P)$ *possède comme fonction du temps, un spectre bien déterminé pour tout mouvement stationnaire et que ce spectre reste le même pour deux mouvements appartenant à un état de régime stationnaire.*

AÉRODYNAMIQUE. — *Contribution à l'étude expérimentale des multiplans infinis en courant plan.* Note [1] de MM. **Albert Toussaint** et **Miroslav Nénadovitch**, présentée par M. Henri Villat.

La rareté des résultats expérimentaux concernant les multiplans avec un nombre infini d'éléments nous a conduit à entreprendre quelques recherches méthodiques sur ces cellules.

---

[1] Séance du 9 décembre 1935.

Dans ce but nous avons réalisé, d'une part, le courant plan dans une soufflerie à circuit fermé et, d'autre part, des cellules multiplanes à ailes égales (profil théorique biconvexe symétrique du type Joukowski, de 14 pour 100 d'épaisseur) en nombre de 9 à 21. Les cellules expérimentées sont caractérisées par la *distance relative* d/l (distance entre les centres) et le *décalage angulaire* δ (angle fait par la perpendiculaire à l'axe de portance nulle et la droite qui joint les centres des profils d'ailes). Les paramètres énoncés ont évolué comme suit :

$$\delta = -50^\circ, \quad -30^\circ, \quad -15^\circ, \quad 0^\circ, \quad 15^\circ, \quad 30^\circ, \quad 50^\circ,$$

dans le cas $d/l = 1$ et

$$\delta = -55^\circ, \quad -45^\circ, \quad -30^\circ, \quad -15^\circ, \quad 0^\circ, \quad 15^\circ, \quad 30^\circ, \quad 45^\circ, \quad 55^\circ,$$

dans le cas $d/l = 1{,}5$.

Ainsi nous avons obtenu 16 cellules différentes.

Le dispositif expérimental nous a permis de mesurer les forces aérodynamiques de l'aile médiane de la cellule multiplane en présence des autres ailes. Pour changer les incidences nous avons tourné l'aile expérimentée autour de son foyer (liaison avec la balance à l'extérieur du courant), tandis qu'un dispositif spécial a assuré le changement d'incidence du multiplan entier simultanément et indépendamment de l'aile pesée ce qui conduit à une cellule multiplane *déformable* avec les incidences.

Nous avons pu constater que les caractéristiques aérodynamiques d'une aile de la cellule multiplane diffèrent considérablement de celles de l'aile constitutive considérée isolée.

Nous avons trouvé en particulier :

1° une variation de l'angle de portance nulle de sens positif pour les décalages positifs et de sens négatif dans le cas contraire;

2° une évolution de la pente $dC_y/d\alpha$ qui augmente avec le décalage;

3° une variation du moment autour du foyer à la portance nulle, de sens négatif (moment « piqueur ») pour les décalages positifs et vice-versa;

4° un déplacement du foyer par rapport à celui de l'aile constitutive à l'état isolé.

Les caractéristiques aérodynamiques que nous venons de résumer sont plus accentuées pour les faibles valeurs de d/l.

ACOUSTIQUE. — *Sur la variation avec la température de l'absorption des ondes ultrasonores par les liquides.* Note de M. **Ernest Baumgardt**, présentée par M. Paul Langevin.

Des recherches expérimentales sur l'absorption des ultrasons par les liquides, exécutées par P. Biquard [1], A. L. Quirk [2] et P. Bažulin [3] ont montré que les coefficients d'absorption mesurés sont beaucoup plus élevés que ne le prévoit la théorie.

Il est facile de montrer que, dans l'expression théorique du coefficient d'absorption, c'est le terme d'amortissement par viscosité qui est de beaucoup le plus important. Ce terme a pour expression

$$\alpha_a = \frac{2\eta\omega^2}{3\rho_0 V_0^3}, \tag{1}$$

η indiquant le coefficient de viscosité, ρ_0 la densité, ω la pulsation et V_0 la vitesse du son.

Or, pour nombre de liquides on connaît ρ_0, V_0 et η en fonction de la température. En opérant à une pulsation ω fixe, mais à température variable, on aurait

$$\alpha_a(t) = \text{const.} \frac{\eta(t)}{\rho_0(t)\,[V_0(t)]^3}. \tag{2}$$

J'ai mesuré la variation avec la température de l'absorption des ondes ultrasonores par l'eau, entre 18 et 40° C., pour la fréquence ultrasonore $N = 7{,}9578 . 10^6$. La méthode de mesure est celle indiquée par P. Biquard.

Rappelons brièvement le principe de cette méthode. Un faisceau de lumière parallèle traverse une cuve à parois transparentes contenant le liquide à étudier. A la partie supérieure de la cuve est disposé un quartz piézoélectrique émettant des ultrasons dont les plans d'onde sont parallèles au faisceau lumineux. On sait que dans ces conditions le liquide perturbé agit comme un réseau, à condition que la section du faisceau soit grande par rapport à la longueur d'onde des ultrasons. La mesure de la propor-

---

(1) P. Biquard, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1935.

(2) A. L. Quirk, *Absorption of Ultrasonic Waves in Liquids, The Catholic University of America*, 1934.

(3) P. Bažulin, *Phys. Z. der Sowjetunion*, 8, 1935, p. 354-358.

tion de lumière diffractée à différentes distances du quartz émetteur permet de déduire le coefficient d'absorption des ondes ultrasonores.

Pour réduire les erreurs de mesure j'ai adopté la modification suivante : ayant terminé une mesure complète du coefficient d'absorption à la température ambiante, j'ai mesuré les taux de lumière diffractée à différentes températures et ceci en opérant à une distance fixe du quartz émetteur. L'intensité de l'émission ultrasonore du quartz en fonction de la température peut être calculée facilement. Dans le cas de l'eau, elle ne varie que de quelques millièmes entre 18 et 40°. L'erreur ainsi introduite dans le calcul du coefficient d'absorption est du même ordre de grandeur.

t (degré C).	100 α_a théor.	100 α_a exp.	α_a théor. unité arbitraire.	α_a exp. unité arbitraire.
18,6	0,573	1,73	100	100
22,2	0,500	1,53	87	88,5
22,5	0,493	1,49	86	86
31,2	0,393	1,21	68,5	70
39,5	0,327	1,04	57	60

Dans les deux dernières colonnes du tableau sont portées les valeurs des coefficients d'absorption théoriques et expérimentaux, évalués en unités arbitraires. La comparaison des nombres ainsi obtenus montre bien, qu'aux erreurs d'expérience près, la variation du coefficient d'absorption avec la température peut être prévue à l'aide d'une loi du type $\alpha_a = \text{const.}\,\eta/\rho_0 V_0^3$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'absorption dans la matière des protons de grande énergie*. Note de M. **Jacques Solomon**, présentée par M. Paul Langevin.

Jusqu'ici seule a été considérée l'absorption due à l'ionisation des atomes rencontrés. Je me propose d'étudier la perte d'énergie par rayonnement. Celui-ci peut intervenir, soit par interaction des champs du noyau et du proton incident, soit par interaction des champs d'un électron atomique et de la particule incidente. Dans le premier cas, il est facile de se rendre compte que le problème est le même que pour un électron incident. La seule modification qui interviendra consistera dans le remplacement dans l'expression de la formule de Klein-Nishina de la masse m_0 de l'électron par la masse M du proton. La perte d'énergie sera de ce fait $(1850)^2$ fois

plus faible que pour le cas de l'électron. Encore n'avons-nous pas tenu compte de l'entraînement du noyau qui introduit un facteur $(1 - Z/A)^2$, où A est la masse et Z le nombre nucléaire de l'élément considéré, soit donc un facteur supplémentaire $1/4$. Cette perte d'énergie est donc absolument négligeable.

Quant à l'importance du rayonnement causé par l'interaction entre électrons atomiques et proton incident, la méthode de Williams-Weizsäcker nous montre que la section efficace pour une interaction électron-proton s'écrit, en désignant par ξ la quantité $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$,

$$\frac{d^2}{137}\frac{\log\xi}{\xi} \qquad \left(d = \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2,8.10^{-13}\,\text{cm}\right).$$

Ceci nous donne pour la perte d'énergie par centimètre

$$\frac{4d^2}{137}\log 2\xi. \tag{1}$$

La seule question un peu délicate est celle qui concerne la façon dont intervient Z dans (1). Cela dépend évidemment de la façon dont les électrons atomiques diffusent la radiation : de manière cohérente ou incohérente. Le rapport

$$k = \frac{\lambda}{a_0 Z^{-\frac{1}{3}}},$$

où λ est la longueur diffusée et a_0 le rayon de la première orbite de Bohr, nous indique, pour le modèle de Thomas Fermi, ce mode de diffusion [1]. Si k est très grand, Z interviendra par son carré; si k est très petit, la perte d'énergie sera simplement proportionnelle à Z. Or, on peut montrer [2] que la proportion d'énergie diffusée dans les fréquences inférieures à

$$\frac{c}{a_0 Z^{-\frac{1}{3}}} = \frac{m_0 e^2 Z^{-\frac{1}{3}}}{137 h}$$

est donnée par

$$\frac{1}{3}\,\frac{Z^{-\frac{1}{3}}}{137\xi}\,\frac{4\log 183\,Z^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}}{\log 2\xi - \frac{1}{3}}$$

---

[1] Nous ne tenons pas compte de l'effet d'écran des autres électrons qui ne peut affecter nos résultats de manière sensible.

[2] H. Bethe et W. Heitler, *Proc. Roy. Soc.*, **146**, 1934, p. 83-113

pour les énergies incidentes inférieures à $137 m_0 c^2 Z^{-\frac{1}{3}}$ et par

$$\frac{4}{3}\frac{Z^{-\frac{1}{3}}}{137\xi}\left(1+\frac{1}{36\log 183 Z^{-\frac{1}{3}}}\right)$$

pour les énergies supérieures à $137 m_0 c^2 Z^{-\frac{1}{3}}$.

La perte d'énergie que nous venons d'étudier sera donc proportionnelle à Z. Mais on voit qu'en raison du facteur $1/137$ elle sera négligeable.

En résumé, les protons de grande vitesse perdent leur énergie essentiellement par ionisation. Pour les vitesses suffisamment voisines de la vitesse de la lumière, les pertes d'énergies linéaires par ionisation sont très approximativement égales pour des protons et des électrons de même vitesse. Mais pour ces mêmes énergies, les électrons perdent beaucoup plus d'énergie par rayonnement que par ionisation, de sorte que l'on voit qu'à vitesse égale les protons de très grande énergie seront beaucoup plus pénétrants que les électrons, à l'inverse de ce qui se passe pour les faibles vitesses. Le domaine de transition entre ces deux cas limites est de l'ordre de 50 millions d'électrons-volts, pour l'eau comme pour le plomb.

ÉLECTRICITÉ. — *Recherche du changement magnétique de la constante diélectrique des liquides dans un champ de 20,4 Kgauss.* Note de M. **Arkadjusz Piekara**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les mesures de l'effet magnétique sur la constante diélectrique des liquides ont été effectuées jusqu'à présent avec le grand électroaimant de Bellevue dans les champs entre 25 et 50 Kgauss [1]. L'erreur commise sur la variation $\Delta\varepsilon$ de la constante diélectrique, à cause de nombreuses difficultés, atteignait 10 pour 100 dans les champs les plus élevés. Par suite, dans un champ de 25 Kgauss, *elle pouvait dépasser la valeur mesurée.* C'est pourquoi nous avons repris ces mesures dans les champs faibles, produits par un électroaimant (diamètre des noyaux : 9^{cm}; courant de saturation : 10 ampères).

Pour les mesures de changement magnétique $\Delta\varepsilon$ de la constante diélec-

[1] A. Piekara et M. Schérer, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 840; 201, 1935, p. 335.

trique on utilisait la méthode de résonance, décrite déjà ailleurs [1] (la longueur d'onde λ était de 500^m environ). Le condensateur d'étude, d'épaisseur de 6^{mm}, était placé dans l'entrefer (de $7^{mm},5$) entre les pièces polaires (de 70^{mm}). Dans ces conditions l'intensité du champ magnétique était de 20,4 Kgauss. Malgré une très grande sensibilité du dispositif on n'a pas pu constater d'effet appréciable. Les résultats sont les suivants :

Hexane	$\Delta\varepsilon < 6.10^{-6}$
Sulfure de carbone	1.10^{-5}
Benzène	1.10^{-5}
Nitrobenzène	6.10^{-4}

La conductibilité du nitrobenzène rend, pour ce corps, les résultats moins certains.

OPTIQUE. — *Mesures de dispersion dans l'ultraviolet.* Note de M. **Maurice Bayen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons réalisé un spectrographe à prisme creux et à miroirs qui permet de mesurer des indices de réfraction de liquides dans l'ultraviolet.

Principe. — Le montage utilisé est un perfectionnement de celui qu'avaient employé MM. Duclaux et Jeantet [2] pour la détermination de la dispersion de l'eau. Dans un spectrographe constitué par un collimateur et un objectif parfaitement achromatiques et par un prisme creux à liquide, fermé par des lames à faces parallèles, la position d'une image spectrale donnée par une radiation déterminée dépend uniquement de l'indice du liquide pour cette radiation. On peut donc établir une correspondance entre cet indice et l'abscisse de l'image spectrale par rapport à un repère fixe pris sur la plaque.

L'étalonnage s'effectue en utilisant une radiation visible le prisme étant

[1] A. Piekara, *Bull. Acad. Pol.*, 43, A., 1928, p. 201. Dans le circuit récepteur nous avons employé au lieu d'une triode une penthode puissante (Philips, C 243 N), ce qui a permis d'augmenter considérablement la sensibilité du dispositif : on pouvait apprécier le millionième de la capacité du condensateur lorsque celui-ci ne renfermait pas de liquide.

[2] *Journ. de Phys.*, 2, 1921, p. 346.

successivement rempli de liquides dont on a déterminé au préalable les indices pour cette radiation au moyen d'un réfractomètre.

L'indice d'un liquide quelconque pour une radiation ultraviolette se déduit alors de la distance du repère à l'image spectrale qui correspond à cette radiation.

Réalisation. — MM. Duclaux et Jeantet supprimaient le collimateur et l'objectif du spectrographe et limitaient les faisceaux par des fentes étroites, procédé qui a l'inconvénient de conduire à un appareil peu lumineux. Dans le montage que nous décrirons plus en détail ultérieurement, nous utilisons des miroirs concaves platinés de 2^{m} de rayon de courbure, de 7^{cm} de diamètre de bord. Ils sont fixés sur un bâti en fer cornière très rigide. Le prisme est limité par deux lames de quartz de 4^{cm} de côté taillées parallèlement à l'axe. Le parallélisme des faces, particulièrement important est réalisé au quart de frange.

Précision. — Pour l'étalonnage, nous ne disposions que d'un réfractomètre d'Abbe qui donne les indices pour la raie D avec seulement quatre décimales. Nous mesurions les longueurs sur nos clichés à la machine à diviser. Dans les cas les plus défavorables, la précision de nos pointés était de $1/100^{e}$ ou de $2/100^{e}$ de millimètre. Une variation d'indice d'une unité de la quatrième décimale correspond sur nos clichés à un déplacement de plus de $1/10^{e}$ de millimètre. Nous aurions donc pu atteindre la cinquième décimale si nous avions disposé d'un réfractomètre plus précis.

Mesures et résultats. — Nous avons appliqué la méthode à l'heptane, à l'heptène et à l'heptine liquides dont M. Bruhat [1] a mesuré les indices par un procédé entièrement différent pour les raies de l'arc au mercure.

Nos sources de lumière ultraviolette étaient des étincelles condensées entre tiges de cuivre ou entre tiges de cadmium ou encore entre des tiges de ces métaux et du mercure.

Pour l'heptane, nous avons opéré à 23° sur trente radiations comprises entre 5896 et 2265 angströms. Les résultats sont représentés par la formule

$$n^2 = 1,89729 + \frac{0,8886.10^6}{\lambda^2 - 1195060} \quad (\lambda \text{ en angströms}).$$

Les écarts entre les nombres mesurés et les nombres calculés sont au maximum de 0,0002 pour les radiations de longueur d'onde supérieure

---

[1] BRUHAT et GUINIER, *Journ. de Phys.*, 4, 1933, p. 691.

à 2900. L'écart est plus important pour les longueurs d'onde plus petites. Il attteint 0,0009 pour 2537 et 0,0020 pour 2265 angströms.

Pour l'heptène et l'heptine nous avons utilisé 20 radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre 5896 et 2749 Å. Les résultats sont représentés par les formules suivantes :

Pour l'heptène à 23° :

$$n^2 = 1{,}92364 + \frac{1{,}0301.10^6}{\lambda^2 - 1877300}.$$

L'écart maximum est 0,0002.

Pour l'heptine à 22°,5 :

$$n^2 = 1{,}95065 + \frac{1{,}0556.10^6}{\lambda^2 - 1583500}.$$

L'écart maximum est 0,0002 pour $\lambda > 3000$. Il atteint 0,0004 pour $\lambda < 3000$.

Pendant nos mesures la température n'a pas varié d'un quart de degré.

Dans le cas de l'heptane et de l'heptène les nombres que nous publierons ultérieurement diffèrent de ceux de M. Bruhat de $0{,}0020 \pm 0{,}0003$ (sauf pour la radiation 5460 qui représente des écarts anormaux), différences qui peuvent être expliquées par la non identité des conditions de température. (Une variation de température de 1° produit une variation d'indice dont l'ordre de grandeur est 0,0004 dans le cas de l'heptane.)

Dans le cas de l'heptine, nos tableaux concordent un peu moins bien, les écarts étant $0{,}0020 \pm 0{,}0013$.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'existence de l'anhydride chloreux.* Note de M. **Michel Kantzer**, présentée par M. Charles Fabry.

L'existence de l'anhydride chloreux, de formule Cl^2O^3, est contestée. Ce corps est parfois considéré comme un mélange de bioxyde ClO^2 et d'oxygène. Gernez, en particulier, a observé l'identité des spectres d'absorption dans le visible des deux gaz ClO^2 et Cl^2O^3 présumé.

J'ai repris ces observations et trouvé des résultats différents.

Le bioxyde ClO^2 était produit par action de l'acide sulfurique concentré sur le chlorate de potassium maintenu à — 15° dans un mélange réfrigérant, réaction classique qui conduit à la formation de perchlorate :

$$(1) \qquad 3Cl^2O^5 \rightarrow Cl^2O^7 + 2Cl^2O^4.$$

S'il y a formation de Cl^2O^3, c'est d'après la réaction

$$2Cl^2O^5 \rightarrow Cl^2O^7 + Cl^2O^3 \quad (2)$$

qui intervient en même temps que (1). En produisant la réaction dans un milieu organique facilement chloré et oxydé, on détruit l'oxyde ClO^2 connu pour son action sur les composés organiques, en faveur de (2). J'ai employé l'acide undécylénique dont la liaison éthylénique est sensibilisée sous l'action de l'acide sulfurique. Les spectres d'absorption comparés au microphotomètre, des gaz produits dans le milieu sulfurique pur et le milieu undécylénique me conduisent aux conclusions suivantes :

Le spectre décrit par Gernez et ses successeurs est la superposition des spectres dus à ClO^2 et Cl^2O^3. Ce dernier corps existe effectivement; on peut, sinon l'isoler, du moins en enrichir énormément le mélange avec ClO^2.

Le corps Cl^2O^3, qui peut se formuler OO^2Cl^2 apparaît ainsi comme le premier terme de la série des chlorures de sulfuryle (SO^2Cl^2) et de chromyle (CrO^2Cl^2). Ces trois spectres présentent d'ailleurs d'intéressantes analogies.

Spectre d'absorption de Cl^2O^3. — La région étudiée s'étend de 3500 Å au rouge.

De 3500 Å à 4260 Å absorption continue. A partir de 4260, le spectre se compose de bandes larges.

4260–4277	4280–4290	4310–4345	4360–4385	4398–4432
4450–4468	4490–4515	4525–4557	4580–4615	4630–4649

Au delà, transparence pour les épaisseurs utilisées (pas supérieures à 10^{cm} sous pression atmosphérique).

Spectre d'absorption de ClO^2. — L'étude est faite dans la même région et dans les mêmes conditions. Le spectre présente trois groupes de bandes occupant chacune une largeur maxima de trois angströms. Les chiffres se rapportent au maximum de noircissement de la plaque photographique.

3895	3915	3925			
3950	3980	3995	4010	4020	4049
4105	4149	4155	4180 (au delà, transparence)		

PHOTOGRAPHIE. — *Quelques propriétés des plaques traitées par des solutions de salicylate de sodium, entre 2500 et 1600 Å.* Note de M. **Jean Terrien**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans une Note récente, M. Tien Kiu a montré que le facteur de contraste des plaques photographiques traitées par une solution aqueuse de salicylate de sodium ne dépend pas de la longueur d'onde entre 2967 et 2482 Å. D'après mes expériences, cette propriété s'étend à un domaine spectral beaucoup plus étendu, jusqu'à 1600 Å.

Ces expériences ont été faites avec un spectrographe à vide, à optique de fluorine, par variation du temps de pose; la source était un tube à décharge dans l'hydrogène; le spectre était photographié de 2600 à 1500 Å.

En étudiant des plaques *Superfulgur*, traitées par une solution aqueuse à 20 pour 100 de salicylate, on trouve que le facteur de contraste γ' garde la même valeur 2,1 de 2500 à 1600 Å avec une incertitude de l'ordre de 5 pour 100. Ces mesures prolongent exactement celles de M. Tien Kiu, qui a trouvé dans ce cas, pour 2482 Å, $\gamma' = 2{,}12$.

Les plaques ainsi traitées conviennent parfaitement à la spectrographie et à la photométrie dans la région de Schuman, où elles peuvent remplacer les plaques Schuman sans gélatine, sur lesquelles elles offrent plusieurs avantages : elles peuvent être plus sensibles que ces dernières, dans un rapport qui dépend très peu de la longueur d'onde (par exemple, une plaque *Fulgur* sensibilisée m'a donné le même noircissement, de densité 1,5, avec 5 fois moins de pose qu'une plaque Schuman, fabriquée par Hilger); elles se prêtent mieux aux mesures de noircissement au microphotomètre, grâce à une couche sensible moins délicate et exempte de piqûres; leur caractéristique est rectiligne sur une plus grande longueur.

On peut, au lieu de solutions aqueuses, utiliser des solutions alcooliques de salicylate (à 5 pour 100 par exemple), où l'on immerge la plaque un instant; la couche sensible risque moins d'être altérée et le séchage est rapide; ce traitement, qui donne à la plaque des propriétés tout à fait semblables, est d'application plus pratique.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Théorie cinétique des liquides et diffusion de la lumière.* Note de M. **Jacques Yvon**, présentée par M. Charles Fabry.

La diffusion de la lumière par un liquide à molécules rigides et isotropes est due uniquement aux fluctuations en densité. La théorie moléculaire de ce phénomène, dont le mérite revient principalement à Rocard (1), conduit à l'expression suivante du rapport de Rayleigh (2):

$$\mathcal{R} = \frac{\pi^2}{2\lambda^4}\frac{\mathrm{RT}\beta}{\mathrm{N}_0}(\varepsilon - 1)^2; \tag{1}$$

la lumière incidente est naturelle; l'observation a lieu dans une direction qui fait un angle droit avec le faisceau incident. La théorie néglige : 1° les changements de longueur d'onde dus à l'agitation moléculaire; 2° les fluctuations du champ moléculaire; elle simplifie, d'une manière qui me paraît un peu arbitraire, le rôle de la réfraction qui conduit la lumière depuis le liquide diffusant jusqu'au milieu d'observation (le vide).

J'ai réussi à affranchir la théorie des deux dernières difficultés. Le moment électrique d'une molécule diffusante a été exprimé sous une forme analogue à celle qui a servi en électrostatique (3); la répartition des molécules les unes au voisinage des autres a été déduite d'une manière rigoureuse de la mécanique statistique classique. Les résultats sont les suivants :

1° Le rapport de Rayleigh a pour expression

$$\mathcal{R} = \frac{\pi^2}{2\lambda^4}\frac{\mathrm{RT}\beta}{\mathrm{N}_0}(\varepsilon - 1)^2\varepsilon^{-\frac{1}{2}}\left\{\frac{1}{2\pi\alpha}\frac{\partial\varepsilon}{\partial v} - \left(\frac{\varepsilon - 1}{4\pi\alpha v}\right)^2\right\}; \tag{2}$$

$\partial\varepsilon/\partial v$ est une dérivée à température constante, mesurable au cours d'expériences macroscopiques de compression; comme la formule (2) est établie avec une meilleure approximation que la formule de Lorenz-Lorentz relative à la réfraction, il est préférable de ne pas tirer $\partial\varepsilon/\partial v$ et α de cette dernière formule. Les pertes par réflexion que peuvent produire les montages ont été négligées. Les formules (1) et (2) sont équivalentes dans le cas des gaz.

Les mesures du rapport $\mathcal{R}$ qui ont été effectuées jusqu'à présent sont

---

(1) Y. Rocard, *Annales de Physique*, 10, 1928, p. 158.

(2) Notations : *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1099.

(3) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 35.

peu concordantes, comme le montre encore un Mémoire récent [1]; de plus elles portent sur des liquides à molécules trop compliquées. Avec ce degré d'incertitude, correction faite de l'effet d'anisotropie, la formule classique représente les expériences; la formule nouvelle ne les représente pas plus mal. A ce sujet des mesures précises sur un liquide commme l'argon ou le xénon sont désirables.

2° Les fluctuations en densité ne produisent aucune dépolarisation sensible de la lumière diffusée. Ce résultat précise une conclusion moins exclusive de Rocard sur le même sujet (p. 205). Sa vérification ne nécessite pas des fluides exceptionnels : il suffit d'observer un fluide quelconque à quelques degrés du point critique; les fluctuations en densité l'emportent alors de beaucoup sur les autres causes de diffusion, si bien que la dépolarisation doit tendre vers zéro quand la température se rapproche de la température critique.

Pour cette question, les expériences sur les fluides purs ne sont pas décisives; mais une vérification, un peu indirecte, résulte de l'analyse très complète qui a été faite par Rousset [2] de la dépolarisation de la lumière diffusée par un mélange de deux liquides au voisinage du point critique de miscibilité complète.

3° La formule (2) perd sa signification au voisinage immédiat du point critique. Je n'aborderai pas ici le problème qui se pose alors. Je me contente d'une remarque théorique sur la structure d'un fluide qui est presque à l'état critique.

La répartition des molécules est définie par la densité simultanée ν_{12}. Elle est de la forme

$$\nu_{12} = \nu_1 \nu_2 (a_{12} + b_{12}/N + c_{12}/N^2 + \ldots);$$

dans cette expression ν_1 et ν_2 sont les densités aux points M_1 et M_2 respectivement, N est le nombre total de molécules; a_{12}, b_{12}, c_{12} sont des fonctions qui ne dépendent pas de N, et seulement des coordonnées de M_1 et de M_2. Dans un grand nombre de questions les termes en b_{12}, c_{12}, ..., peuvent être négligés. a_{12} est une expression positive, nulle quand la distance M_1M_2 est inférieure au diamètre moléculaire, égale à 1 quand cette distance est grande; pour les distances intermédiaires elle dépasse 1 si les molécules ont tendance à se grouper. L'analyse du liquide par les rayons X permet d'évaluer a_{12} dans une certaine mesure.

---

(1) R. Ananthakrishnan, *Proceedings of the Ind. Acad.*, 1, 1934, p. 201.

(2) *Thèse*, Masson, Paris, 1935, chap. II.

La mécanique statistique permet d'établir la formule suivante, valable pour un fluide homogène,

$$4\pi\int(a_{12}-1)r^2\,dr=\frac{1}{N_0}(RT\beta-V_0),$$

V_0 est le volume moléculaire. Pour des raisons purement mathématiques, cette formule ne peut guère être soumise au contrôle de l'expérience, mais doit plutôt servir à la compléter. Elle a par ailleurs l'intérêt de donner de a_{12} une idée moyenne : le facteur $RT\beta - V_0$ est nul pour un gaz parfait, négatif pour un liquide ordinaire, positif et assez grand au voisinage du point critique. Ce résultat montre la tendance des forces de cohésion à grouper dans ce dernier cas les molécules en gouttelettes submicroscopiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Disparition d'une cause d'anisotropie du verre par recuisson.* Note [1] de M. JEAN HERBERT.

L'anisotropie et la structure zonée du verre à vitres ont été récemment mises en évidence par M. Gaubert [2]. Ce phénomène assez singulier dans une matière réputée isotrope, semble être une conséquence à la fois de l'hétérogénéité chimique du verre et des procédés de façonnage, qui consistent principalement en un étirage.

Ces zones de composition chimique légèrement différente ont également des propriétés physiques un peu différentes en particulier en ce qui concerne le coefficient de dilatation; comme ces zones sont solidaires les unes des autres après refroidissement, les unes sont tendues, alors que les autres sont en compression; ceci explique pourquoi le signe d'allongement de ces zones, examinées par la tranche, est alternativement positif et négatif.

En associant plusieurs lames de verres de composition chimique différente et en les soumettant à l'action d'une température suffisante pour les ramollir de façon à former un bloc de verre d'apparence homogène, on constate en regardant par la tranche en lumière polarisée, qu'il a une structure zonée rappelant celle des verres à vitres.

Sauf les verres d'optique, les verres de provenances très diverses que j'ai examinés présentent tous cette structure zonée, cependant elle n'est remar-

---

[1] Séance du 6 janvier 1936.

[2] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1402.

quablement nette que dans le cas des verres à vitres; elle est beaucoup plus confuse dans les autres verres, car les procédés employés pour leur façonnage tendent à détruire cette régularité.

La différence de composition chimique qui entraîne la biréfringence de ces différentes zones est très faible, on peut cependant la mettre en évidence par une attaque à l'acide fluorhydrique.

En effet des verres de composition chimique différente sont attaqués très inégalement, comme en témoignent les quelques résultats exposés dans le tableau suivant (les chiffres indiquent la perte de poids en milligramme par centimètre carré et par seconde d'une surface polie) :

Verre à vitres ancien	0,82
Verre lame porte objet	1,09
Verre à vitres	1,03
Glace de Saint-Gobain	1,10
Verre au zinc	2,88
Cristal de Choisy-le-Roi	0,58
Borosilicate (Pyrex)	0,07
Silicate de plomb 63 pour 100 Pb	3,64

On peut constater, en regardant au microscope en lumière naturelle la tranche d'un verre présentant ce phénomène, attaqué par l'acide fluorhydrique, la présence de raies d'inégale profondeur, qui correspondent d'une façon rigoureuse aux zones observées en lumière polarisée.

En réchauffant la lame de verre un temps assez prolongé (30 à 40 heures), ces zones finissent par disparaître en s'estompant. Si l'on attaque ensuite par l'acide fluorhydrique la tranche d'une lame de verre ainsi recuite, on observe bien encore des raies, mais elles sont moins profondes et les plus faibles n'apparaissent plus. Si l'on fait subir à une telle lame un effort mécanique de façon à lui communiquer une certaine biréfringence, on constate que les teintes de polarisations croissent d'une manière absolument continue, ce qui n'était pas le cas auparavant, les variations se faisant d'une manière discontinue par zones successives, chaque zone se comportant comme une lame indépendante.

Ces expériences montrent très nettement que le verre est capable de s'homogénéiser pendant la recuisson, qui a pour but de débarrasser le verre des tensions qui le rendent anisotrope.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le système chlorure de cobalt, chlorure d'ammonium, ammoniaque, eau.* Note de M. **Marcel Châtelet**, présentée par M. Georges Urbain.

L'étude du système considéré a été faite par la méthode calorimétrique. Dans une solution contenant l'ammoniaque et le sel d'ammonium on ajoute une solution contenant le sel de cobalt et l'on mesure l'effet thermique. Le vase calorimétrique est placé au fond d'un vase de Dewar et la solution est protégée de l'oxygène de l'air par une couche d'huile de paraffine. Les variations de température sont mesurées au 1/100e de degré à l'aide d'un thermomètre de Beckmann. Dans les premières expériences les concentrations ont varié de 0 à 1 mol/litre pour l'ammoniaque; de 0 à 0,76 pour le sel d'ammonium; de 0,0145 à 0,058 pour le sel de cobalt. Les résultats obtenus sont les suivants : si l'on construit les courbes représentant, pour des valeurs données des concentrations en NH^4Cl et $CoCl^2$, les élévations de température en fonction de la concentration en ammoniaque, elles présentent une discontinuité correspondant à une molécule de sel de cobalt pour deux d'ammoniaque, c'est-à-dire correspondant à la fin de la réaction

$$CoCl^2 + 2NH^4OH = Co(OH)^2 + 2NH^4Cl.$$

Cette discontinuité va en s'atténuant et finit par disparaître quand la concentration en sel d'ammonium dépasse 0,70 mol./litre, mais, tant qu'elle reste visible, elle correspond toujours à deux molécules d'ammoniaque pour une de sel de cobalt. Ceci conduit à penser que, même lorsqu'il ne se produit aucun précipité, cette réaction doit se produire totalement, avant toute réaction ultérieure. Dans cette hypothèse les résultats expérimentaux sont, dans un large domaine, en accord avec l'existence comme réaction ultérieure de la formation d'un ion cobalto-monoammine donnant lieu à un équilibre régi par la loi d'action de masse selon l'équation

$$\frac{(Co)^{++}(NH^3)}{(Co, NH^3)^{++}} = 0,3 = K_1$$

à la température de 291° absolus.

Pour les faibles concentrations en cobalt et les fortes concentrations en ammoniaque les valeurs expérimentales s'écartent notablement de celles que donnerait l'application de la formule trouvée. Ceci m'a conduit à penser que, dans cette région, commençait à se faire sentir d'une façon

appréciable l'existence d'une troisième réaction. Dans le but d'éclaircir ce point j'ai refait des expériences, pour une concentration en sel d'ammonium égale à 0,76 mol./litre, s'étendant jusqu'à des concentrations en ammoniaque plus élevées, soit jusqu'à des solutions six fois normales. J'ai pu ainsi mettre en évidence la superposition aux réactions précédentes de la réaction

$$(Co, NH^3)^{++} + 2NH^3 = (Co, 3NH^3),$$

obéissant à la loi d'action de masse

$$\frac{(Co, NH^3)^{++}(NH^3)^2}{(Co, 3NH^3)} = 95 = K_2,$$

ce qui donne comme constante d'action de masse pour la formation directe de l'ion cobalto-triammine $K_3 = 28$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude thermique de l'oxydation des carbures d'hydrogène.* Note (1) de Mlle **Suzanne Estradère**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'oxydation lente des carbures d'hydrogène s'effectue en plusieurs stades donnant lieu chacun à divers phénomènes (formation de multiples produits de réaction, luminescence, inflammation, dégagement de chaleur, ondes explosives). Leur combustion dans les moteurs présente un phénomène particulièrement gênant le *choc*.

Peut-on prévoir l'aptitude au choc d'un carburant d'après les observations faites au cours de l'oxydation lente? Les données expérimentales que l'on possède jusqu'ici ne permettent pas souvent d'établir des comparaisons entre les *valeurs de choc* (nombre d'octane) et des déterminations méthodiques faites indépendamment des moteurs.

Dans une étude précédente nous avions déterminé pour un certain nombre de carbures, une température transitionnelle de réaction (TTR) pour laquelle la proportion d'oxyde de carbone croissait brusquement dans les gaz, alors que la formation de produits peroxydés semblait avoir atteint son taux maximum. Cette TTR propre à chaque carbure a permis d'en faire un classement dont l'ordre était le même que celui obtenu par

(1) Séance du 6 janvier 1936.

la méthode de Duchêne fondée sur l'aptitude des carbures à donner des ondes explosives.

Poursuivant nos expériences en liaison avec le Service des Recherches de l'Aéronautique nous avons procédé à de nouvelles déterminations en faisant une étude thermique de l'oxydation des carbures d'hydrogène.

Mode opératoire. — L'oxydation a été pousuivie dans un tube en T en verre pyrex de 2^{mm} de diamètre intérieur, chauffé sur 32^{cm} de long. La branche perpendiculaire sert de voie d'introduction à un couple thermoélectrique dont la soudure se trouve ainsi en contact avec les gaz en réaction. On établit la courbe de chauffage de l'appareil en fonction du temps avec un courant d'oxygène circulant à raison de 4 l/h à 20°, débit qui restera constant pour toutes les expériences. L'appareil étant ainsi étalonné, on introduit le carbure au moyen d'une burette dont le débit peut être réglé à volonté.

Toutes les courbes que l'on obtient alors présentent un point singulier après s'être confondues un certain temps avec la courbe d'étalonnage. Une montée brutale de la température qui, suivant la composition du mélange, peut varier de quelques degrés à 200 ou 300°, indique que la réaction prend, à partir de la température correspondant au point singulier, une allure nettement exothermique. Si l'on arrête alors le débit du carbure la température retombe au voisinage de la courbe d'étalonnage, indiquant que l'accroissement de température enregistré était bien dû à une réaction continue et non pas à une explosion unique qui aurait élevé la température moyenne de l'appareil.

Nous donnons, colonne I du Tableau I, les températures (C°) pour lesquelles les courbes établies pour les divers carbures présentaient leur point singulier. Ces températures ainsi définies décroissent pour les paraffines linéaires avec l'allongement de la chaîne carbonée. Elles se répartissent en fonction du nombre d'atomes de carbone de la chaîne (n) sur une courbe hyperbolique dont l'équation paraît être

$$T_{C^\circ} = 192 + \frac{756}{n}.$$

Dans la colonne II du même Tableau on trouvera les températures calculées d'après cette formule pour les divers carbures, on verra que leur concordance avec les données expérimentales est très bonne, à l'exception près du pentane, dont le point singulier fut très difficile à déterminer à cause de la trop grande volatilité du produit.

Cette formule imposerait comme limite inférieure de combustion exother-

mique aux paraffines à très longue chaîne la température de 192° et pour le méthane celle de 948°, ce qui paraît correct.

Dans la colonne III on trouvera des nombres fournis par Boyd. Cet auteur a déterminé le plus haut taux de compression qu'on puisse atteindre avec chacun de ces carbures. Il y a entre nos déterminations et celles de Boyd, les unes faites au cours de l'oxydation lente, et les autres faites sur moteur, une relation linéaire qui ne saurait être fortuite. Un parallélisme remarquable s'établit donc une fois de plus entre ce que l'on appelle des *valeurs de choc* et des déterminations de laboratoire coopérant à la recherche d'une *constante de choc*.

	n.	I. Tcs déterminées.	II. Tcs calculées.	III. n. de Boyd.
Méthane	1	»	948	»
Éthane	2	»	570	»
Propane	3	»	444	»
Butane	4	»	381	»
Pentane	5	360	343	3,8
Hexane	6	318	318	3,3
Heptane	7	300	300	2,8
Octane	8	292	286	»
Nonane	9	276	276	»
Décane	10	»	267	»
Dodécane	12	260	255	»
Tétradécane	14	247	246	»
Hexadécane	16	»	239	»
Heptène		324		3,7
Diméthylcyclohexane-1.3		358		4,4
Cyclohexane		354		4,5
Cyclohexène		378		4,8
Diméthylcyclohexane-1.2		385		5,1
2.2.4-triméthylpentane		<500		7,7

Nota. — I. *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*, n° 49, 1934, Paris. — II. *Ibid.*, 1932, n° 11. — III. *Ind. and Eng.*, 27, 1935, p. 593.

PHYSICOCHIMIE. — *Effet Raman des mélanges d'oléum sulfurique et d'acide nitrique.* Note de M. **Jean Chédin**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous n'avions pas trouvé jusqu'ici dans les spectres des ternaires SO^4H^2, NO^3H, H^2O, de raies qui correspondissent à une association sulfonitrique. Les spectres de certains de ces mélanges présentent les fréquences A (1045 cm^{-1}) et B (1398 cm^{-1}) attribuables à l'anhydride nitrique N^2O^5 en solution minérale [1]. Au contraire dans les spectres des mélanges d'oléums sulfuriques et de NO^3H, on observe la coexistence des caractéristiques spectrales de SO^3 et N^2O^5, modifiées.

L'étude des oléums sulfuriques a fait l'objet d'une Note [2].

a. Mélanges d'oléum sulfurique à 60 *pour* 100 *de* SO^3 *et de* NO^3H *à* 99 *pour* 100. — Le spectre de l'oléum à 60 pour 100 présente les fréquences des molécules $S^2O^7H^2$ et SO^3. — La fréquence $\Delta\nu = 1070$ cm^{-1}, très fine et intense, caractéristique de SO^3, retiendra plus particulièrement notre attention.

1° Mélange 90 pour 100 d'oléum + 10 pour 100 NO^3H. — La raie B (1398 cm^{-1}) de N^2O^5 est présente; il n'y a pas trace de raies appartenant à NO^3H. Ce dernier est entièrement déshydraté.

La raie fine 1070 cm^{-1} de SO^3 a perdu sa finesse et s'est déplacée à 1075 cm^{-1}. Enfin la fréquence A (1045 cm^{-1}) de N^2O^5 n'est pas présente. Nous supposons, et ce qui suit appuiera cette hypothèse, que N^2O^5 et SO^3 sont ici associés. Dans cette association, la fréquence A de N^2O^5 devient inactive, probablement parce que cette nouvelle liaison ajoute à la symétrie de la molécule.

2° Mélange 80 pour 100 d'oléum + 20 pour 100 NO^3H. — Spectre analogue au précédent; les raies $S^2O^7H^2$ s'affaiblissent; la fréquence de SO^3 lié est à 1080 cm^{-1}.

3° Mélanges à 30, 40 et 50 pour 100 de NO^3H. — Les spectres présentent les particularités suivantes : la raie A (N^2O^5) apparaît et croît avec la teneur en NO^3H; il y a donc trop de N^2O^5 pour qu'il soit tout entier combiné au SO^3 présent. Une partie reste libre et l'on retrouve ses

(1) *Comptes rendus*, 200, p. 1937.
(2) *Comptes rendus*, 201, p. 274.

deux fréquences A et B. La raie de SO^3 combiné passe de 1080 cm^{-1} à 1094 cm^{-1}, où elle demeure fixe dans ces trois mélanges. Notons que les raies de la molécule NO^3H (NO^2-OH) ne commencent à apparaître que dans le mélange à 40 pour 100 de NO^3H.

Jusqu'à cette teneur, NO^3H est donc entièrement déshydraté.

4° Mélange à 60 pour 100 de NO^3H. — La fréquence 1094 cm^{-1} ainsi que toutes les fréquences de $S^2O^7H^2$ ont disparu, le spectre est analogue à ceux des sulfonitriques ordinaires, il présente les fréquences des corps SO^4H^2, NO^3H, N^2O^5.

Il apparaît donc que l'association (N^2O^5-SO^3) ne peut exister qu'au sein d'un acide sulfurique contenant $S^2O^7H^2$, c'est-à-dire un oléum sulfurique. Elle peut y être seule, ou coexister avec N^2O^5 libre, et même NO^3H non déshydraté.

b. Mélanges d'oléum à 35 *pour* 100 *de* SO^3 *et de* NO^3H (99 *pour* 100). — L'oléum à 35 pour 100 ne contient que SO^4H^2 et $S^2O^7N^2$; la raie 1070 cm^{-1} de SO^3 n'existe pas dans son spectre.

1° Mélange à 10 pour 100 de NO^3H. — NO^3H est déshydraté, la raie B (1400) est présente, mais non la raie A, d'autre part une fréquence apparaît : 1084 cm^{-1}. On constate donc ce paradoxe que l'addition de NO^3H dans un oléum ne contenant pas SO^3 libre, fait apparaître dans son spectre la fréquence de SO^3 (légèrement déplacée). Le mécanisme s'imagine aisément : NO^3H est déshydraté en N^2O^5. N^2O^5 se lie à une partie du SO^3 qui était combiné à SO^4H^2 sous la forme de $S^2O^7H^2$ pour donner l'association mentionnée au paragraphe *a*.

2° Mélange à 30 pour 100 de NO^3H. — La fréquence 1084 cm^{-1} a disparu, mais la fréquence A (N^2O^5 est présente). Les raies $S^2O^7H^2$ ont disparu, N^2O^5 est libre.

c. Mélanges d'oléum à 35 *pour* 100 *et de* N^2O^5. — 1° 10 pour 100 de N^2O^5. — On constate la présence des fréquences 1082 cm^{-1} et 1400 cm^{-1}. N^2O^5 est donc entièrement lié à SO^3, comme dans le mélange à 10 pour 100 de la série précédente.

2° 20 pour 100 de N^2O^5. — Sont présentes les fréquences 1094 cm^{-1} et 1402 cm^{-1} de l'association, et en plus la fréquence A (1040 cm^{-1}). Il y a excès de N^2O^5, une partie reste libre, donnant lieu à l'émission de la fréquence A.

En résumé, on constate dans les mélanges d'oléum et d'acide nitrique l'existence d'une association entre N^2O^5 et SO^3, caractérisée spectralement par la fréquence B (1400) de N^2O^5, la disparition de la fréquence A et la fréquence 1070 cm^{-1} de SO^3 déplacée et produisant une raie qui a perdu sa

finesse. Cette association est bien différente de celle qui unit SO^3 à SO^4H^2 dans $S^2O^7H^2$, puisque $S^2O^7H^2$ possède un spectre absolument différent de ceux de SO^4H^2 et SO^3. La raie caractéristique de SO^3 lié est en moyenne à $\Delta\nu = 1080\,cm^{-1}$ dans les mélanges ne contenant pas de N^2O^5 libre, elle passe à $\Delta\nu' = 1094\,cm^{-1}$ quand la phase liquide s'enrichit d'un nouveau constituant, N^2O^5 libre.

Toutes les proportions indiquées sont calculées en poids. Ajoutons que les mélanges dont les spectres indiquent qu'ils contiennent l'association sulfonitrique étaient cristallisés à la température ordinaire, et furent passés à 90° environ.

De plus ils n'émettaient presque aucune vapeur de N^2O^5 ni SO^3, ni NO^3H, contrairement aux autres.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Déformation plastique et dureté du plomb.* Note [1] de M. **Marcel Ballay**, présentée par M. Léon Guillet.

Quand du plomb pur a été déformé à froid, laminé par exemple, sa dureté Brinell baisse progressivement par séjour à la température ambiante. Après un temps variable suivant la pureté du métal et la température, mais en général inférieur à 72 heures, le métal a repris sa dureté primitive [2]; on admet qu'il se recuit à la température ordinaire. Si l'application de la charge est de courte durée, cinq à quinze secondes, le chiffre de dureté est à peu près le même que sur le métal recuit à plus haute température, 250° par exemple.

On constate cependant que le plomb pur laminé, même s'il est resté plusieurs mois à la température ambiante après déformation plastique, ne se comporte pas à l'essai de dureté à la bille comme du plomb coulé ou recuit à 250° après laminage. La différence est très frappante, si l'essai de dureté se fait sur un appareil, comme le microduromètre Eugène, qui permet de suivre l'enfoncement de la bille sous charge constante et de tracer à l'aide d'une seule empreinte la courbe de la dureté Δ en fonction du temps [3]. On observe alors que le plomb déformé et recuit à la tempé-

---

[1] Séance du 13 janvier 1936.

[2] Molnar, *Revue de Métallurgie*, 27, 1930, p. 522-534.

[3] On lit sur la graduation de la machine, en fonction du temps, l'enfoncement de la bille en millièmes de millimètre, puis on mesure l'empreinte lorsque l'essai est terminé. On calcule aisément la profondeur de l'empreinte à chaque instant, c'est-à-dire la dureté Δ.

rature ambiante s'écoule plus rapidement sous charge que le plomb recuit à plus haute température. On peut chiffrer cette divergence par la valeur de $d\Delta/dt$ au temps t ou encore par l'expression $\Delta_1 - \Delta_2/t_2 - t_1$. Il est facile de déterminer également la dureté initiale Δ_0 correspondant à une durée nulle de maintien de la charge. Ces coefficients dépendent évidemment, pour un échantillon déterminé, de la température, de la pression, du diamètre de la bille, de la durée d'application de la charge, et aussi de la vitesse de mise en pression, dans certaines limites.

Les chiffres qui suivent se rapportent à un plomb pur ($Pb = 99,984\ ^0/_0$) coulé en plaque de 10^{mm} d'épaisseur, puis amené à 4^{mm} en trois passes de laminage à froid. Une partie fut recuite à 250° pendant une heure et le reste conservé à la température ambiante. Les essais (bille de 5^{mm}, pression 10^{kg}) furent faits 17 jours après laminage; les résultats furent identiques après 3 et 7 mois (¹):

		Recuit à l'ambiante 17 jours après laminage.	Recuit à 250° pendant 1 heure.
Enfoncement de la bille (en 1/1000ᵉ de millimètre)	après 1 minute de charge.	24	0,7
	» 2 minutes » .	38,5	1,2
	» 3 » » .	48	4,0
	» 4 » » .	54	5,2
	» 5 » » .	58	6,5
Dureté après 5 minutes d'application de la charge (Δ_5).		2,74	3,46
Dureté initiale (Δ_0)		3,64	3,58
$\Delta_0 - \Delta_5/5$		0,18	0,016

La dureté initiale Δ_0 est donc sensiblement la même dans les deux cas, légèrement plus grande pour le plomb laminé, mais le plomb recuit à l'ambiante apparaît plus doux lorsque la pression est appliquée pendant 5 minutes. Le phénomène est complexe et l'essai à la bille, qui produit une déformation hétérogène, se prête mal à une étude précise des principaux facteurs (vitesses de recuit spontané et d'écoulement visqueux, réactivité, grosseur des grains); il constitue cependant un mode d'investigation qualitative très sensible.

La plus grande vitesse de déformation sous charge du plomb fortement écroui et recuit à la température ambiante, comparativement à du plomb recuit à 250°, nous semble en rapport avec les dimensions beaucoup plus

(¹) Du moins, si l'on compare le plomb laminé au même plomb recuit depuis peu de temps et refroidi lentement.

faibles des grains. Dans l'exemple pris plus haut, les grains du plomb recuit à 250° sont en moyenne 1700 fois plus volumineux que ceux du plomb recuit à la température ambiante.

L'expérience suivante confirme cette hypothèse. Dans une bande de plomb fortement écroui ayant séjourné 3 mois à la température ordinaire, à grains très fins, on découpe à la cisaille une éprouvette de 30^{mm} de largeur. Après 4 jours de repos une attaque macroscopique montre le long de chaque bord cisaillé une zone de 10 à 12^{mm} de largeur à grains grossiers (1800 fois plus volumineux en moyenne) due à la recristallisation du métal légèrement écroui par le cisaillage. Si l'on suit l'enfoncement d'une bille dans la zone médiane à grains fins et dans les zones périphériques à grains grossiers, on constate une vitesse de déformation beaucoup moindre dans ces dernières, surtout pendant les premières minutes, comme le montrent les chiffres ci-après (bille de 5^{mm}, pression 10^{kg}).

		Grains fins		Grains fins		
		1.	2.	3.	4.	5.
Enfoncement de la bille (en 1/1000e de millimètre)	après 1 minute de charge.	35	29	7	10	9
	» 2 minutes » .	49	41	19	21	22
	» 3 » » .	57	49	26	29	29
	» 4 » » .	63	56	32	34	35
	» 5 » » .	67	62	37	38	40

L'influence d'une déformation plastique préalable sur la vitesse de déformation à la température ambiante n'est pas particulière au plomb pur; nous l'avons constatée également sur des alliages de plomb plus durs, contenant du cadmiun et de l'antimoine qui se recuisent beaucoup moins vite à la température ordinaire. Ces observations, faciles à faire à la température ambiante sur le plomb pur, peuvent sans doute aider à comprendre certaines particularités de l'écoulement des métaux et alliages aux températures élevées.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un carbonate de fer* III *et d'ammonium.* Note de M. **Victor Auger** et Mlle **Marie Gallissot**, présentée par M. Georges Urbain.

On ne connaît actuellement qu'un carbonate ferroso-ferrique du type $[(CO^3)^3 O\, Fe^{II}_2\, Fe^{III}]NH^4, 2H^2O$, mais on n'a jamais réussi a obtenir le carbonate ferrique.

Nous avons pu préparer un sel ferrico-ammonique en faisant réagir un sel ferrique soluble, Cl^3Fe, sur un grand excès de solution saturée de CO^3NH^4H, en présence de ce sel non dissous et de gaz carbonique. Le précipité formé est jaune clair, bien cristallisé, sous forme de petits prismes microscopiques. On le purifie par lavage avec une solution à 1,5 pour 100 de CO^3NH^4H, puis au dessiccateur sulfurique, rempli de CO^2.

Ce sel est très lentement altéré à l'air sec, mais dans l'air humide il perd à la fois CO^2 et NH^3 et rougit en se transformant en oxyde ferrique hydraté. Il se décompose de même dans le gaz ammoniac sec.

L'analyse a donné des chiffres correspondant à la formule

$$Fe(OH)^2CO^3NH^4, H^2O.$$

Calculé (%) :	$Fe = 30,10$;	$NH^4 = 9,67$;	$CO^3 = 32,25$.
Trouvé (%) :	$Fe = 32,2$;	$NH^4 = 10,33$;	$CO^3 = 31,8$.
Rapport :		$\frac{Fe}{NH^3} = \frac{1,04}{1}$;	$\frac{Fe}{CO^2} = \frac{1,05}{1}$.

On peut aussi formuler ce sel, en admettant la coordinence 4, $[Fe(OH)^2NH^3(OH^2)]CO^3H$.

Nous avons effectué un certain nombre d'essais pour obtenir les sels de K ou Na, mais en versant une solution de sel ferrique dans une solution saturée de CO^3HNa ou CO^3HK, on obtient une liqueur claire, rouge qui prend rapidement l'aspect d'une solution colloïdale et laisse lentement précipiter de l'hydrate ferrique.

Nous effectuons actuellement des essais avec des carbonates de bases organiques : leur réussite nous permettant de considérer la formule contenant le groupe NH^3 comme la plus vraisemblable.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les arséniates de baryum. Caractérisation d'un nouvel arséniate* $2As^2O^5.3OBa$. Note de M. **Henri Guérin**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'étude des arséniates de baryum nous a permis de constater que les composés du baryum se comportaient d'une façon un peu différente de celle observée précédemment pour les arséniates de calcium et de strontium [1]. Sous l'action de la chaleur et du vide, le métaarséniate et le

---

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1133.

pyroarséniate de baryum se transforment en orthoarséniate tribarytique, seul composé stable à haute température.

Voici, exprimés en centimètres cubes, les volumes d'oxygène que dégage une millimolécule/gramme de chacun de ces composés lorsqu'on les chauffe dans le vide par paliers d'une heure de 100 en 100° entre 400 et 1100° :

Températures...	600°.	700°.	800°.	900°.	1000°.	1100°.	Total.
$As^2O^5.OBa$....	0,007	0,128	3,15	4,68	3,27	0,53	11,765
$As^2O^5.2OBa$...			0,092	1,18	5,75	0,34	7,362

Les chauffes prolongées à température constante permettent également de fixer à 500 et à 800° les températures respectives auxquelles commence à se manifester, avec une extrême lenteur, la décomposition des méta et des pyroarséniates de baryum.

Alors que, dans le cas des sels de calcium et de strontium, les essais de décomposition jusqu'à cessation de dégagement gazeux effectués à diverses températures avaient démontré le passage direct des métaarséniates aux pyroarséniates, les essais correspondants sur les sels de baryum ont mis en évidence l'existence d'un composé intermédiaire. Ce sel, dont la composition répond à la formule $2As^2O^5.3OBa$, et qui résulte de l'union d'une molécule de métaarséniate à une molécule de pyroarséniate, peut être désigné sous le nom de *sesquiarséniate de baryum*. Ce composé, qui se produit chaque fois que l'on chauffe dans le vide à 700° et jusqu'à cessation de dégagement gazeux du métaarséniate de baryum, commence à se décomposer dès 750° pour donner le pyroarséniate de baryum.

Si l'on chauffe à 750° du métaarséniate de baryum, on constate que la courbe du dégagement d'oxygène en fonction du temps met en évidence la superposition des deux phénomènes :

1° transformation rapide du métaarséniate en sesquiarséniate;

2° lente décomposition de ce composé avec formation de pyroarséniate.

L'examen aux rayons X des trois échantillons d'arséniate tribarytique, préparés l'un par synthèse directe, l'autre par décomposition thermique du pyroarséniate, et le troisième par pyrolyse du métaarséniate, a permis de remarquer que les trois radiogrammes correspondants indiquaient une identité parfaite de structure; en revanche, les pyro et métaarséniates, ainsi que le composé intermédiaire signalé plus haut, n'ont pu donner jusqu'ici de radiogrammes caractéristiques.

En faisant agir le carbone sur le métaarséniate de baryum dans les conditions décrites pour l'orthoarséniate [1], nous avons constaté que, dès

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 129.

500°, il se produisait du gaz carbonique, de l'anhydride arsénieux et du sesquiarséniate, alors qu'à 550° on obtenait le pyroarséniate, et à 600° l'orthoarséniate.

Avec le pyroarséniate, le charbon fournit directement, à partir de 600°, l'orthoarséniate.

En résumé, l'orthoarséniate neutre de baryum peut être chauffé jusqu'à 1200° dans le vide sans changer de composition. Le pyroarséniate se transforme au-dessus de 800° en orthoarséniate. Le métaarséniate commence à se décomposer dès 500°. Entre 500 et 700°, le terme final d'une chauffe prolongée jusqu'à cessation de dégagement gazeux est le sesquiarséniate, corps non isolé jusqu'ici; entre 750 et 800°, on obtient le pyroarséniate, et au-dessus de cette dernière température l'orthoarséniate neutre. La présence de charbon a pour seul effet d'abaisser les différentes températures de transformation.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Étude sur le mécanisme extincteur du tétrachlorure de carbone envers les flammes.* Note (¹) de MM. **Charles Dufraisse** et **Jean Le Bras**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nos précédents résultats (²) semblaient montrer une action antioxygène du tétrachlorure de carbone envers la flamme de gaz d'éclairage. Cependant, l'analyse des gaz résiduels au voisinage de l'extinction ne portant que sur un mélange $CO^2 + O^2 + CO + N^2$, dans quelle mesure était-il licite de négliger les autres corps gazeux formés par réaction de l'extincteur sur les constituants de la flamme ? On a donc cherché la proportion réelle d'oxygène autour du combustible. On alimente une flamme de gaz d'éclairage de 30 litres à l'heure par un mélange variable d'air et de CCl^4 de l'ordre de 300 litres à l'heure; on dose dans les gaz résiduels le chlore et l'acide chlorhydrique, et l'on analyse le mélange $CO^2 + O^2 + CO + N^2$. On peut alors calculer approximativement la composition réelle des gaz de combustion, sans tenir compte toutefois de petites quantités de carbone, d'hexachlorobenzène et autres corps formés par la décomposition du tétrachlorure.

On constate d'abord que le pouvoir extincteur du tétrachlorure est très

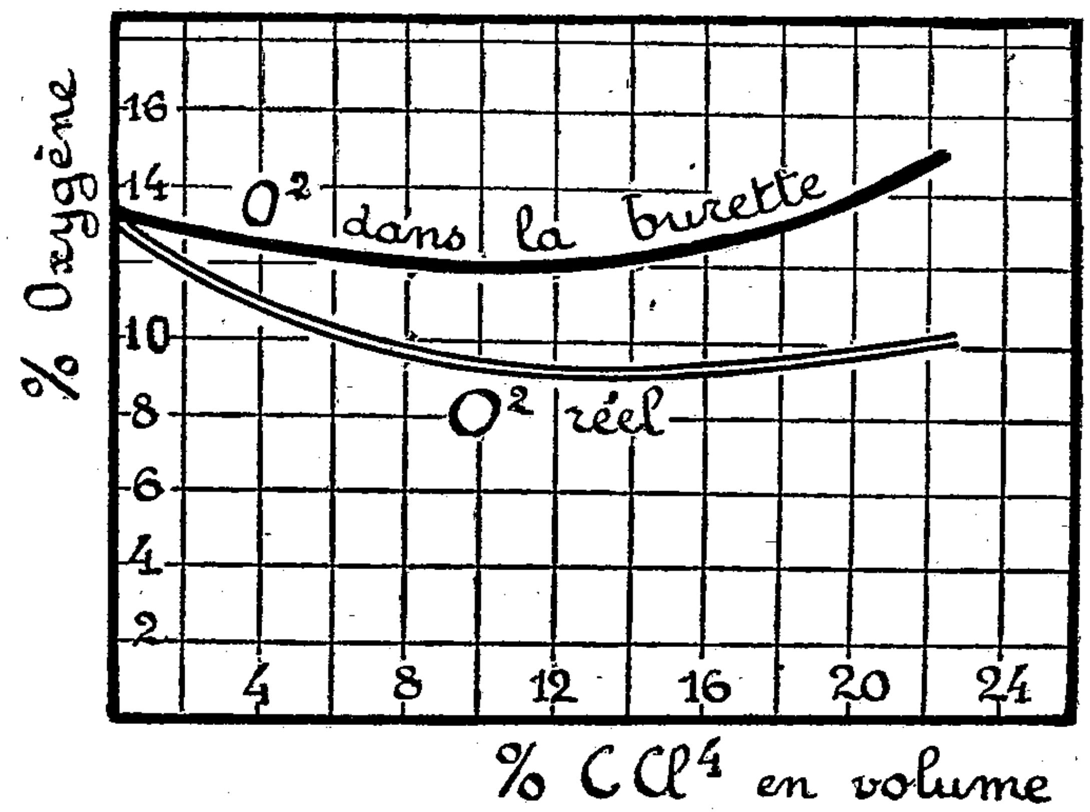
(¹) Séance du 13 janvier 1936.

(²) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 75.

sensible à de légères causes perturbatrices : tourbillons, soufflage, actions de parois, etc. ; en les évitant, on a pu remonter le taux extincteur efficace de la valeur 19 pour 100 en volume, chiffre précédemment donné, à 24 pour 100 comme dans les expériences actuelles et même jusqu'à 30 pour 100 dans des conditions spéciales.

Le diagramme ci-après, établi avec les moyennes de nombreuses mesures, montre que la proportion réelle d'oxygène autour de la flamme reste toujours supérieure au minimum comburant (8 pour 100), en dessous duquel l'extinction s'expliquerait par simple étouffement. Par conséquent, le CCl^4 peut, soit exercer une action antioxygène faible, soit se comporter comme un diluant à pouvoir refroidissant meilleur que CO^2 ou N^2.

Avec les flammes de méthane seul [taux extincteur 8 pour 100, pour une



consommation de 8 litres à l'heure [1]] et d'hydrogène seul (taux extincteur 70 pour 100 pour une consommation de 50 litres à l'heure), il ne paraît pas y avoir d'effet extincteur spécifique. La valeur anormalement élevée de ce dernier taux extincteur s'explique sans doute par une singularité curieuse qu'ont mise en évidence nos analyses : quand la concentration en vapeurs de tétrachlorure dépasse 20 pour 100, l'hydrogène paraît délaisser partiellement l'oxygène et brûler par réaction sur l'extincteur, lequel joue ainsi, tout au moins indirectement, le rôle de comburant.

---

[1] Comparer avec W. P. Jorissen et J. C. Meuwissen, *Rec. Trav. chim. P.-B.*, 43, 1924, p. 591.

Avec l'oxyde de carbone, au contraire, il y a nettement action spécifique (taux extincteur 2,5 pour 100 pour une consommation de 16 litres à l'heure)(¹). La flamme s'éteint quand il reste encore 13 pour 100 environ d'oxygène, alors que l'azote, type des extincteurs non spécifiques, n'éteint pas avant d'avoir abaissé à 9 pour 100 la teneur en oxygène (taux extincteur 55 pour 100 pour la même consommation de 16 litres à l'heure).

De quelle nature est cette influence particulière sur ce combustible, lui-même un peu spécial? Nos résultats expérimentaux seraient en faveur d'une déshydratation chimique, ce qui s'accorderait avec l'influence énorme, découverte par Dixon (²), de la vapeur d'eau sur la combustion de l'oxyde de carbone. En effet, nous avons constaté la formation d'un peu d'acide chlorhydrique, lequel ne peut provenir que de l'hydrogène pris sur l'humidité des gaz; et, quand on dessèche ceux-ci déjà seulement par les procédés courants, sans aller jusqu'aux ultradessiccations, le taux extincteur efficace des vapeurs de tétrachlorure tombe à 0,65 pour 100 en volume, c'est-à-dire que l'extinction est devenue beaucoup plus facile.

Mis à part le cas particulier de l'oxyde de carbone, comment faut-il envisager, d'après nos divers résultats, le mécanisme des autres extinctions? Quelques auteurs, principalement Jorissen et Velisek (³), puis Coward et Jones (⁴), ont étudié l'action du tétrachlorure de carbone sur l'empêchement d'explosion de mélanges tonnants au méthane, problème voisin du nôtre, sans lui être cependant identique, car toutes nos mesures s'accordent avec l'idée presque intuitive qu'éteindre un combustible allumé est plus difficile que l'empêcher de s'allumer. Les deux premiers auteurs invoquent une catalyse négative, comme nous l'avions suggéré précédemment, les deux autres, un processus de dilution et de refroidissement comparable à celui d'un gaz inerte; c'est plutôt à cette hypothèse que correspondraient nos résultats, ainsi qu'au fait que le tétrachlorure a, en volume, une capacité calorifique nettement supérieure à celle de l'azote.

En résumé, l'extinction des flammes par le tétrachlorure de carbone est un phénomène complexe; c'est la résultante d'actions variées, allant de la

(¹) Comparer avec l'action sur l'explosion des mélanges $CO + O^2$: W. E. GARNER et C. H. JOHNSON, *J. chem. Soc.*, 133, 1928, p. 280; voir aussi W. E. GARNER et F. H. POLLARD, *ibid.*, 1935, p. 144.

(²) *B. A. Reports*, 1880, p. 503.

(³) *Rec. Trav. chim. P.-B.*, 43, 1924, p. 80.

(⁴) *Ind. Eng. Chem.*, 18, 1926, p. 970.

simple dilution inerte à une activité spécifique accentuée, en passant par un certain effet comburant, mais sans que soit exclue la possibilité d'une influence antioxygène, d'ailleurs habituellement peu marquée.

GÉOLOGIE. — *Coupe géologique du Hank à Taoudeni (Sahara occidental).* Note [1] de MM. **Nicolas Menchikoff** et **Théodore Monod.**

Il y a deux ans, l'un de nous (N. M.) a suivi sur près de 300^{km} les couches du Paléozoïque inférieur du Hank, depuis Chenachane jusqu'au delà de Mzerreb, tandis que, dans le courant de l'hiver dernier, Th. M. a pu parcourir la région située entre la falaise du Hank et Taoudeni, ce qui nous permet actuellement d'établir une coupe d'ensemble des terrains primaires, depuis leur base jusqu'au Carbonifère inférieur inclus.

Le pays étudié forme le flanc nord-ouest du vaste synclinal de Taoudeni [2], qui, à la suite de l'anticlinal des Eglab et du synclinal de Tindouf, se rattache au pli de l'Anti-Atlas marocain et recoupe en écharpe tout le Sahara occidental.

Les terrains primaires y sont parfaitement concordants et reposent en transgresssion sur le socle ancien formé de granites et de schistes cristallins. Dans l'ensemble, ils plongent régulièrement de quelques degrés vers le Sud-Est et leur surface arasée a donné, grâce à l'érosion qui a dégagé les bancs durs au sein des couches tendres, une suite de crêtes monoclinales parallèles, à regard nord-ouest. La largeur de cette zone monoclinale, entre la falaise du Hank et Taoudeni, est d'environ 350^{km}.

Cambro (?)-Ordovicien. — La partie inférieure du Paléozoïque prend, dans la région du Hank, un développement considérable; elle s'étend sur plus de 100^{km} de large et constitue, outre le Hank proprement dit, les gradins de Mdennah et de Kreb-en-Naga. L'absence presque complète de fossiles rend malheureusement impossible la détermination précise de l'âge de ces formations. Toutefois, leur position au-dessous des schistes gothlandiens bien datés et la comparaison avec les terrains analogues des Chaînes d'Ougarta et du Sud Marocain permettent de les attribuer à l'Ordovicien et très vraisemblablement aussi au Cambrien [3].

La base de la formation est généralement représentée par un niveau d'arkose, parfois très développé comme par exemple dans l'Oued Sbita (O. Sous); les conglo-

---

[1] Séance du 23 décembre 1935.

[2] N. Menchikoff, *Rev. Géogr. phys. et Géol. dyn.*, III, 2, 1930, p. 211.

[3] N. Menchikoff, *C. R. som. Soc. géol. Fr.*, 1933, p. 218.

mérats, riches en galets de quartz, n'y sont pas rares. Au-dessus, après des niveaux gréseux plus ou moins épais et parfois oolithiques, se place une série puissante et massive de calcaires dolomitiques, coupés eux-mêmes de quelques niveaux schisteux ou gréseux. Dans la partie inférieure, les calcaires sont généralement formés de troncs serrés de Stromatolites qui donnent l'impression de véritables récifs (¹). Au sommet, les calcaires dolomitiques font place à une série schisto-gréseuse qui couvre également de grandes surfaces.

Gothlandien. — Les terrains ordoviciens sont surmontés en concordance de schistes gothlandiens qui ont fourni au Sud de Tinioulig de nombreux *Monograptus*. La puissance de la partie fossilifère de ces schistes ne dépasse guère quelques dizaines de mètres.

Dévonien. — Le premier niveau fossilifère actuellement connu du Dévonien renferme, au sommet de la falaise sud de Teghazza : *Leptæna rhomboidalis* Wilck., *Atrypa reticularis* L., *Orthis* sp., *Spirifer* sp., des *Favosites*, des Cyathophyllidés, des Bryozoaires et des tiges de Crinoïdes. Au-dessus, à une dizaine de kilomètres au sud de Teghazza, on trouve, dans un niveau schisteux, les fossiles ferrugineux suivants : *Agoniatites* sp., identique à une forme de l'Eifélien supérieur de la Saoura (zone à *Pinacites Jugleri* Rœm) (²), *Spirifer elegans* Stein., *Schizophoria* cf. *vulvaria* Schloth., *Tropidoleptus* cf. *carinatus* Conrad ainsi que des Gastéropodes, des Lamellibranches, des Orthocères, des Polypiers et des Crinoïdes. Si, grâce à l'*Agoniatites*, on considère ce dernier niveau comme Eifélien supérieur, on peut attribuer le niveau inférieur à la base de l'Eifélien qui, avec le même facies, est bien caractérisée dans la Saoura (²).

Quant au Dévonien supérieur, bien développé dans le reste du Sahara, son existence dans la région n'a pas encore été confirmée par des fossiles.

Carbonifère. — La présence du Carbonifère dans la région de Taoudeni a déjà été signalée par Chudeau (³) et par Flamand (⁴), mais les niveaux n'en avait pas pu être précisés avec certitude.

Nous signalerons dans le Tournaisien : 1° à 35-40^{km} au sud d'Agueraktem : *Muensteroceras* cf. *Oweni* Hall, *Spirifer tornacensis* de Kon., *Sp. Konincki* Dav., *Syringothyris cuspidata* Mart., *Spiriferina*, *Athyris*, des *Productus* sémiréticulés, *Pustula*, *Rhipidomella*, *Rhynchonella*, *Dielasma*, *Orthoceras*, *Conularia*, Gastéropodes, *Zaphrenthis*, *Michelinia*, *Palæacis* et tiges de Crinoïdes; à Oum-el-Assel : *Spirifer tornacensis* de Kon., *Syringothyris cuspidata* Mart., *Athyris lamellosa* L'Ev., *A. Roissyi* L'Ev., *Ripidomella Michelini* L'Ev., *Leptæna rhomboidalis* Wilck.; des *Productus* sémiréticulés, *Rhynchonella*, *Dielasma*, *Orthoceras*, *Zaphrentis*, *Michelinia* et tiges de Crinoïdes.

Le Viséen inférieur a fourni près d'Oum-el-Assel : *Spirifer striatus* Mart., *Syringothyris cuspidata* Mart., *Leptæna rhomboidalis* Wilck., *Productus cora* d'Orb.; des *Productus* sémiréticulés, *Pustula*, *Dielasma*.

(¹) N. Menchikoff, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1237.

(²) N. Menchikoff, *Bull. Serv. Carte géol. Algérie*, 2ᵉ série, II, 1933, p. 115.

(³) *Bull. Soc. géol. France*, 4ᵉ série, **10**, 1910, p. 11.

(⁴) *Thèse*, Lyon, 1911, p. 245.

Du Viséen supérieur, qui forme les plateaux calcaires des Hamada el-Hareicha et Safia, proviennent, de divers points : *Productus hemisphæricus* Sow., *Pr. auritus* Phill., *Pr. striatus* Fisch., *Cyathophyllum Murchisoni* M. Edw. et Haime, *C. regium* Phill., *Lithostrotion irregulare* Phill.

Dès la fin du Dinantien, une régression s'esquisse dans le bassin de Taoudeni, comme ailleurs sur le reste de la plateforme saharienne : aux couches marines calcaires font suite des grès et des argiles lie de vin, parfois gypsifères, d'un caractère lagunaire ou continental.

En résumé, les résultats indiqués ci-dessus montrent que le Paléozoïque du flanc nord du Synclinal de Taoudeni est, dans l'ensemble, analogue à celui du Synclinal de Tindouf au nord du massif des Eglab. On y constate : 1° une transgression cambro-ordovicienne sur le socle ancien [1]; 2° un régime marin franc au cours du Gothlandien, du Dévonien et du Carbonifère inférieur; 3° le retrait général de la mer paléozoïque dès le début du Carbonifère moyen. Dans toute cette série, aucune discordance n'a été observée jusqu'à présent.

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension du Bathonien dans les zones intra-alpines au Sud de la Guisane.* Note de M. **Fernand Blanchet**, présentée par M. Charles Jacob.

La deuxième édition de *Feuille géologique de Briançon* au 80000ᵉ figure un Lias assez développé dans toute la *Zone du Briançonnais*, tant dans sa partie axiale que sur ses deux bords, et compris sous les symboles l, l^{2a}, l^{2b}, ...

A la vérité *deux localités seulement* y ont fourni des fossiles liasiques déterminables; *en dehors du Rhétien*, dont il n'est pas question ici et que l'on rencontre çà et là en placages sur le Trias; ce sont : le Massif des Grands-Becs (Nord de Montgenèvre), où Ch. Pussenot a signalé *Schlotheimia angulata* Schl. et, un peu plus au Sud, le Col de l'Alpet, où le même géologue et moi avons récolté plusieurs exemplaires déterminables d'*Arietites* (*Corniceras*) *Bucklandi* Sow. sp. Mais ces deux localités situées sur la bordure orientale de la Cordillère briançonnaise, appartiennent en réalité à ce que j'ai défini [2] sous le nom de *zone de passage* aux Schistes lustrés.

---

(1) Il faut remarquer que la série de la base du Palézoïque est beaucoup plus développée au sud-est de l'axe cristallin des Eglab qu'au nord-ouest et y débute probablement plus tôt.

(2) *Étude géologique des Montagnes d'Escreins* (*Hautes et Basses-Alpes*) (*Thèse*, Paris, 1935), p. 133.

Rappelons aussi que la partie la plus méridionale de la Zone du Briançonnais (Nord-Est de la Feuille *Gap*) est *dépourvue de Lias* ([1]); le Bathonien *fossilifère*, premier terme de la série jurassique de la région, y est représenté par des schistes et des calcaires noirs *bien caractéristiques*, accompagnés à leur base par des brèches, des conglomérats (Crête de Vars) et des calcaires oolithiques, l'ensemble de la formation reposant transgressivement sur les « Calcaires à Gyroporelles » du Trias supérieur.

Ainsi conçue, la Feuille Briançon marque donc, dès sa partie la plus méridionale, un brusque changement dans les conditions bathymétriques du géanticlinal briançonnais.

Au cours de ma dernière campagne d'été, j'ai visité quelques-uns de ces affleurements considérés comme liasiques et j'ai acquis la conviction qu'ils doivent être, au moins en partie, rapportés au Bathonien.

L'un d'eux, situé à l'Est de La Roche-de-Rame, à l'entrée des gorges de Bouchouse et sur la rive gauche du torrent, est réduit à quelques dizaines de mètres d'un calcaire noir à *cassure fétide*, renfermant de très nombreuses sections de fossiles et présentant à sa base des *microbrèches cendrées* et des *calcaires oolithiques;* cet ensemble qui repose sur les calcaires triasiques est en tous points identique au Bathonien des Montagnes d'Escreins.

De même, aux environs de Vallouise, j'ai très nettement reconnu la présence du Bathonien près de la chapelle du Puy-Saint-Vincent et, plus au Nord-Est, sur le sentier de l'Eychauda, au-dessus du canal de Vallouise. En ce dernier point, MM. Gignoux et Schneegans ([2]) pensent également que le Bathonien est mêlé aux assises noires de la région, mais, pour eux, on aurait là une série stratigraphique complète du Rhétien à l'Oxfordien.

Sans nier l'existence en ce point des étages liasiques inférieurs, bien que ceux-ci n'y soient point paléontologiquement reconnaissables, je crois au contraire que la série en question présente une lacune stratigraphique assez importante à la base du Bathonien; les assises que j'attribue à cet étage débutent en effet par quelques bancs de *microbrèche cendrée* accompagnés d'un *conglomérat* à galets gris et jaunes de calcaires triasiques analogue au conglomérat de base du Bathonien de la Crête de Vars (Escreins).

Enfin, plus au Nord, la route de Briançon au Lautaret recoupe à diverses reprises des calcaires noirs à nombreux débris organisés (Polypiers, etc.) et *enduit rouge*, également accompagnés de microbrèches caractéristiques et que je n'hésite pas à rattacher au Bathonien.

([1]) F. BLANCHET, *ibid.*, p. 54.

([2]) *C. R. somm. Soc. Géol. Fr.*, 5 mars 1934, p. 66.

L'un de ces affleurements est visible sur le bord de la route près de l'auberge de l'Alpe où il enveloppe un superbe anticlinal de calcaires triasiques; l'autre est situé à la Madeleine, à 1500^{m} environ en aval du Col du Lautaret.

Il résulte de ces quelques observations que si le Lias existe dans la zone du Briançonnais au Sud de la Guisane et de la Clarée, ce qui n'est pas prouvé, il ne doit être représenté que par ses termes les plus inférieurs; ceux-ci seraient alors d'autant plus développés de bas en haut que l'on s'éloigne de l'axe de la Cordillière; mais le Lias ne paraît nulle part y offrir une série complète et a certainement été confondu en de nombreux points avec les dépôts bathoniens.

Et ainsi la transgression médio-jurassique, qui est la règle générale dans le Briançonnais méridional, présenterait dans les régions intra-alpines, une extension beaucoup plus considérable que ne l'indique la deuxième édition de la *Feuille géologique de Briançon* et atteindrait jusqu'aux écailles inférieures définies par P. Termier dans les Montagnes entre Briançon et Vallouise.

BOTANIQUE. — *Le chondriome dans les cellules excrétrices de* Primula obconica *et ses modifications*. Note de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons décrit [1] l'évolution du chondriome pendant le développement des poils sécréteurs de *Primula obconica;* l'enrichissement des cellules en chondriome au cours de ce développement, la prédominance de la forme chondrioconte dans les cellules terminales sécrétrices en fin de croissance, puis l'appauvrissement de ces cellules en chondriome au cours de la genèse de la sécrétion et la disparition des chondriocontes. Nous avions émis l'hypothèse que la raréfaction progressive en chondriome était en liaison avec l'activité excrétrice des cellules.

De nombreux auteurs ont déjà signalé la difficulté de mettre la sécrétion en évidence dans les cellules excrétrices; c'est également ce que nous avons constaté chez *Primula obconica*. Les méthodes habituelles de coloration sur le frais ne nous ont donné que des résultats insuffisants en ce qui concerne la localisation exacte et le mode de formation des produits d'excré-

(1) M. Hocquette, *C. R. Soc. Biol.*, **120**, 1935, p. 29.

tion. Toutefois le bleu d'indophénol, déjà utilisé par Guilliermond et Mangenot ([1]) en cytologie végétale, donne des renseignements plus précis.

La difficulté est plus grande encore lorsqu'il s'agit de conserver les inclusions dans les préparations cytologiques du fait de leur grande solubilité dans les solvants organiques; nous avons pu cependant parfois colorer les inclusions par la technique d'Altmann après fixation mitochondriale. Elles apparaissent aussi plus ou moins nettement après fixation par des liquides osmiqués. Nous avons obtenu les préparations les plus démonstratives par action modérée, après fixation mitochondriale, d'une solution de nitrate d'argent, puis réduction sur coupe par une liqueur réductrice, spécialement le réducteur de Ramon y Cajal; une coloration ultérieure à la fuschine teint les chondriosomes en rouge, les inclusions et la sécrétion dans le réservoir au contraire sont noircies par l'argent; des précipités vacuolaires apparaissent également en noir.

Cette technique nous a donc permis de mettre en évidence dans les cellules excrétrices à la fois le chondriome et les inclusions.

Par les méthodes mitochondriales, dans les cellules excrétrices jeunes, en fin de croissance de poil, on voit que la plupart des longs chondriocontes, d'abord en filaments d'épaisseur régulière, s'épaississent à leurs extrémités, modification morphologique qui semble s'opérer au contact de petites vacuoles; des contacts entre des chondriosomes et de petites vacuoles allongées ou arrondies qui se présentent comme bordées ou serties dans un segment épaissi de chondrioconte s'observent très fréquemment.

Après traitement par le nitrate d'argent les régions terminales épaissies de certains chondriocontes offrent une affinité nette pour l'argent et se montrent colorées en noir intense sous l'effet d'un réducteur. On observe alors des chondriosomes ayant une partie centrale ou terminale fuchsinophile, les deux extrémités ou une seule étant au contraire argentophile.

A un stade ultérieur les chondriocontes plus courts offrent une région argentophile plus importante et plus renflée alors que la partie fuchsinophile de l'élément mitochondrial se montre plus réduite. Dès lors des sphérules ou des masses plus volumineuses argentophiles, représentant la sécrétion, s'observent dans les cellules.

Pendant ces phénomènes on observe toujours des chondriosomes fuchsinophiles d'abord filamenteux, puis en bâtonnets ou en granules et, lorsque

([1]) *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 600.

l'activité sécrétrice cesse, on ne trouve dans la cellule que des formes courtes.

Ces observations montrent que la forme chondrioconte subit des transformations au cours de l'élaboration de la sécrétion; le chondriome en bâtonnets ou en granules ne présente par contre aucune modification apparente. Ces transformations se traduisent d'abord par une fixation élective de l'argent, dans les conditions indiquées, dans une région très limitée des extrémités des chondriocontes, puis sur une partie plus importante qui s'épaissit, la région fuchsinophile paraissant en même temps se réduire. Enfin vers la fin des processus sécrétoires, le chondriome très réduit quantitativement et morphologiquement est surtout fuchsinophile.

Les transformations que subissent les chondriocontes reflètent une modification d'ordre chimique et sont vraisemblablement l'indice d'un pouvoir réducteur plus élevé (le nitrate d'argent n'est pas réduit directement; celui-ci ne mettrait en évidence que secondairement le pouvoir réducteur qui en réalité s'exercerait effectivement sur le mélange fixateur et c'est le sel d'argent formé ultérieurement qui se trouverait réduit finalement par le réducteur de Cajal). Cette modification est, semble-t-il, en relation d'une part avec l'élaboration de la sécrétion et, d'autre part, avec l'appauvrissement en chondriome des cellules excrétrices et la disparition dans ces cellules de la forme chondrioconte.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude de l'action auxogène des extraits de tissus animaux normaux et pathologiques sur le développement de* Phycomyces. Note de M. **William Henri Schopfer**, présentée par M. Marin Molliard.

La culture de *Phycomyces* sur un milieu rigoureusement synthétique n'est possible qu'avec adjonction d'un facteur de croissance d'origine végétale. Il a été démontré que la vitamine Bl cristallisée (5 préparations différentes) ([1]) possède dans ce cas une forte action auxogène; c'est à la présence de cette dernière dans les tissus végétaux étudiés (germes de blé, levure, pollen, polissures de riz, feuilles de plus de 200 espèces), qu'il faut rapporter l'effet activant observé. Ceci étant démontré, nous nous demandons si les tissus animaux, normaux et pathologiques sont également

([1]) W. H. Schopfer, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1965.

capables de produire une telle activation. Une expérience préliminaire est conduite avec des petits fragments de tissus frais (Lapin), ajoutés en quantité croissante (de 0,1 à 1^g) au milieu de base inactif et stérilisés avec lui. Les poids secs des récoltes sont les suivants : foie, 16, 21, 74, 128, 147^{mg}; rein, 115, 125, 138, 160, 156^{mg}; poumon, 21, 39, 120, 119^{mg}; pancréas, 10, 30, 57, 79; glande salivaire, 21, 101, 103^{mg}; sérum, 0 à 6^{mg}.

Sauf pour le sérum, toutes les cultures sont bien développées et ont un mycélium aérien fourni.

Les essais quantitatifs suivants confirment ces observations.

a. Foie haché en pulpe fine; 2^g de celle-ci sont agités dans 100^{cm^3} d'eau; la suspension trouble, après décantation, est ajoutée au milieu inactif (25^{cm^3}):

Extrait (cm^3).....	0	5/100	1/10	3/10	5/10	1	2	4	8
Récolte (mgr.)....	6	9	8	12	18	27	54	70	90

A partir de 1/10 de centimètre cube, contenant les substances correspondant à $0^g,002$ de foie, l'action auxogène est nette. Elle est proportionnelle à la quantité d'extrait ajoutée.

b. Concentration de l'extrait de foie [1]. 500^g de foie hachés sont épuisés par l'alcool à 80°; après évaporation de l'alcool, précipitation par la baryte et filtration, neutralisation par l'acide sulfurique, précipitation de la vitamine B2 par l'acétate de plomb et traitement par l'hydrogène sulfuré, nous obtenons 30^{cm^3} d'un concentré sirupeux qui est ajouté au milieu inactif. Cette méthode conduit à une concentration du bios et de la vitamine B1, avec élimination de la vitamine B2 :

Extrait (cm^3).......	0	5/100	1/10	3/10	5/10	1	2
Récolte (mgr.)......	6	96	110	120	174	190	176

Avec 5/100 de centimètre cube, nous nous trouvons déjà très en dessus de la limite inférieure d'action.

Nous constatons, d'autre part, que le facteur de croissance en cause, thermostable (115° pendant 15 minutes) est complètement adsorbé par le noir animal.

La teneur du foie en vitamine B1 étant connue, il nous semble logique de rapporter à cette dernière, au moins en partie, l'action intense des extraits de foie, de pancréas et peut-être des autres organes que nous n'avons pas étudiés en détail.

---

(1) B. T. Narayanan, *Biochem. Journ.*, 24, 1930, p. 16; B. T. Narayanan et J. C. Drummond, *Biochem. Journ.*, 24, 1930, p. 19.

Des recherches parallèles sont faites avec une tumeur (carcinome du sein, n° 5242, Institut pathologique, Berne). Le tissu frais, non traité, ajouté en quantité croissante au milieu, donne lieu à une activation nette (récolte : 38, 43, 63, 58, 64, 97, 117, 130^{ms}). Le même tissu est dégraissé par l'éther et épuisé par l'alcool; l'extrait alcoolique, fortement coloré en jaune, exerce une action auxogène nette, mais le développement se fait très lentement; avec les doses élevées de cet extrait, les thalles sont fortement colorés en jaune par suite d'une formation abondante de carotène.

On a déjà signalé des facteurs de croissance du groupe du bios, agissant sur la levure, dans les tissus animaux normaux [1] et pathologiques. Le bios ne semblant pas intervenir dans le métabolisme de *Phycomyces*, ce n'est pas à cette substance que l'on doit rapporter les effets observés avec nos extraits.

Conclusions. — Les tissus animaux normaux étudiés ici, ainsi que leurs extraits (foie) contiennent un facteur de croissance thermostable, hydro et alcoosoluble, adsorbable par le noir animal; l'action auxogène qu'il exerce peut être partiellement expliquée en admettant qu'il s'agit de la vitamine B 1 présente dans ces tissus. Une tumeur et son extrait alcoolique produisent, quoique beaucoup plus lentement, un effet analogue.

MICROCHIMIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles recherches sur la présence d'enclaves stériniques dans les feuilles et les fleurs de Lis.* Note posthume de M. **Marcel Mirande**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

J'ai signalé [2] la présence dans les cellules épidermiques du bulbe de *Lilium candidum* de stérine (liliostérine) sous deux formes différentes : l'une localisée dans des corps que j'ai désignés sous le nom de *stérinoplastes;* l'autre à l'état de blocs concrétionnés remplissant parfois la cellule et obtenus seulement sous l'action de la dessiccation ou du gel. Dans d'autres espèces de Lis, je n'ai pu retrouver que cette seconde forme de stérine.

L'étude des organes végétatifs et de la fleur de *Lilium candidum* m'a permis depuis de déceler la présence de blocs concrétionnés de stérine dans les cellules épidermiques des feuilles, préfeuilles et bractées de la hampe florale, ainsi que dans celles des diverses pièces florales. Dans les bractées

---

(1) C. Dittmar, *Biochem. Zeitschr.*, 279, 1935, p. 99.

(2) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 327, 596, 769; 179, 1924, p. 638, 986; et 180, 1925, p. 1768.

et préfeuilles, la stérine est représentée le plus souvent par un seul bloc par cellule, de tailles diverses, constitué par un amas mamelonné, en grappe de raisins. Dans les fleurs en bouton, des enclaves de stérine s'observent tout à fait au sommet de l'épiderme des sépales, dans la zone papilleuse et à une certaine distance de celle-ci, ainsi que dans celui de la région du capuchon glanduleux des pétales. Ces enclaves se présentent sous forme de blocs d'aspect spongieux, peu réfringents ou de boules séparées, nombreuses, d'aspect huileux, ressemblant plus à des vacuoles qu'à des concrétions; elles peuvent même revêtir la forme de véritables vacuoles de toute taille ou parfois de concrétions. Les blocs spongieux se colorent en violet par le bleu d'indophénol naissant en prenant un aspect granuleux. Elles disparaissent par un traitement par la glycérine chauffée jusqu'à l'ébullition, en laissant à leur place des vacuoles dont le contour apparaît très distinctement par le réactif iodo-ioduré. Les blocs homogènes se teignent en violet par le bleu de crésyl et en jaune par l'iodo-iodure de potassium. Si l'on traite par l'alcool une préparation colorée par le bleu de crésyl, la stérine se dissout en laissant à sa place un squelette colorable par l'iode. Les enclaves prennent avec le réactif d'Axenfeld une teinte rouge, et, si l'on fait passer de l'alcool dans la préparation, la stérine se dissout et il ne subsiste plus que la membrane plasmique (manteau) qui les entoure et qui reste rouge.

Dans l'épiderme de l'étamine, la stérine est localisée dans les deux faces, à la base de la région papilleuse, sous forme de sphérocristaux, au nombre de 1 par cellule, et qui présentent parfois une striation radiaire. Entre nicols croisés, ces sphérocristaux montrent une belle croix noire, la croix blanche offrant des stries concentriques rougeâtres. Ils ont une biréfringence négative. Ces sphérocristaux se colorent fortemennt par le bleu de crésyl et donnent d'une manière très nette la réaction des stérines par l'acide sulfurique et l'anhydride acétique après desséchement des préparations. Dans les écailles sèches, d'autres sphérocristaux et de petites boules en forme d'anneaux et de biréfringence positive apparaissent en grand nombre.

Des inclusions stériniques ont été retrouvées dans *Lilium tigrinum*, dans toute l'étendue de l'épiderme inférieur des sépales, dans l'épiderme des deux faces de l'étamine et dans celui du style, surtout au voisinage du stigmate. Ces inclusions se présentent sous forme de gros corps qui sous nicols croisés donnent la croix noire avec une teinte rouge et montrent une biréfringence positive. Ces corps, très semblables à ceux que j'ai décrits dans le *Lis Martagon*, présentent comme ces derniers une structure fibril-

laire sous la simple action de l'eau. Ils diffèrent cependant de ceux du *Lis Martagon* par le fait que cette structure fibrillaire disparaît lorsqu'on chauffe la préparation. Ces inclusions se colorent en brun foncé par l'iodo-iodure de potassium et si l'on ajoute de l'acide sulfurique, ils diffluent, se transforment en masses rouges sang et peu à peu se résolvent en grains rouges très serrés.

J'ai rencontré enfin des blocs de stérine dans l'épiderme dorsal de la région papilleuse des sépales de *Lilium excelsum* (*testaceum isabellinum*). Ceux-ci ont un aspect semblable à ceux de *L. candidum*. Ils se présentent sous forme de masses irrégulières, nébuloïdes, d'aspect spongieux, généralement très gros et au nombre de un par cellule. Ils se dissolvent rapidement dans l'alcool, lentement dans la glycérine étendue d'eau, en laissant un manteau très net. Dans l'étamine de la même plante, on trouve, dans chaque cellule épidermique, un amas de stérine à biréfringence positive qui se colore en jaune par l'iodo-iodure de potassium et qui, si l'on ajoute de l'acide sulfurique, prend une teinte rouge intense et se résout en petits grains rouges.

Dans les pétales de *Lilium Hansoni*, j'ai trouvé, surtout au voisinage de la pointe papilleuse, de gros corps réfringents, au nombre de 1 à plusieurs par cellule qui ressemblent à des stérinoplantes, mais ceux-ci ne sont pas modifiés par l'ébullition et se colorent par le soudan en solution dans l'alcool; ils ne peuvent donc être considérés comme formés de stérine.

Je n'ai trouvé d'autre part aucune stérine dans *L. Thunbergianum alutaceum*, *L. Thunbergianum biligulatum* et *L. superbum*.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Saxifragacées. Développement de l'embryon chez le* Saxifraga granulata *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

On pourra s'assurer, en consultant le Mémoire que Johan Mauritzon [1] a consacré aux Saxifragacées, que la marche de la segmentation n'a été rigoureusement suivie dans aucune des espèces de cette famille. J'ai pu trouver, dans le *Saxifraga granulata* L., un exemple particulière ment favorable, qui m'a permis de procéder à des observations très

---

[1] *Studien über die Embryologie der Familian Crassulaceae und Saxifragaceae.* Lund, 1933.

complètes, ne laissant subsister ni doutes ni lacunes dans les processus du développement embryonnaire chez cette plante.

La cellule, *ca*, du proembryon bicellulaire (*fig.* 1) donne deux cellules superposées, *cc* et *cd* (*fig.* 2 et 3). La première engendre l'embryon proprement dit, conformément

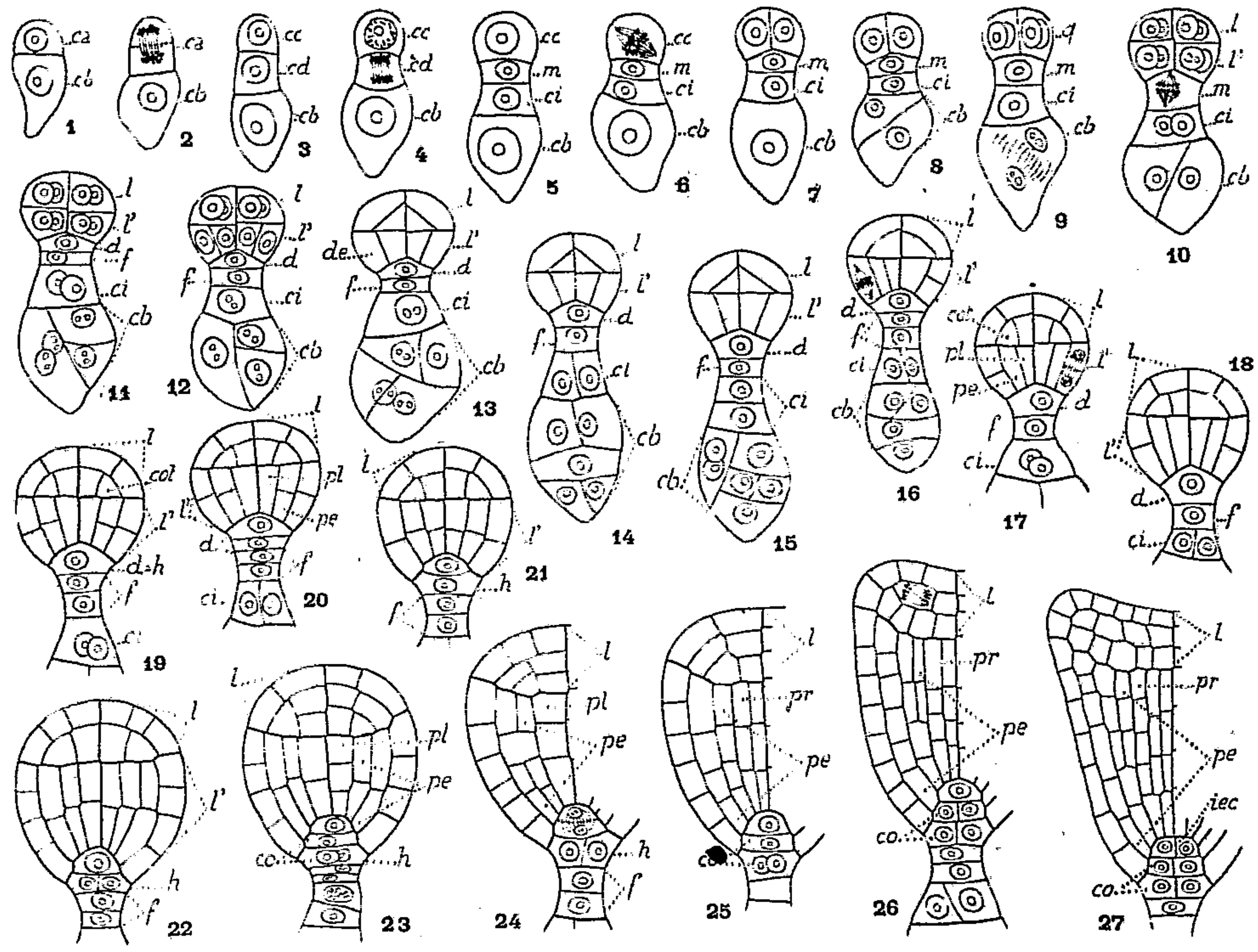


Fig. 1 à 27. — *Saxifraga granulata* L. — Les principales étapes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc*, cellule fille supérieure de *ca*, donnant l'embryon proprement dit; *cd*, cellule fille inférieure de *ca*; *ci*, cellule fille inférieure de *cd*, donnant la portion moyenne du suspenseur; *m*, cellule fille supérieure de *cd*; *f*, cellule fille inférieure de *m*, donnant la portion supérieure du suspenseur; *d*, cellule fille supérieure de *m* ou hypophyse; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou partie hypocotylée; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *pr*, péricycle; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *co*, primordium de la coiffe. G. : 320.

aux règles qui ont été souvent décrites au sujet des Crucifères. Comme dans cette famille, il se différencie deux assises sous-épidermiques très nettes aux dépens des octants supérieurs (*l*, *fig.* 22 à 27). La cellule, *cd* (*fig.* 3), se partage, par une paroi horizontale, en deux éléments encore superposés, *m* et *ci* (*fig.* 4 à 9). L'élément *ci*, en règle très générale, se divise verticalement en deux cellules juxtaposées et produit la portion *moyenne* du suspenseur (*fig.* 10, 11, 14, 16, 17, 18). L'élément *m* se cloisonne toujours horizontalement (*fig.* 10 à 15) : sa cellule-fille inférieure, *f*, qui peut prendre encore une ou deux cloisons horizontales (*fig.* 16, 22, 23), produit la portion

supérieure, la plus rétrécie, du suspenseur; sa cellule-fille supérieure, *d*, se convertit directement en cellule hypophysaire (*fig.* 19, 21). Quelquefois cependant, c'est aux dépens d'une nouvelle cellule, engendrée par division transversale de *d*, que se différencie l'hypophyse. Cette différenciation est assez tardive; elle n'a lieu le plus souvent qu'après formation des premières parois transversales dans les trois histogènes de l'hypocotyle (*fig.* 21). Il est à noter que l'initiale primordiale des quatre initiales définitives de l'écorce de la racine ne se trouve individualisée, dans l'hypophyse, qu'au terme de la 2e division transversale; la cloison déterminant cette division vient s'appuyer sur les parois latérales limitant inférieurement les premiers éléments de périblème (*fig.* 24 à 27).

La cellule, *cb*, du proembryon bicellulaire produit assez tard un massif globuleux composé d'un petit nombre de macromères (*fig.* 8 à 16). Cette portion *inférieure*, renflée, du suspenseur est résorbée par l'albumen, au terme de la vie proembryonnaire.

Si l'on fait abstraction de la cellule basale et des quelques éléments qu'elle produit, on peut finalement conclure de ces observations que les lois du développement sont fondamentalement identiques, chez le *S. granulata*, à celles qui ont été établies au sujet du *Sedum acre* (1). Les différences d'ordre secondaire que l'on peut signaler résident : 1° dans la construction de deux assises sous-épidermiques dans la zone circumaxiale de la partie cotylée, chez le *S. granulata*; 2° dans le mode de construction du tissu hypophysaire; 3° dans la formation de macromères aux dépens de la cellule basale.

ZOOLOGIE. — *L'hybridation chez les Anoures de Canton* (*Chine*). Note de M. Tchou Su, présentée par M. Charles Gravier.

Sous le climat chaud et humide de la Chine méridionale, les formes d'Anoures sont nombreuses, et leur période de reproduction est exceptionnellement longue. Au cours de trois années consécutives passées à l'Université de Canton (1933 à 1935), d'abondants matériaux recueillis journellement dans les rizières et les mares, de mars à juin, nous ont permis d'étendre à 11 espèces nouvelles nos expériences d'hybridation sur les formes françaises (1931) (2). Ces 11 espèces sont les suivantes : *Microhyla ornata*, *M. pulchra*, *Calophrynus pleurostigma*, *Kaloula pulchra*, *Rana tigrina*, *R. limnocharis*, *R. lateralis*, *R. taipehensis*, *Oxyglossus lima*, *Bufo melanostictus*, *Rhacophorus leucomystax*.

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 521; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 74, 1927, p. 234.

(2) Tchou Su, *Arch. d'Anat. microsc.*, 27, 1931, p. 1-105.

Sur 35 de nos croisements, les œufs sont monospermes et engagent un développement d'apparence normale. Mais dans 16 cas seulement, nous obtenons des larves nageantes et seuls les œufs de *Microhyla ornata* fournissent des individus hybrides franchissant la métamorphose (*Microhyla ornata* ♀ × *Microhyla pulchra* ♂, *M. ornata* ♀ × *Calophrynus pleurostigma* ♂) : nous reviendrons sur ces individus viables. Quatre autres types de cultures hybrides se désagrègent au stade neurulaire. Cinq autres périclitent au stade gastrulaire, dans les dix dernières c'est le bloquage classique sur des stéréoblastulas.

Ces diverses opérations seront décrites en détail comme rentrant dans le cadre du *faux-hybridisme*.

Nous les détachons ici de divers essais où tout se réduisait à une polyspermie massive, ou bien à l'activation par simple contact des spermies : ajoutons les imprégnations dans lesquelles n'apparassait aucune réaction.

Sur une plus grande échelle, et avec les variantes intéressantes, cette étude prouvera la généralité des résultats antérieurement acquis.

Mais nous voulons relever certains faits qui ont une portée générale.

1° Le premier vise la *puissance de pénétration des spermies* en rapport, selon *Pflüger*, avec le degré de perméabilité des enveloppes de l'œuf. Si, dans tel cas particulier comme celui du Pelodyte, nous n'avons pu écarter certaines complications *spécifiques*, la conception garde *grosso modo* sa valeur, même pour l'ensemble imposant des opérations actuelles. La spermie de *Rhacophore* prend ici la place privilégiée que tenait celle de *Peloleate* chez les Anoures européens. Elle pénètre facilement les œufs de *toutes* nos formes chinoises; et, avec l'éventualité sporadique d'une polyspermie intense, déclenche *partout* un faux-hybridisme qui comporte une certaine proportion de larves. Et la remarque trouve sa réciproque sur les œufs du même type, *qui n'acceptent le sperme d'aucune autre espèce*.

L'œuf de *Bufo melanostictus* offre une résistance *presque* égale : il n'accepte d'autre sperme étranger que celui de *Rhacophore*, qui pousse sans développement jusqu'au têtard. Quant aux spermies de ce *Bufo*, elles sont efficaces sur toutes les espèces sauf deux (*Calophrynus* et *Rana lateralis*) : mais elles ne provoquent sur l'œuf de *Rhacophore* que l'activation par contact. A ces deux formes, s'oppose nettement *Rana limnocharis* : minimum d'activité spermatique, maximum de pénétrabilité des œufs, dont nous tirons des faux hybrides avec n'importe quel sperme étranger.

2° Un autre fait à signaler, c'est le clivage très spécial des œufs de *Rana tigrina*. Le tableau est ici le même que chez certains Urodèles où la

charge vitelline est considérable. Les quatre premiers plans de clivage sont verticaux, l'orientation latitudinale n'apparaissant qu'au cinquième. Il est intéressant de retrouver chez un Anoure ce type particulier qu'on a qualifié de *ganoide*. Notons que, dans les croisements, les œufs en question conservent ce mode de division, et que les spermies de *R. tigrina* ne le transmettent pas aux œufs d'une autre espèce. Nous savions, par d'autres exemples, que l'organisation de l'œuf commande son clivage; mais la preuve n'en est donnée dans chaque cas particulier que par le contrôle de l'hybridation. Signalons encore que les mitoses embryonnaires sont nanties de centrioles très précis, ce qui est très exceptionnel chez les Anoures.

3° La gastrula n'est pas le seul stade critique auquel se heurte le développement des faux hybrides; nous avons vu, dans plusieurs croisements (avec *Microhyla pulchra* ♀ entre autres) des stéréoneurulas dilatés qui se pulvérisaient par milliers en quelques heures.

4° Enfin, tous les *faux hybrides diploïdes* que nous avons obtenus proviennent des œufs de *Microhyla ornata*, matériel *minuscule et très altérable*. Dans une seule opération portant sur 200 œufs (la fécondation était faite au sperme de *Calophrynus*), 9 têtards sur 60 ont franchi la métamorphose et ont été reconnus diploïdes. La condition de *surmaturité* doit être ici très fréquente : dans l'expérience en question, la femelle était capturée depuis 24 heures et son stock frôlait la limite de résistance. L'abondance relative des individus diploïdes issus de ce matériel fragile devient intelligible si l'on se reporte aux œufs surmatures d'*Hyla arborea* où nous constations dans les deux tiers des cas la *rétention du second globule polaire* (1). La fusion secondaire des noyaux de la deuxième mitose maturatrice explique donc facilement, chez *Microhyla ornata*, une proportion notable de *faux hybrides viables*.

ZOOLOGIE. — *Sur le cycle évolutif d'un* Maritrema (*Trématodes*). Note de M. **Pierre Carrère**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans les gîtes d'eau saumâtre du delta du Rhône (Camargue orientale), j'ai eu l'occasion de suivre le cycle évolutif d'un Trématode, espèce nouvelle appartenant au genre *Maritrema* Nicoll, 1907, et de le reproduire expérimentalement.

---

(1) E. Bataillon et Tchou Su, *Ann. des Sc. nat. Zool.*, 10e-série, 17, 1934, p. 9-34.

Voici la description très résumée du parasite. Les dimensions sont de 630µ à 805µ sur 280µ à 380µ. La ventouse orale, subterminale, mesure 44µ à 58µ; la ventrale 60µ à 72µ. Le prépharynx varie de 40µ à 100µ; le pharynx arrondi a de 27µ à 40µ de diamètre, l'œsophage post-pharyngien, 95µ à 155µ. Les branches intestinales atteignent en arrière le bord antérieur ou même le milieu du testicule, et mesurent 210µ à 280µ. Les testicules, symétriques, sont arrondis, leur diamètre est de 110µ à 125µ. La poche du cirre, transversale, est au niveau du bord antérieur de la ventouse ventrale; elle mesure 117µ à 137µ de long, sur 32µ à 40µ de diamètre maximum. Le pore génital est à gauche et à proximité de la ventouse ventrale. L'ovaire est également transversal, il se trouve au niveau du bord postérieur de la ventouse ventrale et à sa droite. Il mesure 120µ à 160µ sur 57 à 70µ. Les vitellogènes décrivent la courbe fermée caractéristique des *Maritrema*; la partie antérieure transversale passe entre les testicules et l'ovaire, les côtés suivent parallèlement le bord du ver jusqu'au pore excréteur. L'utérus occupe principalement la partie postérieure du Trématode et forme autour des testicules deux circonvolutions caractéristiques. Les œufs mesurent 21µ à 22µ sur 11µ. La vésicule excrétice est en V.

Nous proposons pour cette espèce nouvelle le nom de *Maritrema rhodanicum*. Les formes les plus voisines se distinguent essentiellement de notre espèce par les caractères suivants :

Maritrema gratiosum Nicoll : rapport inverse des ventouses, pharynx allongé, poche de cirre plus étendue en arrière, ovaire trilobé et réduit.

Maritrema subdolum Jägerskiöld : dimensions plus petites, prépharynx plus court, pharynx plus allongé, surtout branches intestinales plus courtes, n'atteignant pas le niveau des testicules; ovaire et testicules beaucoup plus petits.

Maritrema sachalinicum Schumakowitsch : dimensions plus grandes, rapport inverse des ventouses, et des branches intestinales avec l'œsophage, poche de cirre courbée à 180°.

Les premières formes larvaires sont hébergées par les Mollusques : *Paludestrina acuta* (Drap.), et *Pseudammonicola similis* (Drap.). Les cercaires prennent naissance dans des sporocystes. Elles sont du type *armata*, pourvues d'une queue; leurs branches intestinales sont bien visibles, ainsi que les ventouses. Après leur mise en liberté, elles pénètrent chez divers Crustacés, dont *Gammarus locusta* L. Elles s'y enkystent et y mûrissent. Nous avons obtenu expérimentalement l'infestation d'un grand nombre de *Gammarus pulex* L., provenant d'un bassin privé où nous les prélevons indemnes depuis plusieurs années. Les Gammares s'infestent

par immersion dans les gîtes, mais pas au contact des cercaires dans l'eau douce au laboratoire. Nous n'avons pu jusqu'ici provoquer la progenèse, ni l'observer dans la nature. La métacercaire présente déjà les caractères de l'adulte avec les ébauches génitales (testicules, poche du cirre, ovaire, vitellogènes).

Nous avons obtenu expérimentalement la forme adulte chez des *Larus argentatus* var. *michahellesii* Bruch., recueillis à l'île de Riou dans leur nid et élevés au laboratoire; de même chez les Canards de nos élevages. L'infestation est intense chez le *Larus*, le Canard prend plus difficilement le parasite. La taille du Trématode est plus petite chez ce dernier hôte, l'infestation moins considérable, localisée à la partie terminale de l'intestin (généralisée chez le Lariforme), les parasites sont expulsés rapidement (ils persistent chez le Lariforme pendant au moins un mois). Le Chat et le Rat sont restés réfractaires.

ENTOMOLOGIE APPLIQUÉE. — *L'hexachloréthane dans la lutte contre les larves de moustiques.* Note de M. **Raoul-Michel May**, présentée par M. Maurice Caullery.

La lutte chimique contre les larves et nymphes des Moustiques a consisté, jusqu'ici, à les intoxiquer et à les suffoquer au moyen d'huiles diverses, qui agissent surtout par la voie du système respiratoire, à faire ingérer aux larves des substances toxiques, notamment le trioxyméthylène et des arsenicaux, enfin à dissoudre dans l'eau des substances telles que du sulfure de carbone, de l'iode, etc., qui ne sont pas supportées par les larves et nymphes et les détruisent. Chacune de ces méthodes a ses inconvénients.

Roubaud [1] a, le premier, étalé, sur la surface de l'eau contenant des larves de Moustiques, une poudre contenant un principe toxique, destiné à être ingéré (trioxyméthylène) et un véhicule inerte (farine ou craie en poudre).

Nous avons appliqué ce principe d'un véhicule inerte à une substance qui agit d'une tout autre façon, c'est-à-dire sous forme de gaz. L'hexachloréthane (C^2Cl^6) est un solide qui se sublime à la température ordinaire. Son action sous forme de gaz est très toxique sur les Moustiques adultes. Une dose de $0^g,025$ à $0^g,070$ par 10 litres d'air contenant des Moustiques adultes les tue en 1 heure 30 à 1 heure 45 minutes.

(1) E. Roubaud, *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 1521-1522.

Pour la lutte contre les larves et nymphes des diverses espèces de Moustiques nous avons adopté la méthode suivante : L'hexachloréthane est dissous dans un léger excès d'un solvant, en l'espèce du trichloréthylène. Puis nous ajoutons du talc sous forme de poudre très fine, nous mélangeons, et nous volatilisons le trichloréthylène par exposition à l'air, ou nous le récupérons par distillation sous pression réduite. Le mélange sec obtenu est broyé en poudre impalpable et tamisé. Comme proportions, nous nous sommes arrêté à deux tiers d'hexachloréthane et un tiers de talc. Ce choix a été déterminé par les résultats des expériences dans la nature. La poudre est étalée sur la surface d'eau contenant des larves et nymphes de Moustiques au moyen d'un soufflet ou d'une poudreuse.

Le gaz d'hexachloréthane, qui est sublimé, paraît pénétrer dans les larves aquatiques des moustiques, lorsqu'elles remontent en surface, par voie du système respiratoire, mais son action semble être paralysante et agir en dernier lieu sur le système nerveux.

Une simple couche du mélange hexachloréthane 2/3 – talc 1/3, sur l'eau, suffit pour détruire en quelques heures toutes les larves et la presque totalité des nymphes, même si l'eau en contient un nombre très considérable, ainsi que nous l'avons constaté dans des accumulations d'eau de pluie en Camargue.

Les avantages de cette méthode sur celles employées jusqu'à présent sont les suivants : elle ne souille pas l'eau et ne la rend pas impropre aux usages domestiques ou à l'arrosage des légumes. Elle ne détruit pas les organismes autres que les formes aquatiques des Moustiques qui se trouvent dans l'eau traitée. Le mélange pénètre bien dans les agglomérats d'herbes et d'algues. Comme il n'agit que pendant quelques heures, les femelles (de Moustiques) pondeuses ne sont pas écartées définitivement et incitées à rechercher des gîtes de ponte nouveaux, d'accès plus difficile. Le mélange n'est pas toxique pour l'Homme et les animaux supérieurs. Il détruit les larves et nymphes de toutes les espèces, *Culex*, *Anophèles*, *Aèdes*, *Stegomyia*, etc. Enfin c'est un procédé qui n'est pas très coûteux.

Le mélange hexachloréthane-talc est donc un produit qui réunit les avantages des huiles avec ceux des poudres larvicides. Il est applicable dans des conditions très variées, mais surtout dans les petites accumulations d'eau qui restent exposées en permanence à l'air, telles que les bassins d'arrosage, les tonneaux d'eau de pluie, etc. Comme les autres méthodes chimiques employées jusqu'ici, il faut en faire usage à intervalles réguliers pendant la saison de reproduction des Moustiques. Mais son innocuité permet de la mettre entre des mains peu expérimentées.

PROTISTOLOGIE. — *La nutrition de l'Euglénien* Astasia Chattoni. Note de MM. **André Lwoff** et **Hisatake Dusi**, présentée par M. Félix Mesnil.

Les *Astasia* sont des Eugléniens incolores ayant perdu le pouvoir de réaliser la synthèse de la cholorophylle et qui, comme les Euglènes dont elles dérivent, accumulent une substance de réserve glucidique voisine de l'amidon, le paramylon. Il pouvait être intéressant de posséder quelque précision sur leur nutrition carbonée. Les données sur cette question sont extrêmement réduites. F. Mainx (1928), qui a obtenu le premier la culture bactériologiquement pure d'une *Astasia A. ocellata*, admet que cette espèce peut couvrir ses besoins carbonés *seulement* aux dépens des acides aminés, *non aux dépens des acides gras*. Cette conclusion semble en contradiction avec les résultats de ses propres expériences tels qu'ils apparaissent dans le tableau, d'ailleurs difficile à interpréter, de la page 384 de son mémoire.

Or nos recherches sur la nutrition, d'une part des Leucophytes, d'autre part des Chlorophytes expérimentalement privés de chlorophylle ou de la fonction chlorophyllienne, nous ont amenés à considérer que les organismes qui, en l'absence des produits de la photosynthèse, font la synthèse de réserves glucidiques figurées (amidon ou paramylon), sont des organismes oxytrophes. Il fallait savoir si les faits signalés par Mainx constituaient une exception à la règle et dans quelle mesure cette exception était l'apanage des *Astasia*. Nous savions d'ores et déjà que l'acide acétique est assimilé par *Astasia Chattoni*. Dans le milieu suivant : PO^4KH^2, 0,25; SO^4Mg, 0,25; KCl, 0,25; Fe^2Cl^6, traces; peptone de soie Roche, 4; eau bidistillée, 1000; NaOH, q. s. pour $pH = 7,0$, la culture atteint une densité de 18 à 30 flagellés par millimètre cube. L'addition des acides suivants permet d'obtenir des cultures dont la densité dépasse 200 flagellés par millimètre cube : acides acétique, propionique, butyrique normal, valérianique normal, caproïque normal, pyruvique et lactique. L'acide propionique est le moins favorable; les acides burytique et caproïque normaux, les meilleurs : nous avons compté jusqu'à 685 flagellés par millimètre cube dans le milieu à l'acide butyrique, 596 dans celui à l'acide caproïque. L'acide isobutyrique provoque un léger enrichissement des cultures : 50 *Astasia* par millimètre cube. Si l'on remplace la soie hydrolysée par une peptone de viande (peptone 5C de Vaillant), on obtient, sans acétate de sodium, 40 flagellés par millimètre cube, avec acétate, 518 flagellés.

Le coefficient d'oxytrophie d'*Astasia Chattoni* est donc voisin de 13; *Astasia Chattoni* est bien oxytrophe, comme d'ailleurs aussi *A. ocellata* (*contra* Mainx) d'après des recherches encore inédites de Luigi Provasoli. On ne connaît donc pas encore de Leucophyte qui ne soit oxytrophe.

Rappelons que notre conception de l'oxytrophie, liée à la synthèse des réserves glucidiques figurées par le plaste en l'absence de photosynthèse, est actuellement fondée sur les exemples suivants : *Polytoma uvella* (E. G. Pringsheim, 1921; A. Lwoff, 1925-1932), *Chlamydomonas agloeformis* (A. et M. Lwoff, 1929), *Haematococcus pluvialis* (A. et M. Lwoff, 1929), *Euglena gracilis* (A. Lwoff et H. Dusi, 1929-1931; A. Lwoff, 1932; H. Dusi, 1933), *Chlamydomonas pseudagloe*, *monoica*, *dorsoventralis*, *subglobosa*, *pulchra* (Lucksh, 1932, qui n'a pas eu connaissance des résultats de A. et M. Lwoff 1929, sur *Chlam. agloeformis*), *Chlorogonium euchlorum* et *elongatum* (Loefer, 1934; Pringsheim, 1934-1935; A. Lwoff et H. Dusi, 1935), *Astasia Chattoni* (A. Lwoff et H. Dusi, 1934-1936), *Polytomella agilis* (Pringsheim, 1935; A. Lwoff, 1935), *Chilomonas paramæcium* (Loefer, 1934, A. Lwoff et Dusi, 1934), *Polytoma caudatum* (A. Lwoff et L. Provasoli, 1935), *Astasia ocellata* (L. Provasoli, inédit). Tous ces flagellés sont oxytrophes alors que les organismes dépourvus de plastes (Protozoaires, Bactéries, Levures) sont haplotrophes, ce qui nous a conduits à considérer l'acide acétique comme l'un des tout premiers produits de l'assimilation chlorophyllienne.

D'après la conception classique, la synthèse de l'amidon par les plantes vertes passe par les étapes suivantes :

$$CO^2 \rightarrow \text{aldéhyde formique} \rightarrow \text{glucose} \rightarrow \text{amidon},$$

et l'idée que l'amidon est synthétisé à partir du glucose a été adoptée par E. G. Pringheim (1921); celui-ci a montré cependant que le glucose est incapable de remplacer l'acide acétique pour la nutrition de *Polytoma uvella*, constatation que nous avons étendue à de nombreux flagellés oxytrophes. Or on devrait s'attendre à ce que les produits de l'assimilation photosynthétique du CO^2, et, d'une façon plus générale, les corps intermédiaires entre CO^2 et amidon, puissent suppléer au défaut de photosynthèse. C'est précisément le cas de l'acide acétique qui est jusqu'ici l'aliment ternaire le plus simple et le seul commun à tous les oxytrophes. Nous suggérons donc à nouveau, au moins à titre d'hypothèse de travail, le schéma suivant de l'amylogenèse par les organismes verts :

$$CO^2 \rightarrow \ldots \rightarrow \text{acide acétique} \rightarrow \ldots \rightarrow \text{amidon}.$$

Il faut toutefois noter que certains flagellés, surtout ceux à coefficient d'oxytrophie peu élevé, comme *Polytomella agilis*, peuvent réaliser la synthèse de l'amidon dans des milieux non additionnés d'acides gras. Certains oxytrophes semblent donc posséder, à un degré plus ou moins élevé, la possibilité d'utiliser les acides aminés comme aliments énergétiques, et leurs produits de désamination comme aliment carboné pour l'amylogenèse. Mais ce sont bien entendu les cas limites, c'est-à-dire les organismes à coefficient d'oxytrophie élevé, supérieur à 1000, qui se rapprochent de l'oxytrophie stricte théorique, qui doivent servir de base de discussion pour la conception que nous avons développée (1).

BACTÉRIOLOGIE. — *Procédé électrique pour la destruction de germes microbiens en suspension dans un gaz.* Note de MM. **Marcel Pauthenier** et **Henri Volkringer**, présentée par M. Georges Urbain.

On sait que de fines particules solides ou liquides en suspension dans un fluide peuvent être précipitées par un procédé électrique. Ce procédé consiste à charger lesdites particules et à les soumettre à l'action d'un champ continu intense.

Nous avons entrepris une série de recherches pour étudier l'action qu'exercent de tels dispositifs de précipitation électrique sur des germes en suspension dans un gaz. Le bacille utilisé fut le *B. prodigiosus* qui possède l'avantage d'être inoffensif pour l'homme et de donner naissance à des colonies rouges facilement discernables.

I. *Bacilles en suspension dans l'air.* — L'appareil de précipitation est constitué par un cylindre conducteur dans l'axe duquel se trouve un fil fin également conducteur. Le fil fin, électriquement isolé du cylindre, est réuni au pôle négatif d'une source continue haute tension, tandis que le cylindre et le pôle positif de la source sont réunis à la terre.

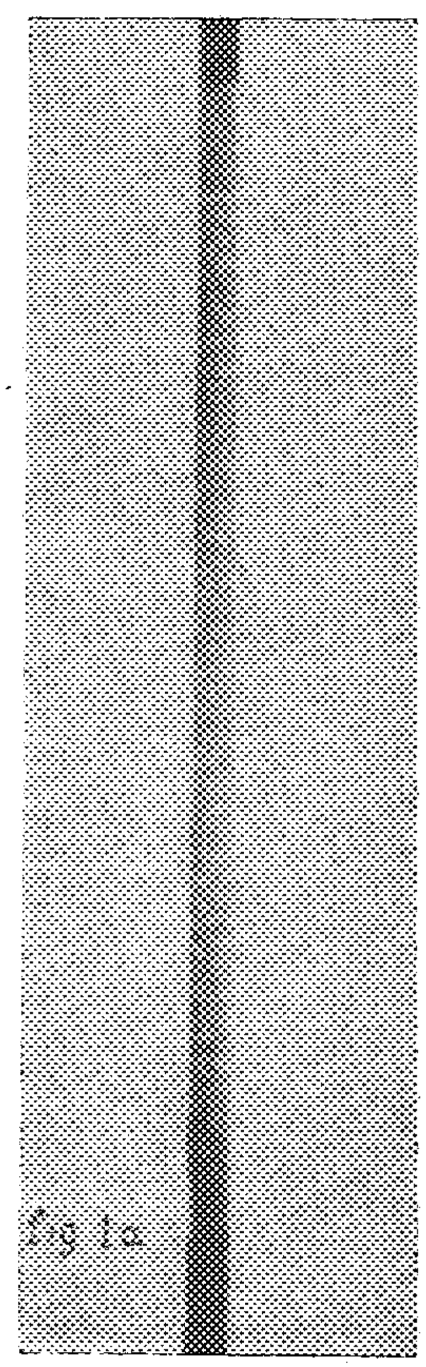
L'air, chargé de germes d'après le procédé indiqué par M. A. Trillat, traverse l'appareil et se trouve ensuite en contact avec de la gélose contenue dans des boîtes de Pétri que l'on place ultérieurement dans une étuve d'incubation.

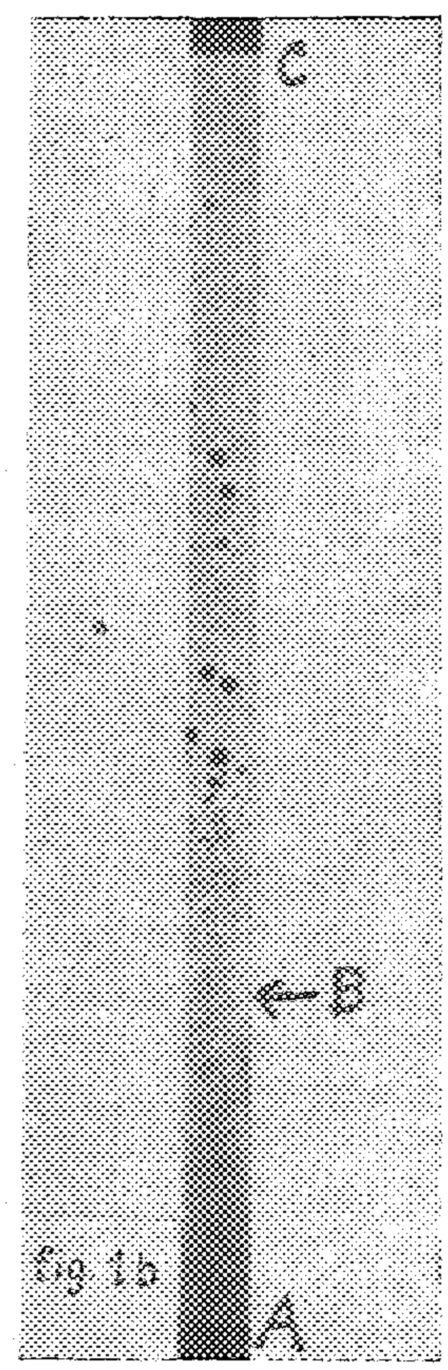
Les résultats sont les suivants : si aucune tension n'est appliquée entre le fil et le tube au moment où ce dernier est traversé par le courant gazeux,

(1) Bibliographie *in C. R. Société de Biologie*, 119, 1935, p. 87, 90, 93, 974 et 1260.

la gélose est abondamment recouverte de colonies microbiennes. Si au contraire la tension est de l'ordre de 3000 volts/cm on n'observe sur la gélose aucun développement microbien. Si la tension est inférieure à 3000 volts/cm les colonies sont rares, mais elles existent et elles deviennent de plus en plus nombreuses au fur et à mesure que la tension baisse.

II. *Bacilles en suspension dans l'azote.* — Afin de préciser l'influence que





peut avoir sur les résultats précédents, l'ozone qui prend n'aissance aux dépens de l'oxygène de l'air, nous avons repris les mêmes expériences en atmosphère d'azote.

Les résultats obtenus sont en tous points analogues à ceux observés avec l'air. Sans tension, on a de nombreuses colonies, on n'en observe aucune pour des tensions de l'ordre de 3000 volts/cm.

III. *Étude de la précipitation des germes à l'intérieur du filtre.* — La question qui peut alors se poser est la suivante : les germes sont-ils tués

lors de leur passage dans le filtre électrique ou sont-ils simplement précipités vivants sur la paroi du tube?

Pour préciser ce point, nous avons refait une série d'expériences en ayant au préalable glissé à l'intérieur du tube une lame de verre étroite et longue recouverte de gélose nutritive stérile.

En l'absence de toute tension, la surface de la lame révèle, après incubation, l'existence de nombreuses colonies microbiennes régulièrement espacées sur toute sa longueur (*fig.* 1 *a*). Pour des tensions de l'ordre de 3000 volts/cm, on obtient des résultats analogues à ceux que représente la figure 1 *b*. Les colonies microbiennes sont très nombreuses et se touchent dans la partie AB qui correspond à l'extrémité du tube par où arrive le gaz. Dans cette région l'ionisation est nulle car le support du fil axial se trouve vis-à-vis du point B et le fil s'étend parallèlement à la plaque dans la direction BC. En s'éloignant de B dans la direction BC les colonies sont de moins en moins nombreuses et cessent d'exister à partir d'une distance du point B égale à quelques centimètres. Sur un tube long de 30^{cm} les premiers centimètres sont donc seuls recouverts de colonies microbiennes. Nous avons constaté que les prélèvements faits sur les autres parties du tube restaient stériles.

Il paraît donc résulter de l'ensemble de nos essais que les germes ont été non seulement précipités, mais encore tués. On peut attribuer ces résultats soit à une forte ionisation suivie de décharge des ions, soit à l'existence même d'un champ électrique intense, soit à l'action de la lumière ultraviolette due à l'*effet couronne*.

Les expériences précitées ont été faites en utilisant le *B. prodigiosus*, mais il est à supposer que des résultats analogues seraient obtenus avec nombre d'autres espèces microbiennes.

MICROBIOLOGIE. — *Tuberculose osseuse et ostéo-articulaire expérimentale chez le Lapin*. Note de MM. Alfred Boquet et Roger Laporte, présentée par M. Félix Mesnil.

L'inoculation de faibles doses de bacilles bovins très virulents, typiques, récemment isolés, nous a permis d'obtenir chez le Lapin, pour la première fois et d'une façon très régulière, des localisations squelettiques et articulaires, qui reproduisent exactement le tableau anatomo-pathologique des multiples formes de la tuberculose osseuse et ostéo-articulaire de l'homme.

Le procédé qui nous a donné les résultats les plus démonstratifs consiste

à inoculer, dans la peau épilée du flanc ou de la base de l'oreille, $0^{cm^3},1$ d'une suspension en eau physiologique contenant de $0^{mg},00001$ à $0^{mg},0000001$ des bacilles précités, entretenus en culture dysgonique lisse sur des milieux à l'œuf.

Selon la quantité de germes ainsi introduite dans le derme, on observe, du 6ᵉ au 15ᵉ jour, l'apparition d'un nodule; celui-ci grossit peu à peu et s'ulcère pendant que les ganglions correspondants s'hypertrophient. Chez les Lapins infectés avec $0^{mg},00001$ de bacilles bovins, les premiers signes des localisations siégeant sur les os des membres ou les vertèbres apparaissent, au plus tôt, vers la fin du 3ᵉ mois. Ils se traduisent par des troubles de la démarche, des tuméfactions locales quand il s'agit d'ostéoarthrites et une vive sensibilité à la palpation. Ces symptômes augmentent graduellement d'intensité, l'impotence fonctionnelle devient complète et les animaux succombent entre le 4ᵉ et le 6ᵉ mois dans un état de cachexie très avancée.

De même que chez l'Homme, la tuberculose osseuse manifeste, chez le Lapin, une prédilection marquée pour le tissu spongieux des os plats et des épiphyses; néanmoins, nous avons noté 3 fois des lésions diaphysaires récentes (fémur, 1 cas; humérus, 2 cas).

Les localisations intéressaient le rachis (corps vertébraux, 4 cas; apophyses, 4 cas); les côtes (5 cas), le scapulum (5 cas), l'os coxal (2 cas), la rotule (1 cas), les épiphyses des os longs (extrémité inférieure du fémur, 2 cas; épiphyse radio-cubitale supérieure, 1 cas; épiphyses supérieure et inférieure de l'humérus, 3 cas); crâne (1 cas). Le plus souvent, la tuberculose du rachis comportait plusieurs foyers vertébraux chez les même animal.

Les altérations récentes sont constituées par des petits nodules miliaires enchassés dans le tissu osseux et très riches en bacilles de Koch; parfois bordées d'une zone d'hyperémie, elles se distinguent de l'os environnant par leur couleur blanc jaunâtre et leur opacité ivoirine.

En général, les foyers plus âgés se caractérisent par l'irrégularité de leurs dimensions; en devenant caséeux, ils font saillie sous le périoste décollé par un abcès (tuberculose du rachis). La caséification atteint un corps vertébral ou une épiphyse en totalité, par extension d'un foyer unique ou confluence de plusieurs nodules.

Les 3 cas de tuberculose des articulations que nous avons observés ont abouti à la formation d'un abcès froid intraarticulaire; les épiphyses correspondantes, dont l'atteinte semblait primitive, contenaient de nombreux foyers caséeux confluents.

La fistulisation des lésions du squelette et des articulations n'a pas été constatée.

Tous les animaux atteints de tuberculose osseuse ou articulaire ont présenté, à l'autopsie, des lésions importantes des poumons et des reins, sous la forme de nodules isolés. Par contre, le foie et la rate étaient indemnes à l'examen macroscopique.

L'étude de la dispersion des germes par l'ensemencement et l'inoculation des organes nous a montré que les premières décharges bacillaires dans la circulation sanguine se produisent entre le 18e et le 25e jour après l'inoculation intradermique d'une dose de $0^{mg},00001$. La moelle osseuse se trouve alors contaminée et, dans la suite, cette contamination s'étend en quelques points au tissu spongieux avoisinant. Cependant la présence, chez le même animal, de plusieurs lésions d'âges différents, témoigne que l'atteinte du tissu osseux peut s'effectuer par poussées successives. Nous devons signaler aussi que, dans certains cas, les altérations se limitent à quelques foyers d'ostéite, qui paraissent s'installer au cours des dernières semaines de la maladie.

En résumé, nos expériences apportent la preuve que, chez le Lapin, la tuberculose due à des bacilles bovins très pathogènes s'étend presque constamment de la peau, siège de l'inoculation, au squelette et, souvent, aux articulations. L'infection osseuse, consécutive à la contamination de la moelle par le sang bacillifère, s'opère d'une manière assez désordonnée, en ce sens que les lésions affectent les segments les plus divers, avec une certaine prédilection, toutefois, pour les os spongieux et pour les épiphyses.

La tuberculose osseuse apparaît ainsi comme la conséquence directe, accidentelle et plus ou moins tardive, d'une primo-infection paucibacillaire très virulente. Il ne semble pas que le déterminisme de ses localisations exige l'intervention de facteurs externes tels que les traumatismes.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Nouveau type de maladies à polyèdres ou polyédries observé chez les Chenilles d'*Euxoa (Agrotis) segetum *Schiff.* Note de M. **André Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

Mes recherches sur la pathologie infectieuse des Chenilles d'*Euxoa segetum* ont abouti à la découverte d'un troisième type de maladie à ultra-virus appartenant au groupe des maladies dites à polyèdres ou polyédries; cette maladie diffère toutefois des autres polyédries par un certain nombre

de caractères anatomo-pathologiques et représente effectivement un nouveau type morbide.

Les Chenilles malades ressemblent à celles qui sont atteintes de pseudograsserie n° 2 (¹) par la teinte blanc mat de la paroi ventrale du corps. Le sang, relativement peu trouble, ne renferme que de rares corpuscules polyédriques qui échappent facilement à un examen microscopique sommaire alors que celui d'autres espèces de chenilles atteintes de polyédries (Ver à soie par exemple ou chenilles de *Vanessa urticæ*) a un aspect laiteux provoqué par l'abondance des corpuscules. A l'examen sur fond noir, on distingue facilement la présence de nombreux granules animés de mouvements browniens assez rapides; ces granules, plus volumineux que ceux qu'on rencontre dans le sang des Vers à soie atteints de grasserie, représentent les éléments parasitaires cause de la maladie; ils se multiplient exclusivement dans le noyau des cellules péritrachéales, hypodermiques et adipeuses. On n'observe pas la présence de boules hyalines remplies de granules semblables à celles que j'ai décrites dans le sang des Chenilles de *Vanessa urticæ* (²); cette absence est due au fait que les éléments parasitaires, contrairement à ce qu'on observe dans les autres polyédries, ne semblent pas se multiplier dans les cellules sanguines.

Les lésions cellulaires diffèrent sensiblement de celles que j'ai décrites en étudiant la polyédrie des Chenilles de *V. urticæ*. Sur frottis de sang coloré au Giemsa, un certain nombre de cellules sanguines, bien que ne paraissant pas parasitées, ont un noyau très hypertrophié dont la chromatine a perdu sa structure granulaire et tend à se laquer. Souvent on constate une sorte de concentration chromatinienne au centre du noyau, mais il ne se forme pas de corpuscules polyédriques intranucléaires. Par contre, on observe souvent, à l'intérieur du noyau ou même en dehors, un mince filament d'origine chromatinienne plus ou moins contourné sur lui-même. Ces différentes altérations nucléaires ne sont, semble-t-il, que la conséquence indirecte de l'infection ultramicrobienne.

Sur coupes colorées par l'hématoxyline ferrique après fixation au mélange de Helly par exemple, les noyaux des cellules en état d'infection (cellules hypodermiques, péritrachéales et adipeuses) sont très hypertrophiés; ils apparaissent remplis de corpuscules faiblement teintés, de forme généralement tétraédrique rappelant celle des corpuscules des

(¹) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1062.
(²) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 624.

Chenilles de *Lymantria dispar.* La chromatine résiduelle forme une masse plus ou moins volumineuse creusée le plus souvent de vacuoles. Après fixation par les méthodes mitochondriales et coloration suivant la méthode de Kull, la masse résiduelle apparaît colorée en bleu et semée de grains fuchsinopiles de grosseur variable; ces grains sont souvent placés à l'intérieur des vacuoles; on les observe également en dehors de la masse, entre les corpuscules; ils dérivent des nucléoles.

Les altérations qui se produisent au niveau de la couche cytoplasmique sont des plus curieuses et n'ont pas encore été observées chez les Insectes atteints de polyédrie. Qu'il s'agisse des cellules hypodermiques et trachéales ou des cellules adipeuses, d'innombrables canalicules se forment dans les éléments parasités et changent complètement l'aspect de la couche cytoplasmique. Ces canalicules sont plus ou moins sinueux; leurs bords restent souvent colorés par la fuchsine ou sont fortement teintés par le bleu de toluidine (méthode de Kull); leur signification reste énigmatique.

L'infection semble se propager surtout par le système trachéen. Ainsi en ouvrant la paroi du corps d'une chenille d'apparence normale, j'ai constaté que toutes les trachées présentaient les signes caractéristiques de la polyédrie (hypertrophie considérable de la couche péritrachéale); le système trachéen du tube digestif formait de véritables arborescences d'aspect givré, alors que le tissu adipeux paraissait normal. Au niveau de ce tissu, la propagation de cellule à cellule est lente; il n'est pas rare d'observer des cellules isolées déjà remplies de corpuscules polyédriques au milieu de cellules ne présentant aucun signe d'altération.

La morbidité actuelle de la polyédrie des Chenilles d'*E. segetum* est relativement faible. Je n'ai pu, jusqu'ici, reproduire expérimentalement la maladie. Celle-ci peut être associée à d'autres infections par exemple à la pseudo-grasserie n° 2 et à une mycose de nature encore indéterminée. Les lésions cellulaires et tissulaires ne semblent pas modifiées par la présence d'autres parasites.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 JANVIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** dépose sur le bureau deux volumes intitulés *Selecta*, Jubilé scientifique de M. JACQUES HADAMARD, et *Jubilé de* M. MARCEL BRILLOUIN.

GÉOLOGIE. — *Les sables granitiques, en relation avec les accidents tectoniques de l'Éocène et avec les limites des étages.* Note de M. **HENRI DOUVILLÉ**.

En 1872, j'ai présenté à l'Académie (¹) en collaboration avec Potier, une Note *Sur le terrain de sables granitiques et d'argile à silex;* d'après nos études dans la vallée de la Seine et sur le plateau au Sud, il nous avait paru que ce terrain ne faisait pas partie de la série sédimentaire et qu'il était d'origine éruptive, son arrivée au jour ayant été accompagnée de mouvements violents de l'écorce terrestre; l'éruption ou plutôt, disions-nous, l'injection de ces sables avait succédé immédiatement à l'émersion du Calcaire de Beauce.

Ces sables étaient toujours constitués par un sable quartzeux, cimenté par de l'argile kaolinique, c'est-à-dire par les éléments d'une roche granitique décomposée, ramenés de la profondeur. Cette association de deux éléments aussi différents ne pouvait être que très instable; aussi, dès que la masse était mise en suspension dans des eaux en mouvement, on constatait que les sables se séparaient de l'argile et se déposaient, tandis

(¹) *Comptes rendus*, 74, 1872, p. 1262.

que l'argile restait en suspension ou était entraînée; ce mélange ne pouvait donc représenter un dépôt normal.

Peu après, en 1875, Stan. Meunier [1], adoptant cette manière de voir, les considérait comme une *alluvion verticale*.

Malgré deux excursions, l'une de la Société géologique à Vernon, la seconde organisée par le général Jourdy à Rouen, cette hypothèse n'avait pas été admise par la plupart des géologues qui, avec Dollfus, considéraient ces sables comme représentant un alluvionnement général, en provenance du Plateau Central, tandis que l'argile résultait de la dissolution des calcaires par les agents atmosphériques. On méconnaissait ainsi l'association constante de ces deux éléments, qui ne permettait pas de leur attribuer une origine séparée.

En 1886, de Grossouvre, dans sa description du sidérolithique, et de Launay mettaient bien en évidence l'origine éruptive de ces sables; en 1887 Le Chatelier montrait que les argiles associées (argiles chimiques) étaient différentes des argiles sédimentaires; en 1906 Laville, G. Vogt et Lavezard les étudiaient aux points de vues géologique et chimique. J'avais eu l'occasion moi-même de faire de nouvelles observations (1873, 1875, 1910, 1914); aussi m'a-t-il paru utile de reprendre la question, et de l'étendre à l'ensemble des gisements connus de cette formation, en Normandie, dans le Berry, jusqu'au Plateau Central, et dans la vallée de la Dordogne jusqu'à Royan. On peut se rendre compte ainsi de l'importance de cette formation au point de vue économique, puisque c'est elle qui notamment nous fournit les argiles pures exploitées pour la fabrication de la porcelaine et des fayences fines.

Dans la vallée de la Seine, les sables granitiques sont toujours formés de grains quartzeux de toutes formes et de toutes grosseurs, cimentés par une argile kaolinique. Ils sont constamment accompagnés d'une dissolution intense des calcaires voisins, avec formation d'argile à silex ou d'argile à meulières; on les rencontre en poches dans ces calcaires, ou venant s'épancher à la surface du sol; ils peuvent même former alors, dans les dépressions, des dépôts plus ou moins stratifiés; sur certains points, des végétaux ont du reste été signalés dans ces dépôts d'épanchement.

Dans les argiles à meulières des environs de Paris, on retrouve les sables quartzeux caractéristiques. En Normandie, les argiles chimiques sont très développées dans les argiles à silex et exploitées en nombre de points

---

[1] *Comptes rendus*, 81, 1875, p. 400.

(Dreux, Breton-sur-Iton, Soligny-la-Trappe, etc.), toujours avec une proportion notable de sable quartzeux. Il faut leur rattacher comme dépôts d'épanchement, les argiles plastiques de Montereau avec des sables blancs à 33,33 pour 100 de grains de quartz; la formation est ici plus ancienne, du début de l'Éocène.

Dans le bassin de la Loire nous trouverons d'abord les sables et argiles de la Sologne, bien stratifiés; c'est le dépôt d'épanchement des sables granitiques parisiens.

Plus au Sud, c'est le terrain sidérolithique si bien décrit par de Grossouvre qui vient se rattacher aux sables granitiques ; il est essentiellement constitué par une argile kaolinique, occupant des poches irrégulières, souvent profondes, que les eaux thermales ont creusées dans les calcaires jurassiques ; elle est fréquemment imprégnée de silice, et transformée en argilolithe, passant même quelquefois à l'opale. De Launay, examinant ces dépôts en lames minces (Mehun, Buxières d'Aillac), pense qu'ils ont été formés par une arrivée de boues argileuses et siliceuses, apportant de la profondeur les éléments du granite décomposé. Certains de ces dépôts sont assez solides pour fournir des moellons, au Chatelet, à Vicq-Exemplet, comme à Journet, dans les propriétés de l'Académie, où ils ont été étudiés par A. Lacroix ; les grains de quartz y ont été brisés et broyés par les mouvements tectoniques qu'ils ont subis.

Les dépôts d'épanchement sont parfois très développés, dans la Brenne par exemple ; ils remontent à l'état de lambeaux sur le plateau central et dans la vallée de la Vienne ; à Limoges, c'est une masse d'opale verte, ancien dépôt d'une source siliceuse, peut-être l'une de celles qu'ont apporté la silice aux argiles du Berry.

A ces argiles sont associés les minerais de fer en grains, le fer ayant été de même apporté de la profondeur par des sources à l'état de bicarbonate, comme le pensait Brongniart.

Le sidérolithique est surmonté par des meulières à *Bithinia Duchasteli* et à spongiles, ou par des calcaires lacustres, prolongement du calcaire de Brie ; quand il reparaît au Nord, il a changé de nature; ce sont les formations gypseuses et le calcaire de Champigny, avec la faune à *Paleotherium*, début de l'Oligocène. Le gypse a du reste été signalé dans les argiles sidérolithiques, indiquant peut-être l'existence de sources sulfureuses venant s'ajouter aux sources siliceuses et ferrugineuses.

De Grossouvre indique le prolongement du sidérolithique vers le Sud sur les bords du Plateau Central. Il est particulièrement développé dans la

vallée de la Dordogne : c'est d'abord sur le terrain cristallophyllien une grande exploitation de kaolin à Jumilhac (12,74 pour 100 de sable quartzeux); à Excideuil, c'est dans les poches du calcaire jurassique, que j'ai pu encore visiter une exploitation de minerai de fer par puits profonds et par galeries, au milieu d'une masse de sables granitiques.

Plus à l'Ouest, nombreuses sont les exploitations d'argiles chimiques dans les poches des calcaires crétacés (Les Eyzies, Mussidan, etc.); près de Beaumont, c'est une argile blanche fine (24,90 pour 100 de sable quartzeux), tandis que sur le plateau, les sables argileux d'épanchement sont surmontés par le calcaire de Castillon, de l'âge du calcaire de Brie; ils sont ainsi le prolongement de la mollasse du Fronsadais, représentée par des argiles bariolées, dans les sondages du Bordelais. Les gypses y apparaissent avec la faune à *Paleotherium*, comme plus au Nord dans le Bassin parisien.

Sur la rive droite de la Gironde, les sables granitiques reparaissent près de Royan à la pointe de Vallières où ils remplissent une grande poche dans la craie; nous y retrouvons, comme dans le Berry, l'action des sources siliceuses : les fossiles, qui étaient calcaires dans la craie, sont silicifiés dans les argiles de décalcification; de même les couches de l'Éocène, entièrement calcaire à Saint-Palais comme à Blaye, sont entièrement transformées en silex au milieu de la masse des sables granitiques.

Dans la révision que nous venons de faire de tous les gisements de sables granitiques, à Royan et dans la vallée de la Dordogne jusque sur le Plateau Central, de même que dans le Berry, en Normandie et dans le Bassin de la Seine, partout ces sables ont la même composition et présentent la même association de sable quartzeux et d'argile kaolinique.

La facilité avec laquelle ces éléments se séparent lorsqu'ils sont en suspension dans l'eau, ainsi que la nature de l'argile chimique servant de ciment, montrent bien qu'il ne peut être question d'une alluvion. Ce sont bien les éléments du granite profond que nous retrouvons, et, comme nous le disions en 1872, leur remontée ne peut s'expliquer que par des mouvements violents de l'écorce terrestre. Ceux-ci ont en même temps donné naissance à ces nombreuses sources thermales que nous venons de signaler autour du Plateau Central, siliceuses, ferrugineuses, peut-être sulfureuses, pendant le sidérolithique, c'est-à-dire au début de l'Oligocène.

C'est précisément à cette époque que se sont formées les grandes chaînes de montagne, Alpes et Pyrénées. Les plissements et les chevauchements des couches ont rompu l'équilibre toujours instable de l'écorce terrestre. Sa surface s'en est trouvée déformée, en dehors des zones plissées à l'Ouest

et a dû se réajuster, d'où formation de craquelures, de brisures, c'est-à-dire de failles, qui à l'échelle des mouvements alpins devaient être très considérables. On conçoit qu'elles aient atteint la couche granitique ou gneissique profonde; les eaux de la surface sont arrivées à leur contact, d'où formation des sources thermales.

Mais en même temps sous le poids des blocs disloqués de l'écorce, les éléments des roches granitiques décomposées ont été refoulés jusqu'à la surface. C'est ainsi qu'on peut s'expliquer la formation des sables granitiques et de leurs épanchements.

Ces mouvements tectoniques ont eu leur maximum avec le sidérolithique et la mollasse du Fronsadais, au début de l'Oligocène; mais des mouvements préparatoires sont marqués au début de l'Éocène par les argiles à silex et l'argile plastique de Montereau. Enfin un troisième mouvement au début du Miocène correspond aux sables granitiques de la vallée de la Seine, aux argiles meulières et aux sables de la Sologne.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Teneurs comparatives en soufre et en azote de plantes cultivées sur le même sol.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Lazare Silberstein**.

Parmi les éléments biogénétiques utilisés d'ordinaire comme engrais, l'azote est le plus onéreux; il est aussi celui qui favorise le développement des plantes de la manière la plus assurée. Aussi présente-t-il une importance particulière au point de vue agricole.

Mais l'azote n'est pas le seul élément qui rentre dans la construction de la matière végétale. Les plantes sont formées, comme tous les êtres vivants, par l'union, sous des formes diverses, d'un nombre élevé de métalloïdes et de métaux et il existe une telle dépendance physiologique entre ces éléments que l'insuffisance d'un seul doit être considérée comme une cause d'arrêt de la croissance. C'est ce que Liebig avait déjà fait observer à une époque où nos connaissances de la composition chimique des plantes étaient beaucoup moins avancées qu'aujourd'hui (1). Nous-mêmes avons fourni la preuve expérimentale qu'un abaissement de la proportion de soufre assimilable contenue dans la terre arable entrave d'une manière très importante

(1) *Die Grundsätze der Agricultur-Chemie*, Brunswick, 1855.

l'action des autres facteurs de production de la matière végétale et, notamment, de l'azote ([1]).

Pour toutes ces raisons, nous n'avons pas manqué, dans les recherches que nous poursuivons sur la composition élémentaire comparative des plantes cultivées, de déterminer dans quelle mesure des espèces végétales différentes, cultivées sur un même sol, se partagent l'azote de ce milieu nutritif et l'incorporent à leurs tissus.

Les déterminations quantitatives que nous présentons ici ont porté sur les plantes déjà examinées quant au soufre et au phosphore ([2]). L'azote a été dosé, d'après la méthode de Kjeldahl, sur $0^g,5$ de plantes sèches, en utilisant pour l'attaque le mélange suivant :

Acide sulfurique concentré	20^{cm^3}
Sulfate de cuivre cristallisé	$0^g,25$
Sulfate de potassium	5^g

et en prolongeant le chauffage à l'ébullition une demi-heure dans un premier essai, une heure dans un deuxième à partir de la décoloration du liquide. Comme les différences entre les deux essais ont été peu importantes, nous avons pris la moyenne comme expression de la valeur cherchée.

Le tableau A résume les résultats obtenus. Les teneurs en azote, rapportées à la matière sèche, y sont rangées par ordre croissant. Le tableau B donne, rangés aussi dans l'ordre croissant, les rapports entre les teneurs en soufre, publiées antérieurement ([3]), et les teneurs en azote.

Il est remarquable que les teneurs en azote restent comprises entre 2,04 et 5,32 pour 100 du poids de la matière sèche quand on passe d'une extrémité à l'autre de cette série, assez nombreuse et assez variée déjà, d'espèces végétales. C'est une variation de 1 à 2,6 seulement, plus petite que celles relevées dans la même série de plantes pour le phosphore (de 1 à 3,5) et surtout pour le soufre (de 1 à 12,9).

([1]) GAB. BERTRAND et L. SILBERSTEIN, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 1349.

([2]) GAB. BERTRAND et L. SILBERSTEIN, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1449.

([3]) Ainsi que les noms spécifiques en latin et les teneurs en matières sèches (seconde Note citée).

TABLEAU A.

Noms des plantes	N °/₀ de mat. sèche.	Noms des plantes.	N °/₀ de mat. sèche.	Noms des plantes.	N °/₀. de mat sèche.
Maïs	2,044	Euphorbe rév.-mat.	3,528	Poireau	4,508
Blé	2,170	Trèfle violet	3,584	Ortie brûlante	4,640
Cerfeuil	2,212	Pavot	3,612	Betterave	4,774
Orge	2,240	Chicorée	3,738	Mâche	4,844
Plantain long	2,310	Trèfle blanc	3,843	Pois chiche	4,886
Moutarde noire	2,702	Tabac rustique	3,850	Radis	4,998
Seigle	2,800	Chou	3,878	Épinard	5,096
Carotte	2,954	Sainfoin	3,948	Pois	5,110
Haricot d'Espagne	3,010	Pissenlit	4,200	Moutarde blanche	5,145
Trèfle incarnat	3,080	Lentille	4,340	Navet	5,152
Morelle noire	3,500	Soja	4,438	Lupin jaune	5,320

TABLEAU B.

Noms des plantes.	Rapport S/N.	Noms des plantes.	Rapport S/N.	Noms des plantes.	Rapport S/N.
Soja	0,052	Seigle	0,092	Lupin jaune	0,157
Pois	0,056	Euphorbe rév.-mat.	0,095	Pavot	0,183
Trèfle violet	0,057	Trèfle incarnat	0,102	Poireau	0,194
Épinard	0,060	Mâche	0,105	Carotte	0,213
Sainfoin	0,060	Betterave	0,112	Radis	0,235
Pois chiche	0,062	Blé	0,120	Tabac rustique	0,247
Maïs	0,073	Orge	0,127	Moutarde blanche	0,255
Trèfle blanc	0,082	Ortie brûlante	0,134	Plantain long	0,270
Haricot d'Espagne	0,085	Cerfeuil	0,137	Navet	0,290
Lentille	0,086	Morelle noire	0,155	Chicorée	0,291
Pissenlit	0,088	Moutarde noire	0,156	Chou	0,495

L'azote occupe, au point de vue quantitatif, la quatrième place dans la composition des plantes [1], il vient aussitôt après l'oxygène, le carbone et l'hydrogène et il est, comme eux, presque entièrement engagé dans les matériaux de construction des tissus. Son rôle est essentiellement plastique.

Quant au soufre, il est bien lié pour une partie aux métalloïdes précédents dans les substances protéidiques, mais, sous forme de cystéine, de glutathion, d'autres molécules encore, il intervient aussi au titre de catalyseur dans les réactions cellulaires; on peut donc dire qu'il participe, d'une manière directe ou indirecte, à la synthèse de la matière végétale et, en conséquence, à l'assimilation de l'azote.

[1] GAB. BERTRAND et V. GHITESCU, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1269.

Le tableau B montre que le rapport des deux métalloïdes varie d'une manière importante avec les espèces végétales et donne une première idée des proportions d'engrais sulfatés qu'il y a lieu de mettre à la disposition des plantes cultivées pour assurer au mieux leur enrichissement en azote et la formation de leurs tissus.

GÉOLOGIE — *Le sondage d'Incarville, près de Louviers (Eure).* Note (¹) de MM. **Alexandre Bigot** et **Raoul Fortin**.

Nous avons fait connaître, en 1933, la succession des couches jurassiques traversées, à partir de 302ᵐ, par le sondage d'Incarville (²).

Jusqu'à cette profondeur, le sondage a été exécuté au trépan. Les échantillons recueillis sont très broyés, réduits à l'état de boue, et ne donnent sur les niveaux qui ont été traversés que des renseignements inutilisables.

Les graviers d'alluvion, avec silex roulés, reposent à la profondeur de 7^m (cote +11), sur la craie blanche. Celle-ci a été traversée jusqu'à la profondeur de 71^m.

Le Sénonien inférieur affleure sur la rive gauche de l'Eure au-dessus d'Incarville et le Turonien au Sud de Louviers. Il est impossible de déterminer si la craie du sondage appartient en totalité au Turonien qui a dans la région de Rouen une puissance de 95^m.

A partir de 71^m apparaît la glauconie, absente dans les échantillons des couches supérieures et qui devient de plus en plus abondante jusqu'à la profondeur de $97^m,40$. Nous fixons le sommet du Cénomanien avec l'apparition de cette glauconie (profondeur 71^m, cote —53).

Entre $97^m,40$ et $192^m,50$, sur une épaisseur de $95^m,10$, les échantillons recueillis sont inutilisables. Mais, entre $192^m,50$ et 295^m, on trouve des argiles grises, des graviers, des sables fins, des sables argileux gris. La glauconie est plus ou moins abondante. Cette série appartient à l'Infra-Crétacé, représenté au Havre par des sables fins et des sables ferrugineux, dont les couches du sommet contiennent *Exogyra aquila* et *Acanthoceras Milleti*.

On a rencontré deux niveaux aquifères, le premier à la profondeur de 180^m environ, c'est-à-dire au-dessus du complexe d'argiles grises et sables qu'on a reconnus à partir de $192^m,50$. Il s'agit vraisemblablement de la nappe de

(¹) Séance du 23 décembre 1935.

(²) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1078-1081.

la base du Cénomanien. La seconde nappe, à la profondeur de 500^m, a son gîte dans les sables de Glos. Au début du pompage, l'eau provenant de ce niveau inférieur renfermait une grande quantité de sable jaune, fin.

Les deux nappes sont en charge. La surface piézométrique de la nappe supérieure (180^m) s'établit à 12^m au-dessus de la surface du sol (cote + 30). Les deux nappes réunies ont une pression de 7^{kg},250 à la surface du sol. Le débit des deux nappes réunies a varié entre 250$^{m^3}$ à l'heure (18 avril 1932) et 270$^{m^3}$ (4 mai 1932). Le 24 mai, la température de l'eau de la nappe inférieure était de 29°,5, celle de l'eau des deux nappes réunies de 28°,5.

La comparaison des épaisseurs des formations jurassiques dans les affleurements du Calvados et dans les sondages d'Incarville et de Ferrière-en-Bray confirme l'accroissement de ces épaisseurs en s'éloignant de la bordure du Bassin de Paris vers son centre, déjà mis en évidence par M. Pierre Pruvost (1) et M. Paul Lemoine (2).

	Calvados.	Incarville.	Ferrière-en-Bray.
Épaisseur du Bathonien (Grande Oolite et Fuller's)	110	122	146,50
Épaisseur du Jurassique moyen (Callovien à Séquanien inclus)	189	264,90	375
Épaissseur entre la base du Bathonien et le sommet du Séquanien	299	386,90	521,50

La comparaison de l'épaisseur du Lias de Normandie et de l'épaisseur du Lias à Ferrière en Bray est encore plus significative. Cette épaisseur atteint 303^m,60 à la Ferrière, malgré la lacune du Sinémurien; elle n'est que d'une cinquantaine de mètres en Normandie, où l'ensemble de l'Aalénien inférieur et du Toarcien, représentés par toutes leurs zones, n'a que 6^m d'épaisseur.

Malgré ces variations d'épaisseur, les caractères lithologiques des diverses assises demeurent constants ou varient très peu. La puissance des sédiments accumulés dans le centre du Bassin de Paris n'est pas en relation avec une modification de la nature des sédiments, observation sur laquelle MM. P. Pruvost et Paul Lemoine ont aussi appelé l'attention. Cette constance des caractères lithologiques est liée à la subsidence du fond du bassin de sédimentation qui n'a pas comme conséquence un changement des caractères physiques ou biologiques.

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 386-388, et *Ann. Off. Comb. liquides*, **3**, 1928, p. 429-457.

(2) *Livre jubilaire Soc. Géol. Fr.*, **1**, 1930, p. 481-498.

MAGNÉTISME TERRESTE. — *Sur l'étude des anomalies magnétiques à Tananarive.* Note ([1]) de M. **Charles Poisson.**

Deux Communications récentes ([2]) ont rappelé l'existence, soit dans les roches cristallines du plateau central de Madagascar, soit sur les sommets volcaniques, d'anomalies magnétiques très limitées en étendue, bien que leur intensité atteigne des valeurs importantes.

Parmi ces variations rapides du champ terrestre il serait intéressant d'étudier d'abord celles qui paraissent dues à la composition des roches superficielles, et de rechercher si elles sont réductibles à une classification simple.

Les procédés habituels de mesures absolues par stations où l'on détermine successivement trois composantes du champ sont trop lentes et trop onéreuses pour cet objet. De plus l'échelle des cartes usuelles, même le 1/100000e est beaucoup trop faible pour une représentation correcte de ces accidents. Les levés autour de l'observatoire de Tananarive ont dû être faits à l'échelle 1/500e et ont exigé un temps considérable. Ce problème de la traduction graphique des résultats pourrait être schématiquement résolu par l'emploi de signes conventionnels, sur lesquels on ne s'étendra pas plus longtemps ici.

La détermination rapide des variations en des points nombreux autour d'une station a paru fort désirable, et l'on est parvenu à l'effectuer dans des conditions acceptables. L'ordre de grandeur de ces variations est en effet l'élément le plus important à connaître, et il est suffisamment sensible pour que des instruments moins délicats que le théodolite ou la boussole d'inclinaison en donnent une valeur suffisamment approchée.

Pour l'étude des variations de la composante verticale on pourrait avec avantage utiliser la balance de Schmidt.

Ayant principalement en vue la déclinaison, dont la connaissance est utile aux prospecteurs et aux topographes, j'ai eu recours à la méthode utilisée naguère au puy de Dôme par Bernard Brunhes. L'instrument est une boussole d'arpenteur, avec visées par lunette et longue aiguille aimantée (10^{cm},5).

Sur le terrain on peut installer en premier lieu cette boussole, et lire

([1]) Séance du 25 novembre 1935.

([2]) H. Gruyelle et Charles Poisson. *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 11 et 111.

l'azimut indiqué par l'aiguille pour un ou plusieurs repères éloignés (points naturels ou jalons).

Substituant ensuite le théodolite Chasselon à la boussole, on détermine successivement l'azimut géographique de ces repères par les procédés bien connus des distances zénithales du Soleil, et la déclinaison au point d'observation. Ces opérations fournissent la correction instrumentale de la boussole, et les directions des repères qui serviront lors des déplacements de la boussole d'arpenteur, compte tenu des parallaxes.

Le terrain que nous devions parcourir aux environs de Tananarive est trop accidenté pour que des repères naturels éloignés restent constamment visibles; la même cause rendait pénibles les chaînages destinés aux calculs des parallaxes. Un artifice très simple nous a jusqu'ici donné satisfaction. Pour la première station on choisit un emplacement d'où l'on puisse voir à la fois un repère éloigné et l'ensemble ou la plus grande partie du territoire à parcourir. Le théodolite est alors laissé en station à cet emplacement initial, servant de repère auxiliaire, et c'est par visées réciproques boussole-théodolite qu'on obtient l'azimut et la déclinaison.

L'opération est évidemment plus rapide lorsque deux observateurs travaillent simultanément l'un au théodolite et l'autre à la boussole. Le procédé demeure expéditif tant que les distances sont courtes. Si l'étendue était considérable un opérateur isolé marquerait par un jalon surmonté d'un voyant bien net chacun des emplacements successifs de sa boussole, et les viserait ensuite au théodolite. Chaque station est indépendante et l'on n'a plus à s'occuper de parallaxes : d'où gain de temps et diminution des chances d'erreur.

J'ai pu opérer ainsi sans difficulté sérieuse sur les flancs parfois abrupts d'une colline, le théodolite étant à environ 1000^{m} en moyenne des stations faites à la boussole, et sur la colline d'en face.

Reste à déterminer la précision qu'on peut attendre de procédés aussi simplifiés. Le théodolite donne aisément la minute d'angle.

Sur un cercle de 11^{cm} de diamètre, l'aiguille de la boussole d'arpenteur examinée à la loupe sous faible grossissement permet d'apprécier le $1/10^{e}$ de degré; on lit bien entendu les valeurs indiquées par les deux pointes, valeurs qui ne sont pas identiques, mais dont l'écart est généralement constant. Plusieurs pointés successifs sur un même repère fournissent des chiffres dont l'écart entre extrêmes, avec notre instrument, est de $2/10^{e}$ de degré sexagésimal. Nous pouvons donc espérer l'approximation de $1/4$ de degré, acceptable puisque les anomalies sont fortes. La correction instru-

mentale qui est de 0°,6 pour notre boussole, atteignait respectivement 1 et 2 degrés pour d'autres instruments du même genre qui nous ont été soumis pour examen. On n'a pas la ressource de retourner l'aiguille sur son pivot et il ne semble pas utile de changer la polarité de son aimantation.

Quant à la rapidité d'exécution elle dépend en grande partie des trajets à effectuer d'une station à la suivante. Dans les circonstances où nous l'avons employée cette méthode nous a permis d'effectuer 8 à 9 mesures par heure, après détermination astronomique de l'azimut initial. Elle nous a été particulièrement utile pour opérer des cheminements longitudinaux et transversaux sur des roches magnétiques orientées, notamment des dykes granitiques et des bancs de quartzite à magnétite.

Les résultats obtenus feront l'objet d'une Note ultérieure.

NOMINATIONS.

Le **Bureau** représentera l'Académie à la *Cérémonie* organisée, au mois de février, à la Sorbonne, en l'honneur du Président Masaryk.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la place de Membre titulaire vacante au Bureau des Longitudes, pour la première ligne M. *Louis Pirot* réunit l'unanimité de 39 suffrages.

Pour la seconde ligne M. *Frédéric Marguet* réunit l'unanimité de 34 suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne.............. M. **Louis Pirot**.
En seconde ligne............... M. **Frédéric Marguet**.

PLIS CACHETÉS.

Les **Héritiers de Charles Renard** demandent l'ouverture de plis cachetés reçus dans les séances du : 12 août 1878 (enregistré sous

le n° 3233); 8 novembre 1880 (n° 3441); 29 novembre 1880 (n° 3453); 24 mars 1890 (n° 4526); 13 septembre 1897 (n° 5944).

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent des Mémoires intitulés :

1° *Description d'un procédé de fabrication de l'hydrogène par la voie sèche, applicable au gonflement des ballons destinés aux usages militaires;*

2° *Mémoire relatif à une machine motrice pour ballon dirigeable;*

3° *Avant-projet d'aérostat dirigeable;*

4° *Ballon dirigeable. Note relative au choix du moteur;*

5° *Compte rendu des dernières expériences exécutées sur les chaudières légères et applications militaires de ces appareils.*

Les **Héritiers d'Arthur Krebs** et de **Charles Renard** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 29 novembre 1880 et enregistré sous le n° 3454.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient le *Dessin d'un avant-projet de machine motrice pour ballon dirigeable.*

(Renvoi de ces divers plis aux Sections de Mécanique et de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

L'**Université de Heidelberg** invite l'Académie à se faire représenter à la célébration du 550e *anniversaire* de sa fondation, du 27 au 30 juin 1936.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Invariants de Laplace et déformation projective des surfaces.* Note [1] de M. **Marcel Vasseur**, présentée par M. Élie Cartan.

1. J'ai calculé [2] les invariants tangentiels de Laplace d'un réseau conjugué en fonction des coefficients (E, F, G), (δ, O, δ'') des deux premières

---

[1] Séance du 20 janvier 1936.

[2] Vasseur, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 868.

formes fondamentales de la géométrie métrique, on trouve

$$h = -(\log \delta)_{uv} + \left\{ {12 \atop 1} \right\}_u + \left\{ {11 \atop 2} \right\} \left\{ {22 \atop 1} \right\} + FK, \quad k = -(\log \delta'')_{uv} + \left\{ {12 \atop 2} \right\} + \left\{ {11 \atop 2} \right\} \left\{ {22 \atop 1} \right\} + FK,$$

où les indices u et v indiquent les dérivations par rapport à ces variables; K la courbure totale.

Soient $\bar{h}$ et $\bar{k}$ les invariants ponctuels du même réseau, on a

$$(1) \qquad \bar{h} - \bar{k} = \left\{ {12 \atop 2} \right\}_v - \left\{ {12 \atop 1} \right\}_u, \qquad \bar{h} - \bar{k} + h - k = -\left(\log \frac{\delta}{\delta''}\right)_{uv},$$

relation entre les invariants ponctuels et tangentiels d'un réseau et les coefficients de la seconde forme fondamentale. Pour un réseau isotherme conjugué le second membre de la deuxième relation (1) est nul; on peut énoncer la proposition :

Si deux des trois propriétés suivantes sont vérifiées, le réseau (u, v) est : 1° à invariants ponctuels égaux; 2° à invariants tangentiels égaux; 3° isotherme conjugué, il en est de même de la troisième.

2. Considérons une surface S projectivement déformable en une surface S'; tout réseau conjugué se conserve quand on passe de S à S', mais en général ses invariants changent. Je me propose de chercher s'il existe un réseau conjugué qui conserve ses invariants quand on passe de S à S'.

Rapportons S à ses asymptotiques (u_1, v_1), nous pouvons choisir les coordonnées (x, y, z, t) d'un point de S de manière que l'on ait des équations de la forme

$$x_{u_1 u_1} = \beta x_{v_1} + p x, \qquad x_{v_1 v_1} = \gamma x_{u_1} + q x$$

et les analogues pour y, z, t.

Considérons le réseau conjugué déterminé par les équations

$$u = \varphi(u_1, v_1) = \text{const.}, \qquad v = \psi(u_1, v_1) = \text{const.}, \qquad \varphi_{u_1}\psi_{v_1} + \varphi_{v_1}\psi_{u_1} = 0;$$

l'équation ponctuelle de Laplace de ce réseau est

$$(2) \qquad 4 x_{uv} = \left[\frac{\beta\varphi_{v_1} - \varphi_{u_1 u_1}}{\varphi_{u_1}\psi_{u_1}} + \frac{\gamma\varphi_{u_1} - \varphi_{v_1 v_1}}{\varphi_{v_1}\psi_{v_1}}\right] x_u + \left[\frac{\beta\psi_{v_1} - \psi_{u_1 u_1}}{\varphi_{u_1}\psi_{u_1}} + \frac{\gamma\psi_{u_1} - \psi_{v_1 v_1}}{\varphi_{v_1}\psi_{v_1}}\right] x_v + \left[\frac{p}{\varphi_{u_1}\psi_{u_1}} + \frac{q}{\varphi_{v_1}\psi_{v_1}}\right] x,$$

quand on passe de S à S' seuls les coefficients p et q varient et deviennent p' et q', les invariants ponctuels $\bar{h}$ et $\bar{k}$ deviennent $\bar{h}'$ et $\bar{k}'$, on a

$$4(\bar{h} - \bar{h}') = 4(\bar{k} - \bar{k}') = \frac{p' - p}{\varphi_{u_1}\psi_{u_1}} + \frac{q' - q}{\varphi_{v_1}\psi_{v_1}},$$

ce qui montre que *seul* le réseau

$$(p'-p)\,du^2-(q'-q)\,dv^2=0$$

conserve ses invariants : *c'est le réseau* R *de déformation projective de* M. E. Cartan [1] (nous supposons que notre surface est R, non R_0; dans ce dernier cas aucun réseau ne conserve ses invariants).

3. Étant donné un réseau isotherme conjugué, on peut toujours choisir les paramètres u et v de manière que l'on ait

$$\varphi_{u_1}=1,\qquad \varphi_{v_1}=1,\qquad \psi_{u_1}=1,\qquad \psi_{v_1}=-1,$$

l'équation (2) se simplifie, ses invariants $\overline{h}$ et $\overline{k}$ sont

$$(3)\qquad \left\{\begin{aligned}\overline{h}&=\frac{1}{4}\left[\frac{-\beta_{u_1}+\gamma_{u_1}-\beta_{v_1}+\gamma_{v_1}}{2}-\frac{\beta^2-\gamma^2}{4}+p-q\right],\\ \overline{k}&=\frac{1}{4}\left[\frac{\beta_{u_1}+\gamma_{u_1}-\beta_{v_1}-\gamma_{v_1}}{2}-\frac{\beta^2-\gamma^2}{4}+p-q\right].\end{aligned}\right.$$

On calcule de même les invariants tangentiels, il suffit de remplacer β, γ, p, q par $-\beta$, $-\gamma$, $p+\beta_{v_1}$, $q+\gamma_{u_1}$,

$$(4)\qquad \left\{\begin{aligned}h&=\frac{1}{4}\left[\frac{\beta_{u_1}-\gamma_{u_1}+\beta_{v_1}-\gamma_{v_1}}{2}-\frac{\beta^2-\gamma^2}{4}+p-q+\beta_{v_1}-\gamma_{u_1}\right],\\ k&=\frac{1}{4}\left[\frac{-\beta_{u_1}-\gamma_{u_1}+\beta_{v_1}+\gamma_{v_1}}{2}-\frac{\beta^2-\gamma^2}{4}+p-q+\beta_{v_1}-\gamma_{u_1}\right].\end{aligned}\right.$$

Si le réseau en jeu est R, on a $\beta_{v_1}=\gamma_{u_1}$ et par suite

$$(5)\qquad \overline{h}=k,\qquad \overline{k}=h.$$

L'équation tangentielle de Laplace d'un réseau R *est équivalente à l'adjointe de l'équation ponctuelle.*

4. *Réciproquement*, supposons qu'une surface S possède un réseau conjugué dont les équations de Laplace ponctuelle et tangentielle soient l'une adjointe de l'autre; les conditions (5) rapprochées de (1) montrent que le réseau est isotherme conjugué; en écrivant ses invariants sous la forme (3) et (4) il vient $\beta_v=\gamma_u$, ce qui caractérise un réseau R.

Cette proposition donne un procédé nouveau pour la recherche des surfaces R et permet de mettre en évidence très simplement de nombreuses propriétés de ces surfaces et des réseaux R.

---

[1] E. CARTAN, *Annales de l'École Normale supérieure*, **37**, 1920, p. 259; G. FUBINI et E. CECH, *Introduction à la géométrie projective différentielle*, 1931, p. 203.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la méthode de quadrature de Tchebycheff.* Note de M. **R. O. Kuzmin**, présentée par M. Émile Borel.

J'ai donné (¹) un théorème sur la distribution des racines du polynome $p_n(x)$ quand le nombre n croît indéfiniment. Ici $p_n(x)$ est défini comme la somme des termes avec les exposants non négatifs dans le développement

$$(1) \qquad \varphi(x) = e^{\frac{n}{2}\int_{-1}^{1}\log(x-t)\,dt} = x^n + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_n + \frac{A_{n+1}}{x} + \ldots,$$

qui est valable pour $|x| > 1$. On sait que les racines du polynome $p_n(x)$ jouent un rôle important dans la méthode de Tchebycheff pour évaluer les intégrales définies.

En étudiant la distribution des racines de $p_n(x)$ pour $n \to \infty$ on peut obtenir les résultats plus complets. Un point de départ est donné par la formule de ma Note déjà citée

$$(2) \qquad p_n(x) = \varphi(x) + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{e^{\frac{n}{2}\omega(z)}}{z-x} \sin\frac{\pi n}{2}(1-z)\,dz.$$

Ici on a

$$\omega(z) = \int_{-1}^{1} \log|z-t|\,dt.$$

Supposons que la variable x est assujettie aux conditions

$$|1 \pm x| > h; \qquad |1+x| + |1-x| > 2; \qquad h = \frac{\log\log n}{\log n}; \qquad n > n_0.$$

Avec ces conditions on peut démontrer la formule asymptotique

$$(3) \quad \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{e^{\frac{n}{2}\omega(z)}}{z-x}\sin\frac{\pi n}{2}(1-z)\,dz = \frac{2\left(\frac{2}{e}\right)}{n\log^2 n}\left[\frac{1}{1-x} + \frac{(-1)^n}{1+x} + O\left(\frac{\log\log n}{\log n}\right)\right].$$

Pour obtenir cette formule il suffit d'appliquer une des méthodes de Laplace, convenablement modifiée.

Il suit immédiatement des formules (2) et (3) que

$$(4) \quad p_n(x) = \varphi(x) + \frac{2\left(\frac{2}{e}\right)^n}{n\log^2 n}\left[\frac{1}{1-x} + \frac{(-1)^n}{1-x}\right] + \frac{\left(\frac{2}{e}\right)^n}{n\log^2 n}\,O\left(\frac{\log\log n}{\log n}\right).$$

(¹) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1094.

On peut démontrer que l'égalité (4) subsiste encore avec la condition.

$$|1 \pm x| > h; \qquad |1+x| + |1-x| = 2; \qquad h = \frac{\log\log n}{\log n}; \qquad n > n_0.$$

En tenant compte de l'égalité évidente

$$|\varphi(x)| = e^{\frac{n}{2}\omega(x)},$$

on peut démontrer de (4) que, dans la supposition

$$\omega(x) > \omega(1+h),$$

on a la formule

$$(5) \qquad p_n(x) = \varphi(x)[1 + \theta(x, n)]; \qquad |\theta(x, n)| < 1; \qquad n > n_0.$$

Remarquons encore que sur la courbe $\omega(x) = \omega(1-n)$, on a

$$(6) \quad p_n(x) = \frac{2\left(\frac{2}{e}\right)^n}{n \log^2 n}\left[\frac{1}{1-x} + \frac{(-1)^n}{1+x}\right][1 + \theta_1(x, n)]; \qquad |\theta_1(x, n)| < 1; \qquad n < n_0.$$

Il suit de (5) et (6) que toutes les racines du polynome $p_n(x)$ pour $n > n_0$ sont situées dans le domaine entre les courbes $\omega(x) = \omega(1-n)$ et $\omega(x) = \omega(1+n)$ si le nombre n est pair. Quand le nombre n est impair l'équation $p_n(x) = 0$ a une racine exceptionnelle $x = 0$ qui n'est pas située comme les autres dans le domaine indiqué.

Il faut remarquer que pour n assez grand le domaine

$$\omega(1-n) < \omega(x) < \omega(1+n)$$

a la forme d'une bande étroite avec largeur maximale qui tend vers zéro avec $n \to \infty$.

On peut dire que la distribution des racines du polynome $p_n(x)$ pour $n \to \infty$ la courbe $\omega(x) = \omega(1)$ a presque le même rôle que la circonférence $|x| = 1$ pour les racines de l'équation binome $x^n - 1 = 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété extrémale de l'intégrale d'une fonction périodique.* Note [1] de M. **J. Favard**, présentée par M. Gaston Julia.

M. H. Bohr[2] a obtenu le résultat suivant :

Soit $p(x)$ un polynome trigonométrique presque périodique réel sans terme

[1] Séance du 20 janvier 1936.

[2] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1276; *Prace Mat. Fiz.*, 43, 1935, p. 273-288.

constant

$$p(x)=\sum_{k=1}^{N}(A_k\cos\Lambda_k x+B_k\sin\Lambda_k x);$$

$$\Lambda_k>0;\qquad \min_{k=1,\ldots,N}\Lambda_k=\Lambda;\qquad \overline{\text{borne}}_{-\infty<x<+\infty}|p(x)|=M$$

et soit

$$P(x)=\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{\Lambda_k}(A_k\sin\Lambda_k x-B_k\cos\Lambda_k x)$$

l'intégrale de $p(x)$ qui, comme $p(x)$, n'a pas de terme constant, alors on a

$$(1)\qquad |P(x)|\leqq\frac{\pi}{2}\frac{M}{\Lambda}.$$

La démonstration de M. Bohr utilisant la théorie des fonctions analytiques, nous nous proposons de donner ici une démonstration réelle.

Soit $f(x)$ une fonction continue de période 2π, telle que

$$|f(x)|\leqq M,\qquad \int_{-\pi}^{+\pi}f(x)\,dx=0,\qquad \int_{-\pi}^{+\pi}f(x)\left\{\begin{matrix}\cos kx\\ \sin kx\end{matrix}\right\}dx=0$$

$$(k=1,2,\ldots,n-1),$$

alors la primitive $F(x)$ de $f(x)$, et à valeur moyenne nulle elle aussi, satisfait à l'inégalité

$$(2)\qquad |F(x)|\leqq\frac{\pi}{2}\frac{M}{n}.$$

Quelles que soient les constantes A_k, cette primitive est égale à

$$F(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}f(x+t-\pi)\left[t-\sum_{k=1}^{n-1}A_k\sin kt\right]dt,$$

d'où

$$|F(x)|\leqq\frac{M}{\pi}\int_{0}^{\pi}\left|t-\sum_{k=1}^{n-1}A_k\sin kt\right|dt.$$

On est alors conduit à chercher le minimum de l'intégrale qui figure au second membre de l'inégalité précédente. Posons

$$\varphi(t)=t-\sum_{1}^{n-1}A_k\sin kt,$$

où les constantes A_k ont été choisies de façon que

$$\varphi\left(h\frac{\pi}{n}\right)=0 \qquad (h=1, 2, \ldots, n-1).$$

On a de plus $\varphi(0)=0$ et $\varphi(t)$ s'annule en changeant de signe pour les valeurs $h\pi/n(1<h<n)$; et l'on a alors

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}|\varphi(t)|\,dt=\left|\sum_{h=0}^{n-1}(-1)^h\int_{h\frac{\pi}{n}}^{(h+1)\frac{\pi}{n}}\varphi(t)\,dt\right|.$$

Un calcul simple donne ensuite l'inégalité (2) car

$$\sum_{h=0}^{n-1}(-1)^h\int_{h\frac{\pi}{n}}^{(h+1)\frac{\pi}{n}}\sin kt\,dt=0 \qquad (k=1, 2, \ldots, n-1).$$

Quelles que soient les constantes α et β, on a, de plus, l'inégalité suivante :

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left|t-\frac{\alpha_0}{2}-\sum_{k=1}^{n-1}(\alpha_k\cos kt+\beta_k\sin kt)\right|dt \geqq \frac{\pi}{2n},$$

car l'inégalité (2) est la meilleure possible comme on le voit facilement. Par similitude nous obtenons le théorème que voici :

Soit $f(x)$ une fonction périodique continue, à valeur moyenne nulle, dont le module ne dépasse pas M *et dont le développement en série de Fourier commence par des termes en* $\cos\Lambda x$ *et* $\sin\Lambda x$, *alors la primitive* $F(x)$ *de* $f(x)$, *à valeur moyenne nulle elle aussi, satisfait à l'inégalité*

$$|F(x)| \leqq \frac{\pi}{2}\frac{M}{\Lambda}. \tag{3}$$

Pour obtenir l'inégalité (1), il suffit de considérer deux suites de polynomes trigonométriques périodiques telles que

$$p_\nu(x)=\sum_{k=1}^{N}(A_k\cos\Lambda_k^{(\nu)}x+B_k\sin\Lambda_k^{(\nu)}x),$$

$$P_\nu(x)=\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{\Lambda_k^{(\nu)}}(A_k\sin\Lambda_k^{(\nu)}x-B_k\cos\Lambda_k^{(\nu)}x)$$

avec

$$\lim_{\nu\to\infty}\Lambda_k^{(\nu)}=\Lambda_k \qquad (k=1, 2, \ldots, N).$$

On a évidemment, uniformément dans tout intervalle fini,

$$\lim_{\nu \to \infty} p_\nu(x) = p(x); \quad \lim_{\nu \to \infty} P_\nu(x) = P(x);$$

or, comme $p(x)$ et $P(x)$ sont presque périodiques, ces polynomes passent aussi près qu'on le veut de leurs bornes inférieures et supérieures dans un intervalle fini suffisamment grand; l'inégalité (1) s'obtient donc à partir de (3) par un passage à la limite.

Remarquons encore que, par la méthode employée ici, on peut apporter des précisions aux inégalités établies par M. S. Bernstein [1], la plus simple de ces inégalités se réduisant à (2) avec $n = 1$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Problèmes de représentation conforme de Helmholtz; existence des solutions des problèmes du sillage et de la proue en fluide parfait limité par des parois planes.* Note de M. **Julien Kravtchenko**, présentée par M. Henri Villat.

Nous nous proposons d'étendre au cas des fluides limités par une ou deux parois planes la discussion des problèmes du sillage et de la proue que M. J. Leray [2] a faite récemment en supposant le fluide illimité. Nous ferons les mêmes hypothèses sur la nature de l'obstacle; en particulier l'angle de l'obstacle avec les parois sera compris entre zéro et π.

Dans cette Note nous nous occuperons seulement des théorèmes d'existence [3]. Les équations fonctionnelles du problème ont été obtenues par M. Henri Villat [4]; on peut leur appliquer les méthodes de MM. J. Leray et J. Schauder [5]. La seule difficulté nouvelle qui apparaisse dans la démonstration des théorèmes d'existence est la majoration du paramètre q des fonctions elliptiques, introduites par M. Villat. Cette limitation s'obtient par un calcul imité de Grötzsch (comme l'est le lemme du paragraphe 19 du Mémoire cité de Leray). Représentons conformément le

---

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1900.

(2) *Commentarii Mathematici Helvetici*, 8, 1935, 2e fascicule, p. 149.

(3) Signalons que M. A. Weinstein avait obtenu dès 1926 un théorème d'existence pour le problème du jet symétrique (ce problème équivaut à celui du sillage symétrique dans un canal). Pour la bibliographie de ce problème, voir Leray-Weinstein, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 430.

(4) *Journal de Mathématiques*, 6e série, 7, 1911, p. 353.

(5) *Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, 51, 1934, p. 45.

domaine $\mathcal{A}$ du fluide en mouvement sur un rectangle R du plan d'une variable complexe auxiliaire $F = G + iH$, de manière qu'aux lignes libres correspondent deux côtés opposés de R, les deux autres côtés correspondant respectivement aux parois et à l'obstacle. Les côtés de R, images des lignes libres, seront parallèles à l'axe des H et auront pour longueur $\log 1/q$; la longueur des deux autres côtés sera π.

D'autre part, projettons stéréographiquement le domaine $\mathcal{A}$ sur une sphère Σ; appelons σ l'aire de la projection de $\mathcal{A}$, Λ la plus courte distance sur Σ de la projection de l'obstacle à celle des parois. Désignons par M le module de la correspondance conforme qui existe entre R et σ; nous avons

$$\Lambda^2 \leqq \left[\int_0^{\log\frac{1}{q}} M\,dH\right]^2 \leqq \log\frac{1}{q}\int_0^{\log\frac{1}{q}} M^2\,dH \leqq \frac{1}{\pi}\log\frac{1}{q}\int_0^{\pi}\int_0^{\log\frac{1}{q}} M^2\,dG\,dH = \frac{\sigma}{\pi}\log\frac{1}{q},$$

d'où

$$\log\frac{1}{q} \geqq \pi\,\frac{\Lambda^2}{\sigma}. \tag{1}$$

Considérons alors celle des deux parois dont la distance d à l'obstacle est la plus petite; soit ϖ le rayon de la plus petite circonférence centrée sur un point de cette paroi et contenant l'obstacle. La sphère Σ admettra le cercle ainsi défini pour grand cercle. Un calcul élémentaire donne

$$\Lambda > \frac{d}{\sqrt{5}}, \qquad \sigma \leqq 2\pi\varpi^2,$$

d'où, en portant dans (1) une majorante de q inférieure à l'unité,

$$q < e^{-\frac{1}{10}\frac{d^2}{\varpi^2}}.$$

Les problèmes du sillage et celui de la proue possèdent donc chacun au moins une solution.

Compléments. — Les solutions dont nous avons démontré l'existence varient continûment lorsque l'une ou les deux parois à la fois s'éloignent indéfiniment de l'obstacle. Il reste à préciser la manière dont se comportent ces solutions lorsque les parois se rapprochent indéfiniment vers l'obstacle.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les systèmes de fonctions orthogonales d'une variable complexe.* Note (¹) de M. ALEXANDRE GHIKA.

Nous avons donné (²) certains résultats concernant les fonctions d'une variable complexe orthogonales le long d'un contour analytique fermé simple. Le but de cette Note est de montrer, qu'en modifiant légèrement les définitions données, une partie de ces résultats sont encore valables pour des contours seulement rectifiables.

Considérons un domaine ouvert D, situé à distance finie, multiplement connexe (d'ordre fini), limité par des contours rectifiables fermés simples $C_0, C_1, C_2, \ldots, C_n$ (C_0 désignant le contour entourant tous les autres). Soient C le contour total et D' le domaine complémentaire par rapport au plan du domaine fermé D.

Appelons $\Omega(C)$ l'ensemble de toutes les fonctions f :

1° définies le long de C et de carré de module sommable (au sens de M. Lebesgue);

2° vérifiant la condition

$$\int_C \frac{f(z)}{z-x}\,dz = 0 \qquad \text{pour} \qquad x \text{ dans } D';$$

3° définies dans D par l'équation

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z-x}\,dz.$$

Appelons aussi $\Omega'(C)$ l'ensemble de toutes les fonctions f, ayant même définition que le précédent, sauf qu'on a remplacé D par D' et réciproquement.

Ces fonctions sont définies d'une façon *unique* à un ensemble de points de C de mesure nulle près.

Soient α_0 un point intérieur à D, α_1 un point intérieur au contour $C_1, \ldots,$ et enfin α_n un point intérieur au contour C_n.

En orthogonalisant et normalisant les $n+1$ suites

$$[(z-\alpha_0)^m], \quad \left[\frac{1}{(z-\alpha_1)^{m+1}}\right], \quad \ldots, \quad \left[\frac{1}{(z-\alpha_n)^{m+1}}\right] \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$$

(¹) Séance du 23 décembre 1935.

(²) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1808.

le long de C (en les mettant sous la forme d'une suite simple), on obtient un système de fonctions orthogonales et normales $[\varphi_n(z)]$, c'est-à-dire vérifiant les conditions

$$\int_C \varphi_n(z)\,\overline{\varphi_m(z)}\,ds = \begin{cases} 1 & (n = m), \\ 0 & (n \neq m), \end{cases}$$

où $ds = |dz|$ et $\overline{\varphi_m(z)}$ désigne la quantité imaginaire conjuguée de $\varphi_m(z)$.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction $f(z)$, définie le long de C *et de carré de module sommable, appartienne à* $\Omega(C)$, *sont*

$$\int_C f(z)\,\varphi_n(z)\,dz = 0 \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

En orthogonalisant et normalisant la suite double

$$\left[\varphi_n(z);\ \frac{1}{(z-\alpha_0)^{n+1}}\right] \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

le long de C à l'aide des équations

$$\psi_n(z) \sim \sum_{i=0}^{+\infty} \psi_{ni}\,\varphi_i(z) + P_n(z),$$

$\{P_n(z)$ étant une combinaison linéaire des n premiers termes de la suite $[1/(z-\alpha_0)^{n+1})]\}$,

$$\int_C \varphi_n(z)\,\overline{\psi_m(z)}\,ds = 0,$$

$$\int_C \psi_n(z)\,\overline{\psi_m(z)}\,ds = \begin{cases} 1 & (n = m), \\ 0 & (n \neq m), \end{cases}$$

on obtient un système double de fonctions orthogonales et normales le long de C $[\varphi_n(z);\ \psi_n(z)]$ qui est *complet* par rapport aux fonctions définies le long de C et de carré de module sommable.

Nous avons démontré que *le tableau* $[a_{in}]$, *où*

$$a_{in} = \int_C \varphi_i(z)\,P_n(z)\,dz,$$

donne naissance à une substitution linéaire qui admet une inverse. Il résulte que

$$\overline{\psi_n(z)}\,\frac{ds}{dz} \sim \sum_{i=0}^{+\infty} \bar{a}_{in}\,\varphi_i(z)$$

et par conséquent que le système double de fonctions $[\varphi_n(z); \overline{\varphi_n(z)}\, ds/dz]$ orthogonales et normales le long de C est aussi *complet*.

On déduit aussi, ce qui est plus important, que *toute fonction f de* $\Omega(D)$ *est de la forme*

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \varphi_n(x) \int_C f(z)\, \overline{\varphi_n(z)}\, ds,$$

la série du second membre convergeant en moyenne du deuxième ordre le long de C *et absolument et uniformément dans tout domaine complètement intérieur à* D.

En considérant les $n+1$ suites $[1/(z-\alpha_0)^{m+1}]$, $[(z-\alpha_1)^m]$, $\ldots$, $[(z-\alpha_n)^m]$ $(m=0, 1, 2, \ldots)$ et en les orthogonalisant et normalisant comme les précédentes, on obtient un système double de fonctions orthogonales et normales le long de C $[\rho_n(z); \sigma_n(z)]$ où $\sigma_n(z)$ est de la forme

$$\sigma_n(z) \sim \sum_{i=0}^{+\infty} \sigma_{ni}\rho_i(z) + Q_n(z)$$

$\{Q_n(z)$ étant une combinaison linéaire des n premiers termes de la suite $[(z-\alpha_0)^n]\}$ qui est *complet*.

On démontre de la même façon que *toute fonction f de* $\Omega'(C)$ *est de la forme*

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \rho_n(x) \int_C f(z)\, \overline{\rho_n(z)}\, ds,$$

la série du second membre convergeant en moyenne du deuxième ordre le long de C *et absolument et uniformément dans tout domaine complètement intérieur à* D'.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Extension d'un théorème de M. Valiron* (1) *sur les directions de Borel.* Note de M. **Armand Rauch**, présentée par M. Émile Borel.

A. Soient $f(z)$, $g(z)$ deux fonctions entières, si $f(z)$ est d'ordre réel moyen λ dans la direction D (2) et $g(z)$ d'ordre $< \lambda$ dans la même direc-

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 269-271.

(2) *Ann. di Math.*, 9, 1931, p. 273-285.

tion, l'ordre des zéros de $f-g$ dans cette direction est λ pour presque tous les $g(z)$.

D'une façon plus précise :

B. Soient $f(z)$, $P(z)$, $Q(z)$ trois formules entières telles que

$$\int_1^\infty \overset{+}{\log}\frac{1}{|P(z)-Q(z)|}\frac{dr}{r^{\lambda+1}} \qquad (z=re^{i\theta},\quad \theta=\arg D)$$

converge; si f est d'ordre réel moyen $\lambda>0$ et de divergence dans la direction D, si P et Q sont d'ordre apparent λ et de convergence dans la même direction, l'ordre des zéros de $(f-P)(f-Q)$ dans cette direction est λ et de divergence.

On appliquera un résultat de ma Thèse (¹), qui dans le cas présent devient

$$n\left(\frac{r}{20}; f=a\right)\leqq \text{const.}\Bigg[n(r; f=P)+n(r; f=Q)+\log\frac{1}{d}+1 \\ +\frac{1}{r^2}\iint_{|z|\leqq r}\overset{+}{\log}\left(|P|+|Q|+\frac{1}{|P-Q|}\right)d\sigma\Bigg],$$

sauf pour des valeurs a dont la distance sphérique a une valeur exceptionnelle possible est $<d<1/2$.

On introduira ensuite le point $z_0=te^{i\theta_0}$ (θ_0 arbitraire, $t\leqq r$) où $|P-Q|$ est maximum, ainsi que trois cercles de centres z_0 et de rayons respectifs $\sqrt{2/3}\,\rho$, ρ et $\sqrt{3/2}\,\rho$ contenant $|z|=r$. On trouve successivement

$$n\left(|z-z_0|=\sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\rho;\ P=Q\right) \\ \leqq \frac{2}{\log\frac{3}{2}}\left[m(|z-z_0|=\rho;\ P-Q)+\log\frac{1}{|P-Q|_{z_0}}+\log 2\right] \\ =\text{const.}\left[\frac{1}{\rho^2}\iint_{|z-z_0|\leqq\sqrt{\frac{3}{2}}\rho}\overset{+}{\log}(|P|+|Q|)\,d\sigma+\frac{1}{r}\int_0^r\overset{+}{\log}\left|\frac{1}{P(te^{i\theta_0})-Q(te^{i\theta_0})}\right|dt\right].$$

Donc

$$n\left(\frac{r}{20}; f=a\right)\leqq\text{const.}\Bigg[n(r; f=P)+n(r; f=Q) \\ +\frac{1}{r^2}\iint_{|z|\leqq 4r}\overset{+}{\log}(|P|+|Q|)\,d\sigma \\ +\log\frac{1}{d}+1+\frac{1}{r}\int_0^r\overset{+}{\log}\left|\frac{1}{P(te^{i\theta_0})-Q(te^{i\theta_0})}\right|dt\Bigg].$$

(¹) *Journal de Mathématiques*, 12, 1933, p. 109-171.

Considérons maintenant un petit angle ε de bissectrice θ. Divisons-le en quadrilatères curvilignes $Q(p)$ par les arcs de $|z| = (1+\varepsilon)^p$ $(p = 1, 2, 3, \ldots)$. Appliquons le résultat précédent au cercle de rayon $r/20$ circonscrit à $Q(p)$ en supposant $\theta_0 = \theta$; si ε est assez petit, on a, dans les angles 30ε et 100ε de même bissectrice,

$$\sum_{1}^{R} \frac{1}{r_n^\lambda(\varepsilon; f=x)} \leqq \text{const.} \left\{ \sum_{1}^{(1+30\varepsilon)R} \left[\frac{1}{r_n^\lambda(30\varepsilon; f=P)} + \frac{1}{r_n^\lambda(30\varepsilon; f=Q)} + 1 \right.\right.$$
$$+ \frac{1}{\varepsilon^2} \iint \overset{+}{\log}(|P|+|Q|) \frac{d\sigma}{|z|^{\lambda+2}}$$
$$\left.\left. + \frac{1}{\varepsilon} \int_1^{(1+100\varepsilon)R} \overset{+}{\log} \frac{1}{|P(te^{i\theta}) - Q(te^{i\theta})|} \frac{dt}{t^{\lambda+1}} \right] \right\},$$

où l'avant-dernière intégrale est étendue au secteur $1 \leqq |z| \leqq (1+100\varepsilon)R$, $|\arg z - \theta| = 50\varepsilon$. x est supposé extérieur à un ensemble exceptionnel possible de mesure linéaire nulle. Pour avoir l'énoncé B il suffit de placer x en même temps extérieur à l'ensemble exceptionnel de M. Valiron [*loc. cit.*, note (1)].

MÉCANIQUE. — *Sur un nouveau principe de Mécanique.* Note de M. **F. H. van den Dungen**, présentée par M. Émile Borel.

1. Le principe que nous présentons ici n'est applicable qu'aux systèmes régis par des équations linéaires, sans termes gyroscopiques. Il s'applique également à tout phénomène physique linéaire, comme les courants quasi stationnaires dans les circuits électriques; toutefois, pour limiter l'exposé, nous nous bornerons à traiter le cas de la poutre élastique sur appui indéformable : on généralisera sans peine.

2. *Statique.* — Lorsqu'une poutre est en équilibre sous l'effet d'une seule force extérieure F_e normale à son axe et produisant des déplacements transversaux y_e de sa ligne élastique, on a, suivant Clapeyron,

$$\frac{1}{2} F_e y_e = A(y), \tag{1}$$

où A est le potentiel interne de déformation (de flexion) et y_e la flèche au droit du point d'application de la force. D'autre part pour tout déplacement virtuel, on a, suivant d'Alembert,

$$F_e \delta y_e = \delta A. \tag{2}$$

Si nous choisissons une fois pour toute la valeur de y_e, la relation (1) nous permet, pour toute déformation *arbitraire g* de la ligne élastique de calculer une valeur de F_e. *La plus petite valeur de* F_e *est obtenue lorsqu'on donne à y sa vraie valeur;* on a, en effet, dans ce cas,

$$\delta F_e = 0, \qquad \delta^2 F_e > 0, \tag{3}$$

comme il résulte de (1) et (2) lorsque y_e est constant.

3. *Flambement.* — Lorsque la configuration du système élastique admet un point de bifurcation de l'équilibre, les équations (1) et (2) sont à modifier : si la poutre est soumise à un effort de compression N, il convient d'ajouter dans les seconds membres à l'énergie de flexion A, le terme

$$\frac{1}{2} N \int_0^L y'^2 \, dx = NK.$$

Lorsque N est une des charges eulériennes de flambement, la force F_e, la plus petite possible, correspondant à une flèche donnée y_e, est *nulle* et l'on a

$$A - NK = 0, \qquad \delta A - N \, \delta K = 0, \tag{4}$$

équations déjà utilisées par Timoshenko.

Si N est inférieur à la première charge critique, la valeur trouvée pour F_e est vraiment un minimum.

4. *Oscillation sinusoïdale.* — Si la force F_e varie comme la partie réelle de

$$F_e e^{i\omega t},$$

les flèches dans le mouvement forcé satisfont à

$$\frac{1}{2} F_e y_e = A(y) - \omega^2 T(y), \tag{5}$$

où T correspond à l'énergie cinétique de la poutre, où l'on a remplacé les vitesses par les déformations (conséquence du théorème du viriel).

Lorsque ω est une des pulsations propres du système, la valeur minimum de F_e est nulle et l'on a

$$A - \omega^2 T = 0, \qquad \delta A - \omega^2 dT = 0; \tag{6}$$

c'est le principe de Lord Rayleigh.

Si ω est inférieur à la plus basse pulsation propre, la vraie valeur de Fe est vraiment un minimum ; si ω est supérieur à cette valeur, on peut encore obtenir un vrai minimum dans un problème de minimum lié, grâce à une

relation qui généralise la relation d'orthogonalité, trop longue à exposer ici.

5. *Systèmes visqueux.* — On ajoutera dans ce cas aux énergies A et $\omega^2 T$, un terme $\omega i D$, où D correspond à la fonction de dissipation où l'on a remplacé les vitesses par les déformations.

Dans le cas d'un fluide visqueux en mouvement laminaire et uniforme on aura

$$D = \text{const.}, \qquad \partial D = 0; \tag{7}$$

c'est le principe de Helmholtz sur le minimum de chaleur dégagée.

6. *Observation.* — Le principe dont nous venons de démontrer la validité est applicable aussi bien aux cas d'équilibre qu'à ceux de mouvements propres ou forcés, même s'il y a effet de viscosité. On pourrait le traduire par un énoncé disant que le minimum de la sollicitation calculée par la formule de Clapeyron (1), (5), ... est obtenu pour les vrais déplacements, lorsque le déplacement au droit de la sollicitation est donné. Nous proposons d'appeler ce principe *principe de la moindre sollicitation.*

ASTROPHYSIQUE. — *Diffusion de la lumière stellaire.* Note de M. **Wang Shih-Ky**, présentée par M. Ch. Fabry.

Pour étudier la diffusion de la lumière dans la Voie Lactée, nous avons supposé dans une Note précédente [1], que les étoiles et les particules diffusantes étaient uniformément réparties entre deux plans parallèles au plan galactique.

Supposons maintenant que, pour les cotes galactiques croissantes, l'intensité lumineuse de l'unité de volume $i(s)$ due aux étoiles décroisse suivant une loi exponentielle

$$i(s) = \mathcal{I}_0 e^{-\alpha|s|}.$$

Les dénombrements d'étoiles par magnitudes de Chapman et Melotte ou de Seares et ses collaborateurs permettent de déterminer α. Les premiers donnent $\alpha = 10^{-3}$, les seconds $\alpha = 2,5 . 10^{-3}$. Prenons le plan galactique comme plan des xy et limitons l'espace par deux plans parallèles de cote $+h$ et $-h$. Soient $I(s)$ l'intensité de l'unité de volume due aux diffusions successives et $B(0, \zeta)$ la brillance correspondante observée

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1326.

d'un point du plan galactique, dans une direction faisant l'angle ζ avec l'axe des z. Posant

$$\mathcal{J}(s) = \mathcal{J}_0 e^{-\alpha|s|} + \mathrm{I}(s) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{B}'(\mathrm{o}, \zeta) = \mathrm{B}_e(\mathrm{o}, \zeta) + \mathrm{B}(\mathrm{o}, \zeta),$$

B_e étant la brillance due aux étoiles, on a

$$(1) \qquad \mathcal{J}(s) = i(s) + \frac{\mathrm{K}}{2}\int_{-h}^{+h} \mathcal{J}(t)\,dt \int_1^\infty \frac{e^{-\alpha k|s-t|}}{a}\,da.$$

$\mathcal{J}(s)$ étant une fonction paire, l'usage des intégrales de Fourier

$$i(s) = \int_0^\infty \mathrm{F}(\nu)\cos\nu s\,ds, \qquad \mathcal{J}(s) = \int_0^\infty \Phi(\nu)\cos\nu s\,ds$$

transforme (1) en

$$(2) \quad \Phi(\nu) = \mathrm{F}(\nu) + \frac{k}{\pi}\,\frac{\operatorname{arc\,tang}(\nu/k)}{\nu/k}\int_0^\infty \Phi(u)\left[\frac{\sin(u-\nu)h}{u-\nu} + \frac{\sin(u+\nu)h}{u+\nu}\right]\frac{du}{k},$$

équation intégrale en Φ et dont le noyau est borné.

Si nous supposons le milieu diffusant infini, $h=\infty$, la solution de (2) est immédiate

$$\Phi_{h\to\infty}(\nu) = \frac{\mathrm{F}(\nu)}{1 - \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\operatorname{arc\,tang}(\nu/k)}{\nu/k}}.$$

On remarque que, si $\alpha = 0$ et $i(s) = \mathcal{J}_0$, $\mathcal{J}(s) \nearrow \infty$.

La solution de (1) s'obtient par inversion intégrale de Fourier

$$\mathcal{J}(s) = \frac{2\alpha\mathcal{J}_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{\cos\nu s\,d\nu}{(\nu^2+\alpha^2)\left[1 - \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\operatorname{arc\,tang}(\nu/k)}{\nu/k}\right]};$$

or,

$$i(s) = \frac{2\alpha\mathcal{J}_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{\cos\nu s\,d\nu}{\nu^2+\alpha^2},$$

d'où

$$\mathrm{I}(s) = \frac{2\alpha\mathcal{J}_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{\cos\nu s\,\dfrac{1}{2}\,\dfrac{\operatorname{arc\,tang}(\nu/k)}{\nu/k}\,d\nu}{(\nu^2+\alpha^2)\left[1 - \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\operatorname{arc\,tang}(\nu/k)}{\nu/k}\right]};$$

l'intégration doit être très difficile. Mais, ce qui nous intéresse est la valeur de la brillance B. On démontre que

$$\mathrm{B}(\mathrm{o}, \zeta) = \frac{2\alpha\mathcal{J}_0\,\text{séc}^2\zeta}{\pi}\int_0^\infty \frac{\dfrac{1}{2}\,\dfrac{\operatorname{arc\,tg}(w)}{w}\,dw}{(w^2+\text{séc}^2\zeta)(k^2w^2+\alpha^2)\left(1 - \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\operatorname{arc\,tg} w}{w}\right)},$$

et il n'est pas difficile de voir que

$$B_e(o, \zeta) = \frac{2\alpha \mathcal{I}_0 \operatorname{séc}^2\zeta}{\pi} \int_0^\infty \frac{dw}{(w^2 + \operatorname{séc}^2\zeta)(\alpha^2 + k^2 w^2)} = \frac{\mathcal{I}_0 \operatorname{séc}\zeta}{\alpha + k \operatorname{séc}\zeta}.$$

D'après l'ensemble des observations photographiques, k est de l'ordre de $5 . 10^{-4}$ à 10^{-3} parsec^{-1}. Dans le Tableau ci-après, où les brillances sont exprimées en étoiles de magnitude 1 par degré-carré, on a pris la valeur minimum $k = 5 . 10^{-4}$:

	$\alpha = 10^{-2}$.				$\alpha = 2,5.10^{-3}$.			
ζ..........	0°.	30°.	60°.	90°.	0°.	30°.	60°.	90°.
B_e........	0,0065	0,0071	0,0098	0,0195	0,0045	0,0051	0,0070	0,0271
B.........	0,0048	0,0053	0,0065	0,0083	0,0031	0,0034	0,0043	0,0062

Au voisinage du pôle galactique $\zeta = 0$, la brillance due aux diffusions successives est voisine des deux tiers de la brillance due aux étoiles. Ce calcul nous donne sans doute une limite supérieure de la brillance provenant de la diffusion, puisqu'on suppose le milieu diffusant étendu indéfiniment.

Néanmoins, les résultats sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus dans la Note précédente.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le spectre de la Nova Herculis observé à la grande lunette de Meudon.* Note de M. **Henri Camichel**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La présente Note contient les résultats d'une première étude des spectres de la Nova Herculis 1934, que j'ai obtenus avec un spectrographe à fente, à trois prismes, monté au foyer de la grande lunette de Meudon de 80^{cm} d'ouverture. Les observations se groupent en deux séries : du 7 au 31 mars, et du 3 septembre au 22 novembre 1935. La région étudiée s'étend de Hα à Hβ, le défaut d'achromatisme de l'objectif ne permettant pas de dépasser Hβ. La dispersion varie de 35 Å au millimètre pour Hβ à 110 Å pour Hα.

Les clichés du mois de mars correspondent à la fin de la première phase de l'évolution de la Nova. A ce moment le spectre se compose encore d'un fond continu, avec de nombreuses raies d'émission et quelques-unes d'absorption. Les raies d'émission présentent toutes deux maxima d'intensité à peu près égaux, symétriques par rapport à la position normale. Pour toutes les raies du fer et de l'oxygène, l'écartement de ces deux maxima est le

même, il correspond à une vitesse de 590 km/sec. Il est nettement plus grand pour l'azote (870^km^) et présente une valeur intermédiaire pour l'hydrogène (700^km^). Le décalage vers le violet des raies d'absorption du fer donne une vitesse d'approche de 700 km/sec; celui de Hβ donne 860 km/sec. La région Hα présente une structure complexe; sur les tracés au microphotomètre Moll, on reconnaît avec certitude la présence de la raie interdite de NII à 6548 Å, mais la présence de la troisième raie interdite à 6583 Å, mal séparée de Hα, semble être indiquée seulement par des irrégularités dans le contour de la raie de l'hydrogène.

Longueurs d'onde mesurées				
13 mars.		30 mars.		Identification.
6571,4 6557,2	6564,3	6572,5 6557,7	6565,6	6562,8 Hα
6557,2 6539,7	6548,5	6557,7 6540,4	6548,9	6548,1 NII
6369,5 6357,5	6363,5	6368,9 6355,6	6362,2	6361,9 OI
6306,1 6293,1	6299,6	6304,8 6293,0	6298,9	6300,2 OI
5763,4 5746,0	5754,7	5764,5 5745,0	5754,8	5754,8 NII
5582,5 5570,8	5576,7	5582,5 5570,5	5576,5	5577,3 OI
5321,5 5311,0	5316,2	5322,4 5310,5	5316,3	5316,6 FeII
5280,6 5270,1	5275,5			5276,0 FeII
5239,0 5228,7	5233,8			5234,6 FeII
5202,0 5192,6	5197,3			5197,6 FeII
5173,9 5163,6	5168,7	5174,3 5163,3	5168,8	5169,0 FeII
5022,7 5013,8	5018,3	5020,5 5013,2	5016,8	5018,4 FeII
4928,6 4918,6	4923,6	4928,5 4918,8	4923,6	4923,9 FeII
4867,4		4867,6		4861,3 Hβ

Ce tableau indique les longueurs d'onde mesurées pour chacun des deux maxima des raies d'émission et leur moyenne. Les raies 5169, 5018, 4924 sont bordées du côté violet par la raie d'absorption. Le maximum vers le violet de la raie d'émission de Hβ est complètement masqué par la raie d'absorption, qui est très large et montre en son milieu un renversement.

Dans la région 5860 à 5900 Å et dans la région 5670 à 5710 Å se trouvent deux groupements de raies dont l'identification est délicate, plusieurs raies d'absorption et d'émission y étant mélangées.

Le premier groupe pourrait peut-être s'interpréter par la superposition des raies D_1, D_2, D_3, en absorption et émission.

Le tableau de la page 287 se rapporte à des clichés obtenus en mars.

Les clichés des mois d'automne correspondent à la phase nébulaire. Seules subsistent les raies H_α et 5755 du NII de la période précédente, mais les deux raies vertes des nébuleuses à 5007 et 4950 Å sont apparues. Les deux maxima dans les raies d'émission sont devenus très inégaux, celui vers le rouge étant le plus faible. Leur écartement, qui a diminué d'un tiers environ, est toujours plus fort pour l'azote.

On rend compte des particularités des spectres de novæ en supposant que l'étoile, au moment de son maximum d'éclat, projette des masses gazeuses qui sont ensuite illuminées suivant le mécanisme d'excitation des nébuleuses planétaires indiqué par Bowen [1]. Si la matière est disposée en couches sphériques homogènes, les raies d'émission doivent être élargies symétriquement par rapport à leur position normale et doivent avoir une intensité constante, ce qui n'est pas le cas pour la Nova Herculis. On peut expliquer le dédoublement de ses raies par l'émission de la matière en plus grande quantité suivant deux directions opposées. Cette hypothèse semble confirmée par le fait que l'étoile a été vue double. Elle permet de faire une évaluation de la distance de la Nova.

En effet, en admettant que les gaz, partis dans la direction de la Terre, ont été projetés à la même vitesse que ceux appartenant aux deux jets principaux, on a tous les éléments pour calculer la composante tangentielle de la vitesse relative d'éloignement des deux noyaux nébulaires. J'ai obtenu 1270 km/sec en utilisant les vitesses du fer et de l'oxygène; d'une part parce que ce sont les plus précises, d'autre part, parce que les observations du dédoublement ont été faites surtout en lumière verte de l'OIII. L'écartement angulaire était 0″,17 en juillet [2], 6 mois après le maximum d'éclat. Dans ces conditions, la distance serait 970 parsecs ou 2560 années-lumières et la magnitude absolue maxima aurait été de —8,2. Ce résultat ne doit être considéré que comme une indication à cause de l'incertitude des mesures angulaires et des variations possibles de la vitesse radiale.

---

(1) I. S. Bowen, *Astrophysical Journal*, **81**, 1935, p. 1; Mlle Marie Bloch et Jean Dufay, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1465.

(2) G. Van Biesbroeck, *Astrophysical Journal*, **82**, 1935, p. 459.

CAPILLARITÉ. — *Sur la tension superficielle de l'amalgame de calcium.* Note de M. **Léon Convers**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Introduction et but du travail. — Une méthode de mesure de la tension superficielle du mercure dans le vide, par la méthode du poids des gouttes, a été décrite (¹), ainsi que le dispositif utilisé. La T. S. du mercure, dans ces conditions, varie autour de 416 dynes/cm, si l'on ne prend pas la précaution de chauffer, pour en éliminer la vapeur d'eau et les gaz occlus, le tube et la chambre d'égouttement. Elle est plus élevée, et atteint la valeur constante de 442 dynes si le tube d'égouttement est fortement chauffé dans le vide par un fil de platine porté à l'incandescence au moyen d'un courant électrique. Nous nous sommes alors proposé d'étudier les variations subies par cette T. S. lorsque le mercure est remplacé par des amalgames très dilués de métaux alcalins et alcalino-terreux.

Deux auteurs seulement ont publié des résultats de mesures relatives à cette importante question : Schmidt (²) et Oppenheimer (³). Bradley (⁴) a utilisé les résultats de Schmidt à l'étude de l'adsorption des alcalins. Or ce dernier arrive, pour les alcalino-terreux, à la conclusion paradoxale qu'ils provoquent une forte augmentation de la T. S. du mercure. Quant à Oppenheimer, il n'a étudié que trois métaux, dont un seul alcalino-terreux, le calcium, et pour trois concentrations très peu différentes, par la méthode peu précise des dépressions capillaires.

Il nous a paru intéressant d'étudier, en premier lieu, l'amalgame de calcium, à différentes concentrations, en utilisant le dispositif mis au point pour le mercure.

Dispositif expérimental et mesures. — L'appareil comprend essentiellement un tube d'égouttement en forme de siphon, de $0^{cm},227$ de diamètre, rétréci à sa partie inférieure où un capillaire de 120 à 130$^{\mu}$ amène l'almagame. L'ensemble est enfermé dans une fiole conique à col rodé, dont le fond est recouvert d'un peu de mercure. Les gouttes tombent dans des godets, déplacés par un aimant. L'amalgame est admis dans le capillaire

(¹) M. Lemarchands et L. Convers, *J. de Ch. Phys.*, 32, 1935, p. 657.

(²) F. Schmidt, *Die Veränderungen der Oberflächenspannung des Quecksilbers durch Metallzusatz* (Diss. Freiburg, 1911).

(³) Oppenheimer, *Z. für anorg. Chem.*, 171, 1928, p. 98.

(⁴) Bradley, *Phil. Mag.*, 6, 1928, p. 775.

quand la pression, mesurée au moyen d'une jauge de Mac Leod de 340^{cm^3}, n'est plus que de l'ordre de 10^{-5} mm, après chauffage du tube. Les premières gouttes ne sont pas recueillies.

Une détermination avec un même amalgame fournit ainsi 4 ou même 8 séries de 10 gouttes. La formule et le facteur de correction de Harkins [1] permettent de calculer facilement la T. S. à partir du poids d'une goutte. La production de l'amalgame s'effectue, soit par électrolyse de solutions concentrées de $CaCl^2$ pur, soit par union directe du mercure avec des fragments de calcium pur fraîchement coupés, sans qu'il ait été possible de mettre en évidence une influence du mode de production de l'amalgame sur son action superficielle. Quant à la détermination de la concentration de l'amalgame, recueilli, immédiatement après la mesure, dans 50 (ou 25^{cm^3}) de HCl N/50, elle était déterminée, 24 heures après, par retitrage de l'acide employé. La détermination des très faibles concentrations était plus délicate : un amalgame relativement concentré était d'abord produit; puis une petite partie était prélevée pour être diluée et donner, suivant les cas, une concentration de 10 à 100 fois plus faible; la détermination de la concentration étant faite sur la partie restante.

Résultats expérimentaux. — Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant : la durée de formation des gouttes est restée à peu près constante; comprise entre 15 et 25 secondes. Nous avons pu constater qu'à cette fréquence aucune perturbation hydrodynamique ne se produit.

Concentration en gramme pour 100.	Poids d'une goutte.	Tension superficielle à 20°.	Pression superficielle du film adsorbé.
0	0,2146	442	0
0,000002	0,2075	427,8	14,2
0,00002	0,2036	422	20
0,000065	0,1988	411	31
0,00008	0,1970	409,4	32,6
0,00012	0,1947	404	38
0,00022	0,1906	396,1	45,9
0,00033	0,1872	390,8	51,2
0,0005	0,1895	395	47
0,00058	0,1911	398,4	43,6
0,0006	0,1919	402,8	39,2
0,0007	0,1938	403	39
0,0033	0,1933	402,5	39,5

[1] HARKINS-BROWN, *J. of Am. Ch. Soc.*, 41, 1919, p. 499.

De l'étude de ces données, il résulte que la pression superficielle du film adsorbé augmente d'abord régulièrement avec la concentration jusqu'à $C = 0^g,00033$ pour 100 (environ 10^{-6} atome-gramme de calcium par centimètre cube), puis diminue à nouveau.

On pourrait supposer qu'il s'agit là d'un phénomène d'oxydation. En effet, si la pression reste supérieure à quelques millièmes de millimètre, le poids des gouttes d'amalgame est élevé, il atteint, et même dépasse celui des gouttes de mercure issues du même tube; de plus les gouttes n'entrent pas en vibration, comme celles de mercure, sous l'influence de la moindre trépidation. Elles semblent entourées d'une enveloppe rigide. Enfin, lorsqu'elles tombent dans le bain de mercure recouvrant le fond de la chambre d'égouttement, leur chute provoque la formation locale d'une pellicule terne, mélange d'oxyde de calcium et de mercure.

Ces phénomènes sont atténués si l'on admet dans l'appareil de l'argon pur à la pression de quelques dixièmes de millimètre. Ils disparaissent complètement quand la pression s'abaisse au-dessous de $0^{\mu},3$ à $0^{\mu},1$. Ils semblent donc bien provenir d'une oxydation du film métallique superficiel par des traces d'oxygène qui sont également adsorbées avec énergie.

ÉLECTRICITÉ. — *Emploi du tétrachlorure de carbone pour l'élévation de la tension des générateurs électrostatiques du type Van de Graaf.* Note de MM. **Frédéric Joliot**, **Moshé Feldenkrais** et **André Lazard**, présentée par M. Jean Perrin.

Le principe du générateur électrostatique de Van de Graaf consiste à élever la tension d'une sphère conductrice en lui apportant des charges électriques portées par des courroies isolantes ou des poussières préalablement chargées (¹). Pour une sphère de diamètre donné la tension maxima dans l'air sec à la pression atmosphérique est obtenue lorsque le champ électrique à sa surface atteint environ 30000 volts/cm. Pratiquement les tensions obtenues sont notablement inférieures à celles que l'on peut calculer connaissant le diamètre de la sphère. Ceci est dû au fait qu'une partie des charges apportées s'échappe par les effluves qui prennent naissance à l'entrée du support de la sphère et aux aspérités et poussières

(¹) Van de Graaf, *Phys. Rev.*, 43, 1933, p. 149; Pauthenier, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1332.

toujours présentes sur sa surface. Lorsque ces pertes, qui augmentent avec la tension, deviennent égales à la quantité d'électricité apportée, la tension limite pratique est atteinte. Nous avons construit un générateur Van de Graaf en vue de la synthèse d'éléments radioactifs. La sphère a un diamètre de 1^{m}, elle est supportée par un cylindre de bakélite de 50^{cm} de diamètre à l'intérieur duquel circulent deux courroies de 30^{cm} de largeur transportant les charges. L'appareil fonctionnant dans l'air, nous obtenions dans les meilleures conditions une tension limite d'environ 650 000 volts; de nombreuses effluves apparaissaient à l'entrée du support de bakélite indiquant des pertes importantes de charges expliquant la grande différence entre la tension atteinte et celle que l'on peut prévoir théoriquement pour ce diamètre de la sphère.

Le local dans lequel se trouve l'appareil a un volume de 300^{m^3}. Environ 1 litre de tétrachlorure de carbone étant vaporisé dans l'atmosphère de la pièce, on observe alors un changement considérable dans le fonctionnement de l'appareil. Les fortes effluves ne sont plus visibles et l'on constate que la tension s'élève jusqu'à 1250 Kv, tension à partir de laquelle des étincelles éclatent entre la sphère et les parois de la pièce. Les tensions sont mesurées par l'augmentation du travail du moteur entraînant les courroies chargées. Il est probable qu'en introduisant des quantités plus grandes de tétrachlorure de carbone dans la pièce l'effet serait encore plus grand. Des essais de cette sorte sont actuellement en cours. L'interprétation de l'effet du tétrachlorure de carbone est difficile. Cependant il semble qu'il est dû d'une part à la présence de molécules lourdes donnant des ions de faible mobilité et d'autre part à la présence de chlore ayant une grande électro-affinité. Cet effet est à rapprocher des expériences de Natterer sur les distances disruptives entre des électrodes plongées dans des gaz ou vapeurs. Cet auteur montre en particulier que la distance disruptive pour une tension donnée est environ 10 fois plus faible dans le tétrachlorure de carbone que dans l'azote.

En définitive ce procédé permet d'élever dans de grandes proportions la tension limite d'un générateur électrostatique de dimensions données,

ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE. — *Une méthode d'intégration de quelques équations différentielles par un procédé électrique.* Note [1] de M. **Nicolas Minorsky**, présentée par M. Paul Langevin.

Une équation différentielle de la forme

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + F_1\frac{d\theta}{dt} + F_0\theta = 0, \tag{1}$$

où F_1 et F_0 sont fonctions, soit de t, soit de θ, peut être envisagée comme équation du mouvement d'un pendule ayant des paramètres variables. Il est évident que, si l'on réalise un pendule du genre (1), la loi de son oscillation en fonction du temps donnera bien l'intégrale générale de l'équation en question.

Considérons le mode de réalisation suivant :

Un solénoïde S est parcouru par un courant alternatif i_0. Supposons qu'on fasse pénétrer le long de xx, à l'intérieur de S, par une fente étroite pratiquée sur sa surface, un contour plan C limité par l'axe des x, la courbe $\varphi(x)$ et le troisième côté quelconque.

L'amplitude de la force électromotrice induite dans les spires de ce contour entre les bornes a et b est de la forme

$$e(x) = k\int_0^x \varphi(x)\,dx,$$

k étant un facteur de proportionnalité. Cette force électromotrice étant appliquée à la grille d'un amplificateur thermionique linéaire provoquera des variations correspondantes du courant plaque i_1 de la même forme. Si le contour C est inséré à l'intérieur de S à une vitesse constante, on a

$$i_1 = k_0\int_0^t \varphi(t)\,dt = k_0\,F(t),$$

k_0 étant un facteur constant.

Alimentons avec le courant i_1 le cadre mobile d'un électrodynamomètre dont le solénoïde est parcouru par le courant i_0 de mêmes fréquence et phase que i_1 mais d'amplitude fixe.

Pour des petits angles d'écart, l'équation différentielle du mouvement du

[1] Séance du 13 janvier 1936.

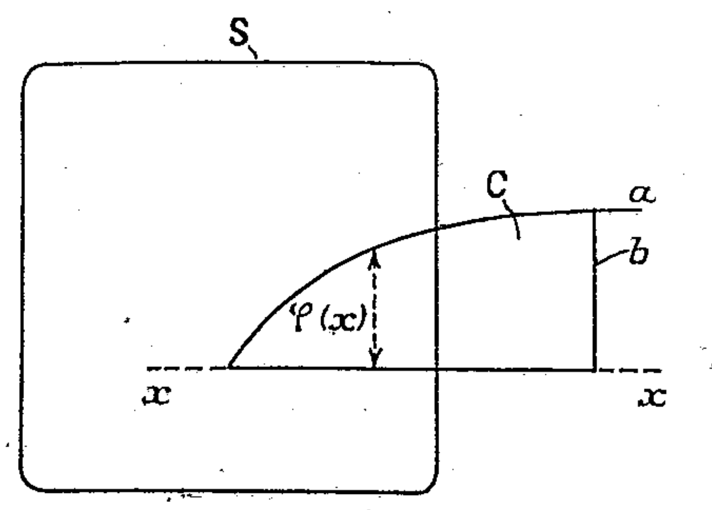
cadre est

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}+ci_0i_1\theta=0$$

ou bien, en divisant par I de la forme (1), où $F_1=0$.

La fonction voulue est ainsi introduite par le contour sous la forme d'une modulation de i_1.

Pour l'intégration de l'équation de Schrödinger sous sa forme unidimensionnelle $d^2\theta/dt^2+[-E+V(t)]\theta=0$, on prendra un système de



deux cadres S_1^1 et S_2^1 sur le même axe vertical placé à l'intérieur de deux solénoïdes S_1 et S_2 d'axes horizontaux et parallèles, l'un (par exemple S_1) étant au-dessus de l'autre.

Le cadre inférieur S_1^1 se trouve à l'état instable par rapport au solénoïde S_1 : par contre le cadre supérieur S_2^1 est stable au sens de petites déviations de la position d'équilibre $\theta=0$.

A l'instant initial le cadre supérieur S_2^1 n'a pas de courant mais à partir de ce moment l'amplitude de ce courant commence à croître selon la loi $V(t)$ prédéterminée par la forme du contour qui commence son mouvement uniforme le long de l'axe x. On obtient ainsi F_0 de la forme

$$-E+V(t).$$

A une amplitude donnée du courant du cadre S_1 correspond un couple $-E$ déterminé. Le critérium pour que E soit une valeur propre et que la courbe $\theta(t)$ soit une fonction propre est le fait que l'équipage mobile revient à sa position initiale quand le contour C revient à sa position initiale.

Le procédé est général; par exemple pour l'équation de Mathieu on réalisera un mouvement alternatif de C avec une période $T=2\pi/\omega$. Pour les équations non linéaires on placera le contour C sur le système mobile de façon à pouvoir réaliser le couple de rappel de la forme $F_0(\theta)$.

Pour réaliser les équations avec F_1 on amplifiera la force électromotrice provenant du mouvement angulaire $d\theta/dt$ du système mobile et l'on alimentera avec la différence d'ampère-tours du système amplificateur différentiel une armature calée sur l'axe d'oscillation. Le couple appliqué au pendule sera ainsi proportionnel à $d\theta/dt$ et l'on introduira les relations fonctionnelles voulues à l'aide d'un contour C de forme appropriée dans le champ de l'armature. De cette façon on arrive à intégrer par exemple l'équation de relaxation de la forme

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + [a - bf(\theta)]\frac{d\theta}{dt} + C\theta = 0.$$

ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE. — *Sur le transfert des phénomènes déformants.* Note [1] de M. **C. Budeanu**, présentée par M. André Blondel.

Soient deux circuits en présence, liés par un transformateur à induction et immobiles par rapport au flux résultant. Ils sont caractérisés par les éléments suivants (où p est un nombre entier) :

Les courants et les tensions aux bornes primaire et secondaire

$$i = \sqrt{2}\,\Sigma I_p \cos(p\omega t - \beta_p) \qquad \text{et} \qquad i' = \sqrt{2}\,\Sigma I'_p \cos(p\omega t - \gamma_p)$$
$$u = \sqrt{2}\,\Sigma U_p \cos(p\omega t - \beta_p + \varphi_p) \qquad \text{et} \qquad u' = \sqrt{2}\,\Sigma U'_p \cos(p\omega t - \gamma_p + \varphi'_p),$$

les ampères-tours magnétisants résultants et le flux résultant

$$y = ni + n'i' = \sqrt{2}\,\Sigma Y_p \cos(p\omega t - a_p - \Psi_p) \qquad \text{et} \qquad f = \sqrt{2}\,\Sigma \Phi_p \sin(p\omega t - \alpha_p),$$

les résistances des deux circuits r et r', les selfinductances de fuite l et l', leurs nombres de spires n et n'.

En partant des équations classiques et de l'expression des ampères-tours

$$(1) \qquad u = ri + l\frac{di}{dt} + n\frac{df}{dt}; \qquad 0 = u' + r'i' + l'\frac{di'}{dt} + n'\frac{df}{dt} \qquad \text{et} \qquad y = ni + n'i',$$

nous écrivons directement la conservation des puissances instantanées

$$(2) \qquad ui = ri^2 + li\frac{di}{dt} + y\frac{df}{dt} + l'i'\frac{di'}{dt} + r'(i')^2 + u'i'.$$

En introduisant dans (2) les expressions notées plus haut et en nous

---

[1] Séance du 30 décembre 1935.

imposant la condition de valabilité simultanée de (1) et (2) ainsi que de $ni + n'i' = y$, quel que soit le temps t, nous pouvons écrire pour chaque harmonique p et pour chaque groupe d'harmoniques p, q les relations suivantes :

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} U_p I_p \cos\varphi_p &= r I_p^2 + p\omega\Phi_p Y_p \cos\Psi_p + r'(I'_p)^2 + U'_p I'_p \cos\varphi'_p, \\ U_p I_p \sin\varphi_p &= l p\omega I_p^2 + p\omega\Phi_p Y_p \sin\Psi_p + l' p\omega(I'_p)^2 + U'_p I'_p \sin\varphi'_p; \end{aligned}\right.$$

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} &[U_p I_q \cos(\beta_p + \beta_q - \varphi_p) - U_q I_p \cos(\beta_p + \beta_q - \varphi_q)] \\ &\quad = (p-q)\, l\omega I_p I_q \sin(\beta_p + \beta_q) + (p-q)\, l'\omega I'_p I'_q \sin(\gamma_p + \gamma_q) \\ &\qquad + [p\omega\Phi_p Y_q \cos(\alpha_p + \alpha_q + \Psi_q) - q\omega\Phi_q Y_p \cos(\alpha_p + \alpha_q + \Psi_p)] \\ &\qquad + [U'_p I'_q \cos(\gamma_p + \gamma_q - \varphi'_p) - U'_q I'_p \cos(\gamma_p + \gamma_q - \varphi_q)]; \end{aligned}\right.$$

$$(4')\quad \left\{\begin{aligned} &[U_p I_q \sin(\beta_p + \beta_q - \varphi_p) - U_q I_p \sin(\beta_p + \beta_q - \varphi_q)] \\ &\quad = (q-p)\, l\omega I_p I_q \cos(\beta_p + \beta_q) + (q-p)\, l'\omega I'_p I'_q \cos(\gamma_p + \gamma_q) \\ &\qquad + [p\omega\Phi_p Y_q \sin(\alpha_p + \alpha_q + \Psi_q) - q\omega\Phi_q Y_p \sin(\alpha_p + \alpha_q + \Psi_p)] \\ &\qquad + [U'_p I'_q \sin(\gamma_p + \gamma_q - \varphi'_p) - U'_q I'_p \sin(\gamma_p + \gamma_q - \varphi'_q)]. \end{aligned}\right.$$

Nous reconnaissons dans le transfert du secondaire au primaire la *conservation* des puissances et des hormanances (3) et des *hormanances mutuelles* [1] *élémentaires* (4) et (4'), ce qui nous permet également d'écrire la *conservation vectorielle*, dans un espace à plusieurs dimensions, de l'*hormanance mutuelle totale*, dans le même transfert sous la forme suivante [2] :

$$(5)\qquad \overline{H_m} = \overline{H_{mi}} + \overline{H_{mc}} + \overline{H'_{mi}} + \overline{H'_m}.$$

Nous relevons quelques *conclusions* de cette propriété :

a. La conservation vectorielle des hormanances mutuelles, que nous avons énoncée pour l'intérieur d'un réseau, ainsi que toutes ses conséquences, s'applique également *au transfert entre deux ou plusieurs réseaux. Les phénomènes déformants se transfèrent à travers un transformateur.*

b. Les phénomènes de circulation en sens inverse des puissances sur

---

(1) Le nom d'hormanance mutuelle désigne, suivant la proposition de M. Blondel, inspirée de la terminologie de Heaviside, ce que nous avions appelé *puissance déformante*.

(2) H_m et H'_m sont les hormanances mutuelles aux bornes primaires et secondaires, H_{mi} et H'_{mi} les hormanances mutuelles des fuites, et H_{mc} identique comme forme aux autres hormanances mutuelles correspond aux puissances instantanées $y\,df/dt$ [relation (2)] et par conséquent aux termes en $p\omega\Phi_p Y_q$ et $q\omega\Phi_q Y_p$ (4) et (4'). H_{mc} est l'hormanance mutuelle « absorbée » par le courant magnétisant et due au milieu magnétique. Les expressions générales des hormanances mutuelles deviennent dans

l'onde fondamentale et les harmoniques, provoqués par un appareil déformant situé sur le secondaire, se font ressentir aussi bien sur le primaire (¹).

c. Dans le cas d'un régime triphasé la loi de conservation (5) doit s'écrire pour *l'ensemble du système*. Dans ce cas on ne retrouve pas dans l'un des circuits toute l'hormanance mutuelle transférée de l'autre, à cause de la compensation de quelques termes élémentaires de l'hormanance mutuelle entre les trois phases, après le transfert, résultant de la conservation (²). Cela pourrait se produire dans le cas d'un appareil déformant triphasé placé dans le réseau secondaire d'un transformateur étoilé sur le primaire sans fil neutre.

---

ce cas :

$$\begin{aligned} H_{m^2} = {} & \Sigma[U_p I_q \cos(\beta_p + \beta_q - \varphi_p) - U_q I_p \cos(\beta_p + \beta_q - \varphi_q)]^2 \\ & + \Sigma[U_p I_q \sin(\beta_p + \beta_q - \varphi_p) - U_q I_p \sin(\beta_p + \beta_q - \varphi_q)]^2, \\ H_{m^2} = {} & \Sigma[U_p^2 I_q^2 + U_q^2 I_p^2 - 2 U_p U_q I_p I_q \cos(\varphi_p - \varphi_q)], \end{aligned}$$

et de même

$$\begin{aligned} (H'_m)^2 = {} & \Sigma[(U'_p I'_q)^2 + (U'_q I'_p)^2 - 2 U'_p U'_q I'_p I'_q \cos(\varphi'_p - \varphi'_q)], \\ H_{mc}^2 = {} & \Sigma[E_p^2 Y_q^2 + E_q^2 Y_p^2 - 2 E_p E_q Y_p Y_q \cos(\Psi_p - \Psi_q)], \\ H_{mi}^2 = {} & \Sigma[\pm V_p I_q \mp V_q I_p]^2 = \Sigma[\pm (p-q) l \omega I_p I_q]^2, \\ (H'_{mi})^2 = {} & \Sigma[\pm V'_p I'_q \mp V'_q I'_p]^2 = \Sigma[\pm (p-q) l' \omega I'_p I'_q]^2, \end{aligned}$$

où nous avons posé $E_p = p\omega\Phi_p$, $E_q = q\omega\Phi_q$, ..., $V_p = p\omega l I_p$, etc.

Le courant magnétisant et par conséquent le milieu magnétique est le siège des puissances $p\omega\Phi_q Y_p \cos\varphi_p$ (hystérésis, Foucault), des hormanances $p\omega\Phi_p Y_p \sin\Psi_p$ et de l'hormanance mutuelle H_{mc}. Les valeurs de H_m et H'_m entrent dans les puissances apparentes P_{ap} et P'_{ap} sous la forme connue

$$P_{ap}^2 = (\Sigma U_p I_p \cos\varphi_p)^2 + (\Sigma U_p I_p \sin\varphi_p)^2 + H_m^2,$$

et de même pour P'_{ap}.

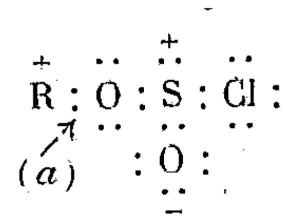
(¹) C. Budeanu, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1598.

(²) C. Budeanu, *Puissances réactives et fictives*, p. 297 et 304; A. Mauduit, *Machines électriques*, **2**, p. 1575.

ÉLECTROCHIMIE. — *Essai d'interprétation de quelques différences de propriétés des chlorosulfites et des chloroformiates d'alcoyle, du point de vue électronique.* Note de M. **Pierre Carré**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons montré (¹) que l'introduction d'un halogène, ou d'un groupe phényle, dans le radical R d'un chlorosulfite d'alcoyle R.OSOCl, ou d'un chloroformiate R.OCOCl, augmente la stabilité du chlorosulfite, tandis qu'elle diminue la stabilité du chloroformiate, l'influence du substituant diminuant rapidement lorsque ce substituant s'éloigne du groupe OSOCl ou OCOCl; et aussi que la stabilité des chlorosulfites et des chloroformiates d'alcoyle normaux présente un phénomène d'alternance paire-impaire, qui est inverse pour les chlorosulfites et pour les chloroformiates. Nous avons essayé d'interpréter ces phénomènes du point de vue électronique.

Le spectre Raman et le parachor des composés sulfureux indiquent que la liaison S—O est une liaison simple. Les chlorosulfites doivent donc avoir la structure électronique (I)

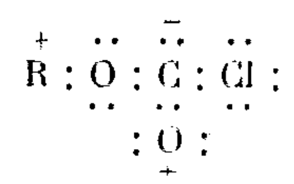
(I) 

dans laquelle la polarité de S est positive. Les radicaux hydrocarbonés aliphatiques ayant en général un caractère positif, on voit que la liaison *a* (envisagée ici parce que le chlorosulfite se décompose en SO^2 et RCl) sera plus ou moins relachée selon la grandeur de l'action répulsive des deux parties positives R et S et que l'introduction dans R d'un élément ou d'un groupement susceptible de diminuer cette action répulsive devra rendre le composé plus stable, c'est bien ce qui se produit quand on introduit dans R un élément ou groupement dit *négatif*.

Si, dans les chloroformiates, le C qui a remplacé S avait une polarité négative, les inversions constatées se trouveraient expliquées, l'action répulsive précédente faisant place à une action attractive qui serait diminuée par la présence dans R d'un halogène ou d'un groupe phényle. Il fau-

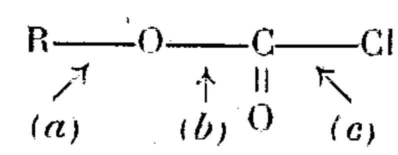
(¹) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1806; 198, 1934, p. 939; 200, 1935, p. 555; 201, 1936, p. 1075; *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 53, 1933, p. 1075.

drait, pour cela, que les chloroformiates aient la structure électronique (II)

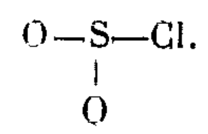
(II) 

laquelle se trouve en contradiction avec l'ordre d'électronégativité qui doit faire considérer comme positif, relativement à O, le C de la liaison C=O, qui, de plus, doit être une liaison double.

Cela nous a conduit à penser que dans le système



des polarités secondaires, qui seraient dues à la position dissymétrique des doublets de liaison *a*, *b* et *c*, confèrent à l'ensemble O—COCl une polarité négative, ce qui rendrait compte des faits constatés. Dans le cas des chlorosulfites, la polarité positive de S serait prépondérante dans le système



Ces considérations, et beaucoup d'autres faits observés dans les séries des chlorosulfites et des chloroformiates, ainsi que les valeurs des moments électriques de quelques chlorosulfites, déterminées par Trunel [1] nous ont conduit à distinguer, dans ces molécules organiques, deux sortes de polarités :

1° les *polarités fortes*, qui sont dues, comme celles de S et de O dans les chlorosulfites, à une insuffisance ou à un excès d'électrons autour de l'élément considéré;

2° les *polarités faibles*, très variables, qui seraient en relation avec ce que j'appellerai l'*écart électronique*, ainsi défini :

Dans un système parfaitement symétrique du type A:A, le doublet de liaison occupe une position moyenne équidistante de chacune des parties liées. Dans un système dissymétrique A:B, le doublet de liaison se trouvera plus rapproché de l'une de ces parties, de B par exemple, si le noyau de l'élément de B lié avec A exerce une action attractive prépondérante sur le doublet; c'est l'écart entre cette position et la position symétrique qui constitue l'écart électronique. Il doit résulter de cet écart, une différence dans les aptitudes réactionnelles de A et de B, que l'on peut considérer

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 557.

comme correspondant à une différence de polarité plus ou moins prononcée des deux éléments liés, la polarité négative devant être attribuée à l'élément vers lequel est attiré le doublet de liaison. L'écart électronique paraît dépendre du nombre total d'électrons qui se trouvent sur les éléments directement liés et sur ceux immédiatement voisins (effet α notable, effet β faible). Bien entendu, l'écart électronique ainsi défini indique le sens du phénomène, et tout au plus son ordre de grandeur.

On est ainsi conduit à envisager une structure *multipolaire* des composés organiques, qui paraît permettre d'interpréter bien des faits peu compréhensibles de la chimie organique, ainsi que certaines influences de solvants polaires et certains phénomènes de catalyse.

Nous espérons aussi que ces considérations pourront nous donner une règle pratique permettant d'apprécier les probabilités des réactions organiques selon les actions attractives ou répulsives qui résultent des polarités des éléments ou des groupements mis en jeu.

OPTIQUE. — *Application à des mesures d'absorption d'un modèle simplifié de l'appareil de Jamin à faisceaux polarisés.* Note de M. **Pierre Barchewitz**, présentée par M. A. Cotton.

Jamin[1] avait donné, en 1868, la description d'un interféromètre à rayons polarisés composé de deux rhomboèdres de spath identiques. Les sections principales de ces deux spaths étaient dans un plan horizontal et leurs faces terminales parallèles. Entre eux était disposée une lame demi-onde dont les lignes neutres étaient à 45° du plan de section principale des spaths. L'ensemble était placé entre deux nicols servant de polariseur et d'analyseur.

Si l'on considère un rayon incident quelconque il se trouve dédoublé à la sortie du premier spath et grâce à l'emploi de la lame demi-onde et du deuxième spath, les deux rayons se recombinent, on analyse l'état vibratoire du rayon sortant du deuxième spath au moyen de l'analyseur.

L'interféromètre ainsi constitué permet d'obtenir des franges qui peuvent dégénérer en teinte plate si la différence de marche devient nulle [2].

---

(1) Jamin, *Comptes rendus*, 151, 1868, p. 814. La même combinaison optique a été retrouvée par M. Marcel Brillouin, qui l'a utilisée pour mettre en évidence de très petits angles de rotation.

(2) Cotton, *Rev. d'Opt.*, 5, 1934, p. 154,

J'ai trouvé une autre application à ce dispositif expérimental : il peut servir à des mesures d'absorption en supprimant le polariseur, en interposant entre les deux spaths un écran de largeur convenable que l'on peut faire tourner légèrement autour d'un axe vertical. On observe deux plages d'égale intensité correspondant aux deux vibrations rectangulaires que peut transmettre le spath. On interpose alors sur un des faisceaux la substance à étudier et l'on repère sur l'analyseur les deux positions pour lesquelles il y a égalité d'éclairement, on peut ainsi déterminer des coefficients d'absorption [1].

J'ai trouvé depuis qu'on peut supprimer la lame demi-onde, pour cela les spaths étant réglés (sections principales dans un plan horizontal, faces terminales parallèles), on fait tourner l'un d'eux de 180° autour de la direction des rayons lumineux. Il y a toujours à la sortie du premier spath, décomposition du rayon incident en deux rayons polarisés à angle droit, ils se recombinent à la sortie du deuxième spath.

On obtient encore, mais seulement si la lumière est monochromatique, des franges ou une teinte plate si l'un des spaths est bien l'image de l'autre dans un miroir perpendiculaire à la direction de propagation des rayons incidents ; mais dans ce cas il n'y a pas compensation entre les différences de marche introduites par les deux spaths et l'ordre d'interférence ne peut être nul. (On pourrait compenser ce retard en interposant sur un des rayons une lame isotrope ou cristalline d'épaisseur convenable).

Si l'on interpose alors entre les deux spaths l'écran convenablement découpé on peut faire encore des mesures d'absorption.

L'avantage de ce dispositif est qu'il supprime la lame demi-onde.

M. Cotton (*loc. cit.*) avait fait remarquer que l'interféromètre de Jamin pouvait être utilisé dans l'ultraviolet proche à condition de remplacer la lame de mica par un quartz perpendiculaire produisant une rotation de 90° des rayons interférents.

Le nouveau montage de ces spaths permet de même, sans avoir à employer de telles lames de quartz, de faire avec ces radiations ultraviolettes des mesures d'absorption. (On peut aussi faire dans l'ultraviolet des mesures interférentielles en employant des lames compensatrices transparentes dans cette région du spectre.)

---

[1] BARCHEWITZ, *Rev. d'Opt.*, 5, 1934, p. 168.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Les rayons restants de l'oxyde de magnésium.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. A. Cotton.

Nous nous sommes proposé de déterminer la longueur d'onde des rayons restants de MgO en utilisant une méthode indiquée par M. Born pour les cristaux cubiques du type NaCl. Comme les ions constituant le réseau de MgO sont bivalents, il a fallu modifier les formules employées par cet auteur.

Nous supposons entre deux ions placés à la distance r une énergie potentielle mutuelle de la forme

$$\varphi(r) = \pm \frac{(2e)^2}{r} + \frac{b}{r^n}. \tag{1}$$

Dans cette formule e désigne la valeur absolue de la charge de l'électron, b une constante et n un exposant que l'on peut calculer, pour un cristal donné dont la densité est ρ et dont les éléments ont pour masses atomiques M_1 et M_2, à partir de la compressibilité X par la relation

$$n = 1 + \frac{3,496}{4}\frac{1}{X}10^{-13}\left[\frac{M_1+M_2}{\rho}\right]^{\frac{1}{3}}. \tag{2}$$

Un calcul simple montre que la longueur d'onde λ_0 correspondant à la fréquence principale est donnée, en μ, par la relation

$$\lambda_0 = 3,015\sqrt{\frac{M_1 M_2}{\rho\, f_3(n)}}, \tag{3}$$

où $f_3(n)$ désigne une fonction qui va être définie.

La longueur d'onde du rayonnement restant est alors, en tenant compte d'une correction introduite par Försterling,

$$\lambda_M = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1+\frac{K}{2[\varepsilon - K]}}}, \tag{4}$$

où ε est la constante diélectrique statique et K un paramètre donné par la formule

$$K = \frac{10,78}{f_3(n)}.$$

L'expression de $f_3(n)$ est

$$f_3(n) = (n-1)\frac{S'_0(n+2)}{S'_0(n)+\beta S''_0(n)} - \frac{2\pi}{S_0(1)}.$$

$S_0(1)$, $S'_0(n)$, $S''_0(n)$ étant des sommes prises par rapport au réseau, et dont M. Born a donné la définition. Dans cette expression β est inconnu, mais dans un réseau, à ions bivalents, du type étudié [en désignant par $S_1(1)$, $S'_1(n)$, $S''_1(n)$ d'autres sommes prises par rapport au réseau et que M. Born à également définies], le coefficient d'élasticité C_{11} est donné par la relation

$$C_{11} = \frac{4e^2}{6r_0^4} S_0(1) f_1(n) \quad \text{avec} \quad f_1(n) = (n+2)\frac{S'_1(n) + \beta S''_1(n)}{S'_0(n) + \beta S''_0(n)} - 3\frac{S_1(1)}{S_0(1)}.$$

La connaissance de C_{11} nous permet de calculer $f_1(n)$ et par suite β. Il est facile de montrer que l'expression de C_{11} nous donne

$$(5) \qquad f_1(n) = \frac{1,168}{4} 10^{-13} C_{11} \left(\frac{M_1 + M_2}{\rho}\right)^{\frac{4}{3}}.$$

Nous avons appliqué les relations précédentes au cas de MgO, en prenant

$$X = 0,71 . 10^{-12}; \quad M_1 = 24,32; \quad M_2 = 16; \quad \rho = 3,64.$$

La formule (2) donne

$$n = 4,03.$$

Comme $C_{11} = 28,84 . 10^{11}$, il vient, à partir de (5), $f_1(4,03) = 2,07$
Les valeurs des sommes, pour $n = 4,03$, sont les suivantes :

$$S'_0(n+2) = 6,54, \quad S'_0(n) = 8,87, \quad S''_0(n) = 4,86,$$
$$S'_1(n) = 7,11, \quad S''_1(n) = 2,25,$$
$$S_0(1) = 1,747, \quad S_1(1) = 3,226.$$

On trouve $\beta = -1,04$. Nous avons pris $\beta = -1$ et nous avons obtenu les résultats suivants :

$$f_2(n) = 2,35, \quad \lambda_0 = 20^{\mu},23. \quad K = 4,58, \quad \lambda_M = 15^{\mu},85.$$

Dans une étude récente Barnes, Brattain, et Seitz [1] ont exécuté des recherches très complètes sur MgO. Ils ont constaté que le phénomène de la réflexion sélective se manifestait par une bande double. Le maximum le plus important correspond à une longueur d'onde de $15^{\mu},3$. On voit que le calcul conduit à un résultat qui concorde bien avec ce fait expérimental [2].

---

(1) Barnes, Brattain et Seitz, *Phys. Rev.*, 48, 1935, p. 582.
(2) Il convient de rappeler que pour MgO les relations de Cauchy ne sont pas satisfaites.

A côté du maximum principal, ces auteurs ont constaté l'existence d'un maximum secondaire correspondant à une longueur d'onde $\lambda' = 14^{\mu},8$. Ce maximum doit provenir d'une fréquence de combinaison dont on peut justifier la présence en supposant anharmoniques les oscillations des ions autour de leurs positions d'équilibre. Born et Blackmann [1] ont calculé cette fréquence dans le cas particulier d'une file de particules vibrantes de deux types, de masses M_1/N et M_2/N (N étant le nombre d'Avogadro) et de charges $+e$ et $-e$. Cette fréquence est donnée en fonction de la fréquence principale ν_0 par la relation

$$\nu' = \nu_0 \frac{\sqrt{M_1} + \sqrt{M_2}}{\sqrt{M_1 + M_2}}.$$

Born et Blackmann ont pensé que cette formule pouvait être utilisée dans le cas de réseaux dans l'espace du type NaCl. Ils l'ont fait avec succès pour des cristaux comme NaCl, KCl, ... Le facteur qui multiplie ν_0 étant indépendant de la charge des ions, nous avons appliqué la relation à MgO.

Nous avons trouvé $\lambda' = 14^{\mu},47$.

ÉLECTROOPTIQUE. — *Biréfringence électrique de l'azote comprimé.* Note de M. **Henri Bizette**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons repris les mesures de Bruce [2] et de Breazeale [3] concernant la biréfringence électrique de l'azote comprimé. Le gaz a été étudié sous des pressions atteignant 150 kg/cm² et soumis à des champs de l'ordre de 160000 volts/cm; la biréfringence a été mesurée en lumière blanche par la méthode de Forest-Palmer. Nous avons trouvé pour la constante de Kerr un nombre environ deux fois plus petit que celui annoncé par les physiciens américains et bien plus petit aussi que celui que l'on calcule théoriquement à partir de la formule Langevin-Born. Ce résultat doit être rapproché de celui obtenu par Guillien [4] pour la biréfringence électrique de l'azote liquide.

Nous trouvons que la constante de Kerr de l'azote gazeux, ramenée à

---

(1) M. Born et E. Blackmann, *Zs. Physik*, 82, 1933, p. 551.
(2) *Physical Review*, 44, 1933, p. 682.
(3) *Physical Review*, 48, 1935, p. 237.
(4) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1840.

une atmosphère, pour la radiation $0^{\mu},578$ de l'arc au mercure et à la température de 22° C., a sensiblement pour valeur

$$B = 0,024 \times 10^{10}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le diagramme de solidification des alliages cuivre-étain.* Note [1] de MM. **W. Broniewski**, **J. T. Jablonski** et **St. Maj**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

L'étude des équilibres à la solidification des alliages cuivre-étain, entreprise pour la première fois par M. Henry Le Chatelier (1895), avait été reprise bien des fois, particulièrement par MM. Heycock et Neville (1897), Giolitti et Tavanti (1908), Hoyt (1913), Haughton (1921), Bauer et Vollenbruck (1922), Isihara (1924) et Raper (1927). Ces recherches diffèrent entre elles très sensiblement dans l'interprétation de la partie la plus importante du diagramme, correspondant à l'équilibre des phases β et γ, ce qui pouvait être dû à la lenteur extrême dans l'établissement des équilibres qui ne parvenaient pas à se stabiliser pendant l'analyse thermique au refroidissement. Nous avons donc cru utile d'entreprendre l'analyse thermique à l'échauffement, après homogénéisation de ces alliages par un recuit approprié.

Les échantillons, contenant moins de 38 pour 100 d'étain, étaient recuits pendant 500 heures à 400°, les autres pendant 2000 heures à 200°. L'échauffement se faisait au four a résistance électrique à une vitesse de 5 à 10° par minute. Les courbes température-temps furent enregistrées par l'appareil Le Chatelier-Broniewski (1912), qu'on montait en galvanomètre double pour l'étude des points critiques par la méthode Roberts-Austen.

Les résultats de notre étude sont reproduits sur les figures suivantes :

Points singuliers :

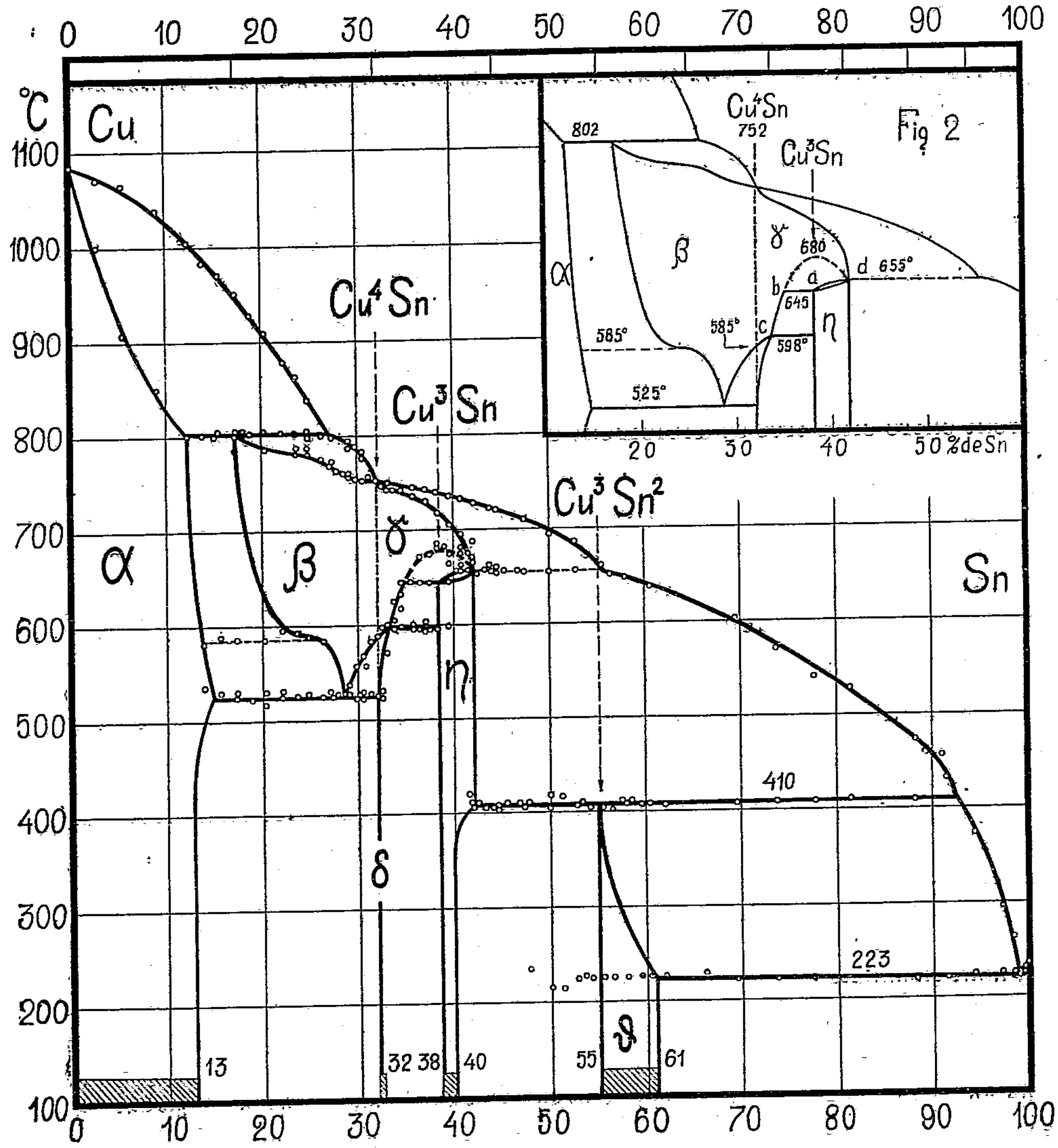
Tempér...	802°.	752°.	680°.	655°.	645°.	598°.	585°.	525°.	410°.	223°.
Pour 100 de Sn en poids.	12	Cu^4Sn	Cu^3Sn	42	35	34	14	15	42	61
	17	–	–	56	Cu^3Sn	Cu^3Sn	26	28,5	Cu^3Sn^2	99
	26	–	–	–	–	–	Cu^4Sn	Cu^4Sn	93	–

La présence des combinaisons Cu^4Sn, Cu^3Sn et Cu^3Sn^2 peut être constatée sur le diagramme.

[1] Séance du 20 janvier 1936.

Le composé Cu^4Sn se solidifie à 752°, en formant, au solidus des solutions solides étendues avec le cuivre (phase β) et avec l'étain (phase γ);

Pour 100 atomique d'étain.



Pour 100 d'étain en poids.

Fig. 1.
Diagramme de fusion des alliages cuivre-étain.

il subit vers 585° une transformation allotropique, qui le rend beaucoup moins apte à dissoudre les constituants voisins (phase δ). Cette transfor-

mation, analogue à celle des aciers en A^3, a pour effet la formation d'un eutectoïde, comparable à la perlite, à 28,5 pour 100 d'étain.

Le composé Cu^3Sn se forme à partir de l'alliage solide, en devenant stable au-dessous de 645°. Pour les alliages de composition intermédiaire entre les points *a* et *b* (*fig.* 2), le dépôt du composé Cu^3Sn produit un changement de concentration de la solution solide primitive suivant la ligne *abc*. Le point *c* correspond à la solution solide limite de l'étain dans le composé Cu^4Sn et subit vers 598° la transformation allotropique de ce composé. Les alliages entre les points *a* et *d* correspondent à des solutions solides de l'étain dans le composé Cu^3Sn et se forment entre 645 et 655° (phase η).

A cette formation de Cu^3Sn en état d'équilibre stable paraît se superposer sa précipitation à l'état d'équilibre labile, due à une dissociation partielle dans la phase γ

$$Cu^3Sn \rightleftharpoons Cu^4Sn + \text{solution solide limite } \gamma.$$

De cet alliage pseudo-binaire (Roozeboom et Aten, 1905) peut se déposer celui des trois constituants dont la limite de solubilité se trouve dépassée et se dépose effectivement la combinaison Cu^3Sn, à l'état d'équilibre labile, à des températures limitées par la ligne pointillée *bd*, pourvue d'un maximum vers 680° (*fig.* 2).

Les alliages entre 55 et 61 pour 100 d'étain (phase ϑ) apparaissent hétérogènes après solidification en quelques heures et ne sont rendus homogènes que par un recuit à 200° dépassant neuf mois.

Ce diagramme s'accorde sensiblement avec les résultats de l'étude des propriétés physiques de ces alliages à la température ordinaire [1].

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les variétés cristallines des nitrites hydratés de baryum et de strontium : l'hydrate* $(NO^2)^2Sr, 4H^2O$. Note [2] de M. **Jean Bureau**, présentée par M. Georges Urbain.

Les mesures cristallographiques, les observations que l'on possède sur les nitrites de baryum et de strontium monohydratés s'accordent pour

(1) Broniewski et Hackiewicz, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 651; *Revue de Métallurgie*, 25, 1928, p. 671; 26, 1929, p. 20.

(2) Séance du 20 janvier 1936.

leur attribuer, dans les conditions ordinaires de température, la forme de pyramides hexagonales. Comme les divers observateurs ont préparé leurs sels, soit par calcination des nitrates, soit par double décomposition, on peut craindre que l'effet des impuretés sur l'orientation de la forme cristalline du sel ne soit pas entièrement éliminé; on peut douter, en particulier, de l'existence de $(NO^2)^2Ba, H^2O$ rhomboïdal signalé par Fisher ([1]) et Nicklès ([2]) et de $(NO^2)^2Sr, H^2O$ octaédrique d'après Hampe ([3]) et Eppler ([4]) ou cubique d'après Winchell ([5]).

Nous avons préparé des nitrites purs par action des produits d'oxydation catalytique de l'ammoniac sur des solutions d'hydroxyde de baryum ou de strontium : la concentration sous vide, et en l'absence de gaz carbonique, des solutions exactement neutralisées fournit $(NO^2)^2Ba, H^2O$ et $(NO^2)^2Sr, H^2O$ sous la forme de pyramides hexagonales; c'est encore cette variété qui est précipitée des solutions concentrées par addition d'éthanol à température ambiante.

L'étude des systèmes binaires nitrite alcalino-terreux-eau permet d'apporter de nouvelles précisions.

Ainsi le système $(NO^2)^2Ba$, eau comprend une branche de dépôt de glace avec eutectique glace, $[(NO^2)^2Ba, H^2O]$ hexagonal, de coordonnées $c = 20,35$ pour 100, $t = -5°,8$, puis une branche curviligne (dépôt de nitrite monohydraté hexagonal) qui s'arrête à $c = 52$ pour 100, $t = 40°$. Au delà de 40° et jusqu'à 114°,8 (ébullition des solutions sous 763^{mm}) s'étend une branche rectiligne d'équation $c = 0,400\,t + 36$, où c désigne la concentration en grammes de sel anhydre pour 100^g de solution, pour laquelle le sel en excès est encore $(NO^2)^2Ba, H^2O$, mais sous forme de prismes rhomboïdaux. Le sel monohydraté, chauffé en tube scellé, laisse apparaître une phase liquide à 116°, température de transformation péritectique en sel anhydre. Enfin le nitrite anhydre fond à 267° (corrigé), soit 50° au-dessus de la température communément admise, puis se décompose sensiblement dès 270°.

La température de transformation d'une variété en l'autre a été obtenue par intersection des courbes de solubilité : la transformation est confirmée par l'examen microscopique du sel et une brusque variation dans la courbe

---

([1]) FISHER, *Annales de Poggendorf*, 74, 1848, p. 115.
([2]) NICKLÈS, *Annuaire de Milon et Reiset*, 1849, p. 103.
([3]) HAMPE, *Annales de Liebig*, 125, 1862, p. 334.
([4]) EPPLER, *Zeitschrift für Krystallographie*, 30, 1898, p. 134.
([5]) WINCHELL, *Elements of Optical Mineralogy*, London, 1931.

densité concentration. Les phénomènes de sursaturation, la petitesse de l'effet thermique, la lenteur du passage d'une forme à l'autre ne permettent pas l'observation thermométrique directe.

Nos observations sur le diagramme $(NO^2)^2Sr$, eau, nous ont permis de mettre en évidence et d'isoler pour la première fois l'hydrate $(NO^2)^2Sr, 4H^2O$ qui appartient au système cubique. Ce sel subit à 15° une transformation péritectique en sel à $1 H^2O$ qui appartient au système hexagonal. Les branches de dépôt pour ces sels sont rectilignes. Entre $-8°,8$ et 15° on a $c = 0,545t + 31,3$; entre 15°,0 et 100° on a $c = 0,1916t + 36,75$ et les coordonnées de l'eutectique glace, sel à $4H^2O$, puis du point de transition sont $t = -8°,8$, $c = 26,4$ pour 100 et $t = 15°,0$, $c = 39,55$ pour 100. Il est impossible d'attribuer un point de fusion au sel anhydre en raison de la décomposition qu'il subit par chauffage.

En définitive il existe bien pour $(NO^2)^2Ba, H^2O$ deux formes cristallines : les divers expérimentateurs n'ont pas toujours pu quitter la branche rectiligne métastable au-dessous de 40°. Quant au nitrite de strontium il apparaît que l'analyse chimique incomplète du sel a pu laisser attribuer au monohydrate des propriétés qui appartiennent au quadrihydrate que nous avons mis en évidence.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Cinétique de l'oxydation de sphérules et de poudres métalliques.* Note de M. **Gabriel Valensi**, présentée par M. Georges Urbain.

1. Des calculs analogues à ceux que j'ai développés [1] pour les fils de métaux divalents permettent, quand l'oxyde est *protecteur*, d'envisager aussi la cinétique de l'oxydation de sphérules.

Conservons les notations de la Note précitée. La loi de Fick pose *en régime*

$$\frac{dm}{dt} = \mu \frac{\partial x}{\partial r} 4\pi r^2 \frac{M}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 D}.$$

Intégrons, *à un instant donné*, en faisant $x = 0$ pour $r = r_2$ et $x = H$ pour $r = r_1$,

$$\frac{dm}{dt} = \frac{3M\mu H}{Dr_0^2} \frac{1}{\frac{r_0}{r_2} - \frac{r_0}{r_1}},$$

[1] G. Valensi, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 602.

r_0/r_2 et r_0/r_1 s'obtiennent, en fonction de m, au moyen des deux équations

$$\frac{r_0^3 - r_2^3}{r_2^3} = \frac{m}{1-m} \qquad \text{et} \qquad \frac{r_0^3 - r_2^3}{r_1^3 - r_2^3} = \frac{1}{\Delta}.$$

D'où, tous calculs faits,

$$\frac{dm}{dt} = \frac{3\mathrm{M}\mu\mathrm{H}}{\mathrm{D}r_0^2} \frac{1}{(1-m)^{\frac{1}{3}} - [1+(1-\Delta)m]^{\frac{1}{3}}}.$$

Une seconde intégration fournit la marche de la réaction ($m = 0$ pour $t = 0$)

$$\frac{2\mathrm{M}\mu\mathrm{H}}{\mathrm{D}r_0^2} t = \frac{\Delta}{\Delta - 1} - \sqrt[3]{(1-m)^2} - \frac{1}{\Delta - 1}\sqrt[3]{[1+(\Delta-1)m]^2}$$

ou, en introduisant le coefficient $\alpha = 2.\overline{16}^2.\mathrm{D}'\mu\mathrm{H}/\mathrm{M}'$,

$$\frac{\Delta}{\Delta - 1} - \sqrt[3]{(1-m)^2} - \frac{1}{\Delta - 1}\sqrt[3]{[1+(\Delta-1)m]^2} = \frac{\mathrm{MM}'\alpha}{256\,\mathrm{DD}'r_0^2} t.$$

Par exemple, pour des sphérules de nickel de rayon initial r_0 cm, la fraction oxydée m au bout de t heures, à la température absolue T et sous la pression de 760^{mm} d'oxygène, serait donnée par l'équation

$$(1) \qquad \mathrm{F}(m) = 2,471 - \sqrt[3]{(1-m)^2} - 1,471\sqrt[3]{(1+0,68m)^2} = \frac{38,14}{r_0^2} e^{-\frac{22420}{\mathrm{T}}} t.$$

La vérification *directe*, au moyen de petites billes spécialement calibrées, est actuellement à l'étude.

2. Les essais réalisés se rapportent à du *nickel pulvérisé*.

Il peut paraître hasardeux d'appliquer une théorie établie pour des sphères, à des grains dont le microscope révèle la forme capricieuse. Les expériences sont cependant reproductibles et vérifient l'équation (1), moyennant certaines spécifications.

1° *Préparation.* — Une barre de nickel à 99,6 pour 100 a été réduite en limaille avec une lime demi-douce de 12 pouces. Le produit a été *roulé* 48 heures dans un broyeur à billes de grès, puis fractionné par tamisages. Les portions moyennes correspondent à des *diamètres* approximatifs $115 \pm 5^{\mu}$ (A); $105 \pm 5^{\mu}$ (B); $90 \pm 10^{\mu}$ (C).

2° *Variation chronométrique de la fonction* F(m) (*fig.* 1). — Jusqu'à un taux de transformation d'au moins 85 pour 100, F(m) varie bien proportionnellement au temps. Les ralentissements observés ensuite s'expliquent par l'inégalité des grains; les plus actifs cessent d'influencer la marche de la réaction, dès qu'ils sont saturés. D'ailleurs pour une même

poudre, les écarts se manifestent à partir d'un degré d'oxydation qui est indépendant de la température.

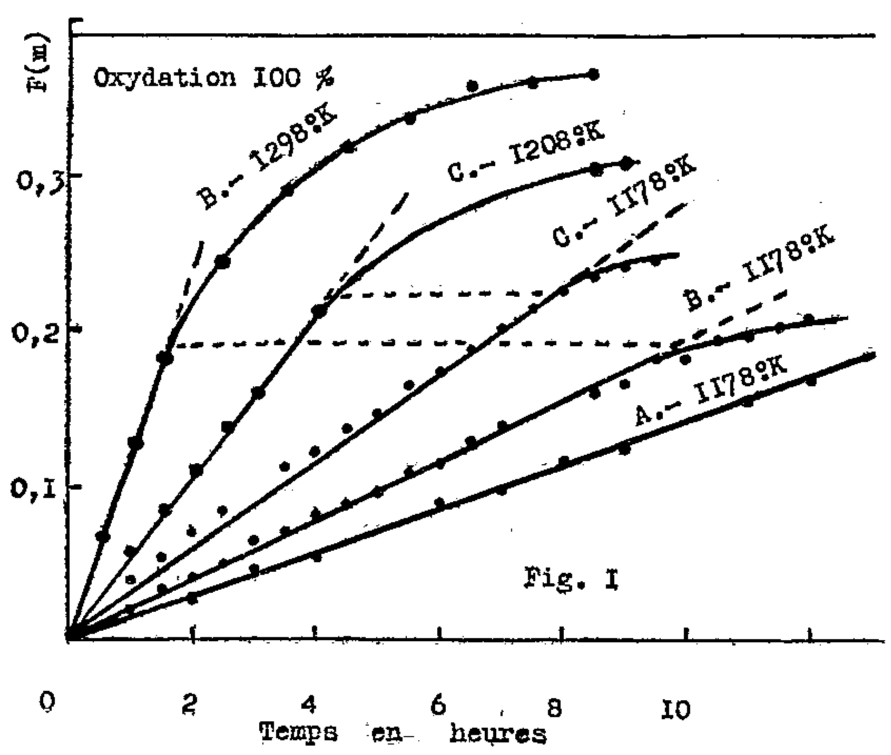


Fig. 1

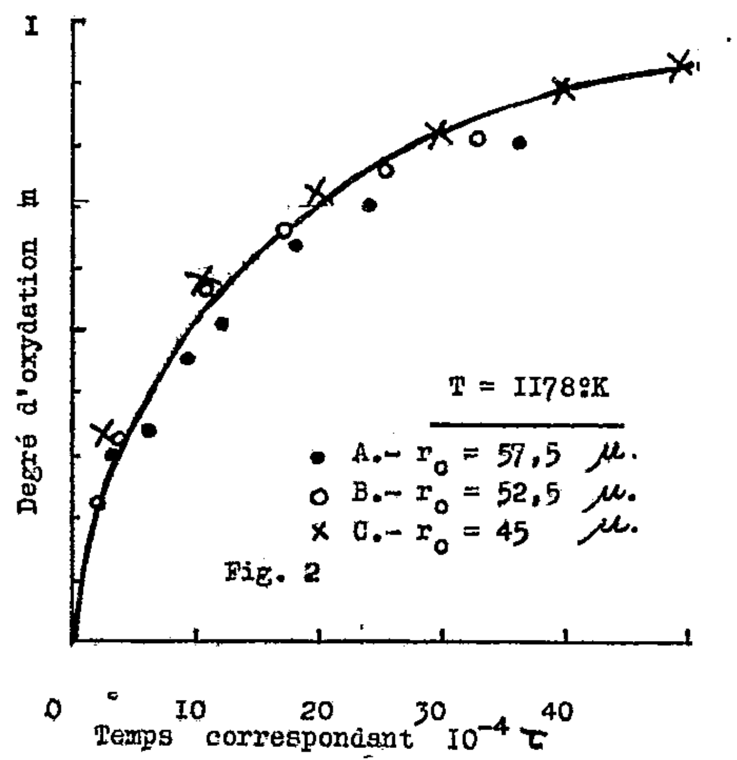


Fig. 2

3° *Coefficients angulaires.* — Les pentes C des droites $F(m) = Ct$. sont proportionnelles à $e^{-\frac{22420}{T}}$;

Fraction B,

$$\frac{C_{1208}}{C_{1178}} = 5,8, \qquad \frac{e^{-\frac{22420}{1298}}}{e^{-\frac{22420}{1178}}} = 6;$$

Fraction C,

$$\frac{C_{1208}}{C_{1178}} = 1,8, \qquad \frac{e^{-\frac{22240}{1208}}}{e^{-\frac{22420}{1178}}} = 1,7.$$

Cependant, le facteur n'est pas égal à $38,14/r_0^2$, comme le voudrait la formule (1). *C'est sans doute ainsi que se traduit le manque de sphéricité.* On peut alors définir, pour chaque poudre, un paramètre

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{38,14}{C} e^{-\frac{22420}{T}}},$$

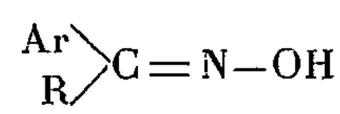
indépendant des conditions, et que j'appellerai *le rayon de la sphère équivalente*. Fixé par une seule expérience, et substitué à r_0 dans l'équation (1), il la rend applicable à tous les cas.

(A) $r_0 = 57^\mu,5$, $\rho_0 = 37^\mu$; (B) $r_0 = 52^\mu,5$, $\rho_0 = 32^\mu$; (C) $r_0 = 45^\mu$, $\rho_0 = 25^\mu,5$.

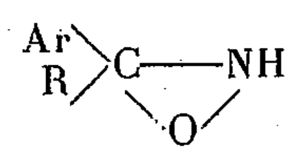
4° Enfin, comme pour les fils, une *loi des temps correspondants* exprime que toutes les poudres d'un même métal s'oxydent identiquement en fonction du rapport t/ρ_0^2. Est-ce encore vrai en prenant pour variable $\tau = t/r_0^2$? La dispersion observable sur la figure 2 dénote une approximation assez grossière.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La constitution des oximes et leur spectre d'absorption dans le proche infrarouge*. Note de Mme **Marie Freymann** et M. **René Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

Des recherches sur les *spectres d'absorption ultraviolets des oximes* ont conduit Mme Ramart-Lucas et ses élèves ([1]) à admettre pour ces substances l'existence de deux formes en équilibre



(I).



(II).

Or des travaux antérieurs ([2]) nous avaient indiqué la possibilité de déceler la présence de groupements OH ou NH dans une molécule par l'existence de bandes d'absorption *infrarouges* situées respectivement vers $0^\mu,96$ et $1^\mu,04$ environ. Mme Ramart-Lucas nous ayant prêté diverses oximes déjà étudiées dans l'ultraviolet, nous en avons enregistré les spectres d'absorption entre $0^\mu,8$ et $1^\mu,2$ environ. Deux conclusions résultent de cette étude :

1° *Équilibre entre les formes* (I) *et* (II). — Pour les oximes de la diéthylcétone, de la méthylpropylcétone et de la méthylisobutylcétone, étudiées à l'état liquide sous une épaisseur de 5 ou 2^{cm}, on observe une bande vers 9668 Å ([3]) : il s'agit de l'*oscillation* (OH) que l'on observe d'autre part, dans les alcools, à 9631 Å ; la présence de l'azote déplace légèrement la bande (OH) vers les grandes longueurs d'onde. Nous avons d'ailleurs vérifié que cette bande (OH) disparaît quand on benzyle l'oxime de la pro-

---

([1]) Mme P. Ramart-Lucas et Mme M. Grumez, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 53, 1933, p. 14 et 753; Mme P. Ramart-Lucas et Mme M. Bruzau, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 53, 1933, p. 135; Mme P. Ramart-Lucas et Hoch, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1387.

([2]) R. Freymann, *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243; Mme M. Freymann, R. Freymann et P. Rumpf, *Journ. Phys.*, 7, 1936, p. 30.

([3]) Nous avons également observé vers 0,91 et $1^\mu,01$ les bandes bien connues caractéristiques des liaisons carbone-hydrogène.

piophénoxime et de la benzaldoxime. *Pour les oximes citées plus haut*, la bande (NH) n'apparaissant pas sensiblement, on peut dire que *la forme* (I) *doit être nettement prédominante.*

Par contre, nous avons observé pour l'oxime de la diméthylbutylacétophénone (à l'état fondu à 162° C., épaisseur 2^{cm}) non seulement la bande (OH) mais une bande nette *à* 10335 Å *qui doit être attribuée à l'oscillation* (NH). De même, l'oxime de la diméthyltétralone (solution dans C^2H^5OH 30 pour 100; température 32° C.; épaisseur 2^{cm}), montre *une bande intense à* 10561 Å *due également à l'oscillation* (NH); dans les deux cas, les bandes envisagées sont nettement distinctes des bandes (CH) et ne pourraient être attribuées à ces oscillations. Nous sommes donc en droit de conclure à l'existence *d'un équilibre entre les formes* (I) *et* (II) *pour les oximes de la diméthylbutylacétophénone et de la diméthyltétralone*. D'après l'intensité de la bande (NH) il semble que pour cette dernière substance la forme (II) doit exister en quantité notable.

2° *Phénomènes d'associations moléculaires.* — Pour toutes les oximes étudiées *la bande* (OH) *est très peu intense à la température ordinaire*. Par contre, en étudiant les oximes de la méthylpropylcétone et de la méthylisobutylcétone à différentes températures comprises entre 20 et 135° C., nous avons observé un accroissement considérable de l'intensité de la bande avec la température; c'est ce qu'indique le Tableau I qui donne approximativement les intensités relatives de la bande (OH) à différentes températures.

TABLEAU I.

Température (en ° C.)	20.	69.	75.	94.	103.	135.
Intensité $\genfrac{}{}{0pt}{}{CH^3}{C^3H^7}\!\!>\!C{=}NOH$	2		17	26		
Intensité $\genfrac{}{}{0pt}{}{CH^3}{C^4H^9}\!\!>\!C{=}NOH$	2	15			27	36

Il s'agit d'un phénomène signalé depuis longtemps (1) par l'un de nous pour les alcools et les acides : *l'augmentation d'intensité de la bande* (OH) *est liée à la destruction des associations moléculaires lorsque la température s'élève;* ce phénomène est particulièrement net pour les composés renfermant le groupement OH.

En résumé, cette étude a confirmé d'une part l'existence d'un équilibre

---

(1) R. FREYMANN, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 39; *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243.

entre deux formes d'oximes, comme l'admet M[me] Ramart-Lucas, et a montré d'autre part que les oximes, comme les alcools ou les acides, présentent des phénomènes d'associations moléculaires.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le moment électrique du pentachlorure de tantale et la structure des composés* AX^5. Note de M. **Henri Moureu**, présentée par M. Marcel Delépine.

Il n'est pas encore établi de façon absolue que les composés du type AX^5 possèdent un moment électrique permanent. Bien que l'on ait trouvé une valeur appréciable pour le pentachlorure d'antimoine $SbCl^5$ (1), un doute a subsisté longtemps sur l'un des composés les plus connus de la série : le pentachlorure PCl^5. Un intéressant travail de P. Trunel (2) vient de montrer récemment que ce dernier composé devait, lui aussi, être considéré comme polaire et ces résultats, joints à ceux que j'apporte moi-même sur le pentachlorure $TaCl^5$, laissent supposer que les molécules AX^5 doivent présenter effectivement un moment électrique permanent.

L'étude expérimentale, effectuée avec P. Trunel que je remercie vivement, a porté sur des échantillons de pentachlorure de tantale purifié par distillation et provenant de l'action, vers 500°, du chlore chargé de vapeurs de tétrachlorure de carbone sur de l'anhydride tantalique; celui-ci avait été lui-même privé de ses impuretés et, en particulier, du niobium, par transformation intermédiaire en fluotantalate. La détermination du moment électrique a été effectuée par des mesures de réfraction moléculaire et de polarisation totale à température constante ($t = 25°$), en utilisant comme dissolvant le sulfure de carbone pur dans lequel le pentachlorure $TaCl^5$ présente une solubilité faible mais appréciable. Les résultats des mesures sont rassemblés dans les tableaux ci-après dans lesquels les notations employées ont les significations suivantes :

f_2, fraction moléculaire du corps dissous;
$M_{1.2}$, masse moléculaire moyenne de la solution ($M_1 f_1 + M_2 f_2$);
n_D^{25}, indice de réfraction de la solution à 25° pour la raie D;
ε^{25}, constante diélectrique de la solution à 25°, mesurée en haute fréquence ($\lambda = 100^m$);
$P_{1.2}$ et $RM_{D1.2}$, respectivement les polarisation totale et réfraction moléculaire des solutions de densité d;
P_2 et $RM_{D.2}$, les polarisation et réfraction moléculaires du pentachlorure.

(1) Bergmann et Engel, *Zeit. Phys. Chem.*, B, 13, 1931; p. 232.
(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 37.

$f_2.10^6$.	$M_{1.2}$.	n_D^{25}.	d_4^{25}.	$RM_{D1.2}$.	$RM_{D.2}$.
0..........	76,120	1,6233	1,2562	21,376	–
873..........	76,367	1,6234	1,2592	21,397	45,8
1596..........	76,571	1,6235	1,2616	21,416	46,3
2397..........	76,797	1,6236	1,2643	21,436	46,3
3584..........	77,133	1,6238	1,2684	21,466	46,6

$f_2.10^6$.	$M_{1.2}$.	ε^{25}.	d_4^{25}.	$P_{1.2}$.	P_2.
0..........	76,120	2,633	1,2562	21,358	–
2116..........	76,718	2,642	1,2634	21,480	78,9
3067..........	76,987	2,646	1,2666	21,534	78,9
3472..........	77,101	2,649	1,2680	21,568	81,8
4038..........	77,261	2,652	1,2699	21,605	82,5
4257..........	77,323	2,653	1,2707	21,618	82,5

En construisant les courbes représentant respectivement les variations de la polarisation P_2 et de la réfraction moléculaire $RM_{D.2}$ en fonction de la concentration f_2, et en les extrapolant jusqu'à une dilution infinie, on trouve qu'à 25° la réfraction moléculaire tend vers $45^{cm^3},8$, tandis que la polarisation totale tend vers 76^{cm^3}.

Ceci implique l'existence pour le pentachlorure $TaCl^5$ d'un moment électrique permanent. Le calcul, par la formule de Debye, donne, en négligeant la polarisation infrarouge, la valeur

$$\mu = 0,01273 \times 10^{-18}\sqrt{(76-45,8)298} \quad \text{soit } 1,2\,D.$$

L'existence d'un moment électrique chez les composés AX^5 oblige, pour représenter ces corps, l'abandon de toute formule symétrique. Cette dissymétrie pourrait être créée par un mode de liaison différent de l'atome A avec certains atomes X (existence de 2 liaisons par singlets, ou d'une liaison hétéropolaire $AX^{4+}X^-$). La première formule, peu conforme aux notions récentes précisées par London sur la liaison homéopolaire, paraît en outre difficile à admettre, si ce n'est comme forme transitoire, car les trois pentachlorures étudiés devraient être paramagnétiques, ce qui est contraire à la réalité. La formule ionique, proposée par Langmuir pour PCl^5, ne me semble pas rendre très bien compte de la dissociation des perhalogénures, ni de leur très faible conductibilité électrique à l'état fondu. Elle reste toutefois à envisager.

On peut admettre en second lieu, comme le fit Lewis pour PCl^5, que le mode de liaison se fait dans tous les cas par doublets, et que l'atome A possède une coque décaélectronique comportant cinq liaisons homéopo-

laires; le moment électrique proviendrait alors de ce que les diverses liaisons AX seraient orientées différemment dans l'espace, la force de ces liaisons pouvant varier suivant que celles-ci se font avec des électrons *s*, *p* ou *d*. Différents modèles stéréochimiques peuvent être envisagés (pyramide à base pentagonale dont le sommet est occupé par l'atome A, pyramide à base carrée dont les cinq sommets sont occupés par les atomes X, tandis que l'atome A est situé en un point de la hauteur, etc.). Des expériences se poursuivent en vue d'essayer de choisir entre les diverses manières de voir qui viennent d'être succinctement exposées.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur les limites et les vitesses de détonation de quelques mélanges gazeux.* Note de MM. **Jean Breton** et **Paul Laffitte**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons exposé [1] le principe de la méthode à l'aide de laquelle nous avons entrepris de déterminer les limites de détonation d'un certain nombre de mélanges gazeux et nous avons en même temps donné les résultats obtenus avec des mélanges à base d'hydrogène et d'oxyde de carbone.

Les résultats rapportés dans la présente Note sont relatifs à la détonation de divers mélanges combustibles pour lesquels nous avons déterminé la limite inférieure (L_i) et la limite supérieure (L_s) de détonation [2]. Nous avons également mesuré la vitesse de l'onde explosive pour un grand nombre de concentrations comprises entre les deux limites. Mais nous n'indiquerons ici cette vitesse que pour quelques mélanges caractéristiques pour lesquels elle est soit maxima (V_M), soit minima (V_m). Enfin nous avons étudié l'influence de quelques facteurs sur les limites de détonation.

Mélanges propane-oxygène et iso-butane-oxygène. — Les résultats obtenus sont les suivants :

$$C^3H^8 - O^2 \left\{ \begin{array}{l} L_i = 3,1 - 3,2; \quad L_s = 36,9 - 37,0; \\ V_M\,(\text{m/sec}) = 2648\ (31\ \%\ C^3H^8); \end{array} \right.$$

$$C^4H^{10} - O^2 \left\{ \begin{array}{l} L_i = 2,8 - 2,9; \quad L_s = 31,3 - 31,4; \\ V_M = 2600\ (22\ \%\ C^4H^{10}). \end{array} \right.$$

Pour ces mélanges la courbe des vitesses de détonation en fonction de la

---

(1) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 146.

(2) Ces limites sont définies par la concentration volumétrique du gaz combustible dans l'air ou l'oxygène.

concentration présente un maximum peu éloigné de la limite supérieure. Au voisinage immédiat des 2 limites, la vitesse décroît brusquement comme pour les mélanges précédemment examinés (H^2-Air, H^2-O^2, CO-O^2, etc.).

Mélanges acétylène-oxygène et acétylène-air. — Les résultats obtenus sont les suivants :

$$C^2H^2 - O^2 \left\{ \begin{array}{l} L_i = 3,5\text{-}3,6; \quad L_s = 92\text{-}93; \\ V_M(\text{m/sec}) = 2950 \; 50\,\%\, C^2H^2); \\ V_m(\text{m/sec}) = 1923\,(90\,\%\, C^2H^2); \end{array} \right.$$

$$C^2H^2 - \text{Air} \left\{ \begin{array}{l} L_i = 4,0\text{-}4,2; \quad L_s = 50\text{-}51; \\ V_M(\text{m/sec}) = 2011\,(15\,\%\, C^2H^2); \\ V_m(\text{m/sec}) = 1722\,(35\,\%\, C^2H^2). \end{array} \right.$$

Ces mélanges sont caractérisés par la grande étendue de leur domaine de détonation. En outre, à l'intérieur des limites, les courbes des vitesses en fonction de la concentration présentent un maximum et un minimum, particularité que nous n'avons observé avec aucun autre mélange.

Mélanges ammoniac-oxygène. — Les limites sont les suivantes :

$$NH^3 - O^2 : L_i = 25,0 - 25,4; \quad L_s = 75,4 - 76,0.$$

La vitesse de détonation varie d'une manière sensiblement proportionnelle à la concentration, sauf au voisinage des limites où elle croît très rapidement, contrairement à ce qui a lieu pour les autres mélanges étudiés.

Mélanges éther-oxygène et éther-air. — Pour les premiers de ces mélanges la limite supérieure n'a pu être déterminée, car elle n'est pas encore atteinte pour une concentration correspondant à la tension de vapeur de l'éther à la température ordinaire. Les résultats sont les suivants :

$$\text{Éther-oxygène} : \quad L_i = 2,6 - 2,7.$$

$$\text{Éther-air} : \quad L_i = 2,7 - 2,8; \quad L_s = 4,5 - 4,6; \quad V_M(\text{m/sec}) = 1780\,(4,1\,\%\, C^4H^{10}O).$$

Influence de divers facteurs sur les limites de détonation. — Une élévation de la pression initiale accroît le domaine de détonation comme le montrent les résultats suivants relatifs aux mélanges $H^2 - O^2$ et H^2 — Air :

$H^2 - O^2$.				H^2 — Air.	
P = 1^atm.		P = 8^atm,7.		L_i.	
L_i.	L_s.	L_i.	L_s.	P = 1^atm.	P = 8^atm,7.
15	90-90,4	13,9-14,3	91,1-91,3	18,5-18,8	14,8-15,1

La présence de petites quantités d'hydrogène abaisse considérablement

la limite inférieure de détonation des mélanges $CO - O^2$ comme on peut le voir d'après les chiffres du tableau suivant :

H^2 °/₀ dans CO.	0.	2.	5.	10.	30.	50.	100.
L_i (°/₀ CO)..	38,0-38,3	33,0-35,2	24,2-24,4	22-22,3	18,8-19	17,2-17,5	14,9-15

Enfin des expériences sur l'influence de petites quantités de plomb tétraéthyle ont permis de conclure que la présence de cet antichoc n'avait aucune action sensible sur les limites de détonation.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode rapide pour apprécier le taux de gaz carbonique dans les atmosphères gazeuses.* Note de MM. **André Kling** et **Maurice Rouilly**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Au cours d'une étude portant sur un problème pratique s'est imposée à nous la nécessité de faire surveiller, par le premier venu, le moment où, dans un local surpeuplé, la teneur en CO^2 atteignait un taux déterminé, en particulier le taux limite au-dessus duquel, en atmosphère riche en vapeur d'eau, la respiration des occupants commençait à se trouver gênée. A cet effet nous avons mis au point une méthode que nous allons indiquer et qui, dans son application, s'est ensuite révélée susceptible, non seulement de fonctionner en tant que méthode détectrice d'un taux maximum déterminé de CO^2, mais encore comme méthode de dosage de ce gaz dans une atmosphère.

En tout état de cause, le seul procédé réellement efficace pour fixer CO^2 consiste toujours à le faire absorber par une solution alcaline. Mais, étant donné les conditions dans lesquelles se présentait à nous le problème à résoudre, il ne pouvait être question, une fois terminée cette absorption, d'en évaluer la quotité par un titrage alcalimétrique. Nous avons pensé que l'étude de la loi suivant laquelle se réalisait la saturation d'un volume constant d'une solution titrée alcaline, par le CO^2 contenu en des atmosphères où il se trouverait à des concentrations variables, nous fournirait sans doute le moyen que nous recherchions.

Nous avons donc tout d'abord vérifié que cette saturation s'effectuait bien suivant le mécanisme que nous supposions et qui est le suivant : au début, la solution alcaline (1) se trouvant à son maximum de concentration, pourvu que le barbotage du mélange gazeux qu'on y fait passer ne soit pas

(1) Concentrations de l'ordre de N/100 à N/10000.

trop rapide, la totalité de CO^2 qui s'y trouve contenu est intégralement retenue. Mais, peu à peu, le taux de l'alcalinité s'abaissant, la rétention de CO^2 se réalise de moins en moins complètement et lorsque tout l'alcali a été transformé en carbonate neutre la fixation du CO^2 devient de plus en plus incomplète, puisque la formation du bicarbonate de soude est conditionnée par la réaction d'équilibre

$$CO^3Na^2 + CO^2 \rightleftharpoons 2\,CO^3NaH,$$

les états de cet équilibre dépendant de la concentration du milieu en CO^3Na^2 et CO^2, de la température, etc. Ce n'est donc qu'une fraction du volume du CO^2 ayant traversé la solution sodique qui y demeure fixée. Cette fraction, bien que sous la dépendance de la vitesse de passage du gaz dans la solution chargée de la retenir, est néanmoins sensiblement constante si les conditions opératoires sont maintenues, elles aussi, suffisamment constantes. Et de fait si, dans 25^{cm^3} d'une solution de NaOH, à N/1000, teintée à la phtaléine du phénol, contenus dans un barboteur de type et de dimensions convenables, on fait passer, à vitesse constante, des courants d'air dans lesquels des proportions de CO^2 s'échelonnent, par paliers de 0,1 pour 100, entre 0,5 et 0,6 pour 100 en volumes, on constate que, pour chacun de ces mélanges gazeux, pris individuellement, le virage se produit toujours après passage de volumes dont les valeurs sont constantes, au degré d'approximation de l'ordre du 1/100e et, qu'en outre, si l'on construit la courbe des volumes gazeux à faire passer pour obtenir le virage en fonction de la concentration du CO^2, cette courbe représente une branche d'hyperbole qui, lorsqu'elle a été tracée, permet, par lecture du volume gazeux nécessaire à provoquer le virage, de remonter au taux de CO^2 de l'atmosphère qui l'a provoqué.

Pour des atmosphères de titres en CO^2 supérieurs à 4 pour 100, il sera commode d'employer des solutions NaOH N/500, N/300, N/100 et, pour chacune d'elles, d'établir une courbe d'étalonnage correspondante. Lorsqu'il s'agira d'apprécier des taux en CO^2 inférieurs à 0,5 pour 100, le mieux sera de diminuer le volume de la solution N/1000 et de la ramener de 25 à 5^{cm^3} [1]. En outre, lorsque ce taux s'abaissera au-dessous de 0,1

---

[1] Les courbes correspondant aux titres de NaOH N/1000, N/500, N/250, ... établies avec le même indicateur, sont à peu près superposables. En outre, les résultats sont pratiquement indépendants du volume du barboteur, car, pour passer des résultats obtenus avec 10^{cm^3} NaOH N/1000 à ceux obtenus avec 25^{cm^3} de la même solution, il suffit de multiplier les premiers par le coefficient 2,5, ainsi que nous l'avons vérifié.

pour 100, il sera utile de substituer, à l'indicateur phtaléine, le bromothymol bleu de Clarke (virage du bleu au jaune pour $pH < 8,4$).

Si l'on ne demande à la méthode que d'être un instrument d'avertissement du moment où le taux en CO^2 d'une atmosphère devient égal ou supérieur à une certaine valeur, 1 pour 100 par exemple, il suffira de faire passer dans le barboteur le volume V d'air qui, d'après la courbe d'étalonnage, correspond à cette teneur 1 pour 100, et de constater si ce passage a provoqué le virage de l'indicateur pour savoir si ce taux est atteint ou non.

EFFET RAMAN. — *Effet Raman des sulfates d'alkyles neutres.* Note de MM. **Louis Médard** et **Robert Marchand**, présentée par M. Charles Fabry.

Les sulfates neutres de méthyle et d'éthyle employés ont été purifiés par lavage à l'eau glacée, séchage rapide sur sulfate de sodium anhydre, puis par deux distillations successives. Les spectres montrent, sur un fond continu faible, qui paraît provenir d'une décomposition photochimique, des raies Raman de fréquences et intensités suivantes :

$SO^4(CH^3)^2$, 256(ff), 401(f), 427(m), 504(aF), 573(ff), 594(f), 758(F, large), 832(f), 1000(f, large), 1175(f), 1193(m), 1391(f), 1452(m), 2851(f), 2968(aF), 3039(m, large).

$SO^4(C^2H^5)^2$, 344(m), 404(m), 506(m), 591(f), 752(aF, large), 815(f), 930(ff), 1001(f, large), 1102(m, large), 1191(m), 1281(f), 1395(f), 1454(m), 2870(f), 2940(aF), 2988(aF).

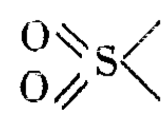
Il est intéressant de rapprocher ces valeurs de celles obtenues par l'un de nous (1), pour le spectre Raman de l'acide sulfurique absolu et confirmées depuis par les travaux de Woodward et Horner (2) ainsi que de Angus et Leckie (3) :

391(m), 433(aF), 564(F), 917(TF), 973(ff), 1141(aF large), 1370(f. large).

On voit qu'au doublet 391-433 du spectre de SO^4H^2 correspondent, dans le sulfate de méthyle le doublet 401-427, et dans le sulfate d'éthyle, la raie 404; ces raies paraissent être caractéristiques des spectres des molé-

(1) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 582.
(2) *Proceed. Roy. Soc.*, A. **144**, 1934, p. 129.
(3) *Proceed. Roy. Soc.*, A. **149**, 1935, p. 327.

cules qui renferment un groupement



car, comme l'ont fait observer Woodward et Horner [*loc. cit.*, note (²)], on les retrouve (¹) à 408 dans le chlorure de sulfuryle et 410 dans la chlorhydrine sulfurique et les sulfites diméthylique et diéthylique. Nous avons encore retrouvé cette même fréquence dans le spectre de la diéthylsulfone $C^2H^5 - SO^2 - C^2H^5$ à 422 cm^{-1} (raie forte).

D'autres fréquences Raman de l'acide sulfurique ont également leurs analogues dans les spectres des deux sulfates d'alkyles étudiés, comme on peut le constater par le tableau de correspondance suivant :

SO^4H^2...............	391-433	564	1142	1370
$SO^4(CH^3)^2$............	401-427	573-594	1175-1193	1391
$SO^4(C^2H^5)^2$...........	404	591	1191	1395

Par contre la fréquence la plus intense du spectre de SO^4H^2, égale à 917 cm^{-1}, n'a aucune analogue dans les spectres de sulfates d'alkyles; réciproquement d'ailleurs la raie très intense, voisine de 755, des sulfates alkyliques n'a aucune correspondante, même lointaine, dans le spectre de l'acide. De ceci, il semble qu'on puisse conclure que l'acide sulfurique absolu possède une structure moléculaire fortement déformée à partir de celle qu'on devrait attendre du terme $n = 0$ de la série $SO^4(C^nH^{2n+2})^2$. A cet égard l'acide sulfurique diffère de l'acide nitrique dont le spectre se raccorde assez bien à ceux des nitrates d'alkyles (²).

Enfin on retrouve, dans les sulfates étudiés, les fréquences voisines de 1450 cm^{-1}, liées à la présence de groupes CH^2.

(¹) Matossi et Aderhold, *Z. für Physik*, 68, 1931, p. 683.

(²) Médard, *J. de Chimie physique*, 31, 1934, p. 281. Ainsi que Dadieu et Kohlrausch, *Naturwiss.*, 19, 1931, p. 690.

EFFET RAMAN ET CHIMIE ORGANIQUE. — *Comparaison des spectres Raman des octène-2 ols-1 et de quelques-uns de leurs dérivés cis et trans.* Note de Mlle **Blanche Gredy**, présentée par M. Robert Lespieau.

J'ai publié (1) les spectres Raman d'isomères éthyléniques cis et trans et montré qu'on pouvait distinguer facilement ceux-ci par l'examen de ceux-là.

J'ai étudié cette fois l'octène-2 ol-1 $C^5H^{11}.CH = CH.CH^2OH$, son acétate, son bromure et son éther-oxyde méthylique sous leurs deux formes cis et trans pures.

L'alcool et l'éther méthylique cis ont été préparés, comme d'habitude, par semi-hydrogénation au palladium colloïdal des composés acétyléniques correspondants; l'acétate dérive de l'alcool cis. Quant au bromure, je n'ai pu obtenir le dérivé cis, l'action de l'acide bromhydrique sur l'alcool cis conduisant à un mélange des deux formes stéréoisomères avec une très grande prépondérance (80 à 85 pour 100 au moins) de l'isomère trans (résultat indiqué par le spectre Raman).

Les composés trans ont été préparés à partir du bromo-1 octène-2 trans, obtenu lui-même par action du tribromure de phosphore sur l'amylvinyl carbinol, suivant la méthode générale de Delaby (2).

La description détaillée des préparations et des produits, les spectres Raman complets seront publiés dans un autre Recueil. Je me bornerai à indiquer ici les fréquences caractéristiques de chaque produit (3), et les remarques importantes que suggère la comparaison des spectres.

Raies caractéristiques.

Amylvinylcarbinol		1282-1305 m	1646 F	3010 F	3090 tf	–
Bromo-1 octène-2 trans		597 F (Br)	1203 TF	1304 af	1662 TF	3011 m
Octène-2 ol-1	cis	1261 F. l.	1303 m	1657 F	–	3019 F
	trans	–	1302 F	1674 TF	–	3011 m
Méthoxy-1 octène-2	cis	1253-1284 aF	1305 m	1659 F	–	3017 f
	trans	1270 f. fl.	1299 aF	1674 F	–	3010 F
Acétate de l'octénol	cis	1255-1276 aF	1304 m	1659 F	1741 f. l.	3033 aF
	trans	1265 af	1303 aF	1673 F	1743 f	3015 f. fl.

(1) Bourguel, Gredy et Piaux, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 129; Gredy, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 2, 1935, p. 1029.

(2) Delaby et Guillot-Allègre, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 2, 1933, p. 1029.

(3) Bourguel, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1736.

Remarques. — 1° Les composés cis se distinguent nettement des composés trans par la fréquence de la raie éthylénique qui est, comme à l'habitude, plus basse chez les premiers d'une vingtaine d'unités.

2° Le doublet 1260-1304 est inversé dans le spectre des deux isomères : la raie ou bande 1260 étant la plus forte pour le cis, et la plus faible pour le trans, elle disparaît même complètement dans le spectre de l'alcool trans.

3° On distingue le spectre de l'alcool de celui des éthers justement à l'aide de cette raie 1261 (sans parler de la raie faible 1741 qui caractérise nettement les acétates). En effet, la raie 1261 est simple dans l'alcool cis, elle est double pour les deux éthers cis; elle disparaît complètement dans l'alcool trans, elle se maintient assez faible et floue dans les spectres des deux éthers trans.

4° A part ces quelques particularités, l'ensemble du spectre est assez peu variable. Il y a bien quelques divergences pour des raies faibles ou floues, les composés trans paraissant un peu plus riches en raies, mais la plupart des raies moyennes ou assez fortes se retrouvent à peu près inchangées pour les octénols, les éthers-oxydes et les acétates cis et trans; on les trouvait d'ailleurs déjà presque toutes dans les spectres des octènes (premières notes citées).

Tabuteau [1], en étudiant les méthylcyclohexanols ortho, méta et para, cis et trans avait trouvé un résultat tout différent. D'une part, les spectres des deux isomères, les para méthylcyclohexanols cis et trans, par exemple, étaient nettement distincts; d'autre part, le spectre variait peu quand on passait d'un alcool *cis* à son acétate, il était très changé par le passage de l'alcool *trans* à son acétate.

On constate donc une différence essentielle entre le problème de l'isomérie cis-trans éthylénique et celui de l'isomérie cis-trans par rapport au plan du noyau; dans le premier cas, seule la force de la double liaison paraît être affectée par les positions respectives des radicaux substituants; dans le deuxième cas, les modifications importantes du spectre corrélatives du déplacement et de l'alourdissement de ces radicaux doivent se rapporter plutôt à une déformation du noyau.

---

[1] TABUTEAU, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 897.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques combinaisons cuivriques et cuivreuses de la thiosemicarbazide et de ses dérivés.* Note [1] de M. VICTOR HARLAY.

Nous avions signalé [2] un certain nombre de combinaisons argentiques de la thiosemicarbazide et des thiosemicarbazones. Nous avons poursuivi nos recherches par l'étude des combinaisons cuivriques et cuivreuses.

1. *Combinaisons cuivriques.* — Nous avons décrit [3] quelques complexes organo-cuivriques fournis par la thiosemicarbazide et par la thiosemicarbazone de l'acétone.

a. Avec le sulfate, le nitrate et le chlorure cuivrique, la thiosemicarbazide donne trois combinaisons cristallisées, que nous avons considérées comme les sels de la thiosemicarbazide cuivrique, où un atome de cuivre est lié par sa double valence à deux molécules de thiosemicarbazide par substitution à l'hydrogène sulfhydrylé.

Le sulfate, le nitrate et le chlorhydrate de la thiosemicarbazide cuivrique sont ionisés dans l'eau, à laquelle ils communiquent une coloration bleue plus ou moins intense suivant leur degré de solubilité. Ils se différencient les uns les autres :

1° à l'état cristallisé par leur coloration, bleu foncée pour le sulfate, brun pourpre pour le nitrate, brune pour le chlorhydrate;

2° par leur solubilité dans l'eau qui va en croissant du sulfate au chlorhydrate.

b. La thiosemicarbazone de l'acétone fournit dans certaines conditions des combinaisons cuivriques. Nous avons isolé et défini trois composés.

1° L'acétone-thiosemicarbazone cuivrique base, composé cristallisé noir, insoluble dans l'eau, dans l'alcool, obtenu par précipitation, au moyen du nitrate de cuivre, de la thiosemicarbazone de l'acétone en solution hydro-acétonique alcalinisée par l'ammoniaque;

2° Deux sels correspondant au complexe précédent, le chlorhydrate et le sulfate de l'acétone-thiosemicarbazone cuivrique, cristallisés l'un et l'autre. Le sulfate préparé en milieu acétonique peut cristalliser en gros prismes jaunes retenant une molécule d'acétone de cristallisation.

---

[1] Séance du 20 janvier 1936.

[2] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1220.

[3] HARLAY, *Thèse Pharmacien supérieur*, Paris, juin 1935.

2. *Combinaisons cuivreuses.* — *a. Thiosemicarbazide.* — En remplaçant l'hydrogène sulfhydrylé de la thiosemicarbazide par un atome de cuivre monovalent on obtient la thiosemicarbazide cuivreuse, dont le chlorhydrate se prépare aisément, en dissolvant à chaud de l'oxyde cuivreux dans une solution chlorhydrique de thiosemicarbazide. La solution filtrée à chaud laisse déposer de longues aiguilles blanches de la combinaison cherchée.

Ce composé, que nous avons représenté de la façon suivante :

$$\left[Cu.S.C\begin{matrix}\nearrow N-NH^2\\ \searrow NH^2\end{matrix}\right].HCl$$

est très peu soluble dans l'eau à froid, davantage à chaud. Mais la solution s'oxyde à l'air et prend alors une coloration bleue.

b. Thiosemicarbazone de l'acétone. — L'acétone-thiosemicarbazone cuivreuse prend naissance, lorsque l'on porte à la température de l'ébullition, dans son milieu de formation, l'acétone-thiosemicarbazone cuivrique : les cristaux noirs font place à de petites paillettes argentées.

Insoluble dans l'eau, ce composé s'y dissout au contraire très aisément par addition d'acide sulfurique. Si l'on remplace l'acide sulfurique par l'acide chlorhydrique, le produit se gélifie et reste à peu près insoluble.

La solution sulfurique traitée par une goutte d'eau oxygénée diluée bleuit intensément, puis se décolore en laissant déposer de fins cristaux de sulfate d'acétone-thiosemicarbazone cuivrique.

Le chlorhydrate et le sulfate de ce complexe ont pu être obtenus cristallisés, le premier par précipitation au moyen d'alcool à 90° de la solution acétonique et chlorhydrique de la base, le second par précipitation au moyen d'acétone de la solution aqueuse et sulfurique. Ils se présentent sous la forme de petits cristaux blancs, s'altérant assez rapidement au contact de l'air humide.

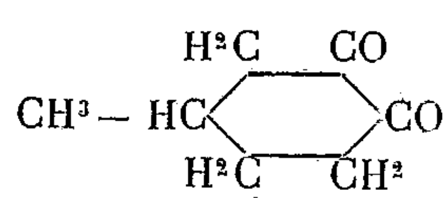
Les déterminations quantitatives, qui nous ont permis d'établir la constitution de ces diverses combinaisons, ont reposé sur les dosages de leurs constituants principaux : cuivre, par iodométrie; thiosemicarbazide, acide chlorhydrique par argentimétrie. [La thiosemicarbazide est, en effet, susceptible d'être dosée à l'état de nitrate de thiosemicarbazide argentique, insoluble dans l'acide nitrique dilué (*loc. cit.*, 3e note)].

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action de l'oxyde de sélénium sur quelques cyclanones.* Note (1) de M. **Marcel Godchot** et de Mlle **Germaine Cauquil**, présentée par M. Marcel Delépine.

Riley, Morley et Friend (2) ont montré que O^2Se pouvait transformer la cyclopentanone et la cyclohexanone en cyclopentanedione-1-2 et cyclohexanedione 1-2. La présente Note a pour but de faire connaître les résultats obtenus en oxydant à l'aide de cet oxyde quelques cyclanones, telles que les trois monométhylcyclohexanones, la cycloheptanone et la cyclooctanone.

Lorsqu'on soumet ces cétones en solution dans l'alcool absolu, vers 80°, à l'action de O^2Se, on constate tout d'abord que la vitesse d'oxydation est nettement différente suivant la nature du cycle. Excessivement rapide avec les cétones en C^5 et en C^6, elle est plus lente pour la cycloheptanone; quant à la cyclooctanone, elle ne s'oxyde qu'assez difficilement. De plus, pour la cyclohexanone (3) et ses dérivés monométhylés, on constate qu'à côté de la dione attendue, il se forme toujours en outre des dérivés bouillant plus haut, résultant d'une oxydation plus avancée, accompagnée de déshydratation.

A. *Monométhylcyclohexanones.* — La 1-méthylcyclohexanone-4 donne naissance à la 1-méthylcyclohexane dione-3-4



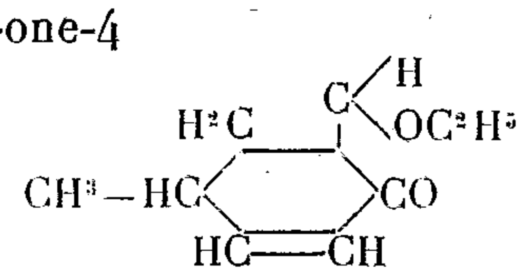
bouillant vers 92-94° sous 25^{mm} et donnant des cristaux fusibles vers 37-38°; cette dione, oxydée en milieu alcalin avec O^2H^2, donne de l'acide β-méthyladipique. Sa dioxime est fusible à 195-196° et le dérivé dibenzoylé de cette oxime fond à 218°. Sa diphénylhydrazone est fusible à 148°. A côté de la dione obtenue ci-dessus, on isole un deuxième corps liquide bouillant vers 118° sous 20^{mm}, qui semble posséder la constitution d'une méthyl-1-

(1) Séance du 20 janvier 1936.

(2) *Journal of the Chemical Society*, 1932, p. 1878.

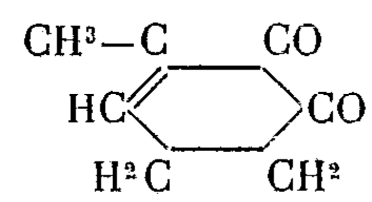
(3) Godchot et Mlle Cauquil, *Bull. Soc. chim.*, 5e série, 1935, 2, p. 1101.

éthoxy-3-cyclohexène-5-one-4



$d_{18°}^{18°} = 1,036$; $n_D^{18°} = 1,4715$; tension superficielle $\gamma_{18°} = 36,34$ dynes/cm; R.M. trouvée 41,60; calculée pour $C^9H^{14}O^2$ 42,35; parachor trouvé 374,75; calculé 375,50. L'oxydation de la 1-méthylcyclohexanone-3, dans les mêmes conditions conduit aux mêmes résultats que l'oxydation de la 1-méthylcyclohexanone-4.

Quant à la 1-méthylcyclohexanone-2, elle fournit un corps liquide bouillant vers 92-93° sous 16^{mm} ($d_{22°}^{22°} = 1,0737$; $n_D^{22°} = 1,5244$; $\gamma_{22°} = 42$ dynes/cm; R. M. trouvée 35,35; parachor trouvé 294); l'analyse (C °/₀ 68,1; H °/₀ 6,61), le parachor 286,1 et la réfraction moléculaire 33,05 calculés pour $C^7H^8O^2$ (l'exaltation provient de doubles liaisons conjuguées par suite de l'énolisation) semblent indiquer comme formule de constitution la méthyl-1-cyclohexène-1-dione-2.3



dont la formation résulterait de la déshydratation de la méthyl-1-ol-1-cyclohexane-dione-2.3 formée transitoirement. La diphénylhydrazone de ce corps fond vers 150° et son oxydation permanganique ne permet d'isoler avec certitude que de l'acide acétique.

B. La cycloheptanone, oxydée en milieu alcoolique par O^2Se, fournit la cycloheptane-dione-1.2, liquide jaune bouillant sous 17^{mm} vers 107-109° ($d_{22°}^{22°} = 1,0607$; $n_D^{22°} = 1,4689$; $\gamma_{22°} = 41,4$ dynes/cm; R. M. calculée pour $C^7H^{10}O^2$ 33,34; trouvée 33,08; parachor calculé 295,00; trouvé 301,25); sa diphénylhydrazone est fusible à 135° et sa dioxime à 181-182° (N °/₀ trouvé 17,80; N °/₀ calculé pour $C^7H^{12}O^2N^2$ 17,90). L'oxydation permanganique de cette dione donne l'acide pimélique.

C. La cyclooctanone, traitée en milieu alcoolique par O^2Se vers 80°, donne naissance non pas à la cyclooctanedione-1.2, mais à un liquide jaune, bouillant à 133-135° sous 15^{mm}. Analyse, °/₀ : C 64,15 et 64,07; H 8,57 et 8,75, ce qui correspond sensiblement à $C^{10}H^{16}O^3$ (C 65,21

et H 8,69) et sans doute à la formule de constitution de l'éthoxy-8-cyclooctane-1.2. Les constantes physiques de ce corps sont les suivantes : $d_{20°}^{20°} = 1,0514$; $n_D^{20°} = 1,4690$; RM. trouvée 48,72; calculée 47,96; $\gamma_{18°} = 40,3$ dynes/cm; parachor trouvé 437,5; calculé 431. Aucun dérivé cristallisé n'a pu être préparé.

Tous les corps obtenus s'énolisent plus ou moins, car ils donnent tous avec Cl^3Fe des colorations très intenses.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Le bromure de glucinium comme catalyseur de bromuration du benzène.* Note de MM. **Martial-Félix Taboury** et **Roger Pajeau**, présentée par M. Marcel Delépine.

La bromuration du benzène a été jusqu'ici effectuée au moyen de divers catalyseurs tels que l'iode (Gessner), le chlorure de zinc (Schiaparelli), l'amalgame d'aluminium (Cohen, Dakin), le chlorure d'aluminium (Greene, Leroy), le chlorure ferrique (Scheufelen), les chlorures d'antimoine, de phosphore, de thallium, les bromures d'antimoine, de phosphore, de fer (Bruner), d'aluminium (Bruner, Gustavson), le manganèse (Gay, Ducellier, Raynaud).

Nous nous sommes proposé de rechercher si le bromure de glucinium possède des propriétés analogues.

1. Préparation du monobromobenzène. — *Action de masses croissantes de bromure de glucinium :*

Dans un ballon muni d'un entonnoir à brome et d'un réfrigérant ascendant que prolongeait un tube permettant de recueillir par dissolution dans l'eau l'acide bromhydrique dégagé, nous avons introduit du bromure de glucinium (en quantité variable), du benzène (86^g), puis lentement du brome (160^g). Le ballon était placé sur un bain-marie maintenu à l'ébullition. L'addition régulière de brome au benzène bouillant durait 20 minutes. La marche de la réaction était suivie par la mesure de la quantité d'acide bromhydrique dégagé. Il suffisait pour cela de maintenir le tube à dégagement à un demi-centimètre au-dessus de la surface de l'eau remplissant à moitié un ballon de un litre placé sur un plateau d'une balance.

Nous avons consigné dans le tableau ci-après, pris parmi de nombreux essais, quelques résultats obtenus en faisant varier la masse du bromure de glucinium de 0 à 4^g, toutes choses égales d'ailleurs.

$m = 0$.		$m = 2,5$.		$m = 3$.		$m = 3,5$.		$m = 4$.	
t.	*m'.*	*t.*	*m'.*	*t.*	*m'.*	*t.*	*m'.*	*t.*	*m'.*
0....	0	0....	0	0....	0	0....	0	0....	0
10....	0	2....	0	2....	0	0,5..	0	0,5..	0
20....	2	10....	5	10....	7	5....	14	5....	15
30....	3	20....	10	20....	12	10....	29	10....	33
40....	4	30....	14	30....	18	15....	45	15....	53
50....	5	40....	19	40....	23	20....	66	20....	73
60....	7	50....	21	50....	26	23....	79	22....	79
70....	8	60....	24	60....	28	25....	80	25....	80
80....	9	70....	27	70....	31				
90....	10	80....	28	80....	32				
		90....	30	90....	34				

Nota. — *m*, masse de Br^2Gl en grammes; *m'*, masse de BrH en grammes; *t*, temps écoulé en minutes à partir du début de l'opération.

Nous devons noter tout d'abord que deux opérations effectuées dans les mêmes conditions ne donnent pas de résultats identiques; ils sont cependant voisins.

Or, comme le bromure de glucinium est insoluble dans le benzène, le monobromobenzène et le brome, il n'agit que par sa surface et l'on doit vraisemblablement attribuer l'anomalie constatée à l'état de division différent du catalyseur d'une opération à l'autre. Néanmoins, de l'allure générale des courbes fournies par les données du tableau, on peut conclure que :

1° le bromure de glucinium est un catalyseur de bromuration du benzène;

2° son action faible jusqu'à 3^g (dans les conditions expérimentales indiquées) *croît brusquement* pour un poids légèrement supérieur : alors que, avec 3^g, il faut une heure et demie pour recueillir 34^g d'acide bromhydrique, la réaction est terminée (80^g d'acide bromhydrique recueilli) en 25 minutes avec $3^g,5$. Avec cette quantité ou des poids supérieurs de catalyseur la réaction est limitée par la vitesse d'écoulement du brome. On peut combiner une molécule-gramme de benzène avec un atome-gramme de brome en moins de 20 minutes.

Le contenu du ballon soumis aux traitements ordinaires a fourni 76^g de monobromobenzène, ce qui correspond à un rendement de 49 pour 100 par rapport au brome employé.

2. Préparation du paradibromobenzène. — Le bromure de glucinium catalyse également la formation du paradibromobenzène. C'est ainsi

qu'en chauffant au bain-marie 39g de benzène, 160g de brome et 4g de bromure de glucinium, nous avons recueilli 48g de paradibromobenzène (rendement 41 pour 100). En réduisant à 26g la quantité de benzène dans l'espoir d'obtenir, vainement d'ailleurs, du tribromobenzène, le rendement s'est élevé à 83 pour 100 par rapport au benzène. Ce résultat peut s'expliquer en admettant qu'il se fait tout d'abord du monobromobenzène. Nous avons vérifié que ce corps demande pour être transformé totalement en dibromobenzène un excès de brome en présence de bromure de glucinium.

Nous poursuivons ces recherches.

LITHOLOGIE. — *Pétrographie d'une série épi-cristallophyllienne du Beaujolais.* Note de MM. **J. Jung** et **E. Raguin**.

Le Viséen marin est transgressif, dans le Beaujolais méridional, sur un complexe épi-cristallophyllien auquel nous avons donné le nom de *Série de Violay-Néronde* (1). Cette formation est remarquable par une grande diversité de types, d'origine éruptive ou sédimentaire, recristallisés dans une zone de métamorphisme unique, la *zone de la chlorite* (2).

Roches d'origine sédimentaire ou pyroclastique. — La région de Violay montre un grand développement de grès de teinte vert olive, en gros bancs séparés par des lits schisteux. Nous en prendrons le type dans une carrière située sur la route de Bussière à Violay, au point *t* de *Tarnadot* de la carte d'État-Major. Le microscope montre qu'il s'agit d'une roche sédimentaire clastique, dont le ciment a pris, par compression, une disposition légèrement schisteuse. Les grains clastiques sont, en majeure partie, des cristaux d'andésine, limpides, à contours anguleux, d'origine volcanique. Le ciment, recristallisé sous l'effet du métamorphisme, est formé de granules d'épidote et de quartz et de lamelles de chlorite. La roche était, avant sa recristallisation, un tuf sédimentaire calco-magnésien.

A Fayolle, près de Violay, on trouve un type plus calcique, où la zoïsite se substitue à l'épidote, et une hornblende aciculaire, à la chlorite.

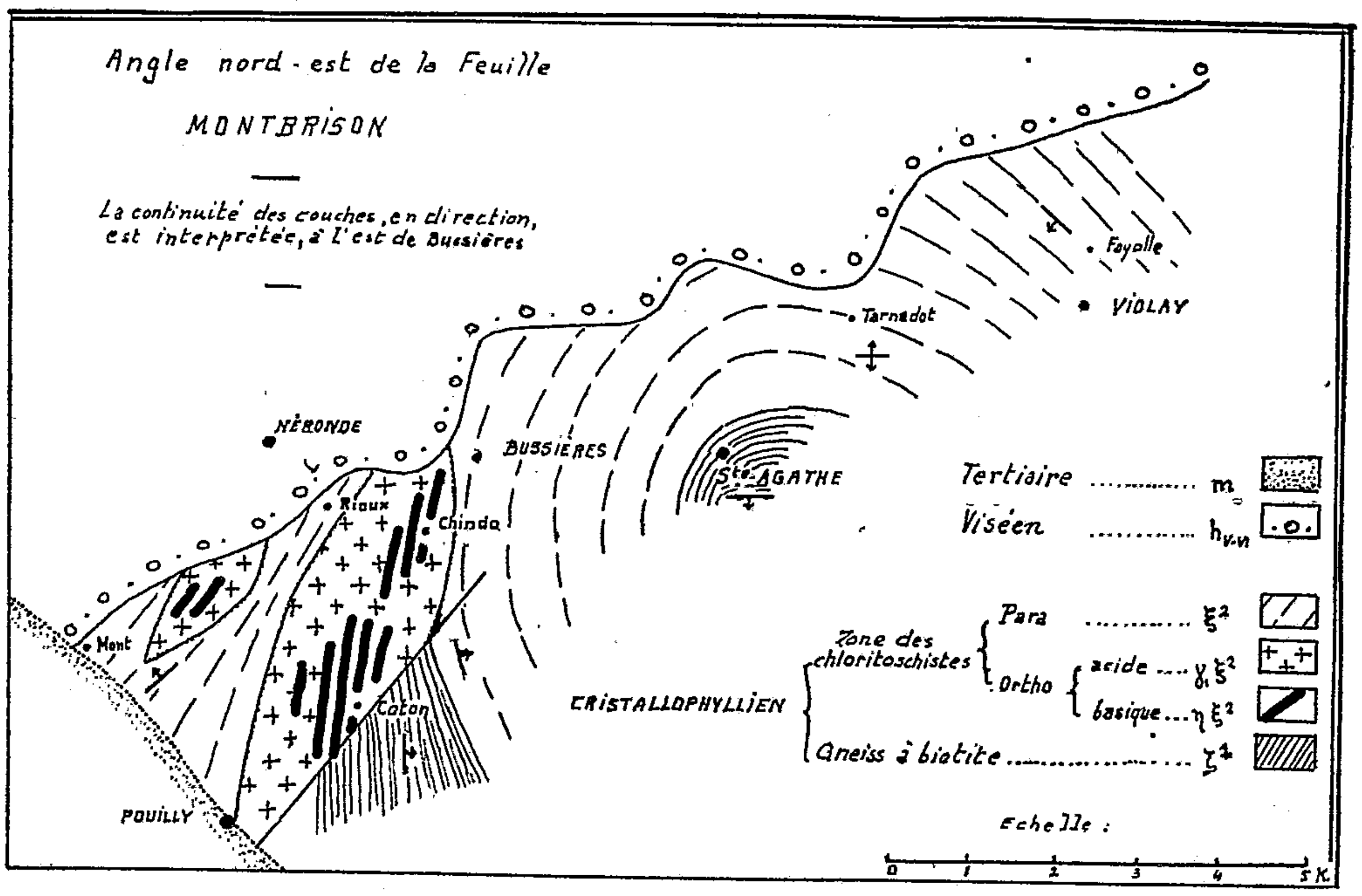
Roches d'origine éruptive. — Au sud de Néronde, le complexe sédimentaire contient une grosse masse éruptive interstratifiée. On peut l'étudier

(1) J. Jung et E. Raguin, *C. R. S. Soc. Géol. France*, 1935, p. 247.

(2) A. Harker, *Metamorphism.*, 1932.

dans de bonnes conditions dans la vallée qui va de Pouilly à Bussières. Les types suivants proviennent d'une carrière située au point D de *Duffour*, de la carte d'État-Major, près de Coton.

a. Des roches leucocrates renferment de grands cristaux d'oligoclase et de quartz, entre lesquels circule un chevelu fluidal de petits minéraux recristallisés. On y distingue de la chlorite et des aiguilles de hornblende,



étoilées dans le quartz secondaire. La roche primitive était un microgranite, ou un granite à grain fin, plagioclasique.

b. Ce type passe à des roches mésocrates, où les grands cristaux sont de l'andésine, et où l'épidote apparaît dans le ciment. Le magma primitif était celui d'une diorite quartzique.

c. Des roches mélanocrates tranchent vivement, sur le terrain, des précédentes. Les grands cristaux sont de l'andésine, sans quartz, et le ciment est feutré d'aiguilles d'actinote et de hornblende, ainsi que de granules de leucoxène. Un autre banc de la même carrière est à structure microlithique, avec la même composition minéralogique. Les roches primitives étaient des diorites et des microdiorites.

La diorite forme, dans les roches leucocrates, de gros bancs interstratifiés, qui se disloquent parfois en brèches. La structure, tantôt finement

grenue, tantôt microlithique des roches, ainsi que l'interstratification du gisement, indiquent qu'il s'agit d'un laccolithe.

Caractères généraux. — Du point de vue du métamorphisme, il faut remarquer que la cristallisation n'a atteint que le ciment des roches en laissant subsister intacte, leur structure primitive. Les minéraux de néoformation sont principalement la séricite, la chlorite, la hornblende, l'épidote et la zoïsite. Ils caractérisent le terme le plus élevé de la série cristallophyllienne, ou *zone de la chlorite.*

L'âge de cette formation n'est pas précisé. Nous savons que le Viséen la recouvre en discordance et que l'on ne peut l'assimiler aux Cornes Vertes du Dévonien. La seule liaison naturelle est avec le socle des vieux gneiss, immédiatement sous-jacent. On ne peut donc écarter l'hypothèse d'y voir une des plus anciennes, sinon la plus ancienne, des formations volcaniques connues du sol français.

LITHOLOGIE. — *Sur les relations des amphibolites et des péridotites à Sarrazac (Dordogne).* Note [1] de M. **Maurice Roques.**

Le massif de péridotite de Sarrazac, situé dans la bande des mésogneiss passant au nord de Thiviers, présente une association de roches éruptives basiques, péridotites et gabbros, et d'amphibolites. De telles associations sont connues depuis longtemps dans les terrains cristallophylliens de la bordure ouest du Massif Central [2]. L'étude du massif de Sarrazac montre qu'elles résultent de la reprise, par le métamorphisme général, de massifs éruptifs complexes.

Les roches éruptives, péridotite, allivalite et gabbro, constituent une série de pointements au milieu des amphibolites.

L'examen micrographique révèle en outre l'existence de types intermédiaires entre les différents termes distingués sur le terrain. L'analyse chimique permet de rapporter tous ces types pétrographiques à l'un des trois groupes suivants :

1. *Groupe des roches à composition de gabbro* : dans le gabbro, l'augite

---

[1] Séance du 20 janvier 1935.

[2] J. Bergeron, *Thèse Fac. des Sc. de Paris*, 1889, p. 288; L. de Launay, *Bull. Carte géol. France*, 4, 1889, p. 9; L. de Launay, *Bull. Carte géol. France*, 189, 1932, p. 27.

et le labrador (An 65 pour 100), en association grenue en gros cristaux, ont seulement subi des actions mécaniques peu intenses. Dans un premier stade de transformation, l'augite est épigénisée par des aiguilles d'une amphibole pâle. Dans un deuxième, les feldspaths sont atteints et remplacés en partie par de la zoïsite. La schistosité apparaît par recristallisation de l'amphibole entre les feldspaths devenus plus acides. Enfin, l'amphibolite à hornblende verte est le résultat de la transformation complète d'un gabbro. Une hornblende verte en gros cristaux aciculaires y est associée à de la zoïsite. L'analyse chimique ([1]) permet de retrouver la composition du *gabbro labradorique à olivine* originel

SiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	FeO.	MgO.	CaO.	Na^2O.	K^2O.	TiO^2.	P^2O^5.	+	—	MnO.
45,72	16,26	3,86	6,66	10,14	10,62	2,78	0,55	1,36	0,05	1,65	0,31	0,11

$\Sigma_b = 41,9$; Néphél. = 1,60; Diopside = 16,07; Péridot = 17,56;
An % = 60. 'III.5.'4.(4)5.[2.3.2.2.].

II. *Groupe des roches à composition d'allivalite.* — L'allivalite intacte montre des nodules d'anorthite à double auréole de minéraux réactionnels sur un fond d'olivine en partie serpentinisée. Le métamorphisme agit sur cette allivalite en faisant apparaître, par combinaison de l'anorthite et de l'olivine, l'association de hornblende incolore, de chlorite (probablement une prochlorite d'après M. J. Orcel) et de zoïsite, qui constitue l'amphibolite à chlorite. L'analyse chimique d'un échantillon sans résidu d'olivine :

SiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	FeO.	MgO.	CaO.	Na^2O.	K^2O.	TiO^2.	P^2O^5.	+	—	MnO.
42,56	22,30	0,06	4,43	14,68	10,18	2,01	0,71	0,09	tr.	3,04	0,19	0,05

$\Sigma_b = 50,35$; Néph. = 7,57; Diopside = 0,46; Péridot = 31,52; An % = 94;
II'.5(6).4.4.[1.5.1.(1)2.]

indique qu'il s'agit, dans ce cas, d'une *allivalite leucocrate* qui possédait assez d'anorthite pour rendre complète la transformation de l'olivine.

III. *Groupe des roches à composition de péridotite.* — Dans tous les échantillons de péridotite examinés, il existe entre les plages d'olivine plus ou moins serpentinisée, des amas d'une amphibole incolore et de chlorite (clinochlore), provenant d'actions métamorphiques. Ces recristallisations

---

([1]) Cette analyse a été faite sur un échantillon de même type venant du massif de la Roche Noire.

font que la roche ressemble à une cortlandite [1], alors qu'elles proviennent de la destruction d'un pyroxène, par le métamorphisme.

IV. *Amphibolites non associées aux péridotites.* — D'autre part, les amphibolites non associées aux péridotites ont très souvent une composition chimique et minéralogique différente. L'amphibolite à grenat de Randeuil, entre Sarrazac et la Roche Noire, par exemple, a la composition d'un *gabbro andésinique :*

SiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	FeO.	MgO.	CaO.	Na^2O.	K^2O.	TiO^2.	P^2O^5.	+	—	MnO.
47,78	12,32	4,86	9,58	5,61	11,04	2,89	0,64	3,58	0,07	1,21	0,38	0,14

Σ_b, 50,35; SiO^2, 1,24; Diopside, 26,80; Hypersthène, 7,26;
An (%), 43; III.5.3.'4.[2(3).1.2'.3.]

qui s'écarte de celle des amphibolites liées aux péridotites. Il semble cependant, d'après les analyses données par M. Yang Kieh [2], qu'il puisse y avoir convergence entre ces deux catégories.

Les réactions de métamorphisme, dans les massifs considérés, peuvent se schématiser de la façon suivante :

Gabbro : Augite + Labrador = Amphibole + Zoïsite (*Amphibolite à hornblende*).

Allivalite : Olivine + Anorthite = Amphibole + Chlorite + Zoïsite.

Péridotite : Olivine + (Augite?) = Amphibole + Chlorite.

Je propose le nom de *sarrazacite* pour ces *amphibolites à chlorite* dérivant de roches riches en olivine : allivalite pour la sarrazacite à zoïsite, ou péridotite pour la sarrazacite sans zoïsite.

Ces associations minéralogiques cadrent bien avec la situation des gneiss encaissants dans la zone *méso* de métamorphisme. M. Pavlovitch [3] a récemment décrit à Zlatibor un massif de roches dont la composition chimique est la même que celle des roches de Sarrazac, mais dans lequel les recristallisations se sont faites à grande profondeur. Les amphibolites y contiennent de l'olivine. A Sarrazac, la présence de chlorite et de zoïsite dans la sarrazacite est en rapport avec la profondeur moyenne de métamorphisme qui caractérise le complexe cristallophyllien dont fait partie le massif.

---

[1] M. Roques, *Rev. Sc. naturelles d'Auvergne*, 1, 1935, p. 15.

[2] Yang Kieh, *Mém. Soc. Géol. France*, 8, n° 19, 1932, p. 110.

[3] S. Pavlovitch, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1864, 1949 et 2094.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge éocène inférieur des couches phosphatées du Sénégal.* Note de M. **Fernand Jacquet**, présentée par M. Henri Douvillé.

La série phosphatée s'observe au Sénégal principalement dans la presqu'île du Cap Vert, le Baol méridional, le Ferlo méridional, et dans la basse vallée du fleuve, soit en affleurements, soit le plus souvent en profondeur grâce aux puits.

Elle constitue en surface, ou près de la surface, la partie la plus étendue de l'Éocène sénégalais. C'est ainsi qu'à la suite d'observations trop discontinues transmises à H. Douvillé, cet auteur a pu croire que les marnes phosphatées recouvraient régulièrement les couches à Nummulites ([1]). Ces couches, dont la partie supérieure est pétrie de *Nummulites gizehensis* var., *Vasseuri*, s'élèvent jusque dans le Lutétien supérieur. Les Couches phosphatées seraient donc, d'après Douvillé, d'âge éocène moyen, voire même éocène supérieur.

En réalité à travers la presqu'île du Cap Vert, depuis le Crétacé supérieur à *Physaster inflatus* de Dakar d'une part et depuis l'Éocène inférieur à *Linthia Delanouei* de Popenguine d'autre part, jusqu'aux calcaires à *Nummulites gizehensis* du Cayor on observe une série continue où toutes les couches à phosphates sont représentées.

I. — Coupe de Dakar au Cayor.

Crétacé supérieur :

1. Marnes grises à *Physaster inflatus*, Dakar;
2. Couches à *Stegaster Mairei*, gisement hypothétique, Dakar (?).

Éocène :

3. Marnes magnésiennes, jaunâtres à *Nodosaria*, Dakar;
4. Marnes et marno-calcaires à débris de poissons (*Thymnus*) et fruits (*Kigelia* D. C. et *Nipadites* Bowert), Rufisque;
5. Argiles, marnes et marno-calcaires avec béton siliceux, phosphaté, entre Rufisque et Sébikotane;
6. Nouveau béton siliceux noir avec taches claires phosphatées et dents de *Lamna*, Sébikotane;
7. Argiles légèrement marneuses, blanches, camp de Sébikotane;
8. Calcaires coquilliers avec débris de Bivalves et de Gastropodes, W. de Bellevue;

([1]) *Bull. Com. ét. hist. sc., A. O. F.*, 2, 1920, p. 135.

9. Argiles et marnes blanches avec : *Ostrea multicostata*, *Brissoïdes daradensis*, *Echinopsis Friryi*, *Cardita serenina*, *C. aegyptiaca*, *Lucina Innesi*, *L. thebaica*, Ravin des voleurs;
10. Marnes et marno-calcaires blancs avec *Schizaster Douvillei*, *Eovasum frequens*, *Axinus* cf. *aegyptiacus;* Chautard cite encore : *Pycnodonta Archiaci*, *Ostrea cymbula*, *Cytherea nitidula*, *C. humata*, milieu de la falaise de Thiès;
11. Couche phosphatée, ferrétisée et calcaires phosphatés (?), sommet de la falaise de Thiès;
12. Calcaires à *Nummulites irregularis*, N'Doyène (E. de Tivaouane);
13. Calcaires à *Pauropygus Meunieri*, Pékesse (Cayor);
14. Calcaires, lumachelles à *N. gizehensis*, var. *Vasseuri*, Cayor.

II. — Coupe de Popenguine au Cayor.

Éocène :

1. Calcaires coquilliers avec *Linthia Delanouei* associée à toute une faune de Lamellibranches, de Cérithes et de Turritelles, Popenguine (Éocène inférieur);
2. Marnes, marno-calcaires et calcaires à lits siliceux phosphatés, Ndiangob; débris d'un Crocodilien marin, en cours de détermination, Popenguine;
3. Calcaires coquilliers, Bandia;
4. Marnes à *Gisortia brevis*, Daffé; et *Plesiolampas Paquieri*, Diarine;
5. Calcaires. marno-calcaires à *Echinolampas anceps*, Thièpe;
6. Calcaires, à *Numm. irregularis*, N'Doyène;
7. Calcaires, lumachelles à *Numm. gizehensis* var. Vasseuri Cayor.

Les couches à *Nummulites irregularis*, où cette espèce est très nombreuse, peuvent être considérées comme représentant le Lutétien inférieur. Aussi dans les deux coupes précédentes l'Éocène inférieur est certainement représenté. On y relève, d'autre part, des espèces de l'Yprésien d'Égypte comme : *Axinus* cf. *aegyptiacus*, *Cardita aegyptiaca*, *Lucina thebaica*, ... Par ailleurs *Plesiolampas Paquieri* est considéré au Soudan comme caractéristiques de l'infra-Éocène par J. Lambert et H. Douvillé. Enfin je dois signaler, dans certains puits du Ferlo et de la vallée du Sénégal, des *Cardita* dont je me réserve de préciser l'espèce, mais qui, appartenant au groupe de *Cardita Beaumonti*, sont certainement antérieures à l'Éocène moyen.

Il est important de remarquer que les phosphates du Sénégal se trouvent ainsi être sensiblement du même âge que ceux de Tunisie et d'Algérie. On pourrait même essayer de les paralléliser avec les niveaux phosphatés supérieurs du Maroc en cherchant l'équivalent des couches à Thersitées [1] dans les calcaires scoriacés à Turritelles de Popenguine, d'Alouki, de

[1] L. Moret, *C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, 18 décembre 1933, p. 257.

Niakha et de Cédo-Cébé. Toutefois on n'a cité au Sénégal dans ces niveaux, ou au voisinage, qu'une seule Thersitée : *Thersitea Coquandi* Locard, des couches à phosphates de Tunisie, récoltée à N'Gazobil et déterminée, en 1904, par Chautard (¹).

GÉOLOGIE. — *La série devonienne du Léon (Espagne).* Note de M. **Pierre Comte**, présentée par M. Lucien Cayeux.

La chaîne cantabrique présente dans le nord du Léon, comme dans les Asturies, un remarquable développement de terrains primaires, non métamorphiques, généralement fossilifères, et de là particulièrement instructifs au point de vue stratigraphique.

Au cours de ces dernières années, j'ai repris l'étude de ces terrains, à l'exception du Carbonifère. Le Dévonien, rendu célèbre par les recherches déjà anciennes de Casiano de Prado (²), E. de Verneuil (³), Ch. Barrois (⁴), D. P. Œhlert (⁵), mérite surtout de retenir l'attention; toutefois, les travaux en question, pour la plupart des monographies paléontologiques, ne permettent pas d'établir une échelle stratigraphique. Je me propose d'esquisser ici l'échelle à laquelle mes recherches m'ont conduit.

La plupart des types de séries ont été pris dans le bassin supérieur du rio Bernesga, où l'on relève les meilleures coupes. La direction d'ensemble de la vallée du Bernesga est sensiblement Nord-Sud et les couches, toujours très redressées, sont coupées à peu près normalement. En raccordant les coupes des régions de Villasimpliz (nord du village), de la Vid, de Santa Lucia (sud du village) et de Huergas, on est conduit à la succession suivante, confirmée par les coupes relevées dans les autres vallées (⁶).

1° Grès de San Pedro (100 à 150^m). — Ensemble de grès rouges, très ferrugineux, correspondant aux *grès de Furada* des Asturies. Tout au sommet des *grès de San Pedro* et dans des *grauwackes* passant à la formation suivante, j'ai trouvé au nord de Villasimpliz une faune *gédinnienne* mal-

(¹) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4ᵉ série, 5, 1905, p. 145.

(²) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 2ᵉ série, 7, 1850, p. 137-155; 17, 1860, p. 520.

(³) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 2ᵉ série, 7, 1850, p. 155-186.

(⁴) *Bol. com. mapa géol. Esp.*, 6, 1879, p. 91-94.

(⁵) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 3ᵉ série, 24, 1897, p. 814-975 et 4ᵉ série, 1, 1901, p. 233-250.

(⁶) Les épaisseurs indiquées sont celles que l'on rencontre dans le bassin du Bernesga.

heureusement mal conservée. La base des *grès de San Pedro*, par analogie avec ceux de *Furada*, doit être considérée comme appartenant encore au *Silurien* (1).

2° Schistes et calcaires de la Vid (500m environ). — A la base quelques dolomies pourraient être encore gédinniennes, des calcaires brunâtres lités viennent ensuite ; au-dessus, des calcschistes verdâtres avec rares lits calcaires forment la grosse masse de la série. Riche faune *siegenienne* : *Spirifer hystericus* Schlot, en particulier, est commun dans toute l'épaisseur de la série, sauf au sommet où l'on trouve surtout *Spirifer Trigeri*, de Vern.

3° Calcaires de Santa Lucia (160 à 220m). — Ensemble de calcaires gris compacts en bancs épais avec polypiers et stromatopores. A la base on trouve *Spirifer carinatus* Schn. et *Spirifer auriculatus* Sandb. ; vers le sommet *Spirifer Pellicoi* de Vern. qu'on rencontre déjà dans les schistes de la Vid, devient très abondant, puis se raréfie ; la plus grande masse des calcaires de Santa Lucia est donc d'âge *emsien* ; mais une zone de *Spirifer cultrijugatus* Roem occupe les 25 ou 30 derniers mètres de la série et représente déjà la base de l'Eifelien.

4° Schistes et grès de Huergas (200 à 250m). — Ce sont des schistes noirs à nodules associés à des schistes gréseux bruns. A la base de ces schistes on trouve *Anarcestes* cf. *subnautilinus* Beyr ; près du sommet, *Anarcestes Rouvillei* v. Koen. La plus grande partie de cet ensemble est *eifelienne* ; seule l'assise supérieure doit être rattachée au *Givétien*.

5° Calcaires de la Portilla (60m environ). — Calcaires en bancs ou semi-massifs avec nombreux polypiers et crinoïdes vers le sommet. La zone inférieure renferme *Stringocephalus Burtini* Defr. Cet ensemble est *givétien*.

6° Grès de Nocedo à *Spirifer Verneuili* (500m environ). — Puissante série de grès calcareux, décalcifiés en surface, parfois ferrugineux. *Spirifer Verneuili* Murch. y est souvent abondant, surtout vers le sommet ; on y rencontre aussi *Spirifer Bouchardi* Murch. Ces grès, sauf peut-être leur extrême base, sont *frasniens*.

7° Schistes du Fueyo (80 à 100m). — Ces schistes sont noirs, ampeliteux et à nodules. Parmi les fossiles de ces nodules, on trouve *Camarotoechia letiensis* Gossl.

8° Grès de l'Ermitage (80 à 120m). — Grès assez semblables à ceux de Nocedo et dont les principaux fossiles, sont *Camarotoechia letiensis* Gossl. et *Spirifer Verneuili* Murch., ce dernier devenu plus rare. C'est sur ces

(1) Pierre Comte, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1164.

grès que repose le marbre *griotte* à *Goniatites crenistria* (trangression viséenne) au sud de Nocedo et au sud de Puente de Alba. Il est douteux que ces deux dernières formations, 7 et 8, malgré *Camarotoechia letiensis*, se situent déjà dans le *Famennien*.

Ainsi, jusqu'à la régression préviséenne, cette série est continue : plus de 1800^{m} de dépôts, le plus souvent littoraux ou néritiques, se sont accumulés faisant suite au Silurien.

Cette coupe est d'un grand intérêt car on y voit les faunes marines évoluer plus progressivement que dans les régions ardennaise et rhénane, types classiques du Dévonien de J. Gosselet. En Ardenne, des oscillations du sol ont entraîné des discontinuités dans la sédimentation marine et interrompu parfois les communications avec d'autres régions : la succession des faunes y est en apparence plus tranchée qu'ici sur les bords de la Mésogée. Et cependant nous pouvons constater qu'en Léon se retrouvent, assise par assise, les divisions majeures de l'Ardenne avec d'intéressantes particularités sur lesquelles nous reviendrons.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence certaine du Llandovery dans le Gothlandien de la Montagne Noire*. Note de Mlle **Marie Chaubet**, présentée par M. Charles Jacob.

Jusqu'à ce jour le Gothlandien du versant méridional de la Montagne Noire ne s'était révélé fossilifère que dans ses subdivisions moyennes, celles du Wenlock et du Ludlow inférieur, ainsi que l'a récemment rappelé et précisé M. M. Thoral, dans un aperçu comparatif du Gothlandien des deux versants nord et sud de cette même région, en interprétant les caractères des faunes qui ont été signalées par J. Bergeron, P.-G. de Rouville, M. Ch. Barrois, etc.

Sous les schistes et les calcaires de Wenlock de la région Gabian-Cabrières [1] se trouvent des schistes noirs, carburés, à amandes calcaires, attribués avec doute à la subdivision inférieure désignée sous le nom de Llandovery (*Valentian*), sans que la moindre preuve paléontologique en fut donnée. Mes recherches, sous la direction de mes maîtres de la Faculté de Montpellier, fournissent une faunule de Graptolites qui comble cette lacune.

[1] Toutes les localités citées dans cette Note se trouvent sur le quart Sud-Est de la feuille de Bédarieux au 1/80000.

Examinons d'abord la valeur stratigraphique des Graptolites gothlandiens déjà connus dans la Montagne Noire. Le plus anciennement cité a été trouvé par Fournet et Graff dans les schistes carburés de Roujan-Vailhan; il fut déterminé par de Verneuil (1) sous le nom de *Graptolites ludense* Murch. (= *Monog. colonus* var. *ludense* Wood). Puis de Tromelin (2) indique de cette région *Graptolithus bohemicus* Barr., *G. priodon* Bronn. et *G. Roemeri* Barr., associés à *Cardiola interrupta* Sow. En 1889, J. Bergeron (3) signale *Monograptus priodon* et *M. bohemicus* dans divers gisements (Combe d'Izarne, Est de Vailhan, etc.). Enfin M. Ch. Barrois (4), en 1892, cite cinq espèces de Graptolites dans les schistes et les calcaires ampéliteux du Languedoc : *Monograptus priodon* Bronn., *M. bohemicus* Barr., *M. colonus* Barr., *M. Roemeri* Barr., *M. Nilssoni* Barr. Au début de 1935 on ne connaissait donc en tout que cinq Graptolites, tous du genre *Monograptus*, et que M. Barrois plaçait au niveau des Wenlock Shales (= Wenlock supérieur). Pour ce savant l'abondance de *M. priodon* classe les formations du Languedoc dans le Wenlock. Toutefois d'après le tableau de répartition des Graptolites d'Angleterre de Miss Elles (5) et les travaux plus récents de von Bedřich Bouček (6), seul *M. priodon* caractérise le Wenlock; les quatre autres appartiendraient au Ludlow inférieur.

Mes fouilles dans la tranchée du chemin de fer de Gabian à Faugères (Hérault) ont été fructueuses : j'ai trouvé, dans des schistes noirs reposant sur le Caradoc à Cystidés et *Orthis* du gr. d'*O. Actoniæ*, des Graptolites appartenant aux *Diplograptidæ* et aux *Dimorphograptidæ*. J'ai recueilli là un seul *Monograptus*. D'après Miss Elles qui a bien voulu déterminer mes spécimens, on peut citer : *Climacograptus medius* Tqt, *Cl. normalis* Lapw., *Cl. rectangularis* M'Coy, *Orthograptus mutabilis* E. et W., *Glyptograptus* (?) *tamariscus* Nich., *Dimorphograptus extenuatus* E. et W., *D. physophora* Lapw. et *Monograptus incommodus* Tqt.

Au Nord-Est, à 1500^{m} du gisement précédent, près du mas de Sainte-Cécile, se voient des schistes noirs semblables aux précédents, mais dont le substratum est difficile à préciser. J'y ai découvert une faunule presque semblable à celle de la tranchée de Gabian : *Climacograptus normalis* très commun, *Cl. medius* et *Orthograptus mutabilis*; mais il n'y a pas de *Monograptus*. Les espèces de ces deux gisements ont une répartition verticale assez restreinte; sauf *Cl. normalis* qui apparaît un peu plus tôt, elles

(1) DE VERNEUIL, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, II, 6, 1849, p. 627.

(2) DE TROMELIN, Voir *in* J. BERGERON, *Étud. géol. du Massif au sud du Plat. Centr.*, 1889, p. 110.

(3) J. BERGERON, *ibid.*, 1889, p. 109-117.

(4) CH. BARROIS, *Ann. Soc. géol. Nord*, 20, 1892, p. 99-102.

(5) Miss ELLES, *British Grapt. Palaeont. Soc.*, 10, 1913, p. 516.

(6) VON B. BOUČEK, *Centralbl. f. Min.*, Abt. B, 1934, p. 477-494.

s'étendent de la zone 16 d'Angleterre à *Cephalograptus acuminatus* à la zone 19 à *Monog. gregarius*. Les zones 16 à 21 étant celles du Llandovery classique, notre faunule correspond alors à la partie inférieure et moyenne du Llandovery anglais ou *Valentian*. Remarquons qu'on trouve à Gabian les deux espèces, *Monog. incommodus* Tqt et *Dimorphog. physophora* Lapw. de la zone 18. Miss Elles attribue le niveau de la tranchée de Gabian à la zone à *Monog. cyphus* Lapw., tandis que celui de Sainte-Cécile serait un peu plus bas et appartiendrait à la zone 17 à *Orthog. vesiculosus*. Voilà donc la preuve paléontologique formelle de l'existence du sous-étage inférieur (Llandovery) du Gothlandien sur le versant méridional de la Montagne Noire.

Il se retrouve en d'autres endroits du même versant. A la Roquemaillère, au Petit Glauzy, dans le chemin du moulin de Tiberet (près Cabrières), j'ai découvert de nombreux exemplaires du genre *Climacograptus* que l'on sait cantonné partout dans ce sous-étage; leur détermination spécifique est à l'étude.

En résumé, la découverte de la faune graptolitique de la tranchée de Gabian et du mas de Sainte-Cécile démontre enfin l'existence, jusqu'à ce jour bien hypothétique, du Llandovery dans la Montagne Noire.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Distribution des pucerons sur les hauts reliefs et les fonds des vallées pyrénéennes (région de l'Adour).* Note de M. **Joseph Bouget**, présentée par M. Julien Costantin.

Les observations qui font l'objet de cette Note ont été faites dans des champs de Pommes de terre, qui sont dispersés entre 500^m et 1400^m d'altitude, depuis les bas-fonds des vallées, jusque sur les contreforts de la chaîne. Ces champs sont situés dans les conditions les plus diverses d'exposition, de sol et d'altitude.

Quand on cultive des plantes d'une même variété de pommes de terre, provenant d'un même lot de semence, dans divers champs, situés sur une bande de terrain de même nature, sensiblement à la même altitude, on constate que dans certains de ces champs, la végétation de la pomme de terre est plus belle, plus régulière, et le rendement plus fort. Or nous avons remarqué que la belle végétation et les gros rendements obtenus dans les conditions précédentes se produisent toujours *sur les crêtes et les hauts reliefs exposés aux vents dominants*. On sait que les Pommes de terre sont

des plantes molles, aux tiges assez fragiles, et qu'elles demanderaient plutôt un habitat abrité. Elles parviennent donc à lutter efficacement contre des dangers qu'elles devraient redouter.

Par exemple, six pieds de la variété *Triumph* ont été cultivés en même temps : 1° dans le champ d'expérience du Peyras, qui se trouve à 1400^m, dans un quartier très *abrité*; 2° dans un champ placé à la même altitude (1400^m) sur un terrain de même nature, mais situé sur le flanc opposé de la Vallée (en face du Peyras) et *très exposé aux vents dominants du Nord-Ouest.*

Les rendements obtenus ont été les suivants :

Premier champ (Peyras). — Les 6 pieds ont donné 72 tubercules, dont le poids total est 6^{kg},300, ce qui représente un rendement moyen par pied de 12 tubercules et 1^{kg},055.

Deuxième champ. — Les six pieds ont donné 162 tubercules dont le poids total est de 17^{kg},250; le nombre moyen par pied a été de 21 tubercules et le poids moyen 2^{kg},875.

Les résultats numériques qui précèdent sont confirmés par des faits bien connus dans la région. Ainsi, pour la variété *Institut de Beauvais*, la culture faite avec la semence sélectionnée du commerce, en provenance de Bretagne, se maintient pendant 2 ou 3 ans, *sur les hauts reliefs* avec de *très forts rendements*, tandis que *dans les vallées*, *ces rendements tombent de moitié* dès la seconde année.

Autre exemple plus frappant : la variété *Chardonne* est la vieille pomme de terre du pays; elle est *abandonnée* dans la plaine et dans les fonds des vallées *à cause de son faible rendement.* Cependant, on la retrouve sur les hauts côteaux et crêtes de la zone montagneuse, où elle continue à donner des *rendements énormes.*

Tous ces faits s'expliquent facilement si l'on veut bien se rappeler le rôle des pucerons dans la culture des Pommes de terre. On sait quelle action néfaste exerce le vent sur les pucerons, qui manquent ou ne se propagent pas, dans les lieux hauts et abondent au contraire dans les lieux bas. On sait que ces insectes transportent le virus qu'ils pompent sur les plantes dégénérées, et qu'ils inoculent ensuite par piqûre, sur les plantes saines; ils causent ainsi de graves maladies et diminuent les récoltes. Les Pommes de terre supportent donc mieux la rigueur du vent que les attaques des pucerons.

Dans la zone côtière de la Bretagne on a fait des remarques analogues : cette contrée est *sous l'influence des grands courants aériens venus de*

l'Atlantique; ils empêchent également les pucerons de se maintenir sur les plantes et de se propager. Il en résulte que *les maladies de la dégénérescence font absolument défaut dans cette région.* Un très grand commerce de tubercules sains de Pommes de terre devient ainsi possible dans toute la France.

Remarques au sujet de la Communication précédente de M. J. Bouget, par M. **Julien Costantin.**

M. Dufrenoy, directeur de la station de Pathologie végétale de Pont-de-Maye (Gironde), est venu visiter en août 1935 nos champs d'expériences de la vallée de l'Adour. Il a initié M. Bouget à la reconnaissance des pucerons qui inoculent par leurs piqûres les virus à la Pomme de terre. Espérant que M. Dufrenoy donnerait une Note sur l'état sanitaire de nos plantes, M. Bouget pensait qu'il n'aurait que le rôle d'un simple collaborateur.

J'ai constaté qu'il avait fait des remarques importantes, qui sont bien dues à sa grande sagacité d'observateur, et c'est sur mes instances qu'il a rédigé la Note qu'on vient de lire.

Il manque à son exposé le nom du puceron qu'il a rencontré dans toutes ses explorations : ce n'est pas le *Myzus persicæ*, mais le *Typhlocyba* sp., qui est aussi un insecte transportant le virus de l'enroulement (¹). Ce dernier nom m'a été donné par M. Dufrenoy (la détermination a été faite par M. Couturier) en me disant expressément : « aucun document n'est réservé ».

J'ajoute que M. Bouget a obtenu pour certains pieds des rendements qui ont atteint (pour des pieds sains à 1400^{m} et sur les crêtes) *jusqu'à 4 et 5*^{kg} *au maximum* avec un rendement moyen de 3^{kg},683. Il a trouvé des tubercules pesant près de 1^{kg}, et ceux de 600 à 800^{g} sont courants.

J'ajoute à l'exemple de la Bretagne, dont le climat marin amène la disparition des maladies de la dégénérescence, ceux de la Frise (en Hollande), du Nouveau-Brünswick et de l'Ile du Prince-Edward (au Canada).

(¹) L'observation de M. Bouget confirme la transmission de l'enroulement par le *Typhlocyba* sp. signalée par M. K. Smith en 1933.

PHYSIOLOGIE. — *Parallélisme de l'action physiologique et morphologique de la cathode (du courant continu industriel sur la peau humaine).* Note de **Stefan Jellinek**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

D'Arsonval a montré l'influence de l'état variable de l'électricité et de la polarité sur les effets biologiques. En poursuivant l'importance de ce problème, j'ai fait des recherches pour examiner, s'il existe des critères entre l'action physiologique et morphologique de la cathode sur la peau humaine. En effet, on peut constater qu'il existe un parallélisme entre ces deux effets du courant continu industriel.

Si l'on applique le bout d'un doigt de la main droite sur une plaque métallique (1^{cm^2}) reliée avec le pôle positif d'un courant de 50 volts, et si l'on applique le bout d'un doigt de la main gauche sur une plaque métallique (1^{cm^2}) reliée avec le pôle négatif, on sentira dans le bout du doigt du pôle positif une sensation également distribuée, diffuse de *chaleur*, tandis que le bout du doigt du pôle négatif ressentira une sensation de *piqûre*, comme causée par des aiguilles :

la sensation de *chaleur* est répartie sur toute la surface d'attouchement (on pourrait parler d'un *effet de plaque*, *Flächenwirkung*);

tandis que la sensation de *piqûre* peut être reconnue comme effet localisé ponctuel (*Punktwirkung*).

Si l'on fait le même essai non sur la peau vivante, mais sur la peau d'un cadavre, sur la cuisse, et si l'on fait passer le courant continu pendant 15-20 secondes (les électrodes étant pressées sur la peau), on trouve que les altérations morphologiques produites sur la peau sont absolument différentes sous la plaque qui était l'anode, et sous celle qui était la cathode :

sous l'*anode*, la peau dans toute son étendue (1^{cm^2}) est colorée et comme imprégnée du métal de l'électrode : il y a une *action de plaque*, planimétrie (*Flächenwirkung*).

sous la *cathode*, la peau reste incolore et montre quelques petites ruptures d'épiderme : il y a une *action ponctuelle* (*Punktwirkung*).

La coloration de la peau sous l'*anode* (provenant de sels et précipitation électrochimique) dépend du métal employé : sous l'argent, la coloration est de couleur chevreuil-brune, sous le cuivre (laiton) verte, sous le plomb gris-blanche.

Les bulles et ruptures d'épiderme formées sous la *cathode* contiennent

un liquide aqueux; en employant du plomb, les sommets de bulles ou leurs petites ruptures contiennent des éclats de plomb purement métallique.

En employant trois pôles d'un réseau de courant continu, dont le pôle moyen est neutre, et en faisant la même expérience sur le cadavre avec ces trois plaques métalliques (1^{cm^2}), on trouve que sous les deux plaques extérieures (+ et —) la peau est altérée de la manière indiquée tandis que sous la plaque du conducteur moyen (neutre) la peau est divisée en deux champs : une moitié, celle du côté + est presque inchangée (elle correspond à la cathode du conducteur neutre), l'autre moitié, celle du côté — est dans toute son étendue colorée et comme imprégnée (elle correspond à l'anode du conducteur neutre).

Si l'on emploie au lieu de trois électrodes seulement deux électrodes (+ et —) et si l'on met au milieu de ces deux électrodes une plaque métallique indépendante du système électrique (e.g. une monnaie) et si l'on fait passer le courant continu, on trouvera sous cette monnaie la même altération morphologique comme sous la plaque reliée avec la troisième électrode neutre.

(Cette dernière observation est d'une certaine importance dans l'électrothérapie d'aujourd'hui, spécialement dans la thérapie des ondes ultracourtes.)

Si l'on emploie le courant *alternatif*, les altérations morphologiques de la peau sous les deux électrodes sont identiques, mais tout à fait différentes de celles du courant continu.

Les expériences prouvent non seulement qu'il y a un parallélisme entre l'action physiologique et morphologique de la cathode sur la peau, mais en outre elles nous montrent aussi une nouvelle particularité de l'action de l'électricité sur le corps humain.

PHARMACODYNAMIE. — *La spartéine, antagoniste de l'yohimbine sur l'hyperglycémie adrénalinique.* Note (¹) de M. **René Hazard**, présentée par M. Alexandre Desgrez.

La spartéine possède la propriété de rétablir partiellement, chez le chien, la vasoconstriction et l'hypertension adrénaliniques d'abord supprimées par l'yohimbine (²).

(¹) Séance du 20 janvier 1936.
(²) R. Hazard, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 486.

Celle-ci empêche en outre, comme Sten Hanson l'a montré ([1]), l'hyperglycémie adrénalinique en paralysant l'innervation sympathique du foie. La spartéine se montrera-t-elle ici encore l'antagoniste de l'yohimbine?

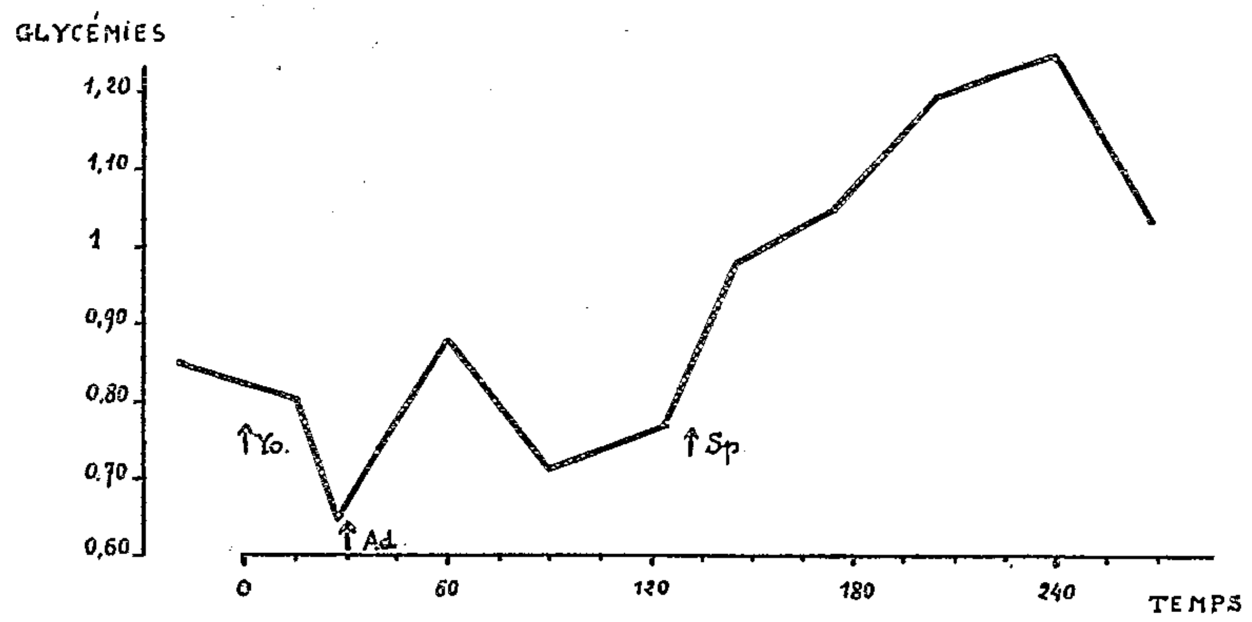
Dans les expériences rapportées ci-dessous, des lapins à jeun reçoivent par la voie sous-cutanée $0^{gr},007$ de chlorhydrate d'yohimbine et 20 à 30 minutes après, $0^{mgr},1$ par kilogramme de chlorhydrate d'adrénaline; cette dose qui produit normalement une forte hyperglycémie durant de 3 à 4 heures, n'exerce plus, en présence d'yohimbine, que des effets réduits sur la glycémie. On les suit pendant un temps plus ou moins long (une heure en moyenne) et, quand ils sont stabilisés, on fait une injection intraveineuse de $0^{g},01$ et sous-cutanée de $0^{g},02$ par kilogramme de sulfate de spartéine. On observe alors, comme le montrent les résultats obtenus au cours des six expériences concordantes (voir le tableau et la courbe) une montée généralement rapide de la courbe de glycémie qui reste élevée pendant 2 heures et davantage.

I.		II.		III.		IV.		V.	
Temps en min.	Glycémie.	Temps en min.	Glycémie.	Temps en min.	Glycémie.	Temps en min.	Glycémie.	Temps en min.	Glycémie.
	1,05		1,06		1,24		1,06		0,82
0...	Yohimb.	0...	Yohimb.	0...	Yohimb.	0...	Yohimb.	0...	Yohimb.
15...	1,22	18...	1,06	15...	1,17	12...	1,08	15...	0,91
20...	Adr.	20...	Adr.	25...	1,38	30...	1,04	25...	0,80
40...	1,22	39...	1,11	27...	Adr.	32...	Adr.	30...	Adr.
58...	1,22	60...	1,15	55...	1,98	48...	1,32	60...	1,09
65...	Spart.	80...	1,30	75...	1,74	73...	1,30	123...	1,16
99...	1,67	87...	Spart.	79...	Spart.	93...	1,06	178...	1,24
108...	1,69	97...	1,17	110...	1,95	100...	Spart.	183...	Spart.
130...	1,88	130...	1,19	130...	2	112...	1,29	210...	1,45
165...	1,84	150...	1,43	155...	1,67	140...	1,65	250...	1,71
201...	2,12	190...	1,63	188...	1,69	180...	1,45	290...	1,14
				315...	0,80	240...	1,30		
						290...	1,25		
						350...	1,09		

Une hyperglycémie de cette importance et de cette durée ne peut être rapportée, comme le montrent les expériences de contrôle, aux effets propres ni de l'yohimbine ni de la spartéine sur la glycémie ou l'hyperglycémie adrénalinique ([2]).

([1]) STEN HANSON, *C. R. Soc. de Biol.*, **101**, 1929, 601 et 603.
([2]) R. HAZARD et R. LARDÉ, *C. R. Soc. de Biol.*, **112**, 1933, p. 550.

On peut penser que la spartéine vient supprimer l'action inhibitrice que l'yohimbine exerçait sur les effets glycogénolytiques de l'adrénaline, et permet à ceux-ci de se manifester par de l'hyperglycémie.



Courbe de la glycémie d'un lapin soumis à l'action de l'yohimbine (Yo.), de l'adrénaline (Ad.) et de la spartéine (Sp.) dans les conditions précisées dans le texte. En ordonnées les chiffres du sucre sanguin (dosage du sucre par la méthode de Baudouin et Lewin); en abscisses les temps en minutes.

La spartéine exerce donc une action antagoniste de celle de l'yohimbine en ce qui concerne les effets de l'adrénaline non seulement sur les vaisseaux, mais encore sur la glycémie.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La durée des greffes bréphoplastiques sous-cutanées de thyroïde chez le Rat.* Note [1] de M. Raoul-Michel May, présentée par M. Maurice Caullery.

Par définition, la greffe *bréphoplastique* est permanente, puisque nous l'avons décrite (1934) [2] comme « la transplantation *fonctionnelle* et *durable* de tissus d'embryons ou de nouveau-nés chez des animaux jeunes ou adultes ». Dans les cas que nous avons publiés concernant la greffe bréphoplastique intra-oculaire de thyroïde (1933) [3], nous avons conservé les Rats blancs six mois après la greffe, qui était suivie après quelques jours de l'ablation de la thyroïde autochtone.

[1] Séance du 23 décembre 1935.
[2] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 807-809.
[3] *Comptes rendus*, 194, 1933, p. 1525-1527; *Arch. Biol.*, 44, 1933, p. 149-178.

Dans les cas concernant la transplantation bréphoplastique sous-cutanée de ce même organe (1934, 1935) [1], nous avons publié les résultats physiologiques et histologiques chez des Rats conservés plus de sept mois après la greffe.

On s'accorde à fixer la durée de vie du Rat blanc de un an et demi à deux ans dans les conditions ordinaires d'élevage au laboratoire. Six et sept mois constituent donc une partie de leur vie qui est suffisamment longue pour que l'on puisse dire d'une greffe qui persiste et fonctionne pendant ce laps de temps qu'elle est « durable ».



Fig. 1.

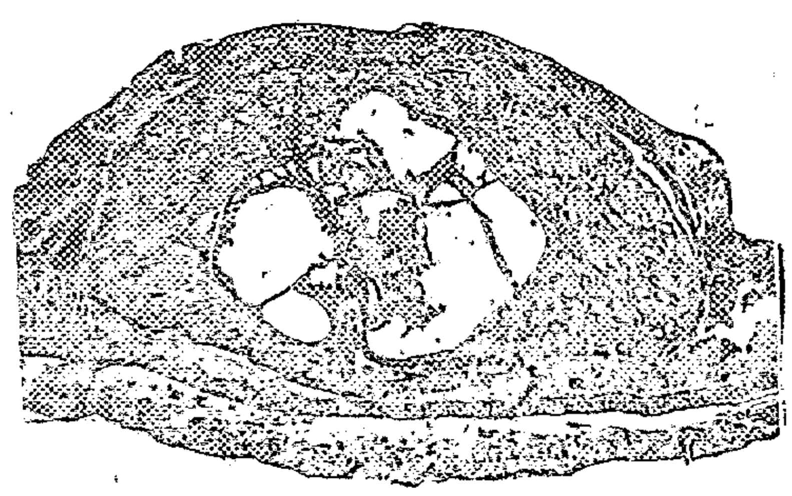


Fig. 2.

Fig. 1. — Greffon bréphoplastique dans le pavillon de l'oreille d'un Rat, 262 jours après son implantation. A remarquer la peau dorsale, le cartilage et la peau ventraux, le lobe de thyroïde bien développé et vascularisé, avec du tissu parathyroïdien à son centre. × 18.

Fig. 2. — Greffon bréphoplastique dans le pavillon de l'oreille d'un Rat, 471 jours après son implantation. A remarquer la peau dorsale, le cartilage et la peau ventraux, le lobe de thyroïde bien développé et vascularisé, avec un petit kyste colloïde végétant, sans signes de malignité, à son centre. × 18.

Il était pourtant intéressant de conserver encore plus longtemps ces animaux, pour deux raisons. Tout d'abord, pour constater si, passé la première moitié de la vie, des phénomènes d'atrophie et de dégénérescence n'ont pas lieu dans des organes provenant d'autres individus de la même espèce. Et deuxièmement, si, au contraire, ces organes implantés ne sont pas le siège d'une multiplication anormale de leurs éléments, aboutissant à la formation de tumeurs bénignes ou malignes.

---

(1) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 807-809; *Presse Médicale*, **43**, 1935, p. 1851-1854 et *Arch. d'Anat. d'Histol. et d'Embryol.*, **21** (sous presse).

Nous avons donc conservé un certain nombre de Rats éthyroïdés, portant dans le pavillon d'une oreille un greffon de thyroïde provenant d'un Raton nouveau-né, implanté lorsqu'ils étaient âgés de 4 à 7 semaines. Nous avons conservé, avec ces porte-greffes, des Rats de mêmes sexe et âge, soit simplement éthyroïdés, soit témoins non opérés, en tout 6 porte-greffes éthyroïdés, 3 éthyroïdés, 2 témoins non opérés.

Nous avons autopsié deux porte-greffes éthyroïdés, 262 jours après l'implantation sous-cutanée, à 290 jours d'âge (près de 10 mois), moment auquel la croissance n'a plus lieu. Ces deux greffons sont particulièrement bien développés. Nous donnons la photographie de l'un d'eux dans la figure 1. On y constate l'aspect normal du tissu thyroïdien, avec de belles vésicules contenant de la colloïde et une abondante vascularisation. La pleine maturité n'a pas influencé la structure ni la fonction du tissu greffé très jeune. Celui-ci s'est ainsi complètement adapté à son nouveau milieu.

Les quatre autres Rats ont été conservés 471 jours après la greffe. Ils étaient alors âgés de 499 jours (près de 17 mois), et montraient des signes de sénilité, ainsi que les témoins non opérés et les éthyroïdés. Leur poil n'était plus lisse et brillant comme chez les Rats jeunes, et ils étaient tous très somnolents. Nous avons décidé de les sacrifier avant que la mort ne survienne naturellement.

L'étude histologique des greffons montre ici encore qu'ils ont conservé leur aspect normal. Les tissus thyroïdien et parathyroïdien, bien vascularisés ne sont ni atrophiques, ni dégénérés.

Dans un seul cas nous avons constaté, au centre du greffon, un petit kyste colloïde végétant (cysto-adénome végétant). Nous en donnons une photographie dans la figure 2. Il n'a aucune apparence de malignité. Ce cas est le seul où nous ayons observé un processus pathologique. Les trois autres greffons ont un aspect parfaitement normal.

Il nous semble donc que nous pouvons conclure, de ces expériences de longue durée, qu'un greffon bréphoplastique de thyroïde et de parathyroïde s'adapte parfaitement, de façon durable, dans son nouveau milieu. Un tel implant sous-cutané remplace le tissu autochtone semblable qui est extirpé, ainsi que nous l'avons décrit par ailleurs. Mais, de plus, il ne montre aucun processus de dégénérescence ou d'atrophie après que la croissance a cessé, et ne semble pas prédisposé à des processus néoplasiques à l'âge mûr et à la vieillesse.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Le stéréotropisme des Pagures.* Note de M. **Étienne Rabaud**, présentée par M. Paul Marchal.

Les recherches expérimentales relatives aux habitudes des Pagures ont surtout porté sur les relations de ces crustacés avec les actinies. Et si, à cet égard, tout n'est pas dit, du moins possédons-nous des données bien établies. En revanche, pour ce qui concerne le déterminisme de l'habitat dans une coquille, nos connaissances sont extrêmement limitées; elles ne vont guère au delà de la constatation des faits. La plupart des auteurs les interprètent en invoquant un besoin de défense; cette hypothèse supposée démontrée, ils admettent une relation de cause à effet entre l'habitat et les dispositions morphologiques, rendant le premier responsable des secondes (décalcification des téguments, migration des organes thoraciques, asymétrie de l'abdomen, asymétrie et réduction des pléopodes, etc.).

Cette interprétation soulève bien des difficultés, et le problème demandait à être repris d'un autre biais. Une hypothèse se présente à l'esprit : l'installation dans une coquille ne résulterait-elle pas d'un *stéréotropisme*, tel que je l'ai défini naguère ? Très sensibles aux excitations du dehors, notamment aux excitations tactiles et analogues, les Pagures ne s'immobiliseraient-ils pas là même où ces excitations ne les atteignent plus ?

L'hypothèse a l'avantage d'ouvrir le champ à la recherche, sans sortir du domaine des faits expérimentaux. Mes premiers essais ont donné, indépendamment d'indications diverses, un résultat très suggestif. J'extrais de leur coquille, sans les endommager, *Pagurus arrosor* et *Eupagurus prideauxii*, puis je les immerge dans un bac d'eau courante sur un lit de sable. Tous les *P. arrosor* demeurent à la surface du sable et s'installent dans les angles du bac, appliquant leur abdomen contre les parois de verre. En elle-même, la réaction est fort significative. Celle des *E. prideauxii* l'est plus encore : au bout d'un temps, variant avec les individus, tous s'enfouissent dans le sable et y demeurent durant toute la journée. L'enfouissement s'effectue par pression lente et continue de l'abdomen; les pattes n'y prennent aucune part. Finalement l'abdomen disparaît, puis le céphalothorax et, souvent, seuls apparaissent les yeux et les antennes. Immobiles durant le jour, les Pagures se dégagent le soir et circulent; je les retrouve enfouis le lendemain matin, à une place différente de celle qu'ils occupaient la veille. Une douzaine d'individus placés dans ces conditions ont procédé de la même manière.

En dépit de l'apparence, le comportement des deux espèces de Pagures est essentiellement comparable; dans les deux cas, il manifeste un évident stéréotropisme. L'établissement dans les angles suffisait à l'indiquer, l'enfouissement le caractérise clairement. A coup sûr, il traduit une réaction des terminaisons périphériques aux excitations du dehors.

De ces résultats découle une conséquence immédiate : l'enfouissement prolongé d'*Eupagurus prideauxii* élimine l'interprétation courante relative au rôle des pléopodes : par leur agitation constante, ils contribueraient à renouveler l'eau incluse dans la coquille. Or, il est certain que les appendices abdominaux entièrement enfouis dans le sable ne s'agitent pas.

Le stéréotropisme lui-même pose deux questions :

a. Cette sensibilité périphérique dépend-elle ou non du mode de chitinisation des téguments et de leur décalcification ? On ne peut répondre que par voie indirecte. Il convient de remarquer que de nombreux Mollusques gastéropodes ne secrètent pas de calcaire ou n'en secrètent que fort peu; ils vivent cependant à nu et ne suppléent pas à leur sécrétion déficiente en s'enfermant dans une cavité d'emprunt. La décalcification résulte, sans conteste, de leur métabolisme, et non de leur habitat. D'ailleurs, une indication de même sens ressort des expériences de Bachrach et Lefèvre (1928) sur les Diatomées, qui cessent de produire leur caparace siliceuse dans certaines conditions.

b. N'objectera-t-on pas que les Pagures extraits de leur coquille se trouvent dans une situation exceptionnelle, suffisante pour expliquer l'enfouissement ? L'objection n'est pas recevable. Remarquons, en effet, que le Pagure qui, au terme de sa vie larvaire, s'installe dans une coquille, vient de subir des changements importants. Il menait, jusque-là, une vie pélagique, en contact immédiat avec le milieu extérieur; le voilà maintenant qui tombe sur le fond. Cette modification du comportement traduit des modifications profondes, et l'on ne saurait s'étonner que les excitations du dehors produisent, sur cet animal transformé, des réactions toutes différentes. En retirant le Pagure de sa coquille, nous le replaçons, en somme, et toutes choses égales, dans des conditions analogues à celles où il se trouve dès la fin de sa vie larvaire.

Ainsi prend corps l'hypothèse de travail d'où je suis parti. Ces premiers résultats ne sont, évidemment, qu'un point de départ. Si le stéréotropisme fournit une indication fort utile, encore faut-il rechercher les interférences qui entraînent les Pagures en liberté vers une coquille et non vers le sable.

Diverses constatations expérimentales relatives au comportement des Pagures, dans la coquille ou en dehors d'elle, conduiront peut-être à pénétrer plus avant dans la solution du problème.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la présence d'amygdonitrileglucoside dans le genre* Cotoneaster *et les feuilles de* Cydonia vulgaris *Pers.*. Note de M. **Victor Plouvier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En 1906, L. Guignard a signalé la présence d'acide cyanhydrique dans un certain nombre de *Cotoneaster* (1), et M. H. Hérissey a extrait un hétéroside cyanogénétique, le prulaurasoside du *Cotoneaster microphylla* Wall (2).

Nous avons repris l'étude du genre *Cotoneaster* en y appliquant la méthode décrite précédemment (3). Des essais biochimiques avec dosages d'acide cyanhydrique et des épuisements à l'éther nous ont permis de conclure à la présence d'amygdonitrileglucoside dans toutes les espèces examinées.

Nous avons obtenu le rapport glucose/HCN et l'indice correspondant à l'amygdonitrileglucoside dans les espèces énumérées ci-dessous. Dans quelques cas, notamment sur des essais effectués à la fin de l'été, un rapport glucose/HCN, supérieur à 6,6, nous a indiqué la coexistence d'autres hétérosides, cyanogénétiques ou autres.

C. acuminata Lindl. (rameaux, feuilles); *C. acutifolia* Turcz. (feuilles); *C. affinis* Lindl. (rameaux, écorces, feuilles, fruits); *C. bacillaris* Wall. (rameaux, feuilles); *C. congesta* Baker (rameaux avec feuilles, fruits); *C. Dielsiana* Pritz. (rameaux avec feuilles); *C. divaricata* Rehd. et Wils. (rameaux avec feuilles); *C. Francheti* D. Bois (rameaux avec feuilles); *C. hebephylla* Diels. (rameaux avec feuilles); *C. Henryana* Rehd et Wils. (feuilles); *C. horizontalis* Dcne. (rameaux, feuilles, fruits), *C. Lindleyi* Stend. (= *C. arborescens* Zabel, rameaux, feuilles); *C. melanocarpa* Lodd. (rameaux avec feuilles); *C. microphylla* Wall. (rameaux avec feuilles, fruits); *C. multiflora* Bunge (feuilles); *C. nigra* Wahlb. (rameaux, feuilles); *C. pannosa* Franch. (rameaux, fruits); *C. præcox* Hort. (rameaux

(1) Guignard, *Comptes rendus*, 143, 1906, p. 451.

(2) Hérissey, *Journ. Pharm. et Chim.*, 24, 1906, p. 537.

(3) Plouvier, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2120.

avec feuilles); *C. racemiflora* C. Koch. (rameaux, feuilles); *C. rotundifolia* Wall. (rameaux avec feuilles); *C. salicifolia* Franch. var. *floccosa* (rameaux, feuilles, fruits); *C. thymæfolia* Baker (rameaux avec feuilles); *C. Zabeli* Schneid. (rameaux avec feuilles).

La quantité d'acide cyanhydrique trouvée dans *C. bullata* D. Bois (rameaux avec feuilles) et *C. Simonsii* Baker (rameaux) était trop faible pour nous permettre de conclure.

La méthode d'extraction à l'éther, déjà utilisée par Finnemore et Cox pour extraire l'amygdonitrileglucoside de l'*Eremophila maculata* et le sambunigroside de l'*Acacia glaucescens* et *A. Cheelii* (1), nous a permis d'extraire l'amygdonitrileglucoside à l'état cristallisé de toutes les espèces sur lesquelles nous avons tenté cette extraction, à savoir :

C. affinis (rameaux, fruits); *C. bacillaris* (rameaux, feuilles); *C. pannosa* (fruits tombants); *C. acuminata, congesta, Dielsiana, divaricata, horizontalis, Lindleyi, microphylla, nigra, racemiflora, salicifolia, Zabelli* (rameaux avec feuilles). L'amygdonitrileglucoside obtenu a été identifié par son pouvoir rotatoire, son indice de réduction enzymolytique et l'étude polarimétrique de son isomérisation en prulaurasoside en milieu légèrement alcalin.

La présence d'amygdaloside dans les *Cotoneaster* est probable, mais nous n'avons pu extraire cet hétéroside à l'état pur. Dans le *C. affinis* (rameaux, feuilles, fruits); *C. bacillaris* (rameaux, feuilles); *C. congesta* (rameaux avec feuilles); *C. horizontalis* (rameaux), des essais biochimiques effectués sur le matériel préalablement épuisé par l'éther ont donné un rapport glucose/HCN et un indice correspondant à l'amygdaloside.

M. H. Hérissey avait extrait le prulaurasoside du *C. microphylla*; nous pensons que cet hétéroside résulte de l'isomérisation totale de l'amygdonitrileglucoside, sous l'influence du CO^3Ca, au cours de l'extraction (2).

De même, Mlle A.-M. Collot (3) a pu retirer l'amygdonitrileglucoside des feuilles de *Prunus laurocerasus* L. dans lesquelles M. H. Hérissey avait trouvé le prulaurasoside en 1906 (4).

Nous avons remarqué la présence d'une petite quantité de prulaura-

(1) Finnemoore et Cox, *J. Proc. R. Soc. N.-S. Wales*, 62, 1930, p. 369; 63, 1930, p. 172.

(2) Plouvier, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1985.

(3) Collot, *Volume Tricentenaire du Muséum*, 1935.

(4) Hérissey, *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 959.

soside, à côté de l'amygdonitrileglucoside obtenu, dans quelques-unes de nos extractions, notamment dans le cas des feuilles du *Cotoneaster salicifolia* et du *Prunus laurocerasus*. Malgré les précautions prises, il y a, en effet, une isomérisation partielle de l'amygdonitrileglucoside due à la stabilisation par l'alcool bouillant et à l'évaporation des colatures. Nous pensons néanmoins que le prulaurasoside ne préexiste pas dans les plantes.

En 1910, un essai biochimique effectué par Bourquelot et Fichtenholz([1]) sur les feuilles de *Cydonia vulgaris* Pers. avait donné l'indice du prulaurasoside et avait fait conclure à la présence probable de cet hétéroside. Nous avons pu extraire des feuilles de *C. vulgaris* l'amygdonitrileglucoside cristallisé.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la transformation du glycogène en acide lactique dans des extraits musculaires de chiens normaux et diabétiques.* Note de MM. **Théophile Cahn** et **Jacques Houget**, présentée par M. Richard Fosse.

On admet très généralement que le trouble fondamental du diabète consiste en l'impossibilité pour l'organisme, et spécialement pour le tissu musculaire, d'effectuer la dégradation des hydrates de carbone. Celle-ci, d'après tous les auteurs, se réalise dans le muscle normal en plusieurs étapes dont une des premières et la plus caractéristique est la transformation du glycogène en acide lactique. Si la conception actuelle du diabète est exacte, ce phénomène de glycolyse doit être aboli chez l'animal diabétique. L'étude des solutions fermentaires, préparées à partir du muscle, est le procédé de choix pour vérifier la disparition ou non de cette propriété. Ceci n'a été que rarement tenté et les conclusions des divers auteurs sont loin d'être concordantes. C'est pourquoi nous avons préparé des extraits fermentaires à partir de muscles de chiens rendus diabétiques par pancréatectomie totale, effectuée en deux temps. Pour que les résultats obtenus s'interprètent valablement nous avons préparé, par une technique identique, des extraits de muscles de chiens normaux. Sur les deux types d'extraits nous avons suivi avec des méthodes aussi spécifiques que possible les variations concomitantes des différents composés intéressant la glycolyse : glycogène, acide lactique, esters phosphoriques. Nous don-

---

([1]) Bourquelot et Fichtenholz, *Journ. Pharm. Chim.*, 2, 1910, p. 97.

nerons aujourd'hui les résultats concernant le glycogène et l'acide lactique [1].

Préparation des extraits. — 400^{g} de muscles, prélevés rapidement sur le chien sont immergés dans 400^{cm^3} d'eau distillée glacée. Après 5 minutes le muscle est broyé à la machine, la pulpe obtenue est remise en suspension dans le liquide toujours glacé, rapidement centrifugée et filtrée sur coton de verre. La solution, dont la température ne dépasse pas 5 à 6°, contient en milligrammes pour 100^{cm^3} :

	Muscle normal.	Muscle diabétique.
Glycogène	150 à 190	98 à 186
Acide lactique	30 à 50	26 à 71
Phosphates inorganiques (en P)	13 à 18	15 à 25
Acide créatine-phosphorique (en P)	8 à 10	5 à 8,4
Acide adénylpyrophosphorique (en P)	12 à 13	1,3 à 8,7

A ces deux types de solutions fermentaires nous ajoutons pour 100^{cm^3} 100^{mg} de glycogène et, pour que le pH n'évolue pas trop rapidement au cours de la glycolyse, $2^{cm^3},25$ d'une solution tampon de phosphates ($PO^4NaH^2 + NaOH$) de pH 8,14 ($15^{mg},4$ de P par centimètre cube). La solution est placée au thermostat à 37°, on effectue sur des prises aliquotes les différents dosages au bout de 5, 15, 30, 60 et 120 minutes. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau de la page suivante.

Nous voyons que l'extrait fermentaire de muscle normal tel que nous le préparons est extrêmement actif : en deux heures, dans 100^{cm^3} d'extrait, 98 à 124^{mg} de glycogène sont transformés. Mais la vitesse de la glycolyse n'est pas régulière, elle est très grande dans les 5 premières minutes et elle tombe ensuite à des valeurs 3 à 5 fois plus faibles. Il est exceptionnel que le glycogène disparu apparaisse quantitativement sous forme d'acide lactique, en général, au bout de deux heures d'incubation, nous ne retrouvons sous cette forme que 60 à 65 pour 100 du glycogène disparu. Nous avons recherché au cours de la glycolyse l'aldéhyde acétique, le méthylglyoxal et l'acide pyruvique : il n'y en a jamais que des traces.

L'extrait de muscle diabétique est capable d'effectuer la gycolyse ainsi que le faisait prévoir sa teneur initiale en acide lactique. Mais l'intensité de

---

[1] Le glycogène a été dosé après hydrolyse chlorhydrique de l'extrait par la méthode de Fontès et Thivolle; les valeurs que nous indiquons représentent donc la somme glycogène + glucose + éventuellement ester de Harden et Young; l'acide lactique est déterminé par la méthode de von Fürth et Charnass modifiée par les auteurs.

la transformation est plus faible que dans l'extrait normal; la baisse rapide et continue de la glycolyse au cours des deux heures d'incubation montre qu'un composé ou qu'un ensemble de composés nécessaires s'épuisent plus vite que dans l'extrait normal. Ici encore le glycogène disparu n'apparaît pas intégralement sous forme d'acide lactique, on n'en retrouve que 66, 63, 47 et 26 pour 100. Il ne se produit que des traces d'acide pyruvique, de méthylglyoxal et d'aldéhyde acétique.

Nous nous croyons donc autorisés à dire que le muscle diabétique est capable d'effectuer la dégradation du glycogène en acide lactique tout comme le muscle normal, mais avec une vitesse de 30 à 40 pour 100 plus faible.

Variations en milligrammes pour 100^{cm^3}.

Temps (minutes)....	0-5'.	5-15'.	15-30'.	30-60'.	60-120'.	0-120'.
			Glycogène normal.			
Nos 8	24	9	13	28	48	122
9	20	12	10	29	53	124
12	12	1	18	18	49	98
			Glycogène diabétique.			
7	8,5	21	21	18	27	95
10	17	11	0	− 2 (1)	− 9	17
11	28	4	5	14	36	87
13	5	19	17	31	11	83
			Acide lactique normal.			
8	24	4	13	11	26	78
9	18	3	0	29	26	76
12	32	5	17	−16	63	100
			Acide lactique diabétique.			
7	21	6	−23	50	8	63
10	2	4	− 1	0	− 1	4
11	13	1	17	8	2	41
13	7	9	13	−44	66	52

(1) Dans certaines expériences des quantités parfois importantes d'acide lactique se dissimulent; il nous a été impossible de déterminer la nature du composé transitoirement formé.

CHIMIE THÉRAPEUTIQUE. — *La bulbocapnine, type d'un nouveau groupe de médicaments*. Note de M. Raymond-Hamet, communiquée par M. Antonin Gosset.

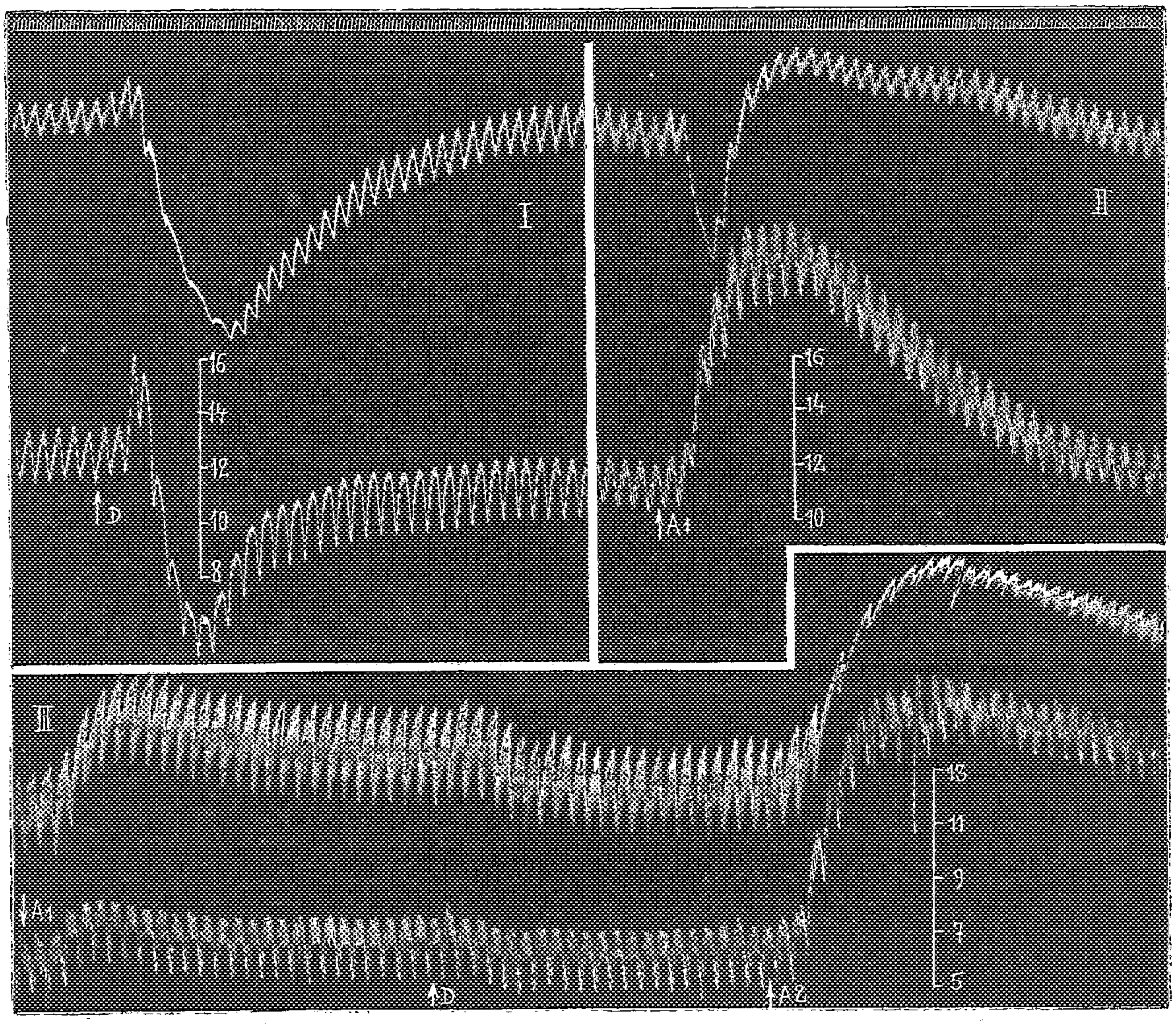
Dale, qui a découvert les propriétés sympathicolytiques de l'ergotoxine, ayant reconnu à celle-ci le pouvoir de transformer en hypotension l'hypertension adrénalinique, nous avons cru devoir réserver le qualificatif de sympathicolytiques vrais aux poisons qui possèdent ce pouvoir.

Mais, après avoir montré que la paralysie des vasoconstricteurs rénaux adrénalino-sensibles constitue un exellent critère de l'activité sympathicolytique, nous avons constaté que certaines substances, en particulier la bulbocapnine, provoquent cette paralysie bien qu'elles ne puissent pas inverser les effets hypertenseurs de l'adrénaline.

Tenant pour acquis, d'une part que l'adrénaline aux doses liminaires excite les vasodilatateurs adrénalino-sensibles, d'où hypotension, alors qu'aux doses supraliminaires elle stimule à la fois les vasodilatateurs et les vasoconstricteurs adrénalino-sensibles, d'où hypertension, l'action de ceux-ci l'emportant sur celle de ceux-là, d'autre part que les sympathicolytiques vrais paralysent les vasoconstricteurs adrénalino-sensibles sans toucher aux vasodilatateurs adrénalino-sensibles, nous avons pensé que les substances du groupe de la bulbocapnine devaient atteindre à la fois ceux-ci et ceux-là.

Le dérivé éthylaminé correspondant à l'adrénaline, dérivé qui possède toutes les propriétés de l'adrénaline mais agit plus énergiquement que celle-ci sur les vasodilatateurs adrénalino-sensibles, nous a permis de vérifier l'exactitude de cette hypothèse.

Alors, en effet, que l'action hypotensive des doses liminaires de dioxyphényléthylaminoéthanol est renforcée par les sympathicolytiques vrais, elle est très fortement diminuée, par la bulbocapnine. Comme le montre le tracé ci-après, la bulbocapnine, à la dose nécessaire pour abolir subtotalement l'hypertension produite par une dose moyenne d'adrénaline, a également supprimé presque complètement l'hypotension provoquée par une dose liminaire de dioxyphényléthylaminoéthanol. En effet, d'une part l'injection de $0^{mg},005$ d'adrénaline qui avant l'administration de bulbocapnine avait fait monter la pression carotidienne de 119 à 209^{mm} de Hg, ne l'éleva plus que de 71 à 84^{mm} après celle-ci; d'autre part, l'injection de $0^{mg},025$ de



Expérience du 27 novembre 1935. — Chienne de 12kg, anesthésiée par le chloralose (12cg par kg.), bivagotomisée au cou et soumise à la respiration artificielle. 1re ligne : temps en secondes. 2e et 4e lignes : variations du volume du rein enregistrées par l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié. 3e et 5e lignes : modifications de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. On a injecté dans la saphène, en D, 0mg,025 de dioxyphényléthylaminoéthanol hydrochlorique, en A 1, 0mg,005 d'adrénaline, en A 2, 0mg,10 d'adrénaline. Entre la fin du tracé II et le début du tracé III, on a administré à l'animal, en 5 injections intraveineuses successives, 600mg de chlorhydrate de bulbocapnine pure de Merck. Tracé réduit de 30 pour 10).

dioxyphényléthylaminoéthanol qui, avant qu'on ait fait agir la bulbocapnine, avait fait descendre la pression artérielle de 134 à 67^{mm} ne l'abaissa plus que 76 à 70^{mm} après celle-ci. Ajoutons que, chez l'animal ainsi soumis à l'action de la bulbocapnine, l'injection d'une dose beaucoup plus forte d'adrénaline ($0^{mg},10$) provoqua une assez forte hypertension haussant la pression carotidienne de 72 à 164^{mm} de Hg, mais ne fut suivie que d'une dilatation passive du volume du rein.

Bien qu'il soit vraisemblable qu'entre les poisons qui s'attaquent presque exclusivement aux vasoconstricteurs adrénalino-sensibles et ceux qui ne les atteignent pas beaucoup plus que les vasodilatateurs adrénalino-sensibles, on doive trouver des intermédiaires, nous croyons nécessaire de séparer nettement ces deux groupes de poisons dont les effets sont si différents. Ajoutons que, si l'on pouvait prouver que les vasodilatateurs adrénalino-sensibles sont de nature sympathique, la bulbocapnine devrait être considérée comme un sympathicolytique plus parfait que ceux qui inversent les effets hypertenseurs de l'adrénaline.

A 16^h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 23 décembre 1935.)

Note de M. *Paul Delens*, Sur certaines déformations des surfaces :

Page 1316, ligne 15, *au lieu de* c/ω, *lire* C/ω; ligne 16, *au lieu de* $\omega^{2\alpha}$, *lire* ω^{β}.

(Séance du 6 janvier 1936.)

Note de M. *John Ellsworth*, Observations photométriques et colorimétriques de Nova Herculis 1934 :

Page 28, ligne 9, *au lieu de* vibrations, *lire* variations.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de décembre 1935 (*suite et fin*).

Les reliques de Lavoisier, par Maurice d'Ocagne. Extrait du *Correspondant* du 15 octobre 1935. Paris, les Éditions du *Correspondant*; 1 fasc. 24^{cm}.

Service du Nivellement général de la France. *Célébration du cinquantenaire du Service et inauguration de ses nouveaux bâtiments, le* 27 *juin* 1934, par Jean Vignal. Paris, Imprimerie Sofcar, s. d.; 1 vol. 27^{cm}.

Larousse de l'Industrie et des Arts et Métiers, publié sous la direction de M. L. Guillet avec la collaboration de M. de Toro. Paris, Librairie Larousse, 1935; 1 vol. 27^{cm}.

Annuaire pour l'an 1936, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars, 1936; 1 vol. 19^{cm}.

Recherches sur l'électrolyse de quelques chlorures dissous dans l'alcool méthylique, par Edm. Guillermet. Thèses. Paris, Librairie catholique Emmanuel Vitte, 1935; 1 vol. $24^{cm},5$.

Alpinistes d'autrefois. Le major Roger et son baromètre, par Claire-Éliane Engel. Paris, Victor Attinger, 1935; 1 vol. 19^{cm}.

Le « drame » planétaire. Bréviaire de Cosmographie. Nouveauté scientifique, par Pierre Parent. Perpignan, édition privée, 1935; 1 vol. 29^{cm}.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht, par Albert Ier prince souverain de Monaco. Fasc. XCI : *Cestodes parasites provenant des campagnes scientifiques du Prince Albert Ier de Monaco*, par Jules Guiart. Imprimerie de Monaco, 1935; 1 vol. 36^{cm}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 FÉVRIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **A. F. Holleman**, Correspondant de l'Académie, professeur à l'Université d'Amsterdam, qui assiste à la séance.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Deux récoltes faites dans la vigne de Roquelaure où se trouve la Pomme de terre retournée à l'état sauvage.* Note de M. **Julien Costantin.**

Je présente à l'Académie d'abord une Pomme de terre de la vigne de Roquelaure (Gers) où beaucoup de tubercules ont une forme bizarre : ici, il y a trois petits tubercules soudés à un plus gros. Un vieillard de 92 ans qui a toujours habité ce village (dont la mémoire est très nette malgré son âge avancé) affirme que la variété nouvelle à laquelle j'ai donné le nom de « Robert Dauzère » ressemble beaucoup à ce qu'on appelle dans le Gers « Pomme de terre commune ».

L'altitude joue peut-être un certain rôle dans le cas des plantes de Roquelaure. Entre Condom et Lectoure, dans une région encore plus élevée, la « Pomme de terre commune » donne des *rendements extraordinaires*.

Voici une seconde plante récoltée dans la même vigne; elle appartient à une famille très différente, son aspect est également très particulier. C'est un pied d'*Allium Ampeloprasum* L., espèce cultivée et connue sous le nom de « Poireau d'été ». De la base du bulbe partent cinq fins pedicelles blancs (de 1^{mm} d'épaisseur et de $2,5$ à 3^{cm} de long) se terminant chacun par un pseudo-tubercule blanc (ou plutôt bulbe tubérifère); le plus gros

mesure 1^{cm} de long sur 3^{mm} de large; deux sont plus petits. C'est ce qu'on appelle dans le pays le « Pourrat des gascons ».

Il est possible que, d'après l'Ail précédent, les Champignons interviennent dans les cultures d'Oignons et peut-être d'autres plantes bulbeuses.

Ces diverses remarques paraissent plaider en faveur de l'hypothèse provisoire que j'ai formulée, le 30 décembre 1935, pour expliquer l'apparition de la variété retournée à l'état sauvage : intervention de Champignons symbiotiques présents dans le sol.

GÉODÉSIE. — *Nouvelles déterminations de la gravité au Tonkin, au Laos et en Annam.* Note [1] de M. **Pierre Lejay.**

Le Tableau suivant donne, pour 55 stations nouvelles, la valeur de la gravité obtenue à l'aide du gravimètre n° 42.

Avant, pendant et après cette campagne, nous avons fait de plus 14 déterminations de contrôle, en des points où la gravité avait été déterminée antérieurement. Nous devons diviser ces vérifications en deux groupes : le premier groupe comprend les stations occupées avant un accident survenu au pendule le 21 mai; le second groupe est postérieur à l'accident. En désignant par g la valeur trouvée en chacun de ces points, par g_1 la valeur que nous y avions déterminée précédemment, par D la différence en milligals, nous avons, pour ces stations de référence :

Stations.	Date (1935).	g.	g_1.	D.
		Avant l'accident :		
Zi Ka Wei.....	22 mars	979,436	979,436	0
Hong Kong.....	26 mars	978,767	978,769	−2
Shiu Chow.....	28 mars	978,898	978,899	−1
Hanoï..........	14 avril	978,683	978,683	0
Hanoï..........	25 avril	978,682	978,683	−1
Hanoï..........	9 mai	978,682	978,683	−1
Hanoï..........	15 mai	978,683	978,683	0
		Après l'accident :		
Hué...........	28 mai	978,442	978,448	−6
Tourane........	29 mai	978,422	978,418	+4
Saïgon.........	5 juin	978,233	978,228	+5
Saïgon.........	9 juin	978,228	978,228	0
Singapore......	11 juin	978,082	978,085	−3
Djibouti	23 juin	978,254	978,259	−5
Port Saïd......	29 juin	978,454	978,451	+3
Paris	18 juillet	980,942	980,943	−1

[1] Séance du 27 janvier 1936.

Stations.	Lat.	Long.	Alt.	δ.	Date.	T.	g.	g − g₀.	g₀.	g − g″₀.	g″₀.	γ₀.	g₀ − γ₀.	g″₀ − γ₀.	γ′₀.	g₀ − γ′₀.	g″₀ − γ′₀.
	° ′	° ′	m		1935	s	g	mg	g	mg	g	g	mg	mg	g	mg	mg
Langsom	21.51	106.45	235	2,6	13 IV	5,3581	978,648	72	978,720	46	978,694	978,745	—25	— 51	978,763	— 43	— 69
Bac Ninh	21.12	106. 3	7	2,3	13 »	5,3702	978,684	2	978,686	1	978,685	978,705	—19	— 20	978,723	— 37	— 38
Hanoï	21. 1,4	105.51,3	11	2,3	14 »	5,3698	***978,683***	4	978,687	2	978,685	978,694	— 7	— 9	978,712	— 25	— 27
Tam Dao (¹)	21.27,5	105.38	*925*(²)	2,6	15 »	5,3061	978,490	284	978,774	181	978,671	978,721	+53	— 50	978,739	+ 35	— 68
Vietri	21.18	105.25,5	16	2,4	16 »	5,3767	978,703	5	978,708	3	978,706	978,711	— 3	— 5	978,729	— 21	— 23
Yen Bay	21.42	104.53	32	2,4	16 »	5,3722	978,690	10	978,700	7	978,697	978,735	—35	— 38	978,753	— 53	— 56
Bao Ha	22. 9,5	104.21	65	2,5	17 »	5,3712	978,687	20	978,707	12	978,699	978,764	—57	— 65	978,782	— 75	— 83
Chapa	22.20	103.51	*1650*	2,6	17 »	5,2481	978,310	509	978,819	323	978,633	978,775	+44	—142	978,793	+ 26	—160
Lao Kay	22.31	103.58	89	2,6	17 »	5,3671	978,67	427	978,701	17	978,691	978,787	—86	— 96	978,805	—104	—114
Hanoï	21. 1,4	105.51,3	11	2,3	25 »	5,3696	***978,682***	3	978,685	2	978,684	978,694	— 9	— 10	978,712	— 27	— 28
Mine Clotilde	21. 7,6	106.32	224	2,6	27 »	5,3632	978,663	68	978,731	43	978,706	978,700	+31	+ 6	978,718	+ 13	— 18
»	21. 7,6	106.32	138	2,6	30 »	5,3530	978,632	42	978,674	26	978,658	978,700	—26	— 42	978,718	— 44	— 60
»	21. 7,6	106.32	*434*	2,6	30 »	5,3414	978,597	133	978,730	85	978,682	978,700	—30	— 18	978,718	— 12	— 36
Vat Chay	20.57,5	107. 3,5	12	2,5	29 »	5,3672	978,675	3	978,678	2	978,677	978,690	—12	— 13	978,708	— 30	— 31
Than Moi	21.38	103.32,5	*54*	2,6	3 V	5,3717	978,688	16	978,704	10	978,698	978,731	—27	— 33	978,749	— 45	— 51
That Kê	22.15	106.28	180	2,6	3 »	5,3728	978,692	55	978,747	35	978,727	978,770	—23	— 43	978,788	— 41	— 61
Cao Ban	22.38	106.16	206	2,6	4 »	5,3754	978,699	63	978,762	40	978,739	978,794	—32	— 55	978,812	— 50	— 73
Bac Kan	22. 9	105.49	*150*	2,6	5 »	5,3656	978,670	46	978,716	29	978,689	978,763	—47	— 64	978,781	— 65	— 82
Tuyen Quang	21.49	105.12	30	2,6	6 »	5,3889	978,740	9	978,749	5	978,745	978,742	+ 7	+ 3	978,760	— 11	— 15
Ha giang	22.50	104.52	125	2,6	6 »	5,3694	978,682	38	978,720	24	978,706	978,807	—87	—101	978,825	—105	—119
Bac Quang	22.28	104.52,5	71	2,5	6 »	5,3710	978,686	21	978,707	13	978,699	978,783	—76	— 84	978,801	— 94	—102
Hanoï	21. 1,4	105.51,3	11	2,3	9 »	5,3695	***978,682***	3	978,685	2	978,684	978,694	— 9	— 10	978,712	— 27	— 28
Cho Bo	20.46,5	105.10	30	2,4	10 »	5,3490	978,620	9	978,629	6	978,626	978,679	—50	— 53	978,697	— 68	— 71
Ban na lei	21. 8	104.12	*460*	2,6	10 »	5,3158	978,520	142	978,662	90	978,610	978,701	—39	— 91	978,719	— 57	—109
Son La	21.19	103.54	610	2,6	10 »	5,3074	978,494	187	978,681	119	978,613	978,712	—31	— 99	978,730	— 49	—117
Sam Neua	20.30	104. 2	*945*	2,6	11 »	5,2633	978,358	291	978,649	186	978,544	978,663	—14	—119	978,681	— 32	—137
Moc Chan	20.50,5	104.37	*738*	2,6	13 »	5,2936	978,452	227	978,629	144	978,596	978,683	—54	— 87	978,701	— 72	—105
Hanoï	21. 1,4	105.51,3	11	2,3	15 »	5,3701	***978,683***	3	978,686	2	978,685	978,694	— 8	— 9	978,712	— 26	— 27
Than Hoa	19.48	106.51	5	2,3	16 »	5,3481	978,617	1	978,619	1	978,618	978,622	— 3	— 4	978,640	— 21	— 22
Khim Nham	18.57	105. 3	*40*	2,5	16 »	5,3154	978,518	12	978,530	8	978,526	978,574	—44	— 48	978,592	— 62	— 66
Mong Sen	19.23	104. 8	*170*	2,5	17 »	5,2978	978,465	52	978,517	34	978,499	978,599	—82	—100	978,617	—100	—118
Sien Quang	19.21	103.22	*1040*	2,5	18 »	5,2373	978,276	321	978,597	207	978,483	978,597	0	— 14	978,615	— 18	—132
Ban Ban	19.37,5	103.28	850	2,5	19 »	5,2517	978,321	261	978,582	170	978,491	978,612	—30	— 21	978,630	— 48	—139

(¹) Station donnant lieu à correction topographique importante.
(²) Les altitudes en italiques ne sont déterminées qu'approximativement.

Stations.	Lat.	Long.	Alt.	δ.	Date.	T_c.	g.	$g-g_0$.	g_0.	$g-g''_0$.	g''_0.	γ_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
	° ′	° ′	m		1935	s	g	mg	g	mg	g	g	mg	mg	g	mg	mg
Nong Het	19.32	103.53,5	1350	2,5	19 V	5,2231	978,232	416	978,648	270	978,502	978,607	+41	−105	978,625	+ 25	−123
Cua Rao	19.17	104.23	102	2,4	20 »	5,3091	978,500	31	978,531	20	978,520	978,593	−62	− 73	978,611	− 80	− 91
Na pé	18.18	105. 5	525	2,6	20 »	5,2685	978,374	163	978,537	103	978,477	978,539	− 2	− 62	978,557	− 20	− 80
Dong Hoï	17.27	106.36	5	2,4	21 »	5,3027	978,480	2	978,482	1	978,481	978,495	−13	− 14	978,513	− 31	− 32
Cua Tung	17. 1	107. 7	15	2,5	21 »	5,3019	978,478	5	978,483	3	978,481	978,472	+11	+ 9	978,490	− 7	− 9
Lao Bao	16.34	106.38	200	2,6	21 »	5,2609	978,350	61	978,411	39	978,389	978,449	−38	− 60	978,467	− 56	− 78
Tchépone	16.41	106.13	188	2,6	22 »	5,2711	978,382	57	978,439	36	978,418	978,455	−16	− 37	978,473	− 34	− 55
» km. 148	16.34	106. 5	198	2,6	22 »	5,2686	978,374	61	978,435	38	978,412	978,451	−16	− 39	978,468	− 33	− 56
» km. 163	16.31	106. 2	185	2,6	22 »	5,2736	978,389	56	978,445	36	978,425	978,447	− 2	− 18	978,465	− 20	− 40
» km. 154	16.32	106. 3	193	2,6	22 »	5,2675	978,371	59	978,430	37	978,408	978,448	−18	− 40	978,466	− 36	− 58
Mong Phalane	16.37	105.33	154	2,6	23 »	5,2803	978,410	47	978,457	31	978,441	978,452	+ 5	− 11	978,470	− 13	− 29
Savannakhet	16.33	104.44	131	2,6	23 »	5,2776	978,402	40	978,442	26	978,428	978,449	− 7	− 21	978,467	− 25	− 39
Bang Hieng	16. 2	105.28	142	2,6	24 »	5,2595	978,346	43	978,389	28	978,374	978,424	−35	− 50	978,442	− 59	− 68
Paksé	15. 7	105.48	95	2,6	25 »	5,2567	978,338	29	978,367	19	978,357	978,381	−14	− 24	978,399	− 32	− 42
Paksong	15.12	106.12	1185	2,6	26 »	5,1770	978,082	365	978,447	232	978,314	978,385	+62	− 71	978,403	+ 44	− 89
Saravane	15.43	106.24	182	2,6	26 »	5,2516	978,321	56	978,377	35	978,356	978,409	−32	− 53	978,427	− 50	− 71
Ken Kong Niai	15.32	105.45	120	2,6	27 »	5,2597	978,347	37	978,384	20	978,367	978,400	−16	− 33	978,418	− 34	− 51
Hué	16.28,2	107.35	6	2,5	28 »	5,2906	978,442	2	978,444	1	978,443	978,445	− 1	− 2	978,463	− 19	− 20
Tourane	16. 4,4	108.13,3	5	2,5	29 »	5,2843	978,422	2	978,424	1	978,423	978,425	− 1	− 2	978,443	− 19	− 20
Quang Ngai	15. 8	108.48	8	2,5	29 »	5,2707	978,381	3	978,384	2	978,383	978,381	+ 3	+ 2	978,399	− 15	− 16
An Khe	13.57	108.40	415	2,6	30 »	5,2195	978,220	127	978,347	81	978,301	978,330	+17	− 29	978,348	− 1	− 47
Kontum	14.21	107.58	540	2,6	31 »	5,2167	978,211	166	978,377	105	978,316	978,347	+30	− 31	978,365	+ 12	− 46
Pleiku	13.57	107.59	782	2,6	31 »	5,1979	978,151	240	978,391	153	978,304	978,330	+61	− 26	978,348	+ 43	− 44
Ban me Thuot	12.41	108. 3	470	2,6	1er VI	5,2051	978,174	145	978,319	92	978,266	978,279	+40	− 13	978,297	+ 22	− 31
M' Drak	12.43	108.47	515	2,6	2 »	5,2010	978,161	158	678,319	101	978,262	978,280	+39	− 18	978,299	+ 20	− 37
Nha Trang	12.16	109.15,5	4	2,5	2 »	5,2311	978,257	1	978,258	1	978,258	978,262	− 4	− 4	978,281	− 23	− 23
Phan Rang	11.33	108.58	5	2,5	2 »	5,2240	978,234	2	978,236	1	978,235	978,237	− 1	− 2	978,256	− 20	− 21
Ngoc Lam	10.56	108. 6	50	2,6	2 »	5,2178	978,214	15	978,229	9	978,223	978,215	+14	+ 8	978,234	− 5	− 11
Saïgon	10.46,9	106.41,4	12	2,3	5 »	5,2237	978,233	3	978,236	2	978,235	978,210	+26	+ 25	978,229	+ 7	+ 6
Djiring	11.34	108. 5	1000	2,6	6 »	5,1589	978,021	309	978,330	196	978,217	978,237	+93	− 20	978,256	+ 74	− 39
Saïgon	10.46,9	106.41,4	12	2,3	9 »	5,2220	978,228	3	978,231	2	978,230	978,210	+21	+ 20	978,229	+ 2	+ 1
Singapore	1.18,3	103.49,8	17	2,5	11 »	5,1770	978,082	5	978,087	3	978,085	978,033	+54	+ 52	978,052	+ 35	+ 33
Colombo	6.56	79.49,4	7	2,4	16 »	5,1930	978,135	2	978,137	1	978,136	978,105	+32	+ 31	978,124	+ 13	+ 12
Djibouti	11.36	43. 9	4	2,2	23 »	5,2305	978,254	1	978,255	1	978,255	978,238	+17	+ 17	978,257	− 2	− 2
Port Saïd	31.15	32.18,4	1	2,2	29 »	5,6508	979,454	0	978,454	0	978,454	978,417	+37	+ 37	978,436	+ 18	+ 18
Paris	48.50,6	2.20,2	56	2,3	18 VII	6,3476	980,942	17	978,959	11	978,953	980,962	− 3	− 9	980,975	− 16	− 22

De l'examen des différences, il résulte que la stabilité remarquable du pendule avant l'accident a été en partie détruite par celui-ci et que la précision des mesures, de l'ordre du milligal avant Tchépone, n'est plus, pour les stations postérieures, que de 3 à 4 milligals.

Nous conservons dans le Tableau les notations internationales.

ASTROPHYSIQUE. — *Peut-on identifier certaines radiations du ciel nocturne avec des bandes Schumann-Runge de la molécule d'oxygène ?* Note (1) de MM. JEAN CABANNES et JEAN DUFAY.

1. Kaplan (2) a écrit récemment que nos spectres du ciel nocturne contenaient probablement des bandes Schumann-Runge (SR). Nous nous proposons de discuter cette identification en utilisant les résultats inédits de notre analyse spectrale (3).

Suivant Ossenbrüggen (4), les nombres d'onde par centimètre seraient, pour les raies zéro,

$$n = 49349{,}1 + (707{,}9\,v' - 13{,}3\,v'^2) - (1565{,}37\,v'' - 11{,}37\,v''^2). \tag{1}$$

Plus récemment Curry et Herzberg (5) ont proposé une nouvelle formule :

$$\begin{aligned} n = 49357.55 &+ (698{,}86\,v' - 10{,}708\,v'^2 - 0{,}194\,v'^3) \\ &- (1568{,}33\,v'' - 11{,}993\,v''^2 + 0{,}0517\,v''^3 - 0{,}00143\,v''^4), \end{aligned} \tag{2}$$

qui conduit à des longueurs d'onde peu différentes. On peut donc prévoir le quantum initial des bandes SR qu'on aura à chercher dans le ciel. Nous savons en effet que les plus intenses des bandes de Vegard-Kaplan (VK) de la molécule d'azote (6) ont un quantum de vibration initial égal à 2, 3 ou 4. Si les bandes SR sont excitées par les mêmes électrons, le quantum initial v' des plus intenses doit être compris entre 6 et 10. Le quantum final v'' est alors supérieur à 20.

---

(1) Séance du 27 janvier 1936.

(2) *Publications of the astronomical Society of the Pacific*, 47, 1935, p. 260.

(3) *Helvetica Physica Acta*, 8, 1935, p. 413.

(4) *Zeitschrift für Physik*, 19, 1928, p. 167. Voir aussi W. WEIZEL, *Bandenspektren, Handbuch der Experimentalphysik*, Leipzig, 1931, p. 366.

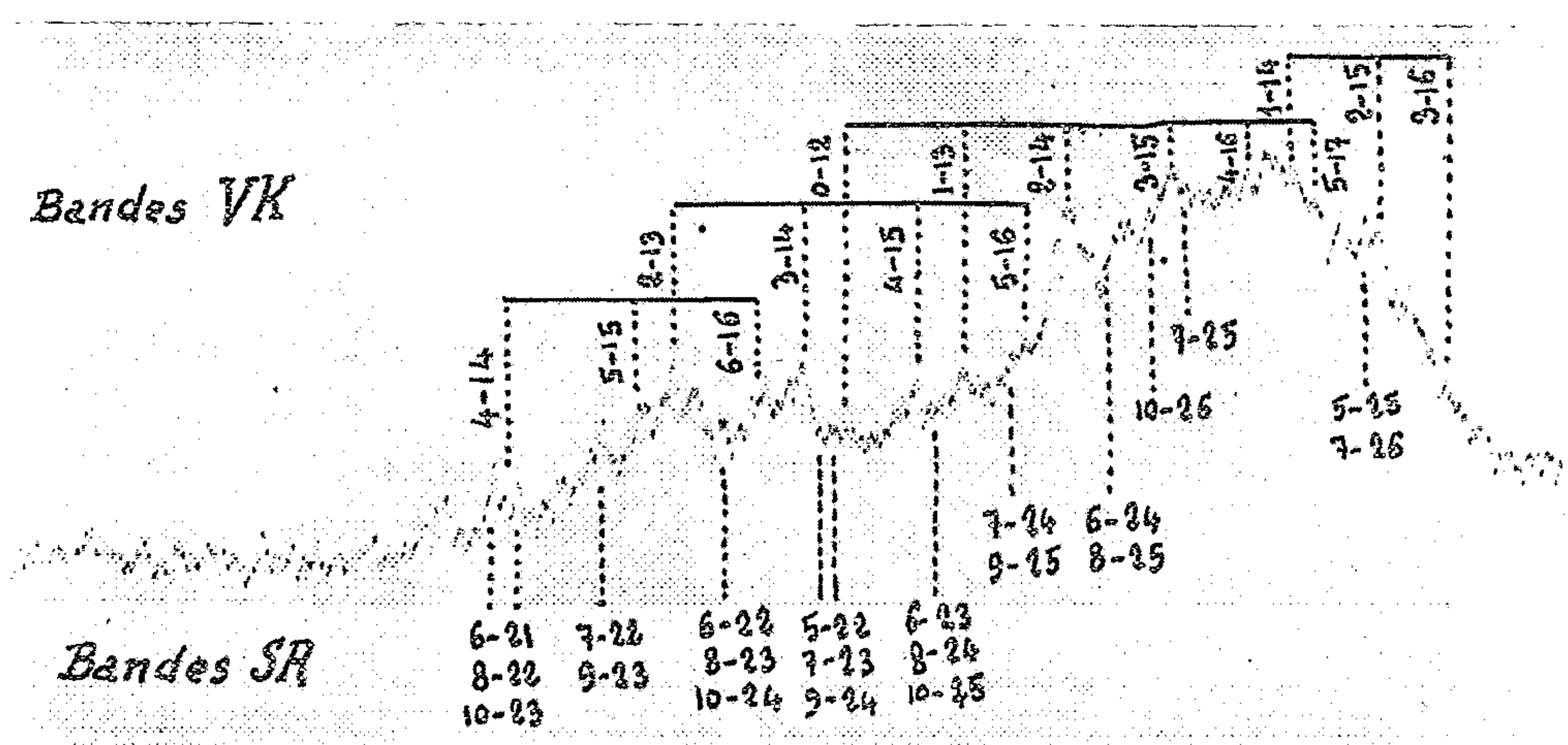
(5) *Annalen der Physik*, 19, 1934, p. 800.

(6) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1504. Dans la formule qui donne les nombres d'onde de ces bandes, suivant Herzberg, pour la bande $v' = v'' = 0$, il faut lire $n = 49774{,}4$ et non $49974{,}4$.

2. Les bandes SR possibles dans le ciel forment un certain nombre de groupements caractéristiques. Nous indiquons ici la longueur d'onde approximative de quelques-uns de ces groupements, calculée à partir de chacune des formules précédentes,

$v' - v''$:								
	4–20	5–21	4–21	5–22		5–23		5–24
	6–21	7–22	6–22	7–24	6–23	7–24	6–24	7–25
	8–22	9–23	8–23	9–24	8–24	9–25	8–25	9–26
			10–24		10–25			11–27
D'après (1), vers	3960	4050	4140	4230	4325	4425	4520	4630 Å
D'après (2), vers	3960	4045	4135	4220	4315	4415	4505	4615 Å

Sur le cliché reproduit dans cette Note, nous avons indiqué très approximativement la position des bandes SR les plus probables dans le ciel; nous y avons marqué aussi les principales bandes VK, pour permettre de comparer



les intensités relatives dans le ciel du spectre *certain* de N^2 et du spectre *possible* de O^2. Le cliché avait été obtenu à Lyon en octobre 1933 avec un spectrographe moins lumineux mais plus dispersif que notre spectrographe actuel (¹).

3. Lorsque la molécule d'oxygène se trouve au niveau normal X, avec

(¹) *Journal de Physique*, 4, 1933, p. 221.

le quantum de vibration $v''=0$, la distance r des noyaux oscille entre 1,132 et 1,276 Å. Supposons qu'à l'instant où un électron frappe la molécule la distance internucléaire ait une de ces deux valeurs et que l'électron cède à la molécule une énergie comprise entre 5,26 et $5,53.10^4 \text{cm}^{-1}$, c'est-à-dire entre 6,49 et 6,82 volts. Ce sont les limites entre lesquelles est généralement comprise l'énergie des électrons excitateurs, d'après l'étude des bandes VK dans le ciel. Le calcul de la fonction d'énergie $U'=f(r'-r'_e)$ relative au niveau excité B de la molécule d'oxygène montre que, lorsque les noyaux de la molécule B se trouvent à une distance de 1,132 Å, l'énergie potentielle de la molécule est supérieure à 6,82 volts et qu'elle est inférieure à 6,49 volts, lorsque les noyaux se trouvent à une distance de 1,276 Å. Il en résulte qu'un électron, frappant la molécule X, la dissociera si, au moment du choc, $r=1,132$; ou qu'il pourra la porter au niveau d'excitatation B, si $r=1,276$ Å. Puisqu'il existe, dans les couches luminescentes de l'atmosphère, des atomes et des molécules d'oxygène [1], il est évident que ces deux transformations s'y produisent. On vérifie ainsi que l'énergie des électrons excitateurs est voisine de 6 à 7 volts, ce qui résultait déjà de l'étude des bandes VK dans nos spectres. Il faut donc s'attendre à trouver les bandes SR dans le spectre du ciel nocturne, mais avec une intensité globale 15 fois plus faible au moins que celle des bandes VK.

Effectivement on ne voit dans nos spectres aucune radiation *intense* uniquement attribuable au système SR. On est d'ailleurs gêné, pour la recherche des bandes SR, par le système VK et les radiations des noyaux cométaires. *Il existe cependant quelques bonnes concordances entre les bandes* SR *possibles dans le ciel et certaines radiations de nos spectres auxquelles nous n'avons pas trouvé d'autre origine* (3872, 4127, 4371, 4407, 4457, 4514, 4675, 4707, 4711, 4816, 4823 et 4904 Å). *Elles indiquent la présence probable du système* SR *dans la lumière du ciel nocturne.*

---

[1] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1905. Un tiers seulement de l'oxygène serait à à l'état moléculaire et il y aurait, dans les couches luminescentes de l'atmosphère, quinze fois plus de molécules N^2 que de molécules O^2. Comme d'autre part, les bandes SR qui peuvent être émises dans le ciel sont beaucoup plus nombreuses que les bandes VK, on voit que chacune d'elle aura une très faible intensité par rapport aux bandes VK.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *La transformation d'une lame mince de* CuS, *sous l'influence du cuivre métallique, est de nature électrolytique.* Note de M. **Henri Devaux**.

J'ai décrit (¹) la transformation centrifuge que subit une lame de sulfure de cuivre, flottant sur une solution de sulfate de cuivre, sous l'influence d'un fragment de cuivre métallique. L'allure de cette transformation m'a fait penser qu'il s'agissait d'un phénomène électrolytique, le cuivre et la lame de CuS constituant deux électrodes différentes en contact avec une solution électrolytique. Si cette hypothèse est fondée, un courant électrique doit avoir une influence directe sur le phénomène et en particulier sur sa vitesse. C'est bien ce qu'a démontré l'expérience.

Deux minces lames de cuivre ont été déposées parallèlement sur une solution de sulfate de cuivre, à une distance de 24^{cm}, et la surface à été sulfurée. Aussitôt la transformation en bleu du voile formé a commencé au contact de chaque bande, marchant avec la même vitesse. J'envoie le courant d'un élément de pile Daniell, en me servant des lames comme électrodes. Aussitôt l'extension centrifuge de l'auréole bleue s'accélère du côté de l'électrode négative et se ralentit au contraire du côté de l'électrode positive. Si j'intervertis le courant, les actions s'intervertissent aussi. En diminuant l'écartement des deux électrodes (7^{cm}), je constate que l'établissement du courant triple la vitesse d'extension du côté du pôle négatif.

Or ici sont réalisées les conditions d'une électrolyse de la solution de sulfate de cuivre, avec transport des ions Cu^{++} sur le pôle négatif et des ions SO^{4--} sur le pôle positif. Il semble donc évident que l'augmentation d'éclat et la transformation en bleu du voile, au contact de la cathode, soient dues à un dépôt de cuivre métallique, ou plutôt d'ions Cu^{++} sur la partie de ce voile qui touche directement la cathode et la continue électriquement. Seulement la minceur extrême de la lame déposée et l'interposition du voile de sulfure empêchent de constater la teinte propre du cuivre métallique. Ainsi, le simple fait de déposer du cuivre sur un voile de CuS flottant sur une solution de SO^4Cu réaliserait un appareillage électrolytique, dans lequel le cuivre métallique jouerait le rôle de cathode et la lame de CuS le rôle d'anode. Des expériences en cours dans mon laboratoire

(¹) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1305.

confirment cette interprétation *et montrent nettement que la conductibilité électrique existe encore dans une lame monomoléculaire de* CuS (3 Å).

Électrolyse tangentielle. — Mais ici l'électrolyse, au lieu de se produire simultanément sur l'ensemble de la surface, s'effectue uniquement à la périphérie, par extension tangentielle. Ceci tient à ce que l'anode et la cathode, au lieu d'être sur deux plans parallèles, en face l'une de l'autre, sont sur un même plan, de sorte que les tranches les plus voisines sont très favorisées

Une preuve directe de cette explication peut être donnée par les observations suivantes :

1° Sur un voile transformé en bleu à l'aide d'une pile, on produit une longue fissure dentelée parallèle aux deux électrodes. On voit alors que l'éclat du voile change de part et d'autre de la fissure : il devient plus fort et blanc éclatant du côté rattaché à la cathode, plus faible et de teinte bleu sombre du côté attaché à l'anode. Le contraste est frappant, les dentelures du voile dessinant une chaîne de montagne à sommets blancs d'un côté, les contre-dentelures d'en face représentant un ciel bleu sombre. Qu'on renverse le courant, la répartition se fait en sens inverse.

2° Des fragements de CuS flottant sur la solution entre les deux électrodes, sans aucun contact avec celles-ci, montrent aussi une différence d'éclat et par conséquent d'épaisseur, le côté de plus rapproché de la cathode étant bleuâtre, l'autre étant blanc éclatant. On peut diviser de tels fragments en deux portions de teintes différentes, leurs teintes respectives se conservent ensuite même après suppression de tout courant.

Selon notre hypothèse on peut donc à volonté faire écouler et rassembler une nappe d'ions CU^{++} le long d'une lame conductrice de CuS, même monomoléculaire, sous l'influence d'un courant et même conserver les différences d'épaisseurs ainsi obtenues.

3° Si l'on met sur la lame de CuS des fragments de zinc métallique, chacun se recouvre de cuivre, lequel provoque aussitôt une auréole bleue centrifuge sous le voile de CuS, comme je l'ai dit dans ma première communication. Mais le cuivre lui-même, apparu avec sa teinte sur les fragments de zinc, subit l'influence du voile : à son contact, il croît beaucoup plus vite, rampant sous sa surface sous forme de dendrites élégantes très serrées, dont l'ensemble dessine bientôt une plaque éclatante de cuivre métallique pouvant atteindre plusieurs centimètres de diamètre. L'examen au microscope de la marche centrifuge rapide de cette végétation cuivrique est un des plus jolis spectacles qu'on puisse voir. Au reste la moindre

fissure arrête subitement cette croissance de cuivre massif, tout comme celle du voile bleu, ce qui montre bien le rôle de guide de ce voile conducteur dans les deux cas. Seulement c'est du cuivre cristallisé dans le cas des dendrites, et c'est une très mince lame continue dans le cas du voile bleu.

Conclusions. — 1° Ces faits démontrent que le phénomène observé est de nature électrolytique et consiste très probablement en un dépôt continu d'ions Cu^{++} sous le voile de CuS.

2° La conductibilité électrique du voile est essentielle et, puisque le phénomène se produit encore avec des lames nettement monomoléculaires, il démontre la conductibilité électrique de ces lames par un procédé direct très délicat.

3° Puisqu'un écartement de 1 Å suffit pour supprimer le phénomène, ce même écartement suffit pour supprimer la conductibilité électrique. Il représente environ le tiers du diamètre de la molécule de CuS.

4° Le champ extérieur de cette molécule, traduit à la fois comme cohésion mécanique et comme conductibilité électrique, cesse donc d'être sensible à une distance *inférieure* au rayon de la molécule, quoique très voisine. Les deux champs, extérieur et intérieur, ont en tous cas des valeurs très analogues. Cette conclusion, d'ordre purement expérimental, concorde avec les théories actuelles de la matière.

M. **Julien Costantin** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Le Rôle de* Brongniart, *de* Renault *et de* Van Tieghem *dans la chaire d'Organographie du Muséum.*

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Charles Fabry** et **Ernest Esclangon**, pour les Sciences mathématiques; MM. **Pierre-Augustin Dangeard** et **Félix Mesnil**, pour les Sciences physiques; MM. **Paul Sabatier** et **Pierre Weiss**, Membres non résidants, sont élus Membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président, présentera une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Charles Flahault.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° E.-F. Gautier. *L'Afrique noire occidentale. Esquisse des cadres géographiques.*

2° *The Eruption of Mt Pelée* (1929-1932), by Frank A. Perret.

3° V. A. Obroutchev. *Géologie de la Sibérie.* Tome I.

4° *A Homenagem do Jardim Botanico do Rio de Janeiro á memoria de de* Eugenio Warming.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les fractions continues.* Note de M. **Arnaud Denjoy**.

L'étude d'une fonction de variable réelle $\chi(x, \alpha)$ étendant la fonction $?x$ de Minkowski et liée étroitement à la théorie des fractions continues normales m'a conduit à examiner du point de vue inauguré par les travaux de M. E. Borel les propriétés *statistiques* des nombres irrationnels. J'entends par là les propriétés ne souffrant d'exception qu'aux points d'un ensemble de mesure nulle. Après l'achèvement de mes recherches, j'ai constaté que les mêmes sujets avaient fait l'objet de remarquables investigations de MM. R. Kuzmin, P. Lévy, A. Khintchine [1]. Cependant quelques-uns de mes résultats ou méthodes sont distincts de ceux de ces auteurs, et je désirerais les exposer succinctement.

Soit $x=(0, a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots)$ (a_n entier $\geqq 1$) le développement normal d'un nombre compris entre 0 et 1. Les propriétés asymptotiques de la suite a_m, indépendantes de l'addition à m d'un entier quelconque, sont statistiques dès qu'elles sont vérifiées sur un ensemble de mesure positive.

I. $\varphi(n)$ étant une fonction donnée de l'entier n, M. E. Borel a montré que l'inégalité $a_n > \varphi(n)$ cesse d'être satisfaite pour $n > N(x)$ ou au

(1) R. Kuzmin, *Atti del Congresso Int. Bologne*, 6, 1928, p. 83, avec citation d'une lettre de Gauss à Laplace; P. Lévy, *Bull. Soc. Math. de France*, 57, III-IV, 1929, p. 178; A. Khintchine, *Compositio Mathematica*, 1, III, 1935, p. 361.

contraire est satisfaite pour une infinité de valeurs de n, selon que la série $\Sigma 1/\varphi(n)$ converge ou diverge?

Une question se pose qui ne paraît pas avoir été étudiée : Si $\Sigma 1/\varphi(n)$ diverge, quelle est la fréquence des indices m tels que l'inégalité $a_m > \varphi(m)$ soit vérifiée?

Soit $\omega(n, n')$ la mesure de l'ensemble des points où pour toute valeur de m vérifiant $n < m < n'$ on a $a_m < \varphi(m)$. $\omega(n, n')$ tend vers o quand n croît, n restant fixe. On peut donc déterminer une suite N_r telle que $\Sigma\omega(N_r, N_{r+1})$ converge. Soit N'_r une suite telle que $\Sigma\omega(N'_r, N'_{r+1})$ diverge. Statistiquement, pour $r > r(x)$, *chaque tranche* $N_r \leqq m < N_{r+1}$ *contiendra au moins un indice m où* $a_m \geqq \varphi(m)$. Au contraire *il y aura une infinité de tranches* $N'_r \leqq m < N'_{r+1}$ *dont chaque indice m vérifiera* $a_m < \varphi(m)$. Par exemple pour $\varphi(n) = n$, $N_r = (r!)^{1+\varepsilon}$, $N'_r = (r!)^{\frac{1-\varepsilon}{2}}$. Généralement si $\varphi(n)$ croît, si $\int^n dn/\varphi(n) = \log\lambda(n)$, $\sigma(n)$ étant la fonction inverse de $\lambda(n)$, statistiquement, *sur toute tranche* $n < m < n\sigma[\lambda(n)\log^\alpha\lambda(n)]$, *on aura au moins un* $a_m > \Phi(m)$, pour $n > N(x)$ ou *une infinité de tranches avec* $a_m < \Phi(m)$, *selon que* $\alpha > 1$ *ou* $2\alpha < 1$. Les deux frontières de α peuvent être confondues en un nombre unique.

On peut répéter le raisonnement. Ayant établi l'existence d'une infinité de tranches $n \leqq m < \psi(n)$, ψ dépendant de φ, et sur lesquelles $a_m < \Phi(m)$, on cherchera des limites à la fréquence de ces tranches, et ainsi indéfiniment.

II. L'ensemble des points $x (0 < x < 1)$ où pour au moins q valeurs de m vérifiant $n \leqq m < n'$, on a $a_m > \Phi(m)$ a une mesure très facile à borner, de l'ordre de $\left[\sum_n^{n'} \frac{1}{\varphi(n)}\right]^q$ et dont M. Khintchine a fait l'étude. Mais je n'ai pas vu qu'il ait signalé le résultat suivant, établi en faisant $\Phi(n) = e^k$ pour $1 \leqq n < N_k$, si $N_k = e^k[\theta(k)]^{-1/q}$.

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ étant les n premiers quotients incomplets du développement d'un nombre x, rangeons ces quotients *par ordre de grandeur non croissante :* $a_M \geqq a_{M_1} \geqq \ldots \geqq a_{M_{q-1}} \geqq \ldots \geqq a_{M_{n-1}}$. Soit d'autre part $\theta(u)$ *une fonction non décroissante, telle que* $\sum 1/\theta(n)$ *converge* [on suppose également que $\log\theta(n)/\log n$ tend vers zéro]. Alors, *statistiquement,*

$$a_{M_1} < n\sqrt{\log\theta(n)}, \qquad a_{M_{q-1}} < n\log^{\frac{1}{q}}\theta(n)$$

pour $n > n_q(x)$.

Le théorème de M. Borel correspond à $q = 1$.

Par exemple *sur une épaisseur pleine* H *et quels que soient* q et $\varepsilon > 0$, *on a, pour* $n > N(x, q, \varepsilon)$, $a_{M_{q-1}} < n \log^{\frac{1+\varepsilon}{q}} n$.

III. Soient $\sigma_n = \Sigma a_{2m} (0 \leqq 2m \leqq n)$, $\sigma'_n = \Sigma a_{2m+1} (1 \leqq 2m + 1 \leqq n)$. Statistiquement le rapport σ_n / σ'_n a pour limites extrêmes d'indétermination 0 et ∞. Il en résulte que la série $\chi(x, \alpha) = \Sigma(-1)^n \alpha^{\sigma_n} (1 - \alpha)^{\sigma'_n}$ a son domaine de convergence absolue pour x donné, défini par

$$|\alpha| \leqq 1, \qquad |1 - \alpha| \leqq 1, \qquad |\alpha| + |1 - \alpha| < 2.$$

Signalons combien la *fonction inverse de* $\chi(x, \alpha)$ se présente naturellement. Soit y réel positif. Nous définissons une suite d'entiers $a_0, a_1, \ldots, a_n, \ldots$ positifs sauf a_0 quelconque et de nombres $y_1, y_2, \ldots, y_n, \ldots$ par les conditions

$$\alpha^{a_0+1} < y \leqq \alpha^{a_0} \quad \text{ou} \quad y = \alpha^{a_0}(1 - y_1) \quad \text{avec} \quad 0 < y_1 \leqq 1 - \alpha,$$
$$y_1 = (1 - \alpha)^{a_1}(1 - y_2) \quad \text{avec} \quad 0 < y_2 \leqq \alpha,$$
$$y_2 = \alpha^{a_2}(1 - y_3) \quad \text{avec} \quad 0 < y_3 \leqq 1 - \alpha, \quad \ldots,$$

Le nombre $x = (a_0, a_1, \ldots)$ est la fonction de y inverse de $\chi(x, \alpha)$.

La fonction $\chi(x, \alpha)$ présente cette propriété qu'une transformation à coefficients entiers $x' = px + p'/qx + q'$ $(pq' - qp' = 1)$ entraîne

$$y(x') = Ay + B.$$

Les coefficients A, B ne sont pas les mêmes pour tout l'axe réel, mais seulement sur des intervalles i dont les points séparateurs ξ admettent deux points d'accumulation $-\infty$ et $-q'/q$.

Il est curieux que les ξ forment la suite (supérieure) des réduites de $-q'/q$ dans un développement que j'appelle *canonique* obtenu en admettant les quotients incomplets α_i $(i \geqq 1)$ *nuls* ou sinon égaux à 1. Pour $n \geqq 1$, a_n est remplacé par une tranche 1, 0, 1, ..., 0, 1 de $2a_n - 1$ quotients α_i, a_0 l'est par une tranche de $2r + 1$ quotients $a_0 - r$, 0, 1, ... 0, 1 (r positif quelconque). Si tous les α_i ne sont pas nuls à partir d'un certain rang le développement converge toujours. Si u est rationnel, à son développement fini on ajoute une tranche indéfinie $1, 0, 1, \ldots = \infty$. Par là u a deux suites (inférieure ou supérieure) indéfinies de réduites de rangs croissants. Tout nombre a une infinité de réduites de rangs décroissants $(r = 1, 2, \ldots)$.

R étant une fraction irréductible médiante de R′ et de R″, avec $-1/0 < R' < R < R''$, *la condition nécessaire et suffisante pour que* R *soit une réduite canonique de* x *est que* $R' \leqq x \leqq R''$.

Toutes les réduites intermédiaires normales d'un nombre x figurent parmi ses réduites canoniques. Les développements canoniques jouissent de propriétés remarquables qui seront exposées ailleurs.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les lois stables.*

Note de MM. **A. Khintchine** et **Paul Lévy**.

On sait le rôle que jouent en calcul des probabilités les lois *stables*, pour lesquelles la *fonction caractéristique* $\varphi(t)$ (valeur probable de e^{itX}, X étant la variable aléatoire étudiée) est définie par

$$(1) \qquad \log\varphi(t) = -c\left(1 - i\beta\frac{t}{|t|}\operatorname{tang}\frac{\pi}{2}\alpha\right)|t|^{\alpha} \qquad (c > 0,\ 0 < \alpha \leqq 2,\ |\beta| \leqq 1).$$

La théorie de ces lois a été exposée d'une manière complète par l'un de nous ([1]), à cela près que l'impossibilité de $|\beta| > 1$ a été simplement indiquée sans justification suffisante. L'objet de la présente Note est de démontrer cette impossibilité.

Les cas où $\alpha = 1$ ou 2 sont banals.

Cas où $0 < \alpha < 1$ (cette partie de la démonstration est de P. Lévy). — Nous dirons que les valeurs *extrêmes* de X sont a et b si, pour tout ε positif, on a

$$\mathfrak{P}\{a + \varepsilon < X\} < \mathfrak{P}\{a \leqq X\} = 1,$$
$$\mathfrak{P}\{X < b - \varepsilon\} < \mathfrak{P}\{X \leqq b\} = 1.$$

Lemme. — Si X′ est une variable aléatoire indépendante de X et dépendant de la même loi, et si c' est une constante positive, les valeurs extrêmes de $X - c'X'$ sont $a - c'b$ et $b - c'a$; elles sont donc toutes les deux finies ou toutes deux infinies.

D'autre part, si X dépend de la loi définie par (1), $X - c'X'$ dépend d'une loi de la même forme, avec le même exposant α, β étant remplacé par un coefficient β' qui varie de β à $-\beta$ quand c' varie de zéro à l'infini.

Si alors on avait $|\beta| > 1$, il existerait une valeur de c' pour laquelle on aurait $\beta' = 1$ (avec $0 < \alpha < 1$); d'après les propriétés connues relatives à ce cas (P. Lévy, *loc. cit.*, p. 261), les valeurs extrêmes de $X - c'X'$ seraient 0 et $+\infty$, ce qui est en contradiction avec le lemme.

([1]) Paul Lévy, *Calcul des probabilités*, p. 254-263. Si $\alpha = 1$, $\beta\operatorname{tang}\pi\alpha/2$ représente une constante réelle quelconque.

Cas où $1 < \alpha < 2$ (cette partie de la démonstration est de M. A. Khintchine). — Posons, pour $l > 0$,

$$\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leqq l, \\ 1 - \left(\dfrac{l}{x}\right)^{\alpha}, & \text{si } x \geqq l; \end{cases}$$

$$\hat{\mathcal{F}}(x) = \frac{1+\beta}{2}\mathcal{F}(x) + \frac{1-\beta}{2}[1 - \mathcal{F}(-x)], \qquad \hat{\varphi}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx}\, d\hat{\mathcal{F}}(x).$$

On trouve aisément, pour $t \to 0$,

$$\log\hat{\varphi}(t) = \frac{\alpha\beta l}{\alpha - 1} it + \alpha\,\Gamma(-\alpha)\, l^{\alpha}\cos\frac{\pi}{2}\alpha\left[1 - i\beta\frac{t}{|t|}\operatorname{tang}\frac{\pi}{2}\alpha\right]|t|^{\alpha} + O(t^2);$$

$\varphi(t)$ étant défini par (1), choisissons l de manière qu'on ait

$$\alpha\,\Gamma(-\alpha)\, l^{\alpha}\cos\frac{\pi}{2}\alpha = -c$$

et posons $\alpha\beta l/(\alpha - 1) = \gamma$; on trouve

$$\log\varphi(t) + \gamma it - \log\hat{\varphi}(t) = O(t^2),$$

d'où

$$e^{\gamma it}\varphi(t) - \hat{\varphi}(t) = O(t^2). \tag{2}$$

$\varphi(t)$ étant, par hypothèse, la fonction caractéristique d'une loi de distribution, il en est de même de $e^{\gamma it}\varphi(t)$; soit $\mathcal{F}^*(x)$ la loi correspondante. On a

$$e^{\gamma it}\varphi(t) - \hat{\varphi}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx}\, d\left[\mathcal{F}^*(x) - \hat{\mathcal{F}}(x)\right].$$

En appliquant la formule d'inversion ([1]), on obtient pour $x \to \infty$, par un calcul facile en vertu de (2),

$$\int_0^x du \int_0^u \left[\mathcal{F}^*(v) - \hat{\mathcal{F}}(v)\right] dv = \mathcal{K}x + O(\log x) \qquad (\mathcal{K} \text{ constant}). \tag{3}$$

Or, on a

$$\int_0^x du \int_0^u \left[1 - \hat{\mathcal{F}}(v)\right] dv = \mathcal{K}_1 x + \lambda x^{2-\alpha} \qquad (\mathcal{K}_1,\ \lambda \text{ constants}), \tag{4}$$

λ *étant positif lorsque* $\beta < -1$. D'autre part, $\mathcal{F}^*(x)$ étant une loi de distribution, on trouve d'abord, d'après (3) et (4), que $\int_0^{\infty}[1 - \mathcal{F}^*(v)]\, dv$ doit

([1]) *Loc. cit.*, p. 167, formule (23).

être fini, d'où il résulte que

$$(5)\quad \int_0^x du \int_0^u [1-\mathcal{F}^*(v)]\,dv = \mathcal{K}_2 x - p(x) \quad [\mathcal{K}_2 \text{ constant}, p(x) > 0, p(x) = o(x)].$$

Ensuite, d'après (3), (4) et (5), il vient

$$(\mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2)x + \lambda x^{2-\alpha} + p(x) = \mathcal{K}x + O(\log x),$$

d'où

$$\mathcal{K} = \mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2 \quad \text{et} \quad \lambda x^{2-\alpha} + p(x) = O(\log x),$$

ce qui est impossible, $p(x)$ étant positif. On démontre d'une manière analogue l'impossibilité de $\beta > 1$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la transformation de Bäcklund des surfaces pseudosphériques* (1). Note de M. **Maurice De Neve**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit θ une solution de l'équation

$$(1)\quad \frac{\partial^2 2\theta}{\partial\alpha\,\partial\beta} = \sin 2\theta;$$

il lui correspond une surface pseudosphérique Σ sur laquelle α et β sont les paramètres des asymptotiques. A la solution φ de (1) correspond la surface pseudosphérique Σ_1 qui pourra être déduite de Σ par une transformation B_{k_1} de Bäcklund lorsque les relations

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial(\varphi+\theta)}{\partial\alpha} = k_1 \sin(\varphi-\theta), \\ \dfrac{\partial(\varphi-\theta)}{\partial\beta} = \dfrac{1}{k_1}\sin(\varphi+\theta) \end{cases}$$

sont vérifiées.

φ étant solution de (1), $-\varphi$ est une autre solution, qui définit une surface pseudosphérique Σ_2, susceptible à son tour de se déduire de Σ par une transformation de Bäcklund B_{k_2} lorsque en même temps que (2) existent les relations

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial(\varphi-\theta)}{\partial\alpha} = k_2 \sin(\varphi+\theta), \\ \dfrac{\partial(\varphi+\theta)}{\partial\beta} = \dfrac{1}{k_2}\sin(\varphi-\theta). \end{cases}$$

(1) Les notations sont celles de L. Bianchi (*Lezioni*).

Des égalités (2), (3) on déduit

$$\frac{\partial\theta}{\partial\alpha} = k_1 k_2 \frac{\partial\theta}{\partial\beta}. \tag{4}$$

Ainsi θ est fonction de l'argument $\beta + k_1 k_2 \alpha$ et Σ est pseudosphérique hélicoïdale.

Il en est de même des surfaces Σ_1, Σ_2 et de la surface Σ' du théorème de permutabilité qui correspond ici à la solution $\theta' = -\theta$ de (1). Si l'on se donne k_1, (4) définit k_2.

Faisons dans les considérations précédentes $k_1 = k_2 = 1$, on aura le théorème suivant :

Pour qu'une surface pseudosphérique Σ lieu d'un point M *soit de révolution, il faut et il suffit qu'elle admette deux transformées de Bianchi telles que, si* M_1 *et* M_2 *sont les points des surfaces transformées correspondant à* M, *les droites* MM_1 *et* MM_2 *soient symétriques par rapport aux tangentes principales de* Σ *en* M.

Un cas intéressant est celui où les transformations B_{k_1} et B_{k_2} sont opposées (L. Bianchi).

Dans cette hypothèse on a $k_2 = 1/k_1$, et la relation (4) montre que θ est fonction de l'argument $\beta + \alpha$, ou de u seul, si nous désignons par u, v les paramètres des lignes de courbure de Σ. Par suite, Σ est de révolution ; il en est de même de Σ_1, Σ_2, Σ'.

Bianchi a montré que, dans le cas de deux transformations de Bäcklund opposées, les normales aux surfaces Σ_1, Σ_2 [et Σ, Σ'] se rencontrent en des points équidistants de M_1, M_2 [M, M'].

Cette propriété se retrouve immédiatement dans le cas présent, et en plus les tangentes principales correspondantes de Σ_1, Σ_2 [Σ, Σ'] se coupent également en des points équidistants de M_1, M_2 [M, M'] et situés dans les plans principaux de Σ, Σ' [Σ_1, Σ_2].

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur l'extension à la structure locale des ensembles cartésiens les plus généraux, des théorèmes de M. Denjoy sur les nombres dérivés des fonctions continues.* Note de M. **Frédéric Roger**, transmise par M. Émile Borel.

On connaît les résultats tout à fait remarquables obtenus par M. Arnaud Denjoy sur les nombres dérivés des fonctions continues [1]. Leur extension

[1] A. Denjoy, *Journ. de Math. pures et appl.*, 7e série, 1, 1915, p. 105.

aux courbes de Jordan ([1]) en est un développement naturel, mais il est plus inattendu d'y trouver l'expression d'une *propriété de structure des ensembles cartésiens les plus généraux* ([2]).

Ainsi que je le signalais dans un exposé que j'ai eu l'honneur de faire au Séminaire mathématique de M. Hadamard, le 6 décembre 1935, la portée de ces résultats permet de dépasser les extensions précédemment acquises. Celles portant sur les nombres dérivés extrêmes et dues à Mme G. C. Young pour les fonctions mesurables ([3]), à M. S. Saks pour les fonctions uniformes ([4]) laissaient pendante la question de la *répartition des nombres dérivés moyens*. Il est intéressant de savoir que, *sauf sur un ensemble de mesure nulle, ils forment deux continus* limités aux nombres dérivés extrêmes, exception faite, parmi ceux-ci, des nombres infinis provenant de valeurs de la fonction non infiniment voisines de celle considérée alors que le sont celles de la variable; en sorte que *le théorème de M. Denjoy sur la répartition de la* totalité *des nombres dérivés d'une fonction continue* ([5]) *reste vrai des fonctions quelconques*, même non uniformes. En particulier, le cas de la dérivée unilatérale infinie qui s'est, le premier, prêté aux extensions aux fonctions uniformes par M. S. Banach ([6]), puis aux courbes de Jordan par MM. S. Saks et A. Zygmund ([7]), *résulte de la mesure nulle du faisceau des* rayons tangents *issus d'un point à un ensemble*, propriété susceptible elle-même de diverses extensions. Voici maintenant un théorème qu'on ne démontrait jusqu'ici que pour les fonctions mesurables et leurs nombres dérivés extrêmes ordinaires ([8]) : *pour une fonction quelconque, quand l'un des quatre nombres dérivés extrêmes (au sens déja précisé) est fini, c'est la dérivée approximative, sauf sur un ensemble de mesure nulle.*

En ce qui concerne les fonctions de plusieurs variables, les résultats de M. U. S. Haslam-Jones relatifs aux fonctions mesurables et aux nombres dérivés dirigés jouant le rôle de nombres dérivés extrêmes ([9]), *s'étendent*

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2050, et 201, 1935, p. 28.
([2]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 871.
([3]) Mme G. C. Young, *Proc. London Math. Soc.*, 2e série, 15, 1916, p. 360.
([4]) *Fundamenta Mathematicae*, 5, 1924, p. 98.
([5]) *Mémoire cité*, p. 194.
([6]) *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 457.
([7]) *Fundamenta Mathematicae*, 6, 1924, p. 117.
([8]) Voir S. Saks, *Théorie de l'intégrale* (*Monog. Math.*, 2, Varsovie, 1933, p. 173).
([9]) *Quart. J. Math., Oxford ser.*, 3, 1932, p. 120.

aux fonctions quelconques et à la totalité des positions limites de demi-sécantes. On retrouve immédiatement, sous une forme géométrique plus générale, le critère d'existence de la différentielle totale d'une fonction uniforme qu'obtient cet auteur, par l'intermédiaire des fonctions mesurables, comme généralisation du théorème de MM. Rademacher et Stepanoff (voir Saks, *op. cit.*, p. 238). Enfin, on a *sur la différentielle approximative* un théorème analogue à celui qui porte sur la dérivée approximative. Du reste, *le caractère géométrique des résultats* leur ouvre un champ beaucoup plus vaste que celui des nombres dérivés qui leur a donné naissance ([1]).

On peut pousser plus loin l'étude de la structure locale des ensembles grâce à la notion d'épaisseur en un point ([2]). Qu'un ensemble soit ou non mesurable q-dimensionnellement au sens de M. C. Carathéodory, on sait définir sa mesure extérieure. En un point, centrons une hypersphère et considérons le rapport de la mesure extérieure d'ordre q de la partie d'ensemble ainsi enfermée, à la mesure élémentaire d'une section linéaire centrale à q dimensions. Les limites extrêmes d'indétermination de ce rapport quand le rayon tend vers zéro, seront l'épaisseur (extérieure) inférieure et supérieure d'ordre q. Cela étant, *pour un ordre q donné, les points de tout ensemble où l'épaisseur supérieure est moindre que $1/2^q$ forment un ensemble de mesure nulle; les points hors de l'ensemble où l'épaisseur n'est pas nulle forment un ensemble de mesure* intérieure *nulle :* c'est un théorème fondamental de M. C. Carathéodory qu'en adjoignant à un ensemble ses points d'accumulation, on obtient un ensemble mesurable; *en lui adjoignant seulement ses points d'épaisseur, on obtient encore un ensemble mesurable (c'est un ensemble de M. Borel), mais dont la mesure reste* égale *à la mesure extérieure de l'ensemble donné;* mesure supposée finie pour l'ordre q envisagé, auquel cas *les points où l'épaisseur supérieure surpasse l'unité forment un ensemble de mesure nulle.*

Considérons maintenant une direction et un demi-cône l'entourant : si l'épaisseur de la partie d'ensemble ainsi enfermée n'est pas nulle, quelque faible que soit l'ouverture du demi-cône, nous dirons que c'est une direction d'épaisseur. *On a, pour les directions d'épaisseur, un théorème tout à fait analogue à celui qui concerne la répartition des positions limites de demi-sécantes.* En particulier, *pour un ensemble plan, sauf sur un ensemble de*

([1]) C'est ainsi que l'on peut préciser beaucoup le résultat métrique principal de la thèse de M. G. Durand (Paris, 1931, p. 75).

([2]) Nous réservons le mot de *densité* au point de vue topologique de Baire.

longueur nulle, ou bien il existe une tangente bilatéralement *approximative, ou bien toutes les directions sont des directions d'épaisseur;* ce qui est à rapprocher des cas Ω et Ω′ distingués par M. A. Denjoy relativement aux fonctions continues ([1]). Tout cela étend aux ensembles mesurables ou non d'un espace euclidien quelconque, tout en les précisant pour chaque demi-droite, les résultats d'une profonde étude de M. S. A. Besicovitch sur les ensembles plans linéairement mesurables ([2]).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Existence de certaines dérivées des fonctions de Green; conséquences pour les problèmes du type de Dirichlet.* Note de M. **Georges Giraud**.

Les fonctions introduites par E. E. Levi ([3]) pour former des solutions fondamentales (dites aussi solutions élémentaires) des équations aux dérivées partielles, du second ordre et du type elliptique, sont susceptibles d'être modifiées sans perdre leurs propriétés essentielles. Pour l'opération

$$\mathcal{F} u = \Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \, \partial x_\beta} + \Sigma_\alpha b_\alpha \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + cu \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, m; a_{1,1} > 0),$$

on a choisi, dans diverses publications ([4]), une fonction $H(X, \Xi)$ de Levi qui dépend analytiquement de X, tant que ce point est distinct de Ξ; en outre H est fonction analytique de Ξ et des fonctions $a_{\alpha,\beta}$ prises en Ξ. En désignant par a une quelconque des fonctions $a_{\alpha,\beta}$, remplaçons-la dans H par

$$a^*(X, \Xi) = \frac{\Gamma(m/2)\mu^3}{4\pi^{m/2}} \int_{XA<X\Xi}^{(m)} a(A) \frac{\overline{XA}^{\mu-m}}{\overline{X\Xi}^\mu} \log^2 \frac{X\Xi}{XA} \, dV_A \qquad (\mu > 3);$$

en remplaçant ainsi toutes les fonctions $a_{\alpha,\beta}$, la fonction H^* obtenue est encore une fonction de Levi, et elle peut être substituée à H pour former la solution fondamentale principale (*loc. cit.*). Mais H^* peut être dérivé trois fois par rapport aux coordonnées des deux points, et les résultats sont continus tant que ces deux points sont distincts. Ainsi peuvent être formées, dans des cas récemment indiqués ([5]), certaines dérivées secondes de la solution

([1]) *Ann. de l'École Norm. sup.*, 3e série, 33, 1916, p. 208, note (1).

([2]) *Math. Ann.*, 98, 1928, p. 422.

([3]) Eugenio-Elia Levi, *Rend. del Circ. mat. di Palermo*, 24, 1907, p. 275-317.

([4]) *Bull. Sciences math.*, 56, 1932, p. 248-272, 281-312, 316-352; *errata*, p. 384.

([5]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 925-928. Prière de s'y reporter pour la suite de la présente Note.

fondamentale principale, alors que l'existence de ces dérivées secondes était voilée quand on partait de la fonction $\ddot{H}$. Dans les mêmes cas, ces dérivées secondes existent aussi pour les fonctions de Green relatives aux différents types de problèmes de valeurs à la frontière; elles existent aussi pour les problèmes analogues, où les points varient sur une variété close.

Considérons maintenant les fonctions $F(X, \Xi)$ de Green, relatives aux problèmes du type *général* de Dirichlet (*loc. cit.*), en supposant seulement $\omega_0(t) = t^h (0 < h < 1)$. *Quand* Ξ, *distinct de* X, *appartient à la frontière* $\mathcal{S}$, $F(X, \Xi)$ *peut être dérivé par rapport à* Ξ *dans toutes les directions*. Pour l'établir, on applique à une expression particulière de F le procédé qui vient d'être indiqué. Soit $\mathcal{V}$ une variété close à m dimensions, située dans l'espace $(x_1, x_2, \ldots, x_{m+1})$, et symétrique par rapport à la variété $x_{m+1} = 0$; soit $\mathcal{F}$ une opération linéaire du type elliptique, relative aux fonctions d'un point de $\mathcal{V}$; on suppose que l'opération transformée de $\mathcal{F}$ par la symétrie est identique à $\mathcal{F}$, et que la fonction $G(X, \Xi)$ de Green, relative à $\mathcal{F}$ et à la totalité de $\mathcal{V}$, existe. Désignons deux points symétriques par une même lettre, en accentuant celle-ci pour un des points; on a alors $G(X, \Xi) = G(X', \Xi')$. Par suite la fonction de Green, relative aux problèmes de Dirichlet pour $\mathcal{F}$ et pour la région $x_{m+1} > 0$ de $\mathcal{V}$, est $G(X, \Xi) - G(X, \Xi') = F(X, \Xi)$. Or on sait [1] que, au moins pour $c < 0$, nos problèmes de Dirichlet peuvent, par changement de variables, être ramenés à ce cas particulier. La proposition annoncée s'obtient par là. On peut ajouter que si X n'appartient à aucune variété $\mathfrak{M}_n$ de discontinuité, d'indice $n \geqq 2$ (notation de l'avant-dernier travail cité), le résultat de cette dérivation peut encore être dérivé par rapport à toute coordonnée de X, et le résultat est continu par rapport à l'ensemble des deux points, supposés distincts; l'ordre des dérivations est indifférent. Les fonctions obtenues admettent les mêmes sortes de limitations que dans les cas étudiés antérieurement.

En particulier, Ξ appartenant à $\mathcal{S}$, soit Ξ_t le point dont les coordonnées sont $\xi_\alpha - t\Sigma_\beta a_{\alpha,\beta}\varpi_\beta$, où les ϖ_β sont les cosinus directeurs de la normale extérieure. Nous posons, comme dans les cas déjà étudiés,

$$ZF(X, \Xi) = \lim_{t \succ 0} \frac{F(X, \Xi) - F(X, \Xi_t)}{t} = -\lim_{t \succ 0} \frac{F(X, \Xi_t)}{t}.$$

Soit d'autre part φ une fonction continue aux points de $\mathcal{S} - \Sigma_{n \geqq 2} \mathfrak{M}_n$, et

[1] *Ann. Société polonaise de Math.*, **12**, 1933, p. 35-54. Ce travail introduit la symétrie sans mentionner l'espace à $m+1$ dimensions.

dont le quotient par $-\log r_2 + \Sigma_{n\geq 3} r_n^{2-n}$ tend vers zéro quand ce dénominateur augmente indéfiniment. Le problème de Dirichlet relatif à l'équation $\mathcal{F}u = f$ et aux valeurs φ données sur $\mathcal{S}$ admet comme unique solution la fonction

$$u(X) = -\int_{\varpi}^{(m)} F(X, A) f(A)\, dV_A - \int_{\mathcal{S}}^{(m-1)} ZF(X, A)\varphi(A)\, dS_A \quad [1].$$

Quand on ne suppose pas l'existence d'une fonction de Green, on peut trouver une fonction χ telle que le problème de Dirichlet relatif à l'opération $\mathcal{F}u - \chi u$ admette une fonction $F(X, \Xi)$ de Green (il suffit de prendre $\chi = c$). Si ρ est une solution quelconque du problème adjoint homogène, c'est-à-dire une solution de l'équation intégrale de Fredholm

$$\rho(\Xi) = \int_{\varpi}^{(m)} \rho(A)\chi(A) F(A, \Xi)\, dV_A,$$

la fonction $Z\rho$ existe et est continue sur tout $\mathcal{S}$, et l'on a

$$Z\rho(\Xi) = \int_{\varpi}^{(m)} \rho(A)\chi(A)\, ZF(A, \Xi)\, dV_A.$$

Pour que notre problème de Dirichlet soit compatible, il faut et il suffit que pour toutes ces fonctions on ait

$$\int_{\varpi}^{(m)} f\rho\, dV + \int_{\mathcal{S}}^{(m-1)} \varphi Z\rho\, dS = 0.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations intégrales étendues.*

Note de M. **W. Sternberg**, présentée par M. Élie Cartan.

Le sujet de la présente Note est l'équation

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b \mathcal{K}(x, \xi)\varphi(\xi)\, d\xi + p(x)\varphi(c) + f(x) \tag{1}$$

et les équations qui lui sont semblables. $\mathcal{K}(x, \xi)$, $p(x)$ et $f(x)$ sont des

---

[1] Le cas où toutes les fonctions $a_{\alpha,\beta}$, b_α, c, f et φ sont continues sans plus, a été étudié par M. Jules Schauder, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1366-1368; voir aussi Maurice Gevrey, *Journal de math*, 9e série, 9, 1930, p. 1-80 et *Ann. scient. Éc. Norm. sup.*, 52, 1935, p. 39-108.

fonctions connues, continues pour $a \leqq x \leqq b$, $a \leqq \xi \leqq b$. En outre λ est un paramètre réel ou complexe, c un nombre fixe donné dans l'intervalle $a \ldots b$.

La fonction cherchée est $\varphi(x)$. Nous appelons (1) une équation intégrale *étendue*. Son étude n'est pas essentiellement différente de celle de l'équation que l'on obtient en écrivant, dans (1),

$$\sum_{\nu=1}^{n} p_\nu(x)\,\varphi(c_\nu)$$

au lieu de $p(x)\,\varphi(c)$.

On peut démontrer que les théorèmes de la théorie de Fredholm subsistent avec certaines modifications pour (1). Désignons par (1^+) l'équation homogène $[f(x) \equiv 0]$ qui correspond à (1). On aura les théorèmes suivants :

Si (1^+) *n'a pas de solution*, (1) *a une solution unique. Mais si* (1^+) *a des solutions*, (1) *n'aura en général* [*c'est-à-dire* $f(x)$ *étant arbitraire*] *aucune solution.*

Les valeurs de λ *pour lesquelles* (1^+) *a des solutions sont en général les racines d'une équation transcendante. Mais dans le cas exceptionnel*

$$p(c) = 1, \qquad \mathcal{K}(c, \xi) \equiv 0,$$

(1^+) *a des solutions pour toutes valeur de* λ.

Si (1^+) *a exactement* n *solutions linéairement indépendantes*, (1) *a des solutions dans le cas seulement où* $f(x)$ *satisfait à* n *équations de condition données*. Ces conditions sont en général des conditions d'intégrales. Mais dans le cas d'exception mentionné on a aussi d'autres conditions, qui se rapportent à la conduite de $f(x)$ au point c.

Pour la démonstration on peut construire au cas $p(c) \neq 1$ pour $\varphi(x)$ lui-même ou au cas $p(c) = 1$ pour une fonction provenant de $\varphi(x)$ à l'aide d'une transformation, une équation de Fredohlm équivalente à (1). Toutefois le cas d'exception doit être traité d'une autre manière. La réduction aux équations de Fredholm se fait par deux méthodes différentes que j'établirai en détail dans un travail ultérieur. La théorie des fonctions fondamentales peut également être établie par nos méthodes pour les équations intégrales étendues. Il s'agit alors de l'équation

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b \mathcal{K}(x, \xi)\,\varphi(\xi)\,d\xi + \mu \mathrm{K}(x, c)\,\varphi(c); \tag{2}$$

$\mathcal{K}(x, \xi)$ est alors symétrique et μ est une constante. On obtient le résultat suivant :

Les constantes caractéristiques de (2) sont en général celles d'une équation intégrale symétrique ordinaire (non étendue). Mais dans le cas d'exception $\mu \mathcal{K}(c, c) = 1$, elles sont les valeurs singulières d'un noyau non symétrique.

Nos méthodes s'appliquent aussi aux équations intégrales étendues de plusieurs variables, par exemple

$$(3) \qquad \varphi(P) = \lambda \iint_T \mathcal{K}(P, Q)\, \varphi(Q)\, d\tau + \int_C \mathfrak{M}(P, s)\, \varphi(s)\, ds + f(\mathfrak{P}),$$

où T est un domaine plan, C une courbe située entièrement dans T, P et Q des points de T et s un point de C.

On peut enfin développer la théorie des équations contenant des intégrales de Stieltjes

$$(4) \qquad \varphi(x) = \lambda \int_a^b \mathcal{K}(x, \xi)\, \varphi(\xi)\, dw + f(x),$$

où w est une fonction monotone croissante de ξ, car l'intégrale de Stieltjes a toutes les propriétés des intégrales ordinaires dont on se sert dans la théorie des équations intégrales. Si la fonction $w(\xi)$ n'a qu'un nombre fini de discontinuités (sauts) c_ν avec les hauteurs de saut μ_ν, $(\nu = 1, 2, \ldots, n)$, sa dérivée étant égale à 1 dans tous les intervalles intermédiaires, l'équation (4) aura la forme

$$(5) \qquad \varphi(x) = \lambda \int_a^b \mathcal{K}(x, \xi)\, \varphi(\xi)\, d\xi + \lambda \sum_{\nu=1}^{n} \mu_\nu \mathcal{K}(x, c_\nu)\, \varphi(c_\nu) + f(x).$$

Cette équation a déjà été traitée par M. A. Kneser [1], avec la collaboration de M. E. Schmidt, mais il semble que les deux savants n'ont pas remarqué qu'il s'agit ici des intégrales de Stieltjes.

---

[1] *Rend. di Pal.*, 37, 1914, p. 169-197.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la structure des potentiels qui conduisent à des configurations hydrodynamiques stables.* Note [1] de M. **Henri Poncin**, présentée par M. Henri Villat

Nous avons indiqué [2] les principes de l'étude de certaines configurations avec surfaces de discontinuités relativement aux densités. Le problème de la détermination des potentiels de stabilité se pose ensuite de façon naturelle.

Considérons tout d'abord une section plane L_0 de la surface de discontinuité L dans sa position initiale à l'instant t_0. Dans l'intervalle de temps (t_0, t_1) cette section décrit une surface tubulaire Σ_0. Dans les mêmes conditions, une autre section plane L_h décrit la surface tubulaire Σ_h. Les surfaces Σ ainsi définies remplissent un certain volume V à l'intérieur duquel on peut définir un ensemble de points E tel que chaque point de cet ensemble soit atteint par la surface L en deux instants distincts. Si t désigne l'instant d'un passage de la surface au point $P[X_1, X_2, X_3]$ de l'ensemble E et si u désigne le paramètre qui définit la position sur L du point qui coïncide avec P à cet instant, on peut écrire

$$X_1(P) = \pi_1(u, t), \tag{1}$$

$$X_2(P) = \pi_2(u, t), \tag{2}$$

Les fonctions π_1 et π_2 sont des fonctions que je n'explicite pas ici pour éviter des longueurs d'écriture, mais elles s'expriment de façon simple au moyen des éléments du mouvement T_1/T_0 et de la fonction analytique $H(u)$. Par inversion des formules (1) et (2) nous obtenons les relations

$$u = \pi_{(-1)}[X_1(P), X_2(P)], \tag{3}$$

$$t = \pi_{(-2)}[X_1(P), X_2(P)]. \tag{4}$$

Les équations qui expriment la continuité de la pression au passage à travers L montrent d'autre part que, pour les points de l'ensemble E précédemment défini, le champ de vecteurs qui dérive du potentiel U est uniforme en projection sur l'axe X_3. On peut donc mettre l'expression de ce potentiel sous la forme

$$U(X_1, X_2, X_3, t) = \gamma X_3 + \sum_{i=1}^{i=6} h_i[\pi_{(-1)}(X_1, X_2)\, g_i[\pi_{(-2)}(X_1 X_2)], \tag{5}$$

---

(1) Séance du 27 janvier 1936.

(2) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1753 et 200, 1935, p. 525.

les fonctions h_i et g_i étant les fonctions analytiques que nous avons rencontrées déjà ([1]).

Pour préciser la structure des potentiels ainsi déterminés nous sommes conduit à distinguer les cas suivants :

Premier cas : aucune des fonctions g_5, g_6, h_6 n'est identiquement nulle. — On définit dans ce cas la fonction $U_{12}(z)$ [cf. ([1])] au moyen de la relation

$$U_{12}(z) = i\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} h_6 \{ G_{-1}[z + \zeta(z)] \} \tag{6}$$

et l'on connaît par suite ses points singuliers. Une construction simple effectuée à partir de l'ensemble de singularité permet de définir une certaine région R dont l'image R_1 dans le plan complexe u est en partie limitée par le segment $(-1, +1)$ et qui possède la propriété suivante : si M_1 est un point de R_1 et si m_1 est la projection de ce point sur l'axe réel du plan u, la fonction U_{12} est holomorphe à l'intérieur du cercle de centre m_1 et de rayon m_1M_1, et l'image S_0 de la section L_0 est intérieure à la région R_1. On en déduit les conditions aux limites relatives à L_0 et aux fonctions U_{11} et U_{12} sous la forme

$$F(u_1, u_2) = 0, \tag{7}$$

$$G(u_1, u_2) = 0, \qquad u_1 + iu_2 = u. \tag{8}$$

F et G s'expriment au moyen des fonctions h_5 et h_6 et le Jacobien $D(F, G)/D(u_1 u_2)$ doit être nul [condition (9)]. En écrivant cette dernière condition on obtient une relation entre les fonctions h_5 et h_6. Une d'entre elles peut être prise de façon arbitraire, l'autre s'en déduit au moyen de la relation ainsi trouvée. Les fonctions h_5 et h_6 étant ainsi choisies, les autres fonctions h s'en déduisent par le système différentiel indiqué dans une Note précédente (*loc. cit.*). Cette seconde partie du calcul est, dans tous les cas, susceptible d'une résolution effective. Le seul point délicat est la recherche de la liaison entre les fonctions h_5 et h_6. Théoriquement l'existence des solutions de l'équation aux différences, à laquelle on peut ramener la condition (9), résulte des considérations précédentes. Mais la détermination effective des fonctions qui correspondent à des données précises peut être plus délicate. Elle est effectuée de façon rigoureuse toutes les fois que l'on connaît les fonctions qui réalisent la représentation conforme du domaine D_2 sur un anneau circulaire, et de façon approchée lorsque le

([1]) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1753.

domaine D_2 est constitué par une bande assez mince. C'est le cas de certaines rotations rapides. La convergence des développements ayant été démontrée on peut alors limiter ces développements à leur premier terme et ramener le problème aux quadratures. Les potentiels qui correspondent à ce premier cas sont des potentiels multiformes.

Deuxième cas : la fonction g_6 est identiquement nulle. — On démontre que cette condition est une condition nécessaire et suffisante pour l'existence de potentiels uniformes. Les calculs doivent alors être conduits de façon différente. La relation (7) subsiste mais la relation (8) est remplacée par une équation que l'on obtient à partir de l'équation (11) du système différentiel fondamental [1].

Troisième cas : la fonction g_1 est identiquement nulle (cas des rotations uniformes). — Des considérations analogues aux précédentes peuvent être développées à partir des équations (8) et (10) du sytème différentiel.

En résumé, les potentiels de stabilité sont caractérisés par six fonctions dont deux sont liées aux éléments géométriques des surfaces limites et quatre aux éléments cinématiques du déplacement de ces surfaces.

Ces potentiels sont ainsi définis pour les points de l'ensemble E mais dans des cas précis, prolongeables hors de E.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Propriétés du spin d'un système de corpuscules*. Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

Si de grandes difficultés s'opposent à l'élaboration de la Mécanique ondulatoire relativiste des systèmes, on peut néanmoins en étudier certaines propriétés, parmi lesquelles celles du spin.

1. Soit un système de n corpuscules, qui individuellement obéissent à une équation du type Dirac, les opérateurs α étant ou non des α de Dirac (par exemple des A de Louis de Broglie).

En l'absence d'interaction, l'hamiltonien du système s'obtient en faisant la somme des hamiltoniens des différents corpuscules, et la fonction d'ondes Ψ du système est le produit indiciel des fonctions d'ondes des différents corpuscules.

Nous pouvons introduire le centre de gravité dont les coordonnées X, Y, Z sont définies par $\Sigma m_i \overrightarrow{OG} = \Sigma m_i \overrightarrow{OM_i}$.

---

[1] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 525.

Effectuons le changement de paramètre qui consiste à prendre au lieu des variables x_i, y_i, z_i les variables X, Y, Z et les coordonnées relatives

$$\xi_i = x_i - X, \qquad \eta_i = y_i - Y, \qquad \zeta_i = z_i - Z.$$

Il est facile de vérifier que le théorème de König sur la force vive est satisfait de lui-même sans conditions supplémentaires, au contraire du cas de la Mécanique ondulatoire simple (¹).

On a, en effet,

$$2\mathbf{T} = \Sigma_i \vec{\mathbf{v}}^{(i)} \vec{\mathbf{p}}^{(i)} = \vec{\mathbf{V}}.\vec{\mathbf{P}} + \Sigma \vec{\mathbf{v}}_r^{(i)} \vec{\boldsymbol{\varpi}}^{(i)}$$

avec

$$\vec{\mathbf{v}}^{(i)} = -c\vec{\mathbf{a}}^{(i)}, \qquad \vec{\mathbf{V}} = \sum \frac{m_i}{\mathfrak{M}} \vec{\mathbf{v}}^{(i)}, \qquad \vec{\mathbf{v}}_r^{(i)} = \vec{\mathbf{v}}^{(i)} - \vec{\mathbf{V}},$$

les opérateurs **a** étant déduits des α par fusion (²). Mais on voit que l'hamiltonien ne se décompose pas en une somme de deux termes indépendants, l'un provenant du centre de gravité et l'autre du mouvement relatif, car **V** et les $\mathbf{v}_r$ sont formés par des α. Cette non séparation doit s'interpréter par la contraction de Lorentz qui entraîne que le mouvement relatif dépend de celui du centre de gravité.

2. Pour les moments cinétiques, le théorème de König est encore vrai : le moment cinétique total est égal au moment cinétique du centre de gravité augmenté du moment cinétique relatif. On constate qu'aucune composante de ces trois moments n'est une intégrale première : elles ne commutent pas avec l'opérateur $\mathbf{H} - (h/2\pi i)\,\partial/\partial t$. Comme en mécanique de Dirac, nous définirons *l'opérateur spin du système* comme l'opérateur possédant les propriétés d'un moment cinétique, qui, ajouté au moment cinétique total, donne une intégrale première. Cet opérateur est unique. On trouve alors que *l'opérateur spin du système est la somme des opérateurs spin des différents corpuscules du système*, le spin d'un corpuscule du système s'obtenant en remplaçant dans son expression les α par les **a** correspondants qu'on forme à partir des α par fusion.

De même, on peut définir un *opérateur spin du centre de gravité* par la condition que les composantes de la somme de cet opérateur et du moment cinétique du centre de gravité, fournissent des intégrales premières, et

---

(¹) Louis de Broglie et J.-L. Destouches, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 369; J.-L. Destouches, *Bull. Acad. Sc. Bruxelles*, 21, 1935, p. 708; *Journ. Phys.*, 6, 1935, p. 329.

(²) J.-L. Destouches, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1594; *Journ. Phys.*, 6, 1935, p. 329.

aussi un *opérateur spin du mouvement relatif* qui sera tel qu'ajouté au moment cinétique relatif on obtienne pour les composantes des intégrales premières. On pourrait s'attendre alors à ce que le spin total soit la somme du spin du centre de gravité et du spin du mouvement relatif. Il n'en est rien, et nous obtenons ce résultat :

Les trois opérateurs, spin total du système, spin du centre de gravité, spin du mouvement relatif, sont identiques.

3. La séparation du mouvement du centre de gravité et du mouvement relatif n'a lieu que si l'un des deux mouvements s'évanouit, c'est-à-dire si le centre de gravité est fixe, ou bien si l'énergie du mouvement relatif est nulle. La séparation est approximativement réalisée si le centre de gravité a un mouvement lent, ou si l'énergie du mouvement relatif est très faible devant l'énergie totale du système. Dans le premier cas, on constate que le centre de gravité se meut suivant les lois de la mécanique ondulatoire simple, il ne possède pas de spin, et le spin du système se porte entièrement sur le mouvement relatif. Dans le second cas où l'énergie du centre de gravité est très grande devant l'énergie du mouvement relatif, le spin se porte tout entier sur le centre de gravité et le mouvement relatif n'en a pas. Ce cas est réalisé avec le photon de Louis de Broglie pour lequel le mouvement relatif a une énergie nulle; seul subsiste le mouvement du centre de gravité et celui-ci porte le spin total. Ainsi *lorsque l'on peut séparer le mouvement relatif de celui du centre de gravité, le spin se porte sur l'un des deux mouvements et l'autre n'en possède pas.*

Dans le cas où les corpuscules du système sont soumis à des interactions, on conservera pour les opérateurs de spin les mêmes définitions, et ils garderont les mêmes propriétés. Ils permettront encore d'obtenir des intégrales premières pour les composantes qui commuteront avec le terme d'interaction de l'hamiltonien lorsqu'on pourra admettre que le mouvement du système est régi par une équation d'ondes avec un certain hamiltonien.

PHOTOMÉTRIE ASTRONOMIQUE. — *Sur la correction des erreurs dues, en photométrie photographique, à l'hétérogénéité du noircissement de la plaque.* Note [1] de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Charles Fabry.

Les mesures de magnitudes sur un cliché stellaire sont toujours faussées par des erreurs très importantes provenant des propriétés de la plaque

[1] Séance du 20 janvier 1935.

photographique elle-même. En effet, à un éclairement donné, agissant pendant un temps donné, ne correspond pas le même noircissement en tous les points. G. Eberhard a montré que ce défaut doit être attribué en grande partie au manque d'uniformité de l'épaisseur de la couche d'émulsion. Il s'y ajoute des aggravations dues aux manipulations : action hétérogène du révélateur, séchage irrégulier.

On a souvent tendance à considérer ces erreurs comme irrémédiables. L'objet de cette Note est de montrer qu'on peut les corriger. Le noircissement d'un cliché stellaire, produit par l'éclat intrinsèque du ciel et par le voile chimique, varie d'une façon continue sur toute sa surface, sauf en quelques *points singuliers :* trous clairs, éraflures, taches, images d'astres. Soient alors T l'indication photométrique correspondant à une image et t l'indication photométrique correspondant au noircissement de la plaque au voisinage de cette image. C'est la continuité qui donne un sens à t. Il s'agit de rechercher s'il existe une corrélation entre les variations de t et celles de T, ces dernières étant justement les erreurs envisagées. On dispose pour cela de deux méthodes.

1° On peut déterminer, par des expériences systématiques, comment les écarts observés dépendent de l'éclairage, c'est-à-dire du produit éclairement $\times$ temps de pose, et du développement. Par exemple on forme, autour d'un point A, de la plaque, des petites plages très rapprochées, correspondant à une série d'éclairages gradués ; on opère de même autour de points A_2, A_3, ... avec la même série d'éclairages; on est ainsi en mesure de comparer des écarts portant sur les différentes régions de la courbe de noircissement, de se rendre compte en particulier si le défaut affecte seulement les faibles opacités, au voisinage du seuil, ou si la courbe entière subit, d'un point à un autre de la plaque des décalages et même des déformations.

Cette façon de procéder est des plus instructives, comme le prouvent les travaux de G. Eberhard. Mais, outre que le problème est très complexe et incomplètement résolu, les résultats ainsi obtenus sont d'une application très difficile dans le cas d'images stellaires : excepté les plages pupillaires dont la densité est constante sur la presque totalité de leur surface, les images étudiées dépendent, à cause de l'irradiation, de toute une gamme de noircissements; de plus l'importance de la surface éclairée sur la plaque, lors de la mesure photométrique, doit entrer en ligne de compte.

2° Procédons par expérimentation directe sur les clichés mesurés. A l'indication T il s'agit de substituer une certaine fonction $f(T, t)$, dont la détermination théorique relève des considérations précédentes, mais est

d'une complication prohibitive. Adoptons la représentation empirique

$$f(\mathrm{T}, t) = \frac{\mathrm{T}}{t^{\alpha}}$$

avec

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1\left(\frac{\mathrm{T}}{t} - 1\right).$$

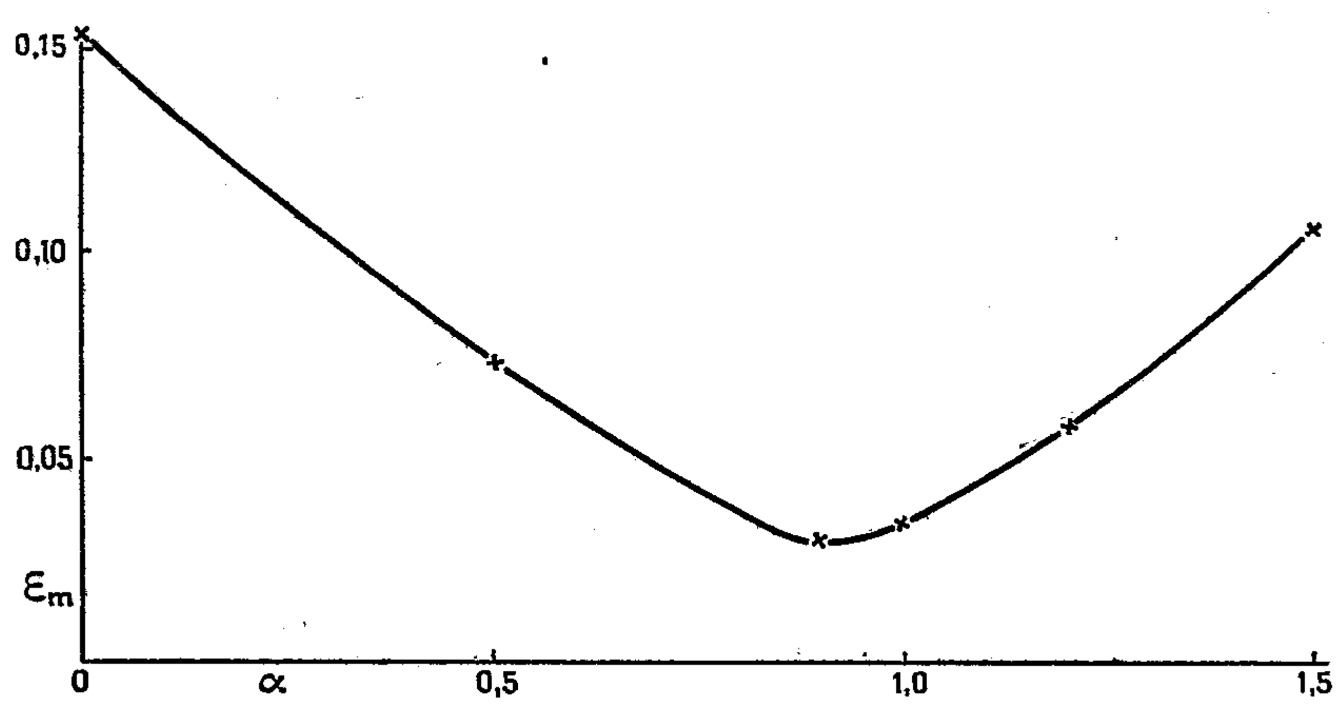
Soit t_0 la valeur moyenne des t, à laquelle nous réduisons les mesures; pour une image déterminée

$$t = t_0 + \Delta t = t_0(1 + \varepsilon).$$

Si ε reste inférieur à 0,1, on peut se borner au premier ordre

$$\frac{\mathrm{T}}{t^{\alpha}} = \frac{\mathrm{T}}{t_0^{\alpha}}(1 - \alpha\varepsilon).$$

L'erreur relative sur la mesure T s'obtient et multipliant par α l'écart relatif ε de t par rapport à t_0. Si ε dépasse 0,1, ce qui n'est pas très rare, il faut faire le calcul complet, rapide en logarithmes.



Erreur moyenne ε_m en fonction de α. Les croix correspondent aux valeurs de α pour lesquelles les calculs ont été effectués.

La valeur de α dépendra évidemment de la nature des images (focales, extra-focales, etc.) et de la surface éclairée lors de la mesure. Elle dépendra aussi, sur un cliché, de la magnitude, de sorte qu'on doit attribuer à chaque image un α particulier. Mais, dans la pratique, lorsqu'on emploie en série une méthode déterminée, par exemple pour suivre une étoile variable, on ne s'écarte guère des conditions propres à assurer la meilleure sensibilité. On peut adopter pour α une valeur moyenne.

L'efficacité de ce mode de correction est démontrée par la courbe ci-contre. Elle représente, en fonction du paramètre α, l'erreur moyenne de 50 clichés relatifs à une étoile variable. Il s'agissait de la méthode extra-focale assez rudimentaire, avec comme condition très défavorable des étoiles de référence au bord des plaques. On voit que la courbe admet un minimum très net vers $\alpha = 0{,}90$, et l'erreur moyenne tombe à 0,03 magnitude. On gagnerait encore à prendre

$$\alpha = 1{,}05 - 0{,}05\,\frac{T}{t} = 1{,}00 + 0{,}05\left(1 - \frac{T}{t}\right).$$

Mais les erreurs sont du même ordre que la précision des mesures; par des considérations élémentaires de continuité, on trouve bien $\alpha_0 = 1$.

PHYSIQUE SOLAIRE. — *Observations des protubérances solaires faites au Pic du Midi en* 1935. Note de M. **Bernard Lyot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Le coronographe utilisé pour ces observations est pourvu d'une lentille simple de 20^{cm} de diamètre et de 4^{m} de foyer, taillée par le Laboratoire d'Optique de l'Observatoire de Paris, dans un disque de borosilicate Parra-Mantois, spécialement sélectionné. Il donne des images achromatiques d'une grande finesse et il élimine la lumière diffusée plus complètement que les précédents. Son porte-oculaire, monté sur une rotule, peut être orienté à volonté pour amener au centre du champ, sans dépointer l'instrument, une région quelconque de la couronne.

Étude des protubérances au moyen de filtres colorés. — Quatre filtres ont été utilisés :

Le premier est constitué par un verre rouge foncé de Schott, RG 2, de 5^{mm} d'épaisseur et une dissolution aqueuse saturée de nitrate de néodyme de 50^{mm} d'épaisseur; il laisse passer la radiation $H\alpha$ avec une transparence de 50 pour 100, au centre d'une bande dont la largeur équivalente est 140 Å.

Le deuxième est constitué par une gélatine fortement chargée d'orangé naphtol. Il donne des images de protubérances formées principalement avec les radiations $H\alpha$ et D_3.

Le troisième filtre est obtenu en ajoutant au deuxième un verre de Schott V G 3, de 1^{mm} d'épaisseur et 5^{mm} d'une dissolution aqueuse saturée de sulfate de cuivre. Il laisse passer la raie D_3 avec une transparence de 12 pour 100 au centre d'une bande dont la largeur équivalente est 310 Å.

Le quatrième est constitué par un verre de Schott rouge clair R G I, de 2^{mm} d'épaisseur et une solution aqueuse saturée de chlorure d'erbium de 100^{mm} d'épaisseur. Il supprime les radiations $H\alpha$ et D_3, par contre il transmet les radiations du spectre continu entre 5950 et 6400 Å et au delà de 6700 Å.

Lorsque le ciel était très pur, les protubérances étaient visibles avec les quatre filtres; elles présentaient les mêmes détails avec des contrastes différents :

Les régions denses, presque uniformes avec l'hydrogène, montraient, dans le cas de l'hélium, leurs détails avec plus de contrastes. Les filaments ténus qui se détachaient vigoureusement sur le ciel, avec l'hydrogène, étaient au contraire plus faibles avec l'hélium. A travers le filtre orangé, les parties faibles apparaissaient en rouge tandis que les régions plus denses étaient sillonnées par des filaments jaunes. Ces différences d'aspect paraissent dues simplement au fait que la radiation $H\alpha$ est fortement absorbée par les parties les plus denses tandis que la radiation D_3, pour laquelle l'absorption est insensible, change d'intensité, d'un point à l'autre, proportionnellement à l'épaisseur de la vapeur.

Les images fournies par le spectre continu étaient affaiblies par une lumière diffuse intense mais elles reproduisaient cependant tous les détails que l'on voyait avec l'hélium. Le spectre continu est donc émis par tous les points des protubérances et non pas par des amas de particules localisés ainsi qu'on l'admettait primitivement.

Ces observations, effectuées visuellement, ont été confirmées en comparant de nombreux clichés obtenus sucessivement, à de courts intervalles, avec $H\alpha$, avec D_3 et avec le spectre continu.

Des mesures de polarisation ont été effectuées également avec ces trois radiations, sur huit protubérances de latitudes comprises entre 41° et 62°.

Les radiations brillantes ont donné des résultats analogues à ceux que j'avais obtenus précédemment à Meudon avec $H\alpha$ (1).

Leurs plans de polarisation étaient déviés vers le Nord pour les protubérances boréales, vers le Sud pour les australes. Les déviations étaient comprises entre 11° et 30° pour $H\alpha$ et entre 22° et 44° pour D_3. Les proportions de lumière polarisée variaient de 8 à 10 millièmes pour $H\alpha$ et de 9 à 15 millièmes pour D_3.

Le spectre continu a donné des résultats complètement différents : il présentait un plan de polarisation toujours radial comme celui de la cou-

(1) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 249.

ronne et des proportions de lumière polarisée très fortes. Celles-ci variaient de 55 à 83 millièmes et s'élevaient à 150 millièmes environ lorsqu'on tenait compte de la lumière solaire diffusée qui n'est pas polarisée.

D'après ces résultats, le spectre continu des protubéranees paraît avoir la même origine que celui de la couronne : les gaz des protubérances, fortement ionisés, doivent contenir un grand nombre d'électrons libres; le spectre continu serait la lumière solaire diffusée par ces électrons.

S'il en est ainsi, ce spectre doit, comme celui de la couronne, ne pas contenir les raies solaires et la répartition de son énergie en fonction de la longueur d'onde doit être identique à celle du spectre solaire. Il serait intéressant de vérifier ces deux conséquences aux éclipses prochaines.

Mouvements des protubérances. — Les changements de forme des protubérances sont généralement lents et difficiles à suivre directement à l'oculaire. Il est préférable de les étudier au moyen de films cinématographiques accélérés.

Nous avons obtenu, M. J. Devaux et moi, un premier film de ce genre, le 11 septembre 1935, sur une protubérance située à l'Est. Il comporte 280 clichés enregistrés sur film de 35^{mm} entre 10^{h} et $12^{h}20$, à raison de 2 par minute avec des temps de poses de 1/10 de seconde. L'image solaire, agrandie par un oculaire, mesure 60^{mm} sur le film. L'agitation atmosphérique était assez forte cependant, grâce à la brièveté des temps de poses, quelques-uns des clichés sont très fins et séparent des détails distants de $2'',5$.

Le film, projeté à raison de 16 images par seconde, révèle des mouvements curieux, en particulier le long d'une branche de $4'$ de long qui s'échappe de la protubérance vers le Sud. Cette branche, immobile dans son ensemble, contient une série de nuages qui se déplacent rapidement vers le Sud. De ces nuages s'échappent de petites masses brillantes qui tombent sur le Soleil avec des vitesses inégales tout en participant à la dérive des nuages dont elles sont issues.

Cette méthode, appliquée à de nombreuses protubérances, aidera sans doute à déterminer la nature de ces curieuses formations.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *La découverte des phases de Mercure.* Note [1] de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Henri Villat.

Beaucoup plus difficiles à voir que celles de Vénus, les phases de Mercure, bien que prévues par Galilée et par les autres disciples de Copernic, n'ont été observées qu'assez longtemps après l'invention des lunettes. On attribue généralement leur découverte à Hevelius, qui dit en effet les avoir vues plusieurs fois, à une date qu'il ne précise pas, mais qui ne saurait être antérieure à 1630, époque où il fit sa première observation astronomique, et très probablement même à 1639, car il n'a possédé qu'à cette date de bons instruments. Peut-être alors faudrait-il donner la priorité au P. Zuppi qui, d'après Riccioli, observa les phases de Mercure en 1639, dans un télescope construit par Fontana. Fontana lui-même prétendit les avoir vues antérieurement, mais, comme le remarque Pingré, on ne doit pas ajouter foi aux dires de cet astronome, qui a visiblement antidaté beaucoup de ses observations (publiées seulement en 1646).

En réalité, il est possible que cette découverte ait été faite bien plus tôt. On lit en effet dans une lettre de Peiresc à Gassendi [2], datée du 14 décembre 1633, le passage suivant, qui semble avoir échappé jusqu'ici aux historiens de l'astronomie :

« *Nous vismes hier icy* [à Aix-en-Provence] *un gentilhomme du diocese de Tournay nommé de Stienne fort gentil et curieux, qui a esté disciple et a eu des grandes habitudes avec le feu P. Malapertius avec qui il avoit souvent passé des journées entieres à observer les macules solaires. Il m'a asseuré qu'entr'aultres belles observations ce bon Père luy avoit faict voir dans ses lunettes Mercure cornu, aussy bien que Venus, non obstant le voisinage plus grand du Soleil.* »

Le P. Charles Malapert étant mort le 5 novembre 1630, sa priorité serait manifeste. Il ne faudrait d'ailleurs pas s'étonner que cette observation soit restée inédite. Malapert n'a presque rien publié de son vivant sur l'astronomie : son ouvrage capital, *Austriaca Sidera*, sur les taches solaires, n'a vu le jour qu'en 1633, et ne contient qu'une partie de ses importantes observations : ses éditeurs n'avaient sans doute pas retrouvé tous ses manuscrits. Quant à l'observation de Mercure, il est probable que, comme

---

(1) Séance du 27 janvier 1936.

(2) *Lettres de Peiresc*, publiées par Tamizey de Larroque, 4, 1893, p. 388, Paris (*Documents inédits sur l'Histoire de France*).

toutes celles des taches solaires, elle a été faite au collège des Jésuites de Douai, où Malapert enseigna jusqu'en 1629.

Si donc l'on peut ajouter foi au texte de Peiresc, c'est Malapert qui, dix ans au moins avant Hevelius ou Zuppi, aurait découvert les phases de Mercure.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les équations de mouvement de l'électrodynamique nouvelle.* Note (¹) de M. **Z. Chraplywy**, présentée par M. Louis de Broglie.

Envisageons les équations suivantes de l'électrodynamique nouvelle (²):

$$\operatorname{rot}\vec{\mathcal{E}} + \frac{\partial\vec{\mathcal{B}}}{\partial t} = 0, \qquad \operatorname{div}\vec{\mathcal{B}} = 0,$$

$$\operatorname{rot}\vec{\mathcal{H}} - \frac{\partial\vec{\mathcal{D}}}{\partial t} = 0, \qquad \operatorname{div}\vec{\mathcal{D}} = 0$$

(le champ électromagnétique étant mesuré à l'aide des unités naturelles). Dans ces équations, on peut regarder comme fonctions indépendantes les vecteurs $\vec{\mathcal{D}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ ou bien les vecteurs $\vec{\mathcal{B}}$, $\vec{\mathcal{E}}$. Les fonctions indépendantes une fois choisies, nous pouvons définir les autres en nous servant de la fonction de Lagrange

$$L = L(F, G^2), \qquad F = \vec{\mathcal{B}}^2 - \vec{\mathcal{E}}^2, \qquad G = (\vec{\mathcal{B}}.\vec{\mathcal{E}})$$

ou bien de celle d'Hamilton

$$H = H(H, Q^2), \qquad P = \vec{\mathcal{D}}^2 - \vec{\mathcal{H}}^2, \qquad Q = (\vec{\mathcal{D}}.\vec{\mathcal{H}}).$$

Nous avons, en effet,

$$\vec{\mathcal{H}} = \frac{\partial L}{\partial\vec{\mathcal{B}}}, \qquad \vec{\mathcal{D}} = -\frac{\partial L}{\partial\vec{\mathcal{E}}},$$

$$\vec{\mathcal{B}} = -\frac{\partial H}{\partial\vec{\mathcal{H}}}, \qquad \vec{\mathcal{E}} = \frac{\partial H}{\partial\vec{\mathcal{D}}}.$$

Nous allons voir jusqu'à quel point on peut regarder l'équation du mouve-

(¹) Séance du 27 janvier 1936.

(²) Born, *Proc. Roy. Soc.*, A, **143**, 1934, p. 410; Born-Infeld, *Proc. Roy. Soc.*, A, **144**, 1934, p. 425, **147**, 1934, p. 522.

ment de l'électron de Lorentz comme une conséquence de nos équations. La méthode appliquée est bien simple et, par contraste aux autres méthodes connues ([1]), elle ne nous oblige d'admettre aucune hypothèse sur la forme des fonctions L, H.

Réservant l'étude des détails à une publication spéciale, nous nous bornons ici à l'esquisse des idées fondamentales.

Nous admettrons les conditions initiales suivantes :

$$\vec{\mathcal{H}}_0 = 0, \qquad \vec{\mathcal{D}}_0 = \frac{e}{r^3}\vec{r} + \vec{Z}$$

qui caractérisent le mouvement d'un électron dans un champ homogène électrique $\vec{Z}$. Nous développons nos fonctions en séries potentielles par rapport au temps (par exemple $\vec{\mathcal{D}} = \vec{D}_0 + \vec{\mathcal{D}}_1 t + \vec{D}_2 t^2 + \ldots$) et nous calculons les membres de ces séries d'après les équations du champ.

Dénotons par U la densité de l'énergie

$$U = H + (\vec{\mathcal{B}}.\vec{\mathcal{H}})$$

et calculons l'accélération du centre de masse

$$m\ddot{\vec{z}} = \frac{d^2}{dt^2}\int \vec{z}\, U\, dv.$$

On trouve que

$$m\ddot{\vec{z}} = \int \vec{Z}\rho\, dv \qquad \text{pour } t = 0,$$

ici ρ est la densité libre de la charge électrique ($4\pi\rho = \operatorname{div}\vec{\mathcal{E}}$), m la masse de l'électron, z le vecteur des coordonnées du centre de masse. Cette étude a été nécessaire à cause d'un résultat de M. Infeld ([2]), qui a introduit une nouvelle fonction d'action, autre que celle de M. Born et de MM. Born-Infeld.

([1]) BORN-INFELD, *Proc. Roy. Soc.*, A, 144, 1934, p. 445; FRENKEL, *Proc. Roy. Soc.*, A, 146, 1934, p. 930; FEENBERG, *Phys. Rev.*, 47, 1935, p. 148.

([2]) *The new action function and the unitarian field theory*, *Camb. Phil. Soc.* (en cours de publication).

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Interactions moléculaires et structure des liquides.* Note de MM. **Pierre Girard** et **Paul Abadie**, présentée par M. Jean Perrin.

Soient un milieu constitué par des dipoles d'une certaine sorte et *c* leur concentration dans un diluant non polaire. Pour chaque valeur de *c* on peut, à partir des courbes de dispersion dans le Hertzien, évaluer une grandeur proportionnelle au temps de relaxation τ de ces dipoles indépendamment de la viscosité et de la température (1). Les courbes : temps de relaxation-concentration obtenues pour différentes sortes de dipoles, passent par un maximum; elles montrent quel détecteur sensible des interactions moléculaires est le temps de relaxation. D'autre part nous avons indiqué que, dans les liquides purs, les τ très petits de certains dipoles (eau, polylacool) ne pouvaient s'expliquer qu'en supposant que ces dipoles occupaient dans l'espace des positions moyennes. Le champ oscillant les en écarte, des forces élastiques les y ramènent quand ce champ tombe à o. Ainsi s'introduisait l'hypothèse d'une structure quasi cristalline des liquides; l'anisotropie étant limitée à des groupements moléculaires de distribution isotrope (2).

De façon indépendante à partir des données de l'optique (diffraction de rayons X, effet Raman) M. Debye (2) était de son côté conduit à envisager la rotation de molécules dans un liquide pur comme une oscillation de rotation autour d'un axe dont l'orientation varie lentement. La polarisation d'un dipole de moment μ ne serait plus comme dans le cas d'une molécule libre $\mu^2/3KT$, mais $\mu^2/3KT\ R(y)$, où $R(y)$ est un facteur de réduction. Dans un milieu dilué on voit que la courbe polarisation-concentration cessant d'être une droite horizontale tombera pour une concentration à laquelle correspondra une valeur de $R(y) < 1$. Rapprochant ces données nous avons envisagé les maxima de nos courbes de temps de relaxation comme correspondant, à partir d'une distance suffisamment petite des dipoles, au passage d'un état gazeux à un état semi-cristallin. S'il en est ainsi les maxima de nos courbes doivent correspondre aux valeurs de *c* pour lesquelles les courbes polarisation-concentration commencent à tomber. C'est ce que l'expérience vérifie. Nous reproduisons seulement ici

---

(1) P. Girard et P. Abadie, *Journ. Phys. et Rad.*, 6, 1935, p. 295.

(2) *Physik. Zeitsc.*, 3, 1935, p. 100

les courbes relatives à l'eau dans le dioxane et à la dichlorhydrine dans le benzène.

En haut sont les courbes de variation de (τ), en fonction de la concentration; en bas les courbes de variation de la polarisation. L'alcool propylique et le méthylheptanone dans le benzène nous ont donné également de bonnes concordances.

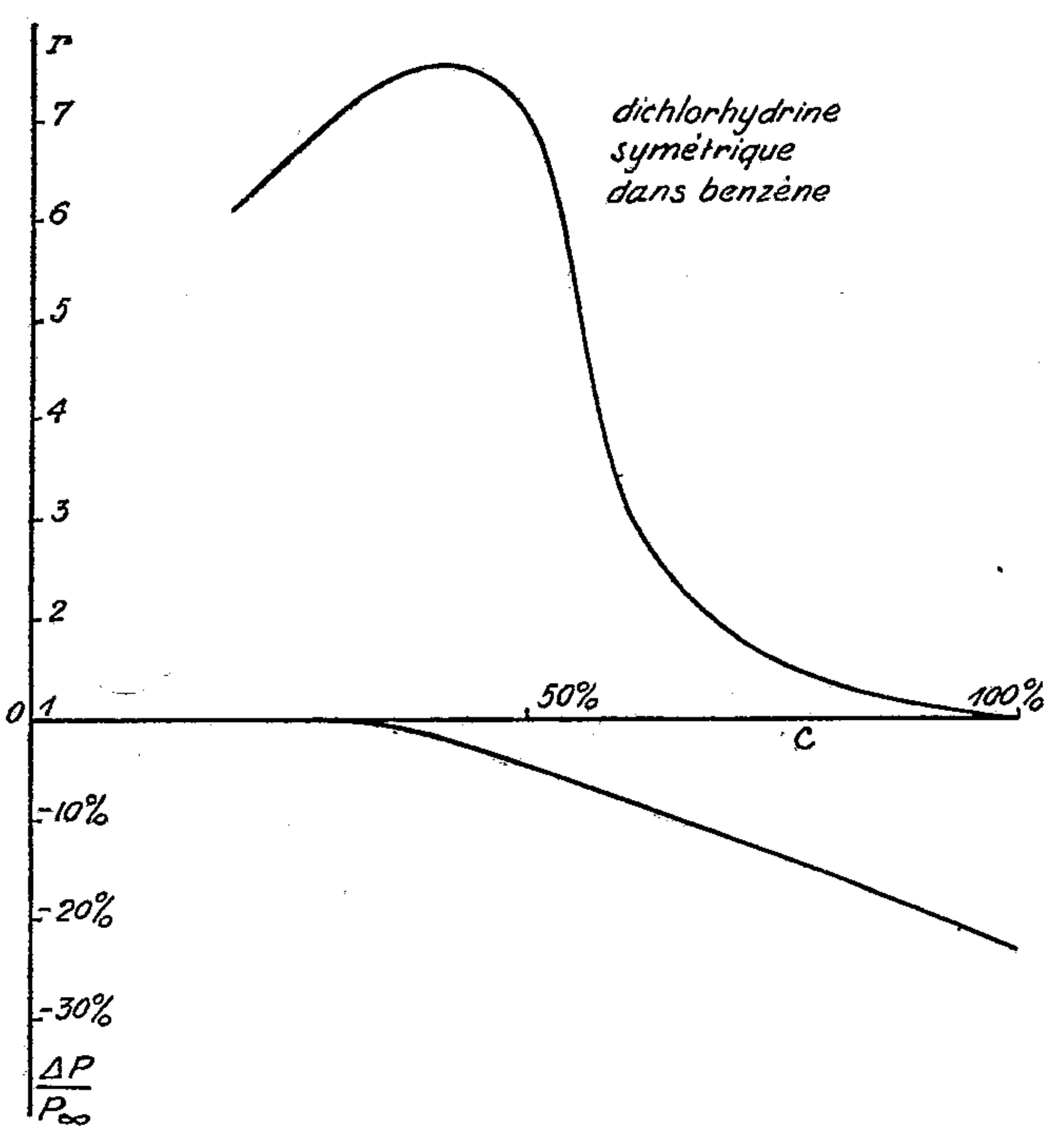


Fig. 1.

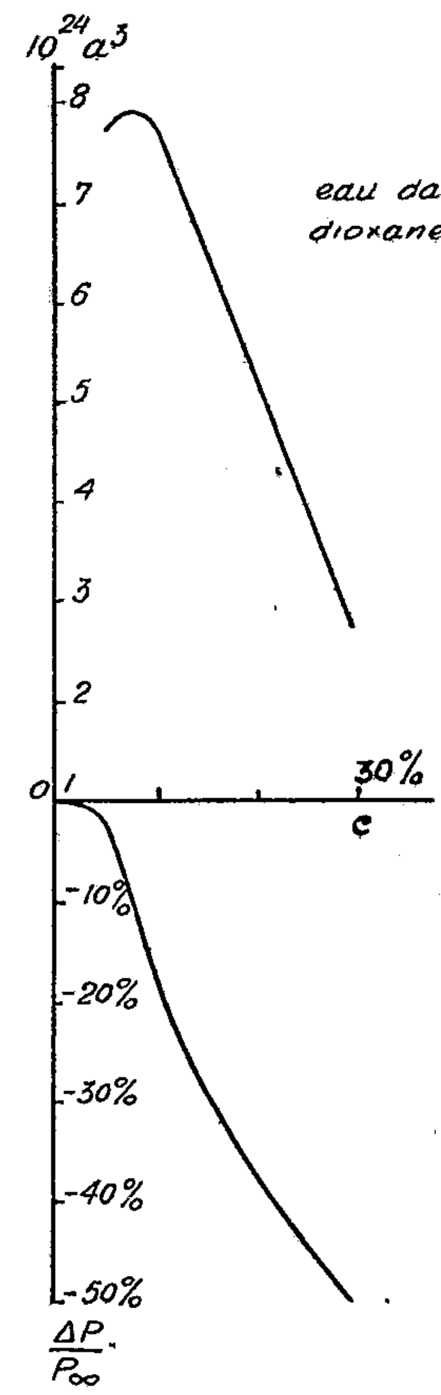


Fig. 2.

Précisant davantage, on peut penser qu'au maximum des courbes : temps de relaxation-concentration, l'état semi-cristallin apparaît quand le rapport de l'énergie électrostatique d'interaction (effet de cohésion) à l'énergie d'agitation thermique (effet de dispersion) atteint une valeur déterminée. Or on sait en effet que Martin ([1]) est parvenu, en évaluant la variation

([1]) *Trans. of Farad. Soc.*, 30, 1934, p. 759.

d'énergie électrostatique d'un dipôle passant d'un milieu de p. i. s. D_0 (solvant non polaire) à un milieu de p. i. s. D (solution) à une expression approchée de l'énergie électrostatique d'interaction de deux dipôles (Martin, Bell) de la forme

$$\Delta w = \frac{\mu^2}{d^3}\left(\frac{D-1}{2D+1} - \frac{D_0-1}{2D_0+1}\right),$$

d diamètre de la molécule, μ son moment électrique.

Cette relation suppose dans le milieu une distribution isotrope autour du dipôle. Si nous l'appliquons au voisinage des maxima de nos courbes temps de relaxation-concentration, on trouve, pour des molécules très différentes par leur moment et leur volume (alcool, méthylheptanone, citral, dichlorhydrine), une valeur de Δw qui diffère peu de 3.10^{-15} erg. Pour l'eau cette valeur est nettement supérieure. Si l'on étendait aux liquides purs l'application de la formule on trouverait pour l'eau une énergie d'interaction égale à l'énergie d'agitation moléculaire (4.10^{-14} erg). Pour les autres molécules cette énergie d'interaction est inférieure à l'énergie d'agitation. A la température ordinaire il est donc probable que l'*état semi-cristallin de l'eau liquide est déjà très caractérisé*. En somme à partir des interactions moléculaires on parvient à une représentation de la structure des liquides qui recoupe et complète les données de l'optique.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la structure de l'étincelle éclatant à la surface d'une solution.* Note (¹) de M. **Pierre Jolibois**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On sait depuis longtemps que, pour obtenir un spectre des éléments contenus dans une solution, il faut faire éclater à la surface du liquide une étincelle électrique en reliant la solution au pôle positif (²).

A la suite des électrolyses que j'ai réalisées par l'intermédiaire d'étincelles à la surface des solutions, j'ai cru utile d'étudier au moyen du spectroscope la structure de l'étincelle obtenue dans ces conditions.

Si l'on relie la solution au pôle négatif d'un circuit à haute tension, il se produit une étincelle entre la surface du liquide et une électrode de platine; l'électrode est portée à une très haute température qui dépend de l'inten-

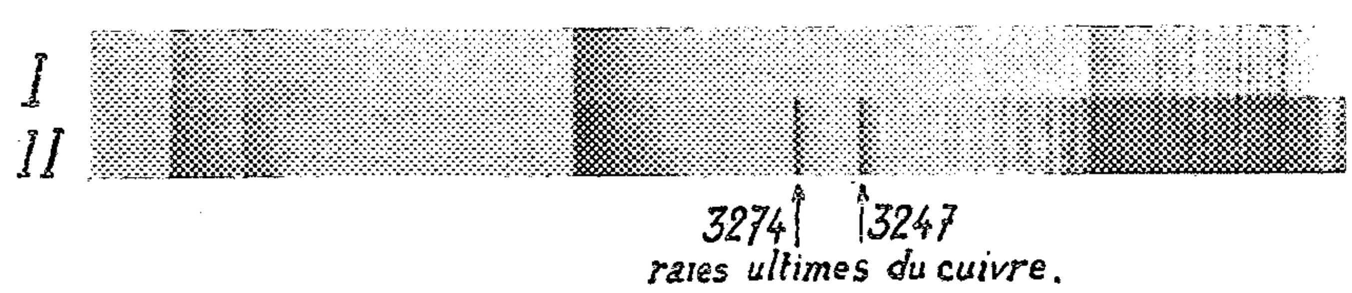
(¹) Séance du 27 janvier 1936.

(²) E. Becquerel, *Comptes rendus*, 66, 1868, p. 121.

sité du courant et aucun spectre des éléments contenus dans la solution n'est visible dans cette étincelle qui ne contient que le premier et le second groupe des bandes négatives de l'azote, que les bandes de l'azote du pôle négatif ainsi que la bande 3064 de la vapeur d'eau. A la surface d'une solution à 10 pour 100 de sulfate de cuivre je n'ai pas obtenu même les raies ultimes du cuivre 3247 et 3273.

Si au contraire on inverse le courant, l'électrode située dans l'air chauffe beaucoup moins lorsqu'elle est positive; on obtient alors un spectre de

Spectre d'étincelle au-dessus d'une solution de sulfate de cuivre à 10%



I : Liquide positif.
II : Liquide négatif.

bande de l'azote qui correspond à toute la longueur de l'étincelle (raies longues), un spectre de cuivre qui correspond à une région de l'étincelle voisine du liquide (raies moyennes) et enfin un spectre de l'hydrogène très intense qui est celui d'une tache lumineuse sur l'électrolyte. Ce dernier spectre comprend les raies H_α et H_β ainsi que toute la série des raies du second spectre de l'hydrogène. Il semble que dans ce cas ce soit le phénomène principal, car le liquide est pulvérisé mécaniquement avec une grande intensité et l'apparition du spectre du cuivre s'explique alors par l'introduction dans l'étincelle de fines particules de solution.

Le cas de l'électrode extérieure négative a spécialement retenu mon attention; en effet, si l'on admet que les ions cuivre sont libres dans le liquide, sous l'influence d'un champ élevé comme celui qui règne dans l'étincelle, ils devraient sortir du liquide et donner dans l'étincelle le spectre du cuivre. Ils sont en effet susceptibles d'être accélérés dans un liquide par une très faible différence de potentiel. Si l'on admet au con-

traire que les ions cuivre ne peuvent exister dans le liquide qu'entourés de molécules d'eau, c'est de l'hydrogène chargé positivement qui se présente à la surface du liquide en face de l'électrode négative et c'est la molécule d'eau qui est décomposée. Le résidu qui est de l'oxyde de cuivre hydraté $(OH)^2Cu$ électriquement neutre tombe au fond du récipient, ce qui est conforme à nos expériences antérieures ([1]).

Nous sommes ainsi amené à dire que dans ces conditions, l'électrolyse est séparée en deux phénomènes distincts : un dégagement d'hydrogène et une précipitation d'oxyde hydraté.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le mécanisme du polissage électrolytique du cuivre.* Note ([2]) de M. **Pierre Jacquet**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai montré qu'une surface de cuivre rayée devient lisse et brillante lorsqu'on la polarise anodiquement dans une solution aqueuse concentrée d'acide ortho ou pyrophosphorique ([3]).

L'étude de certains facteurs de l'électrolyse et l'observation microscopique de la surface du métal au cours de l'attaque anodique permettent de préciser le mécanisme de ce polissage.

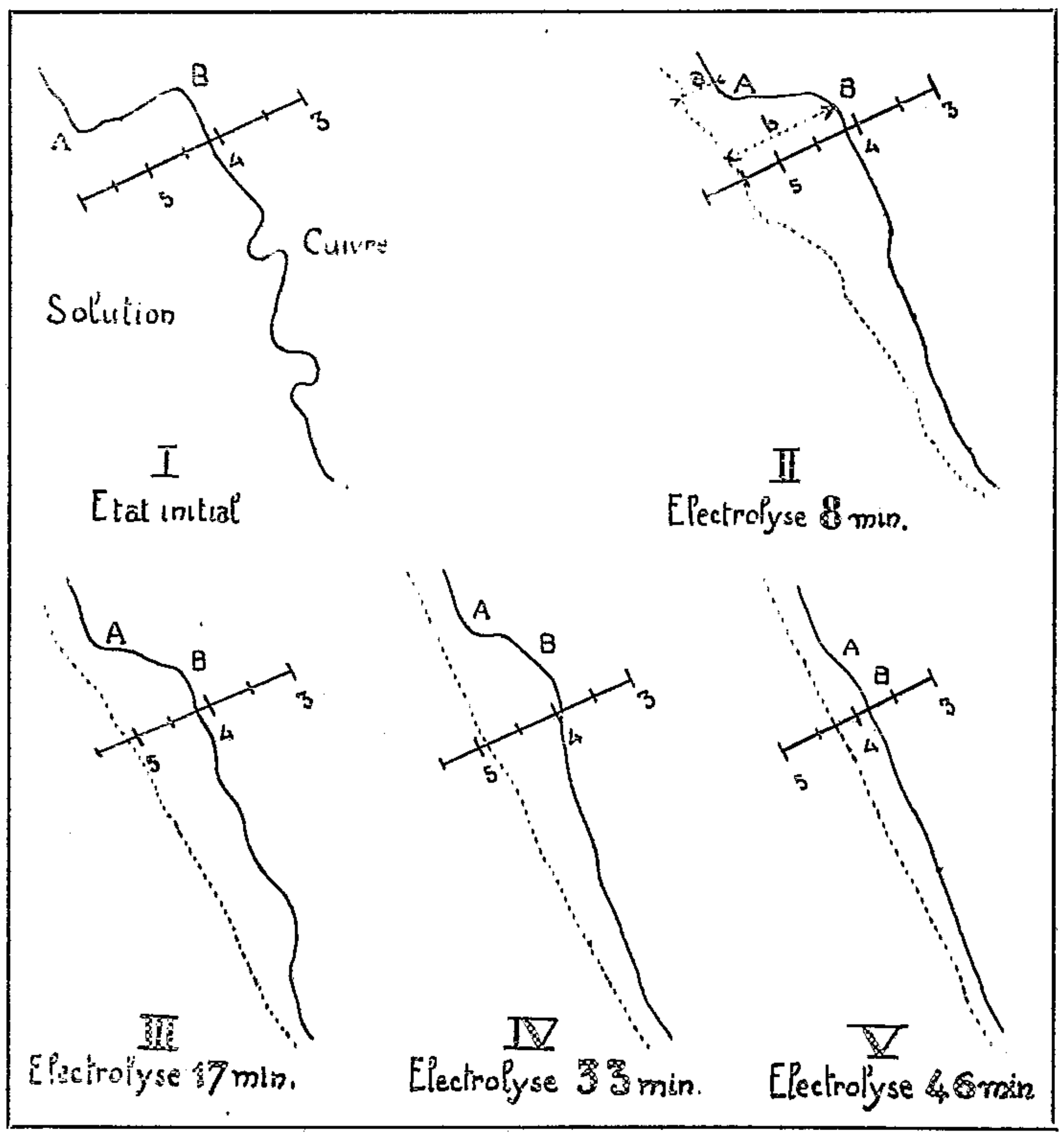
1° Tous les facteurs qui favorisent la diffusion des produits de l'attaque exigent une élévatiou notable de la densité de courant minimum nécessaire au polissage. Ces facteurs sont par exemple l'abaissement de concentration de la solution acide, l'élévation de la température et l'agitation. En outre la position de l'anode joue un rôle important : une surface disposée horizontalement devient lisse par une densité de courant qui est la moitié de celle nécessaire lorsqu'elle est verticale.

2° La forme de la courbe intensité-tension aux bornes peut s'interpréter en admettant la formation progressive d'une pellicule anodique partiellement isolante (*loc. cit.*).

3° Ces résultats sont confirmés par l'observation microscopique du profil de l'anode au cours de l'électrolyse. On voit en effet que dès le début la zone liquide immédiatement au contact de l'anode, se différentie nettement du reste de l'électrolyte, son épaisseur augmente progressivement jusqu'à

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1469.
([2]) Séance du 27 janvier 1936.
([3]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1473.

une valeur maximum atteinte dès que l'intensité du courant possède la valeur I pour laquelle se produit l'augmentation brusque de la tension aux bornes. L'épaisseur maximum de cette pellicule liquide est notablement diminuée lorqu'on fait intervenir les facteurs signalés au début, qui favorisent la diffusion des produits de l'attaque anodique; il est donc évident que la pellicule est constituée par une portion de l'électrolyte où s'accu-



mulent ces produits d'attaque. En outre toute diminution d'épaisseur de la pellicule anodique est accompagnée d'une chute très nette de la tension aux bornes, ce qui montre que sa résistance électrique est appréciable.

4° Lorsque la surface de l'anode est lisse l'épaisseur maximum de la pellicule liquide est de $0^{mm},05$, cette valeur correspondant à une surface horizontale. Si l'anode est rugueuse elle est recouverte uniformément, c'est-à-dire que la pellicule liquide n'en épouse pas les irrégularités ([1]).

([1]) Dans le cas où la surface anodique (cuivre ou alliage de cuivre) a subi préalablement un traitement mécanique, tel que l'abrasion avec du papier émeri, la pellicule qui apparaît tout au début de l'électrolyse est très mince et ne tarde pas à devenir

Par suite de cette répartition (*fig.* 1), son épaisseur est plus grande en face d'une partie profonde (b) qu'en face d'une partie en relief (a) et cette pellicule étant partiellement isolante, il est clair que les régions en relief seront attaquées les premières.

Sur la figure 1, qui représente la disparition progressive d'une rayure très profonde ($0^{mm},16$) au cours d'une électrolyse prolongée, on voit aussi que si la différence $b - a$ est grande les parties profondes ne subissent aucune dissolution appréciable, au contraire cette dissolution se produit lorsque la dénivellation devient très faible.

Lorsque l'électrolyte est une solution aqueuse d'acide métaphosphorique, une pellicule liquide se forme bien au début, mais elle épouse les irrégularités de la surface et elle ne tarde pas à faire place à une croûte solide. Ces différences entre les acides ortho et pyrophosphorique d'une part, et métaphosphorique d'autre part, sont conformes aux solubilités respectives, dans les solutions acides, des sels de cuivre correspondants.

OPTIQUE. — *Sur la biréfringence par déformation mécanique de quelques liquides purs.* Note de M. CHARLES SADRON, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que, pour étudier commodément les propriétés *dynamo-optiques* d'un liquide, on place celui-ci entre deux cylindres coaxiaux (rayons R_e et R_i, intervalle $d = R_e - R_i$). On fait tourner le cylindre intérieur avec une vitesse angulaire Ω connue. Si cette vitesse n'est pas trop élevée le liquide se meut dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation et l'écoulement est permanent et laminaire. Le gradient de vitesse est le même en tous les points, sa valeur est

$$\mathcal{G} = \frac{\Omega R_i}{d}.$$

On trouve alors que la couche liquide, traversée par la lumière parallèlement aux génératrices, présente une biréfringence caractérisée par

$$n_e - n_0 = K\mathcal{G}, \tag{1}$$

brunâtre; en réalité il s'agit d'un film solide qui se trouve soulevé par la pellicule liquide et qui est ainsi expulsé assez rapidement. Il est possible que ce film soit constitué de la couche probablement amorphe dont l'existence, sur les surfaces métalliques polies mécaniquement, a été démontrée par Beilby.

où K est une constante caractéristique du liquide pour une température donnée.

Or Taylor[1] a montré que, si la valeur du rapport Ω/ν (ν coefficient de viscosité cinématique du liquide en expérience) dépasse une limite critique $(\Omega/\nu)_c$, calculable d'après les caractéristiques géométriques des cylindres, l'écoulement cesse d'être laminaire pour devenir turbulent. La loi (1) cesse d'être vérifiée.

Faute d'avoir connu l'existence des phénomènes de turbulence, ou d'en avoir calculé le seuil, beaucoup d'auteurs donnent pour K des valeurs numériques dont la plupart sont à rejeter. En particulier Raman et Krishnan [2] comparent les résultats numériques de leur théorie de la biréfringence de frottement en régime laminaire, dans le cas de l'alcool octylique primaire, à un résultat d'une mesure de Vorlander et Walter [3]. Or nous avons calculé que ces auteurs opèrent avec une vitesse de rotation six fois supérieure à la vitesse critique. La valeur $K = 12.10^{-12}$ qu'ils fournissent n'a donc pas de signification simple et par suite son accord avec la valeur $K = 13.10^{-12}$ calculée par Raman et Krishnan ne peut être que fortuit.

Nous avons repris les mêmes mesures avec un jeu de trois cylindres mobiles différents permettant de réaliser des intervalles de $1^{mm},30$, $0^{mm},50$ et $0^{mm},22$. Les valeurs de $\mathcal{G}$ ont été poussées dans ce dernier cas jusqu'à environ 20000 sec^{-1} tout en restant largement inférieures à la valeur critique. L'épaisseur de liquide traversée était de 98^{mm}. Les biréfringences étaient mesurées par la méthode du quart d'onde, avec la radiation verte de l'arc au mercure, au moyen de l'appareil de Chauvin amélioré pour la circonstance. Nous estimons que les erreurs commises sur la valeur de K pour l'alcool octylique ne dépassent pas 10 pour 100, et nous avons trouvé $K = 6,5.10^{-12}$. De même, pour l'alcool heptylique, nous avons trouvé $K = 4,5.10^{-12}$, alors que la théorie de Raman et Krishnan fournit la valeur $K = 7,4.10^{-12}$.

Nous estimons donc que cette théorie, loin d'être en accord étroit avec l'expérience, ne fournit guère que l'ordre de grandeur des phénomènes.

Enfin nous indiquons ci-après les valeurs de K mesurées pour quelques substances :

---

(1) *Philosophical Transactions*, A, 223, 1922, p. 289.
(2) *Philosophical Magazine*, 5, 1928, p. 769.
(3) *Zeitschrift f. Phys. Chemie*, 118, 1925, p. 1.

	K.		K.
Acide oléique (18°C.)......	360.10^{-12}	Alc. phényléthylique (20°C.).	$17,5.10^{-12}$
Ald. cinnamique (18°C.)...	$51,6.10^{-12}$	» octylique (20°C.)......	$6,5.10^{-12}$
Alc. duodécylique (18°C.)..	$29,6.10^{-12}$	» heptylique (20°C.)......	$4,5.10^{-12}$

RADIOCHIMIE. — *Sur le mécanisme d'émission de lumière par les réactions chimiques.* Note de M. **René Audubert**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai signalé [1] que les réactions chimiques peuvent émettre des photons ultraviolets et indiqué le domaine spectral approximatif de cette émission; on a vu ainsi que, dans certains cas (oxydation des sulfites, du glucose), le rayonnement n'est décelable que par des compteurs à CuI; l'émission est donc située vers les courtes longueurs d'onde, au delà de 2150 Å et correspond au minimum à 155000-165000^{cal}. Pour les autres types de réaction, l'émission correspond à 130000^{cal} environ. Dans tous les cas, l'énergie libérée est considérable et l'on ne peut en rendre compte par des explications simples (désactivation ou effet thermochimique).

Considérons une réaction représentée schématiquement par $A + B \rightarrow C$, un certain nombre (très petit) de molécules C peuvent conserver, après leur apparition, une énergie $E + q$ (E, énergie d'activation; q, chaleur élémentaire de la réaction). Le retour à l'état normal de la molécule peut se faire soit par choc de deuxième espèce, soit avec émission d'un photon; mais, dans ce dernier cas, $E + q$ n'est pas assez grand pour rendre compte des quanta émis. On peut aussi songer à une rencontre triple libérant une énergie $2E + q$; une telle éventualité, possible avec des réactions du type (1) et (2), ne peut suffire à expliquer les réactions du type (3) (*loc. cit.*).

On peut trouver une explication de l'émission de ces grands quanta en admettant que certaines molécules de niveau $E + q$ peuvent passer sur un niveau voisin à grande vie moyenne (état métastable). Dans ces conditions, la rencontre, entre elles, de ces molécules à niveau très élevé est possible; et la formation de grands quanta serait due au processus $C^{*}_{E+q} + C^{*}_{E+q} \rightarrow 2C + h\nu$.

Un tel mécanisme suggère l'existence possible d'un phénomène analogue à l'induction par résonance de Jean et Francis Perrrin; l'expérience montre en effet, par l'existence de spectre du type (3), que les désactiva-

(1) René Audubert, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 131; René Audubert et Van Doormal, *ibid.*, 196, 1933, p. 1883.

tions telles que $C^*_E \to C + h\nu$; $C^*_{E+q} \to C + h\nu$; $C^*_{2E+q} \to C + h\nu$ peuvent ne pas se produire.

Cette rencontre privilégiée (choc de 4e espèce) rend compte d'une manière satisfaisante de la fréquence du rayonnement observé dans les cas où les hypothèses classiques ne peuvent convenir, ainsi qu'on peut le constater par les nombres contenus dans le tableau suivant (exprimés en calories) :

Réaction.	E.	q.	$E+q$.	$2E+q$.	$2E+2q$.	$h\nu$ émis.
$SO^3K^2 + 1/2\,O^2 \to SO^4K^2$	12400	61000	73500	85800	147000	145000 à 150000
$SO^3Na^2 + 1/2\,O^2 \to SO^4Na^2$	12500	69000	81500	94000	163000	145000 à 155000
Oxydation pyrogallate de soude.	16250	50000	62250	82500	132500	122000 à 155000
$C^2O^4K^2 + I^2 \to 2\,CO^2 + 2\,KI$ ...	27350	36000	63350	90700	126700	122000 à 145000
$C^2O^4K^2 + Br^2 \to 2\,CO^2 + 2\,KBr$.	32250	60000	93250	126500	186500	122000 à 145000
Amalgame Am + H^2O	22400	30000	52400	74800	104800	122000 à 155000

On peut montrer que l'intensité I du rayonnement émis est donnée par la relation $Z = (\varepsilon\theta V)/(t+\theta)$, où ε représente la probabilité de formation de molécules activées C^*_{E+q}, θ leur vie moyenne et t l'intervalle de temps compris entre deux chocs de quatrième espèce.

Si l'on admet un mécanisme d'activation par chocs on peut, en appliquant les relations de la théorie cinétique, calculer θ; on trouve, dans certains cas, des valeurs acceptables, de l'ordre de 10^{-2} sec.

L'hypothèse envisagée pour expliquer les grands quanta des réactions du deuxième type conduit donc à des résultats satisfaisants; mais il ne faut pas oublier que d'autres mécanismes pourront parfois remplacer celui qui vient d'être proposé ou s'y superposer. En effet l'énergie d'activation $E+q$ des molécules métastables a été calculée en prenant pour q la valeur Q/N où Q représente l'effet thermique et N le nombre d'Avogadro; on n'obtient ainsi qu'une moyenne; or les réactions intermédiaires, toujours possibles, où interviennent des radicaux ou des atomes doivent avoir un effet thermique très grand; à cet égard il faut signaler que la formation de la molécule d'oxygène à partir de ces atomes est de 120000 calories environ. Mais, s'il est légitime de songer à de tels processus pour les réactions du type (1) et (2), pour les réactions du type (3) l'hypothèse du choc de quatrième espèce est plus satisfaisante.

RADIOCHIMIE. — *Effet Becquerel et sensibilité photochimique de quelques colorants fluorescents.* Note [1] de Mlle **Cécile Stora**, présentée par M. Jean Perrin.

En comparant quelques propriétés photovoltaïques des colorants du xanthane et de la quinone diimide, nous avons constaté [2] que les inhibiteurs diminuent fortement l'effet Becquerel positif (oxydation) des dérivés xanthaniques jusqu'à l'inverser. Cette inversion, en faveur d'une légère réduction de la molécule colorée, semblait devoir être rapprochée de la photoréduction subie par ces mêmes colorants aux dépens d'un polyalcool (Levaillant). J'ai donc poursuivi l'étude de deux familles en milieu glycérique [3].

La photovoltaïcité négative (réduction) que présentent les indicateurs d'oxydo-réduction, à la lumière visible (tungstène) et à l'oxygène de l'air, augmente en général par introduction du polyalcool, mais sa variation n'est pas régulière. En milieu anhydre, l'affaiblissement de l'effet doit probablement être attribué à la grande viscosité de la glycérine qui, pénétrant plus difficilement la pellicule de collodion, y provoque une moindre réduction.

Pour 100 d'eau dans le mélange	0.	5.	12,5.	20.	33.	50.	100(pH=9).
Phénosafranine (5/100 g/20cm³) (mv)	−3,8	−4,1	−3,5	− 5,7	−12,4	−8,5	−2,35
Bleu de méthylène (1/100 g/20cm³) (mv)	−5,2	−4,5	−8,3	−24,8	−20	−5,4	−4,5
Bleu de Nil (1/100 g/20cm³) (mv)	−3,4	-	−9	− 7,8	− 2	−1,1	−0,3

Dans les mêmes conditions l'effet Becquerel positif des dérivés du xanthane diminue et s'inverse lorsque croît la teneur en glycérine du mélange :

Pour 100 d'eau dans le mélange	0.	5.	12,5.	20.	33.	50.	100(pH=9)
Érythosine (2/1000 g/20cm³) (mv)	−5,2	−1,7	+5,3	+8	+5	+9,8	+12,4
Éosine (5/1000 g/20cm³) (mv)	−3,1	−1,2	+3,3	+5,2	-	+5,7	+10,8

La glycérine, liquide réducteur par nature, ne semble pas avoir sur les

---

(1) Séance du 27 janvier 1936.

(2) C. Stora, *Comptes rendus*, 201, 1936, p. 98.

(3) Le même travail effectué avec du glycol donne des résultats identiques; malheureusement le glycol anhydre (et même jusqu'à 10 pour 100 d'eau) dissout instantanément les colorants du xanthane inclus dans le fil de collodion, ce qui rend l'étude dans cet alcool moins concluante.

colorants xanthaniques une action spécifiquement de celle des autres réducteurs et les conclusions de l'étude précédente demeurent ici valables.

Néanmoins, propriété intrinsèque, la glycérine anhydre à l'inverse de l'eau, ne favorise pas sur l'électrode les oxydations. Les leucos-dérivés, formés par réduction, ne sont pas réoxydés sous l'action de la lumière. Le photopotentiel négatif diminue et s'annule sans s'inverser tandis que l'électrode se décolore. En solution réductrice aqueuse ($S^2O^4Na^2$), au contraire, la lumière provoque une forte oxydation du leuco-dérivé. Corrélativement, Levaillant signale, en milieu glycérique, la photoréduction de colorants dont le leuco-dérivé ne se réoxyde qu'à l'oxygène de l'air.

D'autre part, et bien que je n'aie pas encore signalé le phénomène, si la lumière visible provoque certaines réductions réversibles, *l'ultraviolet lointain oxyde sur l'électrode tous les colorants utilisés*. Cette *oxydation* s'annule en milieu glycérique anhydre ([1]).

°/₀ d'eau	0.	5.	12,5.	20.	33.	50.	pH = 9.
Erythrosine (mv)	0	0	+12,6	+20,8	+ 9	+16,4	+32
Bleu de méthylène (mv)	0	0	+ 1,2	+25	+26,2	+12,2	+28
Bleu de Nil (mv)	0	+0,2	+10,5	+ 8	+26	+16,2	+18,6

La molécule de glycérine semble n'intervenir dans la réaction photochimique que comme donateur d'hydrogène (oxygène lié) tandis que les éléments de l'eau également labiles permettent simultanément une oxydation et une réduction. Autre conséquence particulièrement importante : *la glycérine*, comme probablement d'autres solvants organiques, *peut remplacer l'eau dans les phénomènes photovoltaïques* (partiellement du moins, photoréduction).

Dans leur ensemble, cette étude et la précédente nous amènent aux conclusions suivantes :

1° L'effet Becquerel et la sensibilité photochimique d'un colorant, l'un traduisant l'autre, dépendent *tous deux* d'oxydations et de réductions essentiellement fonction du rH du milieu et relevant de groupes chimiques définis dans la molécule colorée.

2° Les recoupements photochimiques et physicochimiques, sur la photosensibilité des colorants aux dépens du milieu dans lequel ils sont dissous rendent concrète cette hypothèse que les éléments du solvant jouent un rôle essentiel dans les phénomènes photovoltaïques.

([1]) L'accroissement du photopotentiel, entre 12,5 et 33 pour 100, correspond à l'oxydabilité dans le proche ultraviolet (3800 Å) du leuco-dérivé formé.

3° Entre la fluorescence et l'effet photovoltaïque existe le même rapport lointain qu'entre la fluorescence et la sensibilité photochimique.

4° L'étude électrométrique (extrêmement sensible) qui permet d'opérer avec des quantités très faibles de substance photosensible (10^{-11} à 10^{-12} mol/gr) en des temps variables à volonté, paraît susceptible d'apporter quelques renseignements complémentaires sur l'action de la lumière. Le potentiel à l'obscurité indique, en outre, l'évolution du système.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le rayonnement du dépôt actif de l'actinon.* Note de M. **Jean Surugue**, présentée par M. P. Langevin.

Le spectre des raies β du dépôt actif de l'actinon a été étudié au moyen du grand aimant permanent déjà décrit d'autre part [1], par la méthode de focalisation.

La position de la raie fondamentale, généralement déterminée par comparaison avec la raie F très intense de ThB, a été fixée par des mesures absolues de l'induction magnétique.

Les résultats trouvés sont en accord, quant aux rapports des énergies des raies, avec ceux des auteurs antérieurs [2], mais les valeurs absolues des énergies sont toutes plus grandes d'environ 0,4 pour 100 et conduisent pour les rayonnements γ à des valeurs plus proches de celles résultant de l'étude de la structure fine des rayons α [3].

Nom.	HR/HR$_B$.	HR.	Énergie en ekV.	Origine.	Énergie des niveaux.	Énergie des γ.	Intensité.
A.......	0,3922	763,2	48,90	AcB → AcC	16,32 (L_I)	65,22	20
A_a......	0,3949	768,5	49,66	AcB → AcC	15,66 (L_{II})	65,22	2
A_b......	0,4413	858,8	61,22	AcB → AcC	4,01 (M_I)	65,23	5
A_c......	0,4529	881,3	64,29	AcB → AcC	0,94 (N_I)	65,23	1
B.......	1,0000	1946	264,6	AcC → AcC″	85,15 (K)	349,7	100
C.......	1,1085	2157	313,4	AcB → AcC	90,42 (K)	403,8	25
D_1......	1,1547	2247	334,4	AcC → AcC″	15,29 (L_I)	349,7	40
D_2......	1,1562	2250	335,2	AcB → AcC	90,42 (K)	425,6	20
D_a......	1,1792	2295	346,0	AcC → AcC″	3,7 (M_I)	349,7	5
D_b......	1,1852	2306	348,8	AcC → AcC″	0,9 (N_I)	349,7	1
D_c......	1,2958	2522	387,5	AcB → AcC	16,32 (L_I)	403,8	3
D_d......	1,3122	2544	409,4	AcB → AcC	16,32 (L_I)	425,7	5
D_e......	1,3373	2602	421,7	AcB → AcC	4,01 (M_I)	425,7	5
E.......	1,9552	3805	739,0	AcB → AcC	90,42 (K)	829,4	10
E_a......	2,0942	4075	813,2	AcB → AcC	16,32 (L_I)	829,5	2

(1) J. Surugue, *Journ. de phys.*, 6, 1935, p. 94.

(2) Hahn et L. Meitner, *Zeits. für Phys.*, 34, 1925, p. 795; Sze-Shih-Yuan, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 773. T. Graf, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 238.

(3) M. Curie et S. Rosenblum, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1598.

On a pu mettre en évidence une nouvelle raie de grande énergie (813 ekV) confirmant l'existence du rayonnement pénétrant signalé par Graf (*loc. cit.*) et son attribution à la transformation AcB → AcC.

Le calcul des énergies a été fait en adoptant pour le rapport e/m_0 la valeur $1,761.10^7$ U. E. M.

La notation adoptée pour les raies est conforme à la nomenclature proposée par Ellis [1]; les deux raies fortes D_1 et D_2 constituant un doublet, étant difficiles à séparer visuellement, ont été désignées par une lettre commune parce qu'on peut considérer leur ensemble comme un repère commode, pouvant être noté D.

Les produits HR sont connus en valeur absolue avec une précision d'environ 1/1000e et il semble qu'on puisse compter pour l'énergie des rayons γ sur une précision de 2 à 3 pour 1000.

Les intensités relatives sont déterminées avec une très mauvaise précision.

Les rayonnements γ déduits de cette analyse ont donc, pour la transformation AcB → AcC les énergies (en ekV) et les longueurs d'onde (en unités X) suivantes :

	γA.	γC.	γD_2.	γE.
Énergie.........	65,22	403,8	425,7	829,5
Longueur d'onde.	189,2	30,55	28,97	14,88

Ces nombres semblent bien indiquer trois des niveaux d'énergie nucléaires de AcB ($\gamma E = \gamma C + \gamma D_2$), mais sont insuffisants pour construire un système complet.

La transformation Ac → AcC'' ne fournit que le rayonnement γB de 350 ekV ($\lambda = 35,3$ U. X.), en accord avec l'étude de la structure fine des rayons α, qui donne une énergie de 353 ekV, mais qui ne comporte pas une précision très supérieure à 1 pour 100.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le diagramme de solidification des alliages cuivre-zinc.* Note [2] de MM. **Witold Broniewski**, **J. T. Jablonski** et **St. Maj**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'étude des propriétés physiques [3] des alliages cuivre-zinc à la température ambiante précise l'existence des combinaisons CuZn, $CuZn^2$

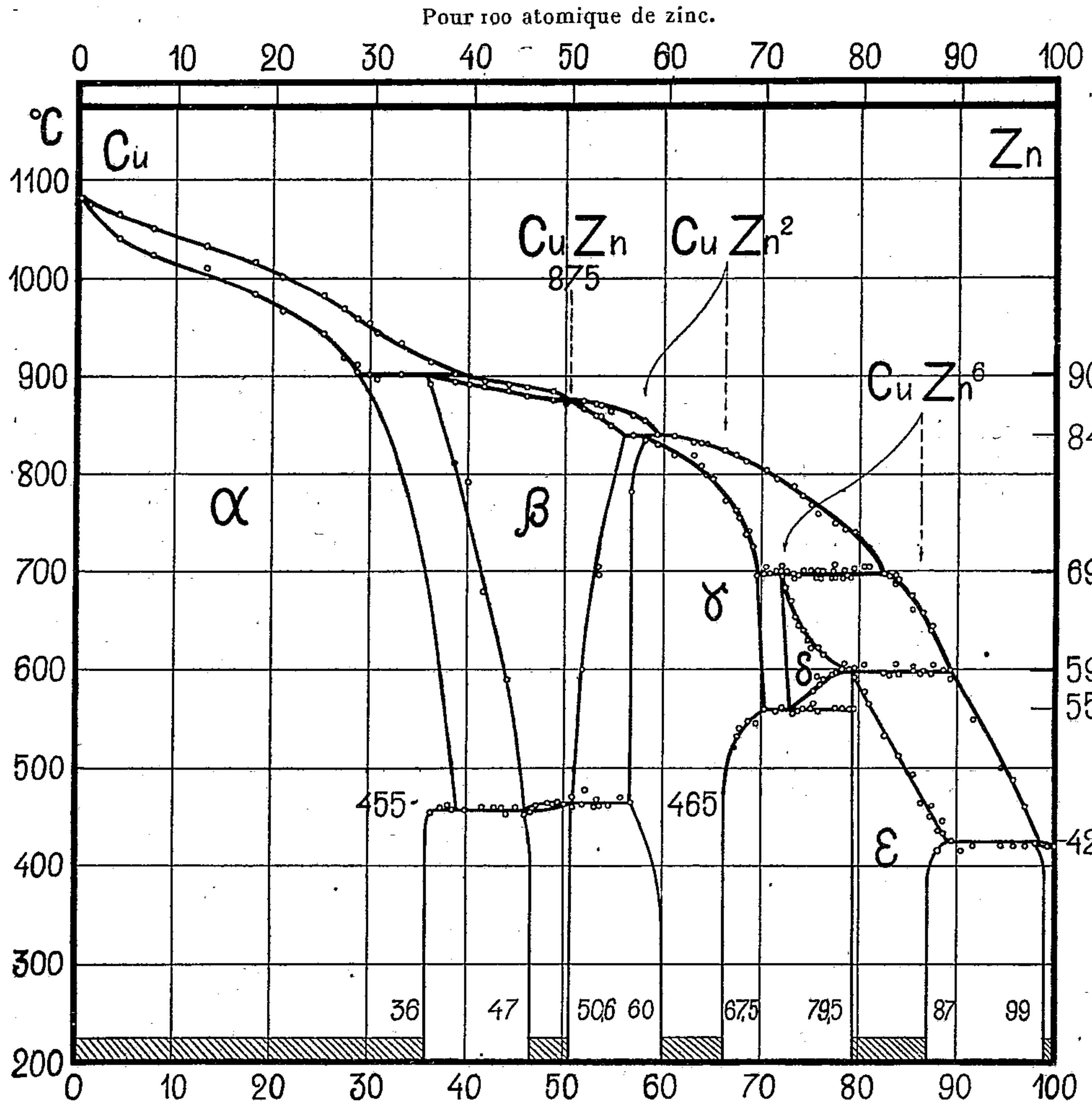
(1) *Nature*, **129**, 1932, p. 276.

(2) Séance du 27 janvier 1936.

(3) Broniewski et Strasburger, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1412; *Revue de Métallurgie*, **28**, 1931, p. 19 et 79.

et $CuZn^6$. Les nombreux diagrammes d'analyse thermique, dont les plus importants sont dus à MM. Tafel (1908), Imai (1922), Bauer et Hansen (1927), Ruer et Kremers (1929), paraissent indiquer plutôt la combinaison Cu^2Zn^3. Ordinairement, on se contente de mentionner les phases (α, β, γ) de ces alliages sans préciser leurs nature.

Pour 100 atomique de zinc.



Pour 100 de zinc en poids.

Diagramme de fusion des alliages cuivre-zinc.

Points singuliers :

Température...	903°.	875°.	840°.	698°.	598°.	559°.	465°.	455°.	425°.
Pour 100	29	CuZn	56	69,5	79,5	70,5	CuZn	36	89
de Zn	36	–	58	72	89	73	57	39	98
en poids.	40	–	59,5	82,5	–	79,5	–	46	–

Notre étude a été faite dans les mêmes conditions que celle des alliages cuivre-étain, décrite dans la Note précédente. Les alliages étaient homogénéisés par un recuit à 400°, de 500 heures pour l'analyse thermique et de 2000 heures pour l'étude des points critiques. L'échauffement était conduit au four à résistance électrique à une vitesse de 5 à 10° par minute. Les courbes température-temps furent enregistrées par l'appareil Le Chatelier-Broniewski; pour l'étude des transformations à l'état solide cet appareil était monté en galvanomètre double permettant l'application de la méthode Roberts-Austen.

Les résultats de notre étude sont reproduits sur la figure ci-contre.

La combinaison CuZn fond à la température de 875° et subit vers 465° une transformation allotropique, qui s'étend sur sa solution solide (phase β) entre 465 et 455°.

Afin d'expliquer la présence des deux autres combinaisons, nous adoptons l'interprétation donnée récemment par l'un de nous (BRONIEWSKI, *Congrès international des Mines et de la Métallurgie*, VIIe session, Paris, 1935, p. 219). Le composé $CuZn^2$ apparaît stable au-dessous de la ligne de transition à 840° sur laquelle, au péritectique à 58 pour 100 de zinc se forme sa solution solide limite du côté du cuivre. La solidification du composé $CuZn^2$ commence donc par la précipitation primaire de cristaux de sa solution solide non saturée plus riche en cuivre que le composé, de sorte que le liquide s'enrichit en zinc et agit sur les cristaux précipités pour former le composé par diffusion à l'état solide. Comme tous les alliages, formant la phase γ au solidus, ont le même processus de solidification, la position du composé correspondant à cette phase n'est marquée sur le diagramme par aucun point singulier et l'on ne peut constater la position exacte des combinaisons dans des cas analogues que par l'étude des propriétés électriques, comme cela avait été indiqué déjà pour les alliages étain-antimoine [1].

La combinaison $CuZn^6$ se forme d'une façon parfaitement semblable. Elle devient stable au-dessous de la ligne de transition à 698° où le péritectique à 72 pour 100 de zinc marque la limite de sa solution solide du côté du cuivre (phase δ). Vers 598° la combinaison $CuZn^6$ paraît subir une transformation allotropique qui a lieu dans les solutions solides à des températures plus basses. Cette transformation, comparable à la transformation A^3 des aciers, forme pour la même raison à 559° un eutectoïde à 73 pour 100 de zinc, comparable à la perlite.

---

[1] BRONIEWSKI et SLIWOWSKI, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1615; *Revue de Métallurgie*, 25, 1928, p. 312.

Les solutions solides de la combinaison $CuZn^6$, persistantes au-dessous de sa transformation allotropique apparaissent sous la forme de la phase ε.

L'interprétation, que nous venons de donner à notre diagramme établit un accord satisfaisant entre l'analyse thermique et l'étude des propriétés physiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Causes d'anomalie dans la cinétique de l'oxydation des poudres métalliques.* Note de M. **Gabriel Valensi**, présentée par M. Georges Urbain.

La loi d'oxydation des poudres métalliques [1] s'écrit pour le nickel, pris à la température absolue T et sous la pression de 760^{mm} d'oxygène,

$$F(m) = 2,741 - \sqrt[3]{(1-m)^2} - 1,471\sqrt[3]{(1+0,68m)^2} = \frac{38,14}{\rho_0^2}\, e^{-\frac{22420}{T}}\, t; \tag{1}$$

m est la fraction transformée en t heures; ρ_0, *rayon de la sphère équivalente*, est un paramètre caractéristique de la poudre étudiée.

La formule (1) a été vérifiée sur des limailles préalablement *polies* par frottement dans un broyeur à billes et triées par tamisages. J'étudierai maintenant des poudres moins régulières, en suivant, dans chaque cas envisagé, l'évolution chronométrique de la fonction $F(m)$.

I. *Irrégularités superficielles* : *a. Dépolissage.* — Une limaille brute présente sur sa surface de petites aspérités visibles au microscope. La figure 1, obtenue avec des grains de 105^{μ} de grosseur approximative, montre que $F(m)$ varie linéairement, mais que les droites représentatives ne passent pas exactement par l'origine. On peut admettre l'oxydation presque immédiate des points à faible rayon de courbure, particulièrement vulnérables par la surface qu'ils offrent. L'ordonnée initiale, indépendante de la température, correspond à cette première phase de la réaction, qui ensuite se poursuit normalement.

D'autre part, le calcul du rayon équivalent donne $36^{\mu},2$ à 850°C. et $34^{\mu},7$ à 930°C., soit, en moyenne $35^{\mu},5$. L'on voit donc que le *polissage* préalable, dont le rôle est assez faible, pourrait, à la rigueur être omis.

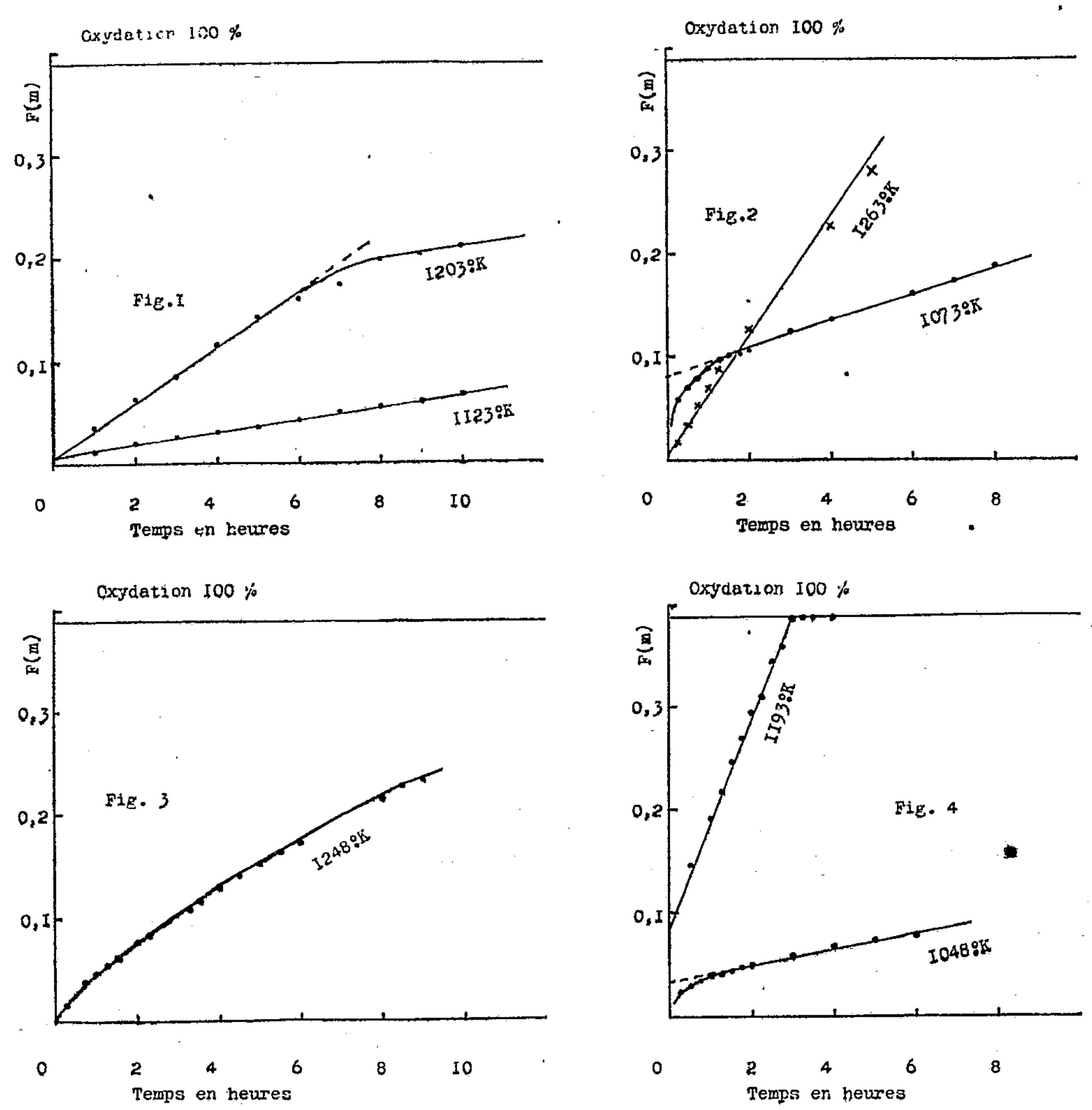
b. Porosité. — Le cas d'un *métal réduit* est en quelque sorte le symétrique du précédent : ce sont des vides, plus ou moins profonds, qui déterminent l'irrégularité de surface.

---

[1] G. Valensi, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 309.

L'oxyde de nickel, provenant de la calcination de nitrate, a été traité à 800° dans un courant d'hydrogène. Le produit obtenu a été fractionné comme plus haut.

La figure 2 indique un comportement bien différent suivant la tempéra-



ture : A 800°C., une courbure accusée pendant la première heure est suivie d'une ascension linéaire. A 990°C., la variation, pratiquement proportionnelle au temps, n'impose à l'origine qu'une ordonnée négligeable. Dans le premier cas, l'oxyde, plus volumineux que le métal dont il dérive, paraît combler rapidement tous les pores; dans le second cas, la porosité aurait déjà disparu, lors du recuit dans le vide à une température nettement plus élevée que la température de réduction.

Le calcul des rayons équivalents (16$^{\mu}$ à 800° et 35$^{\mu}$,5 à 1000°) montre que cette explication est cependant un peu simpliste, et qu'il faut distinguer une porosité fine, seule éliminée par l'oxydation débutante, d'une porosité plus grossière, liée au retrait thermique. C'est de cette dernière que dépendrait la surface spécifique moyenne, et par conséquent le rayon équivalent.

II. *Irrégularités de dimensions.* — La figure 3 se rapporte à la limaille obtenue avec une lime demi-douce de 5 pouces et non triée. Des mesures de *diamètres moyens* dénotent une répartition quasi maxwelienne entre 25$^{\mu}$ et 425$^{\mu}$ avec une fréquence maxima aux environs de 75$^{\mu}$. On remarque une courbure légère, mais systématique, durant toute l'expérience.

Un autre exemple intéressant est fourni par la poudre qui a traversé le plus fin des tamis (n° 300), après triage de la limaille *polie* utilisée dans les expériences antérieures (*loc. cit.*). L'examen microscopique révèle alors deux zones de fréquence : l'une, aux environs du micron, correspond aux parcelles détachées par le polissage; l'autre, aux environs de 50$^{\mu}$, correspond aux grains usés. Or, la figure 4 montre l'oxydation rapide de la partie fine, F(m) variant linéairement après 1 heure à 775°C., et après un temps minime à 920°C. Les rayons équivalents calculés pour la partie massive (15$^{\mu}$,6 et 15$^{\mu}$,7) sont remarquablement concordants. Il faut noter, toutefois, que la proportion de la première espèce, mesurée par l'ordonnée à l'origine, ne semble pas constante : cela peut tenir à sa grande légèreté, qui rend les prises d'essais difficilement comparables.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le vieillissement des goudrons de route en fonction de leur teneur en charbon.* Note de MM. **André Léauté** et **Théodore Vierfond**, présentée par M. Georges Charpy.

En étudiant l'évolution de couches de goudron ayant un demi-millimètre environ d'épaisseur, l'un de nous a montré ([1]) que l'évaporation était la cause principale du *vieillissement* (que caractériserait la perte de plasticité de la pellicule), mais que, si une fine poudre (filler) de charbon était dispersée dans le goudron à la teneur de 40^{g} environ de charbon pour 60^{g} de goudron, l'évaporation était diminuée de 15 à 20 pour 100 et laissait, comme terme final, un résidu plus souple, c'est-à-dire moins vieilli. En raison de l'importance que ce résultat devait avoir pour la technique des revêtements de routes, il importait de vérifier, par une expérience directe sur chaussée, et à l'air libre, une conclusion qui

([1]) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1729.

découlait seulement d'essais de laboratoire, où le goudron avait subi l'évaporation en étuve, à 70° C., et avait été soustrait à l'effet de la circulation des véhicules.

En vue de ce contrôle, deux tronçons de macadam non protégé sur le chemin de grande communication n° 13, ont été, entre le 14 et le 18 octobre 1933, revêtus, l'un de goudron, l'autre de goudron-charbon, dans des conditions absolument semblables sous le point de vue substratum, de la température d'épandage et du gravillonnage. Le premier tronçon, au point métrique 9400, a reçu, par mètre carré, 2^{kg} de goudron et $21^{kg},75$ de gravillons porphyriques; le second au point métrique 11300 a reçu, par mètre carré, $2^{kg},1$ de goudron-charbon et $21^{kg},75$ du même gravillon. Un échantillon, analysé par le laboratoire de l'École des Ponts et Chaussées, du goudron employé tenait 1,6 pour 100 de phénol, 7 pour 100 de naphtaline et 9,4 pour 100 d'insoluble dans le sulfure de carbone; l'eau totale était de 0,25 pour 100, la consistance E.P.C. de 62 secondes à 18° C.; le poids spécifique était égal à 1,2, la distillation fractionnée donnait 0,2 pour 100 d'huiles légères, 15 pour 100 d'huiles passant entre 170 et 270° et 9,3 pour 100 d'huiles passant entre 270 et 320°. Le goudron-charbon contenait 38,3 pour 100 de filler de charbon et 61,7 pour 100 du goudron ci-dessus.

A deux reprises, le 13 juin 1934 et le 28 mars 1935, soit 9 mois et 19 mois et demi après l'épandage, un prélèvement de 1^{m^2} environ a été effectué sur chaque chaussée. Les essais ont consisté à détacher une portion de chaque morceau de revêtement ainsi prélevé, à la débarrasser du substratum calcaire adhérent, à déterminer après séchage à 60° pendant 4 jours l'extractible au Soxlhet par le sulfure de carbone et, sur le résidu de l'extraction, la perte au feu, c'est-à-dire le total de l'insoluble du goudron et du filler de charbon. Comme les chiffres varient d'un point à l'autre de chaque morceau de revêtement, toutes les déterminations ont été répétées trois fois et l'on a pris la moyenne des trois chiffres obtenus. On a vérifié que le porphyre seul, après séchage, ne donnait ni extractible ni perte au feu appréciables.

Les résultats sont consignés dans le tableau que voici, en centièmes du poids de chaque portion analysée :

Revêtement au goudron.			Revêtement au goudron-charbon.		
Extractible.	Perte au feu.	Total.	Extractible.	Perte au feu.	Total.
Valeurs initiales (calculées).					
7,6	0,8	8,4	5,0	3,8	8,8
Après 9 mois.					
6,3-5,1-4,0 Moy. 5,1	9,6-8,1-11,6 Moy. 9,7	14,8	5,6-5,6-4,1 Moy. 5,1	11-8,9-10,1 Moy. 10	15,1
Après 19,5 mois.					
3,5-3,5-3,2 Moy. 3,4	10,4-9,3-11 Moy. 10,2	13,6	3,7-3,2-3,3 Moy. 3,4	12,7-13,5-11,6 Moy. 12,6	16,0

Ces chiffres apportent d'utiles précisions sur le comportement des revêtements en service. Le tapis goudronné, qui en forme la partie supérieure, subit, au cours de son existence, trois modifications principales : *a*, perte de poids du gravillon par bris et usure; *b*, perte de poids du liant par évaporation et arrachement; *c*, transformation du liant par accroissement de sa partie insoluble au dépens de sa partie extractible au sulfure de carbone. Le tableau ci-dessus permet de conclure que :

1° Dans les neuf premiers mois, la perte de gravillon par bris et usure dépasse beaucoup, pour les deux revêtements, la perte de liant; le tapis s'enrichit en liant de 75 pour 100 environ. L'observation du revêtement montre que cette évacuation de près de la moitié du gravillon s'opère surtout par brisure du fait du cylindrage et de la circulation, puis par arrachement consécutif du centre des cailloux, les portions au contact du liant restant en place.

2° Entre 9 et 19,5 mois, l'appauvrissement rapide du revêtement en gravillons a cessé. Au cours de cette période, les deux revêtements se distinguent : dans le premier, au goudron seul, la perte de liant devient plus forte que celle du gravillon et la richesse en liant s'abaisse, tandis que l'inverse se produit dans le revêtement au goudron-charbon. Cette différence peut s'expliquer soit par une moindre perte de gravillons enchâssés dans le goudron-charbon, soit par une moindre évaporation de ce dernier; les expériences de laboratoire rappelées plus haut font présumer que le second facteur doit être prépondérant, mais les mesures actuelles ne permettent pas de conclure définitivement sur ce point.

3° Au cours de la première période, il se produit pour les deux revêtements, un accroissement considérable de la portion du liant insoluble au

sulfure de carbone; mais l'augmentation est beaucoup plus grande dans le cas du goudron seul. Il semble que le goudron employé seul, engendre à ses dépens, dans les premiers mois après l'épandage, assez d'insoluble pour se trouver dans un état analogue à celui du goudron-charbon.

4° L'extractible, rapporté au poids total : liant + gravillon, prend au cours de la première période et pendant la seconde des valeurs égales pour les deux revêtements. Rapporté à sa propre valeur initiale, l'extractible après 19,5 mois, n'a baissé que de 32 pour 100 dans le goudron-charbon contre 55 pour 100 dans le goudron seul.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'autoxydation des hydroxydes de fer, manganèse et cobalt.* Note de M. **Jean Herman**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons décrit (¹) un appareil pour l'étude des vitesses d'autoxydation en milieu hétérogène et indiqué les particularités de l'oxydation des hydroxydes de fer, manganèse et cobalt, précipités par un excès d'alcali.

Quand le sel métallique est, au contraire, en excès par rapport à l'alcali, on obtient des résultats différents. Avec le mode opératoire indiqué (¹), nous avons étudié, pour chaque cas, le diagramme $m = f(t)$ traduisant les variations de la masse d'oxygène absorbée m en fonction du temps t.

Hydroxyde ferreux. — La quantité d'oxygène fixée croît proportionnellement au temps, diagramme rectiligne, pour atteindre, en moins de 2 minutes, une valeur limite. Cette limite croît avec la dose d'alcali c'est-à-dire avec la quantité de métal précipité et dépasse légèrement la valeur qui correspondrait à la transformation du précipité en sel ferrique. Le sel ferreux en excès, non précipité et non oxydé, peut se doser au permanganate, et ce titrage contrôle la mesure du volume gazeux absorbé.

En opérant sur 4,95 millimolécules de sulfate ferreux, on a obtenu les résultats ci-après :

Alcali employé (en millimolécules KOH)	6	8
Fer précipité (en milliatomes)	3	4
Oxygène nécessaire pour Fe^2O^3 (en mg)	24	32
Oxygène fixé en 30 secondes (en mg)	15	14,8
Oxygène fixé en 2 minutes	27,1-27,2-27,3	33,6-34,2-34,5
Oxygène fourni par MnO^4K : observé	11,5-12,0-11,6	5,0- 4,8- 4,95
» calculé	12,5-12,4-12,3	6,0- 5,4- 5,1

(¹) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1474.

Hydroxyde manganeux. — Après une absorption rapide qui dure environ une minute, la réaction continue lentement et proportionnellement au temps, diagramme rectiligne, pour s'arrêter à une limite qui corres pond sensiblement au passage à l'état manganique de la partie précipitée.

Les expériences suivantes ont porté sur 5,1 millimolécules de SO^4Mn :

Alcali employé (en millimolécules KOH)	6	8	10	12 (excès)
Manganèse précipité (en milliatomes)	3	4	5	5,1
Oxygène nécessaire pour Mn^2O^3 (en milligr.)	24	32	45	40,8
Oxygène fixé en 1 minute	9,6	14,8	33	35,2
» 1,30 minute	9,9	16	36	48,5
» 5 minutes	12	19,2	42	58
» 30 minutes	19	28	45	62
» fin de réaction	25	32	45	62

Dans les deux premières séries, la réaction ne s'achève qu'après plusieurs heures. La dernière colonne du tableau rappelle que si l'alcali est en excès, le stade Mn^2O^3 est largement dépassé.

Hydroxyde cobalteux. — Avec un excès de sel cobalteux, la potasse donne un précipité vert franc, bien différent du produit bleu violet, virant au rose, qu'on obtient avec un excès d'alcali. Cette forme verte n'est guère oxydable dans nos conditions expérimentales.

Avec 5 millimolécules de SO^4Co et 8 millimolécules KOH, on ne fixe en 1 heure que $2^{mg},4$ d'oxygène tandis qu'on en fixe près de 40 dans le même temps en présence de 55 millimolécules de KOH.

En résumé, le manque d'alcali, s'il ne modifie guère l'allure de l'autoxydation de l'hydroxyde ferreux, abaisse la limite d'oxydation de l'hydroxyde manganeux et arrête presque toute réaction dans le cas du cobalt.

Nos résultats obtenus avec les sulfates métalliques, se retrouvent identiques si l'on utilise les chlorures correspondants.

CHIMIE MINÉRALE. — *Recherches sur la cyanamide de magnésium.* Note [1] de MM. **Adrien Perret** et **Roger Perrot**, présentée par M. Georges Urbain.

A partir de solutions de diphénylmagnésium dans l'éther, nous avons réussi à obtenir des échantillons de cyanure de magnésium anhydre atteignant une teneur de 80 pour 100 en $Mg(CN^2)$. Nous en avons examiné

(1) Séance du 20 janvier 1936.

l'évolution sous l'action de chauffages effectués sous vide à différentes températures. Au delà de 300° C., on observe une transformation graduelle en cyanamide. Au-dessus de 600°, il y a décomposition complète. Nous avons observé également que, dans la dégradation thermique du ferrocyanure de magnésium, il se forme de la cyanamide, mais on ne peut guère en déceler la présence au-dessous de 450° C.

Dans ces recherches il est nécessaire d'adopter un mode opératoire conforme aux propriétés particulières de cette cyanamide. Si l'on utilise la méthode classique préconisée dans le cas des cyanamides alcalines ou alcalino-terreuses, on n'obtient que des résultats incertains et sûrement incapables de fournir une mesure de la teneur en ce composé. Par comparaison avec les cyanamides citées plus haut $MgCN^2$ est peu soluble. Il est nécessaire de procéder à une extraction à l'acide nitrique dilué. En principe ce mode opératoire semble entaché d'une erreur due à l'hydrolyse de la cyanamide par action de l'acidité de milieu. Or l'erreur n'excède pas 1 à 2 pour 100 si l'on opère rapidement.

L'application systématique de cette extraction acide aux produits de dégradation thermique du ferrocyanure de magnésium nous a montré qu'au voisinage de 530°C., la cyanamide de magnésium peut atteindre une teneur de 34,5 pour 100 (1). Cette valeur montre que la presque totalité du cyanure de magnésium provenant de la rupture du complexe est transformée en cyanamide.

La teneur indiquée plus haut a été observée après chauffage de 24 heures à 530°.

Ces résultats nous ont engagés à examiner l'évolution de la dicyanimide de magnésium sous l'action de la température.

Pour 1g de $Mg(N(CN)^2)^2$ anhydre maintenu 6 heures à 500-510° la teneur en cyanamide atteint 29,5 pour 100. Le produit est exempt de cyanure. Cette transformation s'accompagne de dégagement d'azote et de libération de carbone. Porté ensuite 9 heures à 750°, le dégagement d'azote continue et la teneur en cyanamide monte à 55,5 pour 100. Maintenue encore 12 heures à cette même température la cyanamide disparaît graduellement. On n'en dose plus que 2,5 pour 100. L'opération ayant été conduite dans le vide entre 0,1 et 10mm de Hg, il est clair que cette cyanamide se décompose en ses éléments comme celle qui s'obtient à partir du cyanure de magnésium. En effet, la teneur en

(1) Nous avions signalé l'apparition de cyanamide au cours de cette dégradation (*Bull. Soc. chim. France*, 4e série, 53, 1933, p. 283). Mais, utilisant seulement la méthode d'extraction à l'eau à 40°, nous n'en avions dosé que de 2 à 3 pour 100. Par contre avec les échantillons maintenus longtemps à 500°, la réaction devenait négative, par suite de la rétrogradation de l'hydrophylie consécutive au chauffage prolongé.

azote total de la matière isolée est égale à la valeur correspondant à l'azote de la cyanamide dosée.

Ces résultats nous ont engagés à faire une étude détaillée de l'action du chlorure de magnésium anhydre sur le cyanure de sodium dans l'intervalle de 400 à 800° C.

Une pompe Sprengel reliée à l'appareil nous fournit les prélèvements nécessaires à l'analyse de gaz de réaction, tandis qu'une pompe à huile permet de réaliser nos expériences dans le domaine de pression de 1 à $0^{mm},01$ de Hg.

Dans ce mélange, la formation de cyanamide s'observe déjà vers 400° si la masse de réaction est additionnée de fer réduit. En absence de catalyseur la réaction ne commence que 50° plus haut. Par contre au delà de 500° la formation de cyanamide se fait d'une façon indépendante de la présence du catalyseur. La réaction

$$MgCl^2 + 2NaCN \rightarrow MgCN^2 + C + 2NaCl$$

devient quantitative. Le dégagement d'azote entre 500 et 600° est très faible, mais à partir de 600° il s'intensifie régulièrement tandis que s'abaisse la teneur en cyanamide. Un chauffage d'une heure à 800° la fait disparaître complètement, en cédant la totalité de son azote sous forme moléculaire.

La cyanamide de magnésium est donc un composé peu stable se décomposant en ses éléments à des températures relativement peu élevées. A basse pression il ne semble pas exister de température où l'on puisse espérer réaliser la synthèse du cyanure d'après la réaction

$$MgCN^2 + C \rightleftharpoons Mg(CN)^2.$$

Dans ces mêmes conditions de température et de pression, la stabilité thermique des cyanamides des éléments calcium, strontium et baryum est beaucoup plus grande. La pression d'azote à l'équilibre à 800° est négligeable. En présence de carbone libre, lorsque la température s'élève, la perte d'azote s'accompagne de formation de carbure. Aucun des produits de dégradation de la cyanamide de magnésium n'a présenté des traces de carbure.

Ce comportement du composé MgNCN est la conséquence de la fragilité de la liaison magnésium-carbone et de la volatilité de ce métal léger. Ses propriétés rappellent celles des cyanamides des éléments zinc et cadmium. Elles soulignent une fois encore l'existence d'une parenté chimique plus étroite de l'élément magnésium avec le zinc et le cadmium qu'avec les éléments calcium, strontium et baryum.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'hydrolyse des bichloronitrures de phosphore et de leurs amines.* Note de M. **Armand Marie de Ficquelmont**, présentée par M. Marcel Delépine.

On connaît quelques dérivés des bichloronitrures de phosphore $(PNCl^2)^n$ dans lesquels les atomes de chlore sont remplacés en partie ou en totalité par des groupements aminés ou hydroxylés. Ces composés sont les suivants [1] :

Série trimère : $P^3N^3Cl^4(NH^2)^2$; $P^3N^3(NH^2)^6$; $P^3N^3Cl^4(OH)^2$; $P^3N^3O^6H^6$.

Série tétramère : $P^4N^4Cl^6(NH^2)^2$; $P^4N^4Cl^4(NH^2)^4$; $P^4N^4(NH^2)^8$; $P^4N^4O^8H^8$ [2].

Suivant la série à laquelle ils appartiennent, on les prépare à partir du tribichloronitrure de phosphore $P^3N^3Cl^6$ ou à partir du tétrabichloronitrure de phosphore $P^4N^4Cl^8$. L'acide tétramétaphosphimique $P^4N^4O^8H^8$ et les sels de l'acide trimétaphosphimique sont très stables en solution aqueuse. On devrait donc normalement obtenir ces acides par hydrolyse des composés chlorés ou aminés correspondants. C'est bien ce que l'on observe en général, mais j'ai trouvé que les deux dérivés aminés du tribichloronitrure de phosphore sont décomposés par l'eau suivant un mécanisme différent et cette Note a pour but de montrer que l'acide trimétaphosphimique ne se forme pas au cours de l'hydrolyse de la chloramine $P^3N^3Cl^4(NH^2)^2$.

L'action de l'eau sur les bichloronitrures de phosphore et sur leurs chlorhydrines a été étudiée par Stokes qui a préparé ainsi pour la première fois les acides métaphosphimiques. J'ai constaté que les trois amines de la série tétramère s'hydrolysent de la même manière que les chlorhydrines. On recueille alors de l'acide tétramétaphosphimique, soit à l'état de sel acide, soit à l'état de sel neutre d'ammonium, et les équations de décomposition sont les suivantes :

$$P^4N^4Cl^6(NH^2)^2 + 8H^2O = P^4N^4O^8H^6(NH^4)^2 + 6HCl,$$
$$P^4N^4Cl^4(NH^2)^4 + 8H^2O = P^4N^4O^8H^6(NH^4)^2 + 2NH^4Cl + 2HCl,$$
$$P^4N^4(NH^2)^8 + 8H^2O = P^4N^4O^8H^4(NH^4)^4 + NH^4OH.$$

(1) Voir Stokes, *American Chemical Journal*, **17**, 1895, p. 275; **18**, 1896, p. 629; **18**, 1896, p. 780; H. Moureu et A. Marie de Ficquelmont, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1417; H. Moureu et P. Rocquet, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1691; A. Marie de Ficquelmont, *Comptes rendus*, **200**, 1936, p. 1045.

(2) Des chlorhydrines tétramères existent mais elles n'ont pas encore été isolées.

Par hydrolyse de la chloramine trimère $P^3N^3Cl^4(NH^2)^2$ je pensais pouvoir préparer les sels de l'acide trimétaphosphimique; or, en agitant une solution éthérée de cette amine avec une solution d'acétate de sodium, il se forme le sel de sodium d'un autre acide phosphoazoté : j'ai identifié cet acide, par l'ensemble de ses propriétés et par l'analyse du sel obtenu, avec l'acide diimidotriphosphorique, $P^3N^2O^8H^7$. Par conséquent, au lieu de la réaction attendue

$$P^3N^3Cl^4(NH^2)^2 + 5CH^3COONa + 8H^2O = P^3N^3O^6H^3Na^3 + 2NH^4Cl + 2NaCl + 5CH^3COOH,$$

c'est la réaction

$$P^3N^3Cl^4(NH^2)^2 + 4CH^3COONa + 8H^2O = P^3N^2O^8H^4Na^3 + 3NH^4Cl + NaCl + 4CH^3COOH$$

qui s'effectue. Notons qu'elle fournit une bonne méthode de préparation de l'acide diimidotriphosphorique sur la constitution duquel je reviendrai.

Cet acide avait été signalé par Stokes parmi les produits de la décomposition, en milieu acide, de l'acide trimétaphosphimique lequel pourrait alors être considéré comme un composé se formant intermédiairement dans la réaction précédente. Mais cette hypothèse n'est pas admissible : dans les conditions de l'expérience, en effet, les acides diimidotriphosphorique et trimétaphosphimique sont aussi stables l'un que l'autre et, tandis que la transformation de la chloramine $P^3N^3Cl^4(NH^2)^2$ en acide diimidotriphosphorique paraît être intégrale (le rendement en produit purifié dépasse 80 pour 100), la décomposition de l'acide trimétaphosphimique ne fournit jamais que de faibles quantités d'acide diimidotriphosphorique. D'autre part, alors que l'hydrolyse des chloramines tétramères, comme celle des chlorhydrines trimères et tétramères, ne demande que quelques heures, celle de la chloramine trimère est beaucoup plus lente : au bout d'un mois, on peut encore récupérer le tiers du produit traité. Cette différence inattendue de stabilité doit correspondre à des mécanismes différents d'hydrolyse.

Le caractère particulier de la chloramine trimère paraît être dû à l'introduction de groupements NH^2 dans la molécule du tribichloronitrure de phosphore, car l'amine trimère $P^3N^3(NH^2)^6$ s'hydrolyse en donnant naissance à des composés de nature encore inconnue, parmi lesquels on ne retrouve pas non plus l'acide trimétaphosphimique. Les groupes NH^2 de la chloramine sont fixés très solidement au noyau de la molécule et ils aug-

mentent beaucoup la stabilité de l'ensemble. Comme la chlorhydrine $P^3N^3Cl^4(OH)^2$ donne directement naissance à l'acide trimétaphosphimique, suivant l'équation

$$P^3N^3Cl^4(OH)^2 + 4H^2O = P^3N^3O^6H^6 + 4HCl,$$

elle ne peut pas être, d'après ce qui précède, un composé intermédiaire dans le passage de la chloramine à l'acide diimidotriphosphorique. Il est possible que l'hydrolyse porte d'abord sur les atomes de chlore, mais il est évident que la transformation des groupes aminés en ions ammoniums doit s'accompagner d'une modification plus ou moins profonde du noyau lui-même de la molécule.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'organomagnésien du pentaméthylbenzène.* Note de M. **Henri Clément**, présentée par M. Marcel Delépine.

Continuant mes recherches sur les nouvelles synthèses des organomagnésiens du pentaméthyl- et de l'hexaméthylbenzène, j'ai préparé ces deux hydrocarbures en faisant réagir, en présence de chlorure d'aluminium, le chlorure de méthyle, non plus sur le benzène, mais sur le xylène.

L'opération demande 24 heures; en prenant 4 molécules de xylène, elle donne 3 parties de dérivé penta- pour 1 partie de dérivé hexaméthylé. Ces produits se séparent facilement par distillation fractionnée.

Dans ma première Note [1] j'ai étudié quelques applications du magnésien du bromopentaméthylbenzène, préparé suivant la méthode d'entraînement exposée par M. Grignard [2].

Voici, en abrégé, les nouveaux résultats obtenus :

1° Le chlorure d'acétyle m'a conduit à la *pentaméthylacétophénone* $(CH^3)^5C^6.CO.CH^3$, corps cristallisé en petit bâtonnets fusibles à 110°. J'ai caractérisé cette cétone en préparant son *oxime* et sa *semicarbazone*. Ces deux corps cristallisent en octaèdres. Leurs analyses sont en accord avec la théorie.

Analyse de ladite cétone. — Trouvé : $C = 81,6$; $H = 9,3$. Calculé pour $(CH^3)^5C^6.COCH^3$; $C = 82,10$; $H = 9,47$. Cryoscopie dans l'acide acétique:

(1) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 665.

(2) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 625.

trouvé 187; calculé 190. Dans cette analyse comme dans les suivantes, nous avons un déficit sur le carbone. Ceci est dû, sans doute, à ce que le noyau benzénique entièrement substitué est extrêmement difficile à brûler complètement.

Le rendement n'a été que de 38 pour 100 car il se forme 17 pour 100 d'un alcool tertiaire mixte, le *pentaméthylphényl-méthyl-éthylcarbinol*, fusible à 52°, ce corps provenant de l'action du bromure d'éthyle-magnésium initial sur la cétone précédente.

Analyse. — Trouvé : C = 81,1; H = 10,2. Calculé pour $(CH^3)^5C^6.C(OH)(CH^3)(C^2H^5)$: C = 81,81; H = 10,90. Cryoscopie dans l'acide acétique : trouvé 209; calculé 220.

2° Le chlorure de benzoyle s'arrête à la première phase, comme le chlorure d'acétyle, et donne la *pentaméthylbenzophénone*, corps cristallisé en longues aiguilles fusibles à 125°. J'ai obtenu son *oxime* et sa *semicarbazone*. Les deux corps cristallisent en octaèdres dans l'alcool.

Analyse. — Trouvé : C = 84,9; H = 7,6. Calculé pour $(CH^3)^5C^6.CO.C^6H^5$: C = 85,71; H = 7,93. Cryoscopie dans l'acide acétique : trouvé, 243; calculé, 252.

Le rendement a été de 35 pour 100. Ce corps donne aussi 14 pour 100 d'un alcool tertiaire mixte, le *pentaméthylphényl-phényl-éthyl-carbinol*, fusible à 49°.

Analyse. — Trouvé : C = 84,1; H = 8,9. Calculé pour $(CH^3)^5C^6.C(OH)(C^2H^5)(C^6H^5)$: C = 85,10; H = 9,21. Cryoscopie dans l'acide acétique : trouvé, 263; calculé, 282.

3° Avec le formiate d'éthyle nous avons rencontré la même anomalie que pour les deux corps précédents. La réaction, en effet, ne va pas jusqu'à l'alcool tertiaire, mais s'arrête à la première phase. Elle conduit ainsi à la *pentaméthylbenzaldéhyde*, corps cristalisé en aiguilles, fusibles à 130°,5. Le rendement a été de 34 pour 100.

Analyse. — Trouvé : C = 80,7; H = 8,7. Calculé pour $(CH^3)^5C^6.CHO$: C = 81,81 : H = 9,09. Cryoscopie dans l'acide acétique : trouvé, 166; calculé, 176.

Ce corps donne les réactions de Schiff et de la résorcine. Son *oxime* et sa *semicarbazone* cristallisent en octaèdres dans l'acool, comme celles de la pentaméthylacétophénone et de la pentaméthylbenzophénone.

4° L'acétate d'éthyle, déjà étudié dans ma première Note (*loc. cit.*) se comporte comme le chorure d'acétyle. Le benzoate d'éthyle donne les mêmes réactions que le chlorure de benzoyle.

Bien entendu, dans toutes ces préparations, j'ai dû tenir compte, pour la quantité de réactif à ajouter au magnésien, de la présence, pour moitié du

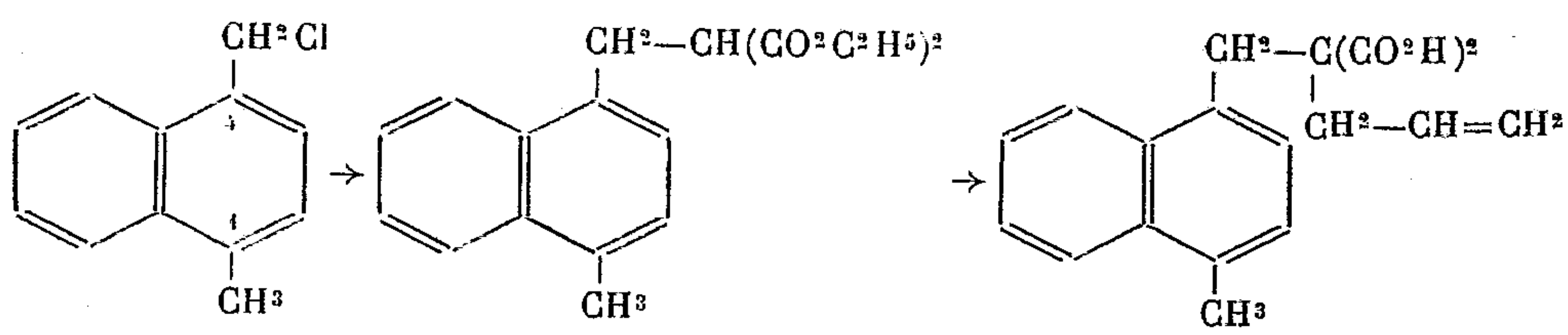
bromure d'éthylmagnésium. Mais la différence de propriétés entre les produits engendrés par les deux magnésiens est tellement grande qu'il n'y a aucune difficulté à les séparer. Les détails de ces opérations seront d'ailleurs décrits dans un autre recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de l'acide 1.9-diméthyl-3-carboxy-tétrahydrophénanthrénique et du 1.9-diméthyl-phénanthrène.* Note de MM. **Georges Darzens** et **André Lévy**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons donné (1) la préparation du 1-méthyl-4-chlorméthyl-naphtalène ; ce nouveau dérivé chlorméthylénique nous a permis d'accéder facilement au 1.9-diméthyl-phénanthrène grâce à notre méthode générale de synthèse de dérivés tétrahydrophénanthréniques par cyclisation des acides allyl-naphtyl-méthylacétiques (2).

A cet effet nous avons condensé le dérivé chlorméthylénique (I) avec l'ester malonique sodé suivant notre technique habituelle, ce qui nous a donné sans difficulté l'ester (II) distillant à 201-203° sous 2mm,5.

Cet ester a ensuite été allylé par l'action du bromure d'allyle sur son dérivé sodé et la saponification de ce dernier ester allylé nous a donné l'acide (III) fondant à 184°,5 après cristallisation dans le benzène.

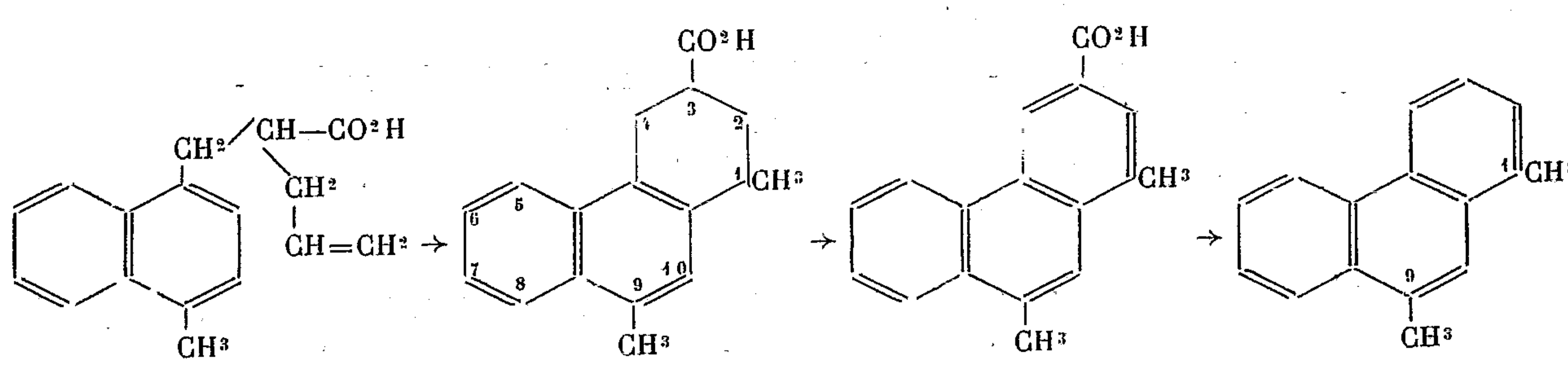


(I) (II). (III).

Chauffé dans le vide vers 190° cet acide se décompose avec dégagement de CO^2 et donne finalement l'acide (IV) fondant à 93°,5 ; mais, dans cette décomposition, il se forme simultanément environ 4 pour 100 de la γ-lactone correspondante qui distille à 204° sous 2mm ; on la sépare de l'acide par un traitement au carbonate de soude comme il est indiqué plus loin. En tant qu'acide allylnaphtylméthylacétique, cet acide (IV) s'est facilement

(1) G. Darzens et A. Lévy, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 73.
(2) G. Darzens et A. Lévy, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2187.

cyclisé en acide tétrahydrophénanthrénique (V) par l'action de trois fois son poids d'un mélange à parties égales d'acides acétique et sulfurique à 40° pendant trois jours. Mais, dans cette opération, il se forme simultanément de la δ-lactone correspondante dans la proportion de 40 pour 100.



(IV). (V). (VI). (VII).

Afin de séparer cette lactone de l'acide cyclisé, le produit de la réaction est neutralisé par un excès d'une solution de carbonate de soude qui dissout l'acide et laisse la lactone qui est extraite à l'éther; l'acide (V) est ensuite précipité par HCl. Cet acide hydrophénanthrénique (V) fond à 201° après cristallisation dans l'acide acétique; quant à la lactone, elle est également cristallisée et fond à 91° après cristallisation dans l'alcool méthylique.

Chauffé avec du soufre à 280-300° l'acide (V) se déshydrogène et donne l'acide phénanthrénique (VI) correspondant fondant à 266°. Si, au contraire, on effectue la déshydrogénation avec le sélénium il faut l'effectuer à 340-350° et il y a simultanément décarboxydation. On obtient alors le 1-9-diméthylphénanthrène (VII) qui, après cristallisation dans l'alcool, se présente sous l'aspect de beaux cristaux blancs fondant à 88°, donnant un picrate fondant à 163°,5 et un styphnate fondant à 181°.

Toutes ces réactions se font facilement, avec un rendement élevé et permettent, par suite, de préparer aisément le 1.9-diméthylphénantrène qui a déjà été obtenu par Haworth et Mavin [1] par un autre procédé. Ces auteurs donnent 87-88° pour le point de fusion du carbure et 160° pour celui du picrate.

---

[1] HAWORTH et MAVIN, *Journ. chem. Soc. London*, 1932, p. 2722.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Nouvelles observations sur la décroissance d'un cristal de calcite dans un milieu isotrope actif; remarque sur les figures de corrosion dans la dolomie.* Note [1] de M. **Louis Royer**.

1. J'ai montré [2] que, dans l'attaque d'un cristal holoèdre de calcite par des solutions concentrées d'acides organiques actifs dans l'eau, on faisait apparaître sur les faces du rhomboèdre $p(100)$ de la calcite des formes hémièdres holoaxes. Ainsi était mis en évidence l'influence de la dissymétrie des solutions actives sur la symétrie des figures de corrosion qui prenaient naissance sur une face $p(100)$ de calcite au cours de l'attaque.

Les essais décrits ci-dessous ont été effectués pour rechercher si cette influence se manifeste également sur des faces de calcite autres que les faces de clivage. A cet effet, je me suis servi de solutions concentrées à chaud des acides tartriques droit et gauche, malique gauche et aspartique gauche dans l'eau. Avec ces solutions, j'ai attaqué diverses faces naturelles de cristaux de calcite de Saint-Andréasberg et de Cornwall, étudié les figures de corrosion produites et comparé ces figures avec celles obtenues par des solutions d'acides inactifs, tels que les acides chlorhydrique et tartrique inactifs.

Les observations ont porté sur les faces $a^1(111)$; $b^1(110)$; $e^2(2\bar{1}\bar{1})$ et $d^1(10\bar{1})$.

2. Sur la face $a^1(111)$, normale à l'axe ternaire, les figures de corrosion sont toujours des triangles équilatéraux quel que soit l'acide employé, que celui-ci soit actif ou inactif. Ces triangles équilatéraux ont dans tous les cas la même orientation : leurs côtés sont perpendiculaires aux trois plans $(10\bar{1})$, $(01\bar{1})$, $(1\bar{1}0)$ qui sont les plans de symétrie du cristal de calcite.

Ainsi contrairement à ce qui se produit avec les faces $p(100)$, les faces $a^1(111)$ ne mettent aucune dissymétrie en évidence lorsque la solution qui les attaque est constituée par un milieu actif.

Il n'y a à cela rien de surprenant; car il est bien entendu que si la corrosion *peut* faire apparaître une dissymétrie, elle ne le fait pas nécessairement.

2. On retrouve d'ailleurs des faits du même ordre quand on étudie la

(1) Séance du 27 janvier 1936.

(2) *Livre Jubilaire Société française de Minéralogie*, 1930, p. 352.

corrosion d'un cristal au moyen d'un liquide inactif. Je n'en donne comme exemple que celui de la dolomie.

La dolomie possède la symétrie ternaire parahémiédre; les trois plans $(10\bar{1})$, $(01\bar{1})$ et $(1\bar{1}0)$ ne sont plus pour elle des plans de symétrie comme cela a lieu dans la calcite ternaire holoèdre. En accord avec ces faits, on a observé depuis longtemps que les figures de corrosion obtenues sur une face $p(100)$ de dolomie avec l'acide chlorhydrique ou azotique sont dissymétriques par rapport au plan $d^1(01\bar{1})$, tandis que sur une face $p(100)$ de calcite ces mêmes figures sont symétriques par rapport à $d^1(01\bar{1})$.

Mais les choses changent si l'on répète les mêmes essais sur une face $a^1(111)$. Aussi bien dans la dolomie que dans la calcite, j'ai obtenu sur $a^1(111)$ des triangles équilatéraux identiques en position dans les deux minéraux. Ces résultats sont d'ailleurs confirmés par l'examen des figures de corrosion naturelle que les faces $a^1(111)$ de dolomie portent très fréquemment. J'en ai observé sur des cristaux de dolomie provenant du Djebel Melah près de Djelfa (Algérie) et de Lengenbach dans le Binnenthal; elles étaient toujours triangulaires et identiques à celles obtenues au laboratoire.

Ces faits montrent que la corrosion des faces $p(100)$ de calcite et de dolomie avec un acide inactif met bien en évidence l'absence de plans de symétrie dans la dolomie et leur existence dans la calcite en accord avec la symétrie réelle des deux minéraux; mais par contre, on voit que les faces $a^1(111)$ des deux sortes de cristaux ne font apparaître lors de la corrosion aucune différence entre la symétrie de la calcite et celle de la dolomie.

3. Sur les faces $b^1(110)$ et $e^2(2\bar{1}\bar{1})$ de la calcite une solution concentrée à chaud d'acides actifs fait naître des figures de corrosion dissymétriques par rapport à la trace du plan de symétrie P normal à la face en expérience. Avec l'acide tartrique inactif, ces figures tout comme avec l'acide chlorhydrique sont symétriques par rapport à ce plan P.

Les faces du prisme hexagonal de seconde espèce $d^1(10\bar{1})$ ne donnent, aussi bien avec les acides actifs qu'avec les acides inactifs, que des figures dissymétriques.

4. Il résulte de ces essais que l'influence de la symétrie du milieu qui attaque le cristal sur la symétrie des figures de corrosion ne se manifeste pas avec les acides employés sur toutes les faces d'un cristal de calcite, mais sur certaines seulement. Ces faces, sensibles à la dissymétrie des

milieux actifs essayés sont dans la calcite celles qui n'admettent comme seuls éléments de symétrie qu'un plan de symétrie P normal à leur direction (rhomboèdres et prisme hexagonal de première espèce.)

GÉOLOGIE. — *Sur la constitution géologique de la province du Phu-Yên (Sud-Annam).* Note (¹) de M. **Edmond Saurin**, présentée par M. Charles Jacob.

Située en bordure de la côte d'Annam entre le Cap Varella au Sud et le Col de Cu-Mong au Nord, la province du Phu-Yên mord sur l'extrémité sud-orientale du massif du Kontum ou massif central indochinois (²).

Surtout formée de roches cristallines, sauf dans sa partie Sud aux abords du massif sud-annamitique, où se trouvent des formations sédimentaires, elle est constituée par les séries suivantes :

1° Des gneiss à biotite, à biotite et hornblende, contenant parfois des intercalations ou des amygdales d'amphibolites, le plus ancien substratum étant formé par des micaschistes à muscovite et sillimanite. Ce complexe, très plissé, montre des directions variables selon les affleurements. Ceux-ci ne constituent d'ailleurs dans le Phu-Yên que des témoins épargnés par les intrusions postérieures.

2° De puissantes masses de granites, dirigées NNW-SSE ou sensiblement N-S, recoupent les formations précédentes. Ces granites, se présentant souvent en bancs lités d'épaisseur variable, ont ainsi une allure gneissique, mais leur structure, hormis certaines zones mylonitisées peu épaisses, est encore franchement granitique. Au microscope, ils montrent de nombreuses recristallisations; ils sont plus ou moins déformés, mais les textures cataclastiques, d'ailleurs recristallisées, ne sont que sporadiquement développées. Ils contiennent de la biotite, parfois du sphène et du grenat; leurs feldspaths prédominants sont le microcline et l'orthose, mais ils renferment aussi des plagioclases et, sans en contenir autant que les granites hercyniens mentionnés ci-dessous, appartiennent encore au groupe monzonitique.

(¹) Séance du 20 janvier 1936.

(²) Voir, pour la partie nord du massif du Kontum, J. H. Hoffet, *Bull. Serv. géol. Indochine*, 20, II, 1933, p. 124 et, pour sa terminaison sud-ouest, E. Saurin, *Bull. Serv. géol. Indochine*, 22, I, 1935, p. 293.

La répartition de ces granites et la phase orogénique dont ils procèdent paraissent avoir exercé sur la structure de la région une influence prépondérante, qui se retrouve encore actuellement dans les directions dominantes N-S et NNW-SSE de son orographie.

Des gabbros doléritiques à amphibole, seulement observés près de Phuoc-Lanh au milieu des granites, appartiennent peut-être au même cycle, mais pourraient aussi se rattacher aux intrusions suivantes; si l'on peut en effet les rapprocher d'ortho-amphibolites existant dans le Binh-Dinh, au Nord de Dinh-Quang et dérivant de la transformation de roches analogues, l'éloignement des localités ne permet encore de considérer cette analogie de composition comme une preuve certaine de l'âge antéhercynien de ces gabbros.

3° Des granites monzonitiques et granodiorites à biotite et hornblende sont intrusifs dans les roches cristallophylliennes mentionnées en premier lieu et en contiennent parfois des enclaves; ils recoupent aussi, en apophyses plus ou moins importantes, les granites lités précédents. Plus frais que ces derniers, peu ou point déformés, ils présentent tous les caractères des granites monzonitiques hercyniens qui forment, plus au Sud, l'ossature du massif sud-annamitique ([1]). A la limite méridionale du Phu-Yên, aux environs nord de Cung-Son, ils métamorphisent d'ailleurs des phtanites à radiolaires, fortement plissés, qui représentent en ce point la terminaison septentrionale des affleurements sédimentaires anté-moscoviens du Sud-Annam méridional ([2]). En dehors de cette zone de contact entre massif sud-annamitique et massif du Kontum, ces granites sont relativement peu abondants dans le Phu-Yên.

4° Une série éruptive, formée d'andésites, dacites et rhyolites avec microgranites, surmonte et recoupe les formations précédentes. Les andésites sont rares et les rhyolites prédominantes. Cette série éruptive, post-hercynienne et antérieure aux *grès supérieurs* liasiques qui, dans la vallée du Song Ca Luy, en contiennent des galets ([3]), se parallélise aisément avec les formations éruptives identiques du Cambodge et du Sud-Annam méridional, se plaçant elles-mêmes entre le début de l'Ouralien et la fin du Trias ([4]).

([1]) E. Saurin, *ibid.*, p. 217.
([2]) E. Saurin, *ibid.*, p. 75.
([3]) E. Saurin, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 332.
([4]) E. Saurin, *Bull. Serv. géol. Indochine*, 22, 1, 1935, p. 348.

5° J'ai précédemment signalé les schistes argileux et les grès du *terrain rouge* norien, les *grès supérieurs* liasiques et les calcaires du Lias supérieur qui, discordants sur l'ensemble des terrains précédents, se trouvent localisés au Sud du Phu-Yên, aux abords de la basse vallée du Song Ba ou Song Da Rang [1].

6° Enfin, après la vaste lacune habituelle en Indochine, les formations récentes sont représentées par des alluvions et par des basaltes.

Les alluvions sont bien développées dans les basses vallées et les deltas du Song Da Rang et du Song Ky Lô, où leur dépôt s'est effectué au cours du Quaternaire et, en majeure partie, au cours du Quaternaire récent [2].

Les basaltes couronnent des plateaux étendus, tel celui de Van Hoa; ils se retrouvent aussi dans les vallées, comme aux environs de Cung Son et, près de Song Cau, forment des coulées qui descendent jusqu'au niveau de la mer.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Un nouveau type de noyau interphasique.* Note de M. **Gérard Gazet du Chatelier**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait aujourd'hui que dans un organe végétal en voie de développement actif, certains noyaux en repos transitoire se distinguent très nettement du stade de noyaux au repos définitif. Ce sont ces noyaux, à caractères très particuliers, correspondant à une intercinèse, qu'on appelle noyaux interphasiques.

En 1931, puis en 1934, les travaux de Eichhorn ont permis d'établir parmi les noyaux interphasiques, deux types généraux très dissemblables : le *type prochromosomique* caractérisé par une substance achromatique homogène et le *type chromocentrique* montrant, au contraire, une structure réticulée.

L'étude détaillée de la mitose du *Sterculia platanifolia* va me permettre de placer à côté des deux catégories précédentes, un troisième type de noyau déjà décrit par Mme J. Doutreligne (1933), mais assimilé par l'auteur

---

(1) *C. R. somm. Soc. géol. de France*, 1935, p. 15-16.

(2) Alors que, non loin de la limite sud-occidentale du Phu-Yên, dans la moyenne vallée du Song Ba, le comblement alluvial a commencé dès la fin du Néogène (E. Saurin, *C. R. somm. Soc. géol. de France*, 1934, p. 184-186).

au type prochromosomique. En effet, en reprenant ici pour ce troisième type, le terme de *noyau euchromocentrique* utilisé par cet auteur comme synonyme de noyau prochromosomique, je veux montrer que les granules chromatiques contenus dans les noyaux du *St. platanifolia* ne sont ni des prochromosomes ni des chromocentres; l'euchromocentre (¹) présente, en effet, des caractères bien déterminés.

La fixation des jeunes racines a été effectuée par la liqueur de Bataillon ainsi que par celle de Helly. Le matériel, débité en coupes de 6 à 10^{μ}, a été coloré par l'hématoxyline de Heidenhain.

Noyau interphasique. — Ce noyau comprend trois éléments bien nets : corps achromatique, nucléole et euchromocentres. Le corps achromatique, ou enchylème nucléaire, a un aspect absolument homogène. On n'y peut reconnaître aucune structure. Le nucléole, presque toujours unique, est volumineux. Il se colore fortement en noir. Enfin, appliqués contre la membrane nucléaire se trouvent un certain nombre de petits grains chromatiques ou euchromocentres, légèrement allongés et épousant plus ou moins étroitement le contour de la membrane du noyau. Certains de ces granules présentent un étranglement parfois très net.

Prophase. — Les éléments précédents ont subi ici des modifications. Le corps achromatique s'est manifestement accru et semble avoir un peu perdu de son homogénéité primitive. Une minutieuse observation ne peut pourtant laisser supposer une structure quelconque.

Par contre, le nombre des euchromocentres visibles a augmenté notablement. De plus, la dualité qui caractérisait quelques-uns d'entre eux précédemment s'étend ici à la plupart.

Les stades immédiatement ultérieurs amènent une nouvelle particularité : l'apparition de traînées achromatiques, incolores, de part et d'autre de chaque euchromocentre. Avec les progrès de la cinèse, ces traînées se chromatinisent graduellement jusqu'à donner un ruban chromatique dans lequel la constriction signalée plus haut disparaît provisoirement. Ce ruban va subir alors une contraction très accentuée de ses extrémités, tandis que l'étranglement médian est de nouveau remis en relief. Chaque masse latérale de la petite haltère se dilate alors et se perfore en son centre. Il s'agit là d'un début de clivage, car chaque petite fenêtre s'allonge ensuite dans l'axe de l'élément et selon les deux sens. Le clivage atteint d'abord la région

(¹) Pour la justification de ce terme, voir V. Grégoire, *Bull. Ac. R. Belgique*, Cl. Sc., 5e série, **17**, 1932, p. 1435-1448.

d'étranglement mais ne tarde pas à gagner les extrémités du chromosome. Les deux éléments restent ensuite accolés l'un à l'autre par toute leur longueur, tandis que la région étranglée s'allonge et prend une forme arquée.

La métaphase se caractérise par une superposition géométrique des chromosomes provenant d'un même clivage, à l'équateur du fuseau; en sorte qu'une vue polaire ne montre que le nombre (diploïde) de 40 chromosomes.

La dissociation anaphasique des chromosomes présente quelques particularités sans intérêt immédiat.

Télophase. — Avant leur arrivée aux pôles, certains chromosomes s'empâtent alors que d'autres ont gardé la forme métaphasique. Cette augmentation de volume de certains éléments se réalise presque uniquement dans les deux extrémités. Ce sont d'ailleurs des régions qui, depuis la fin de la prophase, n'ont cessé d'être plus renflées que le reste.

A leur arrivée aux pôles, tous les chromosomes sont plus ou moins gonflés. A ce moment le noyau s'obscurcit brusquement, mais la teinte uniformément noire se localise bientôt en des endroits précis, situés dans des noyaux-fils symétriquement par rapport au plan équatorial. De plus, à mesure que se constituent ainsi des taches nucléoliniennes destinées à se fusionner pour redonner le nucléole interphasique, les chromosomes se déchromatinisent rapidement pour ne plus laisser, après la reconstitution du noyau, que les organites qui nous ont servi de point de départ.

Avant la reconstitution parfaite du noyau interphasique, les euchromocentres peuvent de nouveau présenter des traînées achromatiques.

Bref, je préfère le terme de euchromocentre à celui de prochromosome, car l'évolution des corpuscules chromatiques du noyau du *St. platanifolia* n'a que très peu d'analogie avec celle décrite par Eichhorn pour les corpuscules du noyau de *Cochlearia officinalis*. Le terme de chromocentre ne convient pas car, d'après Echhorn, il correspond à des granules chromatiques épars sur un réseau chromatique. De plus, lors de la formation des chromosomes, plusieurs de ces chromocentres peuvent parfaitement s'unir pour constituer un chromosome.

L'euchromocentre tient donc du prochromosome, il est le point de départ d'un chromosome et le nombre définitif des euchromocentres correspond à celui des chromosomes. Il tient également du chromocentre et représente, comme ce dernier, une portion d'un chromosome télophasique et les traînées achromatiques qui le prolongent en prophase peuvent figurer une ébauche de réseau achromatique.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Aperçu sur la composition de la sécrétion de* Primula obconica *Hance*. Note de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. Louis Blaringhem.

La nature de la substance excrétée par les poils de *Primula obconica* bien qu'elle ait déjà fait l'objet de recherches n'est pas encore élucidée.

Des documents intéressants sur les caractères microchimiques furent en effet publiés par Nestler et ensuite par Brunswik, mais s'ils décrivent les aspects divers de l'excrétat et son comportement vis-à-vis d'un certain nombre de réactifs ces auteurs ne concluent pas avec précision à la présence de corps définis. Des travaux chimiques furent en outre effectués par Bloch et Karrer qui ont abouti à la conclusion que la sécrétion renfermait une substance qu'ils ont appelé *primine*, corps impossible à classer, dans la formule duquel ($C^{14}H^{18}O^3$ ou $C^{14}H^{20}O^3$) entreraient un groupement oxhydrile et un groupement lactonique.

Nous donnons ci-dessous le résultat de quelques réactions microchimiques que nous avons effectuées sur l'excrétion de cette primevère, qui fournissent des indications sur sa composition.

L'action sulfurique provoque l'apparition d'une teinte jaune, puis rose violacé, dans les cellules sécrétrices; la sécrétion, renfermée dans le réservoir ou extra-cuticulaire, prend une coloration jaune foncé et ensuite rose plus ou moins accentué. En général ces colorations sont très fugaces, la sécrétion étant très soluble dans le réactif, et diffusent dans le liquide. Lorsque la sécrétion résiste un peu plus longtemps à la dissolution elle passe successivement du jaune d'or au rose saumon, puis rose vif, au rouge pourpre ou rouge sang, au vert émeraude et enfin au bleu. Lorsque l'action de l'acide est lente les formes cristallines, existant normalement dans les amas de sécrétion qui s'est écoulée au dehors par rupture de la cuticule, offrent une teinte bleu violacé. L'addition d'une très petite quantité d'alcool à 96° provoque la dissolution de la sécrétion et il se forme de fines aiguilles cristallines qui sont colorées en bleu violacé pâle.

La réaction de Tchugaeff amène une dissolution presque instantanée de la sécrétion sous- ou extra-cuticulaire qui auparavant se colore en rouge; le liquide, au moment de sa dissolution, prend une coloration rouge; le contenu des cellules sécrétrices est rose.

La réaction de Hesse est positive; la dissolution est extrêmement rapide,

la coloration du contenu des cellules sécrétrices fugace, et les gouttelettes de chloroforme sont colorées en rose carminé plus ou moins foncé.

La réaction de Liebermann, pratiquée sur fragments d'épiderme non fixés, suivant la méthode préconisée par Romieu (1), provoque l'apparition dans les cellules terminales et subterminales du poil d'une teinte violacée.

La réaction de Liebermann-Burchard donne un ton rouge à la sécrétion au moment de sa dissolution. On observe parfois lorsque la dissolution est lente une coloration *verte* des amas de sécrétion. Le contenu cellulaire des éléments sécréteurs est rose saumon.

L'acide sulfurique concentré additionné d'acide sélénieux confère avant sa dissolution et surtout au moment de sa dissolution une coloration rouge cerise à la sécrétion ainsi qu'une teinte identique mais plus pâle aux cellules sécrétrices.

La réaction de Mitchell produit en même temps que la dissolution une coloration rouge sang intense de la sécrétion, rose du contenu des cellules terminales et subterminales.

L'anhydride acétique et le chlorure de zinc confèrent à la sécrétion une coloration verte, une coloration rose saumon au contenu cellulaire.

Ces quelques réactions, que nous avons pu appliquer à la sécrétion de *Primula obconica*, avec d'ailleurs d'assez grandes difficultés techniques par suite de la solubilité extrême de cette sécrétion dans l'acide sulfurique, l'anhydride acétique, le chlorure d'acétyle, le chloroforme, et du fait que la réaction ne se produit en général qu'au moment de sa dissolution, permettent de déceler des corps appartenant au groupe des saponosides; en outre il semble qu'on puisse admettre que des stérols entrent également dans la constitution de la sécrétion.

La réaction de Kobert (colorations successives jaune, rouge, vert et bleu en présence d'acide sulfurique), la cristallisation en aiguilles qui se colorent en bleu par l'acide sulfurique, la coloration rouge par le mélange d'acide sulfurique et d'acide sélénieux, la réaction de Mitchell positive sont caractéristiques des saponosides.

D'autre part les réactions de Liebermann et Liebermann-Burchard, de Tchugaeff qui est particulièrement nette, de Hesse, l'action de mélange d'anhydride acétique et de chlorure de zinc indiqueraient la présence de physterols.

Dans les travaux antérieurs, nous n'avons trouvé comme pouvant se

(1) M. Romieu, *C. R. Soc. Biol.*, 92, 1925, p. 787.

rapporter à ces réactions que la mention que font d'abord Nestler de la formation d'aiguilles par évaporation de solutions de la sécrétion dans des solvants et de leur verdissement puis bleuissement en présence d'acide sulfurique, ensuite Brunswik de la dissolution de la sécrétion dans l'acide sulfurique avec coloration bleue; observations fragmentaires de la réaction de Kobert, ces auteurs ne signalant pas les colorations successives que nous avons observées.

Il semble donc que l'on puisse conclure que des saponosides ou des corps chimiquement voisins et sans doute des phytosterols entrent dans la composition de la sécrétion de *Primula obconica*. Les caractères donnés par Bloch et Karrer pour la primine peuvent d'ailleurs se rapporter à une sapogénine (aglycone de saponoside).

AGRONOMIE. — *Sur l'examen des blés et des farines au moyen de l'extensimètre.* Note de M. **Marcel Chopin**, présentée par M. Émile Schribaux.

MM. Nottin et Daron citent [1] la formule (I) actuellement employée dans l'essai de l'extensimètre pour déterminer la quantité d'eau à utiliser en fonction de l'humidité de la farine; ils proposent une autre formule (II) suivant laquelle les pâtes reçoivent la même quantité d'eau totale, ainsi que je l'indiquais dans ma première publication relative à cet appareil.

Ces deux formules sont inégalement sensibles à la teneur en humidité de la farine. La variation de la quantité d'eau ajoutée pour 1 pour 100 d'humidité est de $3^{cm^3},5$ dans le cas de la formule (I), et de $6^{cm^3},1$ dans le cas de la formule (II). Il en résulte que toute cause d'erreur ou de non comparabilité dans la détermination de l'humidité présente une influence sensiblement plus grande avec la seconde formule.

C'est pour cette raison d'ordre pratique, et parce que l'extensimètre est employé non seulement dans les laboratoires mais principalement dans l'industrie, que j'ai été conduit à adopter la formule (I), également déterminée, mais moins sensible aux erreurs fréquemment constatées dans la mesure de l'humidité des farines. Je me réserve du reste de revenir à la formule initiale, si, comme j'ai lieu de le supposer, il est possible pratiquement d'uniformiser les conditions dans lesquelles s'effectuent ces dernières mesures.

---

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1217.

En ce qui concerne les causes de divergences que peuvent apporter ces formules dans les déterminations faites à l'extensimètre par des laboratoires différents, elles ne peuvent apparaître, sous la réserve qui précède, dans le cas le plus général, où des échantillons identiques sont soustraits, par un emballage convenable, à une variation de leur taux d'humidité. Je reviendrai prochainement sur les causes des écarts qui peuvent être constatés, tout au moins sur celles qui ne proviennent pas simplement de négligences opératoires.

MM. Nottin et Daron abordent ensuite l'influence de ces formules de correction sur l'échelle des W des blés. Cette influence existe, mais toute la question est d'en reconnaître l'importance relative. Il est donc indispensable de rappeler que cette échelle est très étendue : de près de zéro à 400 environ. Si, d'autre part, on examine les farines industrielles, étudiées à l'extensimètre avec des taux d'humidité semblables, grâce à l'humidification des blés qui précède la mouture, on constate que l'échelle des W garde une étendue du même ordre. On trouve parfois dans le commerce des farines à peine panifiables, qui ont un W de 30, alors que certaines farines dites de « force » ont des W qui atteignent et dépassent 400.

S'il était vrai enfin que cette question d'humidité jouât le rôle important que leur assignent les auteurs dans le classement des variétés, on devrait constater des W systématiquement plus élevés lorsqu'elles sont examinées à de plus faibles taux d'humidité. Il suffit de se reporter aux centaines d'essais effectués annuellement, par exemple par M. Loeb (Centres Nationaux d'expérimentation) ou par MM. Molle et Dumon (Centre de Crest, Drôme) pour reconnaître l'absence d'une relation entre ces deux facteurs, dans les limites naturelles d'expérimentation.

L'observation de MM. Nottin et Daron relative à cette influence de l'humidité dans le classement des blés à l'extensimètre reste à mon sens justifiée dans les cas extrêmes de blés très secs ou très humides; elle ne présente pas le caractère très général qu'ils on cru devoir lui attribuer.

PHARMACOLOGIE. — *Étude de la fixation de l'alcool sur l'encéphale de rat rendu expérimentalement alcalosique.* Note de Mlle **Jeanne Lévy**, présentée par M. Ch. Achard.

Des expériences antérieures [1] ont montré que le chien et le poisson rendus expérimentalement alcalosiques se montrent hyposensibles à certains hypnotiques et anesthésiques généraux. J'ai entrepris une étude similaire chez le rat anesthésié avec de l'alcool, chez lequel il est possible d'augmenter la réserve alcaline de 15 à 20 pour 100 par injection intraveineuse, soit d'une solution de soude à 1 pour 100, soit d'une solution de carbonate de soude à 2,5 pour 100. Les deux groupes d'animaux recevant ces substances se comportent différemment vis-à-vis de l'alcool.

La dose minimum anesthésique d'alcool chez le rat normal (soit $2^{mg},16$ par gramme), qui reste efficace chez le rat qui reçoit de la soude, demeure inefficace vis-à-vis du rat qui reçoit du carbonate de soude; chez ce dernier animal il est nécessaire d'injecter une dose de $2^{mg},72$ par gramme pour obtenir une anesthésie d'une durée de 3 à 4 minutes. L'animal rendu alcalosique par le carbonate de soude se montre hyposensible à l'alcool dans la même mesure que l'animal accoutumé à l'alcool depuis six mois [2].

Pour tenter de comparer ces deux états et pour pouvoir les opposer à l'hypersensibilité provoquée par l'acidose [3], j'ai étudié la pénétration et la fixation de l'alcool chez le rat rendu expérimentalement alcalosique par une injection intraveineuse de carbonate de soude à raison de $0^{mg},25$ par gramme. Chez ces animaux l'alcool a été dosé dans le sang et le cerveau [4], les animaux étant sacrifiés de 1 à 30 minutes après l'injection, soit de $2^{mg},16$ par gramme d'alcool (dose minimum anesthésique chez le rat normal), soit de $2^{mg},72$ par gramme d'alcool (dose minimum anesthésique chez le rat alcalosique ou chez le rat accoutumé à l'alcool).

---

(1) M. Tiffeneau et D. Broun, *C. R. Soc. Biol.*, 119, 1935, p. 1382; M. Tiffeneau, Jeanne Lévy et D. Broun, *Arch. intern. Pharm. et Therap.*, 38, 1930, p. 463; *Paris Médical*, 20, 1930, p. 502; *C. R. Soc. Biol.*, 112, 1933, p. 1507.

(2) Jeanne Lévy, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 973; *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 17, 1935, p. 47.

(3) Jeanne Lévy, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1069.

(4) Les dosages ont été effectués d'après la technique de M. Nicloux (*Bul. Soc. Chim. Biol.*, 13, 1931, p. 857); chaque chiffre consigné dans le tableau ci-après représente la moyenne d'une série de dosages effectués sur un nombre d'animaux variant de 4 à 7.

Animaux normaux.			Temps après lequel l'animal est sacrifié (minutes).	Animaux alcalosiques.		
Nombre d'animaux utilisés.	Quantité moyenne (gr.) d'alcool pour 100 fixée par le sang.	Quantité moyenne (gr.) d'alcool pour 100 fixée par l'encéphale.		Nombre d'animaux utilisés.	Quantité moyenne (gr.) d'alcool pour 100 fixée par le sang.	Quantité moyenne (gr.) d'alcool pour 100 fixée par l'encéphale.
			a. Injection de $2^{mg},16$ *par gramme* (dose anesthésique liminaire chez le rat normal).			
7	0,361	0,388	1	5	0,330	0,345
5	–	–	3	4	0,287	0,272
6	0,358	0,342	5	5	0,250	0,247
4	0,250	0,241	30	5	0,212	0,207
			b. Injection de $2^{mg},72$ *par gramme* (dose anesthésique liminaire chez le rat alcalosique).			
4	0,420	0,449	1	4	0,388	0,421
6	0,402	0,384	5	6	0,330	0,311

Il ressort nettement de ces chiffres que chez le rat alcalosique l'élimination de l'alcool est, d'une part, plus précoce, d'autre part, plus importante que chez le rat normal. Ce phénomène est dû, sans aucun doute, à l'hyperventilation pulmonaire qui suit l'injection intraveineuse de carbonate de soude; il explique la nécessité d'administrer à l'animal alcalosique une dose plus importante d'alcool que celle qui amène le rat normal au même état anesthésique. Bien que la teneur en alcool du cerveau du rat alcalosique anesthésié ($0^{g},420$) soit supérieure (une minute après l'injection à la teneur en alcool du cerveau du rat normal maintenu dans le même état (0,388) il n'est pas possible, dans les conditions expérimentales utilisées, de conclure à un état d'hyposensibilité cellulaire, car déjà cinq minutes après l'injection d'alcool (au moment du réveil) la teneur en alcool du cerveau du rat alcalosique (0,311) est inférieure à la teneur en alcool du cerveau du rat normal (0,342); elle est d'ailleurs également nettement inférieure à la teneur en alcool du cerveau du rat accoutumé (0,375) chez lequel un état d'hyposensibilité cellulaire a été démontré ([2]).

Conclusions. — 1° La dose minimum anesthésique d'alcool chez le rat normal, reste efficace chez le rat rendu expérimentalement alcalosique par la soude; elle est inefficace chez le rat rendu expérimentalement alcalosique par le carbonate de soude;

2° L'hyposensibilité à l'alcool du rat rendu expérimentalement alcalosique par le carbonate de soude est due à une élimination plus précoce de l'alcool par suite de l'hyperventilation pulmonaire; cet état ne peut être ni comparé à l'hyposensibilité cellulaire observée chez le rat accoutumé à l'alcool ni opposé à l'hypersensibilité cellulaire du rat rendu expérimentalement acidosique.

SPECTROCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les spectres de fluorescence de la deutéroporphyrine et de la pyroporphyrine : structure fine, émission dans le proche infrarouge.* Note de MM. **Ch. Dhéré** et **O. Biermacher**, présentée par M. Louis Lapicque.

La deutéroporphyrine, isolée à l'état pur, en 1926, par H. Fischer (1), est intéressante au point de vue clinique quand il s'agit de dépister les hémorragies occultes, soit gastriques, soit intestinales. Nous avons étudié son spectre de fluorescence, qui n'avait pas encore été déterminé; et nous avons fait la même étude pour la pyroporphyrine XV qui dérive de la chlorophylle, mais qui, par son spectre d'absorption, peut être rattachée aux porphyrines provenant de l'hématine (2). Il est essentiel de dire que nous devons ces échantillons à l'obligeance de M. le professeur Hans Fischer : ce qui donne toute garantie pour la pureté.

Dans l'éther éthylique pur, la structure apparaît avec une netteté et une complexité remarquables. Avec la deutéroporphyrine, à partir de la bande principale (sur λ 623$^{m\mu}$ environ), on observe 6 autres bandes de fluorescence dans l'orangé et le rouge. Les deux petites bandes moyennes (cannelures α et β du type I) sont nettement dédoublées (par rapport au spectre bien connu de la coproporphyrine dans la pyridine), et la lueur près de la bande principale est si bien délimitée qu'elle offre l'aspect d'une petite bande à part (même en solution pyridinique). Le spectre de la pyroporphyrine est très analogue; mais, seule, la cannelure la plus voisine de la bande principale est nettement dédoublée. On distingue ces détails de structure sur les spectres agrandis I et II de la figure 2. Sur la figure 1, nous avons ajouté les spectres obtenus en milieu acide, dont il n'y a d'ailleurs rien de spécial à dire (type II).

L'enregistrement sur plaque infrarouge (*fig.* 2, III) montre que pour la coproporphyrine (C) et la deutéroporphyrine (D), il existe des bandes d'émission supplémentaires. Ces bandes, par rapport à celles de la protoporphyrine (P), sont en général plus réfrangibles. Il en a été ainsi également pour la pyroporphyrine dissoute dans l'éther. Sur le spectrogramme IV (*fig.* 2), on voit les bandes d'émission dans l'infrarouge pour la protopor-

(1) H. Fischer et F. Lindner, *Ztschr. f. physiol. Chem.*, 161, 1926, p. 16.
(2) Cf. l'article de A. Kirstahler dans les *Tabulae Biologicae*, 7, 1931, p. 258.

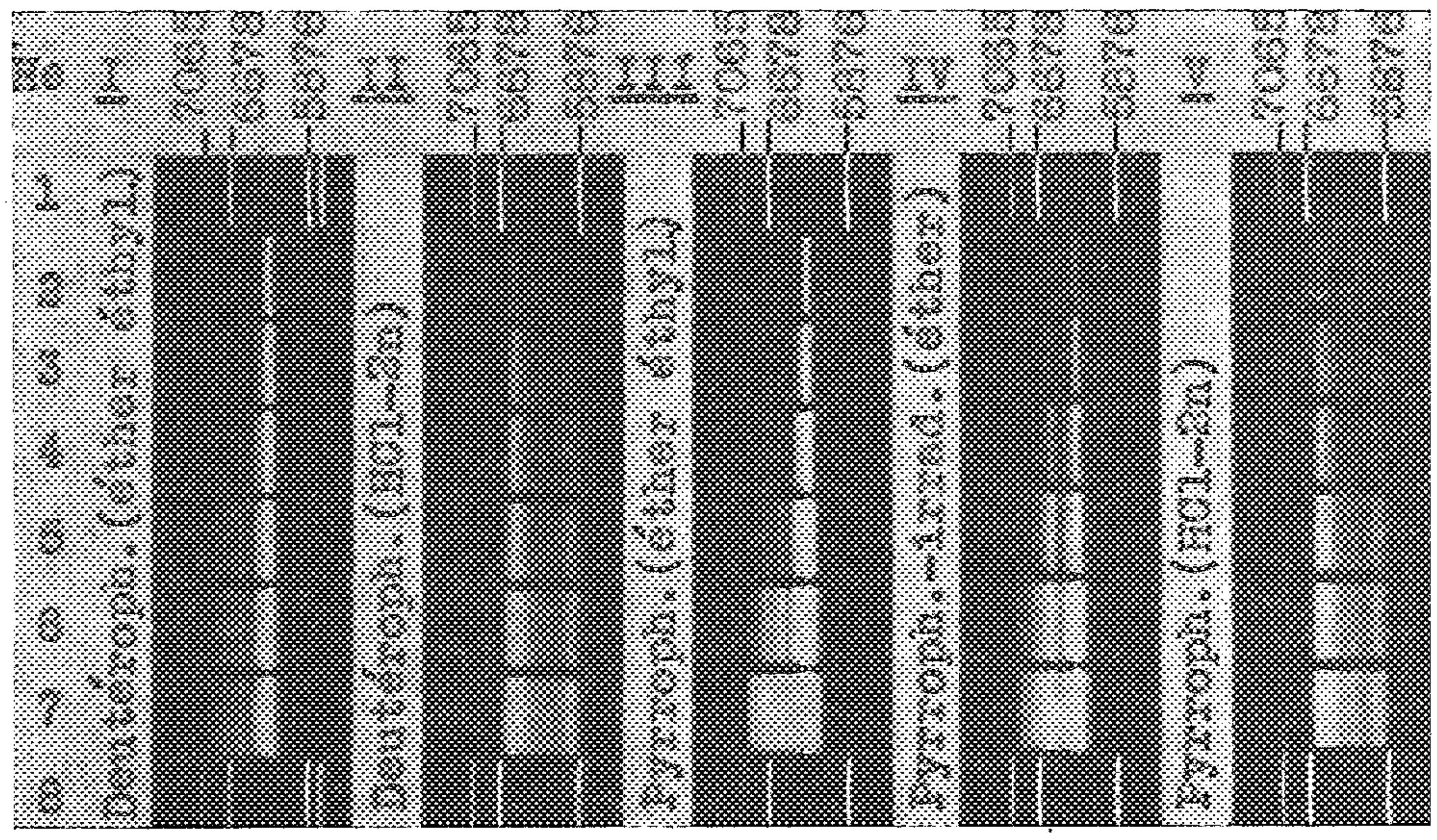


Fig. 1. — Deutéroporphyrine et pyroporphyrine.

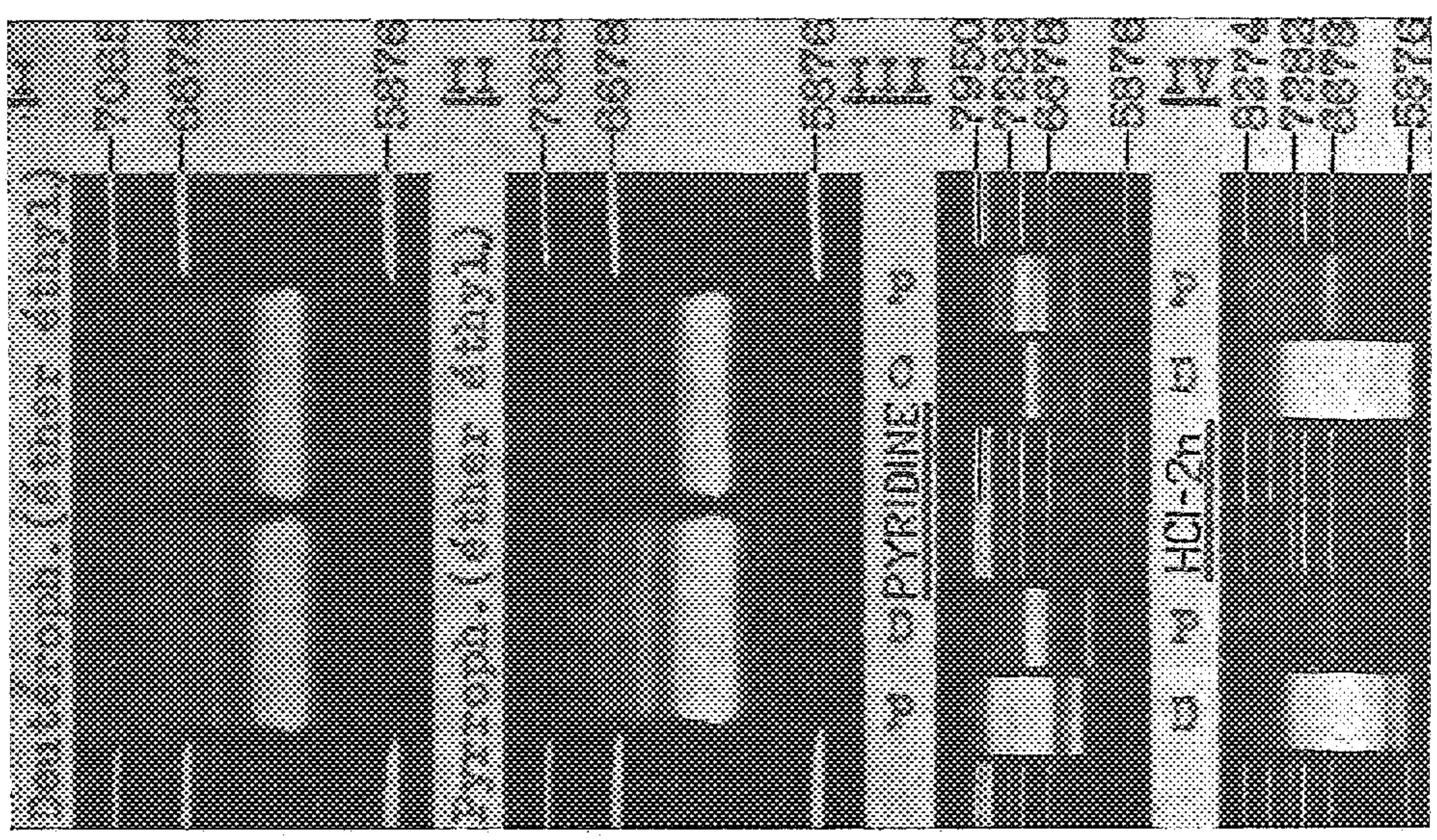


Fig. 2. — Mêmes porphyrines : agrandissements (I et II) et émissions dans l'infrarouge (III et IV).

phyrine et la deutéroporphyrine en solution acide ([1]). Cette fluorescence infrarouge, dont il y a encore si peu d'exemples, semble due plus ou moins, dans le cas des porphyrines, à une modification produite par irradiation, c'est-à-dire à la présence de *photoporphyrines* dont l'existence a été démontrée par l'étude du spectre d'absorption ([2]). Le spectrogramme IV (*fig.* 1) permet précisément de constater que, pour la pyroporphyrine suffisamment irradiée, il y a un renforcement d'intensité de la première cannelure dans le spectre visible ([3]).

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h5m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 27 janvier 1936.)

Note de M. *Marcel Godchot* et Mlle *Germaine Cauquil*, Sur l'action de l'oxyde de sélénium sur quelques cyclanones :

Page 328, ligne 2, *au lieu de* cyclooctane-1.2, *lire* cyclooctanedione-1.2.

([1]) Sur les spectres III et IV (*fig.* 2), il y a respectivement, comme références, des raies infrarouges de Rb ou de Ag.

([2]) H. Hellström, *Arkiv för Kemi*, 11 B, n° 11, 1933, p. 1.

([3]) Les résultats numériques seront donnés ailleurs et devront être rapprochés de ceux que vient de publier A. Stern (*Ztschr. f. physikal. Chem.*, A, 175, 1935, p. 38).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 FÉVRIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Sur la synthèse de l'acide cyanhydrique et de l'aldéhyde formique par oxydation des substances organiques.* Note de M. **Richard Fosse** [1].

Ayant réussi à établir une méthode d'analyse de l'urée, spécifique et très sensible, devenue classique, nous avons entrepris de longues recherches sur le mécanisme qui donne naissance à cette amide, d'abord, *in vitro*, en oxydant des substances organiques.

On sait que la carbamide apparaît lorsqu'on oxyde, en milieu alcalin, l'*albumine* (Béchamp, 1856 et 1870; Fosse, 1912); *les acides aminés* et un certain nombre de *substances non azotées*, étrangères à l'économie animale, en présence d'ammoniaque (Hofmeister, 1896); les *glucides*, le *glycérol* et le *formol* en milieu ammoniacal (Fosse, 1912).

1. *Synthèses de l'acide cyanique par oxydation.* — En vérité ce n'est point l'urée qui se forme *directement* dans ces expériences, mais plusieurs termes successifs intermédiaires, dont le dernier, l'*acide cyanique*, produit la carbamide par tautomérisation de son sel d'ammonium, comme dans la synthèse de Wœhler.

L'acide cyanique, dont on avait affirmé la formation impossible, par oxydation et voie humide, représente, en réalité, un produit constant de l'oxydation des corps cités et de bien d'autres, appartenant à de nombreuses fonctions. C'est ce que démontre l'analyse quantitative élémentaire

[1] Voir R. Fosse, *L'urée*, Paris, 1928.

de son sel d'argent isolé pur (Fosse 1919-1921, Fosse et Laude 1921, Laude 1929) [1].

2. *Synthèses de l'acide cyanhydrique par oxydation.* — Ce nitrile, auquel on attribue la synthèse des protides dans les feuilles, très répandu chez les végétaux, apparaît, lorsqu'on oxyde en milieu ammoniacal, en présence d'un sel d'argent ou de mercure, nombre de corps (Fosse 1921, Fosse et Hieulle 1922). Il est possible que CNH se produise dans le règne végétal, non seulement par *réduction* des nitrates, mais aussi par *oxydation* comme dans nos expériences. Si l'origine cyanhydrique de l'albumine est exacte, celle-ci pourrait prendre naissance aussi bien dans les feuilles que dans les parties sans chlorophylle, grâce au processus oxydant de la respiration. On comprendrait, alors, aisément la présence, jusqu'ici inexplicable dans la racine, des protéides, à qui leur nature colloïdale interdit toute migration des feuilles dans cet organe, à travers des parois cellulaires.

J. Parrod réalise la synthèse de l'acide cyanhydrique aux dépens des sucres réducteurs et de quelques composés voisins, par l'action du sulfite cuivrique ammoniacal et de l'oxygène de l'air. Le formol, qui produit de si importantes quantités de CNH dans nos expériences, n'en donne point dans la réaction de Parrod [2].

3. *Synthèses du formol par oxydation.* — Puisque le formol est, des nombreux corps oxydés, celui auquel nous devons les plus forts rendements, à la fois en acide cyanhydrique (37,5 pour 100), cyanate d'ammonium et urée (140,7 pour 100), puisque, d'autre part, sa formation par oxydation a été souvent signalée, nous avons émis l'hypothèse que sa synthèse précède celle des trois autres corps, dans l'oxydation des substances organiques, d'après le schéma (1919) :

$$CH^2O \xrightarrow[-2H^2O]{NH^3+O} CNH \xrightarrow{+O} CONH \xrightarrow{+NH^3} NH^2.CO.NH^2.$$

Dans les produits de l'oxydation ammoniacale de plusieurs substances, productrices d'urée, d'acide cyanique et d'acide cyanhydrique, nous avons pu identifier le formol et démontrer que sa formation précède celle de l'acide cyanique et de l'urée, à l'aide de la méthode d'analyse de cet aldéhyde publiée avec MM. Thomas et De Graeve [3].

Identification du formol formé par oxydation ammoniacale de quelques

---

[1] *Thèse de Doctorat*, Paris, 1929.

[2] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1884; 201, 1935, p. 993.

[3] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1450; 201, 1935, p. 105.

substances organiques. — Très souvent l'ébullition, avec le naphtol B et HCl des liqueurs d'oxydation, conduit à une matière huileuse ou résineuse brune. On évite parfois cet échec de la méthode, soit en remplaçant HCl par SO^4H^2, de même richesse acidimétrique, soit en chauffant au préalable, à l'ébullition, au reflux, le milieu rendu chlorhydrique ou sulfurique avant de lui ajouter le naphtol. De meilleurs résultats sont généralement obtenus en provoquant la condensation formolée à l'aide d'ammoniaque diluée : 1 à 5^{cm^3} de la solution à 22°B. pour 100^{cm^3} de liqueur.

Glucose. — Dans une fiole à fermeture de verre, contenant : glucose (1^g), ammoniaque conc. ($2^{cm^3},5$), eau ($22^{cm^3},5$), introduire MnO^4K pulv. (5^g) et agiter. Après destruction du persel, ajouter de l'eau (75^{cm^3}) et centrifuger. Placer à l'ébullition, au reflux, 15 minutes, la liqueur (50^{cm^3}), neutralisée par HCl et pourvue de la solution conc. de cet acide (1/10e du volume), puis maintenir à l'ébullition, 15 minutes, après addition de naphtol B (3/1000e du volume). Poids de $CH^2(C^{10}H^6OH)^2$, recueilli en suivant les indications données : $40^{mg},5$. D'où CH^2O : $0^g,81$ pour 100^g de glucose.

Saccharose. — On active la destruction du permanganate calcique, beaucoup plus lente que dans le cas du glucose, en plongeant la mixture dans un bain d'eau à 60°. Rendement CH^2O : $0^g,4$ pour 100^g. Le produit assez coloré, chauffé avec quelques gouttes d'anhydride acétique, donne de belles aiguilles, incolores, caractéristiques de l'éther diacétique, $CH^2(C^{10}H^6.OCOCH^3)^2$, fondant à 210°.

Glycol. — Traiter ce diol (1^g), dissous dans l'ammoniaque conc. (4^{cm^3}), l'eau (15^{cm^3}) par le permanganate calcique (2^g), puis, après destruction de ce sel, ajouter de l'eau (80^{cm^3}) et centrifuger. Chauffer la liqueur d'oxydation ammoniacale directement avec le naphtol. Dinaphtolméthane pour 50^{cm^3} : $61^{mg},5$. D'où CH^2O : $1^g,23$ pour 100^g de glycol.

Glycérine. — Proportion des composants de l'oxydation : glycérine (1^g), liqueur N d'ammoniac ($12^{cm^3} = 0^g,2\,NH^3$), eau (pour un volume de 100^{cm^3}), MnO^4K pulvérisé (2^g). Dinaphtolméthane pour 25^{cm^3} de liqueur, obtenu par la même technique que pour le glucose : $73^{mg},1$; CH^2O : $2^g,9$ pour 100^g de glycérine.

Mannite. — L'oxydation dans les mêmes conditions que pour le glycol permet d'isoler $0^g,8$ de formol pour 100^g de mannite, à l'état de dinaphtolméthane.

Acétone. — Agiter, en vase clos : acétone pure ($0^g,79 = 1^{cm^3}$), ammoniaque à 22° (9^{cm^3}), eau (15^{cm^3}), permanganate calcique (3^g), puis, après destruction de ce dernier, ajouter de l'eau (76^{cm^3}) et centrifuger. Poids de dinaphtométhane, obtenu en chauffant la liqueur ammoniacale (50^{cm^3}), 15 minutes avec le naphtol : $8^{mg},8$. D'où CH^2O pour 100^g d'acétone : $0^g,22$.

Acide acétique. — Après consommation de 12,4 ampères-heures par la solution : acide acétique (8^g), ammoniaque conc. (8^{cm^3}), (eau pour 400^{cm^3}), on isole sous la forme de dinaphtolméthane $3^g,2$ de CH^2O pour 100^g d'acide acétique.

Glycocolle. — Pour 100^g de glycocolle, on obtient : $0^g,6$ de formol par l'action du permanganate calcique et 2^g par oxydation électrolytique, en présence de NH^3.

Variation du formol et de l'urée formés, en oxydant le glucose et la glycérine en milieu ammoniacal, par des quantités croissantes de permanganate.

	g	g	g	g	g	g	g	g
$(MnO^4)_2Ca, 5H^2O$..........	2	3	4	5	5,5	6	7	8
Pour 100g glucose (formol)...	0,76	0,93	1	0,54	0,32	0,16	0	–
» » (urée).....	0	0	0	0,178	0,20	0,71	4,46	–
» glycérine (formol)..	3,21	4,03	4,76	4,12	–	3	1,18	0,63
» » (urée)....	0	0	trace	2,2	–	3,4	3,4	3,7

On voit que l'aldéhyde formique se forme, d'abord seul, sans urée (après transformation du cyanate d'ammonium par la chaleur) et croît jusqu'à ce que le permanganate consommé s'élève à 4^g, pour atteindre le rendement maximum : 1^g pour le glucose et $4^g,7$ pour la glycérine. Puis l'urée apparaît et croît, tandis que le formol diminue ou disparaît.

Conclusions. — L'oxydation engendre donc, avec dégagement thermique, à côté de matériaux de destruction, d'activité chimique faible ou nulle (gaz carbonique, eau, acide cyanique, urée), les deux plus puissants agents de synthèse des principes naturels, l'*aldéhyde formique* et l'*acide cyanhydrique*, premiers termes supposés de l'assimilation chlorophyllienne du carbone et de l'azote. Nos expériences, qui établissent la puissance créatrice de l'*oxydation*, phénomène chimique de la *respiration*, nous suggèrent l'hypothèse suivante.

Lorsque les combustions respiratoires détruisent chez les êtres vivants une partie de leur substance carbonée, elles produisent, en même temps, aux dépens de celle-ci, non seulement de l'*énergie*, comme l'a révélé Lavoisier, mais aussi de leur *matière* organique constituante. Ce résultat ne peut être atteint, très vraisemblablement, que grâce à des corps intermédiaires, de grande activité chimique, non isolés, capables de réaliser la synthèse des principes, qui constituent ou accompagnent la *matière vivante*.

M. **Henry Le Chatelier** présente à l'Académie un volume : *De la Méthode dans les Sciences expérimentales*. C'est une nouvelle édition de l'ouvrage : *Science et Industrie*, qu'il avait publié, il y a une quinzaine d'années, dans la collection de philosophie scientifique du Dr Gustave Le Bon. Le changement le plus important apporté à cette nouvelle rédaction a été l'addition d'un certain nombre de Chapitres où l'auteur a pris certaines de ses expériences personnelles comme exemple des principes de la méthode. Dans la première édition, il s'était systématiquement

abstenu de le faire par respect pour la maxime de Pascal : « Le *moi* est toujours haïssable. » Mais en n'invoquant que des exemples empruntés à des savants qui n'ont pas fait connaître les mobiles de leurs initiatives, on s'expose à faire du roman historique. Chacun de nous, au contraire, connaît les idées qui l'ont inspiré et il peut en parler pertinemment. C'est au lecteur de décider si ce changement d'orientation a été ou non judicieux.

PLIS CACHETÉS.

M. **Robert Jarry** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 16 janvier 1933 et enregistré sous le n° 10685.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Les sinistres maritimes par incendie et l'imprévision de certaines transformations d'énergie.*

(Renvoi à la Section de Géographie et Navigation.)

CORRESPONDANCE.

M. **Edmond Sergent** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Charles Flahault.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la distribution de* ω^2 (Critérium de M. R. v. Mises). Note de M. **N. Smirnoff**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $x_1 \leqq x_2 \leqq \ldots \leqq x_n$ une suite des valeurs d'une variable aléatoire X réalisées dans n épreuves indépendantes et numérotées en ordre de leur croissance. Supposons que la loi de distribution $F(x)$ de X soit continue et désignons par $S_n(x)$ la fonction de distribution empirique en posant

$$S_n(x) = \frac{k}{n} \quad (x_k \leqq x < x_{k+1};\ k = 1, 2, \ldots, n-1);$$

$$S_n(x) = 0 \quad (x < x_1) \qquad \text{et} \qquad S_n(x) = 1\ (x \geqq x_n).$$

En modifiant un peu l'expression bien connue de M. R. v. Mises, nous posons

$$(1)\qquad \omega_n^2 = n\int_{-\infty}^{+\infty} g[F(x)]\,[S_n(x) - F(x)]^2\,dF(x),$$

en supposant que la fonction $t(1-t)\,g(t)$ a une dérivée continue $(0 < t < 1)$. En remarquant que la loi de distribution $\Phi_n(\omega)$ de ω_n^2 ne dépend pas de la forme de la fonction $F(x)$, nous supposerons dans tout ce qui suit que la distribution de X est uniforme dans l'intervalle $(0, 1)$, d'où il suit qu'on peut remplacer, dans (1), $F(x)$ par x et les limites d'intégration par 0 et 1.

Désignons par m_k le nombre de valeurs observées de X dans l'intervalle

$$\frac{k-1}{s} < x \leqq \frac{k}{s} \qquad (k = 1, 2, \ldots, s)$$

et soit

$$t_k = \sqrt{\frac{n}{s}}\left(m_k - \frac{n}{s}\right) \qquad \left(k = 1, 2, \ldots, s-1 \text{ et } t_s = -\sum_{i=1}^{s-1} t_c\right).$$

Si nous posons

$$(2)\qquad \omega_{ns}^2 = \frac{n}{s}\sum_{k=1}^{k=s-1} g\left(\frac{k}{s}\right)\left[\frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_k}{n} - \frac{k}{s}\right]^2 = \sum_{i,k} a_{ik}t_i t_k = A(t, t),$$

où

$$a_{ik} = \frac{1}{s^2}\left[g\left(\frac{k}{s}\right) + g\left(\frac{k+1}{s}\right) + \ldots + g\left(\frac{s-1}{s}\right)\right] = a_{ki} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, s-1),$$

la fonction caractéristique de la loi $\Phi_{ns}(\omega)$ de ω_{ns}^2 sera

$$(3)\qquad \varphi_{ns}(\xi) = \sum_{m_1, m_2, \ldots, m_s} \frac{n!}{m_1!\,m_2!\ldots m_s!}\,\frac{1}{s^n}\,e^{i\xi\omega_{ns}^2} \qquad (\Sigma m_k = n),$$

et il sera aisé de prouver :

THÉORÈME I. — *Soit* S *et* $\mathfrak{L}$ *deux nombres positifs arbitrairement grands et* $\chi^2 = \sum_1^s t_i^2$. *On aura alors pour* $s < S$ *et* $|\xi| < \mathfrak{L}$,

$$(4)\qquad \lim_{n\to\infty}\varphi_{ns}(\xi) = \varphi_s(\xi) = \frac{\sqrt{s}}{(2\pi)^{\frac{s-1}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\ldots\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\chi^2 + i\xi A(t,t)}\,dt_1\ldots dt_{s-1}.$$

Soients

$$K(x, y) = \sqrt{g(x)\,g(y)}\,x(1-y) \qquad \text{si } x \leqq y$$

et

$$K(x, y) = \sqrt{g(x)\,g(y)}\,y(1-x) \qquad \text{si } x \geqq y$$

et k_{ij} la valeur de $k(x, y)$ pour $x = i/s$, $y = j/s$. En posant alors

$$\lambda = 2i\xi \quad \text{et} \quad A_m = \sum_{i_1, i_2, \ldots, i_m} |K_{i_\alpha i_\beta}| \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, m;\ i_\nu = 1, 2, \ldots, s-1),$$

nous trouverons, en évaluant (4),

$$\varphi_s(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\Delta_s(\xi)}}, \tag{5}$$

où

$$\Delta_s(\xi) = 1 + \sum_{m=1}^{m=s-1} (-1)^m \frac{\lambda^m}{m!} \frac{A_m}{s^m}. \tag{6}$$

Nous avons maintenant :

Théorème II. — *Soit* $D(\lambda)$ *le déterminant de Fredholm du noyau* $K(x, y)$ *et* $\lambda = 2i\xi$. *Alors*

$$\lim_{s \to \infty} \varphi_s(\xi) = \varphi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{D(\lambda)}} \tag{7}$$

uniformément par rapport à ξ *dans chaque intervalle fini.*

En s'appuyant sur les théorèmes I et II on démontre aisément :

Théorème III. — *La loi de distribution* $\Phi_n(\omega)$ *de* ω_n^2 *tend pour* $n \to \infty$ *à la fonction*

$$\Phi(\omega) = 1 - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{\lambda_{2k-1}}^{\lambda_{2k}} \frac{e^{-\omega\lambda}\, d\lambda}{\lambda\sqrt{-D(\lambda)}}, \tag{8}$$

où $\lambda_k > 0$ *sont des nombres caractéristiques du noyau* $K(x, y)$ *défini plus haut.*

En effet, on peut démontrer que $\varphi(\xi)$ (7) est la fonction caractéristique de la loi (8), d'où il suit que, pour n et s suffisamment grands, $|\Phi_{ns}(\omega) - \Phi(\omega)| < \varepsilon$. Or, il est aisé de démontrer encore que, pour les mêmes valeurs n, s, on aura $|\Phi_{ns} - \Phi_n| < \varepsilon$, d'où il suit que, pour $n > n_0$,

$$|\Phi_n(\omega) - \Phi(\omega)| < 2\varepsilon,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Illustration. — Si $g(x) = 1$ nous avons le noyau

$$K(x, y) = \begin{matrix} x(1-y) & (x \leqq y), \\ y(1-x) & (x \geqq y); \end{matrix}$$

d'où l'on a

$$D(\lambda) = \frac{\sqrt{\lambda}}{sm\sqrt{\lambda}}, \qquad \lambda_k = k^2\pi^2$$

et, pour la loi limite (8), on obtient

$$\Phi(\omega) = 1 - \frac{1}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\int_{(2k-1)\pi}^{2k\pi}\frac{e^{-\frac{1}{2}z^2\omega}\,dz}{\sqrt{-z\sin z}}. \tag{9}$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le maximum de précision des lois limites d'estimations.* Note de M. **Daniel Dugué**, présentée par M. Émile Borel.

I. *Cas d'estimations dont la limite n'est pas gaussienne.* — Nous avons établi [1] que $E[1/F\ \partial F/\partial\mu]^2 \leqq g$ (F étant la densité de répartition d'une estimation, μ) et nous en avons déduit que, si la loi limite de F est une loi de Gauss, son écart-type est borné inférieurement. Nous pouvons étendre ce résultat à des estimations dont la limite n'est pas gaussienne. Soit H la loi de probabilité limite [on a $F = H(1 + A_n)$]. On peut établir la proposition suivante :

Si l'on peut trouver p tel que, quel que soit n, on ait $|\partial A_n/\partial\mu| < \varepsilon\mu^p$, ε étant arbitrairement petit, on a

$$E\left[\frac{1}{H}\frac{\partial H}{\partial\mu}\right]^2 \leqq g, \tag{1}$$

si H a un moment d'ordre p.

Si l'on effectue sur la loi H un changement de variable $\mu = av$, ce qui conduit à la loi I, on a

$$a^2 E\left[\frac{1}{H}\frac{\partial H}{\partial\mu}\right]^2 = E\left[\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial v}\right]^2.$$

De plus, c étant un nombre donné,

$$\int_{-c}^{+c} H\,d\mu = \int_{-\frac{c}{a}}^{+\frac{c}{a}} I\,dv.$$

A probabilité égale la variable v est donc contenue dans un intervalle a fois plus petit.

Soit $H(x)$ une loi de probabilité type prise pour base de référence. Si a est l'échelle de la variable aléatoire, on a, en vertu de (1),

$$a^2 E\left[\frac{1}{H}\frac{\partial H}{\partial x}\right]^2 \leqq g \qquad \text{et} \qquad a^2 \leqq M.$$

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1935, p. 193.

Donc toutes les estimations, dont la loi de probabilité est d'un type déterminé (gaussien ou non) ont une précision bornée.

II. *Cas de l'estimation de plusieurs paramètres.* — Soit $f(x, \alpha, \beta)\,dx$ une loi à deux paramètres avec (1) $\int f(x, \alpha, \beta)\,dx = 1$. D'une série d'expériences $x_1, \ldots, x_n$, on déduit deux estimations

$$a = a(x_1, \ldots, x_n), \qquad b = b(x_1, \ldots, x_n) \qquad \text{de } \alpha \text{ et } \beta.$$

En effectuant le changement de variables $a, b, \xi_1, \ldots, \xi_{n-2}$ [ce qui suppose dans le cas où $\xi_1, \ldots, \xi_{n-2}$ sont les $n-2$ dernières variables $x_2, \ldots, x_n$, $D(a, b)/D(x_1, x_2) \neq 0$], on trouve, comme précédemment pour la loi de probabilité de la série d'expériences,

$$P\,d\omega = \prod_1^n f(x_i, \alpha, \beta)\,d\omega = F(a, b, \alpha, \beta)\,da\,db\,G[\xi_1, \ldots, \xi_{n-2}, a, b, \alpha, \beta]\,d\omega_1$$

avec

$$(1)' \qquad \iint F(a, b, \alpha, \beta)\,da\,db = 1, \qquad \int G\,d\omega_1 = 1.$$

Si l'on pose

$$df = \frac{\partial f}{\partial \alpha}\,d\alpha + \frac{\partial f}{\partial \beta}\,d\beta,$$

on voit que

$$E\left[\frac{1}{P}\,dP\right]^2 = n\,E\left[\frac{1}{f}\,df\right]^2 \qquad \text{à cause de (1)}$$

et

$$(A) \qquad E\left[\frac{1}{F}\,dF\right]^2 \leqq E\left[\frac{1}{P}\,dP\right]^2 = n\,E\left[\frac{1}{f}\,df\right]^2 \qquad \text{à cause de (1')}.$$

En effectuant le changement de variables aléatoires

$$A = \sqrt{n}(a - \alpha) \qquad \text{et} \qquad B = \sqrt{n}(b - \beta),$$

on trouve que, si les espérances mathématiques de la forme

$$E\left[\frac{1}{F}\,\frac{\delta F}{\delta \alpha}\right]^2 \quad \text{et} \quad E\left[\frac{1}{F^2}\,\frac{\delta F}{\delta \alpha}\,\frac{\delta F}{\delta \beta}\right]$$

sont bornées, $1/n\,E[1/F\,dF]^2$ a même limite que

$$(B) \qquad E\left[\frac{1}{F}\,\frac{\delta F}{\delta A}\right]^2 d\alpha^2 + E\left[\frac{1}{F}\,\frac{\delta F}{\delta B}\right]^2 d\beta^2 + 2\,E\left[\frac{1}{F^2}\,\frac{\delta F}{\delta A}\,\frac{\delta F}{\delta B}\right] d\alpha\,d\beta,$$

le signe δ indiquant la dérivation après le changement de variables. Si F

peut se mettre sous la forme $G(A, B)[1 + M_n(A, B)]$, $G(A, B)$ étant une loi de Gauss aux paramètres σ_A, σ_B, r, et si M_n est tel que

$$E(A^2) \to \sigma_A^2, \quad E(B^2) \to \sigma_B^2, \quad E(A \times B) \to r\sigma_A\sigma_B \quad \text{quand} \quad n \to \infty,$$

on trouve, par une combinaison des deux relations (A) et (B) analogue à la méthode employée pour un paramètre,

$$\frac{1}{1-r^2}\left[\frac{d\alpha^2}{\sigma_A^2} + \frac{d\beta^2}{\sigma_B^2} - 2r\frac{d\alpha\, d\beta}{\sigma_A\sigma_B}\right] \leq g_\alpha d\alpha^2 + g_\beta d\beta^2 + g_{\alpha\beta} d\alpha\, d\beta.$$

Ce qui exprime que l'ellipse de précision de la loi de Gauss suivie par A et B ne peut avoir aucun point intérieur à une ellipse qui se détermine à partir de la loi $f(x, \alpha, \beta)$.

Ce résultat s'étend immédiatement à un nombre quelconque de paramètres. Il est susceptible d'une généralisation analogue au I.

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES. — *Sur les solutions élémentaires des équations linéaires aux dérivées partielles, totalement elliptiques.* Note (¹) de M. **Florent Bureau**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Nous nous proposons d'indiquer les résultats que nous avons obtenus dans l'étude *générale* des solutions élémentaires des équations linéaires aux dérivées partielles.

Désignons par $x_1, \ldots, x_p$ $(p \geq 2)$ des variables réelles indépendantes, par $u = u(x_1, \ldots, x_p)$ une fonction inconnue, par $f(\alpha_1, \ldots, \alpha_p)$ une forme algébrique *définie*, de degré n en $\alpha_1, \ldots, \alpha_p$, dont les coefficients sont réels et constants. Considérons l'équation aux dérivées partielles, *totalement elliptique*, s'écrivant symboliquement

$$f(u) = f\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_p}\right)u = 0. \tag{1}$$

Nous supposerons $p \leq n$ et nous poserons

$$a = (2i\pi)^{p-1}(n-p)!, \qquad \Gamma(x) = \Gamma(x_1, \ldots, x_p),$$
$$X = x_1\alpha_1 + \ldots + x_p\alpha_p, \qquad X^0 = x_1^0\alpha_1 + \ldots = x_p^0\alpha_p,$$

les nombres réels $x_1^0, \ldots, x_p^0$ n'étant pas simultanément nuls.

[1] Séance du 3 février 1936.

Dans ces conditions, la *solution élémentaire* $\Gamma(x)$ de l'équation (1) est donnée par

$$a\Gamma(x) = \frac{1}{4}\int_S X^{n-p}\operatorname{sign}X \frac{d\sigma}{f(\alpha_1, \ldots, \alpha_p)} \qquad (\text{si } p \text{ est impair}) \quad [1],$$

$$a\Gamma(x) = \frac{i}{2\pi}\int_S X^{n+p}\log\left|\frac{X}{X^0}\right| \frac{d\sigma}{f(\alpha_1, \ldots, \alpha_p)} \qquad (\text{si } p \text{ est pair}),$$

l'intégrale étant étendue à l'hypersphère S représentée par l'équation $\alpha_1^2 + \ldots + \alpha_p^2 = 1$; l'expression $d\sigma$ est définie par la relation

$$d\alpha_1 \ldots d\alpha_p = r^{p-1}\,dr\,d\sigma \qquad \text{si} \quad r^2 = \alpha_1^2 + \ldots + \alpha_p^2.$$

On peut montrer que $\Gamma(x)$ et ses dérivées partielles, par rapport à $x_1, \ldots, x_p$, sont des fonctions bien déterminées et continues en tout point $(x) = (x_1, \ldots, x_p)$, distinct de l'origine et à distance finie; de plus ces fonctions sont uniformes dans l'espace réel euclidien $(x_1, \ldots, x_p)$ à p dimensions. Les dérivées d'ordre $n-1$ et n de $\Gamma(x)$ deviennent, au voisinage de l'origine, infinies respectivement d'ordre $p-1$ et p, l'infiniment grand principal étant l'inverse de la distance euclidienne du point (x) à l'origine. D'ailleurs $\Gamma(x)$ vérifie l'équation (1) en tout point (x) situé à distance finie et distinct de l'origine.

2. Soit, dans l'espace $(x_1, \ldots, x_p)$, un domaine V à p dimensions, simplement connexe, situé tout entier à distance finie et limité par un nombre fini d'hypersurfaces analytiques S à $p-1$ dimensions.

En utilisant les notations de M. Hadamard [2], nous avons obtenu la *formule fondamentale* suivante :

$$n!\,\mathrm{SSS}[u\,f(v) - v\,f(u)]\,dT = -\mathrm{SS}\left[\sum_{i=1}^{p}\pi_i P_i\right]dS,$$

où les P_i se déterminent facilement; la normale à S est comptée positivement vers l'intérieur de V et ses cosinus directeurs sont désignés par $\pi_1, \ldots, \pi_p$. Cette formule remplace la formule de Green dans le problème actuel.

Il est maintenant aisé d'étudier les intégrales $u(x) = u(x_1, \ldots, x_p)$ de l'équation $f(u) = g(x_1, \ldots, x_p)$, où g désigne une fonction continue de (x). En supposant la forme $f(\alpha_1, \ldots, \alpha_p)$ privée de facteurs multiples, nous

---

[1] $\operatorname{sign}X = 1$ si X est positif, -1 si X est négatif, 0 si X est nul.

[2] *Le problème de Cauchy et les équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques*, Livre II, p. 86, Paris, 1932.

avons obtenu, si $(x^0) = (x_1^0, \ldots, x_p^0)$ est un point *intérieur* à V, la formule suivante :

$$(2) \quad n!\, u(x^0) = n! \mathop{\mathrm{S\,S\,S}}_{V} \Gamma(x_k - x_k^0)\, g(x_k)\, d\mathrm{T} - \mathop{\mathrm{S\,S}}_{S} \left[\sum_{i=1}^{p} \pi_i \mathrm{P}_i \right] d\mathrm{S}.$$

Dans le cas où (x^0) est *un point de l'hypersurface* S en lequel l'hyperplan tangent est déterminé, on doit remplacer le premier membre de (2) par $1/2n!\, u(x^0)$; si (x^0) est *extérieur à* V, le premier membre de (2) doit être remplacé par zéro.

3. Les formules que nous avons obtenues permettent de généraliser la théorie des potentiels et le problème de Dirichlet aux équations considérées ici.

D'ailleurs, à partir des solutions élémentaires que nous avons étudiées, il est possible, en utilisant des méthodes dues à E. E. Levi [1], Fubini [2], Hilbert [3], de construire les solutions élémentaires relatives aux équations linéaires, aux dérivées partielles, totalement elliptiques et à coefficients variables ; on peut même supposer que ces équations sont les plus générales de leur espèce.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries de Schlömilch.* Note de M. **Jean Delsarte**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons déjà indiqué [4] un principe formel général permettant d'obtenir, à côté de la plupart des développements de la physique mathématique, un grand nombre de développements nouveaux. Dans ce qui suit, nous donnons l'application de ce principe aux séries de Schlömilch. On sait que la théorie classique fonde les développements correspondants sur l'inversion de certaines équations intégrales d'Abel, et exige qu'on fasse, sur la fonction qu'on développe, des hypothèses assez restrictives; on doit supposer en particulier la dérivabilité de cette fonction. Nous verrons qu'on peut s'affranchir de cette restriction.

---

(1) *Rend. Circolo Mat. Palermo*, 24, 1907, p. 275-317.

(2) *Rend. Lincei*, 18, 1909, p. 423-427.

(3) *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen*, Leipzig, 1912, p. 223-224.

(4) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 625 et 1804.

Les notations sont celles que nous avons employées précédemment [1], l'espace X est celui de la variable x positive ou nulle; la classe A est formée de l'ensemble des fonctions $f(x)$ définies dans X, deux fois dérivables, la dérivée première étant nulle à l'origine; l'équation suivante définit l'opérateur $\mathcal{O}$

$$\mathcal{O}[f] \equiv \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{2p+1}{x}\frac{df}{dx};$$

l'élément fondamental $j_\lambda(x)$ est relié aux fonctions de Bessel d'indice p par la formule

$$j_\lambda(x) = \frac{2^p(p)!}{(\lambda x)^p} \mathrm{J}_p(\lambda x).$$

Ces fonctions $j_\lambda(x)$ appartiennent à la classe A et ont la propriété spectrale suivante:

$$\mathcal{O}[j_\lambda(x)] = -\lambda^2 j_\lambda(x).$$

La variété $\mathfrak{M}$ est la portion du plan complexe Λ définie par les inégalités

$$\mathcal{R}[\lambda] > 0 \quad \text{ou} \quad \mathcal{R}[\lambda] = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{J}[\lambda] \geqq 0.$$

La classe B est formée par les fonctions de A nulles à l'origine. L'équation

$$\mathcal{O}[f(x)] = -\lambda^2 f(x) + g(x)$$

a, quel que soit λ de $\mathfrak{M}$, une solution unique dans B, pourvu que $g(x)$ soit intégrable et satisfasse aux deux conditions suivantes:

$$(1) \qquad \lim_{x\to 0}[x g(x)] = 0, \qquad \text{convergence de} \int_x x^{2p+1} g(x)\,dx.$$

Cette solution est donnée par la formule

$$\varphi[g(x)] = \frac{\pi}{2x^p}\int_0^x \xi^{p+1}[\mathrm{N}_p(\lambda x)\mathrm{J}_p(\lambda\xi) - \mathrm{J}_p(\lambda x)\mathrm{N}_p(\lambda\xi)]g(\xi)\,d\xi.$$

Si $\delta[f]$ est une fonctionnelle linéaire définie dans A, et si les λ_n sont les zéros, supposés en nombre infini, de la fonction

$$\Lambda(\lambda) = \delta[j_\lambda(x)]$$

qui sont situés dans $\mathfrak{M}$, notre procédé formel permet de développer toute

---

[1] *Société mathématique de France, comptes rendus des séances*, section de Nancy-Strasbourg, communication du 17 mai 1935.

fonction satisfaisant aux conditions (1) en une série procédant suivant les $j_{\lambda_\mu}(x)$. Nous sommes en possession d'une démonstration générale de convergence dès que la fonctionnelle δ satisfait à des conditions très générales. Supposons maintenant $\mathcal{R}[p]$ inférieur à 1/2 en valeur absolue; on obtient les séries de Schlömilch en prenant

$$\delta[f(x)] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\pi \sin\theta) \frac{\sin^{2p+1}\theta}{\cos^{2p}\theta} d\theta.$$

On a alors

$$A(\lambda) = \frac{p\,!}{\sqrt{\pi}} L\left(\frac{1}{2} - p\right) \frac{\sin\lambda\pi}{\lambda\pi},$$

dont les zéros situés dans $\mathfrak{M}$ sont les entiers positifs. L'application de nos formules générales donne ensuite comme coefficient de $j_n(x)$ dans le développement de $f(x)$ satisfaisant aux conditions (1).

$$\alpha_n = \frac{-2n}{A'(n)} \delta\{\mathcal{L}_n[f(x)]\}$$
$$= \frac{(-1)^{n-1} n^2 \pi^{\frac{3}{2}-p}}{p\,!\,\Gamma\left(\frac{1}{2}-p\right)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\pi\sin\theta} \xi^{p+1} [N_p(n\pi\sin\theta) J_p(n\xi) - J_p(n\pi\sin\theta) N_p(n\xi)] f(\xi)\, d\xi\right] \frac{\sin^{p+1}\theta}{\cos^{2p}\theta} d\theta.$$

L'expression classique de ce coefficient est très différente de la précédente, elle s'écrit comme on sait

$$\beta_n = \frac{2}{p\,!\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}-p\right)} \int_0^{\pi} \cos nu \times \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec^{2p+1}\theta \frac{d}{d\theta}[\sin^{2p}\theta\{f(u\sin\theta) - f(0)\}]\, d\theta\right] du.$$

En supposant $f(x)$ dérivable, on peut, par une série de transformations assez complexes, établir la relation

$$\alpha_n = \beta_n + \frac{2(-1)^{n-1}}{p\,!} \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-p\right)} \delta[f].$$

Les séries obtenues diffèrent donc seulement par une constante, qui est nulle lorsque $\delta[f]$ est nul.

La théorie précédente est valable pour les fonctions dépourvues de dérivée; il semble donc que l'introduction des équations intégrales d'Abel dans cette question ne soit pas nécessaire et exige même des hypothèses inutiles.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Classification des singularités des fonctions inverses des fonctions méromorphes.* Note de M. **Charles Blanc**, présentée par M. Émile Borel.

1. Après Boutroux, M. Iversen a donné une classification des singularités des fonctions inverses des fonctions méromorphes (*Thèse*, Helsingfors, 1914).

Soit $w = f(z)$ une fonction méromorphe dans tout le plan; $z = \varphi(w)$ la fonction inverse, u une singularité de $\varphi(w)$. M. Iversen entoure u d'un cercle C et étudie la nature du domaine D du plan z où $f(z)$ prend des valeurs intérieures à C. Il écarte, dès le début, le cas où $\varphi(w)$ possède dans C des singularités transcendantes autres que u, pour la branche singulière en u.

La classification de M. Iversen repose sur une étude double :

1° existence, ou non, de racines de $f(z) - u = 0$ dans D;

2° forme des chemins du plan w pour lesquels u est singularité de $\varphi(w)$.

Cette classification peut être étendue au cas général où u est accumulation de singularités transcendantes. L'étude de la singularité est simplifiée par la méthode des arbres topologiques, due à M. Speiser. Au cercle C correspond une partie de la surface de Riemann définie par $\varphi(w)$. On représente cette portion de surface (après l'avoir au besoin rendue simplement connexe en lui ajoutant des parties de la surface qui ne contiennent aucune singularité transcendante) sur un demi-plan $R\zeta > 0$. On trace dans C des courbes simples telles qu'il en passe une par toute singularité de C, et telles que :

1° elles passent toutes par u, sans tourner indéfiniment autour de u;

2° elles sont analytiques; sauf peut-être en u;

3° il n'en passe qu'une par une singularité u;

4° elles coupent le cercle C en deux points.

On considère dans le demi-plan $\mathcal{R}\zeta > 0$ l'image de ces courbes, en écartant les courbes de cette image qui ne contiennent pas de singularité autre

que u. On obtient ainsi une figure qu'on appellera le *canevas* de la portion de surface.

A partir de ce canevas, on construit l'arbre topologique de la singularité, suivant la même méthode que M. Speiser pour les surfaces de Riemann : on choisit un point à l'intérieur de chaque domaine du canevas, puis on réunit d'un trait toutes les paires de points dont les domaines sont contigus : on obtient ainsi l'*arbre*. On distingue trois sortes d'arêtes de l'arbre, suivant la nature du côté du canevas qu'elles coupent :

1° lorsque ce côté a pour extrémité un point situé sur $\mathcal{R}\zeta = 0$, w tendant vers u lorsque ζ tend vers la droite $\mathcal{R}\zeta = 0$ sur ce côté ;

2° lorsque ce côté ne contient aucun point (extrémités comprises) pour lequel $w = u$;

3° lorsque ce côté contient un point (extrémités comprises) pour lequel $w = u$.

Le point sera *directement critique* si aucune arête n'est du troisième groupe ; il sera *indirectement critique* si aucune arête n'est du premier groupe ; il sera *directement* et *indirectement critique* dans les autres cas.

2. Cette classification est la même que celle de M. Iversen. Si un point est directement critique, il n'y a pas de racines de $f(z) - u = 0$ dans D ; s'il est indirectement critique, il n'y a pas de chemin, ne tournant pas indéfiniment autour de u, sur lequel u est singulier. On voit bien par là que la classification de M. Iversen et la nôtre sont équivalentes.

On considérera plusieurs sortes de singularités, suivant la nature des singularités dans C.

Une singularité est isolée s'il n'y a aucune autre singularité dans C (u est alors directement critique). Elle est de *première espèce* si les singularités contenues dans C sont toutes algébriques (à part u) ; elle est de *deuxième espèce* si elles sont toutes transcendantes ; enfin de *troisième espèce* dans les autres cas.

3. On peut donner des exemples de toutes ces singularités. M. Iversen en a donnés pour les singularités de première espèce. On montre, par exemple, que le point $u = \infty$ est directement critique de deuxième espèce pour la fonction inverse de

$$w = f(z) = \int_0^z z^n e^{-e^z} dz$$

pour n assez grand.

Le point $u = \infty$ est directement critique de troisième espèce pour la fonc-

tion inverse de

$$w = f(z) = \int_0^z z^n (e^z - 1)\, e^{-e^z}\, dz$$

pour n assez grand.

Un exposé détaillé paraîtra ultérieurement.

AVIATION. — *Les problèmes de l'aviation aux très grandes vitesses.* Note de MM. **René Leduc** et **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

L'industrie aéronautique est actuellement orientée partout vers la réalisation de vitesses extrêmement élevées. Il est intéressant, pour éviter d'inutiles gaspillages d'efforts, d'étudier les limites imposées *a priori*, par les éléments mêmes du problème, à la possibilité de le résoudre.

Les conditions relatives à la résistance des matériaux sont liées à la valeur de la charge par mètre carré. On élève la vitesse correspondant à des efforts donnés par le choix d'altitudes de vol élevées pour abaisser la densité de l'air. Même en tenant compte des efforts de torsion, et des vibrations corrélatives qui ont parfois causé de cruelles surprises, il semble bien que les limitations de vitesse liées à la résistance des matériaux puissent être repoussées, au moins avec les formules d'aviation actuelles, au delà de celles qu'imposent les considérations relatives au rendement de la propulsion.

Une première remarque est à faire ici. On est souvent porté à croire qu'il est impossible d'espérer des rendements acceptables aux vitesses hypersoniques, parce que l'on songe immédiatement à la classique onde de Mach, qui accompagne toujours les projectiles balistiques, et qui comporte effectivement une dissipation d'énergie considérable. Mais cette onde, inévitable avec les profils convexes des projectiles ou des ailes actuelles, ne doit pas être considérée comme forcément inévitable *a priori* autour des obstacles, puisqu'elle ne l'est pas dans les tuyères.

Pour l'éviter, une première condition est évidemment nécessaire. Si l'aile n'est plus précédée d'une onde de discontinuité, capable de se propager comme elle à vitesse hypersonique, elle aborde sans préavis les masses d'air qu'elle doit perturber. Alors, pour ne pas créer de discontinuité par accélérations transversales infinies, il faut qu'elle les aborde tangentiellement, ce qui exige un bord d'attaque infiniment mince : il faudra le réaliser par l'arête de rebroussement de deux profils tangents l'un à l'autre, ce qui exige que l'un d'entre eux au moins soit convexe vers l'avant, à la façon d'une lame de rasoir.

Une limitation s'introduirait, en tous cas, dans la réalisation de ces vitesses extrêmes : elle est liée à l'échauffement par frottement de l'air, approximativement proportionnel au carré de la vitesse, qui arriverait à maintenir les parois à des

températures inacceptables. On prévoit en effet un échauffement de l'ordre de 100° pour une vitesse de 500 m/sec. Avant de devenir physiologiquement insupportable, cet échauffement rendrait extrêmement difficile l'indispensable refroidissement des moteurs utilisés dans les groupes motopropulseurs actuels.

Sans envisager ces vitesses hypersoniques qui, en tout état de cause, exigeraient des profils tout à fait différents des profils actuellement en usage, nous nous limiterons ici aux vitesses voisines de 1000^{km} à l'heure, un peu inférieures à la vitesse du son, qui admettent les profils actuels.

Une remarque essentielle doit être faite, qui ne semble pas avoir suffisamment fixé l'attention : il est *a priori impossible* d'atteindre ces vitesses avec des avions construits et équipés suivant les conceptions actuelles.

Soit en effet W la puissance du moteur, p son poids, et $\varpi = W/p$ sa puissance massique, à l'altitude choisie; P le poids total de l'avion, $\pi = P/S$ la charge unitaire acceptée pour les ailes, et V sa vitesse de translation. On a, pour un rendement de propulsion et un coefficient de traînée donnés, $W = A.SV^3$ ou $p.\varpi = A.SV^3$; d'où $p/P = A/\pi.V^3/\varpi$.

Pour les moteurs actuels, dont la puissance massique ϖ est limitée et indépendante de la vitesse V, la réalisation de l'avion devient impossible lorsque p devient de l'ordre de 0,75P, ce qui donne pour limite inaccessible $V^3 = (0,75\pi/A)\varpi$. La limite maxima que l'on puisse espérer, avec rayon d'action nul, est inférieure à 800^{km} à l'heure pour les avions répondant aux formules actuelles.

Pour éviter cette limitation de la vitesse, il faudrait un moteur dont la puissance croisse avec la vitesse suivant une loi voisine de la proportionnalité à V^3; ce qui conduit à une valeur constante du rapport p/P. C'est justement là une propriété fondamentale des tuyères propulsives qui ont fait l'objet d'une note récente (1). Leur rendement thermopropulseur est, en première approximation, pour une valeur donnée $(T_2 - T_1)$ de l'échauffement par combustion, proportionnel à l'échauffement adiabatique $(T_1 - T_0)$ dans le diffuseur, c'est-à-dire aussi au carré V^2 de la vitesse (2); la masse d'air utilisée par seconde est d'autre part proportionnelle à V.

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 52.

(2) On trouve pour expression de ce rendement thermopropulseur

$$\theta p = \frac{T_1 - T_0}{T_1}\left[1 - \frac{m+n}{1+n}\,\frac{T_2}{T_2 - T_1}\right]\frac{1}{1 + \frac{v}{2V}},$$

m et n étant les énergies perdues par suite des décoordinations dans le divergent d'entrée et dans le convergent de sortie, exprimées en fractions des énergies cinétiques relatives d'entrée et de sortie.

Des calculs simples montrent la possibilité d'établir effectivement des projets d'avions à propulsion par tuyère thermique capables d'allier, à des vitesses très élevées, des rayons d'action considérables [1]. A titre d'exemple, la propulsion d'un avion postal de poids $P = 2500^{kg}$ peut être assurée, avec un rayon d'action de 4000^{km}, par une tuyère de 60^{cm} de diamètre d'entrée, avec un échauffement par combustion de 600°; la puissance utile fournie par cette tuyère, à la vitesse de 300 m/sec, au voisinage du sol, sera de 10000 chevaux, son poids p étant de 375^{kg} environ.

Si l'on envisage la surface interne de la tuyère comme faisant partie des surfaces aérodynamiques, on peut considérer l'ensemble de l'appareil comme un avion dont la traînée est rendue nulle (et même négative dans les régimes de montée ou d'accélération), par des apports de chaleur convenablement localisés. On pourrait donc envisager de réaliser, sur le même principe, des ailes autopropulsives à double paroi.

ASTROPHYSIQUE. — *Comparaison photométrique de la Lune et du Soleil. Albedo photoélectrique de la Lune.* Note [2] de M. **Gilbert Rougier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

I. Les mesures photoélectriques antérieurement publiées [3] fournissent tous les éléments nécessaires pour calculer l'albedo de notre satellite à la condition de déterminer la magnitude du Soleil avec la même cellule photoélectrique. Pour comparer le Soleil avec la lampe étalon, nous avons utilisé le dispositif déjà décrit en affaiblissant l'éclairement donné par l'astre de manière à le rendre voisin de celui donné par la Lune.

II. Pour éviter de donner à l'instrument dirigé sur le Soleil des dimensions exagérées, cet affaiblissement est obtenu à l'aide de deux objectifs de microscope disposés sur la ligne de visée. Ce système, monté sur une armature en laiton, donne, au voisinage immédiat du plan focal du second objectif, une image du Soleil dont la distance à la fenêtre de la cellule est définie par trois pointes mousses qui prennent appui sur cette fenêtre.

III. Les observations photométriques du Soleil ont été obtenues à

---

[1] Cette théorie et ces calculs justifient pleinement la foi intuitive dans l'intérêt de la propulsion par tuyères thermiques qu'avait manifestée, il y a près de 30 ans, M. René Lorin, dans des articles de *L'Aérophile* dont M. Leduc a eu connaissance après avoir engagé les études et essais qui font l'objet de la présente Note.

[2] Séance du 27 janvier 1935.

[3] *Annales de l'Observatoire de Strasbourg*, 2, fasc. 3, 1933, p. 255-292.

Sanary du 3 au 11 août 1935. Elles ont été conduites comme celles de la Lune pour déterminer la correction d'absorption. Les conditions atmosphériques, défavorables pendant cette période, ont permis seulement d'obtenir, soit dans la matinée, soit dans l'après-midi, huit déterminations dont la moyenne pondérée, rapportée à l'échelle dont nous avons défini l'origine et ramenée à la distance moyenne de la Terre au Soleil, donne pour la magnitude du Soleil affaibli par l'instrument

$$m = -2^m{,}468 \pm 0^m{,}056,$$

valeur provisoire que des observations ultérieures permettront de préciser.

IV. La correction à faire subir à la magnitude du Soleil affaibli se calcule aisément. Soient F la distance focale du premier objectif, D_1 la distance de la première image du Soleil au second objectif, p' la distance au plan principal de l'image donnée par le second objectif, D_2 la distance de cette seconde image à la fenêtre de la cellule, on a pour le facteur de réduction

$$R = \frac{F^2}{D_1^2} \times \frac{p'^2}{D_2^2} = \frac{(16,21)^2}{(258,0)^2} \times \frac{(9,39)^2}{(396,9)^2} = \frac{1}{452500}.$$

Les distances focales des deux objectifs ont été mesurées avec beaucoup de soin par la méthode de Mac Gillavry.

Il faut y ajouter l'absorption des objectifs. Cette absorption a été mesurée à l'aide de la cellule photoélectrique; les objectifs montés en système afocal sont interposés sur le trajet du faisceau issu d'un collimateur. Les dimensions des taches obtenues sur la surface sensible, avec et sans interposition de système, sont ainsi du même ordre de grandeur et le dispositif est réglé de manière à ce que la région éclairée soit la même dans les deux cas. On a trouvé

$$\frac{e}{E} = 0,509 \pm 0,001.$$

La correction à faire subir à la magnitude du Soleil affaibli est en définitive

$$C = \frac{\log_{10} R}{0,4} - \frac{\log_{10} \frac{e}{E}}{0,4} = -14^m{,}139 - 0^m{,}733 = -14^m{,}872 \pm 0^m{,}012,$$

et la magnitude du Soleil a pour valeur

$$m_\odot = -14^m{,}872 - 2^m{,}468 = -17^m{,}34.$$

V. Nous calculons l'albedo de Bond, le seul qui ait un sens du point de vue astronomique. L'albedo photoélectrique A_k de la Lune qui, étant donnée la sensibilité spectrale de la cellule au potassium, doit différer très

peu de l'albedo photographique, a pour valeur

$$A_k = \frac{1,9055 \times 10^{-1}}{2,0487} \times 0,5845 = 0,0544.$$

D'après Russell ([1]) la valeur de l'albedo visuel est $A_v = 0,073$.

La différence des indices de couleur du Soleil et de la Lune qui se déduit du rapport des albedos visuel et photoélectrique est donnée par

$$\Delta CI = \frac{\log 10 \dfrac{A_v}{A_k}}{0,4} = +0^m,32.$$

L'indice de couleur admis pour le Soleil ayant pour valeur $+0^m,79$, l'indice de couleur de la Lune serait : $CI = +1^m,11$. On peut calculer la différence des indices de couleur en prenant les magnitudes de la Lune relatives à une phase quelconque.

Nous avons, pour la dichotomie,

$$\Delta CI = (m_{\odot} - m_{☾})_v - (m_{\odot} - m_{☾})_k = -16^m,59 + 17^m,04 = +0^m,45,$$

soit, pour l'indice de couleur de la Lune, $CI = +1^m,24$.

La discordance que présentent les deux valeurs trouvées montre l'intérêt que présenterait la détermination de l'albedo avec une cellule dont la sensibilité spectrale serait semblable à celle de l'œil. La première valeur doit être considérée comme la plus sûre parce qu'elle résulte de l'ensemble des observations de la Lune. Des mesures colorimétriques encore inédites de M. Danjon sont du reste en meilleur accord avec la première valeur qu'avec la seconde.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Courbe de lumière de Nova Herculis* 1934. Note ([2]) de M. **Henri Grouiller**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. La Nova Herculis 1934, découverte par M. Prentice le 13 décembre 1934, vers $4^h 30^m$ T. C. G., a été signalée par l'auteur de la découverte, à Greenwich dès $5^h 10^m$ du même jour. Cet établissement assura sans délai la divulgation de la découverte. Dès sa réception à l'Ob-

([1]) *Ap. J.*, 43, 1916, p. 190.

([2]) Séance du 20 janvier 1936.

servatoire de Lyon, on alertait les observateurs de l'Association française d'étoiles variables. Les cartes stellaires nécessaires étaient immédiatement préparées et distribuées et, dès le lendemain, le 14 décembre, la Nova était mise en observation régulière [1]. Jusqu'au 30 septembre 1935, 1425 déterminations d'éclat ont été effectuées par 21 observateurs situés à des longitudes très différentes. Ainsi une très grande continuité a pu être réalisée. Malgré les conditions atmosphériques très défavorables de l'hiver 1934-1935, il faut aller jusqu'au 1er février pour trouver la première lacune, le premier jour sans observation. Pendant l'intervalle indiqué ci-dessus (289 jours), il n'y a que cinq jours sans observation. Un petit nombre de jours ne compte qu'une seule mesure individuelle. Pour tout le reste du temps plusieurs déterminations effectuées chaque jour par des observateurs différents se contrôlent les unes les autres.

2. La méthode utilisée est la méthode de Pickering qui consiste à interpoler la magnitude de l'étoile variable par rapport à des étoiles de comparaison mesurées photométriquement. 76 étoiles de comparaison voisines de la Nova ont été utilisées. Leurs magnitudes sont comprises entre $0^m,1$ et $13^m,2$ et elles ont été déterminées sur la base du système photovisuel international.

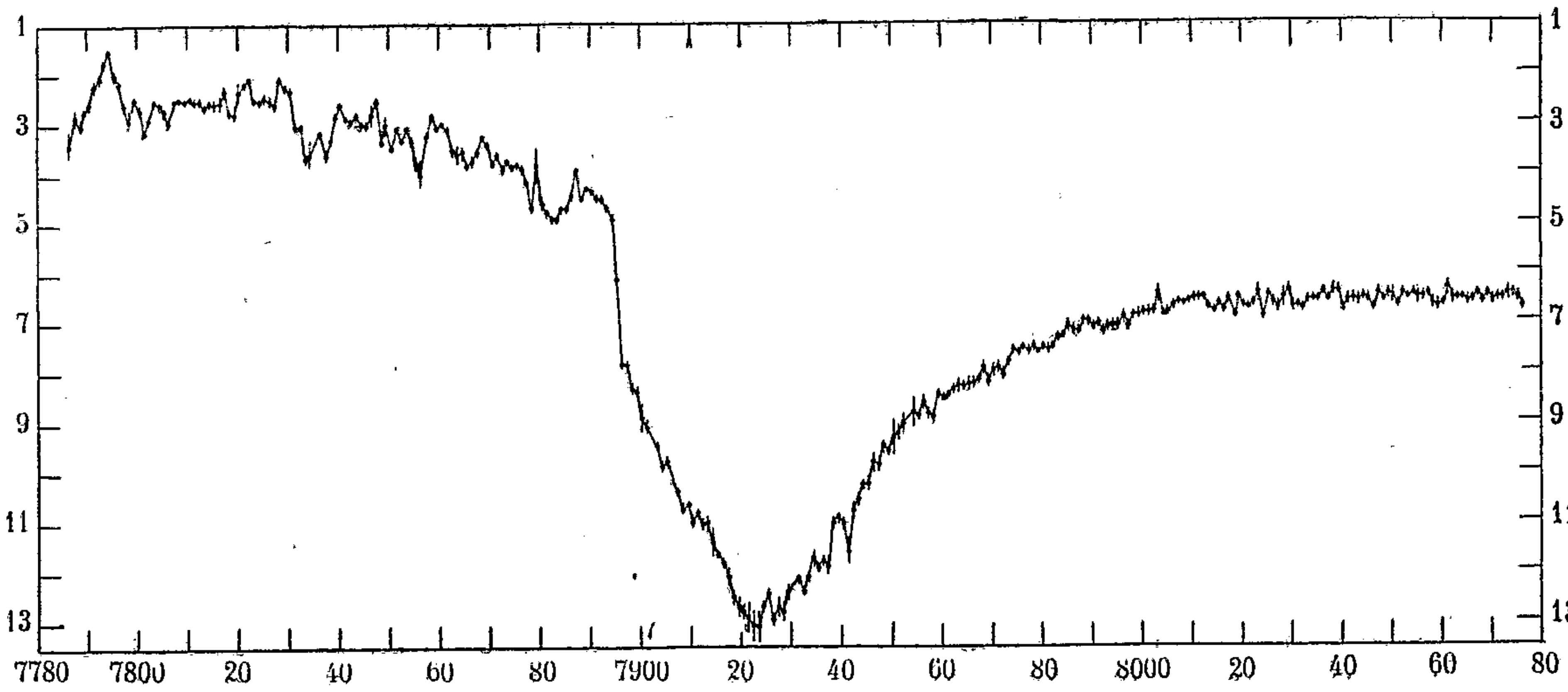
3. La courbe de lumière ci-contre a été obtenue en faisant les moyennes journalières des observations individuelles. L'écart de chaque estimation individuelle par rapport à la moyenne diurne correspondante a été calculé. Des poids de 1 à 3 caractérisaient les conditions d'observation. La moyenne pondérée de 1400 résidus a donné $0^m,22$ pour l'erreur probable d'une mesure individuelle normale de poids 3. On a pu, alors, déterminer l'erreur probable de la moyenne de chaque série journalière. Cette erreur probable a été pointée pour chaque point de la courbe de lumière sous forme d'un tiret parallèle à l'axe des magnitudes et d'une longueur égale au double de sa valeur absolue. On peut ainsi faire une part raisonnable à la réalité des nombreux accidents que présente cette courbe de lumière.

4. La courbe de lumière de Nova Herculis est d'un type plutôt singulier. La grande majorité des novæ, après leur accession rapide au maximum principal, voient leur éclat décliner assez rapidement d'abord, puis plus lentement ensuite, mais d'une manière assez uniforme, abstraction faite d'ondulations secondaires plus ou moins bien caractérisées qui sillonnent la branche d'éclat décroissant. L'histoire photométrique de Nova Herculis 1934, qui paraît une réplique de celle de Nova Aurigæ 1891, est plus complexe. Lors de la découverte, elle était au voisinage de la magnitude 3,5. La montée au maximum fut assez lente, deux magnitudes en 8 jours. Le

---

[1] A Lyon le ciel couvert ne permit pas de voir la Nova avant le 21 décembre.

maximum principal s'est présenté le 22 décembre (T. A.) : la magnitude moyenne diurne de ce jour est $1^m,5$, mais les dernières observations de la série, par M. Loreta, à Bologne, donnent $1^m,2$. Après le maximum, on a immédiatement une descente brusque de près de deux magnitudes en 4 jours. Pendant les 30 jours suivants, la Nova, à travers des soubresauts d'une magnitude d'amplitude, cherche à s'établir dans un palier voisin de $2^m,5$. A partir du 25 janvier 1925, une chute brusque lui fait perdre près de deux magnitudes en 5 jours. Mais 12 jours après, la Nova est



Courbe de lumière de Nova Herculis du 14 décembre 1934 au 30 septembre 1935. En abscisses, les jours de la période julienne et, en ordonnées, les magnitudes dans le système photovisuel.

revenue au voisinage du palier ($2^m,6$). A ce moment commence une descente lente, moins de deux magnitudes en 50 jours, coupée par trois ou quatre dépressions temporaires d'une magnitude environ. Vers le 28 mars, une brusque descente s'amorce. En un peu plus d'un mois la chute est de neuf magnitudes environ et, le 30 avril, on a un minimum voisin de $13^m,0$. Enfin l'éclat de la Nova s'accroît à nouveau, d'abord à travers quelques fluctuations secondaires, puis très régulièrement jusqu'à la magnitude 6,5 atteinte vers le 28 juillet. Par la suite l'éclat est resté sensiblement constant.

PHYSIQUE. — *Sur les isothermes de diffusion dans les mélanges binaires.* Note de M. **H. Lemonde**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Le but de cette étude a été, à l'origine, de rechercher si la relation entre le coefficient de diffusion D du corps dissous et le coefficient de viscosité η du solvant, $D\eta = \text{const.}$, établie (¹) dans le cas des solutions extrêmement diluées, se maintenait pour les solutions concentrées.

1. Les coefficients de diffusion D ont été mesurés par la méthode de J. Thovert (¹) (mélange, dans une cuve parallélipipédique transparente. de deux solutions de la même substance en quantités égales et de concentrations peu différentes). Le coefficient de diffusion a été déterminé à l'aide du procédé de Gouy (²) (déviation d'un rayon lumineux traversant la cuve, et observation de franges analogues aux arcs en ciel surnuméraires).

Les mélanges suivants furent successivement étudiés : eau avec les alcools méthylique, éthylique, propylique, isopropylique; chloroforme avec éther, acétone, alcool éthylique; benzène avec chloroforme, alcool méthylique, alcool éthylique, hexane; toluène avec alcool éthylique.

Les valeurs des coefficients D ont été obtenues avec une approximation généralement supérieure à 3 pour 100. Les expériences sont longues et délicates; il faut éviter l'agitation préliminaire trop grande des liquides, les variations de température, les trépidations et surtout l'évaporation des liquides volatils.

2. *Propriétés des isothermes de diffusion.* — *a.* En solutions diluées, D est proportionnel à la concentration en volume, c'est-à-dire au nombre de molécules par unité de volume du corps dissous.

b. En toutes proportions : la plupart des isothermes de diffusion passent par un minimum (mélanges eau-alcools et benzène-alcools); dans ce cas, les arcs de courbes qui se raccordent au minimum sont d'allure parabolique. D'autres isothermes, sans minimum, sont au-dessous de la droite joignant leurs extrémités (benzène-hexane); plus rarement, elles sont au-dessus de cette droite (acétone-chloroforme) ou passent par un maximum (éther-chloroforme).

c. Des isothermes de diffusion de corps homologues, dans un même

---

(¹) *Thèse*, 1902; *Ann. de Physique*, 26, 1902, p. 366; 2, 1914, p. 369.
(²) *Comptes rendus*, 90, 1880, p. 307.

solvant, ont même allure, et leur déformation est fonction de la constitution chimique : par exemple, dans les isothermes des mélanges eau-alcools et benzène-alcools, les minima ont lieu pour des concentrations croissant avec le rang de l'alcool.

d. Voici, à titre d'exemple, les résultats relatifs aux mélanges eau-alcool éthylique (¹) à 10° et à 18°. Les coefficients de diffusion et les produits $D\eta$ (en unités C. G. S.) sont donnés en fonction de la concentration en volume d'alcool.

	Concentrations en alcool.										
	1.	21.	29.	40.	59.	62,5.	75.	89.	92,5.	98.	99.
$D.10^5$ à 10°....	0,84	0,57	–	0,31	–	0,21	0,30	–	0,66	0,85	–
$D\eta.10^7$ à 10°...	1,18	1,82	–	1,27	–	0,86	1,02	–	1,43	1,39	–
$D.10^5$ à 18°....	1,09	–	0,62	–	0,32	–	–	0,82	–	–	1,10
$D\eta.10^7$ à 18°...	1,20	–	1,62	–	0,96	–	–	1,48	–	–	1,43

3. *Relation entre la diffusion et la viscosité.* — J'ai mesuré les viscosités à l'aide du viscosimètre d'Ostwald. Le principal résultat de cette étude est que la loi $D\eta = \text{const.}$, établie pour les solutions très diluées, (1) est inapplicable aux autres concentrations. Cette relation n'est pas une loi limite, puisque, dès le début, les isothermes $D\eta$ montrent une variation généralement très rapide. Les courbes $D\eta$ possèdent en général un minimum ou un maximum : soit un seul minimum ou un seul maximum, soit deux maxima séparés par un minimum plus ou moins profond, soit un maximum et un minimum.

Il existe fréquemment des mélanges pour lesquels les écarts des isothermes D et η par rapport à la droite d'additivité, sont de même sens : tous deux positifs ou tous deux négatifs.

Quelquefois la viscosité η passe par un maximum quand l'isotherme D passe par un minimum, mais le maximum de η et le minimum de D n'ont pas lieu aux mêmes concentrations.

Il s'ensuit que : dans le premier cas, l'écart de l'isotherme $D\eta$ est de même sens que celui des isothermes D et η ; dans le second cas, cette isotherme subit, en solutions diluées, l'influence prépondérante de η, mais celle de l'isotherme D l'emporte finalement aux solutions concentrées.

(¹) Quelques mélanges binaires (eau-alcools) ont été étudiés par B. Gerlach, *Ann. der Phys.*, **10**, 1931, p. 437; E. Münter, *Ann. der Phys.*, **11**, 1931, p. 558; G. Franke, *Ann. der Phys.*, **14**, 1932, p. 675. La différence entre leurs résultats et les miens provient des méthodes de mesures de D, bien inférieures à la méthode de Thovert.

De plus, l'importance de la variation de $D\eta$ paraît bien être fonction de la polymérisation des liquides et de leur pouvoir d'association.

ÉLECTRONIQUE. — *Couches de barrage et photoélectricité.* Note (¹) de M. **Jean Roulleau**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai signalé (²) que la résistance de contact métal/oxyde cuivreux était proportionnelle à la résistivité spécifique du Cu^2O étudié, le facteur de proportionnalité étant déterminé uniquement par le mode de traitement de la surface du semi-conducteur. D'autre part cette résistance de contact diminue avec le temps de façon sensiblement exponentielle. Il est possible d'utiliser ces propriétés pour l'étude des différents facteurs intervenant dans l'effet photoélectrique (photopotentiel produit par une lumière monochromatique d'intensité donnée) et dans l'effet redresseur (variation de la résistance de contact en fonction de la tension appliquée).

Si l'on utilise des éléments au Cu^2O présentant des résistances de contact égales, on constate que la résistivité de la masse du semi-conducteur ne joue aucun rôle dans l'effet photoélectrique ni dans l'effet redresseur. C'est ainsi que les caractéristiques redresseur demeurent identiques quand la résistivité varie dans le rapport de 1 à 10^4. Bien que la détermination de l'effet photoélectrique ne soit pas aussi précise, il n'en demeure pas moins que ses variations sont indépendantes de la résistivité du Cu^2O.

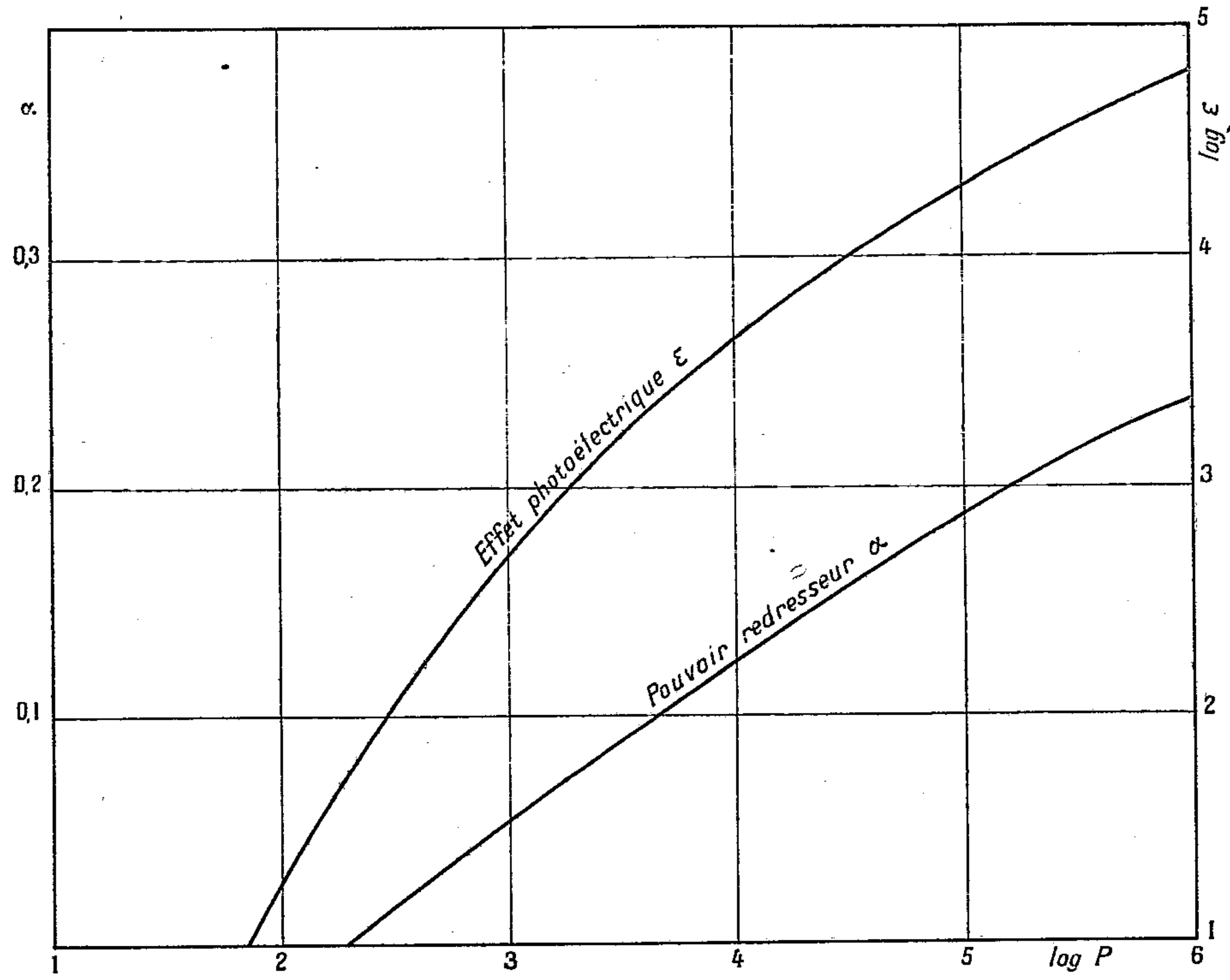
Mais en étudiant ces deux effets, non plus au point de vue de la résistivité de la masse du semi-conducteur, mais à celui de la résistance de contact, rapportée à l'unité de surface, on constate que l'un et l'autre croissent avec celle-ci, comme le montre la figure. En abscisses sont portées les valeurs du logarithme de la résistance de contact P et, en ordonnées (échelle de droite), les logarithmes des photopotentiels ε, et (échelle de gauche) les valeurs du pouvoir redresseur α, c'est-à-dire de la tangente à la courbe caractéristique résistance tension pour une tension nulle.

Il convient de remarquer que si l'effet photoélectrique et l'effet redresseur ne sont pas nécessairement liés entre eux, ils sont tous deux liés à la valeur de la résistance de contact, et varient dans le même sens. Or ce résultat a été souvent contesté par de nombreux auteurs qui signalent avoir

(¹) Séance du 3 février 1936.
(²) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 947.

obtenu soit des photoéléments ne présentant pas d'effet redresseur, soit des redresseurs ne présentant pas d'effet photoélectrique. Ces observations peuvent tenir à trois sortes de causes :

1° Dans de nombreuses cellules photoélectriques de type commercial, les deux électrodes métalliques forment avec le semi-conducteur deux couples redresseurs antagonistes, dont un seul est soumis à l'éclairement :



une telle cellule présentera donc en apparence exclusivement un effet photoélectrique.

2° On a signalé [1] que les éléments de très haute résistance présentaient un effet photoélectrique considérable, mais un effet redresseur négligeable. Cela tient vraisemblablement à ce que les auteurs n'avaient pas tenu compte de la résistance de la masse du Cu^2O, très élevée devant celle de la couche limite; par suite, on ne peut observer de variation appréciable de l'intensité du courant lorsqu'on applique à l'élément des tensions opposées.

3° Certains auteurs [2] ayant cherché à créer des couches d'arrêt artifi-

(1) BORISSOW, SINELNIKOW et WALTHER, *Phys. Zeit. Sowjetunion*, 3, 1933, p. 146.
(2) W. JUSÉ, *Phys. Zeit. Sowjetunion*, 7, 1935, p. 1-18.

cielles au moyen de pellicules minces d'isolants (SiO^2, B^2O^3, ClNa, S, verre, résine) ont constaté que l'on obtenait ainsi des éléments redresseurs ne présentant pas d'effet photoélectrique. Mais dans ce cas il est très probable qu'il s'agit d'un mécanisme différent de celui de l'élément redresseur au Cu^2O.

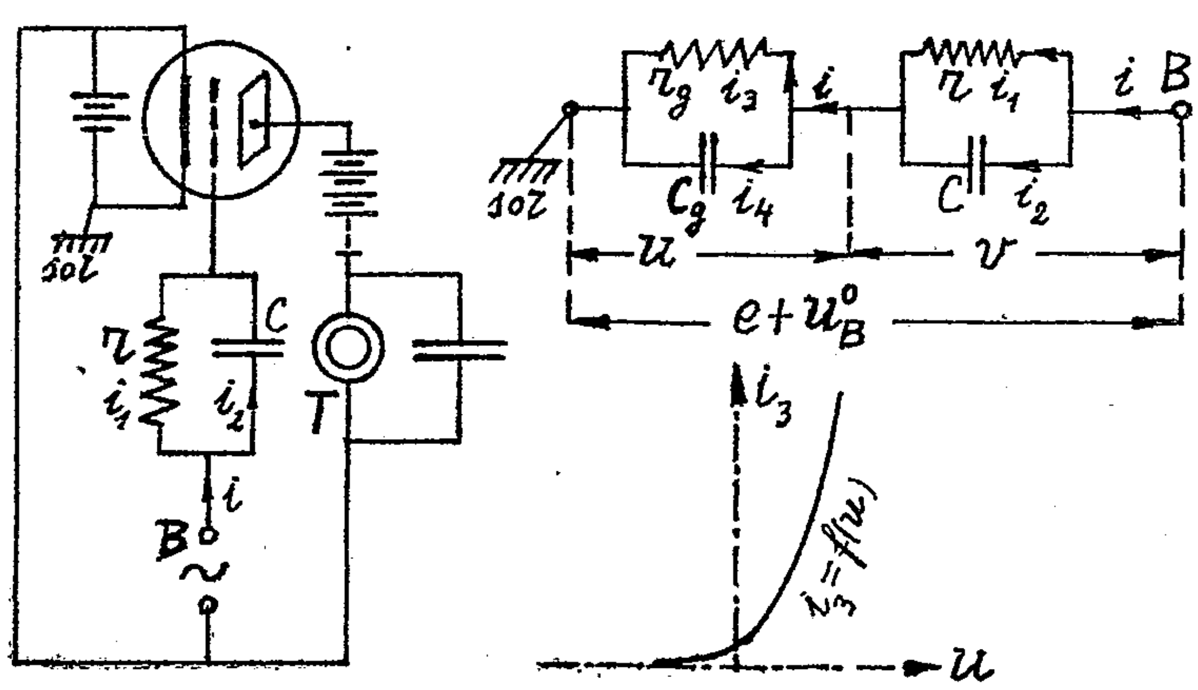
En résumé : 1° l'effet photoélectrique et l'effet redresseur de contact sont indépendants de la résistivité spécifique de la masse du Cu^2O; 2° l'un et l'autre croissent avec la résistance de contact et sont, par conséquent, liés par l'intermédiaire de celle-ci.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la détection du courant de haute fréquence par le condensateur shunté dans le circuit de grille d'un tube électronique.* Note (1) de M. D. **Milossavliévitch**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous nous sommes proposé de donner une expression algébrique pour la tension de grille, quand le potentiel du point B (*fig.* 1) est soumis à une variation sinusoïdale,

$$e + u_B^0, \quad \text{où} \quad e = A \sin \omega t \quad \text{et} \quad u_B^0 = \text{const.}$$

L'espace filament-grille peut être assimilé à un condensateur C_g shunté



par une résistance variable r_g. L'équation $i_3 = f(u)$ nous présente la caractéristique de grille à tension de plaque constante.

(1) Séance du 3 février 1936.

On trouve (*fig.* 1) immédiatement

$$e + u_B^0 = r i_1 + u, \qquad v = r i_1, \qquad i_2\, dt = C\, dv,$$
$$i = i_1 + i_2, \qquad i = i_3 + i_4,$$
$$i_4\, dt = C_g\, du, \qquad i_3 = f(u).$$

Après l'élimination de i, i_1, i_2, i_3, i_4 et v on arrive à l'équation

$$B \sin(\omega t + \varphi) = r(C + C_g)\frac{du}{dt} + u + r f(u) - u_B^0, \tag{1}$$

$$B = A\sqrt{1 + r^2 C^2 \omega^2} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang}\varphi = rC\omega.$$

Il est difficile de résoudre l'équation (1) dans le cas général. Pour les signaux très faibles on peut admettre, avec une approximation suffisante, pour u l'expression

$$u = u_0 + \varepsilon + b \sin(\omega t + \psi), \tag{3}$$

u_0 désignant la tension de grille avant l'arrivée du signal e; ε, b et ψ constantes à déterminer; u_0 satisfait à l'équation

$$u_0 + r f(u_0) - u_B^0 = 0. \tag{4}$$

Nous avons remplacé dans (1) u par l'expression (3) et, après avoir négligé les termes en ε^2, ε^3, εb, b^3, nous avons obtenu

$$\left\{\begin{aligned} &[r f'(u_0) b \cos\psi + b\cos\psi - r\omega(C + C_g) b \sin\psi - B\cos\varphi] \sin\omega t \\ &+ [r f'(u_0) b \sin\psi + b \sin\psi + r\omega(C + C_g) b\cos\psi - B\sin\varphi]\cos\omega t \\ &\qquad + \left[r f'(u_0)\varepsilon + \varepsilon + \frac{1}{2} r f'(u_0) b^2 \sin^2(\omega t + \psi)\right] = 0. \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Multipliant successivement l'équation (5) par dt, $\sin\omega t\, dt$ et $\cos\omega t\, dt$ et faisant l'intégration entre les limites 0 et $T = 2\pi/\omega$, on arrive aux équations

$$\left\{\begin{aligned} &4M\varepsilon + Pb^2 = 0, \\ &Mb\cos\psi - Nb\sin\psi = B\cos\varphi, \\ &Nb\cos\psi + Mb\sin\psi = B\sin\varphi, \end{aligned}\right. \tag{6}$$

M, N et P désignant

$$M = r f'(u_0) + 1, \qquad N = r\omega(C + C_g), \qquad P = r f''(u_0).$$

On tire aisément de (6)

$$b = mA, \qquad \operatorname{tang}\psi = \frac{M\sin\varphi - N\cos\varphi}{N\sin\varphi + M\cos\varphi},$$

$$\varepsilon = -\frac{\dfrac{A^2}{2}\dfrac{f''(u_0)}{2}}{\dfrac{1}{r} + f'(u_0)} m^2, \qquad \text{où} \qquad m^2 = \frac{1 + r^2C^2\omega^2}{M^2 + N^2}.$$

L'expression pour la baisse de tension diffère de la formule classique par le facteur m^2, qui est de l'ordre de 0,7 pour

$$C = 50\,\mu\mu F, \quad C_g = 10\,\mu\mu F, \quad r = 5.10^6\,\Omega, \quad u_B^0 = 4 \text{ volts} \quad \text{et} \quad \omega = 10^6\,\text{sec}^{-1}.$$

OPTIQUE INSTRUMENTALE. — *Sur les miroirs obtenus par évaporation dans le vide.* Note de M. **L. Dunoyer**, présentée par M. Charles Fabry.

Diverses publications étrangères ont montré, depuis quelques mois, l'intérêt que présentait la substitution de l'aluminium, déposé par évaporation dans le vide, à l'argent déposé chimiquement sur le verre pour les miroirs de télescopes. J'avais depuis longtemps obtenu des miroirs par ce procédé, au cours de mes recherches sur les rayons moléculaires [1]. En mettant complètement au point un procédé de fabrication des miroirs à couche d'aluminium par réalisation de rayons moléculaires j'ai constaté que l'emploi de ces rayons entraînait certaines conséquences, les unes favorables et les autres défavorables, sur lesquelles je voudrais attirer l'attention.

Pour que la couche soit bien adhérente, il faut que les molécules du métal vaporisé aient rencontré le plus petit nombre possible de molécules de l'atmosphère résiduelle avant de frapper la surface sur laquelle elles viennent se fixer. Il faut donc que le chemin moyen de libre parcours des molécules de l'atmosphère résiduelle soit de l'ordre de la plus grande distance entre la source de vapeur et un point de surface à couvrir.

Si la source est ponctuelle, l'épaisseur du dépôt obtenu en un temps donné obéit alors aux mêmes lois que l'éclairement de la surface sur laquelle il doit se produire. Cela est particulièrement favorable si l'on se propose d'obtenir une opacité graduellement variable. On peut obtenir ainsi d'excellents coins photométriques en choisissant convenablement le métal vaporisé. En aluminium, sous une certaine épaisseur, la couche semble légèrement bleutée. Pourtant les très nombreuses images par réflexion multiple que l'on peut apercevoir (aisément 25) semblent toutes sensiblement de la même couleur. On sait que plus ces images sont nombreuses, meilleures sont les couches réfléchissantes semi-transparentes pour la production de franges d'interférence.

Mais le fait que l'épaisseur du dépôt varie comme l'éclairement de la

(1) L. Dunoyer, *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 592 et *Le Radium*, 8, 1911, p. 142.

surface sur laquelle il se forme, constitue au contraire une difficulté importante si l'on se propose d'obtenir une couche d'épaisseur uniforme sur de grandes surfaces.

Pour résoudre cette difficulté, l'idée qui se présente d'abord à l'esprit, consiste à éloigner d'autant plus la source de vapeur de la surface à couvrir que cette surface est plus grande. Comme le chemin moyen de libre parcours doit rester du même ordre que la plus grande distance de la source à un point de la surface, on voit que le degré de vide doit être d'autant meilleur que cette surface est plus grande. Si l'on double la dimension caractéristique de cette surface, la pression de l'atmosphère résiduelle doit être deux fois moindre, dans un appareil de volume huit fois plus grand, dont les parois ont une aire quadruple et dégagent ainsi quatre fois plus de gaz adsorbé. Il faut donc que la vitesse de la pompe, combinée avec le débit de la canalisation, soit quatre fois plus grande et qu'elle puisse réaliser dans l'enceinte une pression deux fois moindre.

Une deuxième manière de tourner la difficulté consiste à disposer devant la surface à couvrir un certain nombre de sources de vapeur à une distance moindre que ne devrait l'être une seule source. Pour obtenir un dépôt uniforme le problème est le même que celui qui consiste à produire sur une place publique un éclairage uniforme avec des réverbères placés à une certaine hauteur. On pourra ainsi métalliser un grand miroir avec une sorte de grande cloche plate, convenablement nervurée pour résister à la pression, qui sera beaucoup plus commode à manœuvrer, à nettoyer et à vider parfaitement qu'une cloche de même section ayant toute la hauteur qui serait nécessaire pour l'emploi d'une seule source de vapeur.

J'emploie avec succès un troisième procédé qui consiste à réaliser un mouvement relatif convenable entre la source de vapeur et la surface. Cela revient à arroser la surface avec un jet moléculaire. Suivant les cas, c'est la source ou c'est la surface qu'on rend mobile par rapport au récipient.

Enfin l'emploi de rayons ou de jets moléculaires a pour conséquence que, si la source est ponctuelle, les objets interposés entre elle et la surface à couvrir portent sur cette surface des ombres nettes. J'ai pu ainsi fixer sur une surface de verre des dessins, des inscriptions quelconques dont la finesse et la netteté de contour sont extrêmes. La principale difficulté réside dans la réalisation des pochoirs qui servent à délimiter les pinceaux moléculaires. Cette application peut être utile dans beaucoup de cas, par exemple pour laisser des réserves précises sur une surface à métalliser (soit qu'on veuille utiliser son pouvoir réflecteur, soit qu'on veuille utiliser sa

conductibilité) ou encore pour réaliser des graticules d'instruments d'optique, à contraste absolu, aussi fins et nettement délimités qu'on le désire et rigoureusement identiques les uns aux autres, etc.

J'ajoute pour terminer que la couche métallique déposée épouse rigoureusement tous les défauts de la surface. Elle les fait même apparaître d'une manière surprenante et révèle ainsi, sur une surface de verre, des défauts de polissage que l'examen direct de cette surface avant métallisation ne laissait pas apercevoir. Quand la surface sous-jacente est bien polie, la couche métallique déposée ne semble avoir aucun pouvoir diffusant propre, à l'inverse des couches déposées chimiquement, qui exigent presque toujours un polissage. Avec les couches aluminées que j'ai obtenues, le plus doux des polissages ne peut qu'augmenter le pouvoir diffusant de la surface.

OPTIQUE. — *Spectropolarimètre à miroirs métalliques pour l'ultraviolet lointain.* Note [1] de M. **Roger Servant**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les recherches polarimétriques [qu'il y a intérêt à pousser le plus loin possible dans l'ultraviolet [2]] sont particulièrement gênées à partir de 2500 Å par l'opacité croissante des pièces optiques et la nécessité de les achromatiser. Pour tourner cette difficulté j'ai remplacé les lentilles par des miroirs concaves aluminisés tels que ceux qui sont employés [3] de plus en plus en astrophysique. Ils peuvent servir, au delà de leur application courante, jusqu'à la limite imposée par l'air, soit 1850 Å environ. Je les ai associés à un réseau concave métallique et j'ai réalisé l'appareil suivant :

Un miroir concave C_1 ($R = 40^{cm}$, $O = 3^{cm}$) reçoit les rayons issus d'une source S (par exemple une étincelle condensée entre électrodes de tungstène). Le faisceau réfléchi tombe sur une glace plane M_1 sous l'incidence brewstérienne, puis va former l'image *s* de S dans le plan d'un diaphragme D. Les rayons tombent ensuite sur une deuxième glace M_2

---

[1] Séance du 3 février 1936.

[2] Cf. A. Cotton, R. Descamps, J. Duclaux et P. Jeantet, E. Darmois, M. Pauthenier, G. Bruhat, *La polarimétrie en lumière ultraviolette* (éditions de la *Revue d'Optique*, 1934).

[3] Ch.-F., *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 13, 1934, p. 348.

parallèle à M_1 et sont repris par le miroir concave C_2 ($R = 60^{cm}$, $O = 3^{cm}$) qui les concentre sur la fente f d'un spectrographe Bloch à réseau concave (montage normal). Les supports de $C_1 C_2, M_1 M_2, D$ S sont fixés sur un plateau en forme de parallélogramme placé en avant du spectrographe. On a : $C_1 M_1 = M_1 D = DM_2 = M_2 C_2 = 37,5^{cm}$, $C_2 f = 50^{cm}$.

L'appareil permet d'obtenir en particulier les deux sortes de clichés suivants :

a. Si l'on place en D une lame de quartz à faces parallèles, taillée perpendiculairement (ou parallèlement) à l'axe, on obtient dans le spectre des franges verticales caractérisant le pouvoir rotatoire (ou la biréfringence) de la lame employée.

b. L'astigmatisme du réseau étant suffisamment faible, on peut placer en D un biquartz ou un compensateur : une lame biréfringente taillée en coin ou un compensateur de Sénarmont à arête perpendiculaire à la fente donnent des franges obliques par rapport aux raies du spectre. L'image d'une raie est alors découpée par les franges obliques dont on peut ainsi déterminer la forme. (Dans le cas du coin biréfringent de quartz que j'emploie, j'enregistre 2 à 5 pointillés sur une hauteur de raie de 3^{mm}.)

On peut utiliser le déplacement des franges (*a*) et (*b*) à des mesures sur d'autres cristaux ou corps actifs interposés en D.

Je compte utiliser ce montage pour des radiations de longueur d'onde inférieures à 1850 Å.

SPECTROSCOPIE. — *Photométrie photographique dans l'ultraviolet extrême.* Note de Mme **Renée Montagne** et de M. **Raymond Ricard**, présentée par M. Charles Fabry.

Vavilow a montré que certaines substances colorantes fluorescentes obéissent à la loi du rendement quantique d'Einstein : un quantum d'énergie absorbé provoquant l'émission d'un quantum d'énergie (1). Cette relation n'a pas un caractère rigoureux, car elle suppose l'existence d'une seule bande de fluorescence, mais, lorsqu'il existe une bande prépondérante, elle se vérifie expérimentalement assez bien, pour une région éloignée de la bande de fluorescence, du côté des courtes longueurs d'onde.

(1) *Philosophical Magazine*, **43**, 1922, p. 307; *Zeitschrift für Physik*, **23**, 1924, p. 266; **42**, 1927, p. 311.

Pour l'esculine et certaines huiles, la constance du rendement quantique a été vérifiée par Harrisson et Leighton ([1]). Pour le salicylate de sodium, dont l'emploi a été proposé par J. et J.-F. Thovert ([2]), elle a été vérifiée à l'aide de cellules photoélectriques par Chevalier et Dubouloz ([3]) puis par Déjardin et Mlle Schwégler ([4]).

Lorsqu'il s'agit de plaques photographiques traitées par des solutions fluorescentes, l'existence d'une seule bande de fluorescence, dans une certaine région spectrale, implique comme conséquence la constance, dans cet intervalle, des facteurs de contraste γ (à temps de pose constant) et γ' (à éclairement constant) et par suite de $p = \gamma'/\gamma$. Récemment Tien Kui ([5]) (de 3000 à 2400 Å) et Terrien ([6]) (de 2500 à 1600 Å) ont montré qu'il en était ainsi de 3000 à 1600 Å pour les plaques traitées au salicylate de soude.

Nous avons étendu cette vérification dans l'ultraviolet lointain, jusqu'à 1250 Å. Les concentrations utilisées pour sensibiliser les plaques étaient de 1 à 2 pour 1000 de salicylate de soude en solution alcoolique et de 9 pour 100 en solution hydro-alcoolique. La sensibilité varie beaucoup dans ce domaine des concentrations : par exemple, si la densité 2 est atteinte par un éclairement 1 avec une plaque traitée par une solution à 9 pour 100, elle sera atteinte pour un éclairement 8 environ pour une plaque sensibilisée à 2 pour 1000, les temps de pose étant égaux.

Pour les mesures quantitatives, il importe d'avoir, sur la plaque une pellicule suffisamment épaisse de substance fluorescente afin que l'absorption soit complète. Il se présente ici une difficulté : la solution aqueuse de salicylate pénètre la gélatine, et l'on n'a pas, à proprement parler, un enduit, mais une sorte de solution du sel dans la gélatine. Il en résulte un grave inconvénient : pour les concentrations élevées (de l'ordre de 50 pour 100 par exemple) il y a décollement de la gélatine au développement en raison de la cristallisation du sel au sein du support.

Nos résultats sont de nature à faciliter beaucoup les mesures dans l'ultraviolet lointain. On utilise souvent, pour étalonner les plaques, des écrans

---

([1]) *Physical Review*, **37**, 1931, p. 470; **38**, 1931, p. 899.
([2]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 731.
([3]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 174.
([4]) *Revue d'Optique*, **13**, 1934, p. 313.
([5]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1348.
([6]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 211.

absorbants, mais ceux-ci se montrent très sélectifs dans cette région. La constance de γ' et de p pour les plaques traitées au salicylate de soude permet d'étalonner les clichés par des mesures auxiliaires faites dans le spectre visible. En effet, pour démontrer la constance de γ, il nous suffit de montrer celle de γ', directement accessible par variation du temps de pose, car p est constant et peut être déterminé dans le visible pour une région spectrale voisine du maximum d'intensité de la bande de fluorescence. C'est ce que nous avons réalisé à l'aide d'une lampe à incandescence munie d'un filtre Corning violet 511 de 5^{mm} d'épaisseur. Il vaut encore mieux utiliser à cet effet, la bande de fluorescence elle-même en l'excitant à l'aide du rayonnement de longueur d'onde 3130 Å de l'arc au mercure par exemple.

Avec les plaques *Opta* et *Étiquette bleue* entre 2000 et 1250 Å la valeur moyenne de γ' reste constante à 10 pour 100 près (tableau).

λ (Å dans le vide)	2005,2.	1979.	1949,2.	1940,1.	1927,6.	1892,1.	1820.7.	1602,6.	1623,9.
γ′	1,50	1,45	1,28	1,36	1,36	1,35	1,36	1,35	1,50

λ (Å dans le vide)	1613,3.	1550,7.	1541,8.	1472,3.	1372,5.	1321,7.	1307,9.	1277.
γ′	1,50	1,41	1,45	1,50	1,45	1,40	1,40	1,27

Pour les mesures concernant la répartition spectrale énergétique, on est très gêné par la sélectivité des plaques. Cet inconvénient doit disparaître pour les plaques fluorescentes si, comme il est permis de le supposer, la loi du rendement quantique est bien vérifiée; la sensibilité des plaques doit suivre alors une loi régulière bien connue. Il est nécessaire de vérifier à cet égard que le salicylate de soude est susceptible d'absorber et de diffuser sans changement de fréquence les radiations incidentes d'une façon non sélective.

L'absorption complète a été constatée en déposant une couche de salicylate solide (de la même façon que sur les plaques traitées à 9 pour 100) sur une fenêtre mince de silice fondue placée sur la fente du spectographe à vide. Nous avons de même constaté une diffusion relativement faible (bien que non négligeable) en plaçant une plaquette de salicylate devant la fente et en l'éclairant obliquement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de l'alcalinité des verres sur la viscosité des collodions éther-alcool dilués.* Note [1] de M. **Jean Grévy.**

Nous avons signalé [2] que certains collodions éther-alcool dilués présentaient au bout d'un mois des diminutions parfois importantes de viscosité. Ayant déjà étudié l'influence de l'ammoniac sur la viscosité des collodions [3], nous avons pensé que ce phénomène pourrait être dû à la réaction alcaline du verre des récipients.

Nous avons entrepris une série d'expériences pour vérifier l'exactitude de cette hypothèse. Les essais ont été effectués, avec le même coton poudre industriel type CP_2 que précédemment, sur un collodion éther-alcool d'une concentration de $0^g,3$ par litre. Le solvant avait une composition pondérale de 60^g d'alcool absolu pour 40^g d'éther, ces produits avaient été fraîchement distillés et recueillis dans des récipients en verre Pyrex.

Le collodion ainsi préparé, et dont la viscosité spécifique est de 0,135, a été réparti le lendemain de sa préparation dans des flacons qui différaient par la nature du verre et par leurs dimensions de façon à faire varier le rapport entre la surface du verre et le volume du liquide. Tous ces flacons, qui étaient neufs, avaient été lavés longuement au mélange sulfochromique, puis à l'eau, sauf quelques-uns qui avaient été lavés rapidement à l'eau seulement.

Nous avons surveillé l'évolution de la viscosité spécifique de ces collodions pendant près d'un an. Il a été tenu compte des variations de composition que ces échantillons pouvaient présenter par suite de la volatilité du solvant et de la longue durée des essais.

Les résultats de ces essais sont résumés dans le graphique ci-après, dans lequel chaque courbe, relative à un échantillon, porte un repère qui indique la nature du récipient.

Les flacons correspondant aux cinq premiers essais avaient été lavés longuement au mélange sulfochromique puis à l'eau, le dernier PFE avait été simplement lavé très rapidement à l'eau.

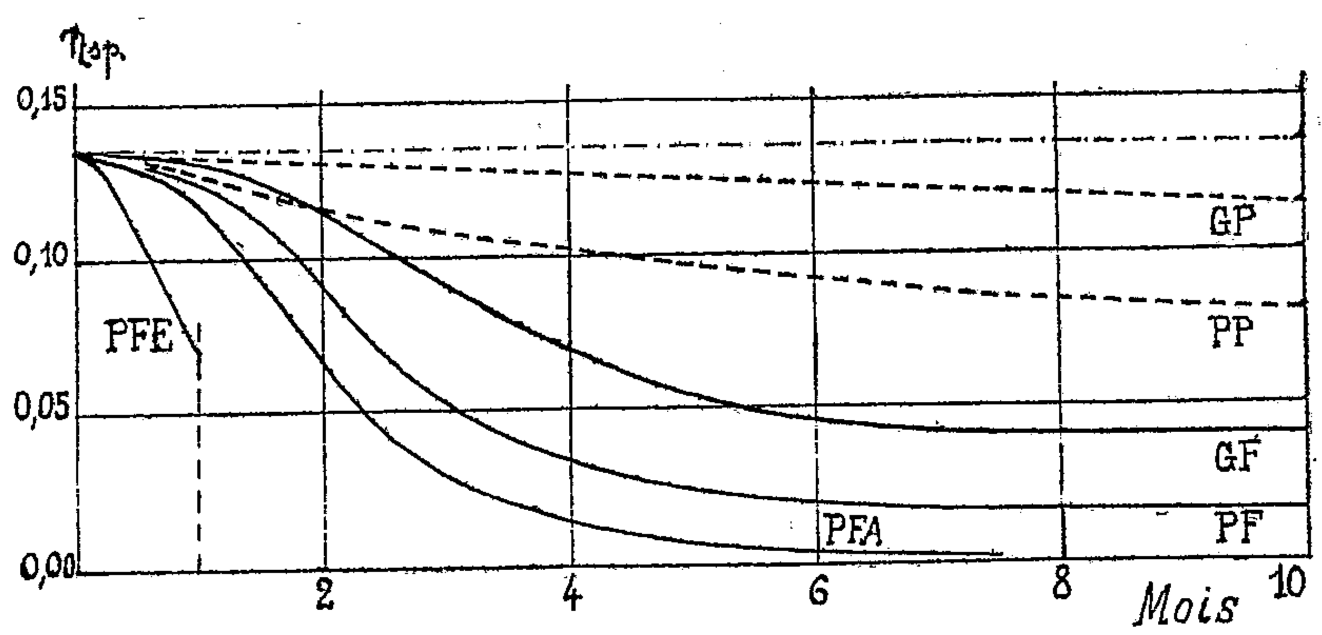
---

[1] Séance du 3 février 1936.

[2] Jean Grévy, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 743.

[3] P. Pascal et J. Grévy, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 726.

L'examen de ces courbes montre que les diminutions de viscosité des collodions sont d'autant plus importantes que le rapport de la surface du verre au volume du liquide est plus considérable et qu'elles sont, toutes choses égales, beaucoup moindres dans les récipients en verre Pyrex que dans les récipients en verre ordinaire. Ainsi, au bout de 10 mois, la viscosité spécifique d'un collodion contenu dans un récipient en Pyrex ne diminue que de 15 pour 100, alors que la viscosité spécifique du même collodion contenu dans un récipient de diminution voisine mais en verre ordinaire est à peine le tiers de sa valeur primitive. Si dans le cas d'un verre ordinaire on augmente le rapport entre la surface et le volume, au bout de 6 mois la viscosité du collodion se rapproche à un tel point de la viscosité du solvant pur que la viscosité spécifique, extrêmement faible, n'est plus mesurable avec précision.



Courbes.	Flacons.	Surface pour 100cm³ de liquide.
GP	Grand ballon verre Pyrex...........	85 cm²
PP	Petit ballon verre Pyrex...........	155
GF	Grand flacon verre ordinaire........	75
PF	Petit flacon verre ordinaire.........	100
PFA	Id., contenant fragments verre......	330
PFE	Petit flacon verre ordinaire.........	100

Enfin l'on voit en examinant la courbe PFE qu'au bout d'un mois déjà la viscosité spécifique d'un collodion contenu dans un flacon neuf, qui avait

été imparfaitement lavé, n'est plus que la moitié de la valeur initiale; la rapidité de l'évolution est ainsi beaucoup plus grande que si l'on utilise le même récipient lavé au mélange sulfochromique.

Nous avons vérifié directement en maintenant pendant quelques heures de l'eau vers 90°C. dans des récipients en Pyrex et verre ordinaire que l'alcalinité due au Pyrex est environ 15 fois plus petite que celle que peut libérer le verre ordinaire dans les mêmes conditions.

Enfin en ajoutant au collodion initial 1^{cs} de potasse ou 1^{cs} de carbonate de soude pour 100^{cm^3}, la viscosité spécifique devient à peu près nulle dans le cas de la potasse au bout de 6 heures; dans le cas du carbonate de soude, elle n'est plus que le dixième de sa valeur primitive en 6 heures et à peu près nulle en 24 heures.

Ces divers essais montrent que l'alcalinité due au verre des récipients peut diminuer considérablement la viscosité des collodions qui y sont contenus. Dans les études relatives aux collodions dilués, il y a donc lieu de prendre les plus grandes précautions pour éviter que ce phénomène ne vienne altérer les résultats.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude polarimétrique de la formation des complexes molybdosacchariques.* Note de MM. **Henri Pariselle** et **Fazlollah Chirvani**, présentée par M. Robert Lespieau.

Cherchant une nouvelle interprétation aux résultats de Gernez [1] relatifs à l'action du molybdate d'ammoninm sur l'acide malique, M. Darmois [2], par l'étude des variations du pouvoir rotatoire au cours de la neutralisation par l'ammoniaque de divers mélanges d'acide malique et d'acide molybdique, a montré l'existence de deux types différents de *complexes molybdomaliques*, l'un *lévogyre*, l'autre *dextrogyre* de formules respectives

$$MoO^3(MHX)^2 \quad \text{et} \quad (MoO^3)^2MX^2,$$

MH^2 désignant l'acide malique et X un métal alcalin.

Des études analogues faites sur l'acide tartrique l'ont conduit à des résultats comparables.

(1) *Comptes rendus*, 109, 1890, p. 151.

(2) *Journal de Physique*, 4, 6e série, 1923, p. 49.

Il nous a semblé utile de voir si ces conclusions s'appliquaient à d'autres oxyacides et en particulier à l'acide saccharique qui nous avait déjà donné des résultats intéressants quant aux complexes qu'il forme avec l'acide antimonieux ([1]).

Le corps actif a été employé, soit sous forme de solution d'acide saccharique, soit sous forme de solution de saccharate neutre de potassium ou d'ammonium; le molybdène, sous forme d'acide molybdique, de molybdate MoO^4K^2 ou de paramolybdate $7MoO^3, 3(NH^4)^2O$. Sur des mélanges variés de ces corps, nous avons fait agir, selon les cas, une base (potasse ou ammoniaque) ou un acide. Pour les études polarimétriques, nous avons employé simultanément la méthode des variations continues de Job et la méthode de neutralisation de mélanges variables préconisée par Darmois.

Nous nous contenterons de donner quelques résultats expérimentaux obtenus en partant du molybdate MoO^4K^2 et du saccharate neutre SaK^2 (SaH^2 représentant conventionnellement l'acide saccharique).

A. — *Courbe de Job relative au binaire* SaH^2, $Mo^7O^{24}K^6$.

MoO^4K^2(N/2).	SaH^2(N/2).	ClH(N).	H^2O.	Rotation sous 2^{dm} à 18° (raie verte du Hg).
15^{cm^3}	5	8,6	11,4	$-0°,77$
14	6	8	12	$-1,12$
13,33	6,66	7,66	12,33	$-0,31$
12	8	6,85	13,15	$+0,40$

B. — *Courbe de Job relative au binaire* SaHK, $Mo^7O^{24}K^6$.

MoO^4K^2(N/2).	SaK^2(N/2).	ClH(N).	H^2O.	Rotation à 18°.
15^{cm^3}	5.	11,07	3,93	$+15°,65$
14	6	11	4	$+17,85$
13,33	6,66	10,94	4,06	$+16$
12	8	10,85	4,15	$+11,81$
10	10	10,7	4,2	$+2,05$

C. — *Courbe de neutralisation par* ClH(N) *d'un mélange de* $7^{cm^3}.5$ SaK^2(N/2) et $17^{cm^3},5$ MoO^4K^2 (N/2); $t = 20°$, $L = 2^{dm}$.

ClH(N) (cm^3)...	0.	5.	10.	13,75.	17,5.	20,5.
Rotation......	0°,18	0°,43	10°,77	21°	1°,25	$-0°,8$

Les différentes mesures nous ont permis de conclure à l'existence de deux

([1]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 203.

types de complexe : l'un, répondant à la formule

$$3\,Sa\,H^2, 7\,MoO^3, 3\,X^2O,$$

de pouvoir rotatoire moléculaire —70° (raie verte du mercure) (¹) et de dispersion 2,7 (raies indigo et jaune du mercure); l'autre, fortement *dextrogyre*,

$$[\alpha^v_M] = +1050^\circ, \quad \Delta = 2,3,$$

de formule

$$3\,Sa\,HX, 7\,MoO^3, 3\,X^2O.$$

Les complexes molybdosacchariques se différencient donc nettement des complexes molybdomaliques et molybdotartriques et se caractérisent par la persistance, dans leur molécule, du complexe paramolybdique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les éthérates des acides bismutho- et antimonio-iodhydriques.* Note (²) de M. **Victor Auger** et Mlle **Nina Ivanoff**, présentée par M. Georges Urbain.

I. *Système eau, éther, acide iodhydrique et iodure de bismuth.* — Éthérate d'acide bismutho-iodhydrique hydraté. $BiI^4H, 16H^6O, 10(C^2H^5)^2O$.

La solution de l'iodure de bismuth dans l'acide iodhydrique concentré contient l'acide BiI^4H que divers solvants neutres, tels que l'acétate d'éthyle, l'alcool amylique, etc. enlèvent à la phase aqueuse. Nous avons observé qu'en présence d'éther la solution aqueuse contenant au moins 10 pour 100 de IH donne naissance à un système à trois phases liquides : éther, eau, éthérate d'iodure. Ce système n'est stable qu'en présence d'un suffisant excès de IH, et l'addition d'eau le détruit avec formation d'un précipité orangé. D'autre part, une très forte concentration de IH provoque la dissolution de la couche éthérée supérieure.

Voici, à titre d'exemple, les résultats obtenus en additionnant d'éther une solution de I^3Bi en IH à 13 pour 100 environ.

(¹) Les nombres donnés sont des moyennes autour desquelles oscillent, dans de faibles limites, les pouvoirs rotatoires des sels des divers métaux alcalins; ils correspondent à la rotation produite par une colonne de 1^{dm} d'une solution contenant 1 molécule-gramme dans 100^{cm^3}.

(²) Séance du 3 février 1936.

Phase supérieure éthérée colorée en jaune orangé pâle par un peu de BiI^4H. — Bi pour 100 dosé par colorimétrie : $0^{mg},2$ au centimètre cube.

Phase aqueuse, incolore. — Bi pour 100 $0^{mg},1$ au centimètre cube; IH 90^{mg} au centimètre cube.

Phase inférieure, rouge orangé, contenant BiI^4H. — Trouvé pour 100 : Bi 12,2; I 29,3; eau 16,6; éther 39,4 correspondant à la formule stöchiométrique $BiI^{3,94}H$; $15,8H^2O$; $9,6(C^2H^5)^2O$.

Comme, malgré tous nos efforts, nous avons perdu une petite quantité d'éther, la formule adoptée plus haut nous semble la plus vraisemblable.

L'éthérate, chauffé légèrement, perd d'abord son éther en donnant une partie huileuse surmontée d'une couche aqueuse acide; puis l'eau s'évapore, et enfin l'acide iodhydrique qui restait fixé dans le résidu formé principalement de BiI^4H, s'échappe en laissant un résidu de I^3Bi mélangé de BiOI.

II. *Acide antimonio-iodhydrique hydraté* SbI^4H, $5H^2O$. — Cet acide n'ayant pas encore été décrit, nous en donnons ici la préparation et l'analyse. Le gaz IH ne réagit pas à froid sur I^3Sb sec, aussi nous avons dû opérer en présence d'une petite quantité d'eau; l'iodure se dissout peu à peu pendant l'introduction du gaz; et, en chauffant un peu, on obtient une solution claire qui se prend, par refroidissement, en une masse de petits cristaux prismatiques jaune d'or. Le produit est étalé sur une plaque poreuse placée dans un dessiccateur et, dès que l'essorage est à peu près terminé, on procède à l'analyse. Il faut opérer rapidement, car cet iodure perd à l'air du gaz IH en prenant une teinte rouge due à la formation de I^3Sb. Nous avons dosé l'antimoine, amenée à l'état de Sb^2O^3 hydraté, puis de solution chlorhydrique de Cl^3Sb, par titrimétrie au bromate. L'iode a été déterminé par titrimétrie à l'argent et au sulfocyanate.

Trouvé pour 100 : $Sb = 16,7$; $I = 70$; H^2O (par diff.) $= 16,7$. Rapport $\frac{Sb}{I} = \frac{1}{4,02}$.
Calculé pour SbI^4H, $5H^2O$ pour 100 : $Sb = 16,9$; $I = 70,45$; $H^2O = 16,92$.

L'analogie avec l'acide bismutho-iodhydrique BiI^4H, $5H^2O$ est complète.

Système eau, acide iodhydrique et iodure d'antimoine. — Éthérate d'acide antimonio-iodhydrique hydraté SbI^4H, $11H^2O$, $13(C^2H^5)^2O$.

La préparation du système à trois phases liquides est la même que celle de l'éthérate bismuthique, mais il est nécessaire d'opérer en présence d'acide iodhydrique titrant environ 20 pour 100. L'instabilité de l'acide

SbI^4H correspondant au caractère métalloïdique de l'antimoine exige un milieu acide fortement concentré.

Phase supérieure éthérée, orangé pâle. Elle contient $1^{mg},8$ de Sb au centimètre cube d'éther.

Phase moyenne, aqueuse, incolore. Antimoine $0^{mg},22$ au centimètre cube acide iodhydrique 170^{mg} au centimètre cube.

Phase inférieure, rouge orangé. L'analyse a été très difficile à exécuter, par suite de la présence dans l'éther, ou de la formation pendant les opérations, d'une quantité notable de IC^2H^5 provenant de l'action de IH sur l'éther.

Nous avons obtenu des chiffres assez concordants, par deux méthodes : l'une, en dosant les produits de décomposition de l'éthérate chauffé à 50°-100° dans un courant d'azote; l'autre en le décomposant à froid par la potasse solide, et analysant la partie fixe, après avoir distillé l'éther dans un courant d'air sec.

Trouvé pour 100 : 1° Sb = 6,9; I = 32,7; H^2O = 10,1; éther = 49,8.

2° Sb = 6,5; I = 29,85; H^2O = 10,8, éther non dosé.

Rapport, Sb/I : 1° 1/4,55; 2° 1/4,58.

Formule stæchiométrique trouvée : $SbI^{4,5}$, 11 H^2O, 13 éther.

On voit que, analytiquement, nous pourrions choisir, pour l'acide antimonio-iodhydrique, la formule SbI^5H^2; mais étant donné d'une part que l'étude précédente nous a montré l'existence de $SbI^4H, 5H^2O$, et que, d'autre part, nous avons constaté la présence, dans la phase étudiée, d'une notable quantité d'iodure éthyle, nous croyons nous rapprocher plus de la vérité en adoptant une formule analogue à celle de l'éthérate bismuthique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Doubles décompositions en solution de deux niobates de sodium avec quelques sels métalliques.* Note (1) de M. **Pierre Süe**, présentée par M. Marcel Delépine.

En utilisant deux niobates de sodium ($6Nb^2O^5.7Na^2O.32H^2O$, et $Nb^2O^5.Na^2O.7H^2O$) (2), je me suis proposé de préparer des niobates métalliques par double décomposition avec des solutions salines. Les résultats obtenus permettent de conclure à la formation des sels de Ca, Sr, Mg, Tl, Mn et Hg^+ pour les deux niobates envisagés.

Lorsqu'on effectue une double décomposition avec des sels d'acides faibles (niobates, silicates, etc.) et des sels métalliques à bases insolubles,

(1) Séance du 3 février 1936.

(2) P. Süe, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1326.

la difficulté consiste à savoir si le résultat de l'opération conduit à un sel pur, ou bien à un mélange de l'hydroxyde métallique et de l'acide hydraté également insoluble dans ce milieu. L'état colloïdal des produits obtenus, ainsi que leur hydrolyse possible, compliquent encore l'étude. La littérature ([1]) signale les composés suivants, par substitution du métal au sodium, pour le sel 7/6 ([2]) avec Ag, Li, Cs, Ba, Zn et pour le sel 1/1 avec Ag, Hg^+, Mg, Cd, Cu, Al; il ne semble pas d'ailleurs que l'on se soit préoccupé de savoir si l'on obtenait le sel pur, ou le mélange des constituants, il est vrai que les tests chimiques d'identification des hydroxydes métalliques sont peu sensibles.

Les réactions que j'ai effectuées étaient suivies au moyen des conductivités. Dans tous les cas les précipitations se produisent suivant les rapports stoechiométriques attendus.

Voici nos résultats :

Doubles décompositions avec le métaniobate $Nb^2O^5.Na^2O.7H^2O$. — Les courbes (I) obtenues dans nos expériences avec la Co, Mn, Pb, Cu, Hg^+, Tl, Ag, Zn, Cd, Ni et les alcalinoterreux correspondent, en accord avec la théorie, à la formation d'un composé défini. Les sels purs se forment avec le Mn, Hg^+, Ag; les précipités obtenus présentent effectivement des colorations différentes de celles des hydroxydes correspondants. Pour les autres sels, les teintes des précipités sont voisines de celles de leurs hydroxydes. Néanmoins en se basant sur la forme spécifique des courbes, et sur quelques propriétés chimiques, il est possible de généraliser la formation de sels purs à tous les métaux de la série.

Doubles décompositions avec le niobate $6Nb^2O^5.7Na^2O.32H^2O$. — Les courbes obtenues se classent en gros suivant deux types *a* et *b* (II).

La figure (*a*) correspond à un sel pur, et groupe les réactions effectuées avec des sels de Ba, Ca, Sr, Mg, Tl, Ag. Avec les sels alcalinoterreux la forme est plus arrondie que ne l'indique la figure (*a*), ce qui s'explique par la superposition d'une hydrolyse, et le milieu est effectivement alcalin à la phtaléine. Tous ces composés sont blancs, et leur teneur en base pour Ca, Sr, Mg, Tl fut toujours trouvée, par analyse, inférieure aux valeurs attendues.

Figure (*b*). Elle s'interprète théoriquement par l'obtention de mélanges (1/1 et hydroxyde). Le Mn et le Hg^+ illustrent ce fait, car les précipités ont au début la couleur de ces hydroxydes.

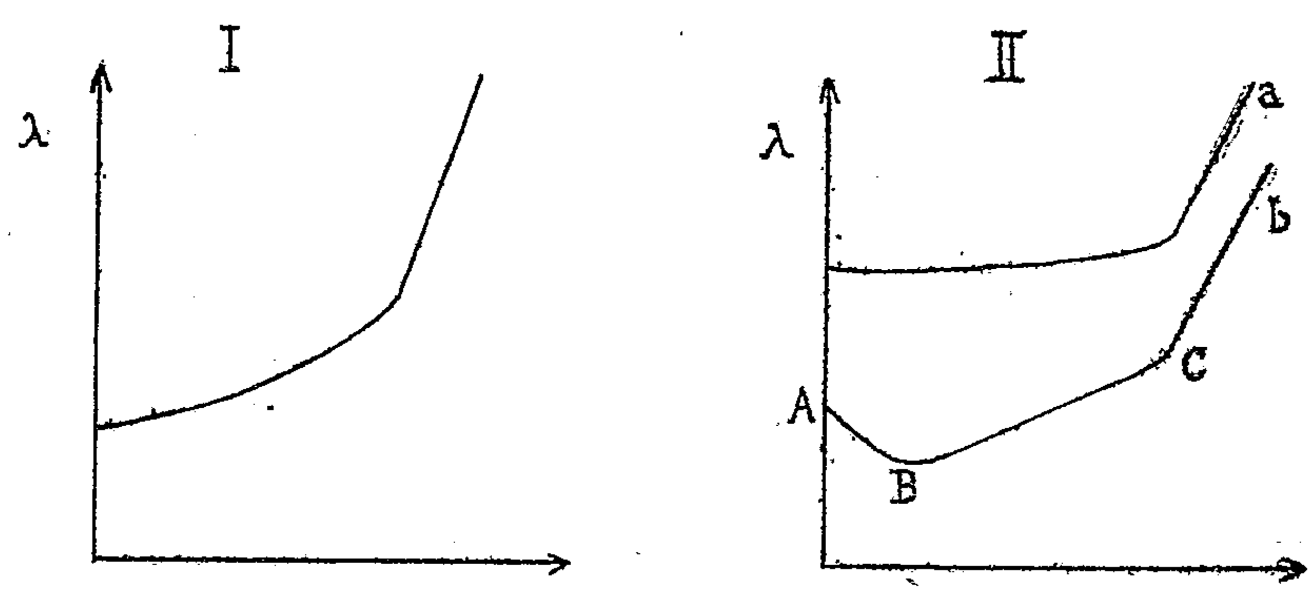
---

(1) Mellor, Pascal.

(2) Mode d'appellation abrégé des niobates, indiquant le rapport base/acide.

Nous envisagerons deux séries de doubles décompositions.

1° Avec Mn et Hg^+. — Il apparaît aussitôt les hydroxydes de ces deux métaux suivant AB. D'après les résultats précédents sur le 1/1, à BC correspond la formation des métaniobates. Dans ces conditions opératoires on obtient donc un mélange d'hydroxyde et de métaniobate. Les résultats sont différents si l'on effectue très rapidement le mélange des solutions, ce qui n'était pas le cas jusqu'alors puisque les additions étaient interrompues pour faire les mesures de conductivité. Dans de telles conditions les déterminations ne peuvent être faites. On peut pourtant démontrer, dans ces



c.c de solution saline

deux cas, la formation de sels purs, car ils diffèrent en coloration de celles des hydroxydes, et les analyses confirment les rapports moléculaires. Leur formation a lieu également partiellement par mélange des éléments constitutifs (Nb^2O^5. Aq, fraîchement préparé, additionné de sel de Mn ou de Hg^+ auquel on ajoute de la soude).

2° Avec le Co, Pb, Cu, Zn, Cd, Ni. — Le précipité obtenu a presque la même couleur que l'hydroxyde correspondant. L'interprétation de la courbe (*b*) conduirait à admettre, ici encore, la formation de mélange. Mais on vient de voir pour Mn et Hg^+ qu'il était possible de réaliser certaines conditions où la formation de sels avait lieu effectivement.

En me basant sur les arguments précédents, et sur quelques propriétés chimiques, je considère comme probable l'existence de niobates 7/6 avec le Co, Cu, Ni, Pb, Zn, Cd.

EFFET RAMAN ET CHIMIE ORGANIQUE. — *Isomérie allylique dans le cas des bromo-hexènes.* Note de M[lles] **Hortense Van Risseghem** et **Blanche Gredy**, présentée par M. Robert Lespieau.

L'une de nous, en collaboration avec M. Piaux [1], a montré, à l'aide des spectres Raman, que le traitement de l'alcool crotylique par l'acide bromhydrique concentré, et l'action du tribromure de phosphore sur le méthylvinylcarbinol conduisaient au même mélange de bromures.

Après action du tribromure de phosphore sur le propylvinylcarbinol, l'une de nous a pu, en distillant sous pression réduite, isoler les deux bromures : $C^3H^7.CHBr.CH=CH^2$ (Éb$_{25}$: 51°-52°, $d_4^{20}=1,1957$, $n_D^{20}=1,4657$) et $C^3H^7.CH=CH.CH^2Br$ (Éb$_{25}$: 57°,5-58°, $d_4^{20}=1,2111$, $n_D^{20}=1,4777$) qui paraissent à peu près stables à la température ordinaire.

Nous avons fait plusieurs spectres de chaque produit d'abord sans distillation, puis après des distillations plus ou moins nombreuses et nous avons pu suivre, en nous servant des raies voisines de 1650 cm^{-1}, caractéristiques des doubles liaisons, l'évolution des deux bromures vers le même état d'équilibre.

Bromo-3 hexène-1. — Mis en tube scellé sans chauffer, ni distiller :

Cliché 1 (15 décembre, sans distillation). — 2 raies éthyléniques 1637 F, 1667 tf, 10 pour 100 environ de bromure primaire.

Cliché 2 (21 décembre, sans distillation). — 2 raies éthyléniques 1638 TF, 1663 af, 10 à 15 pour 100 de bromure primaire.

Cliché 3 (14 janvier, après une dizaine de distillations à 100° en tube scellé). — 2 raies éthyléniques 1637 aF, 1662 F, 60 à 65 pour 100 de bromure primaire.

Cliché 4 (18 janvier, après 10 nouvelles distillations). — 2 raies éthyléniques 1638 f, 1662 F, 85 à 90 pour 100 de bromure primaire.

Cliché 5 (20 janvier, après 10 nouvelles distillations). — 2 raies éthyléniques 1638 tf, 1662 F, 90 à 95 pour 100 de bromure primaire.

Les constantes sont alors : $d_4^{21}=1,205$; $n_D^{21}=1,4744$.

Bromo-1 hexène-2 :

Cliché 1′ (16 décembre, sans distillation). — 1 raie éthylénique 1663 TF, bromure primaire pur.

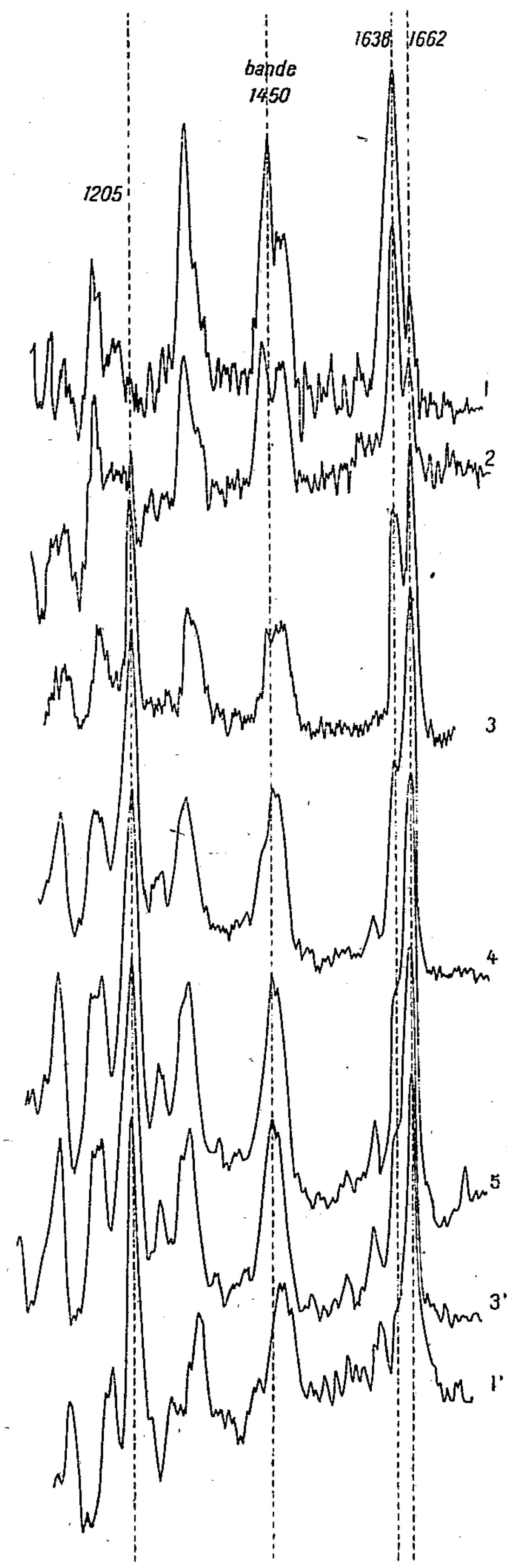
Cliché 2′ (17 janvier, après 12 distillations en tube scellé) (100°). — 2 raies éthyléniques 1636 f, 1662 TF, 5 à 10 pour 100 de bromure second.

Cliché 3′ (22 janvier, après 10 nouvelles distillations). — 2 raies éthyléniques 1637 f, 1662 TF très voisin du précédent.

Les constantes sont alors : $d_4^{21}=1,206$; $n_D^{21}=1,4750$.

---

[1] Gredy et Piaux, *Bull. Soc. Chim.*, 5, 1934, p. 1481.


1638
1662
bande
1450
1205
1
2
3
4
5
3'
1'

Le cliché 5 du bromo-3 hexène-1 et le cliché 3′ du bromo-1 hexène-2 sont à peu près identiques.

Ce n'est pas la première fois que l'on peut suivre à l'aide du spectre Raman l'isomérisation d'un composé, puisque Conrad-Billroth, Kohlrausch et Pongratz ont étudié de cette façon l'équilibre des dibromo éthylènes *cis* et *trans* [1], mais les exemples sont encore très peu nombreux.

Celui-ci a d'intéressant qu'il montre d'une façon certaine l'existence d'un équilibre entre les deux bromures primaire et secondaire. Ceci permet de comprendre pourquoi on obtient le même mélange de bromures à partir soit de l'alcool primaire, soit de l'alcool secondaire.

SPECTRES RAMAN. — *Cliché* 2 : $C^3H^7.CHBr.CH{=}CH^2 + 10\ \%\ C^3H^7.CH{=}CH.CH^2Br$. — 252 (f), 278 (F), 326 (tf), 392 (af. l.), 457 (m), 481 (m), 570 (af), 597 (aF), 683 (m), 728 (aF), 753 (af), 767 (af), 874 (af), 895 (af) 925 (af), 987 (af), 1050 (m), 1103 (m), 1150 (aF), 1206 (af), 1295 (aF), 1422 (m), 1455 (m. l.), 1638 (TF), 1663 (af).

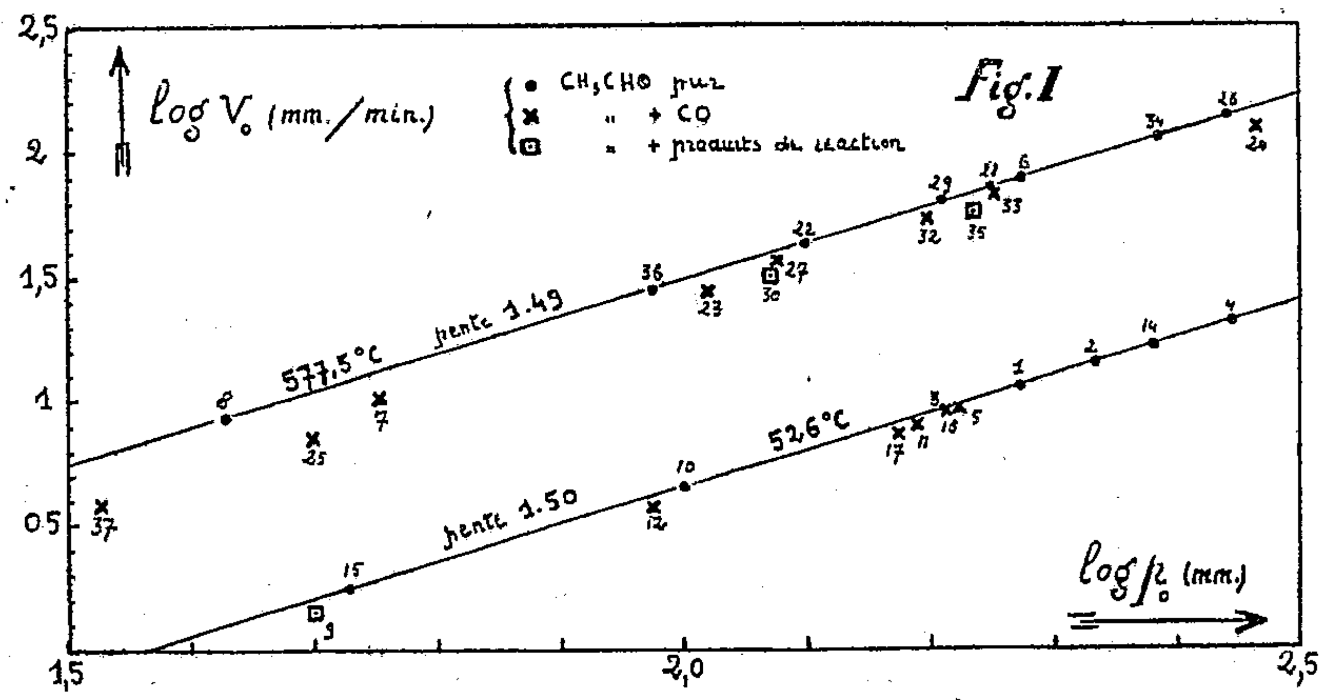
Cliché 1′ : $C^5H^7.CH{=}CH.CH^2Br$ *trans pur.* — 250 (f. fl.), 288 (m. tl.), 454 (af), 502 (m), 598 (TF. l.), 897 (m), 1044 (m), 1100 (F), 1161 (m. l.), 1205 (TF), 1305 (m), 1444 (aF), 1663 (TF).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence des produits de la réaction sur la décomposition thermique de l'acétaldéhyde gazeux.* Note [2] de M. **MORICE LETORT**, présentée par M. G. Urbain.

L'influence des produits de la réaction (mélange équimol. $CO + CH^4$) sur la vitesse de décomposition thermique de CH^3CHO gazeux a été étudiée par Hinshelwood et Hutchinson [3], qui n'ont pas observé d'action sensible, et par Travers et collaborateurs qui attribuent à CO et CH^4 une influence accélératrice complexe [4]. Or, pour exprimer la vitesse de cette réaction, nous avons [5] proposé la formule empirique $v = k.A_0^{-\frac{1}{2}}.A^2$, où v est la vitesse à l'instant t, k une constante de vitesse, A_0 et A les concentrations initiale et à l'instant t de CH^3CHO. Cette formule rend compte de l'ordre $n_0 = 3/2$ déterminable par les vitesses initiales et d'un ordre n

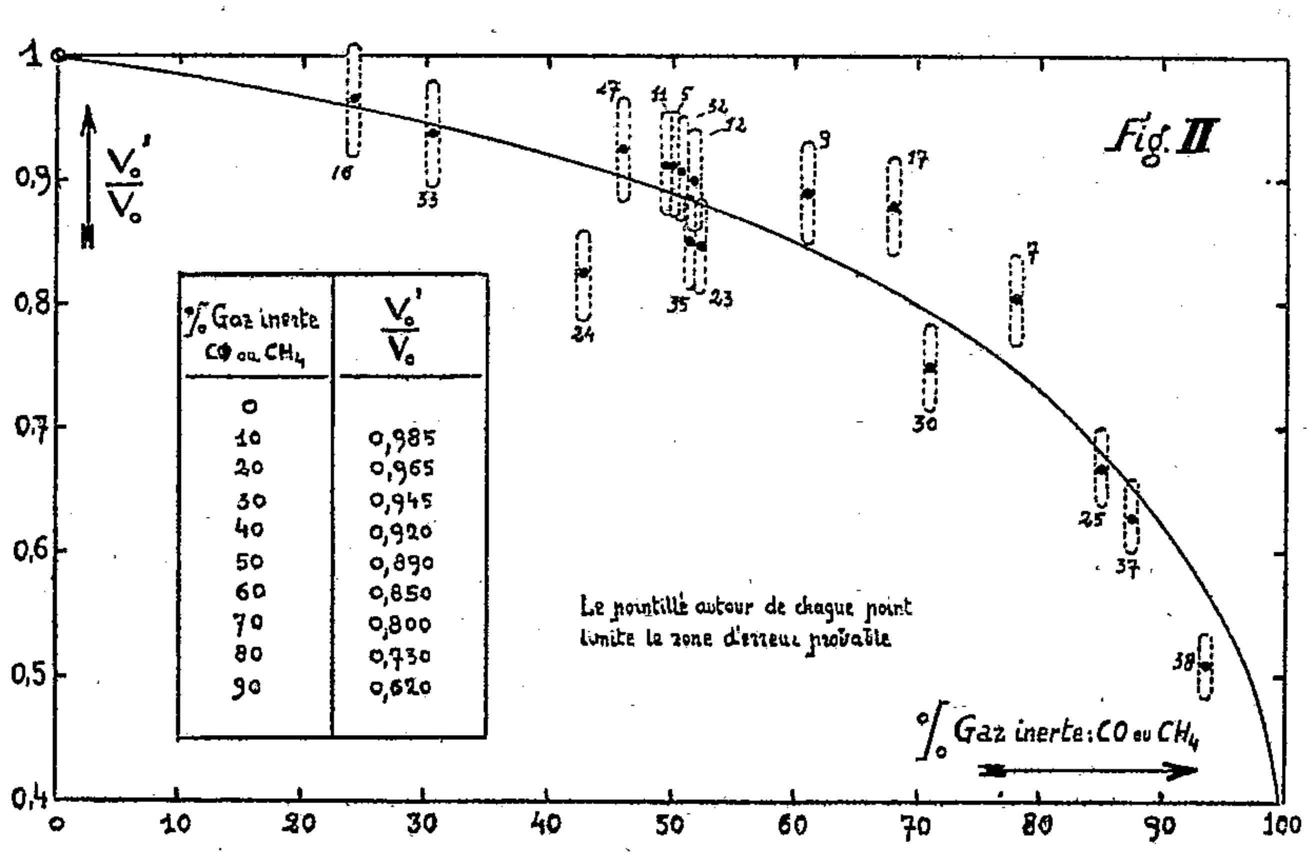
(1) CONRAD-BILLROTH, KOHLRAUSCH et PONGRATZ, *Zeits. für Ph. Ch.*, **17**, 1932, p. 233.
(2) Séance du 27 janvier 1936.
(3) *Proc. Roy. Soc.*, **111** A, 1926, p. 380.
(4) TRAVERS, *Proc. Roy. Soc.*, **146** A, 1934, p. 249; *Nature*, **136**, 1935, p. 909.
(5) LETORT, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1617.

plus élevé, mal défini mais voisin de 2, pour le cours de chaque expérience. Le terme $A_0^{-\frac{1}{2}}$ indique que chaque expérience garde un certain « souvenir » de la pression initiale dont elle est partie. La quantité de produits de



réaction étant, à priori, la seule donnée qui dépende de A_0, il était intéressant d'étudier à nouveau l'influence de ces gaz sur la réaction.

Les expériences que nous décrivons consistent à suivre manométrique-



ment, dans une fiole en quartz à température constante (± 0,2°C.), la vitesse de décomposition de CH^3CHO pur, de mélanges ($CH^3CHO + CO$) et de CH^3CHO ajouté aux produits d'une expérience précédente. La prépa-

ration de CH^3CHO et de CO a fait l'objet d'un soin spécial afin d'éliminer toute trace de O^2 (1). Deux séries d'expériences ont été faites, l'une à 577,5°C., l'autre à 526°C.; la pression initiale d'acétaldéhyde p_0 a varié de 17 à 292^{mm}Hg et la proportion de gaz chimiquement inerte de 0 à 93,5 pour 100 du mélange total. La figure I représente $\log v_0$ [v_0 étant la vitesse initiale déterminée comme nous l'avons décrit (2)] en fonction de $\log p_0$. Toutes les expériences, sans exception, effectuées en présence de gaz inerte attestent une diminution de v_0. La figure II donne le rapport

$$\frac{v'_0}{v_0} = \frac{\text{vitesse initiale pour mélange à } p_0 \text{ mm. de } CH^3CHO}{\text{vitesse initiale pour } p_0 \text{ mm. de } CH^3CHO \text{ pur}}$$

en fonction de la proportion en volumes de CH^3CHO. Bien que ces mesures ne soient pas susceptibles d'une grande précision, elles montrent une *action retardatrice* nette, sensiblement indépendante de la température et de la pression initiale. Les produits de la réaction agissent d'une façon approximativement égale à celle de CO; CH^4 et CO ont donc à peu près la même action.

L'interprétation théorique la plus simple de ces résultats consiste à admettre que CO et CH^4 contribuent, à l'activation et à la désactivation de la molécule CH^3CHO, cependant avec une plus grande efficacité de désactivation que d'activation, ce qui se conçoit aisément. En introduisant cette hypothèse dans un schéma du type proposé par Rice et Herzfeld (3) et dont le principe a été confirmé expérimentalement (4), on peut calculer la formule théorique

$$v = K\left(\frac{A + b'[CO] + c'[CH^4]}{A + b''[CO] + c''[CH^4]}\right)^{\frac{1}{2}} A^{\frac{3}{2}}.$$

où les parenthèses carrées représentent des concentrations, K une constante de vitesse, b' et c' les efficacités d'activation, b'' et c'' les efficacités de désactivation comparées à celles de CH^3CHO. Les résultats précédents donnent $b' = c' = 0,06$ et $b'' = c'' = 0,33$. La formule permet de calculer pour v'_0/v_0 en fonction du taux de gaz inertie la courbe de la figure II. Elle montre enfin que l'effet retardateur se manifestera, pour CH^3CHO pur, par l'existence de

(1) Letort, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1042; 200, 1935, p. 312.

(2) Letort, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 351.

(3) *J. Am, Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 284.

(4) F. O. Rice et Johnston, *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 214; Allen et Sickmann, *ibid.*, p. 2031; Patat et Sacchse, *Z. für Elektroch.*, 41, 1935, p. 493.

deux ordres : $n_0 = 1,50$ pour les vitesses initiales ; $n = 1,80$ pour le cours de la réaction. Signalons que les valeurs expérimentales de n pour CH^3CHO pur sont comprises entre 1,60 et 2,10, la moyenne étant 1,87.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Chloruration et nitration par le chlorure de nitrosyle.* Note de M. **Roger Perrot**, présentée par M. G. Urbain

Je me suis proposé d'étudier l'action du chlorure de nitrosyle sur les composés éthyléniques de la série du benzène à différentes températures.

A basse température, il se forme en général des nitrosochlorures comme Tilden et ses collaborateurs [1] l'ont montré ; mais à température ordinaire on assiste à une véritable oxydation par le chlorure de nitrosyle qui se réduit à l'état d'azote, accompagné quelques fois d'oxyde azotique. En fait l'addition de NOCl à la double liaison s'accompagne toujours d'une réaction d'oxydation, d'où le rendement souvent médiocre en nitrosochlorure.

Le composé éthylénique dissous dans du tétrachlorure de carbone est introduit en même temps qu'une quantité connue de chlorure de nitrosyle dans un tube de verre qu'on ferme après élimination de l'air ; la teinte du NOCl disparaît et fait place à une coloration jaune ou bleu vert dans le cas des carbures hydroaromatiques. Le gaz formé pendant la réaction est de l'azote dont la masse peut correspondre à la moitié de celle de cet élément présent dans le chlorure de nitrosyle engagé.

Le liquide obtenu est lavé à l'eau où il abandonne du chlorure d'ammonium et quelquefois du chlorhydrate d'hydroxylamine.

Par évaporation on recueille une huile visqueuse dont la distillation à basse pression s'accompagne d'un dégagement d'acide chlorhydrique et engendre une matière résineuse contenant de l'azote. Le distillat est constitué par un mélange de produits chlorés et nitrés généralement non saturés.

Le chlorure de nitrosyle agit comme agent de chloruration et les composés $\alpha\beta$ dichlorés, par perte d'acide chlorhydrique régénèrent la double liaison. Les dérivés nitrés semblent résulter d'une oxydation des nitrosochlorures formés transitoirement, suivie d'un départ d'HCl.

La distillation n'a pas toujours permis d'obtenir des produits purs, mais des dosages effectués sur les différentes fractions montrent bien quels sont les composants des mélanges recueillis. Dans certains cas j'ai pu isoler des composés nitrés et chlorés bien définis.

---

(1) Tilden et Sudborough, *Journal of the Chem. Soc. of London*, 63, 1898, p. 429 ; et Tilden et Forster, *Journal of the Chem. Soc. of London*, 65, 1894, p. 324.

Le cas du styrolène est un des exemples les plus intéressants. Le carbure dissous dans du chloroforme est soumis à l'action de NO Cl, à température ordinaire; il y a un dégagement gazeux immédiat et, à la lumière, décoloration en quelques instants. Une molécule de carbure peut ainsi entrer en réaction avec $1^{mol},5$ à $1^{mol},7$ de NO Cl. Lors de l'emploi de tétrachlorure de carbone comme solvant, on observe en outre la formation d'un produit blanc cristallisé en prismes fondant vers 118° en se décomposant. En modérant la vivacité de la réaction on peut l'obtenir avec un rendement de 20 à 25 pour 100. Ce produit renferme deux atomes d'azote pour un atome de chlore et possède les propriétés d'un nitrosochlorure; il donne en effet avec la pipéridine une nitrolamine de P. F. 136°. Le filtrat abandonne du chlorhydrate d'hydroxylamine. Pendant la distillation de l'huile résiduaire il se dégage de l'azote et de l'acide chlorhydrique. On recueille deux produits : l'αβ-dichloréthyl-benzène et l'ω-nitrostyrolène.

Les para-méthyl, α-méthyl, α-isopropyl-styrolènes réagissent rapidement avec le chlorure de nitrosyle; mais dans les produits de réaction je n'ai pu isoler que les composés non saturés ω chlorés. Avec l'α-chlorstyrolène les produits formés sont l'αββ-trichlorstyrolène et une huile jaune d'or passant sous 20^{mm} Hg à 148-150°; l'analyse démontre qu'elle est constituée par l'αβ-dichlor-β-nitrostyrolène.

Les composés ω-chlor, ω-brom, ω-nitro et ω-cyanstyrolène conduisent à des mélanges difficiles à fractionner.

L'αα-diphényléthylène est un autre exemple montrant la formation de dérivé nitré. Le carbure réagit vivement avec NO Cl. L'analyse montre que les produits de distillation sont constitués par un mélange de dérivés monochloré et mononitré. Le résidu contient un produit cristallisé qui n'est pas autre chose que le β-nitro-αα-diphényléthylène. L'αα-diphényl-α-propylène se comporte un peu différemment; l'huile jaune formée abandonne par addition de ligroïne des cristaux hexagonaux fondant à 103° qu'il est légitime de considérer comme α-chlor-β-nitro-αα-diphénylpropane. Le liquide résiduaire soumis à la distillation fractionnée passe sous 15^{mm} à 162-164° par refroidissement il cristallise en prismes de P. F. 39°; c'est le β-chlor-αα-diphényl-α-propylène.

L'αα-diphényl-ββ-diméthyléthylène n'entre que péniblement en réaction avec le chlorure de nitrosyle. Dans les mêmes conditions le tétraphényléthylène reste inattaqué; cependant vers 150° il est transformé en diphényldichlorméthane et en produits chlorés dans les noyaux; dans ce cas la totalité du NO Cl est réduite en oxyde azotique.

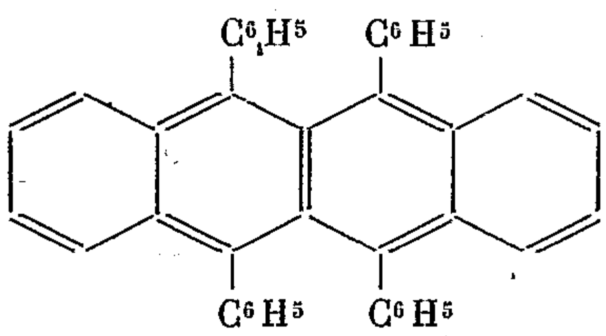
Avec les carbures hydroaromatiques les produits de réaction abandonnent par évaporation une faible quantité de nitrosochlorures. Dans le cas du cyclohexène la distillation fournit un liquide bleu constitué par un mélange de 1,2 dichlorcyclohexane et de chlornitrosocyclohexane.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des rubènes : l'isomérisation du diphényl-bis-p-bromophénylrubène en dérivés* pseudo *correspondants.* Note de M. **Léon Enderlin**, présentée par M. Delépine.

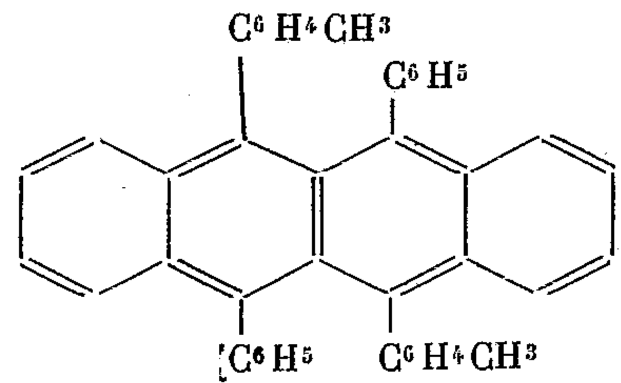
Une des propriétés les plus mal expliquées des rubènes est leur facile transformation, sous l'action des acides forts, en isomères incolores appelés

pseudo-rubènes, dépourvus de toutes les propriétés caractéristiques des substances qui leur ont donné naissance.

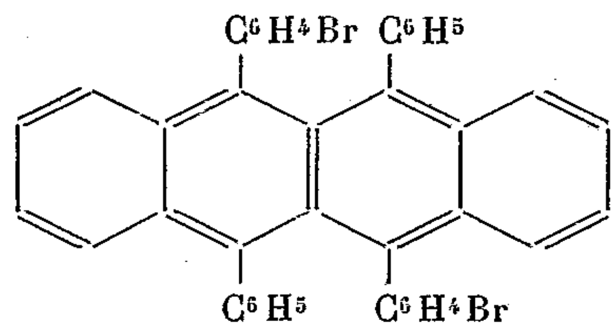
Le premier cas étudié, après celui du tétraphénylrubène (I) lui-même ([1]), était celui du diphénylditolylrubène (II) ([2]). Il m'avait permis de constater qu'en introduisant un élément de dissymétrie dans la molécule des rubènes, on observait l'apparition de phénomènes d'isomérie qui ne se manifestaient pas à partir du tétraphénylrubène, corps symétrique. J'avais obtenu, en effet, à partir du corps ditolylé, deux pseudorubènes au lieu d'un seul.



(I).



(II).



(III).

Étant donné l'importance de ce phénomène au point de vue de la constitution des pseudorubènes, j'ai tenu à vérifier que, dans d'autres cas analogues, l'isomérie existait de même.

J'ai pu constater en effet qu'en transformant le diphényl-bis-*p*-bromophénylrubène (III) en dérivé *pseudo*, on obtenait également deux isomères.

La transformation se produit lorsqu'on traite le diphényl-bis-*p*-bromophénylrubène par un acide fort. On dissout par exemple $0^g,5$ de ce produit dans la quantité nécessaire d'un solvant approprié tel que le benzène; on ajoute quelques gouttes d'acide sulfurique pur, et l'on agite jusqu'à disparition de la coloration et de la fluorescence caractéristiques du rubène. On extrait le produit formé, qui est composé des deux isomères attendus, et que l'on peut séparer grâce à leur différence de solubilité dans le sulfure de carbone. L'un d'eux se présente sous forme de cristaux massifs et fond

([1]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et G. Berchet, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1085.
([2]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et L. Enderlin, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 673.

à 340° au bloc Maquenne. L'autre cristallise avec du solvant qu'il perd en fondant une première fois à 240-245°, pour se resolidifier et fondre définitivement à 295°.

Les propriétés de ces pseudodiphényl-bis-*p*-bromophénylrubènes sont identiques à celles des autres pseudorubènes déjà connus. Ils sont incolores, non fluorescents, et stables à l'état solide ou en solution à l'air et à la lumière. Leur processus de formation est irréversible : on n'a pas encore réussi à repasser des pseudorubènes aux rubènes qui leur donnent naissance.

A plusieurs reprises déjà (1) on a insisté sur les analogies existant entre les rubènes et les hexaphényléthanes; la réaction d'isomérisation qui vient d'être décrite les renforce encore puisqu'on sait depuis longtemps que l'hexaphényléthane s'isomérise également de façon irréversible sous l'influence des acides.

Mais l'étude de la constitution des pseudorubènes est encore trop peu avancée pour qu'on puisse attribuer aux isomères trouvés une constitution certaine. Il est néanmoins acquis que toute formule destinée à représenter la structure des pseudorubènes devra rendre compte des phénomènes d'isomérie qui viennent d'être exposés, et qui paraissent être tout à fait généraux au moins chez les rubènes tétraarylés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un complexe iodo-argento-nitrobenzoïque et son action sur quelques dérivés allyliques.* Note de MM. **René Jacquemain** et **Alfred Muskovits**, présentée par M. Marcel Delépine.

M. Ch. Prévost (2) a exposé le mode de formation d'un complexe iodo-argentobenzoïque obtenu par action d'une solution benzénique d'iode sur du benzoate d'argent sec en supension dans le benzène.

Ce complexe, qui se comporte comme un puissant oxydant, se décompose en présence des combinaisons éthyléniques en donnant les dibenzoates des α-glycols correspondants

$$(C^6H^5.CO.O)^2AgI + R.CH : CH^2 = AgI + R.CH(O.CO.C^6H^5).CH^2.O.CO.C^6H^5.$$

(1) Charles Dufraisse, *Bull. Soc. Chim.*, 53, 1933, p. 837; Charles Dufraisse et Léon Velluz, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1394.

(2) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1129.

Cette méthode s'est montrée d'un emploi très général, elle a permis l'obtention de nombreux glycols de leurs benzoates et a rapidement pris rang parmi les meilleures méthodes de synthèse.

Nous avons recherché si un complexe semblable au complexe de Prévost était susceptible d'être obtenu avec les acides nitrobenzoïques et si son mode d'action sur les dérivés éthyléniques était comparable.

Nous avons donc préparé les trois acides nitrobenzoïques, puis leurs sels d'argent par les méthodes habituelles.

Préparation et action du complexe. — Le sel d'argent soigneusement desséché est mis en suspension dans du benzène anhydre. On distille quelques centimètres cubes pour entraîner les traces d'eau qui pourraient subsister. On ajoute ensuite l'iode théoriquement nécessaire. Il se forme un précipité jaune, ténu, dû à la formation du complexe et de l'iodure d'argent. On ajoute au complexe ainsi préparé le composé éthylénique. On chauffe pendant cinq heures. Le nitrobenzoate obtenu est extrait du produit de la réaction par des solvants appropriés qui seront indiqués pour chaque composé. On élimine l'excès d'iode par une solution bisulfitique, l'excès d'acide est neutralisé par du bicarbonate et l'on se débarrasse des traces d'iodure d'argent pouvant subsister par une solution de cyanure de potassium. La solution ainsi purifiée est séchée et distillée. Le résidu cristallisé est ensuite convenablement purifié. Nous avons expérimenté sur des éthers allyliques.

I. (1.2.3)-triparanitrobenzoate de glycérol

$$CH^2(O.CO_{(1)}.C^6H^4.NO^2_{(4)}).CH(O.CO.C^6H^4.NO^2).CH^2(O.CO.C^6H^4.NO^2).$$

Nef (¹) par action du chlorure de *p*-nitrobenzoyle sur la glycérine monosodée en suspension dans l'éther, a déjà obtenu ce composé sous forme d'aiguilles incolores cristallisables dans l'acétone. $F = 192^\circ$.

Nous l'avons obtenu par action du complexe iodo-argento-paranitrobenzoïque sur le paranitrobenzoate d'allyle préparé par la méthode de Schotten-Baumann (chlorure de *p*-nitrobenzoyle sur l'alcool allylique en milieu pyridinique). Le mode opératoire est celui que nous avons indiqué ci-dessus. Rendement 60 pour 100.

Le triparanitrobenzoate de glycérol insoluble dans l'alcool et dans l'éther est purifié par cristallisation dans la tétraline, puis dans l'acétone, $F = 192^\circ$. Il est identique au composé obtenu et décrit par Nef.

Les trois composés suivants n'ont jamais été préparés. Nous les avons obtenus à

(¹) *Liebig's Annalen der Chemie*, 335, 1904, p. 284.

partir du benzoate d'allyle et des complexes iodo-argento-nitrobenzoïques corespondants :

II. (1)-benzoate-(2.3)-diorthonitrobenzoate de glycérol

$$C^6H^5.CO.O.CH^2.CH(O.CO_{(1)}.C^6H^4.NO^2_{(2)}).CH^2.O.CO.C^6H^4.NO^2.$$

Aiguilles incolores très solubles dans le benzène et l'éther. Après recristallisation dans l'alcool, F = 93°. Rendement : 55 %. Calculé pour $C^{24}H^{18}O^{10}N^2$: C %, 58,23; H %, 3,64; N %, 5,66. Trouvé : C %, 58,42; H %, 3,74; N %, 5,66.

III. (1)-benzoate-(2.3)-dimétanitrobenzoate de glycérol

$$C^6H^5.CO.O.CH^2.CH(O.CO_{(1)}.C^6H^4.NO^2_{(3)}).CH^2.O.CO.C^6H^4.NO^2.$$

Aiguilles incolores solubles dans le benzène, insolubles dans l'éther à froid. Après recristallisation dans l'alcool, F = 103°. Rendement : 60 %. Calculé pour $C^{24}H^{18}O^{10}N^2$: C %, 58,23; H %, 3,64; N %, 5,66. Trouvé : C %, 58,63; H %, 3,71; N %, 5,67.

IV. (1)-benzoate-(2.3)-diparanitrobenzoate de glycérol

$$C^6H^5CO.O.CH^2.CH(O.CO_{(1)}.C^6H^4.NO^2_{(4)}).CH^2.O.CO.C^6H^4.NO^2.$$

Poudre cristalline blanche, insoluble dans l'éther ordinaire, soluble dans l'éther acétique chaud, insoluble à froid. Après recristallisation dans le benzène, F. = 153°. Rendement : 60 %. Calculé pour $C^{24}H^{18}O^{10}N^2$: C %, 58,23; H %, 3,64; N %, 5,66. Trouvé : C %, 58,40; H %, 3,68; N %, 5,71.

Il résulte donc de nos essais qu'on peut préparer facilement un complexe iodo-argento-nitrobenzoïque et que ce complexe réagit sur les composés éthyléniques avec un excellent rendement.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de dépôts transgressifs pliocènes sur la Haute-Ardenne.* Note [1] de M. **Georges Baeckeroot**, présentée par M. L. Cayeux.

Des galets d'oolithe silicifiée ont été découverts en 1923, en Haute-Ardenne, par M. P. Fourmarier [2], à la partie supérieure d'un gravier à éléments de quartz, superposé à des sables blanchâtres. Ces dépôts apparaissent dans la carrière Fagnoux-Dupont, de Cockaifagne, à l'altitude de 480m.

---

(1) Séance du 3 février 1936.

(2) *Acad. Royale de Belgique*, *Classe des Sciences*, 5e série, 9, Bull. n° 5, 1923, p. 198-202.

M. Fourmarier date ces sables de l'Oligocène par simple analogie avec ceux de Boncelles et de Mons-Croteux, près de Liége, et il fait, du gravier à oolithe silicifiée, un dépôt d'âge pliocène; une origine marine, littorale, lui est attribuée, uniquement en considération de l'altitude élevée du cailloutis et des difficultés qu'il y aurait à restituer là un ancien cours de la Meuse. Cette attribution est peut-être valable mais elle repose sur un argument insuffisant et discutable. L'auteur n'échappe pas à la nécessité de faire appel à un soulèvement général du Massif, qu'il faudrait supposer plus important encore que dans l'hypothèse d'une origine fluviatile de ces cailloutis.

Ayant visité la carrière Fagnoux-Dupont, de Cockaifagne, alors qu'elle avait été approfondie jusqu'au contact avec les schistes cambriens, j'ai pu observer une coupe complète qui apporte des éléments nouveaux pour dater ces dépôts et expliquer leur origine.

La coupe présente de bas en haut :

1° Un conglomérat de base constitué par de *gros* galets parfaitement roulés, en forme de boules ou de pains allongés ovalaires, pouvant atteindre 20^{cm} de long. Ces galets sont de nature variée : à côté de roches ardennaises, quartz filoniens, grès micacé, arkose, j'ai trouvé des silex de la craie, altérés dans toute leur masse et un fragment roulé de Céphalopode (ammonite ou nautile) (détermination de M. L. Cayeux).

Ces galets sont fortement corrodés et, quelques-uns, taraudés. Ils sont emballés dans un poudingue à petits éléments de quartz et à glauconie.

2° Une masse de 3^{m} d'épaisseur, constituée par un sable grossier rouge sang, avec des bancs irréguliers de grès dur conglomératique, d'un rouge brun très foncé, enrobant de nombreuses *dragées* de quartz laiteux.

3° Un sable, jaune à la base, passant au sable blanc, le tout très siliceux, sur une épaisseur de $1^{m},50$.

4° Un conglomérat grossier, très ferrugineux, brun, ravinant les sables sous-jacents : il contient de petits quartz blancs, les uns bien roulés, les autres anguleux et, aussi, quelques fragments de roches ardennaises. C'est à la partie supérieure de ce gravier consolidé que l'oolithe silicifiée a été trouvée par M. Fourmarier.

Par-dessus s'étend un limon argilo-sableux, dépôt de ruissellement ayant entraîné quelques blocs de roches réviniennes.

Conclusions. — 1° Le caractère marin et transgressif de ces dépôts est nettement marqué par la présence du conglomérat de base, de la glauconie et des sables rouges. Quant aux sables jaunes et blancs et au gravier à

oolithe silicifiée, ils correspondent à des conditions de sédimentation plus littorale.

2° Ces dépôts appartiennent à un seul et même cycle de sédimentation qu'il semble légitime de dater du Pliocène.

MÉTÉOROLOGIE. — *Mesures relatives à la présence de poussières et de fumées dans l'atmosphère lyonnaise*. Note (¹) de Mme **Renée Herman-Montagne** et M. **Lewi Herman**, présentée par M. Charles Maurain.

L'étude de la pollution de la basse atmosphère a été effectuée à l'aide de l'enregistreur de poussière du Dr Owens. Le fonctionnement de cet

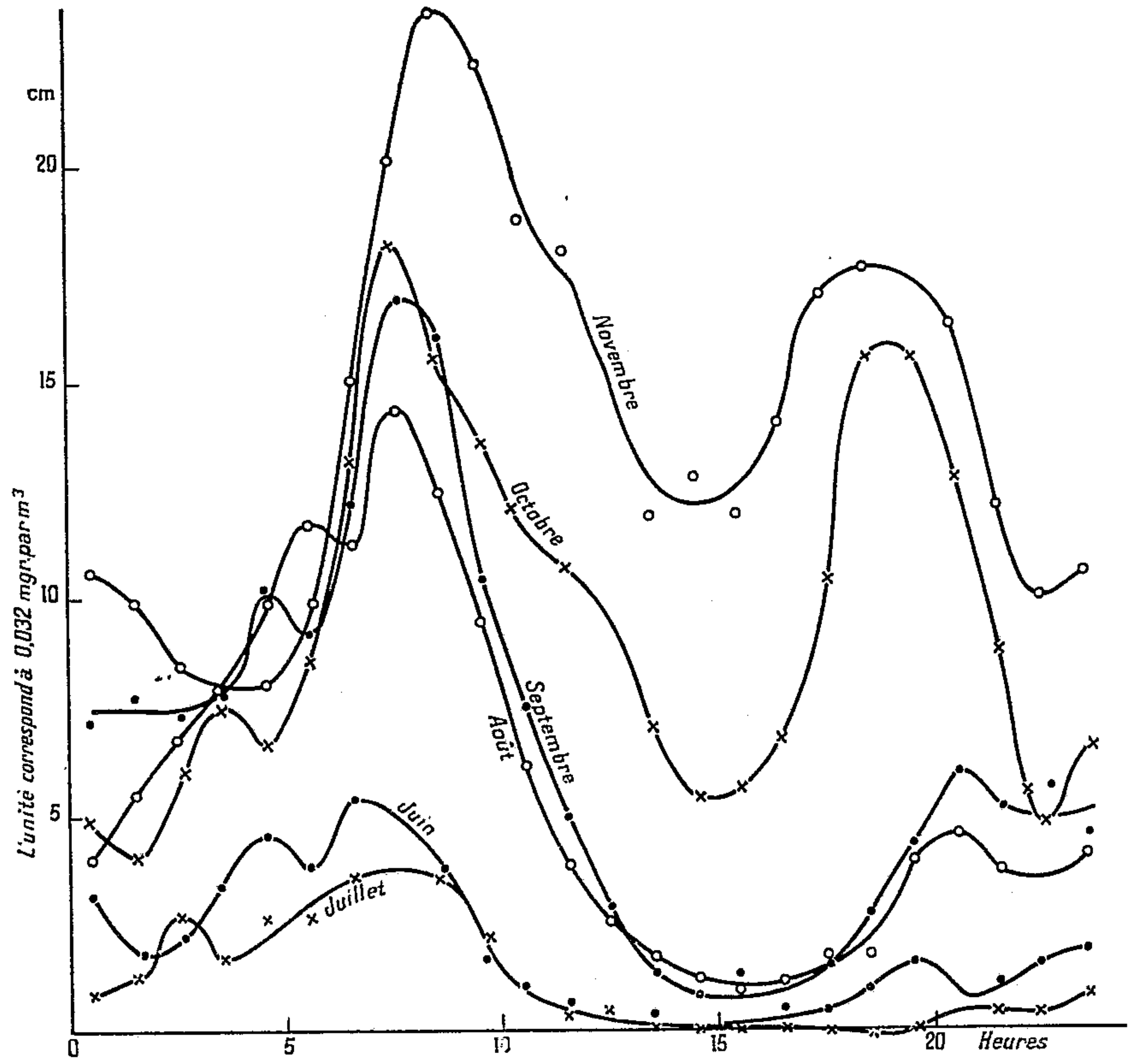


Fig. 1.

appareil est basé sur le passage de 2¹ d'air, toutes les 20 minutes environ, à travers un papier filtre épais, cet air étant aspiré par le jeu d'un siphon

(¹) Séance du 27 janvier 1936.

alimenté par l'eau de la ville. L'allure variable de la courbe, obtenue en faisant la moyenne horaire, pour tous les jours du mois, est tout à fait caractéristique. Elle révèle l'importance de la contribution du chauffage domestique à la production des fumées.

La figure 1 représente la courbe moyenne pour les divers mois de juin à novembre 1935. L'aspect général varie assez brusquement de septembre à

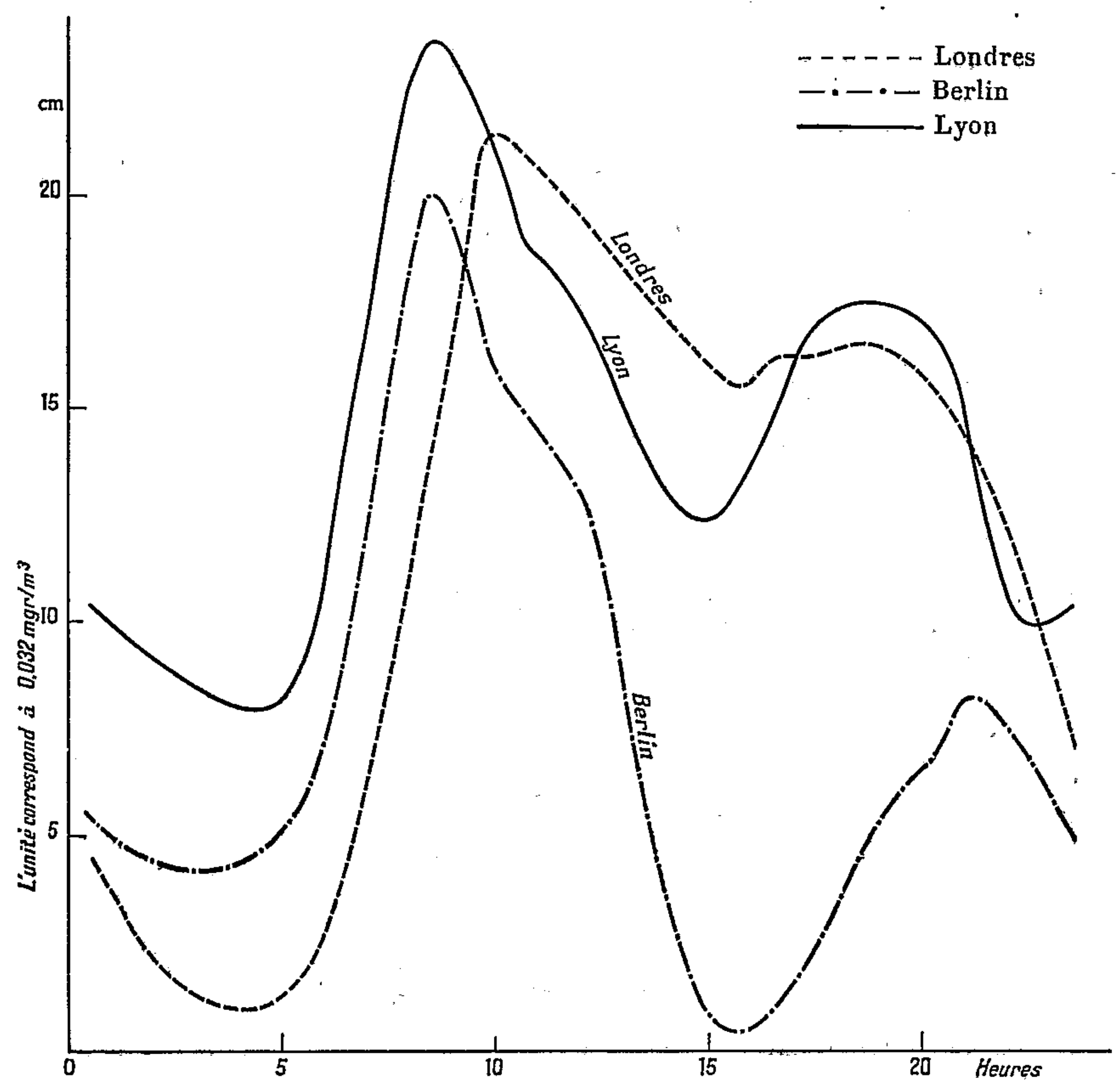


Fig. 2.

octobre; en novembre, le régime d'hiver semble définitivement établi. Les maxima des mois d'été, qui semblaient principalement imputables à l'industrie, sont désormais considérablement élargis et notablement déplacés, par suite de l'accroissement des poussières domestiques. Il faut tenir compte en outre de la stagnation des poussières à basse altitude, favorisée par le plafond de nuages bas, si fréquent à Lyon pendant l'hiver.

Les courbes journalières d'été, qui présentent d'ailleurs le même aspect

général que les courbes moyennes mensuelles, indiquent une variation systématique très nette au cours de la semaine. La quantité de poussière s'accroît régulièrement du lundi au vendredi; il se produit une diminution assez brusque dès le samedi soir, et le dimanche est le jour le moins poussiéreux de la semaine. Toutefois, ces variations d'un jour à l'autre paraissent moins accusées pendant la période d'hiver.

La figure 2 représente les courbes de Londres (moyenne des mois d'hiver), de Lyon (novembre) et de Berlin. La quantité de poussières mesurée à Lyon est du même ordre qu'à Londres. D'autre part, au point de vue de l'allure générale des phénomènes, on peut dire qu'en gros, la forme de la courbe de Lyon ressemble à celle de Londres le soir et à celle de Berlin le matin (présence d'un maximum secondaire vers midi et décalage du premier maximum). Nous avons vérifié également l'action des vents, qui diminuent considérablement la quantité de poussière présente au niveau du sol, et l'action du brouillard, qui produit un effet inverse très marqué. A ses débuts, la pluie a pour conséquence un accroissement très net de la pollution atmosphérique; une pluie persistante s'accompagne au contraire d'une disparition à peu près complète des poussières.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le métabolisme des composés phosphorés des glands du Chêne au cours de la germination dans l'obscurité.* Note de M. **Émile Michel-Durand**, présentée par M. Marin Molliard.

Je me suis proposé de suivre le métabolisme du phosphore dans le Chêne au cours de la germination. A cet effet, 1000 glands parfaitement sains, à radicule apparente, ont été décortiqués au début d'avril. Chaque graine a été pesée à la balance de précision et le quart de l'amande a été prélevé de façon à ne pas endommager la plantule. La fraction prélevée est fixée dans l'alcool bouillant. Les trois quarts restant de la graine sont mis à germer dans un pot en terre étiqueté renfermant 700^g de sable de Fontainebleau.

Connaissant le poids de la graine mise à germer, le poids de la portion prélevée et sa composition, donnée par l'analyse, on détermine aisément la composition phosphorée initiale de la semence. L'expérience a montré que, d'une part, la blessure n'exerce aucune influence sur le développement de la plantule et que, d'autre part, la répartition des composés phosphorés est sensiblement homogène dans les cotylédons; la masse de la plantule est négligeable par rapport à celle des cotylédons.

De cette façon on peut suivre les variations absolues des composés phosphorés, ce qui n'avait pas été réalisé jusqu'à présent, les recherches effectuées dans ce sens sur les graines se rapportant exclusivement à 100g de substance sèche.

A des stades de végétation déterminés on prélève deux lots de 20 plantes; les germinations s'effectuent les unes à la lumière, les autres dans l'obscurité. Les récoltes s'étendent depuis le début de la germination jusqu'à la chute des feuilles pour les plantes développées à la lumière, jusqu'à la mort de la plante pour les chênes développés dans l'obscurité.

Les différents organes, racines, tiges, cotylédons, sont analysés séparément suivant la technique donnée antérieurement [1] et les résultats obtenus feront l'objet d'un Mémoire plus détaillé.

Dans la présente Note j'expose les résultats obtenus sur un lot de 20 plantes végétant dans l'obscurité et présentant les caractéristiques :

Racines et tiges de même longueur, 30cm; cotylédons fonctionnels; poids frais des quarts de cotylédon prélevés : 25g.

20 chênes développés dans l'obscurité à partir du gland renferment au début et au bout de 80 jours les quantités suivantes du phosphore (en milligrammes) :

	minéral.	phytique.	organique soluble.	soluble total.	lipidique.	résiduel.	total.
Graine	14,67	6,30	6,33	27,30	7,11	7,35	41,76
Cotyl	2,72	0,55	3,10	6,37	3,41	2,71	12,49
Tiges	6,25	0,82	2,08	9,15	2,86	2,76	14,77
Racines	7,28	1,60	3,21	9,81	1,80	2,55	14,16
Plante entière	16,25	2,97	8,39	26,33	8,07	8,12	41,42

Au début de la germination (apparition de la radicule) les deux tiers du phosphore total de la graine sont représentés par des composés acidosolubles; la moitié de ces derniers est constituée par du phosphore minéral.

Au stade de développement considéré, 24 juin, 70 pour 100 du phosphore de la graine a passé dans la jeune plante; cette migration intéresse tous les composés phosphorés; elle est particulièrement intense pour la phytine dont il ne reste plus que des traces dans les cotylédons encore adhérents à la plante.

Le phosphore phytique se retrouve dans la jeune plante principalement sous forme de phytine et de phosphates dont la majeure partie se localise

(1) E. MICHEL-DURAND, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1215.

dans la racine; une faible fraction, inférieure à 2^{mg}, passe à l'état de phosphore résiduel et lipidique et participe à l'édification de la matière vivante.

Enfin on retrouve, dans les différents organes de la plante, avec une approximation très satisfaisante, la totalité du phosphore disparu de la graine.

Ce fait constitue un contrôle direct de la technique utilisée dans ces recherches.

HISTOLOGIE. — *Sur une ostéoclasie déterminant la chute des écailles placoïdes, ou dents cutanées des Squales.* Note de M. **Paul Budker**, présentée par M. Louis Bouvier.

L'histogenèse des écailles placoïdes ou *dents cutanées* recouvrant le tégument des Sélaciens, a été, depuis Hertwig [1], étudiée par de nombreux auteurs, mais la destruction et la chute de ces denticules n'a fait, jusqu'ici, et à notre connaissance, l'objet d'aucune étude complète. R. Dieuzeide [2], en 1928, a bien décrit l'état particulier d'un denticule en voie de destruction trouvé chez le seul *Centrophorus granulosus* (M. et H.); son étude est toutefois restée limitée à la description d'un des stades terminaux lorsque la dent dermique prend l'aspect caractérisé par L. Boutan sous le nom de *grain de sucre*, et le mécanisme par lequel s'effectue cette destruction n'a pas été entrevu.

L'étude macroscopique et histologique de plusieurs peaux de Sélaciens, appartenant à des espèces diverses, nous a permis d'observer les faits suivants.

Sur la peau on constate, parmi les denticules normaux ou sains (qui présentent un aspect vitrifié, translucide), la présence de denticules plus ou moins blanchâtres, offrant une teinte laiteuse diffuse, s'étendant soit à toute la masse du denticule, soit à certaines régions seulement. D'autres denticules sont entièrement blancs, d'aspect crayeux, et plus étroitement appliqués sur le tégument; friables, peu adhérents à la couche dermique sous-jacente, dont on peut facilement les détacher avec une aiguille, ils représentent une des phases ultimes de la chute des dents dermiques : c'est le *grain de sucre* signalé par L. Boutan et décrit par R. Dieuzeide.

---

(1) *Jenaische Zeitsch. für Naturw.*, 8, 1874, p. 331-404.

(2) *Bulletin Station Aquiculture et Pêche de Castiglione*, 1, 1928, p. 15-24.

Si l'on effectue des coupes dans des denticules présentant toutes les nuances de la teinte laiteuse, depuis la première apparition de l'opalescence jusqu'au stade terminal, le processus de destruction apparaît dans ses différentes phases.

Le premier signe de l'attaque du denticule est révélé par une extension, un agrandissement de la cavité pulpaire. Cette cavité s'agrandit peu à peu, sous l'action de cellules mononucléées détruisant la dentine environnante. En même temps, des cellules ostéophages attaquent la plaque basale, et notamment sa face inférieure, où l'on peut les voir accumulées en grand nombre, en particulier sous la branche aborale. Chaque cellule occupe une lacune de Howship, et la surface attaquée présente un aspect dentelé, alvéolaire, très caractéristique.

Le processus suivant lequel la destruction de la dentine s'effectue comprend deux temps :

1° *Décalcification de la surface des cavités de résorption.* — En effet, les cavités de résorption présentent toujours une région décalcifiée prenant les colorants du collagène. Cette zone décalcifiée, plus ou moins épaisse, est constante et se trouve toujours interposée entre la dentine saine et les cellules destructrices.

2° *Fractionnement, puis destruction*, par les cellules ostéophages, des régions préalablement décalcifiées. Bien que nous n'ayons pu le mettre, jusqu'ici, parfaitement en évidence, il est possible qu'il se produise alors une phagocytose classique. Nos préparations montrent très clairement le fractionnement des parties décalcifiées, par des prolongements protoplasmiques émanés des cellules destructrices.

Cette résorption de la dentine se poursuit ainsi jusqu'à ce que le denticule se trouve complètement creusé, la cavité centrale s'étendant jusqu'à la couche d'émail externe ; à ce stade, la plaque basale a disparu et la dent dermique n'adhère plus au tégument que par son *collet*. La cavité centrale est alors largement ouverte sur le derme sous-jacent. Extérieurement, le denticule présente la teinte blanche laiteuse caractéristique.

Ensuite, le *collet* est attaqué, et la partie externe (supérieure) du denticule est ainsi amenée à s'abaisser au-dessous du niveau des spicules normaux, et à s'appliquer finalement contre le tégument. On a alors le *grain blanc* décrit par R. Dieuzeide chez le *Centrophorus granulosus*. Enfin, à un stade encore plus avancé, l'émail est lui-même attaqué et finit par disparaître.

La destruction du denticule est entièrement effectuée par des cellules mononucléées. A aucun moment et chez aucune des espèces étudiées, nous

n'avons trouvé de myéloplaxes ou cellules géantes (= plasmodes) plurinucléées.

Des faits rappelés ici, il ressort que les cellules destructrices considérées ne peuvent pas (tout au moins en ce qui concerne celles qui attaquent la face inférieure de la plaque basale) être d'origine odontoblastique. Sans vouloir tenter de trancher la question, on ne peut que leur assigner une origine endothéliale, ou histiocytaire.

Le processus de cette ostéoclasie a été étudié dans toutes ses phases chez *Catulus caniculus* (L.); mais les différents stades décrits ci-dessus ont été retrouvés, avec quelques variantes de détail n'affectant d'ailleurs en rien l'ensemble, chez différentes espèces, et notamment : *Hypoprion brevirostris* Poey, *Galeocerdo arcticus* (Faber), *Galeorhinus mustelus* (Linné), *Ginglymostoma cirratum* (Gmelin), *Carcharinus obscurus* (Lesueur), *Carcharias taurus* Raf.

On se trouve donc en présence d'un phénomène d'ordre général par lequel s'effectuent la destruction et la chute des dent dermiques des Squales. Cette chute ne prend jamais la forme d'une mue généralisée, saisonnière ou non. Chaque denticule parcourt individuellement son cycle d'existence propre, et reste indépendant de ses congénères, le vide laissé par la disparition de l'un d'eux étant peu à peu comblé par la croissance et l'extension des spicules voisins.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *La concentration du sang en chlorures et la sécrétion rénale de l'urée chez la Souris.* Note de M. **Pierre Feyel**, présentée par M. Maurice Caullery.

Nous avons établi (1) le mode de sécrétion de l'urée par le rein. La présence de cette substance dans l'urine est due non seulement à une filtration glomérulaire, mais surtout à une sécrétion active des cellules à bordure en brosse. Les cellules de la branche large de l'anse de Henle (cellules à bâtonnets) peuvent également sécréter de l'urée; le plus souvent cette sécrétion est cependant limitée à la section corticale de ce segment.

Nous avons repris l'étude de la sécrétion uréique chez la Souris, en faisant varier expérimentalement la concentration du sang en chlorure de sodium.

(1) P. Feyel, *Le tube urinaire dans la série animale*, Paris, 1935.

Les Souris blanches utilisées pour ces expériences ont été reparties en quatre lots :

Premier lot. — Souris nourries à la viande crue pendant les 8 jours précédant la fixation.

Deuxième lot. — Souris du lot précédent sacrifiées 10 minutes après injection intrapéritonéale de 1^{cm^3} d'une solution d'urée à 40 pour 100.

Troisième lot. — Souris du premier lot sacrifiées 10 minutes après injection intrapéritonéale de 1^{cm^3} d'une solution saturée de ClNa contenant 40 pour 100 d'urée.

Quatrième lot. — Souris du premier lot sacrifiées 10 minutes après injection intrapéritonéale de 1^{cm^3} d'une solution saturée de ClNa.

Chez tous ces animaux, nous avons mis en jeu un ensemble de techniques convergentes : technique de Dietrich-Parat suivie de la coloration de Volkonsky, imprégnation argentique selon da Fano, techniques de Leschke pour la détention de l'urée et des chlorures.

L'étude des pièces obtenues par la technique de Leschke pour l'urée nous a donné les résultats suivants :

Chez les Souris du premier lot, qui vont nous servir en quelque sorte de témoins, nous avons retrouvé les résultats précédemment décrits : accumulation d'urée dans les cellules à bordure en brosse et dans les cellules corticales de la branche large de l'anse de Henle, quelques granulations uréiques dans les cellules médullaires du même segment.

Chez les animaux du deuxième lot, les résultats sont de même ordre; mais naturellement, les précipités urétiques sont légèrement plus abondants.

Chez les animaux du troisième lot, nous observons un accroissement extrêmement net de l'abondance des précipités uréiques. Cet accroissement, au surplus, porte exclusivement sur les cellules à bordure en brosse, qui apparaissent maintenant bourrées de très nombreuses granulations traduisant une suractivité sécrétoire. En revanche, on observe plutôt une diminution de la sécrétion uréique au niveau des cellules médullaires des branches larges des anses de Henle. Rappelons que la seule différence entre les animaux des deuxième et troisième lots consistait en une augmentation expérimentale de la concentration des chlorures du sang chez les Souris du troisième lot.

D'autre part, chez les animaux du 4ᵉ lot qui n'ont pas reçu d'injection d'urée, mais une injection de ClNa, l'examen des pièces nous donne sensiblement les mêmes images que chez les Souris du 3ᵉ lot; l'accumulation d'urée est aussi forte au niveau des cellules à bordure en brosse. Ces résul-

tats nous permettent de conclure que l'augmentation expérimentale de la chlorémie favorise l'accumulation de l'urée dans les cellules et, par là même, sa sécrétion.

L'augmentation expérimentale de la chlorémie agit-elle seulement en modifiant les propriétés physico-chimiques du sang, ou bien par action directe sur les cellules rénales? Les pièces traitées par la méthode de Leschke pour les chlorures nous ont donné les résultats suivants. Nous obtenons naturellement un maximum d'accumulation et de sécrétion dans les cellules à bordure en brosse des animaux des 3ᵉ et 4ᵉ lots (injections de chlorures); mais nous observons d'autre part que, chez les animaux du 3ᵉ lot, l'accumulation des chlorures dans les cellules à bordure en brosse est plus forte que chez les Souris du 1ᵉʳ lot, alors que les animaux du 2ᵉ lot ne diffèrent de ceux du 1ᵉʳ que par l'injection supplémentaire d'urée. Ce dernier résultat montre même qu'une augmentation de la sécrétion d'urée s'accompagne, au niveau des mêmes cellules à brosse, d'une augmentation de la sécrétion des chlorures.

L'examen des coupes obtenues par la méthode de Dietrich-Parat-Volkonsky ne nous a montré aucune modification morphologique de l'appareil mitochondrial des cellules à bordure en brosse chez les animaux des divers lots.

L'étude du vacuome, décelé par la méthode de da Fano, confirme nos résultats antérieurs : l'urée, comme les chlorures, s'accumule dans les vacuoles avant d'être excrétée par les cellules. La richesse vacuolaire est maxima au niveau des cellules à brosse chez les animaux du troisième lot. Chez ceux des autres lots, on observe un nombre variable de vacuoles, mais elles sont toujours bien plus nombreuses que chez les Souris soumises à une alimentation normale (1935).

Cette étude nous a permis d'établir l'interdépendance qui existe, au niveau des cellules à bordure en brosse, entre la sécrétion de l'urée et celle des chlorures. L'augmentation de la sécrétion d'urée entraîne une sécrétion plus abondante de chlorures. L'augmentation de la chlorémie, par le fait même qu'elle accroît la sécrétion des chlorures par les cellules à bordure en brosse, augmente les capacités sécrétoires de ces cellules pour l'urée.

SÉROLOGIE. — *Gélification du sérum humain par les bases.* Note [1] de M. **Stanislas Marczewski**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

La gélification des sérums et des protides par les acides, décrite par W. Kopaczewski [2], est confirmée [3]. Nous avons entrepris l'étude systématique de la gélification sérique par les bases, commencée par le même auteur.

1° Voici les bases gélifiant directement le sérum humain :

Tableau I. — *Gélification du sérum humain par les bases.*

	Bases :									
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Concentrations finales moléculaires......	0,4	4,0	3,0	0,1	0,65	1,5	0,4	0,18	0,5	0,4
Température °C.....	22,0	22,0	22,0	22,0	37,0	18,0	18,0	20,0	19,0	19,0
Temps de gélification (heures)..........	0,5	5,0	4,0	9,0	0,5	260,0	7,0	0,5	32,0	13,0

1, Soude caustique; 2, Monoéthylamine; 3, Diéthylamine; 4, Phénylhydrazine; 5, Aniline; 6, Quinoléine; 7, Isoquinoléine; 8, Pyridine; 9, Pilocarpine; 10, Nicotine.

Le temps de gélification du sérum humain par les bases en question est fortement réduit par l'élévation de la température : on constate que celles d'entre elles qui sont incapables de gélifier le sérum à la température de 20°C., le gélifient à 37°C.; tels sont les exemples donnés par le pyrrol, la quinoléine, etc. Il est donc probable que certaines parmi les bases que nous signalons comme inactives peuvent gélifier le sérum à une température plus élevée, ce qui resterait à vérifier dans chaque cas particulier.

2° Certaines autres bases, ne gélifiant pas directement le sérum, accélèrent sa gélification par une autre base. Pour démontrer ce fait, nous avons choisi la pyridine, dont l'action sur du sérum est particulièrement nette (Tableau II).

---

[1] Séance du 27 janvier 1936.

[2] *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1271; *Bull. Soc. Pharmacol.*, 42, 1935, p. 135; 198, 1934, p. 2282; 200, 1935, p. 974.

[3] Nattan-Larrier et Grimard-Richard, *Soc. Biol.*, 116, 1934, p. 802; G. Legrand, *Gynécologie*, 34, 1935, p. 239; Polichetti, *Policlinico*, 42, 1935, p. 1513; P. Bordet, *Soc. Biol.*, 120, 1935, p. 93; L. Cappon, *Soc. Biol.*, 120, 1935, p. 235.

TABLEAU II. — *Modification du temps de gélification par certaines bases à 37°C.*

Bases.	Concentrations finales moléculaires.	Temps de gélifications (minutes).
Pyridine, seule	1,0	25,0
» additionnée de *m*-toluidine	0,4	8,0
» » *o*-toluidine	»	»
» » phénol	»	15,0

3° Enfin, voici la liste des bases, lesquelles, aux concentrations les plus fortes et à la température de 37°C., ne gélifient pas le sérum humain : ammoniaque, triméthylamine, phénylhydroxylamine, pipéridine, pipérazine, urée, tétraméthylène-tétramine, tropine, cocaïne, hydrate d'hydrazine, indol, créatine et narcéine.

Conclusions. — 1° De nombreuses bases gélifient directement le sérum humain; 2° quelques bases accélèrent la gélification du sérum par d'autres bases; 3° en tenant compte, d'une part, des concentrations moléculaires gélifiantes et, d'autre part, du degré d'ionisation des bases employées, il semble que la concentration en ions OH^- ne soit pas la seule condition déterminant le mécanisme de la gélification du sérum humain normal par les bases.

BIOPHYSIQUE. — *Mesure directe de la dose léthale de courant électrique chez les Paramécies.* Note de M. **Basile Luyet**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les expérimentateurs qui ont étudié quantitativement l'action du courant électrique sur les Paramécies ont mesuré les intensités du courant traversant la chambre d'observation où les organismes évoluaient et en ont déduit *par calcul* l'intensité au travers du corps de la Paramécie (1). Dans ce travail, nous nous sommes proposé de *mesurer directement* la dose léthale de courant continu traversant les organismes eux-mêmes, en évitant tout courant parallèle.

Dans ce but nous avons introduit les Paramécies, *Paramecium caudatum*, cultivées dans infusion de foin et concentrées par centrifugation, dans des tubes capillaires de 25$^\mu$ environ de diamètre intérieur, où elles étaient main-

(1) Cf. B. Luyet, *Proc. Soc. f. Exp. Biol. and Med.*, 30, 1933, p. 924 et *C. R. Soc. Biol.*, 115, 1934, p. 1568.

tenues immobiles, coïncées entre les parois du tube. Celui-ci, coupé sur une longueur de 15^{mm}, était placé horizontalement sur un plateau isolant, reposant sur la platine du microscope et percé en son milieu d'une ouverture de 10^{mm} de diamètre permettant l'observation. Deux électrodes non polarisables, plongeant dans deux grosses gouttes du milieu de culture, l'une à chaque extrémité du tube, établissaient le courant. Le reste du circuit comprenait une batterie d'accumulateurs maintenant une différence de potentiel de 300 volts à ses bornes, un galvanomètre de d'Arsonval à courte période, des rhéostats réglables et un coupe-circuit. Dans ce système, le courant mesuré par le galvanomètre passe tout entier dans le corps des Paramécies.

Nous appelons courant léthal celui qui tue l'organisme instantanément, c'est-à-dire pendant un temps plus court que le temps minimum appréciable sans instrument. La mort se produit par choc suivi d'immobilité permanente ou par explosion de l'organisme et dispersion de ses parties.

Nos résultats peuvent se résumer comme suit : 1° avec des courants de plus de 1,4 microampère, nous avons toujours obtenu la mort instantanée; 2° avec moins de 0,2 microampère nous ne l'avons jamais obtenue; 3° dans les 54 expériences faites entre ces deux intensités nous avons observé des temps d'exécution variant de 0 à 30 secondes avec 0,2 microampère, de 0 à 15 secondes avec 0,4 microampère, de 0 à 10 secondes avec 0,6 microampère et de 0 à 5 secondes avec 0,8 et 1 microampère.

Les doses maximales non instantanément léthales s'étendent donc de 0,2 à 1,4 microampère (point milieu : 0,8 millionième d'ampère).

Dans quelques tubes qui devenaient progressivement plus étroits d'une extrémité à l'autre, il a été possible de déterminer un diamètre où les organismes étaient tués avec un courant donné, un autre où le choc étaient violent mais non léthal, et un autre où le choc était bénin.

PROTOZOOLOGIE. — *Évolution d'une hémogrégarine de Saurien chez des moustiques.* Note de M. **L. Albert Robin**, présentée par M. F. Mesnil.

On connaît jusqu'ici le cycle évolutif complet de quatre hémogrégarines appartenant au genre *Hepatozoon : H. muris* du rat qui évolue chez l'acarien *Lœlaps echidninus* (Miller 1908); *H. canis* du chien dont l'hôte invertébré est *Rhipicephalus sanguineus* (Christophers 1907, Wenyon 1911);

H. criceti du hamster dont la sporogonie s'effectue chez *Liponyssus arcuatus* (Nöller 1912); *H. pettiti* dont l'hôte vertébré est un crocodile et l'hôte invertébré *Glossina palpalis* (Hoare 1932) chez lequel Chatton et Roubaud (1913) avaient décrit des oocystes d'*Hepatozoon*.

Nous avons trouvé chez *Gecko verticillatus* de Saïgon, animal qui se nourrit d'insectes, principalement de moustiques, une hémogrégarine dont tous les caractères (cycle schizogonique et cycle sporogonique) sont ceux d'un *Hepatozoon* et qui évolue chez les *Culex* et les *Stegomyia*, premier exemple d'*Hepatozoon* de saurien et premier exemple d'*Hepatozoon* transmis par des Diptères Nematocères. Rappelons cependant que Adler et Theodor ont constaté, chez un phlébotome, des stades du cycle sporogonique d'un *Hepatozoon* dont ils n'ont pas pu, quoique ayant soupçonné un lézard, identifier l'hôte vertébré.

Hepatozoon mesnili n. sp. se présente dans le sang du Gecko sous deux formes : libre ou intraglobulaire (hématies). La forme libre est mobile, fusiforme, à extrémité antérieure effilée. Dimensions : 25 à 30$^{\mu}$ sur 3 à 4$^{\mu}$. Le noyau ovale est situé à l'union du tiers antérieur avec le tiers moyen; il occupe toute la largeur du parasite.

Le parasite intraglobulaire est, dans la plupart des cas, falciforme; le tiers antérieur du corps est replié sur les deux tiers postérieurs. Dimensions : 4 à 7$^{\mu}$ sur 17$^{\mu}$. Jamais nous n'avons observé deux parasites dans une même hématie. Les formes rencontrées dans le sang semblent bien correspondre à des gamétocytes.

Dans certaines coupes d'organes de l'hôte vertébré : intestin, foie et surtout poumon, on rencontre des formes de schizogonie du parasite. Il s'agit de formations ovalaires, atteignant 17$^{\mu}$ sur 24$^{\mu}$, à l'intérieur desquelles on voit une, deux, trois et jusqu'à six hémogrégarines, mais jamais un plus grand nombre. La schizogonie s'opère : dans l'intestin au niveau de la sous-muqueuse, dans le foie à l'intérieur des cellules hépatiques, dans le poumon au niveau des cellules alvéolaires. Nous n'avons trouvé de formes de schizogonie ni dans la rate, ni dans la moelle osseuse, ni dans le cerveau.

Chez *Culex fatigans*, 36 à 48 heures après le repas infectant (à 30°), on peut voir les gamétocytes accolés par paires dans le sens de la longueur, tous les deux orientés dans la même direction. Puis le noyau de l'un des gamétocytes entre en division pour donner naissance à des microgamètes dont nous n'avons pu déterminer le nombre. L'un d'eux pénètre dans le gamétocyte femelle qui va se contracter et donner un zygote piriforme,

mobile, de 6^{μ} sur 10^{μ} en moyenne, pourvu d'un seul noyau. Ce zygote traverse la paroi stomacale et pénètre dans la cavité générale de l'insecte où il grossit rapidement et s'entoure d'une membrane kystique (sporonte). Ces sporontes sont disséminés dans le corps de l'insecte.

Dès le 5e jour, le noyau du sporonte se divise et les nouveaux noyaux formés se disposent en couronne à la périphérie du protoplasme qui s'individualise autour de chaque noyau, de sorte que le sporonte prend un aspect mûriforme (dimensions 70 à 130^{μ}). Puis chacun des bourgeons nucléés formés se détache du sporonte pour donner naissance à autant de sporoblastes qui s'enkysteront. Le nombre des sporoblastes formés varie suivant la taille du sporonte. Ces sporoblastes augmentent peu à peu de volume (du 7e au 10e jour), leur noyau se divise pour donner 12 à 16 noyaux. Le sporoblaste se transforme ainsi progressivement en sporocyste. Le protoplasme s'individualise autour des 12 à 16 noyaux formés pour donner autant de sporozoïtes (10e au 15e jour).

Le sporocyste mûr (sporozoïtes mobiles à l'intérieur du sporocyste) a $18^{\mu},5$ sur 33^{μ}. Tous les sporocystes restent inclus dans l'oocyste sphérique dont le diamètre est en moyenne de 250^{μ}.

Le temps d'évolution indiqué (15 jours) est un minimum. En moyenne l'évolution du parasite chez *Culex fatigans* demande environ trois semaines. La proportion des *Culex fatigans* qui s'infectent expérimentalement est de 90 pour 100, tandis que, chez *Stegomyia albopicta*, ce pourcentage est de 25 pour 100 environ. De plus, chez ce dernier moustique, l'évolution du parasite dure une trentaine de jours.

L'infection de l'hôte vertébré se fait par ingestion de moustiques porteurs d'oocystes mûrs. N'ayant pu élever des Geckos à partir de l'œuf, nous avons expérimenté sur des individus élevés à l'abri de la lumière en cage grillagée (9 mailles au centimètre) pendant un an et demi. Le sang de ces animaux a été examiné régulièrement une fois tous les quinze jours pendant ce laps de temps et jamais aucune hémogrégarine n'a pu être décelée dans leurs hématies. Leur nourriture était exclusivement composée de mouches et de sauterelles pendant toute la période d'observation et pendant toute la durée de l'expérience. Ces animaux ont été divisés en deux lots : cinq sujets soumis aux expériences de transmission et quatre témoins.

Toutes les conditions étant égales par ailleurs, nous avons fait ingérer à trois des Geckos dix *Culex fatigans* élevés à partir de l'œuf et infectés expérimentalement et à deux autres sujets quinze *Stegomyia albopicta*

infectés dans les mêmes conditions. Le vingt-deuxième jour après le repas infectant, les cinq Geckos d'expérience ont tous montré pour la première fois des *Hepatozoon* dans leurs hématies alors que les témoins restaient négatifs pendant une période d'observation de deux mois.

Les expériences de transmission par piqûres de moustiques infectés ont donné des résultats négatifs.

En résumé, *Hepatozoon mesnili* n. sp. de *Gecko verticillatus* évolue chez des Diptères Nématocères : *Culex fatigans* et *Stegomyia albopicta* qui s'infectent en piquant les geckos au niveau des paupières et dans les espaces interdigitaux. L'hôte vertébré s'infecte en mangeant les moustiques infectés.

MICROBIOLOGIE. — *Sur un nouveau milieu de culture pour la production de la toxine staphylococcique*. Note [1] de MM. **Gaston Ramon, Albert Berthelot** et Mlle **Germaine Amoureux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous inspirant des principes établis par l'un de nous en matière de production de toxine et d'anatoxine diphtériques, nous avons cherché à obtenir une toxine staphylococcique active dont le dérivé anatoxique pourrait permettre de réaliser, chez l'homme et chez l'animal, une immunité antitoxique d'un degré élevé.

Dans ce but, nous nous sommes adressés, après différents essais, à un milieu à base de bouillon de rate de veau, à cause de la richesse de cette dernière en nucléo-protéides et en principes aminés [2].

On l'additionne d'un sel tampon. La recherche méthodique du meilleur régulateur de la réaction, nous ayant indiqué, antérieurement [3], le formiate et le tartrate de sodium, notre choix s'est arrêté après de nombreux tâtonnements sur ce dernier qu'on ajoute au bouillon à raison de 12^g par litre.

Le milieu ainsi préparé est réparti sous le volume de 500^{cm^3} dans des matras de Fernbach d'une contenance de un litre puis stérilisé à 110° durant 40 minutes.

---

(1) Séance du 27 janvier 1936.

(2) *Bull. Soc. Ch. biologique*, 8, 1926, p. 934 et *Ann. Inst. Pasteur*, **41**, 1927, p. 38.

(3) *C. R. Soc. de Biologie*, **109**, 1932, p. 530 et *Bulletin Soc. Chimie biologique*, **14**, 1932, p. 280 et 287.

Ensemencé avec une souche de staphylocoques particulièrement toxigène et porté à l'étuve à 37°, le milieu, sur lequel on fait passer constamment un courant d'air mélangé de 25 pour 100 de gaz carbonique, se trouble au bout de cinq à six heures. Le trouble augmente puis, après 2 ou 3 jours d'étuve, il apparaît à la surface du milieu un voile d'abord léger qui s'épaissit dans la suite, se fragmente, et tombe bientôt par lambeaux au fond du matras.

Après 6 à 7 jours d'étuve, le milieu de culture est filtré sur bougie Chamberland L3.

Le pouvoir toxique des filtrats staphylococciques ainsi obtenus est alors évalué en recherchant, au moyen des méthodes usuelles, la dose minima hémolytique vis-à-vis des globules rouges, la dose minima produisant encore une escarre par injection intradermique chez le lapin, la dose minima léthale par injection intraveineuse chez le même animal. La valeur antigène est mesurée d'après le pouvoir de combinaison avec l'antitoxine spécifique en employant le procédé habituel de l'hémolyse et aussi la méthode de floculation, suivant la technique mise au point par l'un de nous et R. Richou.

Voici les résultats moyens acquis sur plusieurs dizaines de lots de filtrats staphylococciques :

Dose minima hémolytique comprise entre 1/2000e et 1/4000e de centicube;
Dose minima escarrifiante comprise entre 1/2000e et 1/4000e de centicube;
Dose léthale minima comprise entre 1/10e et 1/20e de centicube;
Pouvoir antigène (dose test hémolytique) : $0^{cm^3},12$ à $0^{cm^3},05$;
Pouvoir antigène (unités de floculation) : 15 à 30 unités.

Ainsi, avec le milieu à base de bouillon de rate de veau dont la préparation et la composition sont simples et économiques, et sous la réserve de l'emploi d'une souche appropriée de staphylocoques, il est donc possible d'obtenir une toxine staphylococcique possédant un pouvoir toxique et aussi un pouvoir antigène intrinsèque relativement élevés.

BACTÉRIOLOGIE. — *De l'influence des hormones cristallisées sur la croissance de certaines espèces de levures.* Note de M. **Anton Philip Weber**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Durant ces dernières années, de nombreuses recherches ont été faites sur l'action possible des hormones sexuelles dans le développement des plantes supérieures (1). Les résultats obtenus sont souvent contradictoires (2). C'est pourquoi nous nous sommes proposé d'étudier l'action de ces hormones sur les plantes les plus simples, en commençant par les levures.

Voici la technique employée :

Nous avons choisi le milieu de culture synthétique de Reader (3) que nous avons complété en ajoutant par litre 1^{mg} de B, 1^{mg} de I, 1^{mg} de Mn, $0^{mg},1$ de Cu, 1^{mg} de Zn et 1^{mg} de Tl. Le glucose et tous les sels utilisés ont été soigneusement purifiés. Le liquide nutritif ($pH = 6,3$), stérilisé pendant une demi-heure dans l'autoclave à 105°, reste parfaitement limpide (4). La culture a été effectuée dans des fioles coniques de 150^{cm^3}, stérilisées d'avance dans un four électrique. Avant d'ensemencer on a introduit dans chaque fiole 50^{cm^3} de la solution nutritive et l'on a ajouté ensuite une quantité dosée d'hormone. Nous nous sommes servi de cultures de levures pures, qui avaient poussé pendant 24 heures soit sur gélose de malt, soit dans le milieu de Reader complété. Aussitôt après l'ensemencement les fioles ont été placées dans un thermostat à secousses mécaniques, réglé à 30°. La croissance a été déterminée par la méthode pondérale (5) en filtrant les suspensions sur des creusets d'Iéna n° 1 G 4.

a. Expériences avec la *folliculine* (6). — Nous avons étudié l'action de la folliculine sur huit espèces de levures (7) très différentes :

---

(1) Schoeller et Goebel, *Bioch. Z.*, 240, 1931, p. 1; 251, 1932, p. 223; Janot, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1175; 200, 1935, p. 1238.

(2) C. S. Virtanen, *Bioch. Z.*, 272, 1934, p. 32; Schoeller et Goebel, *Bioch. Z.*, 298, 1935, p. 278; Harder et Störmer, *Bioch. Z.*, 280, 1935, p. 126.

(3) V. Reader, *Bioch. J.*, 21, 1927, p. 904.

(4) L'eau tridistillée a été obtenue dans un appareil spécial.

(5) N. Nielsen, *C. R. Lab. Carlsberg*, 19, n° 16, 1933.

(6) Les hormones sexuelles cristallisées proviennent de la Soc. An. *Organon*, Oss (Hollande).

(7) Toutes les espèces de levures utilisées, sauf la levure de boulangerie, proviennent du *Centraal bureau voor Schimmelcultures* à Delft (Hollande).

1. *Torula monosa* Kluyver;
2. Levure de boulangerie (culture pure);
3. *Hansenula anomala* (Hansen) Sydow;
4. *Hansenula saturnus* (Hansen) Sydow;
5. *Mycoderma Bordetii* Kufferath.
6. *Torulopsis rotundata* Redaelli;
7. *Rhodotorula Suganii* (Okunuki) Lodder;
8. *Rhodotorula glutinis* var. *Sailoi* (Cif. et Red.) Lodder.

Il résulte de ces expériences que la folliculine n'a aucune influence sur la formation de la matière sèche des levures des n°s 1 à 6, tandis qu'elle en a une très prononcée sur les levures colorées (n°s 7 et 8); c'est ce que l'on constate dans le tableau suivant :

Espèce de levure.	Temps de croissance en heures.	Matière sèche de l'ensemencement en mg.	Récolte en mg de matière sèche correspondant à la quantité de folliculine ajoutée en gamma. 0.	0,1.	1.	10.	50.
Rhodotorula Suganii.	47	0,54	3,9	4,0	4,4	5,8	5,8
	67	0,50	3,6	4,2	3,9	7,1	13,1
	136,25	0,1	2,7	9,0	12,9	21,4	19,9
Rhodotorula glutinis var. *Saitoi*	43,50	0,58	8,1	7,9	8,2	8,9	9,3
	43,25	0,45	8,8	9,5	10,0	10,7	12,0
	68,50	0,15	4,5	5,6	6,9	7,5	12,7

On voit que la stimulation croît en fonction de la quantité d'hormone ajoutée. Il y a lieu de remarquer que cette action favorisante décroît lorsqu'on augmente le nombre des cellules dans l'ensemencement. Dans un ensemencement qui dépasse une certaine limite (0^{mg},60 de mat. sèche), la folliculine n'agit plus, même quand on ajoute une quantité plus grande (par exemple 100 γ). On peut expliquer ce fait en admettant que l'hormone favorise l'établissement du potentiel d'oxydoréduction nécessaire pour la croissance. Quand on ensemence avec un grand nombre de cellules, ce potentiel atteint si rapidement son minimum, que l'addition de l'hormone reste sans effet.

b. Expériences avec le *benzoate de dihydrofolliculine.* — Les résultats sont analogues à ceux obtenus avec la folliculine.

c. En étudiant l'influence de l'*hétéro-auxine* (β-indol acétique), nous avons trouvé qu'il n'y a pas de changement appréciable de la formation de matière sèche des levures ci-dessus numérotées de 1 à 6, mais nous avons constaté que la croissance de la levure *Rhodotorula Suganii* se trouve inhibée quand on ensemence avec de faibles concentrations.

Nous espérons que les travaux en cours apporteront quelque lumière sur d'autres hormones cristallisées.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccination antiexanthématique dans un foyer tunisien de typhus; arrêt immédiat d'une épidémie sévère.* Note [1] de MM. **Jean Laigret**, **Roger Durand** et **Joseph Belfort**, transmise par M. Charles Nicolle.

Les essais de vaccination entrepris l'année dernière contre le typhus en Tunisie, par Charles Nicolle et l'un de nous, avaient donné des résultats qui autorisaient l'application étendue de la méthode. Rappelons que celle-ci est fondée sur l'emploi, à l'état vivant, du virus murin, isolé sur les indications de Charles Nicolle, par Hélène Sparrow, des rats du port de Tunis. Le virus, d'abord desséché, est *enrobé dans le jaune d'oeuf et dans l'huile d'olives.* La vaccination comporte une première inoculation de 1/200ᵉ de cerveau virulent *de cobaye*; elle est renforcée, à 20 jours d'intervalle, par l'inoculation de 1/200ᵉ de cerveau *de rat.* Le double enrobage fait que ces doses sont parfaitement tolérées, sans réaction locale ni fièvre.

Le caractère inoffensif du procédé est confirmé à l'heure actuelle par *un millier de vaccinations*, pratiquées tant en Tunisie qu'en Algérie, dans d'anciens foyers de typhus. Nous n'avions pas encore la preuve irrécusable de son efficacité. Cette preuve nous est donnée aujourd'hui par la vaccination du village de Sidi Naceur, de la région de Medjez-el-Bab, en Tunisie.

Sidi Naceur est une agglomération de 539 habitants où, depuis de nombreuses années, il n'y avait pas eu de typhus. Une épidémie y a débuté le 11 décembre. Elle s'est étendue rapidement. Dès les premières atteintes, les malades ont été isolés dans des baraques, toute la population a été épouillée. La destruction des poux du corps et des vêtements a été renouvelée minutieusement dans la suite; toutefois, après chaque séance d'épouillage, les sujets valides retournèrent dans leurs habitations qu'il ne fut pas possible de désinfecter; le personnel, débordé par l'extension rapide de l'épidémie, ayant dû limiter la prophylaxie domiciliaire aux habitations des malades.

La vaccination eut lieu le 18 décembre pour 155 personnes, le 30 décembre

(1) Séance du 3 février 1936.

pour 179 et le 8 janvier pour 139. Ainsi, nous avons pu suivre l'évolution de l'épidémie d'abord sur la population tout entière non vaccinée, puis, pendant 3 semaines, sur des lots sensiblement égaux de vaccinés et de non vaccinés, enfin sur la totalité des habitants vaccinés. Ces conditions rendent particulièrement démonstratives les observations que nous avons recueillies :

Première semaine : trente-deux cas de typhus sur 539 habitants *non vaccinés.*

Deuxième semaine : cinq cas nouveaux sur 352 *non vaccinés;* aucun cas sur 155 vaccinés.

Troisième semaine : quinze cas nouveaux sur 352 *non vaccinés;* aucun cas sur 155 vaccinés.

Quatrième semaine : quatorze cas sur 153 *non vaccinés;* aucun cas sur 334 vaccinés.

Cinquième semaine : la population tout entière ayant été traitée, on note encore six cas, survenus chez des vaccinés dans les six premiers jours de la vaccination, donc relevant de contaminations antérieures à celle-ci; aucun cas chez les vaccinés anciens.

Sixième semaine : aucun cas, épidémie terminée.

Ainsi, chez les témoins non vaccinés, la progression hebdomadaire des cas nouveaux a été, pour 500 habitants, de 25,5. C'est dire que, si la vaccination n'était pas intervenue, il y aurait eu, dans le village, en six semaines, 153 cas de typhus. Le chiffre exact qui vérifie ce calcul, a été de 72 cas pour une population moyenne non vaccinée de 250 personnes. Pendant le même temps, un nombre égal de vaccinés, vivant de la même vie et soumis aux mêmes chances de contamination, n'a plus fourni, à partir du sixième jour de la vaccination, aucun cas.

C'est la preuve indiscutable, qu'associée à la destruction des poux, la vaccination par le virus typhique murin vivant est susceptible de juguler, en quelques jours, les plus graves éclosions de typhus épidémique.

MÉDECINE. — *Étude chimique du muscle prélevé par biopsie dans la myopathie.* Note de MM. **Robert Debré**, **Julien Marie** et **D. Nachmansohn**, présentée par M. Charles Achard.

Diverses pathogénies ont été proposées pour expliquer les myopathies, aucune n'a fourni une conception qui soit parfaitement satisfaisante, qu'il

s'agisse de la théorie nerveuse de Duchenne et Erb, de la théorie sympathique de Babès et Kalindero ou de la théorie endocrinienne de Claude, Oppenheim, Foerster. Par contre l'hypothèse, qui consiste à admettre que le syndrome myopathique est en rapport avec les troubles de certains métabolismes, nous a paru devoir être plus fructueuse.

Les troubles du métabolisme ont été suspectés depuis longtemps chez les myopathiques, en particulier les troubles du métabolisme de la créatine. Thomas, Milhorat et Tchner ont étudié, il y a quelques années, la créatinurie au cours de l'atrophie musculaire progressive. Ces auteurs ont pensé qu'un trouble du métabolisme de l'acide créatine-phosphorique, découvert en 1926 simultanément par Fiske et Subbarow et par P. Eggleton et G. P. Eggleton, était à la base de la myopathie. Cependant la créatinurie est loin d'être caractéristique de la myopathie et on la constate dans la maladie de Basedow, au cours de la fièvre et dans certaines affections passagères ou chroniques du muscle.

La conception de Thomas et ses collaborateurs les a entraînés vers une déduction thérapeutique, à savoir le traitement par le glycocolle, dont les résultats sont malheureusement assez décevants.

Il nous a semblé qu'il pourrait être profitable d'engager les recherches des troubles métaboliques dans une voie nouvelle, à savoir l'étude chimique directe du muscle myopatique.

On sait combien nos connaissances des processus chimiques de la contraction musculaire ont progressé depuis ces dernières années. On a montré, en effet, que les substances fournissant en premier lieu l'énergie de la contraction musculaire sont l'acide adénylpyro-phosphorique, l'acide créatine-phosphorique ou phosphagène et le glycogène. La composition du muscle strié, pour ce qui concerne ces substances, est remarquablement fixe chez les vertébrés. Cependant chez l'homme, un certain nombre de ces substances n'ont jamais été dosées jusqu'ici et nos connaissances sont nulles sur les variations qu'elles pourraient présenter au cours de l'évolution des diverses maladies musculaires, primitives ou secondaires.

Nous avons donc entrepris une série d'études sur la composition chimique du muscle de l'homme, prélevé par biopsie et sur ses variations possibles. La biopsie a toujours été faite sous anesthésie locale, en évitant d'injecter de la novocaïne dans le muscle, et a porté sur les muscles du mollet. Immédiatement après le prélèvement, les fragments de muscle ont été congelés dans l'air liquide, ce qui permet d'arrêter immédiatement

tous les processus chimiques et de conserver les substances très labiles dans l'état où elles se trouvaient au moment de la biopsie (procédé proposé par Embden). Nous avons, tout d'abord, prélevé, chez un sujet atteint de maladie de Friedreich, un fragment de muscle du mollet et nous avons constaté que les principaux constituants chimiques, fournissant l'énergie de la contraction, étaient à leurs taux normaux. Cette première recherche nous servira donc de témoin, confirmant ce que nous avions rappelé, à savoir la constance de la fixité de la composition chimique du muscle strié de vertébré, en particulier de mammifère.

Voici les résultats de nos recherches chez trois enfants atteints de myopathie commune :

	Phosphates directement dosables : P^2O^5 en mg/g.	Phosphagène : P^2O^5 en mg/g.	Acide adénylpyro-phosphorique : P^2O^5 en mg/g.	Acide lactique en mg/g.	Glycogène en mg/g.
Chiffres normaux chez l'animal	1,4 à 1,8	1,0 à 1,4	0,5 à 1,0	0,3 à 0,6	4,0 à 8,0
Témoin :					
D..., 14 ans; maladie de Friedreich	1,78	1,27	0,52	0,44	6,20
B..., Henri, 6 ans; myopathie	0,805	0,39	0,275	0,64	–
S..., Jean, 15 ans; myopathie	>0,60	>0,40	indosable	0,52	–
P..., Claude, 9 ans; myopathie	0,43	0,10	0,16	–	4,75

Ce tableau montre deux ordres de faits notables, que nous énonçons sous forme de conclusion :

1° Dans la myopathie, l'acide lactique et le glycogène présentent des valeurs qui sont comprises dans les limites des chiffres normaux.

2° Par contre, les composés phosphorés du muscle, dont le rôle est fondamental dans le mécanisme de la contraction musculaire et dans la production de l'énergie primaire, présentent des valeurs très diminuées par rapport aux chiffres normaux. Cette constatation, qui n'a jamais été faite jusqu'ici, est très marquée chez nos trois myopathiques.

A 15h40m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Charles Flahault* présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

En première ligne....... M. **Charles Camichel** (Toulouse).
En deuxième ligne...... M. **Luc Picart** (Bordeaux).
En troisième ligne....... M. **Edmond Sergent** (Alger).
En quatrième ligne...... M. **Auguste Lumière** (Lyon).

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JANVIER 1936.

L'espèce, par L. CUÉNOT, Paris, G. Doin et Cie, s. d.; 1 vol. 21^cm^.

Antoine Lavoisier the Father of modern chemistry, par DOUGLAS MCKIE. London, Victor Gollancz Ltd, 1935; 1 vol. 22^cm^.

Manuel pratique d'agronomie sur le terrain. Guide sommaire pour l'étude agricole d'un domaine ou d'une région, par LAURENT RIGOTARD. Paris, Berger-Levrault, 1935; 1 vol. 17^cm^,5. (Présenté par M. Viala.)

Essai d'éthologie zoologique d'après l'étude des mollusques, par PAUL PELSENEER. Bruxelles, Palais des Académies, 1935; 1 vol. 25^cm^.

Hommes et choses de sciences. Propos familiers. IIIe série, par MAURICE D'OCAGNE. Paris, Librairie Vuibert, 1936; 1 vol. 19^cm^.

Comment réaliser la nouvelle carte de France à 1/50000, par JEAN MARTIN. Extrait des *Annales de Géographie*, tome XLIV, 1935, n° 249. Paris, Armand Colin; 1 fasc. 24^cm^,5

Les ressources minérales de la France d'Outre-Mer. Tome III : *Le zinc, le plomb, l'argent, le cuivre, l'or, les minerais radioactifs, le mica, les pierres précieuses, substances diverses*; tome IV : *Le phosphate*. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1935; 2 vol. 24^cm^,5.

Histoire de la médecine vétérinaire, par E. LECLAINCHE. Toulouse, Office du livre, 1936; 1 vol. 28^cm^.

Les parentés chimiques des êtres vivants, par PAULE LELU. Paris, Hermann et Cie, 1935; 1 vol. 25^cm^. (Présenté par M. Caullery.)

Weights of Metal in Steel Trusses, par J. A. L. WADDELL. In *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. Paper, n° 1923; 1 fasc.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Notre Confrère **Pierre Viala**, qui était des nôtres depuis 17 ans, a donné un grand exemple de la façon dont nous pouvons agir, en dirigeant nous-mêmes l'application de la Science pure, sur les grands intérêts et sur l'organisation économique du pays.

Vous savez qu'en effet son activité s'est concentrée, durant une longue carrière, sur l'étude scientifique et, grâce à cette étude, sur la défense d'une plante qui forme une des grandes richesses de la France, *la vigne*.

C'est vers 1875 que le phylloxera étendit ses ravages dans notre vignoble. Les insecticides restaient inefficaces, et l'extension du mal était si rapide qu'on put craindre la disparition totale de ce vignoble, dont la culture occupait le cinquième presque de la population française, et donnait, en valeur, le quart de notre production agricole.

Le salut vint par les savants, et d'abord il faut citer à cet égard un de nos anciens Correspondants, disparu il y a 50 ans environ, Jules-Émile Planchon, qui découvrit l'immunité relative des plants américains, et suggéra leur importation. On pouvait craindre que les fruits de ces plants n'aient pas la propriété des nôtres, mais la Botanique peut réaliser des Centaures à corps de cheval et à torse d'homme. Je veux dire que le plant américain devait jouer le rôle de porte-greffe où s'inséraient, avec leurs qualités, nos plants français.

De nouvelles difficultés surgirent alors ; en diverses provinces à sol calcaire, les plus précieuses par leur production, telles que la Bourgogne

et la Champagne, les plants américains résistaient au phylloxera mais mouraient de *chlorose*.

C'est alors, en 1887, que notre confrère Tisserand — et tous les noms que je vous cite vous montrent le rôle prédominant joué par notre Compagnie dans cette crise nationale —, c'est alors donc que notre confrère Tisserand, alors directeur de l'Agriculture, désigna Pierre Viala, préparateur de viticulture à l'École d'agriculture de Montpellier, pour aller étudier sur place, aux États-Unis, les vignes sauvages ou cultivées.

Viala détermina d'abord la valeur de la résistance au phylloxera pour les diverses espèces ou pour les hybrides de ces espèces. Le choix rationnel du porte-greffe a été permis par cette étude.

Restait à trouver des plants capables de résister en terrain calcaire, indemnes de cette chlorose contre laquelle nos viticulteurs étaient impuissants. Viala trouva de tels plants, en même temps résistant au phylloxera, dans les terrains crétacés du Texas. Telle était l'espèce V. Berlandieri qui résiste parce que ses racines n'absorbent pas le calcaire et qui forme aujourd'hui, grâce à Pierre Viala, par elle-même ou des hybrides, les porte-greffe qui ont sauvé la culture de la vigne en Bourgogne et en Champagne. Ces beaux résultats étaient assurés dès 1897.

Pierre Viala achevait, d'autre part, de démontrer, dirigeant lui-même des essais sur de grandes surfaces, que les qualités de cépages greffés restaient tout à fait indépendantes du porte-greffe, donnant à tous égards des produits de même qualité.

Si le porte-greffe a permis de reconstituer le vignoble, c'est donc la qualité du plant inséré par greffe ou cépage qui fait la gamme de tous les vins possibles. Pierre Viala s'est attaché à la connaissance et à la description de toutes les variétés correspondantes, travaux qui ont abouti à un magnifique ouvrage d'Ampélographie en sept volumes concernant l'étude botanique des cépages cultivés en France et à l'étranger.

Enfin, Pierre Viala s'est attaqué avec succès à la pathologie de la vigne, plante sujette à des maladies causées par des bactéries, par des moisissures ou champignons, ou même par association d'insectes, de moisissures et de bactéries.

Il a appris à guérir la *gélivure* (due à des bactéries) par l'élimination des variétés sensibles et par badigeonnages au sublimé.

Il a contribué à l'étude et à la guérison du *mildiou*. Il a montré qu'on pouvait sinon guérir, du moins éviter le *Pourridié* ou « blanc » des viticul-

teurs en arrachant et brûlant les plants atteints *avant qu'ils ne soient morts*, de façon à éviter la sporulation qui répandrait le mal.

Il a enfin, en collaboration avec Mangin, permis de lutter efficacement contre la Phthiriose de la vigne (due à l'association, démontrée par lui d'une cochenille et d'un champignon), par injection de CS^2 dans le sol lorsque le feutrage mycélien n'est pas encore formé.

Ces quelques mots donnent l'idée de ce que doit le Pays à Pierre Viala. Je voudrais ajouter qu'il a tenu à remplir quelque temps des fonctions politiques, ayant été six ans député, et qu'il a tâché pendant ce temps de défendre au mieux les intérêts de la Science dont (comme il l'avait prouvé lui-même avec tant d'éclat) la Nation a si grand besoin dans tous les domaines. Il avait conquis ici l'estime et l'amitié de tous. Nous adressons à sa famille nos condoléances émues.

LITHOLOGIE. — *Composition minéralogique des roches volcaniques de l'Ile de Pâques.* Note de M. **Alfred Lacroix.**

L'Ile de Pàques, perdue dans l'Océan Pacifique austral par 27°8′ de latitude sud et 109°25′ de longitude ouest, est constituée uniquement par des laves. Elle est surtout connue par ses statues gigantesques taillées sur place dans une brèche volcanique, statues sur quoi les ethnologues discutent depuis longtemps.

J'ai eu antérieurement l'occasion d'étudier quelques-unes de ces laves [1]; plus récemment M. L. J. Chubb a complété ces données sommaires, notamment en ce qui concerne la géologie [2].

Une Mission franco-belge composée de MM. A. Métraux, Lavachery et Drapkin est rentrée en France, l'an dernier, après un séjour de plusieurs mois dans l'île. M. A. Métraux y a fait une très ample collection pétrographique, je me propose de résumer ici le résultat de l'étude minéralogique que j'en ai entreprise et dont les détails seront donnés dans un autre Recueil.

Malheureusement si l'Ile de Pâques est favorable à l'élevage du mouton,

---

[1] *Mém. Acad. Sc.*, 59, 1928, p. 47.

[2] *Bernice P. Bishop Museum*, Honolulu, *Bull.* n° 110, 1933, p. 31. Ce Mémoire et le précédent renferment la bibliographie des travaux antérieurs, à laquelle je renvoie.

elle l'est beaucoup moins aux recherches lithologiques. Son sol, surtout formé de produits pyroclastiques, absorbe rapidement l'eau de pluie (1218^{mm} par an), aussi l'altération des roches y est-elle intense. Il n'existe pas de cours d'eau permanent et pas trace notable d'érosion subaérienne, mais de vastes espaces ondulés et gazonnés et des coulés démantelées. Ce n'est que dans les falaises périphériques que se voient des coupes géologiques.

M. Chubb a montré qu'il existe trois volcans distincts dans cette île à forme triangulaire; le plus grand, uniquement basaltique, est le Tere-vaka au Nord, dont les dernières éruptions sont les plus récentes, le Rano Kao, creusé d'un cratère-lac, à la pointe Sud-Ouest et le Poike, dépourvu de cratère, à la pointe Est. Je vais montrer que le Rano Kao est essentiellement dacito-andésitique et rhyolitique, le Poike rhyolitique.

Les *basaltes*, qui constituent les laves dominantes, peuvent être rapportés à trois types, tous andésiniques, mais se rapprochant parfois de types labradoriques. Les plus fréquents sont aphyriques, mais il en est d'autres qui sont porphyriques à plagioclases (labradors) : ces derniers se trouvent surtout dans le massif de Tere-vaka. Enfin sur le flanc nord du Rano Kao, se rencontrent des basaltes doléritiques et même des dolérites très altérés dont le pyroxène est une pigeonite.

J'ai considéré autrefois la brèche du Rano Raraku, qui a fourni les matériaux utilisés pour la confection de la plupart des statues, comme étant de nature andésitique; l'étude de documents plus nombreux me conduit aujourd'hui à la rattacher à un *basalte andésinique* très vitreux, palagonitisé. Cette brèche, qui structuralement est tout à fait semblable à celle constituant les necks du Velay, est extrêmement riche en blocs de basalte aphyrique. J'avais spécialement recommandé à M. Métraux de rechercher s'il n'y existerait pas aussi des enclaves de roches étrangères pouvant donner une idée sur l'existence éventuelle de la nature d'un substratum. Ces recherches sont restées sans résultat.

M. Chubb a recueilli une *andésite andésinique*, formant une coulée au sud de Mataveri et lui paraissant provenir du Rano Kao.

M. Métraux a découvert sur la falaise occidentale du cratère-lac de ce volcan une roche grise, se délitant en dalles et qui est très apparentée à cette andésite. C'est un dacitoïde oligoclasique, riche en petites enclaves à structure doléritique.

Les laves les plus intéressantes de l'île sont les *rhyolites*, localisées dans

le Sud, au Mont Orito, au Rano Kao, dans l'îlot Motu nui et ses voisins, enfin au Poike.

Le Mont Orito est en partie constitué par une *obsidienne rhyolitique* noire qui servit jadis aux indigènes à la fabrication de leurs armes. La base de cette petite montagne est creusée de nombreux trous d'exploitation, autour de quoi se trouvent des monceaux de débris éclatés.

La cassure de cette obsidienne est conchoïde, son éclat n'est pas très vif, il est gras plutôt que vitreux. L'examen microscopique donne la raison de cet aspect, en faisant distinguer, au milieu d'un verre incolore, d'innombrables aiguilles d'un pyroxène et des lamelles de sanidine, ayant la forme de celles de la dômite du Puy de Dôme. Cette obsidienne a localement un délit plat, elle renferme des zones un peu ponceuses et possède une texture fluidale.

Elle est recouverte par une roche blanche, friable, d'aspect crayeux, montrant les mêmes microlites de feldspath que l'obsidienne, mais le pyroxène est absent et peu abondant est le verre. Par contre, il existe beaucoup de tridymite. S'agit-il là de la transformation de l'obsidienne ou bien d'une couverture ponceuse? je n'ai pas les éléments nécessaires pour pouvoir décider entre ces deux hypothèses.

Une roche blanche analogue a été vue sur les bords nord du cratère du Rano Kao. On y trouve des blocs d'une obsidienne également noire, mais ayant un aspect fort différent de celui de la précédente. En effet, sa cassure possède un éclat vitreux très éclatant; elle n'est plus lisse, mais comme noduleuse, par suite de l'abondance de petits phénocristaux d'orthose et d'anorthose, de diopside d'un vert foncé et de *fayalite*. Quant au verre, il est homogène et ne renferme que de rares cristallites pyroxéniques et pas de feldspath.

Sur le prolongement de la pointe sud-ouest de l'île, où est situé le Rano Kao, il existe plusieurs petits îlots, Motu nui, Motu iti et Motu kao kao; ils sont formés de *rhyolitoïdes* et sont dépourvus de végétation; ils servent de refuge à d'innombrables oiseaux de mer dont l'extraordinaire abondance a, de tout temps, frappé l'esprit des indigènes et inspiré le culte, à Moto nui, de l'*Homme-oiseau*, l'une des particularités les plus curieuses de l'ethnologie de l'Ile de Pâques.

Ces rhyolitoïdes sont blancs ou rubanés de gris ou de violacé. Ils sont aphyriques; des microlites aplatis d'orthose, à formes nettes, sont accompagnés de beaucoup de tridymite et de quelques aiguilles extrêmement fines d'un minéral d'un brun vert qui est peut-être une amphibole. Çà

et là, la tridymite est remplacée par des éponges de quartz pœcilitique.

Enfin un rhyolitoïde d'un aspect spécial constitue des statues couchées dans l'herbe du Poike : c'est le seul exemple de l'emploi d'une roche non basaltique pour un tel usage.

Ce rhyolitoïde se distingue des précédents en ce que, dans une pâte poreuse grise, à faciès trachytique, il renferme des phénocristaux d'orthose, d'un plagioclase acide, de zircon et de biotite, seul cas de présence d'un mica dans une roche de l'île; il faut signaler enfin quelques grains de péridot transformé en iddingsite. Les microlites d'orthose, très abondants, n'ont pas la forme décrite plus haut; ils constituent des baguettes très allongées qu'accompagnent des aiguilles vertes généralement très oxydées, à allongement négatif et à faible angle d'extinction (amphibole?) et enfin quelques éponges de quartz poecilitique.

Ces roches rhyolitiques, et singulièrement les obsidiennes, sont si exceptionnelles dans les îles volcaniques du Pacifique, que leur existence dans l'Ile de Pâques offre un intérêt tout spécial que l'étude chimique permettra de préciser.

CHRONOMÉTRIE. — *Les horloges parlantes et la diffusion de l'heure.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

L'horloge parlante téléphonique ([1]), dont j'ai développé l'idée au début de 1930, et poursuivi la réalisation avec le concours des constructeurs Brillié et Belin, puis l'installation à l'Observatoire de Paris (octobre 1932), enfin la mise en service public, en février 1933, avec la collaboration de l'administration des Téléphones, comporte actuellement trois ans de fonctionnement ininterrompu et sans défaillance. Il y a lieu de dresser maintenant le bilan des résultats obtenus. Cette innovation dans la diffusion de l'heure au public a obtenu une faveur croissante, non seulement en France ([2]), mais à l'étranger où des installations analogues ont été aménagées : en Belgique, en Suisse, en Italie, en Suède, en Pologne, en Angleterre, en République Argentine, en Amérique du Nord etc. A Paris même, le nombre de communications horaires téléphoniques n'a cessé d'augmenter depuis le début de la mise en service.

([1]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 921.

([2]) Des horloges parlantes fonctionnent à Lyon et à Marseille.

Le public semble avoir pris goût à la connaissance continue de l'heure exacte, dont la précision, fournie à Paris, dépasse d'ailleurs ses besoins habituels. Il s'est créé une sorte de mentalité horaire nouvelle, provoquant par contre-coup un accroissement des exigences en ce qui concerne la marche des appareils chronométriques, horloges et montres, et par voie de conséquence, une réaction sur la construction plus parfaite de ces appareils eux-mêmes. Par la facilité d'un contrôle toujours à portée, les horloges publiques comportent, elles aussi, une concordance beaucoup plus satisfaisante.

Le taux des communications téléphoniques horaires paraît intéressant à observer : à Paris, dont le réseau comprend la banlieue, il est voisin de 120000 communications par 100000 habitants et par an, ou encore, sous une autre forme, d'environ 100000 communications pour 100000 abonnés et par mois. Ce nombre augmente graduellement, d'une part en raison d'une extension croissante du goût du public pour l'heure exacte, d'autre part, en raison de l'augmentation continue du nombre des abonnés au téléphone, 100 numéros d'appel sont actuellement réservés à l'horloge parlante et assurent une moyenne de 13000 communications quotidiennes. Il est curieux de constater que la diffusion radiophonique, plusieurs fois par jour, des indications horaires de l'horloge, par chacun des postes du réseau d'État français, n'a nullement arrêté la croissance continue du nombre de demandes téléphoniques.

A Bruxelles, où une horloge parlante a été mise en service le 28 octobre 1935, le nombre des demandes téléphoniques a dépassé d'abord 20000 par jour; il s'est stabilisé ensuite aux environs de 8000 à 9000, proportion très élevée. L'administration belge des téléphones prévoit l'extension prochaine à toute la Belgique des indications horaires téléphoniques de l'horloge parlante de Bruxelles.

Le taux du nombre des communications horaires, dépend aussi, naturellement, de la forme des contrats généraux d'abonnements téléphoniques, et suivant, notamment, que les communications comportent ou non une taxe unitaire. Dans certains pays, où le contrat est forfaitaire, et le téléphone extrêmement répandu, par conséquent d'un usage général et intensif, le nombre des communications horaires est très considérable; il a atteint le taux de 2,50 pour 100 du total des demandes téléphoniques à Stockholm, 3 pour 100 à Varsovie. Ces circonstances montrent à quel point le public a témoigné de l'engouement pour les indications horaires, comportant à la fois commodité et sécurité dans l'exactitude.

A Paris, depuis l'origine, nous avons posé les principes suivants : d'abord une *répétition fréquente* des indications (plusieurs fois par minute), pour éviter toute attente à l'écouteur et toute incertitude sur la mise correcte en communication; ensuite une *précision très grande*, de l'ordre du 1/10e de seconde [1], précision surabondante pour le grand public, mais qui, sans nuire en rien à la clarté des indications, est très appréciée des horlogers et usagers scientifiques, lesquels disposent ainsi, à chaque instant, pour le réglage d'appareils ou le contrôle des montres, d'une heure sûre et très précise.

Quant à la radiodiffusion, elle est utilisée, non seulement en France, mais encore à l'étranger, en des pays même très lointains, tels que la Nouvelle-Zélande, sur les émissions à ondes courtes.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Extrait d'une lettre de* M. **Jean Tilho.**

Fianga (Afrique Équatoriale française), le 1er février 1936.

« ... Permettez-moi de vous faire ci-dessous un très bref compte rendu du voyage que je viens de faire en Afrique centrale pour étudier les conditions dans lesquelles se présentent actuellement les relations hydrographiques du Logone et de la Bénoué et leurs conséquences éventuelles sur une diminution progressive du volume des eaux du lac Tchad.

Nous sommes arrivés à Douala, principal port du Cameroun sous mandat français, le 28 décembre dernier. A Yaoundé le Gouverneur et Mme Repiquet, le Commandant militaire, le Directeur du Service de Santé, le Chef de la Mission d'Inspection, ainsi que de nombreux fonctionnaires et officiers nous faisaient le grand honneur de nous accueillir à la descente du train, afin de nous témoigner tout l'intérêt qu'ils portaient à la Mission organisée sur l'initiative de l'Académie des Sciences, mission à laquelle le Ministre des Colonies avait tenu à associer son Département, par décret du 4 décembre 1935.

A Yaoundé, nous avons séjourné une semaine afin de constituer nos approvisionnements et de préparer notre convoi pour le Nord; au cours de cette période, il nous a été donné de constater combien les efforts de l'Administration française ont eu de succès pour la mise en valeur de cette vaste région où la crise économique universelle ne s'est fait sentir que dans des proportions relativement faibles : la reprise de l'activité commerciale et agricole y est manifeste et le budget du Cameroun ne connaît pas les fâcheux déficits qui inquiètent tant de nations européennes.

Nous sommes partis de Yaoundé vers le Nord, le 7 janvier, en compagnie du

---

[1] A chaque minute exacte, une série de quatre tops, de seconde en seconde, permet, par une adaptation psychologique au rythme, des comparaisons de précision avec tout appareil chronométrique.

Commandant militaire, le lieutenant-colonel Belle, en tournée d'inspection, voyage en automobile, sur d'excellentes routes construites et entretenues par les administrateurs, chefs de subdivisions et de circonscriptions dont le zèle, l'activité et la compétence méritent tous les éloges. Nous n'avons fait qu'une courte halte à Ngaoundéré, grande ville indigène, au voisinage de laquelle se trouvent les sources de la Bénoué tributaire du Niger et du Logone, affluent du Chari et grand pourvoyeur (avec ce dernier) des approvisionnements d'eau du lac Tchad.

Le 13 janvier, nous arrivions à Garoua, terminus de la navigation à vapeur sur la Bénoué durant les mois d'août, de septembre et d'octobre (jusqu'au 15 octobre ordinairement). Le 16, nous arrivions à Fianga, centre administratif et commercial de la région du Toubouri, où la culture du coton a pris depuis quelques années un essor remarquable.

Là ont commencé les travaux de la mission, travaux qui intéressent pour moitié le Cameroun et pour moitié l'Afrique Équatoriale française. Le Gouverneur général intérimaire, M. Marchessou, a donné des instructions pour faciliter nos recherches dans toute la mesure du possible. Il a mis à notre disposition le géomètre principal M. Dormoy, qui a déjà fait dans la région d'importants travaux de nivellement, en collaboration avec l'ingénieur Trial, au cours de l'année 1935. De son côté, le Gouverneur Repiquet a bien voulu me donner le concours de deux sous-officiers européens et douze miliciens du bataillon du Cameroun, précieux auxiliaires pour tout ce qui concerne les déterminations de positions astronomiques et les mesures de nivellement de précision.

Depuis deux semaines la mission est au travail. J'ai déjà pu réunir bon nombre de renseignements auprès des chefs de subdivisions de Léré, de Fianga, de Bongor et de Kelo. J'ai visité la région marécageuse, actuellement à sec, qui s'étend d'Eré, sur le Logone, à Gounou-Gaya, sur la Kabia. Ces renseignements, combinés avec les données très précises qui résultent des opérations de nivellement de M. Dormoy, me permettent déjà d'établir un premier programme de travail. Sans vouloir anticiper sur les résultats qu'il pourra donner, je puis dire que toutes les hypothèses que j'ai formulées dans mes Communications à l'Académie et dans l'étude que j'ai remise avant mon départ à la *Revue générale des Sciences* sous le titre : *Le Logone quittera-t-il le bassin du Tchad?* se trouvent largement confirmées.

La pente générale du terrain entre Eré, au coude du Logone, et Pogo, dans le Toubouri, est plus forte que la pente générale du Logone proprement dit entre Eré et Bongor; de telle sorte qu'aux hautes eaux le Logone envoie vers l'Océan un tribut au moins égal et peut-être supérieur à celui qu'il sert au lac Tchad. Il me reste à trouver entre Eré, Kim et Laï, dans une zone d'inondation dépourvue de tout village et couverte de hautes herbes bouchant l'horizon de tous côtés, quelles sont les principales voies par où s'opère cette évasion. Ce sera notre tâche à compter du 15 février, quand nous aurons terminé nos mesures entre Fianga et Mbourao.

Il est réconfortant de constater qu'ici nul ne considère cette question de la capture du Logone avec insouciance ou scepticisme : chacun sent qu'il est du devoir de la France de faire tout ce qu'il sera possible de faire pour l'éviter, dussent les sacrifices à consentir être considérables; ces sacrifices, il serait injuste et impolitique de les demander à l'Afrique Équatoriale française et au Cameroun, qui ont le plus grand

besoin de toutes leurs ressources pour maintenir et accentuer un progrès économique indéniable. Songez qu'ici, où, il y a six ou sept ans à peine, la pacification n'était pas encore achevée, on produit des tonnes et des tonnes d'excellent coton qui s'acheminent vers Le Hâvre, faute d'un moyen de transport aussi indispensable que la voie ferrée, par camions roulant sur des routes (parfois sur des pistes improvisées) vers Garoua, où elles seront entreposées en attendant qu'au mois d'août prochain les vapeurs anglais du Niger et de la Bénoué viennent les enlever.

Comment nous pourrons enrayer ce phénomène d'évasion du Logone vers l'Océan, triompher d'une calamité voulue en quelque sorte par la nature, c'est ce qu'il n'est pas encore possible de dire : pour le moment, nous étudions la zone où se produisent les épanchements. Une fois les causes du mal connues, il nous sera sans doute possible d'y porter remède : je ne désespère pas d'y parvenir. »

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'apparition de nouveaux* Pirocydonia Danieli. Note de M. LUCIEN DANIEL.

Le *Pirocydonia Danieli* est un hybride de greffe intermédiaire entre Poirier et Cognassier obtenu en 1902 par la décapitation au-dessus d'un bourrelet d'un Beurré William's greffé sur Cognassier. J'ai réobtenu en 1913 un type analogue par décapitation également. Plus récemment une forme voisine a été obtenue par M. Clarac, à Toulouse.

Depuis deux à trois ans, dans les pépinières de la maison Lepage, à Angers, et dans des cultures voisines, des poiriers de la variété Beurré William's greffés sur Cognassier d'Angers, languissants à la suite des attaques de l'Agrile sinueux et du Kermès, furent décapités près du bourrelet de la greffe et regreffés en couronne, quand d'autres furent laissés intacts.

Sur 1314 pieds en observation, 69 ont fourni au total 130 pousses hybrides de greffe ayant les caractères du *Pirocydonia Danieli*, ainsi que j'ai pu m'en rendre compte par l'examen des échantillons qui m'ont été aimablement communiqués par M. Pivert.

Selon M. Soulard, chef de culture aux pépinières Lepage, à qui sont dues les observations ci-dessus, la production d'hybrides de greffe de ce type est plus commune qu'on ne le suppose, car sans doute plus d'un cas de ce genre a dû passer inaperçu, l'attention des horticulteurs n'ayant pas été suffisamment attirée sur ce genre de phénomènes.

La vigueur des greffes, le terrain et les engrais ne semblent pas avoir d'influence nette sur leur production. Ils apparaissent tantôt sur une nodosité plus ou moins prononcée, quelquefois sur deux points opposés de

la circonférence, mais le plus souvent dans un seul endroit sur la ligne très mince qui sépare les deux individus greffés.

Ces pousses, jusqu'à présent du moins, n'ont pu être bouturées ou marcottées; on ne peut les conserver que par leur greffe sur Cognassier, qui réussit fort bien. Ces caractères sont aussi ceux du *Pirocydonia Danieli.*

Je viens de recevoir communication d'une autre apparition du même hybride de greffe observée par M. Henri Ligneau, pépiniériste, 50, rue Malakoff, à Orléans. Un Beurré William's, greffé sur Cognassier, a donné naissance sur le bourrelet, il y a 8 ou 9 ans, à une pousse curieuse. Le bois et les feuilles tiennent à la fois du Poirier et du Cognassier. Les feuilles se rapprochent de celles Poirier mais elles sont velues et blanchâtres comme chez le Cognassier. Cette forme a été laissée en place sur l'arbre qui l'a fournie. Elle n'a pu être bouturée ou marcottée, mais elle se greffe facilement sur Cognassier. La tige porte des pousses horizontales, rabougries et peu vigoureuses, et n'a pas fructifié.

Ces faits viennent à l'appui de la méthode que j'ai indiquée dès 1897 (1) et montre une fois de plus l'importance de la décapitation par rapport à la production des hybrides de greffe.

M. **Paul Marchal** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de MM. A. Balachowsky et L. Mesnil : *Les Insectes nuisibles aux plantes cultivées; leurs mœurs, leur destruction* (2), dont il a écrit la *Préface.*

Le Traité d'Entomologie agricole de MM. Balachowsky et Mesnil est une œuvre d'importance capitale.

Par son ampleur, par la richesse et la sûreté de sa documentation, par la remarquable exécution des figures du texte et des planches, il se classe au premier rang de tout ce qui a été publié jusqu'ici sur cette question.

Il n'existait en France aucun livre d'ensemble tenant compte des immenses progrès réalisés au cours des dernières années dans le domaine de l'Entomologie agricole et mettant à la portée des intéressés les éléments si complexes qui permettent d'identifier les ravageurs et d'organiser contre eux une lutte rationnelle.

MM. Balachowsky et Mesnil viennent de combler cette lacune par une

(1) Lucien Daniel, *Comptes rendus*, 125, 1897, p. 661.

(2) Deux volumes, 1921 pages, 1369 figures dans le texte, 8 planches en couleurs. Paris, 1935 et 1936.

magnifique publication qui, non seulement s'inspire des travaux les plus récents édités dans le monde entier, mais qui se base encore sur les résultats de longues et fructueuses recherches personnelles. C'est dans les laboratoires et les champs d'expérience du Centre de recherches agronomiques de Versailles que les auteurs ont trouvé le milieu favorable qui convenait à l'exécution de leurs patients travaux. Ils sont ainsi parvenus à réaliser une œuvre qui donne pleine satisfaction au biologiste, à l'entomologiste et au praticien, une œuvre fondamentale pour tous ceux qui s'intéressent à la biologie des insectes et sont appelés à organiser ou à appliquer les méthodes de défense contre les ennemis des cultures.

M. **Maurice Caullery** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. J. Vellard sur *Le Venin des Araignées* (1), dont il a écrit la *Préface*.

Il y a là une véritable monographie, basée sur des observations et expériences nombreuses, zoologiques et cliniques, faites sur les araignées sud-américaines, dont sont étudiées successivement les diverses formes, avec les accidents que détermine leur morsure. D'autre part on trouvera dans ce livre une étude d'ensemble de l'appareil venimeux des Araignées, des propriétés diverses de leurs venins et du traitement sérothérapique à leur opposer.

M. **Louis Ravaz**, par l'organe de M. **Louis Blaringhem**, fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Le Cinquantenaire de la Bouillie bordelaise*.

M. **Jules Richard** fait hommage à l'Académie du fascicule XC des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par* Albert Ier, *Prince souverain de Monaco : Amphipodes*, par Édouard Chevreux.

(1) *Monographies de l'Institut Pasteur*, Paris, 1936, grand in-8°, 311 pages, 63 figures.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre non résidant, en remplacement de M. *Charles Flahault* décédé.

Le nombre de votants étant 54,

M. Charles Camichel obtient	....	39 suffrages
M. Luc Picart »	....	11 »
M. Auguste Lumière »	....	2 »
M. Alexis Carrel »	....	1 »

Il y a 1 bulletin nul.

M. **Charles Camichel**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

M. **Marcel Godchot** est élu Correspondant pour la Section de Chimie par 35 suffrages contre 14 à M. *Maurice Nicloux* et 1 à M. *Georges Chaudron*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° M. Combier. *Carte géologique de Dakar*.

2° M. Aron et P. Grasse. *Précis de Biologie animale*. (Présenté par M. Maurice Caullery.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur une formule de Gauss.* Note de M. **Arnaud Denjoy**.

Soit $x = (0, a_1, a_2, \ldots, a_n + \xi_{n+1})$ $(0 < \xi_{n+1} < 1)$ un nombre irrationnel compris entre 0 et 1, développé en fraction continue normale. x étant

donné ($0 < x \leqq 1$) la mesure $m_n(x)$ de l'ensemble $E_n(x)$ des nombres w où $0 < \xi_{n+1} < x$ tend vers $\log(1+x)/\log 2$, d'après un résultat énoncé par Gauss, établi par R. Kuzmin, retrouvé par P. Lévy (voir ma Note du 3 février 1936) et auquel j'ai été conduit de mon côté par une méthode d'une portée générale. J'éviterai de substituer aux notions parfaitement précises et nettes de la théorie des fonctions, en particulier à celle de la mesure, le langage des probabilités qui me paraît moins sûr.

1. Posons

$$z = (0, a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1 + \zeta_{n+1}) \qquad (0 < \zeta_{n+1} < 1),$$

$$R_k = \frac{P_k}{Q_k} = (0, a_1, a_2, \ldots, a_k) = R_k(w) = w(1 + \delta\omega^{2k}) \qquad \left(\omega = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right),$$

$$S_k = (0, a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, a_k + 1) = \frac{P_k + P_{k-1}}{Q_k + Q_{k-1}} = S_k(w),$$

$$R'_k = R_k(z), \qquad S'_k = S_k(z), \qquad (0, a_k, a_{k-1}, \ldots, a_1) = \frac{Q_{k-1}}{Q_k} = \rho_k(w).$$

Les δ, δ', ... sont des variables bornées par des constantes absolues. $R_k(w)$, $S_k(w)$ sont constants sur (R_k, S_k). $R_k(z)$, $S_k(z)$ sont constants sur (R'_k, S'_k). Q_n est constant si w est sur R_n, S_n ou si z est sur R'_n, S'_n. Si $m_n(x, t)$ est la mesure de $E_n(x)$ sur l'intervalle $0 < w < t$,

$$m_n(x, t) = \int_0^t \frac{x[1 + \rho_n(w)]}{1 + x\rho_n(w)}\, dw + \delta t\, \omega^{2n}.$$

2. Soit $F(u, v)$ une fonction définie sur le segment $0 \leqq u \leqq 1$, $0 \leqq v \leqq 1$, et à nombres dérivés bornés absolument par K (la continuité suffit pour l'existence des limites cherchées). Soit

$$M_n[F(u, v), t, t'] = \sum \frac{1}{Q_n^2} F\left(\frac{P_n}{Q_n}, \frac{Q_{n-1}}{Q_n}\right) \qquad \text{avec } \frac{P_n}{Q_n} < t \leqq 1,\ \frac{Q_{n-1}}{Q_n} < t' \leqq 1,$$

la sommation étant étendue à tous les systèmes d'entiers positifs a_1, a_2, ..., a_n conditionnés par les deux dernières inégalités. Si $n = p + q$,

$$M_n[F(u, v); t, t'] = \int_0^{t'} dz \int_0^t \frac{[1 + \rho_p(w)][1 + \rho_q(z)]}{[1 + \rho_p(w)\rho_q(z)]^2} F(w, z)\, dw + \delta K t t' (\omega^{2p} + \omega^{2q}).$$

Pour $t = t' = 1$,

$$\sum \frac{1}{Q_n^2} F\left(\frac{P_n}{Q_n}, \frac{Q_{n-1}}{Q_n}\right) = \sum \frac{1}{Q_n^2} F\left(\frac{Q_{n-1}}{Q_n}, \frac{P_n}{Q_n}\right) = \mu_n(F),$$

la sommation étant étendue à tous les systèmes $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

$$\mu_n = \int_0^1 [1+\rho_n(w)]\,F[w, \rho_n(w)]\,dw + \partial\omega^{2n} = \int_0^1 [1+\rho_n(w)]\,F[\rho_n(w), w]\,dw + \partial'\omega^{2n};$$

d'où

$$\int_0^1 \frac{1+\rho_n(w)}{1+w}\,dw = 1+\partial\omega^{2n}, \qquad m_n(x) = \int_0^1 \frac{x\,dw}{1+wx}[1+\rho_n(w)] + \partial\omega^{2n}.$$

3. Soit

$$\nu_n(t) = \int_0^t \varphi[\rho_n(w)]\,\psi(w)\,dw.$$

Je dis que $\nu_n(t)$ tend vers

$$\frac{1}{\log 2}\int_0^1 \frac{\varphi(u)\,du}{1+u}\int_0^t \psi(t)\,dt.$$

En effet, soit

$$c_q = \int_0^1 \varphi[\rho_q(w)]\,dw, \qquad \Psi(t) = \int_0^t \psi(t)\,dt.$$

A priori la suite $\nu_n(t)$ est normale. Soient $\nu(t)$ une quelconque de ses fonctions limites, et γ un point d'accumulation de la suite c_q. On montre ainsi l'identité de l'ensemble I des fonctions $\nu(t)$ et de celui des fonctions $\gamma\Psi(t)$.

Soit $\tau = (0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p, \ldots)$, $\tau_p = R_p(\tau)$, $\tau'_p = S_p(\tau)$. Si $n = p+q$,

$$\frac{\nu_n(\tau'_p) - \nu_n(\tau_p)}{\tau'_p - \tau_p} = \psi(\tau)\,c_q\left(1+\frac{\partial}{\alpha_p}\right) + \varepsilon_{p,q},$$

$\varepsilon_{p,q}$ tendant vers 0 quand ses indices croissent.

Dès lors si $\nu(t)$ est dans I, on détermine un point d'accumulation γ des c_q et trois suites n_r, p_r, q_r ($n_r = p_r + q_r$) vérifiant les conditions

$$|\nu_{n_r}(t) - \nu(t)| < (p_r \log p_r)^{-3-2\alpha}, \qquad \lim_{r\infty} c_{q_r} = \gamma.$$

Il existe une pleine épaisseur H en tout point τ de laquelle : 1° $a_p < p^{1+\alpha}$ dès que $p > p(\tau)$ (E. Borel); 2° la suite α_{p_r} est non bornée; 3° $\nu(t)$ possède une dérivée $\nu'(\tau)$. D'où $\nu(t) = \gamma\Psi(t)$.

Réciproquement, soit γ' un point d'accumulation de c_q. A toute fonction $\nu_n(t)$ faisons correspondre la (ou une) constante d_n telle que l'écart $\eta(n)$ de $\nu_n(t)$ et de $d_n\Psi(t)$ sur $0 \leqq t \leqq 1$ soit minimum. D'après la première partie, $\eta(n)$ tend vers 0 quand n croît. On détermine la suite q'_p et $n'_p = p + q'_p$,

de façon que $c_{q'_p}$ tende vers γ' et $\eta(n'_p) < (p \log p)^{-3-2\alpha}$. On en conclut que $d_{n'_p}$ tend vers γ'.

Ce résultat appliqué à c_q remplace γ par $\lambda \int_0^1 \frac{\Phi(u)\,du}{1+u}$, λ étant une quelconque des limites de $\int_0^1 [1+\rho_q(w)]\,dw$. Il suffit d'appliquer la formule au cas $\psi(w) = \varphi(u) = 1$, pour en conclure que λ est unique et vaut $1/\log 2$.

4. On déduit de la formule obtenue que $m_n(x, t)$ tend uniformément (en x et t) vers $t \log(1+x)/\log 2$. [Les probabilistes admettent la proportionnalité de $m_n(x, t)$ à t, ce qui réduit beaucoup la démonstration.] Et

$$\lim_{n\infty} M_n[F(u, v), t, t'] = \frac{1}{\log 2} \int_0^{t'} dz \int_0^t F(w, z)\,dw.$$

D'où le résultat suivant :

A et B étant deux entiers donnés, l'ensemble des w vérifiant $a_n \geqq A$, $a_{n+1} \geqq B$ a pour mesure $\Sigma\, 1/Q_n[Q_n B + Q_{n-1})$ avec $Q_{n-1}/Q_n < 1/A$. Ici $F(u, v) = 1/B + v$. Donc la limite de cette mesure est $\log(1 + 1/AB)/\log 2$, ce qui n'a rien de commun avec le produit des deux probabilités composantes.

THÉORIE DES NOMBRES HYPERCOMPLEXES. — *Sur une décomposition de l'équation de d'Alembert.* Note [1] de M. **Gustave Juvet**, présentée par M. Élie Cartan.

On peut poursuivre l'étude de l'équation en nombres de Clifford [2]

$$\nabla \to U = \alpha U, \tag{1}$$

pour l'Univers de Minkowski, en prenant des unités principales Γ_k telles que

$$\Gamma_1^2 = \Gamma_2^2 = \Gamma_3^2 = 1, \qquad \Gamma_4^2 = -1.$$

En posant

$$\varepsilon_1 = \frac{\Gamma_1 - i\Gamma_2}{2}, \qquad \bar{\varepsilon}_1 = \frac{\Gamma_1 + i\Gamma_2}{2}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{\Gamma_3 - \Gamma_4}{2}, \qquad \bar{\varepsilon}_2 = \frac{\Gamma_3 + \Gamma_4}{2},$$

(1) Séance du 3 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 183.

l'opérateur $\nabla\!\!\rightarrow$ s'écrit (¹) :

$$\nabla\!\!\rightarrow = \varepsilon_1\left(\frac{\partial}{\partial x_1}+i\frac{\partial}{\partial x_2}\right)+\varepsilon_2\left(\frac{\partial}{\partial x_3}-\frac{\partial}{\partial x_4}\right)+\tilde{\varepsilon}_1\left(\frac{\partial}{\partial x_1}-i\frac{\partial}{\partial x_2}\right)+\tilde{\varepsilon}_2\left(\frac{\partial}{\partial x_3}+\frac{\partial}{\partial x_4}\right)$$
$$= \varepsilon_1 p_1+\varepsilon_2 p_2+\tilde{\varepsilon}_1\tilde{p}_1+\tilde{\varepsilon}_2\tilde{p}_2.$$

Le groupe G_6 de Lorentz est encore le produit direct de deux sous-groupes G_3 et G'_3, mais on peut choisir les paramètres de ces sous-groupes de manière qu'à toute transformation de G_3, linéaire en x_1, x_2, x_3, x_4, corresponde une et une seule transformation de G'_3 à coefficients imaginaires conjugués.

Les spineurs de première espèce (grandeurs à deux composantes appartenant à G_3) ont l'une ou l'autre des formes

$$\psi_1\varepsilon_1+\psi_2\varepsilon_2, \quad \varphi_1\tilde{\varepsilon}_1+\varphi_2\tilde{\varepsilon}_2;$$

ceux de seconde espèce (relatifs donc à G'_3) ont les formes

$$\sigma_1\tilde{\varepsilon}_1+\sigma_2\varepsilon_2, \quad \tau_1\varepsilon_1+\tau_2\tilde{\varepsilon}_2.$$

En changeant i en $-i$ dans les *valeurs* des composantes de l'un ou l'autre de ces spineurs et dans les expressions des ε, on fait changer d'espèce lesdits *spineurs*.

L'équation (1) est l'une des plus simples équations différentielles qu'on puisse écrire avec une grandeur générale du groupe de Lorentz. Il est manifeste, cependant, qu'il y aurait quelque intérêt à chercher les équations les plus simples auxquelles pourraient satisfaire des grandeurs de G_3 (ou de G'_3).

Prenons un spineur de première espèce

$$\Psi = \psi_1\varepsilon_1+\psi_2\varepsilon_2;$$

on a

$$\nabla\!\!\rightarrow \Psi\tilde{\varepsilon}_1\tilde{\varepsilon}_2 = [(p_1\psi_2-p_2\psi_1)\varepsilon_1\varepsilon_2+(\tilde{p}_1\psi_1+\tilde{p}_2\psi_2)]\tilde{\varepsilon}_1\tilde{\varepsilon}_2;$$

ce second membre est la somme de deux invariants de G_3; annulons-les :

$$(2)\qquad \begin{cases} p_1\psi_2-p_2\psi_1=0,\\ \tilde{p}_1\psi_1+\tilde{p}_2\psi_2=0; \end{cases}$$

on a ainsi une décomposition en deux équations du premier ordre de

(¹) Il conviendra de prendre quelques précautions relativement à la covariance et à la contrevariance des composantes.

l'équation

$$\square \Lambda \equiv \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_4^2} = 0;$$

cette décomposition est invariante relativement à G_3, alors que la décomposition, relativement à G_6, donnée par M. Dirac, introduit une grandeur à quatre composantes.

Le système (2) entraîne

$$\square \psi_1 = \square \psi_2 = 0;$$

sa solution la plus simple, celle qui correspond à l'onde plane, s'écrit

$$\Psi = C \left[\varepsilon_1 + \frac{\alpha_1 - i\alpha_2}{W - \alpha_3} \varepsilon_2 \right] e^{-i\sigma[W x_4 - \alpha_1 x_1 - \alpha_2 x_2 - \alpha_3 x_3]} \qquad (C = \text{const.}) \tag{3}$$

avec

$$W^2 - \sum_{k=1}^{k=3} \alpha_k^2 = 0 \qquad \text{et} \qquad \sigma = \text{constante réelle.}$$

On voit que Ψ est un vecteur d'univers, situé sur le cône de lumière, comme tous les spineurs d'ailleurs, et son produit scalaire (minkowskien) par le vecteur d'onde d'univers $\left(W, \vec{\alpha}\right)$ est nul.

La grandeur conjuguée

$$\Phi = \bar{\psi}_1 \tilde{\varepsilon}_1 + \bar{\psi}_2 \varepsilon_2$$

vérifie l'équation cliffordienne

$$\nabla \rightarrow \Phi \varepsilon_1 \tilde{\varepsilon}_2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad \tilde{\varepsilon}_2 \varepsilon_1 \Phi \leftarrow \nabla = 0;$$

c'est une grandeur de G'_3. Or nous avons montré, avec Schidlof (¹), que de telles équations cliffordiennes entraînent l'équation de conservation

$$\Phi \leftarrow \mathring{\nabla} \rightarrow \Psi = 0,$$

invariante pour G_6 et qui s'écrit

$$\sum_{i=1}^{i=k} \frac{\partial C_i}{\partial x_i} = 0;$$

on a, avec (3),

$$C_1 = \bar{\psi}_1 \psi_2 + \psi_1 \bar{\psi}_2, \qquad C_2 = i(\bar{\psi}_1 \psi_2 - \psi_1 \bar{\psi}_2),$$
$$C_3 = -\psi_1 \bar{\psi}_1 + \psi_2 \bar{\psi}_2, \qquad C_4 = \psi_1 \bar{\psi}_1 + \psi_2 \bar{\psi}_2.$$

(¹) *Bul. Soc. Neuchâteloise Sc. naturelles*, 57, 1932, p. 139.

Ce vecteur d'univers C est égal (à un facteur près) au vecteur d'onde d'univers $(W, \vec{\alpha})$.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Intégrales à éléments aléatoires indépendants et lois stables à n variables*. Note de M. **Paul Lévy**.

1. La théorie des intégrales U à éléments aléatoires indépendants s'étend sans difficulté aux intégrales (au sens de MM. Radon et Fréchet) dans un espace E′ à p dimensions ou abstrait. On distingue toujours un terme non aléatoire U_1, une somme U_2 (presque sûrement convergente) de termes attachés chacun à un point de discontinuité fixe, un terme gaussien U_3 et un terme U_4 lié à l'existence de points de discontinuité mobiles m pour chacun desquels U_4 augmente d'une certaine quantité u. En fonction du sous-ensemble e' de E′ que l'on considère, le moment $\mathcal{E}\{U_3^2\}$ et le nombre probable $dN = dF(u)$ des points m pour lesquels u appartient à un intervalle donné du, sont des fonctions additives, nulles si e' se réduit à un point, jamais négatives, à cela près quelconques. Pour u très petit ou très grand, les conditions de convergence imposées à $F(u)$ sont les mêmes que pour les intégrales simples.

U peut être un vecteur dans un espace E_n à n dimensions. Alors, pour chaque e', U_3 est la somme d'au plus n composantes indépendantes de directions non aléatoires; au contraire (aux conditions de convergence près) la répartition de la probabilité des discontinuités mobiles dans E_n est quelconque.

2. Soit $U = ru$ un vecteur aléatoire à n composantes (r étant sa longueur). Une loi est dite *stable* si, U′ et U″ étant choisis d'après cette loi indépendamment l'un de l'autre, a_1 et a_2 étant deux nombres positifs quelconques, il existe un nombre positif a tel que $(a_1 U' + a_2 U'')/a$ dépende de la même loi. On a nécessairement $a^\alpha = a_1^\alpha + a_2^\alpha$ $(0 < \alpha \leqq 2)$.

A chaque élément $d\omega$ de la sphère $r = 1$, entourant le point M extrémité du vecteur unitaire u, faisons correspondre, d'une part une quantité non négative $d\Phi$, élément d'une fonction additive bornée, d'autre part une variable aléatoire scalaire X_M telle que

$$\log \mathcal{E}\{e^{izX_M}\} = -\frac{|z|^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}\left(1 - i\frac{z}{|z|}\tang\frac{\pi\alpha}{2}\right) \qquad (\alpha \neq 1) \tag{1}$$

(le terme imaginaire étant enlevé si $\alpha = 1$); les différents X_M sont indé-

pendants les uns des autres. Alors (à une constante près si $\alpha = 1$) la loi stable la plus générale formée avec l'exposant α est définie par

$$U = \int X_M u (d\Phi)^\beta \qquad \left(\beta = \frac{1}{\alpha}\right), \tag{2}$$

l'intégrale étant étendue à toute la sphère (à la demi-sphère si $\alpha = 1$). Cette formule équivaut à

$$\log \mathcal{E}\{e^{iZU}\} = -\frac{r'^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)} \int \left(1 - i\frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} \operatorname{tang}\frac{\pi\alpha}{2}\right) |\cos\theta|^\alpha \, d\Phi, \tag{3}$$

Z étant un vecteur auxiliaire non aléatoire, et $ZU = r'r\cos\theta$ désignant un produit scalaire (le terme imaginaire étant enlevé si $\alpha = 1$) ([1]).

Sauf dans le cas gaussien ($\alpha = 2$), la représentation de U par les formules (2) et (3) est unique, et U peut être considéré comme une intégrale du type U_4, étendue à tout l'espace E_n. En posant

$$dN = \frac{2}{\pi} \sin\frac{\pi\alpha}{2} \frac{d\rho \, d\Phi}{\rho^{\alpha+1}},$$

l'élément dU correspondant à l'élément de volume $\rho^{n-1}\, d\rho\, d\omega$, a pour valeurs possibles zéro et ρu avec les probabilités respectives $1 - dN$ et dN, si $\alpha < 1$. Si $\alpha > 1$, il faut retrancher de ces valeurs (zéro et ρu) la valeur probable $\rho u \, dN$. Si $\alpha = 1$, il faut grouper deux à deux (avec le même dN) les éléments symétriques par rapport à l'origine.

Si $d\Phi = k\, d\omega$ (répartition uniforme sur la sphère $r = 1$), on peut donner à a_1 et a_2 des valeurs complexes quelconques, c'est-à-dire qu'après avoir multiplié U' et U'' par $|a_1|$ et $|a_2|$ on peut donner à chacun de ces vecteurs un déplacement quelconque (rotation ou symétrie) sans changement d'origine; $a_1 U' + a_2 U''$ reste de la forme aU. De même, si la répartition possède certaines symétries particulières, ou se reproduit par certaines rotations, on peut prendre pour a_2/a_1 des valeurs complexes de modules quelconques, mais d'arguments particuliers.

Dans le cas du plan ($n = 2$), ρ et ω étant les coordonnées polaires, si au lieu de supposer $\rho^\alpha dN/d\log\rho$ constant sur chaque demi-droite, on le suppose fonction de $\alpha \log\rho - m\omega$, donc constant sur chaque spirale

---

([1]) La projection de Z sur une direction fixe est un scalaire dépendant d'une loi stable d'exposant α. Si $d\Phi$ a la même valeur pour deux éléments symétriques par rapport à l'origine, cette loi est symétrique, de sorte qu'à un changement d'échelle près elle est la même pour toutes les directions.

$\alpha \log \rho - m\omega = \text{const.}$, a_2/a_1 peut prendre toutes les valeurs $e^{(i+m)t}$ (t réel). Ces valeurs dépendent d'un paramètre continu, mais les seules valeurs réelles possibles sont les puissances de $-e^{m\pi}$.

Les lois *semi-stables* s'obtiennent en supposant qu'il existe une similitude (homothétie, et rotation ou symétrie) sans changement du point O, qui laisse invariante la répartition définie par $\rho^\alpha dN$. En introduisant des fonctions périodiques de $\log|z|$ et de $\log r'$ (pouvant varier avec la direction OM, mais de période constante), on obtient aisément pour ces lois des formules analogues aux formules (1) à (3).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le problème des dés et son application à la théorie des moyennes.* Note de M. E. **Baticle**, présentée par M. Émile Borel.

Étant donné n dés ayant chacun p faces, quelle est la probabilité d'un *point m*? La solution connue repose sur le développement de la fonction génératrice $(x + x^2 + \ldots + x^p)^n = (x - x^{p+1})^n (1 - x)^{-n}$; mais elle ne conduit pas à une formule explicite pour n, p, m quelconques.

Or ce problème peut être considéré comme un cas particulier du *problème de la répartition* que j'ai traité dans mes Notes des 26 juin 1933, 25 septembre 1933 et 12 novembre 1935. En effet, le nombre de manières d'obtenir le point m est le même que le nombre des groupements de m objets en n lots, où tous les lots ont un nombre d'objets au plus égal à p. C'est donc le nombre X_0 que j'ai envisagé dans ma Note du 12 novembre 1935 et pour lequel j'ai obtenu l'expression

$$X_0 = C_{m-1}^{n-1} - C_n^1 C_{m-p-1}^{n-1} + C_n^2 C_{m-2p-1}^{n-1} - \ldots + (-1)^k C_n^k C_{m-kp-1}^{n-1} + \ldots.$$

La probabilité cherchée est le quotient de cette expression par p^n, nombre de points possibles.

Je suppose maintenant que je fasse croître indéfiniment p et m de telle façon qu'on ait toujours $m/p = \alpha$. La valeur asymptotique de $C_{m-kp-1}^{n-1} : p^n$ est

$$[1 : (n-1)!]\,[(m - kp - 1) : p] \qquad (1 : p).$$

Or $1 : p$ est l'accroissement de α quand on passe de m à $m+1$. On peut donc écrire $1 : p = d\alpha$. De sorte que la valeur asymptotique du terme envisagé est $[1 : (n-1)!]\,(\alpha - k)^{n-1}\, d\alpha$. D'où la formule

$$\varpi\, d\alpha = \frac{d\alpha}{(n-1)!}[\alpha^{n-1} - C_n^1(\alpha - 1)^{n-1} + C_n^2(\alpha - 2)^{n-1} - \ldots + (-1)^k C_n^k (\alpha - k)^{n-1} + \ldots],$$

dans laquelle on ne doit prendre que les termes pour lesquels k est plus petit que α.

Il est clair que cette formule donne *la probabilité que la somme de n variables éventuelles comprises entre* o *et* 1, *telles que les valeurs qu'elles peuvent prendre entre ces deux limites soient également probables, est comprise entre* α *et* $\alpha + d\alpha$; ou, si l'on veut, *la probabilité que la moyenne desdites variables est comprise entre* α/n *et* $(\alpha + d\alpha)/n$.

La courbe ϖ se compose d'une suite d'arcs de paraboles de degré $n-1$ qui se raccordent pour les valeurs entières de α. Elle est, de par la nature même du problème, symétrique par rapport à $n/2$. Son allure générale est celle d'une courbe de Gauss.

La probabilité que la somme des variables inférieure à α est

$$\Pi(\alpha) = \frac{1}{n!}\left[\alpha^n - C_n^1(\alpha-1)^n + C_n^2(\alpha-2)^n - \ldots + (-1)^k C_n^k(\alpha-k)^n + \ldots\right].$$

La valeur moyenne de α étant $n/2$, cette formule permet d'obtenir immédiatement la probabilité d'un écart relatif, positif, supérieur à x. C'est

$$1 - \Pi\left[\frac{n}{2}(1+x)\right] = \Pi\left[\frac{n}{2}(1-x)\right].$$

Le tableau ci-dessous donne les probabilités des écarts $+0,25$, $+0,50$, $+0,75$ pour les valeurs de n de 1 à 10 :

n.	$x = 0,25$.	$x = 0,50$.	$x = 0,75$.	n.	$x + 0,25$.	$x = 0,50$.	$x = 0,75$.
1...	0,375	0,250	0,125	6...	0,150	0,0153	0,0003
2...	0,287	0,125	0,022	7...	0,135	0,0098	0,0002
3...	0,237	0,071	0,0097	8...	0,122	0,0064	0,0000
4...	0,200	0,0416	0,0022	9...	0,107	0,0038	0,0000
5...	0,172	0,0255	0,0013	10...	0,095	0,0024	0,0000

Cette théorie a son application dans l'art de l'ingénieur. Elle permet de calculer *la probabilité que, dans une installation comportant n engins identiques, la puissance moyenne sera dépassée d'une fraction x, dans le cas où la puissance de chaque engin peut être considérée comme variant* au hasard *entre* o *et le maximum.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur une déformation d'ordre supérieur.* Note de M. **Georges Tzitzéica**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Considérons la surface

$$x_i = A_i(u+a_i)^{\frac{n}{2}}(v+a_i)^{\frac{n}{2}} \qquad (i=1, 2, \ldots, n) \tag{1}$$

dans un espace euclidien à n dimensions, sur laquelle les courbes $u=$ const., $v=$ const. tracent un réseau. Le plan tangent en un point arbitraire du réseau coupe l'hyperplan $x_n=0$ selon une droite qui engendre une congruence dont les foyers sont donnés par des coordonnées de la forme

$$\begin{aligned} y_i &= A'_i(u+a_i)^{\frac{n}{2}}(v+a_i)^{\frac{n-2}{2}} \\ z_i &= A'_i(u+a_i)^{\frac{n-2}{2}}(v+a_i)^{\frac{n}{2}} \end{aligned} \qquad (i=1, 2, \ldots, n-1)$$

dans l'espace $x_n=0$. Un rayon quelconque yz de cette congruence coupe l'hyperplan $x_{n-1}=0$ de l'espace $x_n=0$ en un point x' qui décrit un réseau et l'on a

$$x'_i = A''_i(u+a_i)^{\frac{n-2}{2}}(v+a_i)^{\frac{n-2}{2}} \qquad (i=1, 2, \ldots, n-2).$$

On peut continuer les opérations précédentes et, en supposant n un nombre entier, positif, impair, arriver à un réseau décrit, dans l'espace à trois dimensions, par le point

$$\bar{x}_i = \bar{A}_i(u+a_i)^{\frac{3}{2}}(v+a_i)^{\frac{3}{2}} \qquad (i=1, 2, 3).$$

On sait que ce réseau jouit de propriétés particulièrement intéressantes par rapport à une déformation. Je me propose de montrer qu'il en est de même pour les réseaux (1).

2. Tout d'abord il est aisé de voir que l'élément linéaire de la surface (1) dépend seulement des constantes

$$m_k = \sum_{i=1}^{n} A_i^2 a_i^k \qquad (k=0, 1, 2, \ldots, 2n-2). \tag{2}$$

Il y a donc, parmi les surfaces (1), une simple infinité de surfaces qui sont applicables les unes sur les autres.

Cependant il y a une distinction à faire, selon que n est pair ou impair. Dans le premier cas, les surfaces sont, non seulement applicables, mais

superposables. On le démontre en prenant deux points arbitraires sur la surface et en montrant que, dans la déformation, la corde qui les joint garde une longueur invariable.

3. Dans le cas où n est impair, on a une déformation proprement dite, dans laquelle la courbe $u = v$ reste rigide.

Il y a dans cette déformation une circonstance encore plus importante. La déformation laisse invariante la longueur des courbes correspondantes, mais elle laisse aussi invariables les courbures, en commençant par la première jusqu'à la $(p-1)^{\text{ième}}$ si l'on a posé $n = 2p + 1$. C'est donc une déformation d'ordre supérieur, au sens de M. Bompiani.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Transformations de M. Calapso.* Note de M. SERGE FINIKOFF.

1. M. Calapso a défini [1] les configurations T que voici : *quatre congruences rangées en cycle* $(M_1 M_2 M_4 M_3)$, *telles que deux congruences consécutives aient une nappe focale commune.* A chaque T correspondent deux familles de ∞^2 quadriques Q', Q'' effectuant les *transformations de Calapso;* il existe deux déplacement *principaux* : pour le premier, la caractéristique de Q' est formée des rayons homologues opposés $M_1 M_2$ et $M_3 M_4$, puis de de deux rayons $M'_1 M'_3$, $M'_2 M'_4$ et la caractéristique de Q'' des rayons $M_1 M_3$, $M_2 M_4$ et de deux autres rayons $M''_1 M''_2$, $M''_3 M''_4$; la caractéristique du second déplacement principal fournit de même pour Q' les rayons $M_1 M_3$, $M_2 M_4$, $M'_1 M'_2$, $M'_3 M'_4$ et sur Q'' $M_1 M_2$, $M_3 M_4$, $M''_1 M''_3$, $M''_2 M''_4$. *Les configurations* $T'(M'_i)$ *et* $T''(M''_i)$ *sont les configurations transformées de Calapso de la configuration* T.

2. Deux quadriques Q', Q'' et deux couples de plans focaux opposés de la configuration primitive forment un faisceau de quadriques : leur birapport est le *nombre caractéristique de Calapso;* s'il est égal à (-1), les asymptotiques sur les quatre surfaces focales de T se correspondent entre elles, en même temps qu'aux déplacements principaux et T est *configuration de Bianchi* (quatre congruences W en position du théorème de permutabilité des transfomations asymptotiques).

3. J'ai déterminé les *configurations de Jonas* (configurations de Bianchi dont deux congruences opposées sont R et se correspondent par leurs

---

[1] *C. R de l'Acad. des Sciences de l'U.R.S.S.*, n° 7, II, juin 1935, p. 441-446.

développables), *dont les configurations transformées de Calapso dans les deux sens sont encore de Jonas :* ce sont des quadruples conjugués (quatre congruences R dont les développables se correspondent) des trois types suivants :

1° *Quadruples de Pantazzi* (¹) contenant quatre congruences R telles que les lignes de Darboux correspondent sur les nappes focales aux lignes de Segre de la focale consécutive. Les nappes focales sont les surfaces de Fubini dont les asymptotiques appartiennent à des complexes linéaires et qui sont transformées asymptotiques d'une même quadrique Q. Les transformations de Calapso, dans chaque sens, conduisent à des configurations T′, T″ situées sur la même quadrique Q, décrites par des quadrilatères gauches situés sur Q; les quatre nappes focales de T′ et T″ coïncident avec Q et les quatre congruences de chaque configuration dégénèrent en génératrices rectilignes de l'une ou l'autre espèce de Q.

2° *Quadruples dont les quatre nappes sont projectivement applicables l'une sur l'autre, ayant tous leurs invariants constants.* La répétition illimitée de la transformation donne une suite infinie de configurations toutes de même nature. *Toute surface à invariants constants donne naissance à deux quadruples de ce genre.*

3° *Quadruples conjugués à nappes focales réglées :* la transformation, dans chaque sens, donne des quadruples dont deux congruences opposées dégénèrent en surfaces gauches, ces surfaces gauches étant nappes focales communes des deux autres congruences : autrement dit, *la configuration dérivée consiste en une congruence* R, *à nappes focales réglées, prise deux fois;* ici la suite de Calapso s'arrête : les quadriques de Calapso de la seconde famille, attachées aux configurations dérivées, sont composées des rayons de la congruence qui interceptent deux génératrices homologues sur les nappes focales réglées. Les quatre nappes focales de la configuration primitive possèdent les deux mêmes directrices rectilignes, donc appartiennent à la même *congruence linéaire.*

(¹) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1668. Cf. ma Note, *ibid.*, **201**, 1935, p. 1090.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur certains réseaux de M. Terracini.* Note de M. **Al. Pantazi**, présentée par M. Élie Cartan.

M. Terracini a considéré (¹) le problème de la détermination des réseaux d'un espace à trois dimensions tels que les deux congruences d'un de ces réseaux soient projectivement applicables de seconde espèce l'une sur l'autre.

Nous avons pu déterminer les conditions de compatibilité du problème ainsi que certaines propriétés intéressantes des réseaux correspondants que nous allons exposer dans la Note présente.

I. Soient : A_0 le point qui décrit un réseau répondant au problème de M. Terracini (réseau T); A_1 et A_2 les points correspondants qui décrivent les réseaux transformés de Laplace du réseau initial; enfin A_0A_3 l'intersection des plans focaux correspondant au foyer A_0 dans les deux congruences engendrées par A_0A_1 et A_0A_2. Les droites A_1A_2 et A_0A_3 engendrent deux congruences remarquables dans la théorie des réseaux d'un espace à trois dimensions, qui ont été appelées par Wilczynski (²) respectivement la *ray congruence* et l'*axis congruence* du réseau initial décrit par A_0. Si ce réseau est T, nous avons les propriétés suivantes :

a. Les asymptotiques sur les surfaces (A_1) et (A_2) portant les transformés de Laplace d'un réseau T, se correspondent, ce qui est évident d'après la définition de l'applicabilité projective des congruences.

b. Les développables de la *ray congruence* et de *l'axis congruence* d'un réseau T se correspondent.

c. La *ray congruence* d'un réseau T est conjugée aux surfaces (A_1) et (A_2) portant les transformés de Laplace de ce réseau.

d. La *ray congruence* et *l'axis congruence* forment un couple de congruences stratifiables dans un sens, c'est-à-dire qu'il existe ∞^1 surfaces Σ qui, comme (A_1) et (A_2), jouissent de la propriété que les plans tangents à ces surfaces, aux points où elles sont rencontrées par un rayon A_1A_2 de la *ray congruence*, passent tous par le rayon A_0A_3 correspondant de *l'axis congruence*.

e. La *ray congruence* est conjuguée à toutes les surfaces Σ; autrement dit, deux surfaces Σ quelconques sont transformées F d'Eisenhart l'une de l'autre.

(¹) *Atti del Reale Istit. Veneto*, 94, 1934-1935, p. 75-86.

(²) *Transactions Americ. Math. Soc.*, 16, 1915, p. 311-327.

f. Les foyers d'un rayon de *l'axis congruence* sont situés dans les plans focaux du rayon correspondant de la *ray congruence*, ce qui résulte des propriétés *d* et *e*, d'après un théorème de M. Finikoff [1]. Cette propriété est d'autre part une conséquente directe de la propriété *a*.

Réciproquement la propriété *c*, quand elle a un sens, caractérise les réseaux T. Si cette propriété n'est vérifiée que pour une des surfaces (A_1) ou (A_2), et que la propriété *a* ait lieu, le réseau A_0 est aussi T.

II. Tout réseau situé sur une quadrique est un réseau T, ce qui est bien évident. Cette catégorie de réseaux T dépend d'une fonction arbitraire de deux arguments. Les réseaux T non quadratiques dépendent, en général, de cinq fonctions arbitraires d'un argument.

Les réseaux T qui sont en même temps R se partagent en trois classes. Une première classe, dépendant de deux fonctions arbitraires d'un argument, est composée des réseaux signalés par M. Terracini (*loc. cit.*), qui sont d'ailleurs, tous, des réseaux de Wilczynski à transformés de Laplace dégénérés. Les points A_1 et A_2 décrivent dans ce cas des lignes droites.

Une deuxième classe, dépendant d'une fonction arbitraire d'un argument, comprend des réseaux situés sur des surfaces réglées à lignes flecnodales rectilignes. Tout réseau T situé sur une surface réglée appartient à cette catégorie.

Il y a enfin une troisième classe de réseaux en même temps T et R, n'appartenant à aucune des catégories précédentes et dépendant de constantes arbitraires.

Dans tous les cas où les réseaux T sont R, la *ray congruence* et l'*axis congruence* forment un couple de congruences stratifiables dans les deux sens, et réciproquement.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Généralisation d'un théorème de M. Carleman sur les séries de fractions rationnelles.* Note [2] de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Émile Borel.

Si la série

$$f(z) = \sum_{1}^{\infty} \frac{A_k}{z - \alpha_k} \tag{1}$$

---

[1] *Rendic. del. Circ. mat. di Pal.*, 53, 1929, p. 313-364.

[2] Séance du 10 février 1936.

a pour somme zéro sur un arc Γ *de courbe simple et continue tel que*

$$\text{distance de } \alpha_k \text{ à } \Gamma > \rho e^{-\sigma k} \qquad (k = 1, 2, \ldots, \rho \textit{ et } \sigma \textit{ constants et positifs})$$

et si

$$|A_k| < e^{-k\Phi(k)},$$

où $\Phi(k)$ *est une fonction croissante tendant vers* ∞ *pour* $k \to \infty$, *alors* $A_k = 0$ $(k = 1, 2, \ldots)$.

M. Carleman a obtenu ce résultat en supposant $|A_k| < e^{-\rho k \log k}$, $\rho > 1$ (¹).

Démonstration. — Soit G un domaine circulaire de centre arbitraire c et de rayon $\frac{1}{2}$. Indiquons par $\sum_1^n{}'$ et $\sum_1^n{}''$ des sommes étendues à ceux des α_k, $k \leqq n$, qui sont intérieurs à G et hors de G respectivement. On a

$$\int_G \log|z - \alpha_k|\, dx\, dy > -M,$$

où M ne dépend pas de k, donc

$$\int_G \sum_1^n{}' \log|z - \alpha_k|\, dx\, dy > -nM. \tag{2}$$

Soit $\psi(k)$ une fonction croissante, $\psi(k) \to \infty$ pour $k \to \infty$ et $\psi(k)/\Phi(k) \to 0$. Faisons parcourir à n une suite partielle $\{p\}$ telle que

$$\Sigma[\psi(p)]^{-1} < \infty. \tag{3}$$

Puisque $|z - \alpha_k| < 1$ dans (2) la mesure de l'ensemble des points de G où $\sum_1^p{}' \log|z - \alpha_k| < -pM\psi(p)$ ne dépasse pas $\{\psi(p)\}^{-1}$. Donc, en vertu de (3), G contient une pleine épaisseur de points z pour chacun desquels il existe une suite partielle $\{q\}$ de $\{p\}$ telle que

$$\sum_1^q{}' \log|z - \alpha_k| > -qM\psi(q).$$

D'autre part l'inégalité

$$\sum_1^q{}'' \log|z - \alpha_k| > -q \log 4$$

(¹) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 589.

est valable pour $|z - c| < 1/4$. Par suite le plan des z contient une pleine épaisseur E en tout point de laquelle il existe une suite $\{q\}$ telle que

$$(4) \qquad \sum_{1}^{q} \log|z - \alpha_k| > -qN\psi(q) \qquad (\text{N const.}).$$

Soient z_0 un point de E hors de Γ et $\{q\}$ la suite correspondant à z_0. Représentons le domaine du plan des z, qui reste en supprimant Γ, conformément sur l'intérieur D du cercle unité du plan des ζ, tel que $\zeta = 0$ pour $z = z_0$. Posons

$$f_q(z) = \sum_{1}^{q} \frac{A_k}{z - \alpha_k} = F_q(\zeta),$$

$F_q(\zeta)$ possède q pôles simples β_k dans D, donc

$$(5) \qquad \log|F_q(0)| \leq \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \log|F_q(e^{i\theta})|\,d\theta - \sum_{1}^{q} \log|\beta_k|.$$

D'après les hypothèses faites on a sur Γ

$$|f_q(z)| = \left|\sum_{q+1}^{\infty} \frac{A_k}{z - \alpha_k}\right| < \rho^{-1} \sum_{q+1}^{\infty} e^{-k[\Phi(k) - \sigma]};$$

d'où, pour q assez grand,

$$(6) \qquad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \log|F_q(e^{i\theta})|\,d\theta < -q\Phi(q) + 2\sigma q.$$

La fonction représentatrice $\zeta(z)$ ayant pour $z = z_0$ une dérivée $\neq 0$, on voit que, pour q assez grand, en vertu de (4), B étant une constante,

$$(7) \qquad -\sum_{1}^{q} \log|\beta_k| < Bq - \sum_{1}^{q} \log|z_0 - \alpha_k| < Bq + qN\psi(q).$$

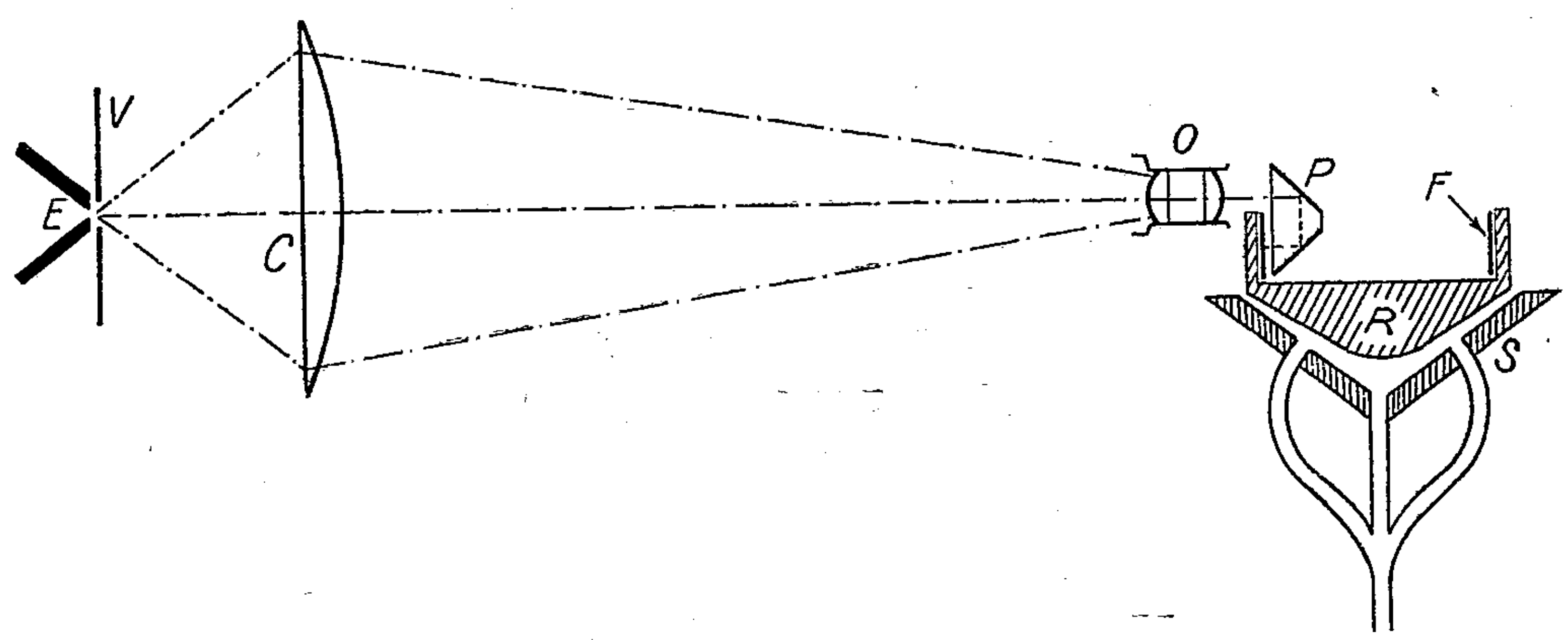
Nous avons supposé ici que l'ensemble des α_k est borné, mais l'autre cas ne présente aucune difficulté.

De (5), (6), (7) et de ce que $\psi(q)/\Phi(q) \to 0$, il résulte que $F_q(0) \to 0$, donc $f_q(z_0) \to 0$ pour $q \to \infty$. D'autre part la série (1) converge sur une pleine épaisseur E_1. Si donc z_0 appartient à la pleine épaisseur EE_1, alors $f(z_0) = 0$, donc tous les A_k sont nuls.

MÉCANIQUE. — *Nouveau dispositif cinématographique pour l'enregistrement de phénomènes très rapides*. Note de MM. **Lucien Bull** et **Pierre Girard**, présentée par M. Jean Perrin.

La principale difficulté pour l'obtention d'images cinématographiques à grande fréquence est la dissociation des images sur le film.

L'objet de la présente Note est la description d'un dispositif simple permettant d'obtenir cette dissociation en imprimant à une petite longueur de film des vitesses de translation pouvant atteindre 200^m par seconde. La figure montre d'une façon schématique la disposition générale de l'installation.



Un rotor sans axe R mû par l'air comprimé conformément au remarquable principe imaginé par MM. Henriot et Huguenard [1] permet d'obtenir ces grandes vitesses de déplacement. Les modifications apportées au dispositif Henriot-Huguenard [2] eurent pour objet l'obtention d'une stabilité parfaite du rotor. Tout d'abord l'effet pneumatique (effet Clement-Desormes) qui remplace l'axe est réglé en faisant communiquer par un diaphragme dont l'ouverture est variable le fond de la cuvette conique du stator S avec l'air comprimé. Dans ces conditions l'effet de pulsion dû au débit de l'air par les tuyères aboutissant à la partie supérieure du stator équilibre exactement le poids du rotor, plus l'effet pneumatique.

D'autre part le stator (en alférium), schématisé par une mince cuvette où

(1) *Journal de Physique et Le Radium*, 8, 1927, p. 443.

(2) Pierre Girard et Ch. Chukri, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 327.

débouchent les tuyères, est plus léger que le rotor, parfaitement flexible, maintenu dans l'air par de simples coins de caoutchouc mousse calés entre le stator et un mince anneau métallique. Il est alors facile d'amortir par une légère compression du caoutchouc les vibrations dont le stator est le siège quand les tuyères débitent. Dans ces conditions la stabilité du rotor, indispensable pour le but proposé, est absolument parfaite.

Le film F, d'une longueur de 22^{cm}, est logé à l'intérieur du rotor R, la couche émulsionnée tournée vers le centre. La source lumineuse est constituée par une série de petites étincelles électriques qui éclatent à la fréquence voulue en E entre deux électrodes en magnésium. Un condensateur C concentre les rayons lumineux sur l'objectif O derrière lequel un prisme P, au moyen d'une double réflexion, renvoie sur le film l'image en silhouette de l'objet disposé près du condensateur C. Afin d'éviter les superpositions d'images, un petit obturateur à guillotine, placé le plus près possible des étincelles, est réglé de manière à ne démasquer celles-ci que pendant une période correspondant exactement à la durée d'une seule révolution du rotor.

On obtient facilement avec ce dispositif 50000 images à la seconde de 5^{cm^2}, bien distinctes et d'une parfaite netteté.

AÉRODYNAMIQUE. — *Échauffement d'un corps placé dans un courant d'air rapide*. Note de MM. **Edmond Brun** et **Robert Lecardonnel**, présentée par M. Charles Fabry.

Un essai, effectué en vue de l'étude d'un dispositif antigivreur, placé sur une antenne à déflecteur Badin, a conduit à étudier l'échauffement de cette antenne dans le courant d'air d'une soufflerie qui permet d'atteindre, dans une veine de 30^{cm} de diamètre, une vitesse de 200 m/s environ. La température du hall, très vaste, dans lequel est placée la soufflerie, ne varie pas, aux environs de celle-ci et dans les conditions où l'on a opéré, d'un dixième de degré au cours d'une mesure, de sorte que l'on peut supposer la soufflerie alimentée, pendant un essai, par de l'air à température constante. Le tube cylindrique Badin a, dans la soufflerie, son axe parallèle à la vitesse de l'air. Une soudure d'un thermocouple manganine-constantan est incorporée dans la paroi du cylindre sans que cette paroi cesse d'être lisse (ni aspérités ni cavités). L'autre soudure est maintenue à 0°.

La température du tube s'abaisse très lentement quand la vitesse de l'air

augmente et les points qui représentent l'abaissement de température en fonction de la vitesse se placent, à quelques pour 100 près, sur une parabole d'équation

$$\theta = 0{,}8.10^{-4} v^2 \,(\text{m/s}).$$

Le résultat est d'ailleurs indépendant de la position de la soudure sur l'antenne métallique même si la soudure est placée à l'endroit où le tube cesse d'être cylindrique et s'évase pour produire la déflexion des filets d'air.

Il semble établi maintenant que la détente de l'air dans une soufflerie est isentropique, au moins quand la vitesse de l'air est grande; la formule de Saint-Venant permet, par suite, de calculer, en fonction de la vitesse, la température de l'air dans la veine où se trouve le Badin; on trouve, pour le refroidissement de l'air à la vitesse v, la valeur

$$\theta' = 5{,}0.10^{-4} v^2 \,(\text{m/s}).$$

La différence de température $t = \theta' - \theta$ entre l'air et le corps représente l'échauffement du corps par suite du *frottement* de l'air sur le corps et l'on a, pour cette loi d'échauffement,

$$t = 4{,}2.10^{-4} v^2 \,(\text{m/s}).$$

La loi est la même que celle qui avait été obtenue en déplaçant le corps dans l'air immobile [1]. Les mesures, poussées ici jusqu'à plus de 190 m/s, montrent en outre que la loi se conserve dans un domaine de vitesses non exploré précédemment.

AVIATION. — *Coefficients d'équilibre longitudinal des avions.* Note [2] de M. **Gustave André Mokrzycki**, présentée par M. Léon Lecornu.

On prend généralement comme mesure de la stabilité statique d'un avion $\mu = \Delta c_M / \Delta i$ la limite dc_M/di, où c_M représente le coefficient du moment aérodynamique par rapport au centre de gravité et i l'angle d'attaque. On peut admettre cette définition si la courbe $c_M = f(i)$ a une allure représentée sur la figure en b. Dans ce cas le changement d'angle d'attaque [3]

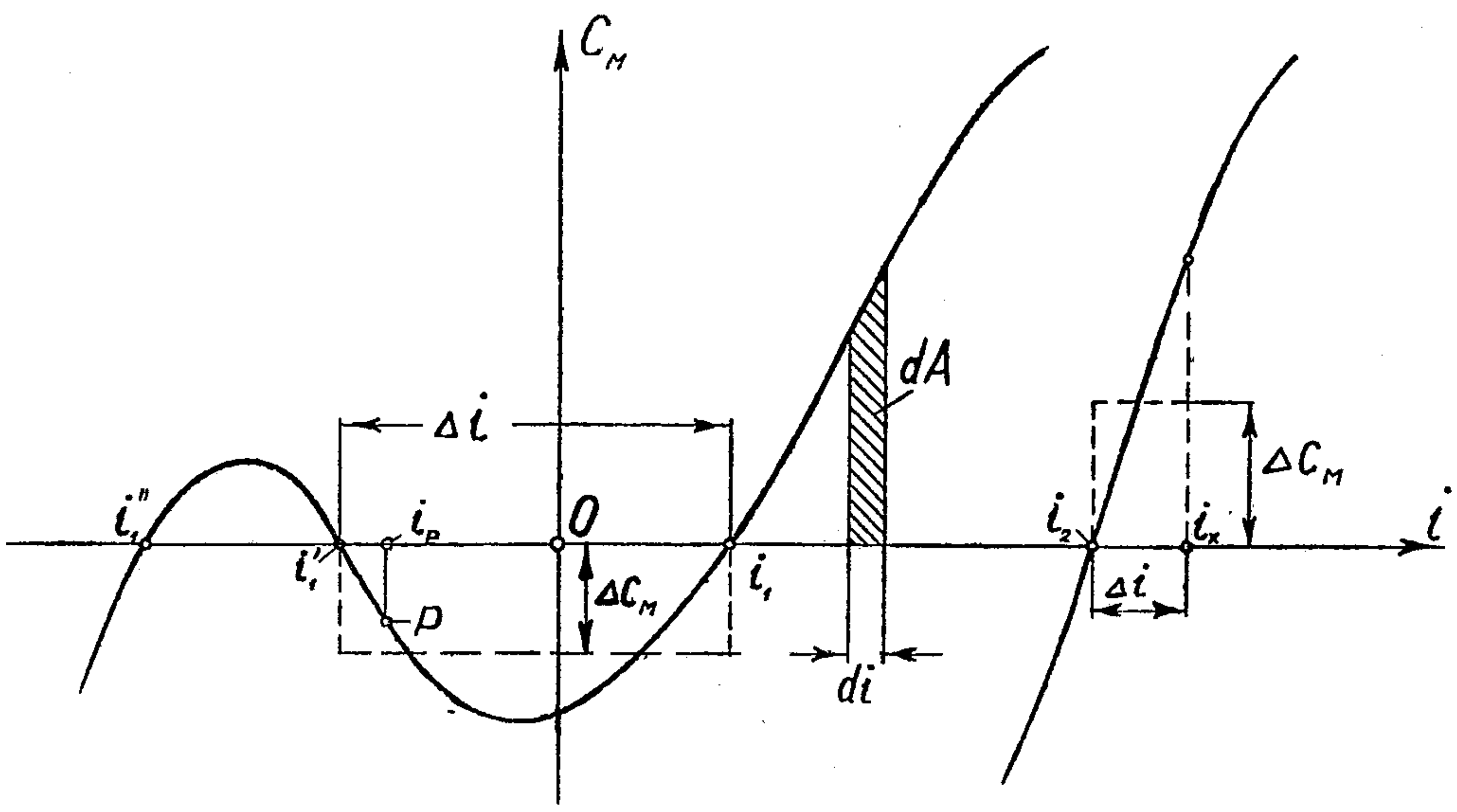
---

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 594.

(2) Séance du 10 février 1936.

(3) Ce changement peut être considérable en pratique. Si un avion vole par exemple a une vitessse de 50 m/sec et si le remous vertical a la vitesse de 10 m/sec environ, on dépasse l'angle de 10°.

Δi est accompagné par un moment aérodynamique redresseur proportionnel à ce changement de l'angle et représenté par Δc_M. Mais il n'en est plus ainsi si la courbe $c_M = f(i)$ a une allure représentée sur la figure en *a*. Nous proposons alors une autre manière de définition la stabilité des avions. Négligeons l'amortissement dû aux oscillations et le changement de trajectoire



a. *b*.

sous l'influence des oscillations autour du centre de gravité. Soient $\mathcal{L}$ le travail, S la surface portante, *g* la pression dynamique, *l* la corde d'aile. Comme

$$d\mathcal{L} = \mathrm{M}\, di = c_\mathrm{M} \mathrm{S} g l\, di = \mathrm{S} g l\, d\mathrm{A} \tag{1}$$

est le travail élémentaire nécessaire pour déplacer l'avion de la position d'équilibre (la surface A a une valeur constante) le travail totale nécessaire, pour faire varier l'angle d'attaque de i_1 à i_1'', est

$$\mathcal{L}_{i_1}^{i_1'} = \mathrm{S}_q l \int_{i_1}^{i_1'} c_\mathrm{M}\, di = \mathrm{AS}_q l. \tag{2}$$

Nous pouvons évaluer la hauteur d'un rectangle à la base Δi, qui ait la même surface A (*fig.* 1 *a*),

$$\Delta c_\mathrm{M} = \frac{\mathrm{A}}{\Delta i}. \tag{3}$$

Ce qui permet de fixer un coefficient moyen, positif, en cas d'équilibre

$$(4)\qquad (\mu_m)_{i_1}^{i'_1} = \left(\frac{\Delta c_M}{\Delta i}\right)_{i_1}^{i'_1} = \left(\frac{A}{\Delta i^2}\right)_{i_1}^{i'_1}.$$

Soit I le moment d'inertie de l'avion. Si nous négligeons les pertes d'énergie le travail défini par (2), peut être représenté pour le point i_1 par la force vive

$$(5)\qquad E = \frac{1}{2} I \omega_1^2 = A S_q l,$$

ω_1 étant la vitesse angulaire en point i^1. D'autre part nous avons

$$(6)\qquad M = I \frac{d\omega}{dt},$$

M étant le moment aérodynamique dont la valeur moyenne peut être dans l'intervalle Δi représenté à l'aide de (3) par

$$(7)\qquad M_m = \Delta c_M S_q l = \frac{A}{\Delta i} S_q l.$$

Les équations (6) et (7) donnent

$$(8)\qquad \frac{A}{\Delta i} S_q l = (\Delta c_M)_{i_1}^{i'_1} S_q l = I \frac{d\omega}{dt}.$$

Nous pouvons tirer de (5) la vitesse angulaire

$$(9)\qquad (\omega_1)_{i_1}^{i'_1} = \sqrt{2 \frac{A}{I} S_q l} = \sqrt{2 \frac{(\Delta c_M \Delta i)_{i_1}^{i'_1}}{I} S_q l}$$

que prendrait l'avion en passant de i_1 à i'_1 dans les conditions indiquées.

Nous avons, d'après (8),

$$dt = \frac{I \Delta i}{A S_q l} d\omega,$$

d'où le temps nécessaire, pour passer de i_1 à i'_1,

$$(10)\qquad (t)_{i_1}^{i'_1} = \Delta i \frac{I}{A S_q l} \int_0^{\omega_1} d\omega = \Delta i \frac{I}{A S_q l} (\omega_1)_{i_1}^{i'_1} = \sqrt{\frac{2 \Delta i^2 I}{A S_q l}} = \sqrt{\frac{2 \Delta i I}{\Delta c_M S_q l}} = \sqrt{\frac{2 \Delta i I}{M_m}}.$$

Les formules (3), (4), (9) et (10) sont aptes à donner la nouvelle mesure pour la stabilité des avions. En général il faudrait prendre deux chiffres, dont un serait rapporté à la branche au-dessous et l'autre à la branche au-

dessus de l'axe i, en écrivant par exemple le symbole

$$(t)_{i_1}^{i_2} = \left(\begin{matrix} \cdots \\ \cdots \end{matrix}\right)_{i_1}^{i_2}.$$

Il faut fixer $\Delta i = i_1 - i_2$, par exemple, 10° dans le cas de la figure 1 b, et aller jusqu'au point i''_1 pour le cas d'une figure fermée comme 1 a.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la masse propre du photon et le tenseur électromagnétique*. Note de M. **Jules Géhéniau**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. *Propriétés du photon.* — M. L. de Broglie suppose, dans sa théorie de la lumière, que le photon a une masse propre μ_0 extrêmement petite, mais non identiquement nulle. Il en résulte que le photon se meut dans le vide avec une vitesse v inférieure à c. Soit, en outre, T_β^α le tenseur électromagnétique; il doit s'interpréter ici comme une grandeur corpusculaire. M. de Broglie obtient, comme on pouvait s'y attendre,

$$\Sigma T_\alpha^\alpha \neq 0; \tag{1}$$

pour des ondes planes de fréquence $\nu = W/h$,

$$\Sigma T_\alpha^\alpha = \left(\frac{\rho\mu_0 c^2}{W}\right)\mu_0 c^2, \tag{2}$$

où ρ est la densité des photons.

On peut se demander s'il existe des propriétés analogues dans les théories du champ électromagnétique.

2. *Champ maxwellien.* — Le tenseur *symétrique* de Maxwell-De Donder (¹) donne identiquement

$$\Sigma T_\alpha^\alpha \equiv 0$$

pour toutes valeurs du champ électromagnétique. Mais, dans un milieu polarisable, c'est le tenseur *asymétrique* de Maxwell-De Donder, à savoir

$$\overline{T}_{\alpha\beta} \equiv -\sum_\mu K_{\alpha}^{\cdot\mu} \mathcal{H}_*^{\overline{\beta\mu}} + \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} \sum_\mu \sum_\nu K^{\mu\nu} \mathcal{H}_*^{\overline{\mu\nu}}, \tag{3}$$

(¹) Th. De Donder, *Mémorial des Sciences Math.*, fasc. LVIII, 1932, p. 3, form. (18).

qu'il faut considérer, car le champ exerce dans ce cas, sur le milieu, un torque [1] exprimé par la partie antisymétrique du tenseur (3). On a cependant toujours

$$\Sigma \overline{T}^{\alpha}_{.\alpha} \equiv 0. \tag{4}$$

Dans (3), $K^{\alpha\beta}$ et $K^{\overline{\alpha\beta}}_{*}$ sont les tenseurs antisymétriques représentant les force et induction électriques et magnétiques.

3. *Champ électromagnétique de M. Born et Infeld.* — Il en va tout autrement dans la théorie de M. Born et L. Infeld [2]. On a ici, en utilisant les notations habituelles [2],

$$\Sigma T^{\alpha}_{\alpha} \equiv 4 \frac{\frac{1+F}{2} - \sqrt{1+F-G^2}}{\sqrt{1+F-G^2}}. \tag{5}$$

Donc la trace du tenseur $T^{\alpha}_{.\beta}$ sera différente de zéro si F ou G est différent de zéro.

Pour pouvoir comparer (5) à (1), il faut considérer, dans la théorie de M. Born et L. Infeld, des solutions périodiques de fréqence ν. Nous ferons cette étude dans un autre travail. Signalons seulement que, en vertu des équations de M. Born, l'onde plane sinusoïdale (réelle) *doit* se mouvoir avec la vitesse c, et l'on a $F = G = 0$.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Interprétation photonique du champ maxwellien.* Note de M. **W.-H. Benedictus**, présentée par M. Louis de Broglie.

I. *Passage du tenseur asymétrique* $T^{\alpha}_{.\beta}$ *aux vecteurs* u^{α} *et* v_{β}. — La condition (A) nécessaire et suffisante pour qu'un tenseur $T^{\alpha}_{.\beta}$ puisse se mettre sous la forme $N u^{\alpha} v_{\beta}$ est que tous les déterminants d'ordre deux tirés de la matrice $\| T^{\alpha}_{.\beta} \|$ soient nuls.

Le tenseur asymétrique maxwellien $T^{\alpha}_{.\beta}$ est donné par Th. De Donder [3]

---

[1] E. Henriot, *Mémorial des Sciences physiques*, fasc. XXX, 1936, p. 6.

[2] *Proceedings of the Royal Society*, London, A, 144, 1934, p. 425.

[3] *Mémorial des Sc. Math.*, fasc. LVIII, Paris, 1932, p. 3, form. (15). En coordonnées rectangulaires dextrogyres (C) on passe aux forces et inductions élec-

en fonction des deux six-vecteurs $K^{\alpha\beta}$ et $\mathcal{H}_\star^{\alpha\beta}$,

$$\text{(1)}\qquad T^{\alpha}_{.\beta} = -K^{\alpha\mu}\mathcal{H}_\star^{\overline{\beta\mu}} + \frac{1}{4}\varepsilon^{\alpha}_{\beta}K^{\mu\nu}\mathcal{H}_\star^{\overline{\mu\nu}} \qquad (\alpha, \beta, \mu, \nu = 1, 2, 3, 4).$$

Nous dirons que le champ défini par $T^{\alpha}_{.\beta}$ représente de la lumière lorsqu'il peut se mettre sous la forme

$$\text{(2)}\qquad T^{\alpha}_{.\beta} = N u^{\alpha} v_{\beta} \quad \text{avec} \quad N \neq 0.$$

D'après le lemme précédemment énoncé, il faut et il suffit que la condition (A) soit remplie, c'est-à-dire que les $K^{\alpha\beta}$ et les $\mathcal{H}_\star^{\alpha\beta}$ vérifient

$$\text{(3)}\qquad K^{\alpha\beta}K^{\overline{\alpha\beta}} = 0; \qquad \mathcal{H}_\star^{\alpha\beta}\mathcal{H}_\star^{\overline{\alpha\beta}} = 0; \qquad K^{\alpha\beta}\mathcal{H}_\star^{\overline{\alpha\beta}} = 0.$$

En coordonnées C, les conditions (3) s'écriront

$$\text{(4)}\qquad (\vec{H}.\vec{\mathcal{B}}) = 0, \qquad (\vec{\mathfrak{H}}.\vec{B}) = 0, \qquad (\vec{H}.\vec{B}) = (\vec{\mathfrak{H}}.\vec{\mathcal{B}}).$$

Dans le même système de coordonnées nous poserons

$$\text{(5)}\qquad l^i = \frac{u^i}{u^4} = \frac{c[\vec{H}\times\vec{\mathfrak{H}}]_i}{(\vec{H}.\vec{B})}, \qquad m^i = \frac{v^i - g^{ij}[\vec{B}\times\vec{\mathcal{B}}]_j - g^{i4}(\vec{H}.\vec{B})c\sqrt{-g}}{v^4 - c(\vec{H}.\vec{B})g^{44} + g^{4j}[\vec{B}\times\vec{\mathcal{B}}]_j}$$
$$(i, j = 1, 2, 3).$$

Remarquons que les l^i sont les composantes du vecteur *vitesse de l'énergie* défini par Th. De Donder [1], d'après le théorème de Poynting. Cette vitesse est également celle de l'*impulsion du photon*. Nous reviendrons plus tard sur le sens physique des composantes m^i de la *vitesse de l'argument*. Dans l'espace de Minkowski, la vitesse de phase de l'onde lumineuse $\vec{w}$ est liée à $\vec{m}$ par : $\vec{w}$ parallèle à $\vec{m}$

$$\text{(6)}\qquad |w| = \frac{c^2}{|m|}.$$

---

triques ($\vec{H}$ et $\vec{B}$) et magnétiques ($\vec{\mathfrak{H}}$ et $\vec{\mathcal{B}}$) par [*loc. cit.*, p. 5, form. (26)] :

$$\sqrt{-g}K^{23} = c\mathfrak{H}_x, \quad \sqrt{-g}K^{14} = -B_x, \quad \mathcal{H}_\star^{23} = cH_x, \quad \mathcal{H}_\star^{14} = \mathcal{B}_x;$$
$$\sqrt{-g}K^{31} = c\mathfrak{H}_y, \quad \sqrt{-g}K^{24} = -B_y, \quad \mathcal{H}_\star^{31} = cH_y, \quad \mathcal{H}_\star^{24} = \mathcal{B}_y;$$
$$\sqrt{-g}K^{12} = c\mathfrak{H}_z, \quad \sqrt{-g}K^{34} = -B_z, \quad \mathcal{H}_\star^{12} = cH_z, \quad \mathcal{H}_\star^{34} = \mathcal{B}_z.$$

(1) *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 687.

De la contraction du tenseur $T^{\alpha}_{.\beta}$ défini par (1), nous déduisons par (2) que

(7) $$g_{\alpha\beta}\, u^{\alpha} v^{\beta} = 0.$$

En divisant par $u^4 v^4$, nous trouvons *la relation de L. de Broglie* entre $\vec{l}$ et $\vec{m}$

(8) $$g_{ij} l^i m^j + g_{i4} l^i + g_{4i} m^i + g_{44} = 0 \qquad (i, j = 1, 2, 3).$$

II. *Cas du vide einsteinien.* — On dit que le tenseur $T^{\alpha}_{.\beta}$ est *symétrique* en α et β, lorsque ses composantes covariantes définies comme suit, satisfont à

(9) $$g_{\alpha\gamma}\, T^{\gamma}_{.\beta} \equiv T_{\alpha\beta} = T_{\beta\alpha} \equiv g_{\beta\gamma}\, T^{\gamma}_{.\alpha}.$$

Pour que $T^{\alpha}_{.\beta}$ soit symétrique, il faut et il suffit que

(10) $$\vec{H} = \vec{B} \quad \text{et} \quad \vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{B}}.$$

Nous dirons alors que le champ lumineux se propage dans *le vide einsteinien.* Les composantes covariantes des vecteurs u^{α} et v^{α} sont proportionnelles entre elles et les vitesses l^i et m^i définies en (5), identiques. La relation (8) devient

(11) $$g_{ij} l^i l^j + (g_{4i} + g_{i4})\, l^i + g_{44} = 0,$$

ce qui est la propriété bien connue de la propagation de la lumière dans le vide einsteinien.

SPECTROSCOPIE. — *Comparaison des spectres continus moléculaires de l'hydrogène et du deutérium.* Note [1] de Mlle **Arlette Tournaire** et de M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous nous sommes limités à une mesure des rapports d'intensité des spectres continus moléculaires de l'hydrogène et du deutérium, excités dans les mêmes conditions, à cause de l'incertitude qui existe actuellement sur la répartition spectrale énergétique dans le spectre continu moléculaire de l'hydrogène [2]. Nous avons déjà indiqué [3] le dispositif expérimental

[1] Séance du 3 février 1936.

[2] Chalonge, *Ann. de Phys.*, 11e série, 1, 1934, p. 123; Déjardin et Mlle Schwégler, *Revue d'Optique*, 13, 1934, p. 313.

[3] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 957.

et la méthode employés pour comparer la répartition énergétique dans les deux spectres. Nous avons prolongé la région explorée d'une part vers l'ultraviolet lointain jusqu'à 1900 Å avec le spectrographe utilisé précédemment, en sensibilisant les plaques, et d'autre part dans le visible, en employant un spectrographe à optique de verre ayant une dispersion de 24 Å au millimètre vers H_3 et des plaques Agfa Isopan superspecial. A partir de 4000 Å les raies du spectre secondaire sont très nombreuses et assez intenses, dans le cas de l'hydrogène comme dans celui du deutérium; aussi il est nécessaire d'avoir une dispersion suffisante pour atteindre le fond continu entre les raies.

Un prisme à réflexion totale permettait d'éclairer les deux spectrographes l'un après l'autre; l'hydrogène et le deutérium étaient admis successivement dans le tube sous une pression de 3^{mm} de Hg et excités par un courant de 30 milliampères sous 1000 volts.

L'étude des spectres obtenus est résumée dans le tableau suivant, qui figure en fonction de la longueur d'onde, le logarithme du rapport des intensités de l'hydrogène et du deutérium :

λ.	$\log \frac{i_{H^2}}{i_{D^2}}$.	λ.	$\log \frac{i_{H^2}}{i_{D^2}}$.	λ.	$\log \frac{i_{H^2}}{i_{D^2}}$.	λ.	$\log \frac{i_{H^2}}{i_{D^2}}$.
1923...	0	2610...	0,025	3740...	0,055	4445...	0,05
2039...	0	2725...	0,025	4000...	0,06	4560...	0,05
2144...	0	2860...	0,025	4080...	0,06	4707...	0,05
2230...	0	3020...	0,03	4157...	0,06	4800...	0,045
2415...	0,015	3220...	0,035	4240...	0,06	4990...	0,04
2510...	0,02	3452...	0,05	4340...	0,055		

L'écart entre les intensités des deux spectres, qui est négligeable aux plus courtes longueurs d'onde étudiées, va en augmentant quand on se rapproche du visible, passe par un maximum vers 4100 Å, et diminue légèrement ensuite. Vers 5000 Å, le spectre continu devient très faible et les raies secondaires (bandes de Fulcher) très nombreuses, de telle sorte que l'étude du spectre continu devient difficile. Il ne serait pas impossible que la diminution de l'écart dans cette région soit due à la superposition au fond continu des spectres secondaires respectifs, qui diffèrent beaucoup en cet endroit.

Le tableau précédent montre que le spectre du deutérium est moins intense que celui de l'hydrogène. Ce résultat paraît en contradiction avec celui de notre Note citée ci-dessus, relatif à une pression de $0^{mm},65$ de Hg; mais cette contradiction n'est qu'apparente.

Nous avons en effet étudié la variation de la répartition spectrale énergétique du deutérium, excité par un même courant de 30 milliampères et pour des pressions comprises entre 3 et $0^{mm},44$ de Hg : on ne constate aucune déformation de la courbe de répartition (du moins entre 4000 et 2200 Å).

Nous avons vérifié qu'il en est de même pour l'hydrogène, résultat déjà annoncé par Chalonge. Mais si, pour une longueur d'onde donnée, on étudie la variation de l'intensité du spectre continu en fonction de la pression dans les limites énoncées ci-dessus, on constate que cette intensité diminue quand la pression décroît, et qu'elle diminue beaucoup plus vite pour l'hydrogène que pour le deutérium. Par conséquent, au fur et à mesure que la pression diminue, le spectre du deutérium devient de plus en plus intense par rapport à celui de l'hydrogène. On conçoit que, de cette façon, les intensités des deux spectres pour 4100 Å deviennent égales pour une pression de $0^{mm},65$ de Hg. Si dans le tableau précédent on amène les intensités des deux spectres pour la longueur d'onde 4100 Å à être égales, la courbe représentative restant la même, le spectre du deutérium devient alors dans l'ultraviolet plus intense que celui de l'hydrogène.

En résumé, nous avons mis en évidence l'effet isotopique dans le spectre continu moléculaire, mais une confrontation précise avec les données théoriques nécessite l'excitation d'un niveau unique et bien déterminé.

RAYONS X. — *La largeur de la raie K_{α_1} du molybdène.* Note de M. **Jean Weigle**. présentée par M. Jean Perrin.

Presque toutes les mesures de largeur propre des raies spectrales X ont été effectuées jusqu'ici par la méthode du double cristal. Carlsson [1] toutefois a étudié la largeur de MoK_{α_1}, au moyen d'un spectrographe à cristal courbé du type décrit par Mlle Cauchois [2]. Dans les ordres supérieurs il obtint, avec du gypse comme cristal, une largeur un peu inférieure à celle donnée par Parrat [3] (double cristal). Nous avons pensé qu'il serait intéressant de reprendre ces mesures vu la facilité de maniement

(1) *Zeit. für. Phys.*, 84, 1933, p. 801.
(2) *Journ. de Phys.* et *le Radium*, 3, 1932, p. 320.
(3) *Phys. Rev.*, 46, 1934, p. 749.

et la grande luminosité du spectrographe Cauchois ([1]). Nos résultats, obtenus jusqu'ici avec un appareil extrêmement rudimentaire, doivent être considérés comme indiquant une limite supérieure de la largeur propre des raies. Nous publierons ailleurs les données complètes de nos expériences concernant des réflexions sur de nombreux plans réticulaires et dans différents ordres de ceux-ci. Le cristal était un mica de $0^{mm},2$ d'épaisseur, courbé sur un cercle de 50^{cm} de rayon. L'ouverture utilisée a varié de 10×2^{mm} à 1×2^{mm}. Il semble du reste qu'avec la précision de nos mesures on ne puisse pas mettre en évidence une variation de la largeur des lignes spectrales avec l'ouverture du cristal (si celui-ci est homogène et bien courbé) et donc que le « défaut de focalisation » ne se fait pas sentir. L'enregistrement sur film photographique courbé au rayon de 25^{cm} était doublé de marques d'intensité, qui permettaient de traduire en énergie les indications du microphotomètre. On ne peut pas mesurer la largeur de K_{α_1}, à la hauteur, sur le microphotogramme, du maximum de K_{α_2}, quoique l'intensité de K_{α_1} soit double de K_{α_2}. Car ce sont les intensités intégrales qui sont dans le rapport de 1 à 2 et comme K_{α_1} et K_{α_2} ont des largeurs différentes, l'intensité maximum de K_{α_2} ne correspond pas nécessairement à la moitié de l'intensité maximum de K_{α_1}. Le microphotomètre construit par la Société Genevoise d'Instruments de Physique ([2]) était employé à l'amplification 50 et donnait sur un écran millimétré l'image d'un spot extrêmement fin permettant de lire sa position à mieux de $0^{mm},2$ près.

Le plan réticulaire le plus commode pour ces mesures nous a semblé être le plan d'indices 602, donnant dans la région de MoK_α une dispersion d'environ 3,2 UX/mm. La fente du microphotomètre correspondait sur le cliché à une largeur d'environ $0^{mm},002$.

Nos résultats bruts, sans aucune correction, nous ont donné, pour MoK_{α_1}, une largeur totale à la moitié de l'intensité maximum de

$$\Delta\lambda = 0,190 \pm 0,005 \text{ UX}$$

(largeur minimum mesurée $\Delta\lambda = 0,17$ et la largeur maximum $\Delta\lambda = 0,22$). Celle-ci est beaucoup plus petite que la largeur obtenue par Allison ([3])

([1]) Dans une Note (*Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1366), parue alors que nos travaux étaient en cours, Hulubei donne aussi une largeur de ligne (obtenue avec un cristal courbé) de beaucoup inférieure à celle d'Allison (double cristal).

([2]) Weigle, *Rev. of Sc. Instr.*, 4, 1933, p. 595.

([3]) *Phys. Rev.*, 44, 1933, p. 63.

($\Delta\lambda = 0,29$) et par Parrat ($\Delta\lambda = 0,265$) au moyen du spectromètre à double cristal. D'ailleurs, le pouvoir de résolution fini des cristaux de ce genre d'appareil nécessite une correction dont actuellement on ne sait pas calculer la grandeur. Le procédé empirique de Parrat amenant à la valeur de $\Delta\lambda = 0,265$ ne semble donc pas justifié.

Nous pensons du reste que cette valeur de 0,19 UX pourra être encore abaissée par de nouvelles mesures au moyen d'un spectrographe beaucoup plus précis que l'appareil rudimentaire ayant servi lors des travaux qui font l'objet de cette Note [1].

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Les périodes des corps radioactifs naturels et artificiels, l'existence des couches et la classification des noyaux atomiques.* Note de M. **Bernard Kwal** et de Mlle **Anne Riedberger**, présentée par M. Maurice de Broglie.

L'étude du nombre et de la fréquence relative des isotopes, ainsi que celle des énergies de liaison de certains noyaux, a conduit plusieurs auteurs (Bartlett, Guggenheimer, Elsasser) à envisager la formation des couches de protons et de neutrons à l'intérieur des noyaux atomiques.

Les périodes des corps radioactifs, tant naturels qu'artificiels, sont des propriétés intrinsèques des noyaux atomiques et leur étude permet de suivre plus sûrement la variation de stabilité d'un noyau à un autre. Un premier essai dans ce sens a été entrepris par H. Yeh [2], qui a étudié la formation des couches de neutrons en examinant les périodes des radioéléments obtenus par effet Fermi.

Nous avons examiné tous les noyaux radioactifs naturels ou artificiels, sur les périodes desquelles nous avons pu obtenir des renseignements sûrs. Nous avons cherché surtout l'existence des couches de protons. Dans ce but nous nous sommes servis du diagramme ($p, n-p$), et de notre examen nous avons pu dégager les faits suivants.

Les radioéléments positogènes, pour lesquels $p < 10$, sont tous placés

(1) Ajoutons qu'une structure fine correspondant à celle calculée par Breit (spin des noyaux) semble apparaître sur nos films. Cependant, comme elle dépasse à peine en amplitude les variations dues au grain de la plaque photographique, nous n'osons affirmer pour l'instant sa réalité.

(2) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1209.

sur la ligne $n - p = -1$. *Les périodes décroissent régulièrement* et il semble qu'il n'existe pas de radioélément positogène, de période décelable, pour $p = 10$, ce qui indiquerait la stabilité particulière par rapport à l'émission de positons, des noyaux pour lesquels $p = 10$.

Pour $10 < p < 18$, les noyaux radioactifs positogènes n'existent en général que pour les valeurs impaires de p, et dans ces cas ils se placent sur la ligne $n - p = 0$. *Leurs périodes croissent régulièrement* en fonction de p, Na_{11}^{22} étant un cas douteux, certains auteurs (1) signalent en effet pour ce noyau une période exceptionnellement grande, pouvant atteindre plusieurs années.

L'existence des couches fermées de protons pour $p = 10$ (Ne) et pour $p = 18$ (A) semble donc être bien confirmée par notre étude.

On peut examiner de la même manière les noyaux radioactifs naturels. Sur le diagramme $(p, n - p)$ on constate tout d'abord que les lignes $p = 82$ et $p = 90$ jouent un rôle assez symétrique, le passage des radioactivités α aux radioactivités β se faisant le plus souvent sur ces lignes. La ligne $p = 82$ jouit d'une propriété particulière : lorsqu'on se déplace vers cette ligne, de droite à gauche, les périodes des radioéléments α diminuent progressivement jusqu'à $p = 84$ et subissent ensuite une augmentation brusque lors du passage à $p = 82$. Ce fait confirmerait l'hypothèse, émise par plusieurs auteurs dont Elsasser, de l'existence d'une couche de protons pour $p = 82$. Il est également possible qu'il en existe une, pour $p = 90$.

L'existence des couches fermées de protons suggère la possibilité d'une classification naturelle des noyaux atomiques, dans laquelle tous les noyaux, à partir du noyau de l'hélium, seraient rangés en huit colonnes. Nous nous proposons d'étudier cette question dans un autre Recueil

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la radioactivité des sources minérales du groupe Cachat d'Évian.* Note de M. **Robert Castagné** et M[lle] **Dorothy Osborne**, présentée par M. Alexandre Desgrez.

I. La radioactivité due au *radon dissous* a été mesurée dans l'eau des six sources du groupe Cachat à Évian, à dix mois d'intervalle, en septembre 1934 et juillet 1935. Aucun gaz libre ne se dégage aux griffons de ces sources.

(1) Frisch, *Nature* (London), 136, 1935, p. 220.

Les prélèvements ont été effectués dans les conditions optima en raison de la disposition des captages et les mesures faites sur place. On a employé les techniques et les modes de calcul de M. A. Lepape [1] et l'électroscope de P. Curie, modèle de Cheneveau et Laborde. La valeur de la demi-période du radon adoptée est de 3,825 jours.

Sources d'Évian.

Sources.	T.	Radioactivité en 10^{-9} curie/litre d'eau. Septembre 1934.		Juillet 1935.		Horo-radioactivité en 10^{-5} curie. Sept. 1934.	Juill. 1935.	Puissance radioactive en milligrammes Ra. Sept. 1934.	Juill. 1935.
Cachat (émergence)	10°,9	0,390	0,373	0,378	0,374	13,12	13,36	1,75	1,78
	»	0,365		0,368					
	»	0,364		0,377					
Cachat (embouteillage)	»	0,395		»		–	–	–	–
Cachat (buvette)	»	»		0,379		–	–	–	–
Bonnevie (émergence)	10,8	0,531		0,490		1,19	1,19	0,16	0,16
Clermont (émergence)	10,8	0,316		0,296		0,31	0,30	0,26	0,25
Cordeliers (émergence)	11,1	0,849		0,739		5,43	4,90	0,72	0,66
Guillot (émergence)	10,7	0,437		0,381		1,33	1,15	0,17	0,15
Montmasson (émergence)	11	0,579		0,556		2,0	1,90	0,26	0,25

La valeur relative à la source Cachat (émergence) est remarquable par sa constance. En particulier, on peut noter qu'elle n'a été en rien affectée par le séisme ressenti à Évian en mars 1935.

La radioactivité de l'eau du Lac Léman prélevée par nous, à un mille des berges françaises et par 3^{m},50 *de fond, est nulle.*

II. Le déversoir de la source Cachat est situé dans un sas souterrain. L'eau arrivant directement du griffon y tombe dans une cuve d'une hauteur d'un mètre environ. On a mesuré directement dans l'atmosphère du sas la concentration du *radon libéré* mécaniquement par la chute de l'eau et son brassage dans la cuve. On a prélevé et traité l'air contenu dans le sas comme un gaz de source. Les mesures ont été faites avec les mêmes appareils que pour l'eau Cachat.

La porte du sas a été fermée aussi complètement que possible pendant

---

(1) A. Lepape, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1631; R. Castagné, *Le radon libre*, Paris, 1927, p. 59 et suiv.; M. Geslin et D. Chahnazaroff, *Annales Guébhard-Séverine*, Neuchâtel, 9, 1933, p. 312.

quatorze heures de nuit après ventilation forcée du sas. Les valeurs maxima obtenues pour la radioactivité de l'atmosphère ont été de 0,289 et 0,271 millimicrocurie par litre de gaz normal (sec à 0° et 760^{mm}), valeurs égales environ aux trois quarts de la radioactivité dissoute dans l'eau même (autres valeurs pour des fermetures moins complètes, même temps : 0,179; 0,149; 0,113; 0,09).

III. On a recherché si dans l'atmosphère précédente existait du *thoron*. On a étudié la radioactivité induite déposée sur un fil de cuivre de 0^{mm},6 de diamètre, de 12^{m} environ de longueur et monté sur des poulies isolantes fixées sur les côtés d'un cadre rectangulaire isolé en bois. On porte le fil à un potentiel négatif de 750 volts (batterie de piles Hydra, pôle positif à la terre), et on l'expose à 1^{m},30 environ au-dessus de la cuve décrite au paragraphe II, pendant des temps compris entre 5 et 20 heures. Le fil est ensuite enroulé sur un cadre parallélépipédique en laiton. L'évolution de sa radioactivité est alors étudiée dans un cylindre spécial monté avec un électroscope Cheneveau-Laborde [1]. Les courbes ont montré qu'il n'y avait aucun dépôt d'activité induite dû au thoron.

IV. On a étudié, par le même procédé du fil tendu dans la salle de la buvette de la source Cachat, la radioactivité de l'atmosphère de cette salle. Après des expositions variant de 6 à 48 heures, il existe une notable radioactivité induite due au radon seul. Les valeurs relatives à la journée sont supérieures à celles de la nuit, résultat à rapprocher du fait que, le jour, certains robinets donnent une eau Cachat réchauffée et non la nuit, et qu'il est fait, dans le jour, un brassage assez important de l'eau pour rincer les verres. Ces deux conditions agissent, en raison du faible coefficient de solubilité du radon, pour libérer ce gaz dans l'atmosphère étudiée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'effet Raman de l'ammoniac*. Note de MM. **Pierre Daure**, **Alfred Kastler** et **Henri Berry**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les fréquences vibratoires de l'ammoniac liquide et dissous, obtenues par l'étude du spectre infrarouge, ont fait l'objet de publications récentes [2].

---

[1] A. Lepape, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 931.

[2] La plus complète est de Mme M. Freymann, R. Freymann et P. Rumpe, *Journal de Physique*, 7e série, 7, 1936, p. 30.

Nous jugeons utile de donner quelques renseignements complémentaires sur les spectres Raman de l'ammoniac obtenus dans diverses séries d'expériences.

Ammoniac gazeux. — Le spectre Raman de l'ammoniac gazeux à une pression voisine de la pression normale comporte une seule forte raie de vibration, polarisée, dont la fréquence caractéristique est 3334 cm^{-1}.

On observe également autour de la raie excitatrice, des raies de rotation pure, équidistantes, l'intervalle de fréquence entre deux raies successives étant 20 cm^{-1}. Elles sont alternativement fortes ($\Delta j = \pm 2$) et faibles ($\Delta j = \pm 1$).

On n'a pas observé des raies de rotation-vibration (1).

Ammoniac à l'état condensé. — Les spectres Raman de l'ammoniac condensé, liquéfié ou dissous, présentent toujours au moins une bande fortement polarisée qui paraît correspondre à la raie de vibration du gaz, quoique sa position soit susceptible de légers déplacements. La fréquence caractéristique de son maximum est de 3300 dans l'ammoniac liquide, de 3310 dans les solutions aqueuses.

Des raies de rotation-vibration peu accusées ont été signalées par divers auteurs, après étude au micro photomètre enregistreur de clichés de solutions aqueuses (2). Nous ne les avons pas observées.

Le spectre de l'ammoniac condensé présente en outre deux fortes bandes, deux ailes entourant la bande de vibration déjà signalée; les fréquences caractéristiques de leurs maxima sont, à l'état liquide : 3210 et 3380, en solution aqueuse : 3225 et 3395 (3). Elles ont été attribuées à un phénomène de rotation rendu diffus, avant que des raies de rotation-vibration aient été signalées. Les résultats qui suivent permettent d'ailleurs d'écarter cette interprétation.

1° *État de polarisation.* — L'état de polarisation de ces trois bandes a été étudié dans l'ammoniac liquide et dissous par la méthode de M. Cabannes (effet transversal), qui consiste à déterminer le facteur de dépolarisation ρ (rapport entre l'intensité de la composante de la lumière vibrant dans le

(1) AMALDI et PLACZEK, *Zeitschr. f. Physik*, **81**, 1932, p. 60.

(2) LANGSETH, *Zeitschr. f. Physik*, **77**, 1932, p. 60; WILLIAMS and HOLLAENDER, *Phys. Rev.*, **42**, 1932, p. 379.

(3) Par une communication personnelle M. Jean Cabannes nous a indiqué les résultats ci-après non encore publiés : il trouve en plus des trois bandes que nous décrivons une quatrième bande ($\Delta\nu = 3509$) d'intensité plus faible et des raies de rotation-vibration.

sens de la propagation à l'intensité de la composante de la lumière vibrant dans un plan perpendiculaire à cette direction). Nous avons également utilisé pour les solutions aqueuses la méthode de M. Hanle et Bär (effet longitudinal) qui consiste à éclairer le milieu en lumière polarisée circulairement et à mesurer, dans le sens de la propagation, le rapport r, appelé rapport d'inversion, entre l'intensité de la lumière polarisée circulairement en sens inverse de la lumière incidente à celle de la lumière circulaire de même sens. Les deux coefficients r et ρ sont liés par la relation $r = \rho/1 - \rho$.

Les résultats approximatifs sont donnés dans le tableau suivant :

	ρ.	r.
Bande 3210 (liquéfié) ou 3225 (sol. aq.)...........	1/5	1/4
Bande centrale 3300 (liquéfié) ou 3310 (sol. aq.)....	1/5	1/4
Bande 3380 (liquéfié) ou 3395 (sol. aq.)...........	2/3	2

Donc, parmi les deux ailes, l'une est fortement polarisée comme la bande centrale, l'autre presque complètement dépolarisée [1].

2° *Action de la température.* — Les positions et intensités relatives des bandes ne paraissent pas notablement modifiées entre 0 et — 50° dans les solutions aqueuses d'ammoniac.

3° *Intensités respectives des bandes.* — *Les deux ailes ont une intensité sensiblement égale à celle de la bande centrale dans l'ammoniac liquéfié et les solutions d'ammoniac dans l'alcool et l'acétone.*

Les ailes ont des intensités plus faibles que celle de la bande centrale dans les solutions aqueuses, d'autant plus faible que la dilution augmente, au point que pour des solutions étendues le spectre de l'ammoniac se rapproche de celui du gaz.

Le phénomène d'affaiblissement des ailes apparaît dès que l'on ajoute à l'ammoniac liquide une faible quantité d'eau (5 pour 100) qui se dissout.

L'affaiblissement des ailes en fonction de la dilution a été étudié et a montré que la loi d'évolution n'est pas la même pour les deux bandes :

L'intensité de la bande 3210 décroît très vite, jusqu'à la dilution de 15 pour 100 d'eau, puis suit une loi de décroissement moins rapide ; l'intensité de la bande 3380 décroît très faiblement jusqu'à la dilution de 15 pour 100 d'eau, puis suit une évolution parallèle à la précédente.

---

(1) Notre résultat est en désaccord avec celui de F. Heidenreich (*Zeitschr. f. Physik*, 97, 1935, p. 277), qui a trouvé que les bandes latérales sont toutes deux dépolarisées. Par contre, nos évaluations du facteur de dépolarisation ρ concordent sensiblement avec les mesures effectuées par M. Jean Cabannes sur une solution aqueuse.

Ces résultats incitent à attribuer les ailes du spectre de l'ammoniac condensé à une association de molécules d'ammoniac, association détruite par l'eau probablement en deux étapes. Ils montrent de plus que les ailes ne peuvent être considérées comme un phénomène de rotation-vibration diffus.

CHIMIE MINÉRALE. — *Constitution du carbure de vanadium.* Note de M. **André Morette**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avions montré antérieurement ([1]) que l'anhydride vanadique est réduit totalement sans grande difficulté par le carbone, mais que cette réduction est accompagnée simultanément de la carburation du métal.

Continuant cette étude, nous avons vérifié que la température nécessaire pour obtenir des produits carburés bien fondus est d'autant plus élevée que la proportion de carbone est plus grande.

Le four à vide Garvin-Chaudron nous a fourni, à des températures comprises entre 1800° et 2200°, des fontes homogènes titrant jusqu'à 9,5 pour 100 de carbone. Mais, seul, l'emploi du four à arc permet de préparer des fontes de vanadium riches en carbone. La technique indiquée par H. Moissan ([2]) nous a donné des culots contenant de 9 à 15 pour 100 de ce métalloïde. Pour une carburation supérieure, nous avons dû rapprocher la matière au voisinage de l'arc, la puissance dépensée dans le four atteignant 40 KVA.

Nous avons ainsi préparé vingt produits que nous avons soumis à l'analyse. Après attaque par l'acide azotique à la suite de laquelle certains échantillons ont abandonné du graphite qui a été pesé, le vanadium a été dosé par manganimétrie. Le carbone total a été déterminé par combustion.

Ces fontes possèdent une teinte variant du gris acier au gris noir et sont d'une dureté et d'une fragilité croissantes lorsque la proportion de carbone qu'elles renferment augmente. L'acide azotique réagit sur elles à froid ou seulement à chaud suivant qu'elles sont peu carburées ou très carburées. Elles restent insensibles à l'action de l'acide chlorhydrique aqueux. Elles sont attaquées par le gaz chlorhydrique pur et sec à 500°, 700° ou 800°,

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 134.
([2]) *Comptes rendus*, 122, 1896, p. 1297.

selon que la teneur en carbone est respectivement de l'ordre de 9 pour 100, 13 pour 100, 21 pour 100; il se forme alors dans la nacelle ou sur les parois du tube dans lequel celle-ci est chauffée un mélange de dichlorure et de trichlorure de vanadium.

La présence du carbure CV dans les fontes de vanadium a été admise par Moissan et divers auteurs. Plusieurs autres carbures ont été signalés. En particulier, le composé C^3V^4 a été indiqué comme constituant des aciers au vanadium. Mais il semble que l'existence de ces combinaisons définies n'a pas été démontrée de façon indiscutable.

Nous avons observé que les fontes de vanadium qui contiennent moins de 15 pour 100 de carbone fournissent, sous l'action de l'acide azotique, une solution sans dépôt. Pour une teneur en carbone plus élevée, ce traitement laisse un résidu de graphite qui a été caractérisé par la réaction de Brodie et par combustion; en déduisant le graphite du carbone total, on peut calculer le carbone combiné. Nous indiquons ci-dessous la composition des fontes à graphite c'est à dire renfermant moins de 85 pour 100 de vanadium:

	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
Vanadium............	84,7	83,9	83,4	80,9	79,9	76,0	74,1
Carbone total.........	15,2	16,0	16,6	19,1	20,9	24,0	26,6
Graphite.............:	»	1,0	1,1	5,0	6,2	11,0	13,2

ce qui donne pour les rapports calculés du vanadium au carbone combiné :

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
$C^{3,06}V^4$	$C^{3,04}V^4$	$C^{3,16}V^4$	$C^{2,95}V^4$	$C^{3,12}V^4$	$C^{2,91}V^4$	$C^{3,07}V^4$

Ces résultats se rapprochent tous de la formule C^3V^4, ce qui permet d'affirmer que c'est ce carbure qui existe réellement dans les fontes saturées de carbone.

L'étude métallographique de ces fontes nous a permis d'observer dans les produits à plus de 15 pour 100 de carbone la présence de cristaux de graphite, tandis que, au contraire, dans les fontes moins riches apparaissent des cristallites de carbure répartis dans un eutectique.

Le carbure de vanadium susceptible de prendre naissance en présence d'un excès de carbone à haute température a donc effectivement pour formule C^3V^4.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les amidures mercureux.* Note de Mlle **Ellen Gleditsch** et M. **Th. F. Egidius**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait qu'en versant de l'ammoniaque sur du calomel on obtient une masse noire. Mais sur la composition de cette masse noire les opinions diffèrent; les uns affirment qu'elle représente une combinaison $Hg^2\langle^{NH^2}_{Cl}$, d'autres qu'elle n'est qu'un mélange de précipité blanc et de mercure.

D'après les travaux de MM. Feigl et Sucharipa [1] il paraît toutefois probable qu'une réaction réversible a lieu entre le chloramidure mercureux et le chloramidure mercurique

$$Hg^2\langle^{NH^2}_{Cl} \rightleftharpoons Hg\langle^{NH^2}_{Cl} + Hg.$$

En commençant l'étude qui va suivre, nous avions admis cette supposition, et nous nous proposions d'étendre cette étude à d'autres sels mercureux.

L'azotate mercureux. — Nous nous sommes servis d'une solution contenant 0,05 mol-g de $Hg^2(NO^3)^2, 2H^2O$ par litre et aussi peu d'acide azotique libre que possible. A 10 de la solution on ajoute 5 à 10 d'une solution d'ammoniaque 2-normal, à température ordinaire, ou sur bain-marie. Puis on ajoute de l'acide acétique, jusqu'à réaction acide, et une solution de chlorure de sodium. En filtrant on trouve le chlorure mercurique en solution, le chlorure mercureux et le mercure dans la partie insoluble. Dosage par titration.

Aucune relation ne semble exister entre les durées d'attaque par l'ammoniaque et les quantités de sel mercurique formées, mais on trouve toujours moins de ce dernier quand le mélange a été chauffé; il nous est même arrivé en ce cas de ne pas trouver du tout de sel mercurique. Ceci nous a fait croire que le mercure pouvait agir sur le sel mercurique en donnant du sel mercureux. En effet nous l'avons prouvé par l'expérience suivante: la solution d'azotate mercureux fut traitée par l'ammoniaque, puis quelque temps après, additionnée d'acide acétique; le précipité après filtration fut mis dans une solution dosée de chlorure mercurique. Dans le liquide, filtré après quelque temps, on ne retrouvait pas tout le chlorure mercurique, dont une part importante avait donc réagi avec le mercure du précipité.

Donc, en traitant l'azotate mercureux par l'ammoniaque, il se forme du

---

(1) *Zeits. f. analyt. Chem.*, 67, 1925, p. 134.

mercure élémentaire, dans un état fort actif; son activité augmente avec la température de formation, ce qui explique qu'on n'a pas trouvé de sel mercureux dans certains essais sur bain-marie. L'activité du mercure formé se manifestait également vis-à-vis de l'iode.

On a ensuite fait l'expérience suivante : la solution d'azotate mercureux fut traitée par l'ammoniaque et filtrée sans addition d'acide. Dans la solution on a trouvé 50 pour 100 du mercure sous la forme mercurique. On a fait varier la température et les temps d'attaque, mais ceci n'eut pas d'influence sur la quantité de sel mercurique formée, toujours de 50 pour 100, soit le maximum. En effet, l'amidure d'azotate mercurique est soluble dans l'azotate d'ammonium, et ce dernier étant toujours formé par action de l'ammoniaque sur l'azotate mercureux, il est évident que l'équilibre est déplacé dans le sens

$$Hg^2\langle{}^{NH^2}_{NO^3} \rightarrow Hg\langle{}^{NH^2}_{NO^3} + Hg.$$

Le mercure restant n'est plus dans l'état actif, surtout après lavage par azotate d'ammonium; après séchage, il se rassemble en gouttelettes de mercure ordinaire.

Le chlorure mercureux. — Ici, les difficultés sont plus grandes, les amidures étant tous deux insolubles,

$$Hg^2\langle{}^{NH^2}_{Cl} \rightleftharpoons Hg\langle{}^{NH^2}_{Cl} + Hg.$$

Il est vrai que l'amidure mercurique se dissout un peu dans une solution concentrée de chlorure d'ammonium, mais la solution ne se fait que très lentement et le mercure formé paraît très actif, de sorte qu'il agit sur l'amidure mercurique dissous pour en donner l'amidure mercureux.

Nous n'avons pu doser ni l'un ni l'autre amidure. Toutefois nous avons réussi à prouver que la masse noire récemment précipitée contient surtout de l'amidure mercureux. Si l'on y ajoute quelques gouttes d'une solution diluée d'iodure de potassium, on voit nettement, au microscope, se former de l'iodure mercureux vert, et en quantités moindres, de l'iodure mercurique rouge vif. La quantité de ce dernier paraît augmenter avec la durée d'action de l'ammoniaque, donc du temps de contact entre la masse noire et le chlorure d'ammonium formé, c'est-à-dire qu'alors la réaction se déplace vers la droite

$$Hg_2\langle{}^{NH^2}_{Cl} \rightarrow Hg\langle{}^{NH^2}_{Cl} + Hg.$$

Mais le mercure formé doit être très actif, car en quelques minutes l'iodure rouge disparaît, ne laissant que l'iodure vert.

Ensuite nous avons fait des diagrammes Rœntgen des deux chloramidures par la méthode Debye-Scherrer. Si l'amidure mercureux était un mélange d'amidure mercurique et de mercure, son diagramme montrerait toutes les lignes appartenant à celui de l'amidure mercurique. Tout au contraire : le diagramme de l'amidure mercurique montre bien plus de lignes que celui de l'amidure mercureux.

L'existence du chloramidure mercureux nous paraît donc prouvée. Ce chloramidure s'est montré stable tant qu'il n'est pas en contact avec quelque substance qui réagit avec l'amidure mercurique ou le mercure, et qui par conséquent déplacerait vers la droite l'équilibre

$$Hg^2\begin{matrix}\diagup Cl\\ \diagdown NH^2\end{matrix} \rightleftharpoons Hg\begin{matrix}\diagup Cl\\ \diagdown NH^2\end{matrix} + Hg.$$

Par analogie nous pensons qu'aussi dans le cas de l'azotate mercureux il se forme d'abord avec l'ammoniaque un amidure mercureux, mais qu'ici l'équilibre se déplace instantanément vers la droite, en raison de la grande solubilité de l'amidure mercurique dans l'azotate d'ammonium formé.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le système iodure mercurique, iodure de cæsium et eau.* Note [1] de Mlle **M. Pernot**, présentée par M. G. Urbain.

Wells [2] a préparé et décrit cinq iodures doubles de mercure et de cæsium auxquels il a attribué les formules : $I^2Hg, 3ICs$; $I^2Hg, 2ICs$; I^2Hg, ICs (peut être hydraté); $3I^2Hg, 2ICs$ et $2I^2Hg, ICs$.

Natta et Passerini [3] ont analysé par les rayons X les cristaux I^2Hg, ICs (peut être hydraté).

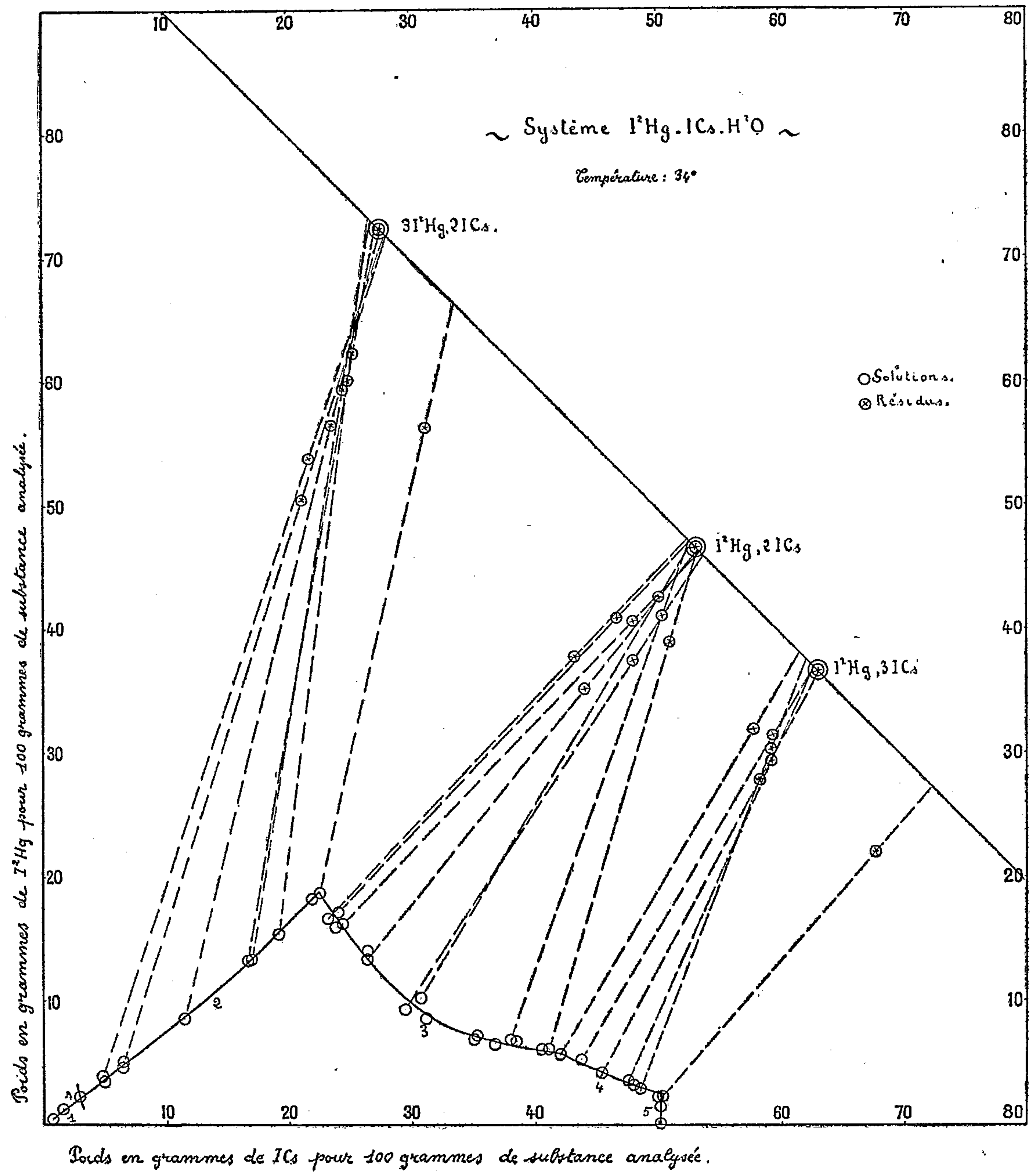
Mais aucune étude méthodique du système iodure mercurique, iodure de cæsium et eau n'a encore été faite, du moins à ma connaissance [4]. J'ai donc entrepris cette étude dans le but de savoir si elle confirmerait l'exis-

(1) Séance du 10 février 1936.

(2) *American Journal of Sciences and Arts* (3), 44, 1892, p. 221.

(3) *Gazetta Chimica Italiana*, 58, 1928, p. 472.

(4) Parmi les halogénomercurates de cæsium, seuls les chloromercurates ont été étudiés systématiquement et à la température de 25° seulement (Foote et Lévy, *American Chemical Journal*, 30, 1903, p. 339).


~ Système I²Hg.ICs.H²O ~
Température : 34°
3I²Hg,2ICs.
I²Hg,2ICs
I²Hg,3ICs
Solutions.
Résidus.
Poids en grammes de I²Hg pour 100 grammes de substance analysée.
Poids en grammes de ICs pour 100 grammes de substance analysée.

tence des composés mentionnés par Wells et si elle révélerait la formation d'autres combinaisons.

J'ai recherché par la méthode des solubilités à température constante les iodomercurates qui cristallisent dans les solutions aqueuses et j'ai déterminé leur composition par la méthode des restes de Schreinemakers. J'ai employé les mêmes techniques et les mêmes méthodes analytiques que pour les iodomercurates de potassium ([1]). Bien que la séparation des deux iodures (par sublimation de l'iodure mercurique) soit plus difficile dans le cas des sels de cæsium que dans le cas des sels de potassium, les résultats obtenus sont satisfaisants, à condition de chauffer assez longtemps la substance analysée ([2]).

Le diagramme ci-dessus résume les résultats que j'ai obtenus à 34°. La courbe de solubilité se compose de cinq branches : les branches 1 et 5, très courtes, sont respectivement relatives à l'iodure mercurique et à l'iodure de cæsium; les branches 2, 3 et 4 correspondent respectivement aux trois sels doubles : $3I^2Hg, 2ICs$; $I^2Hg, 2ICs$ et $I^2Hg, 3ICs$ dont la composition a été déterminée sans aucune ambiguïté par la méthode des restes. Les branches 1 et 2 sont dans le prolongement l'une de l'autre, mais l'aspect du sel $3I^2Hg, 2ICs$ jaune est très différent de l'aspect de l'iodure mercurique; aussi le point singulier $I^2Hg + 3I^2Hg, 2ICs$ (point A) a-t-il été déterminé sans qu'il ait été besoin d'analyser le résidu.

Cette étude confirme l'existence à 34° de trois des sels préparés par Wells. Elle n'a révélé l'existence d'aucune autre combinaison à cette température.

Des expériences sont en cours pour rechercher les iodomercurates de cæsium susceptibles de cristalliser des solutions aqueuses à des températures différentes de 34°.

([1]) Mlle M. Pernot, *Annales de Chimie*, 10e série, 15, 1931, p. 9.

([2]) Composition centésimale de la substance analysée :

	1.			2.		
	I^2Hg.	ICs.	H^2O.	I^2Hg.	ICs.	H^2O.
Calculée..........	38,4	27,1	34,3	16,8	33,4	49,6
Trouvée..........	38,4	27,2	34,3	16,7	33,4	49,7

CHIMIE ORGANIQUE. — *Acétylation comparée des naphtols.* Note de M. **Alfred Leman**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avions commencé l'étude de la différence de réactivité des hydrogènes naphtoliques du dihydroxy-naphtalène-1.7 (I), en vue de comparer l'activité chimique [1] des fonctions α et β des naphtols. Les essais de monoacidylation ne nous avaient pas permis de résoudre la question, et nous avions conclu que la réactivité des deux hydroxyles était à peu près du même ordre.

Nous avons repris la question à son début, et étudié comparativement l'acétylation des deux naphtols de base : α et β, puis de deux dihydroxynaphtalènes : le 1.7 (I) et le 1.5 (II); le premier ayant un hydroxyle en α et un en β, le second ayant ses deux hydroxyles en α.

1° *Acétylation comparée des naphtols α et β*, par l'anhydride acétique en milieu acétique, à froid, *en catalysant par deux gouttes de* SO^4H^2 *conc.* — Chacun des deux naphtols se dissout partiellement dans l'acide acétique mais avec l'α-naphtol nous constatons un fort refroidissement. On ajoute alors peu à peu l'anhydride acétique jusqu'à un excès de 100 pour 100. L'α-naphtol se dissout complètement, le β incomplètement. L'addition d'une goutte de SO^4H^2 provoque un échauffement; la solution de l'α-naphtol passe alors du jaune orangé au jaune citron, celle du β-naphtol, complètement dissous en quelques secondes, est jaune brunâtre. On précipite par l'eau. Les rendements sont très voisins : 93 pour 100 pour l'α-naphtol, 95 pour 100 pour le β. Les deux acétates sont à peu près purs d'emblée : F. 45° pour le premier, F. 69°,5 pour le second. On a donc ici une acétylation facile qui ne permet pas de différencier les deux naphtols.

2° *Acétylation pyridinée : a. des naphtols α et β.* — Nous avons ensuite comparé l'acétylation des naphtols par l'anhydride acétique en milieu pyridinique, suivant la technique indiquée par MM. Delaby et Sabetay [2] pour le dosage des hydroxyles alcooliques, mais nous avons cherché à contrôler l'influence de la température et de la durée d'action. Voici quelques taux d'acétylation :

---

[1] Léon Palfray et A. Leman, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1328-1331.

[2] *Bull. Soc. Ch.*, 5e série, 2, 1935, p. 1720-1721.

	α-naphtol.	β-naphtol.
A 100° (1 heure)	98,6	99,9
A 100° (15 min.)	98,4	99,9
A 35° (15 min.)	99,7	99,8
A 12° (15 min.)	99,4	99,3

L'acétylation est donc pratiquement complète pour les deux naphtols α et β, même après un court chauffage au bain-marie à 35°; à froid, elle est à peine moins complète. On remarquera qu'à 100°, le taux d'acétylation de l'α-naphtol est un peu moins élevé, mais on sait que dans l'entraînement à la vapeur d'eau l'acétate d'α-naphtyle s'hydrolyse facilement, et c'est là peut-être la raison de la diminution observée.

Acétylation pyridinée : b. des dihydroxy-1.5 et 1.7. — Nous appliquons la même méthode. Les virages sont délicats par suite de la coloration des liqueurs, il faut avoir soin de diluer les solutions, soit avec de l'eau, soit avec de l'alcool, et de contrôler les virages phtaéline par des touches au papier de phtaléine : voici les taux respectifs d'acétylation :

	Dihydroxy-1.5.	Dihydroxy-1.7.
A 100° (1 heure)	98,3	95,85
A 50° (15 min.)	99,7	90,8
A 35° (15 min.)	97,4	86,0
A 12° (15 min.)	91,2	81,1

Nous pouvons tirer les conclusions suivantes : 1° pour le dosage des dihydroxy, il faut prendre une quantité d'anhydride acétique double environ de la quantité théorique; 2° pour le 1.5, on peut se contenter d'un chauffage de 15 minutes à 50°, tandis que pour le 1.7, il manque environ 4 pour 100 après un chauffage d'une heure à 100°; 3° au contraire de ce qui se passe pour les naphtols α et β, la diacétylation est incomplète à 35° ou à froid, surtout pour le 1.7.

3° *Essais d'acétylation partielle en milieu acide acétique.* — Nous avons maintenant essayé l'acétylation par l'acide acétique lui-même, soit à 100 pour 100, seul ou en présence d'une ou deux gouttes de SO^4H^2, soit à 50 pour 100 d'eau, en chauffant à 100° jusqu'à 3 heures : il n'y a pratiquement pas d'acétylation (au contraire, l'α-naphtol et le dihydroxy-1.7 semblent se transformer en produits acides, absorbant de l'alcali au dosage).

Nous avons alors étudié l'action du mélange acide + anhydride acétiques en proportions diverses, *sans casalyseur*. Voici quelques résultats : d'une part en pour 100 d'acétylation complète, d'autre part en pour 100 de

l'acétylation du β-naphtol prise comme terme de comparaison (essais à 100° sur 1/100° de molécule pour les naphtols, 1/200° pour les dihydroxy).

Mélange acétylant.	Temps (min.).	α-naphtol %.	β-naphtol %.	Dihydroxy- 1.5.	Dihydroxy- 1.7.	α-naphtol %.	Comparé au β-naphtol. dihyd.-1.5.	Comparé au β-naphtol. dihyd.-1.7.
Acide acétique								
+ 50 % d'anhyd....	30	15,9	30,8	–	–	51,4	–	–
+ 50 » » ..	95	41,5	57,1	27,6	54,2	72,7	48,2	94,9
+ 75 » » ..	70	36,1	49,0	40,2	44,8	73,7	82,1	91,5
+ 100 » » ..	60	3,1 (??)	40,8	14,8	30,3	7,7 (??)	36,2	74,3

Donc, en milieu acétique, le β-naphtol est le plus réactif des naphtols étudiés; ensuite vient le dihydroxy-2.7; on ne peut se prononcer sur le rang respectif de l'α-naphtol et du dihydroxy-1.5.

Conclusions. — L'acétylation des hydroxyles naphtoliques par l'anhydride acétique nous a permis d'établir une différence de réactivité entre les deux fonctions α et β-naphtol :

1° *En milieu pyridinique : a*, les hydroxyles des naphtols α et β sont très réactifs : en effet, acétylation complète à froid en 15 minutes, d'où nous déduisons une méthode facile de dosage des naphtols; *b*, ces hydroxyles sont plus réactifs que ceux des dihydroxy naphtalènes : ceux-ci semblent donc diminuer mutuellement leur réactivité; *c*, les hydroxyles du dihydroxy-1.5, en α, sont plus réactifs que ceux du 1.7 (dont l'un est en β).

2° *En milieu acétique seul : a*, l'hydroxyle du β-naphtol a plus de réactivité que celui de l'α, puisque dans les essais d'acétylation partielle, l'acétylation est plus complète; *b*, le dihydroxy-1.7 est moins réactif que le β-naphtol, mais plus que l'α-naphtol et que le dihydroxy-1.5.

En résumé, en milieu acétique (milieu acide ?), l'hydroxyle naphtolique en β serait plus réactif qu'en α; il serait moins réactif au contraire en milieu pyridinique (milieu basique?).

TECTONIQUE. — *Application de la loi des plis posthumes aux dislocations du Poitou. Quelques relations entre les massifs primaires de Vendée et du Limousin.* Note [1] de M. **Gilbert Mathieu**, présentée par M. Ch. Barrois.

Les dislocations récentes du Détroit Poitevin ont fait déjà l'objet de nombreuses études; J. Welsch [2] en particulier a présenté un tableau

[1] Séance du 3 février 1936.

[2] *Bull. Soc. Géol. France*, 4° série, 3, 1903, n° 7, p. 882.

d'ensemble de ces plis et cassures. Welsch distingue, du Sud au Nord, les plis suivants : I. *Anticlinal de Montalembert;* II. *Synclinal de Lezay-Saint-Maixent;* III. *Anticlinal de Champagné-Saint-Hilaire;* IV. *Synclinal de Vivonne;* V. *Anticlinal de Ligugé.*

L'étude de la terminaison sud-est du Massif Primaire de la Vendée (Gâtine) nous a montré ([1]) que le *Synclinal tertiaire de Saint-Maixent* (effondrement analogue à celui de la fosse jurassique de Chantonnay) était dans le prolongement exact du grand pli synclinal hercynien : *Lac de Grand-Lieu, la Ville-Dé-D'Ardin* qui renferme le Dévonien et le Carbonifère de Vendée. D'autre part le *horst tertiaire de Mervent* est superposé à un anticlinal gneissique hercynien ou ante-hercynien. Or ce horst de Mervent se continue au Sud-Est par les *horsts de Laissert* et *Saint-Pompain*, au sud de Coulonges-sur-l'Autise. Ils forment un trait d'union entre le horst de Mervent et le grand *anticlinal de Montalembert* prolongé au Nord par les failles de Chambrille (rejet 100^m) et de Charveux. Puisque la loi des plis posthumes se vérifie en Vendée, il en résulte que les anticlinaux tertiaires du Poitou, en relations avec les horsts vendéens, sont eux aussi superposés à de vieux plis hercyniens. Comme les dislocations du Poitou se continuent jusqu'aux abords du Massif Primaire du Limousin, ces accidents nous offrent un moyen de comparaison entre la Vendée et le Limousin.

En exécutant à l'échelle du 320000e une carte géologique d'ensemble de Nantes à Limoges nous avons fait les constatations suivantes :

1° L'anticlinal des gneiss et amphibolites *les Essarts-Mervent* (Vendée) qui se manifeste à travers le Détroit Poitevin, par le grand anticlinal *Montalembert-Nanteuil-en-Vallée-Saint-Claud*, atteint le Massif Central dans la région des gneiss, leptynites et amphibolites de Rochechouart (environs de Roumazières).

2° *L'anticlinal de Champagné-Saint-Hilaire* sort du Massif Vendéen par le Terrier du Fouilloux, il passe par Lusignan, forme le *horst de Voulon* au sud de Vivonne puis celui de Champagné-Saint-Hilaire (les failles de direction sud-armoricaines qui limitent ce horst ont un rejet de 100^m); il se continue par la *faille de la Brunetière* dans la haute vallée du Clain et aborde le Massif Primaire du Limousin à Availles-Limousine. Or la granulite du Terrier du Fouilloux est limitée au Nord-Est par la faille de Vasles (rejet de plus de 100^m) en relation avec le long filon de quartz blanc qui

---

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2202.

traverse la granulite sur 60^{km} environ jusqu'à Bressuire et au village du Pin (Deux-Sèvres). Il est frappant de constater que dans le Limousin également la faille de la Brunetière se continue par le long filon de quartz [1] levé par M. de Launay sur la feuille de Confolens [2] depuis Availles jusqu'à Oradour. Cette cassure remplie par le quartz traverse sur une longueur de 60^{km} les phyllades et la granulite. Depuis Bressuire (Deux-Sèvres) jusqu'à Oradour (Haute-Vienne) nous avons une série de dislocations de direction sud-armoricaine qui dans l'ensemble forme une immense cassure longue de 130^{km}.

3° Pour l'anticlinal de Ligugé il est difficile d'indiquer actuellement son raccordement exact avec les massifs du Limousin et de Vendée.

4° Quant à l'affleurement de granulite de Melle situé en plein pays jurassique, il semble bien constituer le prolongement des massifs de granulite du Bas-Bocage (Palluau, La Roche-sur-Yon et Bournezeau) ces massifs étant à l'ouest de l'axe de Montalembert-Mervent-les-Essarts.

Au point de vue de la direction des lignes de plissements, si la cassure *Bressuire-Champagné-Oradour* est en ligne droite, l'anticlinal de Montalembert présente une *torsion vers l'Ouest* entre Saint-Maixent et Saint-Pompain. Les failles de la bordure nord du Bassin d'Aquitaine, étudiées par J. Welsch [3] aux environs de Niort et par M. Gérard Waterlot [4] autour de Fontenay-le-Comte sont dirigées WNW-ESE. Elles viennent finir contre la faille maîtresse de Chambrille et présentent un rejet décroissant de Niort vers Fontenay. C'est l'inflexion de l'axe de Montalembert dans la région de Saint-Maixent qui a déterminé la formation de ce faisceau de cassures multiples et du phénomène de relaiement des failles si net sur la feuille de Niort. Dans le Massif Primaire de Vendée, les lignes de plissements du Bas-Bocage indiquées par les *phtanites* sont presque Est-Ouest (région de la Roche-sur-Yon et région côtière). Elles viennent donc

---

[1] Tous les filons de quartz indiqués sur les différentes feuilles du Limousin ne sont pas constitués par du quartz blanc massif. Sur la première édition de la Carte Géologique de Tulle, n° 173, levée par Mouret (1896) nous avons constaté que le grand filon du Puy-de-l'Age au sud-est de Paizac (Dordogne) et les petits filons en relation avec la bande de *Porphyroïde* de Génis sont formés par un quartzite grenu veiné de quartz et avec passage au psammite.

[2] *Notice de la feuille de Confolens au* 1/80000e, n° 154, 1898.

[3] *Feuille de Niort au* 80/000e, n° 142, parue en 1903.

[4] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1495-1497.

rejoindre le grand axe gneissique Les Essarts-Mervent qui a repris la direction NW-SE (dites des Cornouailles).

C'est pour ces raisons que la ligne anticlinale *Lac de Grand Lieu*, *Les Essarts*, *Mervent*, *Montalembert*, *Saint-Claud*, *Roumazières*, nous apparaît comme la pièce maîtresse de la tectonique de cette région.

Il en résulte que le *sillon houiller de Vendée* situé au Nord des gneiss ne peut être considéré comme le prolongement du *Bassin stéphano-permien de Brive-Terrasson* qui apparaît bien au Sud des gneiss de Rochechouart et de Saint-Yrieix.

ZOOLOGIE. — *Sur un mode de régénération des appendices locomoteurs, particulier aux Crangon.* Note de Mme **Louise Nouvel**, présentée par M. Charles Gravier.

J'ai étudié les processus régénérateurs après amputation des péréiopodes chez des Crevettes appartenant à différentes familles. Dans presque tous les cas, tout au moins en ce qui concerne les sections effectuées au plan d'autotomie ou de moindre résistance, l'évolution du régénérat est identique à celle que j'ai décrite chez *Leander serratus* ([1]).

Or, chez la Crevette grise, *Crangon crangon* (L.) (= *vulgaris* Fabr.), les processus régénérateurs présentent une évolution notablement différente.

Considérons d'abord le cas de la perte d'un péréiopode au plan de moindre résistance (entre le basipodite et l'ischiopodite) immédiatement après la mue.

Quelques instants après l'amputation, il se forme un caillot cicatriciel qui se charge de mélanine et prend très rapidement une teinte noire. L'examen journalier ne révèle aucune modification jusqu'à la mue suivante qui libère subitement une patte miniature. A aucun moment, par conséquent, il n'est apparu à la limite distale du basipodite, de bourgeon externe qui après avoir refoulé ou percé la membrane cicatricielle, se serait accru journellement.

Chez *Crangon*, l'évolution du blastème s'effectue donc à l'intérieur du moignon.

Considérons maintenant les cas où la mue intervient à des temps de plus en plus éloignés de l'ablation.

([1]) L. Nouvel, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 611.

Si la mue survient dans les deux jours qui suivent l'amputation, la surface cicatricielle, tout comme dans le cas précédent, n'accuse aucune modification jusqu'à la mue suivante qui libère une patte miniature. Lorsque la mue a lieu de 3 à 6 jours après la perte de l'appendice, on voit apparaître à ce moment une sorte de bourgeon dont la croissance, jusqu'à la prochaine mue, est à peu près négligeable. Cette dernière mue libère une patte miniature. Enfin, si la mue s'effectue au delà du 6e jour après l'ablation, il apparaît toujours une patte miniature.

Ces pattes miniatures dégainées, soit à la première mue, soit à la seconde, ont des tailles d'autant plus grandes que la durée de l'évolution du bourgeon a été plus longue. Aux mues suivantes, ces pattes miniatures grandissent et se rapprochent peu à peu de la taille de l'appendice normal. Pour une ablation faite lors du rejet de l'exuvie de l'animal, ce n'est qu'à la troisième mue et parfois même à la quatrième, que l'appendice réédifié atteint la taille de la patte intacte, qui lui fait face.

Les faits que je viens de décrire montrent que dans le cas du *Crangon*, il y a une étape morphologique critique qui correspond donc à une différenciation suffisante pour que le bourgeon puisse libérer une patte miniature à la mue. Cette différenciation critique a lieu entre le 6e et le 7e jour après l'amputation, pour des individus de taille moyenne (35^{mm} environ) et au 8e jour, pour des individus plus grands (40 à 50^{mm}).

J'ai donné à ce moment précis de l'évolution du bourgeon, le nom de *seuil critique de différenciation.*

Je puis donc conclure que le temps minimum nécessaire pour que la mue libère une patte miniature correspond aux deux tiers de l'intervalle de temps séparant deux mues consécutives.

Si la mue survient quelques heures avant que ce seuil de différenciation soit atteint, le régénérat présente une allure intermédiaire entre un bourgeon et une patte miniature. Les constrictions des articles sont déjà assez bien marquées, mais les articulations ne sont pas fonctionnelles; le dactylopodite reste en extension au lieu d'être rabattu sur le propodite et la croissance est rigoureusement nulle jusqu'à l'exuviation suivante. Au seuil même, la patte miniature est très petite et pas tout à fait motile.

Ce mode de régénération d'un appendice locomoteur amputé, au plan de moindre résistance ou d'autotomie, est donc différent de ceux qui ont été décrits pour les autres Crustacés Décapodes. En effet, chez les autres *Natantia* et chez les *Reptantia* Macroures, il se forme toujours un bourgeon accrescent qui se montre dès les premiers jours qui suivent l'amputation et

dans lequel les articles se différencient bout à bout; chez les Brachyoures, il se développe également un bourgeon externe, dans lequel les articles sont repliés les uns contre les autres. (Toutefois, le temps de latence peut être plus ou moins long.) Enfin, chez les Anomoures on remarque une disposition intermédiaire entre celle des Brachyoures et celle des Macroures [1].

J'insisterai sur le fait que c'est là, à l'actif des *Crangon*, une particularité supplémentaire qui, ajoutée à plusieurs autres déjà connues, doit contribuer à les distinguer nettement des autres Crustacés *Natantia*.

ZOOLOGIE. — *Situation particulière de l'organe nasal nadiral des Téléostéens dyssymétriques de la famille des* Achiridæ. Note de M. **Paul Chabanaud**, présentée par M. M. Caullery.

L'un des caractères que possèdent en commun les *Achiridæ*, les *Soleidæ* et les *Cynoglossidæ* consiste en l'indépendance de la position de l'organe nasal nadiral par rapport à la situation définitive de l'œil migrateur; l'organe nasal nadiral, une fois accomplie la migration oculaire, conservant avec le complexe prémaxillo-maxillaire subjacent, des rapports de distance sensiblement identiques à ceux qui existent entre ce même complexe et l'organe nasal zénithal. Cela à l'opposé de ce qui existe dans les trois autres grandes familles de Téléostéens dyssymétriques, les *Psettodidæ*, les *Scophthalmidæ* et les *Pleuronectidæ*, où l'on voit l'organe nasal nadiral entraîné, à la suite de l'œil migrateur, dans un mouvement transversal, qui, en l'éloignant de la bouche, acquiert parfois une ampleur telle que les deux narines nadirales s'ouvrent sur le canthus céphalique dorsal.

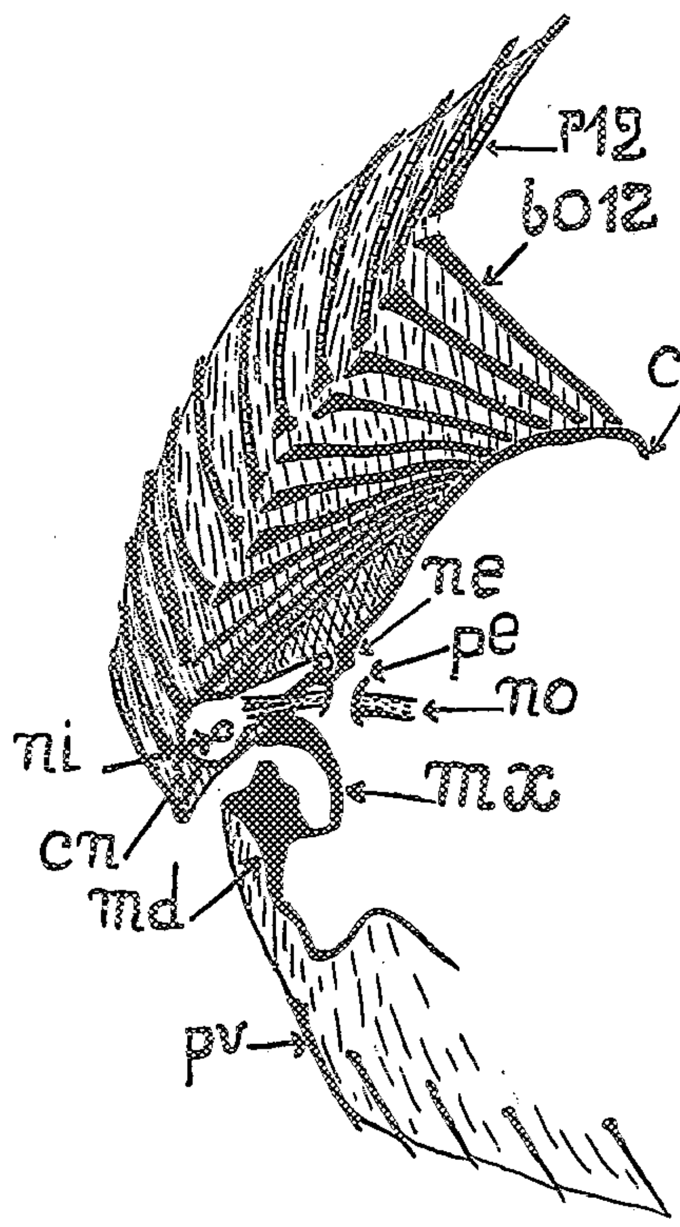
C'est aussi le propre des *Achiridæ*, des *Soleidæ*, comme des *Cynoglossidæ* que leur nageoire dorsale se développe caudo-rostralement sur le crâne, suivant des proportions très variables selon les genres, mais qui peuvent devenir considérables, au point que cette nageoire, dépassant le museau, se prolonge parfois jusqu'en avant des mâchoires et contourne même la mandibule, de telle sorte que ses rayons antérieurs en arrivent à occuper une position ventrale.

Pareille extension vers l'avant (*antrorse*) de la nageoire dorsale est très

---

[1] Ch. Perez, *Soc. Ent. Fr., Livre du Centenaire*, 1932, p. 473.

fréquente chez les *Cynoglossidæ*; quelques genres de *Soleidæ* en offrent l'exemple, entre autres le genre *Heteromycteris*, où le processus préoral, constitué par cette nageoire dorsale, peut venir en contact avec l'une des nageoires pelviennes (*Heteromycteris proboscideus* Chab.).



bo 12, 12ᵉ baséoste épicranien; *cn*, capsule nasale (en blanc); *cr*, contour du crâne et des mâchoires; *md*, mandibule; *mx*, complexe prémaxillo-maxillaire; *ne*, narine exhalante; *ni*, narine inhalante; *no*, nerf olfactif; *pe*, pleurethmoïde nadiral; *pv*, nageoire pelvienne zénithale; *r* 12, 12ᵉ rayon dermal de la nageoire dorsale.

Même dans ce cas extrême, l'organe nasal nadiral demeure en place: la capsule cartilagineuse est toujours en contact direct avec le complexe ethmoïdien et les deux narines s'ouvrent, comme d'habitude, au-dessus de la fente buccale.

Chez les *Achiridæ*, le prolongement rostral de la nageoire dorsale, privé de l'érisme épicranien que j'ai décrit chez les *Soleidæ*, n'atteint jamais les proportions de celui des *Heteromycteris* ou des *Cynoglossidæ;* mais, pour modérée qu'elle soit, l'extension antrorse de la nageoire dorsale détermine un déplacement caudo-rostral de l'organe nasal nadiral *cn*, par suite de

quoi, dans cette famille des *Achiridæ*, seul, l'orifice exhalant *ne* surplombe la bouche, tandis que l'orifice inhalant *ni* se trouve en avant des mâchoires. Cet orifice inhalant *ni* s'ouvre un peu en arrière du centre d'une volumineuse protubérance épidermique, profusément ciliée ou frangée et que circonscrit un profond sillon dénudé. La dissection révèle un étirement de la capsule cartilagineuse (voir figure) qui, perdant tout rapport direct avec le crâne, auquel ne la relie plus que du tissu conjonctif lâche, devient solidaire des rayons internes (*baséostes*) épicraniens antérieurs *bo* et fait, dès lors, réellement partie de la nageoire dorsale.

Le transport de l'organe nasal dans une région appendiculaire est un fait remarquable, dont les *Achiridæ* sont seuls jusqu'ici à offrir l'exemple dans la classe entière des Poissons.

La figure ci-dessus est un peu schématique, afin de mieux montrer l'essentiel de cette particularité morphologique. Le dessin a été fait, en partie, d'après une radiographie d'*Achiropsis normani* Chab. et en partie d'après plusieurs dissections. Le tissu membraneux des nageoires est hachuré; le nerf olfactif *no*, que l'on voit traversant le pleurethmoïde nadiral *pe* et se terminant dans la capsule nasale, est pointillé.

ZOOLOGIE. — *Sur la localisation de l'hémoglobine et de ses dérivés chez quelques Aphroditiens.* Note de Mlle Claudette Raphaël, présentée par M. Charles Pérez.

Ray Lankester a démontré spectroscopiquement que la belle coloration rouge de la chaîne nerveuse des Aphrodites était due à la présence d'hémoglobine et a décelé également ce pigment dans la masse musculaire de la gaine pharyngienne. J'ai localisé avec précision l'hémoglobine et ses dérivés dans les tissus indiqués ci-dessus ainsi qu'en quelques autres régions du corps.

En particulier, l'appareil circulatoire, fort peu développé d'ailleurs, réputé jusqu'ici comme dépourvu d'éléments colorés, renferme, en réalité, une petite quantité d'hémoglobine.

La gaine pharyngienne a un aspect très différent suivant les individus; sa couleur varie du jaune orangé au marron clair; à l'examen microscopique superficiel on voit une sorte de réseau plus ou moins serré dont les mailles sont occupées par le tissu pigmenté. J'ai pu déterminer que cette

pigmentation était due à de l'hémoglobine ou à de ses dérivés. D'une façon générale le simple examen de la gaine pharyngienne au spectroscope à vision directe (modèle de poche) donne un spectre d'oxyhémoglobine musculaire. Après réduction des pigments enfermés dans le tissu par une solution faiblement alcaline d'hydrosulfite, on constate l'apparition d'un spectre discret de cytochrome réduit. Après addition de pyridine, j'ai obtenu un spectre intense d'hémochromogène ordinaire, qui prouvait la présence d'hématine ordinaire, ainsi qu'une très légère bande d'hémochromogène du cytochrome A. Après une étude histologique, j'ai pu localiser ces pigments par le procédé histochimique de Lison. Le tissu où sont accumulés les produits hémoglobiques correspond à des massifs de cellules glandulaires semés parmi les cellules épithéliales.

La base des papilles qui garnissent le bord de la gaine pharyngienne présente également une accumulation d'hématine et d'une façon moins constante de l'oxyhémoglobine.

Mais il existe des tissus où s'accumulent en quantité beaucoup plus considérable les dérivés de l'hémoglobine. On sait que l'appareil digestif des Aphroditiens (d'*Aphrodite aculeata* Claparède en particulier) se compose d'un tube digestif axial se prolongeant métamériquement par des expansions latérales qui, après avoir traversé la musculature, se bifurquent pour se terminer d'une part en ballonnets remplis d'un liquide noir, d'autre part en digitations généralement d'un beau jaune en relation intime avec l'élytrophore, poche épidermique représentant l'attache de l'élytre sur le corps de l'Aphroditien. Le fait qu'on ne rencontre presque pas de résidus alimentaires dans ces cæcums, leur structure différente de celle du tube digestif central, ont fait discuter leur rôle dans la digestion (Darboux, puis Jordan). Je n'ai pas étudié leurs fonctions à ce point de vue mais j'ai constaté en tout cas que l'organe composé d'un cæcum et l'élytre à laquelle il aboutit représente un appareil de désintégration de l'hémoglobine.

Dès qu'on a débarrassé l'Aphrodite du feutrage superficiel qui la recouvre, les pigments des élytres attirent l'attention. On croyait qu'il s'agissait d'impuretés externes, mais j'ai constaté par des coupes histologiques que le pigment était accumulé sous la cuticule avant d'être expulsé à l'extérieur par les pores qui, de place en place, perforent celle-ci et la réaction du bleu de Prusse ou du sulfocyanure de potassium m'ont permis de les identifier comme des grains de sel de fer. D'autre part, au niveau de

l'élytrophore, on trouve des porphyrines caractérisées par leur fluorescence rouge en lumière para-ultraviolette. Quant au cæcum lui-même, sa coloration noire et jaune est due à la présence simultanée d'une quantité énorme d'hématine ordinaire (déterminée spectroscopiquement par sa réduction en hémochromogène) et de petites quantités de pigments biliaires. Ceux-ci ont été décelés par la réaction d'Obermayer pour la bilirubine et la biliverdine et pour l'urobiline par la fluorescence verte consécutive à l'addition du réactif d'Oliviero.

La présence d'hématine et de pigments biliaires dans les caecums, de porphyrine, de fer dans les élytres permet donc bien de conclure qu'il s'agit d'un lieu de désintégration de l'hémoglobine et d'excrétion et d'accumulation de ses produits de dégradation. Mais, d'autre part, la très grande quantité d'hématine accumulée dans les cæcums suggère l'hypothèse d'une réserve pouvant servir à la fabrication d'hémoglobine. Quant à l'hématine et à l'hémoglobine de la gaine pharyngienne et de ses papilles, elles représentent sans doute une réserve d'oxygène comparable à celle trouvée au niveau du système nerveux et pouvant être utilisée lorsque l'animal se trouve dans de mauvaises conditions, asphyxiques par exemple.

J'ai obtenu des résultats analogues dans les différents groupes d'Aphroditiens. J'ai observé en particulier la localisation de l'hématine dans les cæcums digestifs de *Lepidonotus squamatus* Saint-Joseph, *Halosydna gelatinosa* Sars, *Lagisca extenuata* Grube, *Sthenelais Boa* Johnston. Les élytres ont également une fluorescence rouge et sont recouvertes de grains de sel de fer en quantité variable. La petite taille des organes de ces divers animaux n'a pas permis une étude aussi précise que celle faite sur *Aphrodite aculeata* Claparède et je n'ai pas pu déceler les pigments biliaires. D'autre part, il faut noter que les Hermiones qui sont si rapprochées des Aphrodites par un grand nombre de caractères et en particulier par la localisation des produits hémoglobiques, présentent une particularité importante : c'est le seul genre d'Aphroditiens parmi ceux que j'ai étudiés dont le système nerveux soit incolore.

PHARMACODYNAMIE. — *De l'influence de l'acide combiné à la base sur le pouvoir anesthésique de différents sels de para-aminobenzoyldiéthylamino-éthanol (base de la novocaïne).* Note de MM. **Jean Régnier**, **Raymond Delange** et **Robert David**, présentée par M. Alexandre Desgrez.

Nous avons montré [1] que l'action anesthésique exercée par la cocaïne sur la cornée varie suivant la nature de l'acide utilisé pour solubiliser la base anesthésique. En particulier, à concentration égale en base, une solution non chauffée de phénylacétate de cocaïne est environ 60 fois plus active qu'une solution de citrate de cocaïne de même pH.

Nous avons cherché à retrouver les mêmes phénomènes en utilisant la base de la novocaïne : para-aminobenzoyldiéthylaminoéthanol, qui a l'avantage, sur la cocaïne, d'être nettement moins toxique, et de ne pas présenter de propriétés stupéfiantes.

Les solutions à étudier ont été préparées en faisant dissoudre, à température aussi basse que possible, $0^{g},866$ de base dans 100^{cm^3} d'eau distillée additionnée de la quantité nécessaire de chaque acide pour atteindre un pH voisin de 5,4. On obtenait ainsi une solution contenant le même titre en base que le chlorhydrate de para-aminobenzoyldiéthylaminoéthanol (novocaïne ordinaire) à 1 pour 100, et ayant le même pH. Le pouvoir anesthésique de ces solutions a été déterminé par la méthode présentée par l'un de nous [2], sur la cornée du lapin, avant et après stérilisation à l'autoclave (15 minutes à 110°) [3].

Nous avons ainsi constaté, conformément aux résultats précédemment obtenus, que le pouvoir anesthésique des différents sels de para-amino-benzoyldiéthylaminoéthanol varie, dans des proportions considérables, suivant l'acide utilisé. Alors que certains acides (orthophtalique, hippurique, nicotique) annulent, dans les conditions de nos essais, toute activité de la base anesthésique, d'autres augmentent très fortement cette activité. C'est ainsi qu'en substituant à l'acide chlorhydrique les acides phénylbutyrique, undécolique et phénylbutylacétique, nous avons augmenté respectivement de 50, 55 et 63 fois l'activité anesthésique du para-aminobenzoyldiéthyl-aminoéthanol.

De l'ensemble de nos essais, qui ont porté sur près de 50 acides orga-

(1) J. Régnier et R. David, *Comptes rendus*, 1935, 200, p. 1428.

(2) J. Régnier, *Bul. Sc. pharmac.*, 30, 1923, p. 580 et 646.

(3) Les détails de ces préparations et essais physiologiques et cliniques seront publiés dans un autre Recueil.

niques différents, nous pouvons dégager un certain nombre d'indications générales : le pouvoir anesthésique du sel augmente avec le nombre des atomes de C de l'acide utilisé (ce fait est particulièrement net pour les acides de la série benzoïque); il diminue avec l'introduction de toute fonction supplémentaire ($-CO^2H$, $-OH$, $-NH^2$, $-Br$, fonction acétylénique), dans la molécule de l'acide. Cette nouvelle fonction exerce une action d'autant plus défavorable qu'elle est placée plus près du groupement acide primordial.

Parmi tous les sels essayés, nous en avons choisi deux, le phénylpropionate et l'isobutyrate, qui présentent l'ensemble indispensable des qualités suivantes : bonne activité anesthésique, conservation de cette activité à la stérilisation et au vieillissement, faible toxicité, absence de pouvoir irritant sur les tissus, bonne solubilité dans l'eau.

Le phénylpropionate a été utilisé, en clinique, sur les muqueuses du nez, de la gorge, du rectum et a donné des résultats largement comparables à ceux que donne le chlorhydrate de cocaïne au même titre. Il présente, sur ce dernier sel, l'avantage de ne pas produire de phénomènes subtoxiques. Il a été également utilisé avec succès, en injection intrarachidienne, ou dans les tissus.

L'isobutyrate a été choisi pour les applications ophtalmologiques en raison de son absence d'action irritante. Il donne, lui aussi, des résultats comparables à ceux que produit le chlorhydrate de cocaïne au même titre, sans avoir l'inconvénient de provoquer une dilatation pupillaire gênante.

En résumé, nous avons, en étudiant l'activité anesthésique sur la cornée du lapin de nombreux sels organiques du para-aminobenzoyldiéthylaminoéthanol, montré à nouveau l'importance de l'acide combiné à la base. Certains acides annulent l'action anesthésique, d'autres l'amplifient. Les essais cliniques, en applications superficielles ou en injections, poursuivis avec deux de ces derniers sels, le phénylpropionate et l'isobutyrate, ont permis de retrouver les mêmes effets.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la vision en lumière dirigée.* Note de M. **Yves Le Grand**, présentée par M. Charles Fabry.

Les imperfections de la vision normale proviennent en grande partie de la qualité médiocre des milieux qui contribuent à former l'image rétinienne. Cette optique défectueuse empêche de profiter de toutes les qualités du récepteur rétinien, sauf dans certains cas extrêmes de forte

brillance et grands contrastes. D'où l'intérêt des méthodes qui permettent d'étudier la vision tout en éliminant ces défauts optiques, au moins en partie.

J'ai décrit précédemment ([1]) un dispositif qui, par l'emploi de franges d'interférence localisées sur la rétine, mesurait le pouvoir séparateur visuel indépendamment des irrégularités de l'œil. La présente Note a pour but d'indiquer un principe plus général qui satisfait aux mêmes conditions.

Soit une source lumineuse quasi ponctuelle A placée sur l'axe d'une lentille L qui en donne une image réelle A'. L'observateur s'installe de façon à ce que l'image A' se forme dans le plan de la pupille d'un de ses yeux et il regarde L; la surface de la lentille lui paraît uniformément brillante. On dispose en outre devant la lentille deux fils tendus parallèlement et dont l'écartement est réglable; ces fils serviront à mesurer le pouvoir séparateur visuel.

Prenons comme lentille L un bon objectif; l'image A' est extrêmement petite, et se confond à la limite, pour A ponctuel, avec la figure classique de diffraction; dans le plan de la pupille, l'énergie lumineuse se concentre sur une surface minuscule. Le pinceau qui formera l'image rétinienne possède la même ténuité que si l'on avait diaphragmé à l'extrême la pupille en regardant à travers un trou de quelques centièmes de millimètre. Mais avec une telle pupille artificielle, la diffraction brouillerait l'image rétinienne. Dans notre méthode au contraire le faisceau n'est pas diaphragmé et l'image rétinienne reste parfaitement nette ([2]), du moins lorsque le pinceau lumineux utilise dans l'œil des trajets de bonne qualité.

En promenant l'image A' sur la pupille, on peut explorer ces divers trajets optiques de l'œil; on constate que la plupart sont médiocres et quelques-uns excellents. Dans la vision normale où tous sont utilisés à la fois, les bons trajets suffisent à assurer la finesse de la vision, et les mauvais noient les contrastes sous un flot de lumière grossière. Aussi peut-on prévoir qu'aux fortes brillances la vision normale et la vision en lumière dirigée doivent donner des pouvoirs séparateurs voisins, tandis qu'aux faibles brillances la lumière dirigée sera plus avantageuse, à condition de choisir le trajet.

L'expérience confirme ces prévisions, et d'autant mieux que les fils sont plus fins. Voici quelques résultats pour des fils de 12″ de diamètre appa-

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 490.

([2]) Ce paradoxe optique avait été signalé par Lord Rayleigh (*Scientific Papers*, 5, p. 254).

rent; la première colonne indique les brillances, ramenées à 5mm d'ouverture pupillaire (1); les autres colonnes, le pouvoir séparateur, mesuré par la distance angulaire entre les axes des fils lorsqu'on perçoit les deux fils juste séparés :

Brillance (en stilbs).	Distance des fils (en secondes).	
	Lumière dirigée.	Vision normale.
4.10^{-2}	66	68
4.10^{-3}	68	77
4.10^{-4}	75	117
4.10^{-5}	90	208
4.10^{-6}	120	300 (?)

Ces résultats mettent en évidence le rôle essentiel joué par les défauts optiques de l'œil dans la baisse de l'acuité visuelle avec la brillance; le pouvoir séparateur rétinien s'affaiblit aussi, mais beaucoup moins vite.

Il est possible que chez certains sujets la dioptrique visuelle soit assez bonne pour que les deux pouvoirs séparateurs (de la rétine et de l'œil) se confondent sensiblement; mais pour la plupart des yeux, même corrigés au mieux de l'amétropie et de l'astigmatisme, un écart important doit se manifester aux faibles brillances.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Dosage du titane de l'organisme par extraction et photométrie.* Note de MM. **Louis Maillard** et **Jean Ettori**, présentée par M. Marcel Delépine.

La méthode repose sur l'extraction des moindres traces de titane par capture dans un précipité ferrique. Les cendres d'organe sont dissoutes dans SO^4H^2 d'abord concentré puis ramené à 5 pour 100 environ; on ajoute, si l'échantillon est pauvre en fer, quelques milligrammes de Fe III (sulfate); pour un échantillon riche en fer, cette addition ne serait qu'encombrante. Reste à choisir un précipité ferrique favorable aux opérations ultérieures.

Celui que donne la nitrosophénylhydroxylamine (cupferron) a l'avantage précieux de nous libérer aussitôt de l'acide phosphorique, qui reste dans le liquide si celui-ci, additionné d'acide tartrique, est suffisamment acide (2). A la teneur de 5 pour 100 en SO^4H^2, le précipité au cupferron

(1) C'est-à-dire que l'éclairement rétinien est le même que celui que produirait une source de cette brillance vue à travers une pupille de 5mm de diamètre.

(2) W. M. Thornton jr, *American Journal of Science*, 37, 1914, p. 407.

ne peut contenir d'autres métaux que Fe, Zr, Ti, (Cu) : lavé et calciné, il ne laisse d'autres résidus éventuels que Fe^2O^3, ZrO^2, TiO^2 (CuO). Le résidu d'oxydes, redissous dans SO^4H^2, additionné d'acide tartrique, neutralisé par NH^3 et réacidulé par SO^4H^2, est saturé de SH^2 puis alcalinisé par NH^3 : le précipité noir élimine en totalité Fe (ainsi que les traces de Cu que le cupferron aurait pu enlever à un échantillon particulièrement riche), mais laisse Ti dans la solution. Celle-ci, acidifiée par SO^4H^2, débarrassée de SH^2 en excès et du soufre, contient la totalité de Ti.

Il y a lieu de restreindre le volume de l'échantillon; mais le sulfate d'ammonium qu'il contient en abondance gênerait la concentration, sans parler de l'acide tartrique dont la destruction totale serait indispensable, sous peine de colorations parasites qui interdiraient toute colorimétrie. Nous préférons une deuxième capture du titane, par le zirconium cette fois. Additionné de quelques milligrammes de Zr (sulfate), puis de cupferron, le liquide donne à nouveau un précipité très maniable, dont l'incinération laisse ZrO^2 et TiO^2. Ces oxydes sont dissous dans quelques gouttes de SO^4H^2, qu'on porte dans un petit ballon de 10^{cm^3} avec les lavages; on ajoute $0^{cm^3},3$ de perhydrol, et l'on complète au trait 10^{cm^3}.

Ce volume de 10^{cm^3} suffit à remplir des tubes que nous avons construits en nous inspirant des tubes de polarimètre, mais en verre de calibre assez modéré pour permettre une longueur de 40^{cm}. Rien de plus aisé, avec nos tubes, que de *voir* la réaction pertitanique jaune sur le titane extrait de 100^g de muscle frais, ou même de 50^g. Le zirconium ne gêne pas.

La mesure peut se faire par comparaison avec des tubes semblables chargés d'étalons à teneur connue en Ti et qui encadrent de plus en plus étroitement l'échantillon, jusqu'à égalité. Cependant l'obligation de préparer extemporanément, pour chacun des échantillons, de multiples étalons, grève assez lourdement de travail.

Nous nous en affranchissons à l'aide du photomètre « graduel » de Pulfrich, qui exprime par un chiffre la transparence d'une colonne liquide, sinon pour une longueur d'onde isolée, du moins pour une région convenablement délimitée du spectre. Une fois pour toutes, avec des étalons de Ti soumis au perhydrol, nous avons construit une table et une courbe de transparence, auxquelles il suffit maintenant de confronter le chiffre de transparence lu au photomètre pour chaque échantillon.

Les observateurs exercés peuvent discerner un quarante-millième de milligramme ($0^{\gamma},025$), mais à cette dilution l'intrusion d'une poussière dans les solutions sulfuriques fausserait la mesure. Nous nous limitons au *dix-millième de milligramme* ($0^{\gamma},1$), notre méthode est ainsi *trois cents fois*

plus sensible que celle dont on disposait auparavant et dont la limite se situait vers $0^{mg},03$ soit 30^{γ}. Quant à l'exactitude, qualité différente de la sensibilité, elle ne semble pas, d'après les contrôles, inférieure à celle de bien des méthodes couramment acceptées.

Dès aujourd'hui nous pouvons affirmer la *présence du titane dans le muscle de l'Homme et d'autres Mammifères*, à teneur voisine de 8^{γ} (huit millièmes de milligramme) pour 100^{g} de tissus frais, *et dans le sang* à teneur de 3^{γ} seulement (trois millièmes de milligramme) pour 100^{g} de sang total. Il est tout naturel que des quantités si faibles se soient dérobées jusqu'ici aux chercheurs les plus réputés, qui ne disposaient d'une méthode aussi pénétrante.

CHIMIOTHÉRAPIE. — *Sur les propriétés antioxygènes des médicaments utilisés comme antithermiques*. Note [1] de MM. **Augustin Boutaric** et **Jean-A. Gautier**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. Dès leurs premières recherches sur les antioxygènes, Moureu et Dufraisse se sont demandé si les médicaments antithermiques n'interviendraient pas dans l'organisme en atténuant l'intensité des phénomènes d'oxydation. Bien que le mode d'action des antithermiques doive être sans doute extrêmement complexe, il nous a paru intéressant de rechercher si les plus caractéristiques d'entre eux ne seraient pas susceptibles de se comporter dans des conditions variées comme des catalyseurs négatifs d'oxydation.

Nos expériences ont porté sur une trentaine de composés du groupe des phénols, des arylamines, de la semi-carbazide, de la pyrazolone, des alcaloïdes utilisés comme médicaments antithermiques et sur quelques substances de ces mêmes groupes que leur toxicité écarte de la thérapeutique, mais dont les molécules comportent des radicaux auxquels on attribue habituellement la propriété fébrifuge.

2. *Oxydation de l'aldéhyde benzoïque.* — Dans des flacons de 250^{cm^3} on introduit $5^{g},3$ d'aldéhyde benzoïque pur et des masses des divers antithermiques, pris en solution alcoolique, égales à 1, 2 et 5 pour 1000 de la masse d'aldéhyde. Les flacons, bouchés afin d'éviter toute évaporation, mais non hermétiquement afin de permettre le contact atmosphérique, sont

[1] Séance du 10 février 1936.

installés à l'abri de la lumière dans une enceinte maintenue à 18°. Au bout de 15 jours, la plupart des antithermiques étudiés ont, à la dose de 2 pour 1000, entraîné une diminution de la quantité d'acide formé, cette diminution étant particulièrement nette avec les divers aminophénols, le sulfate de N-méthyl-paraminophénol, le pyramidon, l'aniline, la cryogénine, le sulfate de quinine, l'antipyrine (la proportion d'acide benzoïque voisine de 25 pour 100 pour le témoin, varie de 0,5 à 9 pour 100 en présence de ces antithermiques); cependant pour quelques-uns d'entre eux (acide salicylique, salol, semicarbazide), la quantité d'acide formé a été légèrement augmentée. L'effet antioxygène varie avec la dose d'antithermique : il est légèrement moins accentué à la dose de 1 pour 1000 et souvent aussi à celle de 5 pour 1000; le sulfate de quinine, qui est nettement antioxygène à la dose de 2 pour 1000, accélère l'oxydation à la dose de 5 pour 1000. Cette influence de la dose du catalyseur sur l'intensité et même le sens de l'action exercée n'est pas en désaccord avec les résultats fournis par les substances antioxygènes les plus typiques pour lesquelles Moureu et Dufraisse ont noté comme un fait essentiel la « parenté des catalyses inverses ».

3. *Oxydation du sulfate ferreux.* — Dans des flacons de 100^{cm^3}, on introduit 50^{cm^3} d'une solution décinormale de $SO^4Fe, 7H^2O$, et $0^g,05$, $0^g,1$ ou $0^g,25$ des divers antithermiques pris en solution alcoolique. Tous les flacons sont obturés par un simple tampon de coton et maintenus à 18°.

La marche de la réaction a été suivie en dosant colorimétriquement (par SCNK) sur des prises d'essais pratiquées tous les 8 jours pendant un intervalle d'environ 2 mois, la proportion des ions ferreux transformés en ions ferriques.

En milieu neutre, les résultats obtenus sont irréguliers, sans doute à cause de la floculation de l'hydrate ferrique produit et à l'action possible des antithermiques sur cette floculation. En milieu acide (une molécule de SO^4H^2 pour deux molécules de SO^4Fe), les courbes représentant la proportion d'ion ferrique formé en fonction du temps sont très régulières et indiquent généralement un ralentissement de l'oxydation en présence des antithermiques, surtout notable avec la cryogénine, la phénylhydrazine, les aminophénols (la proportion d'ions ferreux transformés en deux mois, égale à 25 pour 100 pour le témoin, est seulement de 10 à 15 pour 100). Dans les conditions des essais, les résultats obtenus varient peu avec la dose d'antithermique.

4. *Décoloration du bleu de méthylène par le tissu hépatique.* — En présence

de bicarbonate de sodium, le bleu de méthylène est décoloré par un extrait glycériné de tissu hépatique (foie de porc). L'un de nous (1) a signalé antérieurement que les antioxygènes usuels ralentissent généralement la décoloration. Nous avons constaté que la plupart des antithermiques se comportent d'une manière analogue, les résultats étant d'ailleurs légèrement différents suivant qu'ils sont introduits en solution aqueuse, en solution alcoolique ou mis en suspension. Les plus actifs à cet égard sont l'aspirine et la cryogénine pour lesquels la réduction se produit respectivement en 210 et 206 minutes au lieu de 46 minutes pour le témoin.

Les oxydoréductions au contact des tissus étant, parmi les phénomènes susceptibles d'être étudiés *in vitro*, ceux qui paraissent se rapprocher le plus des processus physiologiques, les résultats relatifs à l'influence exercée par les antithermiques sur ces oxydoréductions semblent présenter quelque intérêt pour l'interprétation du mode d'action des antithermiques.

5. *Conclusion.* — Les résultats rapportés dans cette Note montrent que la plupart des antithermiques se comportent généralement comme des catalyseurs négatifs, soit à l'égard des oxydations produites par l'oxygène libre, soit à l'égard de phénomènes d'oxydoréduction beaucoup plus complexes. L'intensité de l'action catalytique varie avec les conditions expérimentales et la dose utilisée, cette action pouvant, comme cela se produit avec tous les antioxygènes, devenir positive. Il semble donc légitime de tenir compte de cette propriété antioxygène pour l'interprétation de l'action d'ailleurs diverse et complexe que les antithermiques exercent dans l'économie.

CHIMIOTHÉRAPIE. — *Nouvelles recherches sur les complexes organico-métalliques, solubles, de l'acide déhydrascorbique. Augmentation de leurs effets sur les cancers par variation des métaux.* Note de MM. **Fernand Arloing**, **Albert Morel** et **André Josserand**, présentée par M. Jean-Louis Faure.

Nous avons réalisé sur trois points principaux un progrès dans l'étude des complexes métallo-ascorbiques (2), dont nous avons *augmenté le nombre*, tant par *l'extension à toute catégorie d'éléments*, susceptibles sans limitation de poids atomique, d'entrer dans ces complexes et même de s'y

(1) A. Boutaric et T. Jacquinot, *Bull. Acad. Médecine*, 106, n° 27, 1931, p. 63.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 745.

associer avec des amines aussi compliquées que le sont les alcaloïdes, que par la réalisation du groupement simultané dans leur intérieur de *plusieurs éléments et bases organiques*. Ces points établis par l'étude comparative de dérivés où figure soit le fer, soit le cuivre, comme métal fondamental, sont les suivants :

1° Vis-à-vis des cancers humains, surtout des néoplasmes du sein (épithéliomas atypiques) ou de l'estomac, les complexes ferrico-plombo-sodique et ferrico-barytico-sodique de l'acide déhydrascorbique se sont montrés ([2]) comme pouvant trouver *un emploi utile*. Dans le cas des cancers gastriques, nous avons constaté, sous l'effet du traitement, des désinfiltrations très marquées, décelables par l'examen gastroscopique, parallèles à une amélioration de l'état général et à une diminution des troubles fonctionnels. Par contre, vis-à-vis des cancers bucco-pharyngés, ces complexes, renfermant des métaux lourds, conviennent moins bien que le dérivé ferrico-sodique pour obtenir la détersion.

2° Les complexes déhydrascorbiques cupri-sodique, cupri-plombo-sodique et cupri-barytico-sodique se sont montrés comme ayant, bien qu'à un degré moindre, *une action analogue* à celle des composés ferriques correspondants, ce qui mérite d'être souligné, étant donné l'opposition, dans beaucoup de catalyses fermentaires, du cuivre et du fer, lorsqu'ils sont introduits à l'état d'ions et non pas à l'état de complexes comme ici.

3° Nous avons encore constaté que si l'action d'un complexe commence à s'épuiser après une dizaine d'injections journalières environ, *cette action reprend* si l'on substitue à ce produit un autre complexe renfermant le même métal fondamental que le premier. C'est ainsi qu'en employant successivement des complexes ferrico-déhydrascorbiques différents : calcique, plombo-sodique et barytico-sodique, on observe chaque fois un renouvellement et une prolongation de l'action.

Mais une telle reprise de l'activité ne se produit plus si l'on revient à un sel complexe déjà employé. Tout semble se passer comme si une sorte de vaccination chimique était intervenue.

Par contre, si l'on change le métal fondamental : par exemple, si l'on fait succéder aux complexes ferriques les complexes cupriques, qui diffèrent des premiers, non seulement par les attributs chimiques du métal, mais aussi par la *configuration stéréo-chimique* des édifices moléculaires de ces complexes, on constate que l'*on peut revenir* avec bénéfice aux complexes antérieurement employés, c'est-à-dire à ceux du fer dans l'exemple indiqué, sans qu'il se manifeste alors l'accoutumance ou la vaccination chimiques.

Il est donc possible, par des *alternances* judicieusement choisies, de *prolonger les actions utiles* de ces divers complexes ascorbo-métalliques. Si ces alternances doivent être longtemps continuées, le recul du temps nous manque pour dire si leurs effets ne finiraient pas par s'émousser, mais on peut prévoir que, si l'accoutumance à la médication se produit, elle sera beaucoup moins rapide que si l'on se maintenait à l'emploi des dérivés d'un même métal fondamental.

Les exemples d'alternances réalisables par l'emploi des nombreux complexes que nous avons déjà préparés, où figurent comme éléments fondamentaux des corps autres que le fer et le cuivre, sont actuellement observés par nous au Laboratoire, ainsi qu'au Centre régional anticancéreux et dans plusieurs cliniques de la Faculté de Lyon. Nous en ferons connaître les possibilités d'emploi prochainement, notamment en ce qui concerne les dérivés du titane.

Les phénomènes que nous venons de décrire nous paraissent pouvoir être rattachés, ainsi que l'ont été par nous ceux qui ont fait l'objet de nos précédentes Communications ([1]), à des processus de *modifications des ferments*, soit intra-tumoraux, soit intra-organiques. Nous en réalisons du reste nous-mêmes et avec nos élèves, l'étude systématique sur différents terrains (microbes, levures, enzymes, etc.), de même que la poursuivent de leur côté plusieurs biochimistes étrangers, en utilisant des modificateurs autres que nos complexes ascorbo-métalliques.

A $16^{h}10^{m}$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^{h}25^{m}$.

A. Lx.

([1]) *Loc. cit.* et 29 juillet, 201, 1935, p. 456.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 FÉVRIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

LITHOLOGIE. — *Composition chimique des laves de l'île de Pâques.* Note de M. **Alfred Lacroix.**

L'étude chimique des laves de l'île de Pâques permet de compléter la définition minéralogique qui a été donnée antérieurement ([1]) et surtout de les comparer aux laves des autres volcans du Pacifique austral.

Aux quatre analyses déjà publiées ([2]), viennent s'en ajouter douze nouvelles, effectuées par M. Raoult. J'ai réuni dans le tableau ci-après celles des *basaltes* et des *dacitoïdes*, c'est-à-dire des roches plagioclasiques.

On remarquera la grande analogie des analyses 1 à 8. La teneur en barylites fait des roches auxquelles elles se rapportent des *basaltes*, mais à la limite des *andésites augitiques;* sauf dans 3 et 5, le premier paramètre magmatique III est affecté d'un correctif dans le sens des andésites. Quant aux paramètres *h*, *k*, *l*, *m*, basés sur les barylites, on voit que $k = 1$ ou est voisin de ce chiffre, à l'exception de 2 et 3, ce qui veut dire que leur olivine est non pas normale, mais réactionnelle; le calcul montre, en effet, une légère teneur en silice libre; les roches en question sont donc du type α, tandis que dans les basaltes 1 à 3, l'olivine est normale (type β).

Le plagioclase moyen virtuel oscille entre 32 et 52 pour 100 d'anorthite. Ces basaltes sont donc andésiniques ou labradoriques, mais sans que dans ce dernier cas la basicité du plagioclase moyen dépasse guère celle du labrador $Ab^1 An^1$.

La teneur en potasse est généralement assez faible pour que le paramètre *s* soit représenté par 4 ou bien 4' à (4) 5. Sauf dans le cas des basaltes, en blocs dans la brèche du Rano Raraku, le pourcentage en titane est élevé, car souvent TiO^2 dépasse 4 pour 100.

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 527.

([2]) Ces analyses sont, parmi celles données plus loin, les nos 2 et 8 par M. Raoult, *in* A. Lacroix (*Mém. Ac. Sc.*, 59, 1928, p. 49), et le no 10 par Herdsman *in* Chubb (*Bernice P. Bishop Museum*, Honolulu; *Bull.*, no 110, 1933).

1.	Basalte β (scorie)	Anakana	'III.5.3.(4)5[3.1(2).(2)3.2]
2.	Basalte aphyrique β (bloc dans brèche).	Rano Raraku	II(III).5.'3.4'[2.'3.2.(3)4]
3.	» (en plein)	Tonga Riki	III.5.3.4(5)[2.'2.2'.3]
4.	Basalte aphyrique α	Baie de Lapérouse	II(III).5.3'.(4)5[3(4).1.2.3]
5.	Basalte porphyrique à labrador	»	III.5.3(4).4'[2(3).1.2.3]
6.	Basalte aphyrique α (bloc dans brèche).	Rano Raraku	II(III).(4)5.(2)3.4'[2.1.2.'4]
7.	Dolérite	Rano Kao	(II)III.'5.3(4).4[2(3).1.'2.3]
8.	Brèche basaltique	Rano Raraku	II.4(5).3'.4[3(4).1.1'.3]
9.	Dacitoïde oligoclasique	Rano Kao	II.4.2.4[2(3).1.2.'4]
10.	» andésinique	Mataveri	II.4'.(2)3.4[2'.1.(1)2.4']

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
SiO^2	45,68	50,02	48,34	42,92	46,06	54,88	46,66	45,52	60,92	59,75
Al^2O^3	14,13	15,28	13,06	15,70	14,70	13,54	14,28	14,32	13,47	15,42
Fe^2O^3	10,20	1,82	1,96	7,84	4,04	2,74	3,97	6,92	2,99	3,47
FeO	2,66	10,86	10,08	7,56	7,96	10,08	8,78	5,14	5,57	7,03
MnO	0,10	0,20	0,19	0,17	0,15	0,12	0,12	0,20	0,14	0,38
MgO	5,50	3,31	4,74	3,66	4,86	2,37	5,35	2,98	1,65	0,93
CaO	10,10	8,08	10,40	8,22	10,82	6,48	7,54	5,88	4,98	4,50
Na^2O	3,64	4,42	3,61	3,47	2,82	4,14	2,57	2,89	4,61	4,75
K^2O	0,77	1,37	0,90	0,67	0,79	1,27	1,00	1,34	1,73	1,74
TiO^2	4,06	2,42	3,78	4,68	4,80	2,28	4,06	2,40	1,88	0,70
P^2O^5	0,45	0,40	0,47	1,03	0,50	0,74	0,47	0,27	0,35	0,34
H^2O (+)	2,68	0,81	1,37	2,64	1,81	0,45	3,35	4,81	1,01	0,35
H^2O (—)	0,47	0,33	1,02	1,73	0,82	0,74	2,14	7,22	0,83	0,50
	100,44	100.02 (1)	99,92	100,29	100,13	99,82	100,29	100,19 (2)	100,13	99,86
SiO^2 libre	–	–	–	1,86	1,44	7,44	4,20	8,82	15,78	12,24
Or	4,45	8,34	5,56	3,89	5,00	7,78	6,12	7,78	10,01	10,01
Ab	30,92	37,20	30,39	29,34	23,58	35,11	22,01	24,63	38,77	39,82
An	19,74	17,79	16,68	25,30	25,02	14,18	24,19	21,96	11,12	15,85
$CaSiO^3$	9,78	6,38	13,11	3,83	10,44	5,68	4,06	1,51	4,99	1,97
$MgSiO^3$	9,90	3,10	7,60	9,10	12,10	5,90	13,30	7,40	4,10	2,30
$FeSiO^3$	–	5,68	7,13	–	3,70	12,54	6,20	0,13	4,75	9,64
Mg^2SiO^4	2,66	3,64	2,94		–	–	–	–	–	–
Fe^2SiO^4	–	7,14	2,86	–		–		–		–
Ma	–	2,55	3,02	11,37	5,80	3,94	5,80	9,98	4,41	5,10
Ilm	5,78	4,56	7,30	8,97	9,12	4,41	7,75	4,56	3,65	1,37
Hém	10,24	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Ap	1,01 (3)	1,01	1,34	2,35	1,34	1,68	1,34	0,67	0,67	0,67
An (%)	39	32	35	46	51	29	52	47	22	28
Σb	41,9	34,1	45,3	35,6	42,5	34,1	38,4	24,2	22,6	21,0

(1) CO^2, 0,70; (2) CO^2, 0,30; (3) Sphène, 2,55.

Quant à cette brèche (analyse 8), elle est fort altérée; sa teneur en eau est de 12,03 pour 100, son analyse ne donne donc qu'une approximation de la composition originelle, car on sait que les palagonites ne sont pas simplement des verres basaltiques; ils sont d'ordinaire plus ou moins dépouillés d'une partie de leurs métaux mono- et bivalents; et il est bien probable que les 8,82 pour 100 de silice libre

donnés par le calcul sont, au moins partiellement, une conséquence de ce genre d'altération. Si l'on recalcule l'analyse en éliminant l'eau, on voit cependant que la composition se rapproche de celle des blocs basaltiques englobés dans cette brèche et que singulièrement la teneur en titane est voisine de la leur.

La lave du Rano Kao (analyse 9) est un *dacitoïde* typique, celle de Mataveri (analyse 10), moins riche en silice libre virtuelle, se rapproche des andésites, en même temps que son plagioclase est plus calcique. La distinction essentielle avec les basaltes réside dans la diminution de la chaux, de la magnésie et du titane et dans une augmentation notable de la silice et faible des alcalis.

11. Rhyolitoïde hyperalcaline rubanée........	Motu nui	I(II).3.1.'4
12. Obsidienne » »	Rano kao	I'.4.1.'4
13. » » »	Mont Orito	I'.4.1.4
14. Rhyolitoïde » »	Motu nui	I.4.1.4
15. » » »	Poike (statue)	I'.4'.1.4
16. Rhyolitoïde à aspect crayeux............	Mont Orito	I.'4.1'.4

	11.	12.	13.	14.	15.	16.
SiO^2	72,74	74,22	71,92	72,86	66,58	68,50
Al^2O^3	9,14	12,25	13,59	13,48	14,55	14,91
Fe^2O^3	2,79	0,40	0,51	2,34	2,35	3,72
FeO	0,80	2,52	2,71	0,81	2,72	0,77
MnO	0,05	0,06	0,11	0,03	0,06	0,05
MgO	0,10	tr.	0,07	0,06	tr.	tr.
CaO	0,94	0,98	1,08	0,36	0,96	0,54
Na^2O	4,42	5,21	5,93	5,44	5,93	4,63
K^2O	2,82	3,82	3,37	3,46	3,92	3,07
TiO^2	0,28	0,09	0,28	0,19	0,42	0,22
P^2O^5	1,11	tr.	0	0	tr.	tr.
H^2O (+)	2,33	0,67	0,18	0,86	1,69	2,69
H^2O (−)	2,72	0,16	0,11	0,60	0,75	1,37
	100,24	100,43 (1)	99,86	100,49	99,93	100,47
SiO^2 libre	37,62	27,06	21,12	27,12	15,06	28,74
Or	16,68	22,24	20,02	20,57	22,80	18,35
Ab	30,92	41,92	50,30	46,11	49,78	38,77
An	–	–	0,28	1,67	1,67	2,78
Al^2O^3 libre	–	–	–	0,10	–	2,96
Aegyrine	5,54	1,39	–	–	–	–
Na^2SiO^3	–	0,12	–	–	–	–
$CaSiO^3$	–	2,09	2,20	–	1,16	–
$MgSiO^3$	0,20	–	0,20	–	–	–
$FeSiO^3$	0,13	4,62	4,22	–	2,64	–
Ma	1,39	–	0,70	1,86	3,25	2,09
Ilm	0,61	0,15	0,61	0,46	0,76	0,46
Hém	–	–	–	0,96	–	2,24
Ap	1,68		–	–		–
P^2O^5	0,40					–
Σb	9,9	8,4	7,9	3,3	7,8	4,8

(1) Cl, 0,05.

L'ensemble des rhyolitoïdes dont les analyses sont données ci-dessus est plus homogène. La teneur en silice totale et libre est très augmentée, la chaux et les métaux bivalents sont en très forte décroissance. La proportion de soude est un peu supérieure à celle des dacitoïdes, mais la teneur en potasse est plus élevée. La valeur représentative du rapport des deux alcalis reste cependant au voisinage du paramètre 4. Toutes ces roches sont alcalines ou même (11 et 12) hyperalcalines.

Il faut noter enfin l'abaissement du titane et, sauf dans un cas, la disparition de P^2O^5. Notons enfin que le rhyolitoïde du Poike est moins siliceux que les autres et que sa teneur en silice libre le rapproche des trachytes α.

Passons maintenant aux roches à aspect crayeux, il n'est pas douteux que leur texture ne soit due à une altération rendue manifeste par leur teneur en eau et la présence d'alumine libre dans la roche d'Orito. Une anomalie est à signaler à Motu nui (analyse 11); la roche analysée est à la fois la plus riche en eau, la plus pauvre en alcalis, et en alumine; à l'inverse de toutes les autres, elle contient 1,11 pour 100 d'acide phosphorique. Il est vraisemblable qu'il s'agit là d'un commencement d'altération due à l'action du guano des innombrables oiseaux de mer qui cherchent un refuge sur cet îlot et ses voisins. Il est fâcheux, à ce propos, qu'il n'ait pas été possible de recueillir des échantillons sur Motu kao kao qui, d'après les récits que m'ont rapportés MM. Métraux et Drapkin, est tellement couvert de guano qu'il semble avoir été peint en blanc ou être couvert de neige.

En résumé, comme dans la plupart des îles océaniques, l'île de Pâques présente l'association de basaltes prédominants et de types lithologiques leucocrates. Dans l'ensemble de ces roches, la soude prédomine sur la potasse, même dans les termes les plus siliceux et ceux-ci sont des *rhyolitoïdes* accompagnés de *dacitoïdes*.

Dans ma classification lithologique des îles du Pacifique austral, l'île de Pâques appartient donc à la *série des laves sans néphéline*. Elle s'y distingue par le caractère de ses roches à excès de silice libre (restée à l'état potentiel) et qui se retrouve jusque dans une partie des basaltes. Ces derniers sont exceptionnellement pauvres en barylites, ce qui les place à la limite des andésites et contrairement à ce qui a lieu dans tant d'îles océaniques du Pacifique, on ne rencontre parmi eux aucun de ces types très riches en augite et olivine que j'ai proposé d'appeler *ankaramites* et *océanites*.

Avec l'île Tutuila, de l'archipel de Samoa, l'île de Pâques fournit le seul cas d'existence de rhyolite dans tous les volcans du vaste Pacifique austral. Comme elles se trouvent aux deux extrémités (ouest et est) des îles océaniques de cet océan, M. R. Daly s'est demandé [1] si, au lieu d'être le

---

[1] *Papers from the Department of Marine Biology of the Carnegie Institution of Washington*, 19, 1924, p. 95-142.

résultat d'une simple différenciation magmatique, elles ne seraient pas dues plutôt à une modification endomorphe du magma effectuée aux détriments d'un substratum cristallin ancien immergé. Le résultat négatif des recherches faites pour trouver des traces d'un tel substratum parmi les enclaves si nombreuses des tufs de Rano Raraku vient confirmer les réserves que j'ai faites jadis au sujet de cette hypothèse.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la teneur comparative en bore de plantes cultivées sur le même sol.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Hermanus L. de Waal.**

L'un de nous a fait intervenir autrefois les exigences quantitatives différentes des espèces végétales en certains éléments catalytiques : manganèse, zinc, bore etc., comme la raison ou, tout au moins, une des raisons qui ont conduit inconsciemment à la pratique des rotations culturales. Il a émis l'idée qu'il devait suffire de déterminer les quantités de tels éléments prises par chaque espèce et de les ajouter au sol pour se délivrer, s'il y avait profit, de la nécessité des rotations; enfin, il a fait observer que les doses à ajouter varient beaucoup avec les espèces et que l'on peut voir, par exemple, dans un même sol, le maïs résister davantage que l'avoine à l'élévation excessive de la proportion de bore ([1]).

Depuis, la question a fait des progrès. L'emploi du manganèse comme substance fertilisante est entré en usage et se répand de plus en plus. On commence aussi à se servir du zinc et du bore. Avec ce dernier, par exemple, répandu sous la forme d'acide borique ou de borate de sodium, on peut obtenir des augmentations de récoltes très marquées, parfois même surprenantes ([2]), et l'on arrive à lutter avec succès contre la maladie du cœur de la betterave, maladie qui, sans ce secours, deviendrait un fléau pour l'Agriculture ([3]).

Mais il reste encore beaucoup à faire. En ce qui concerne particulièrement le bore, on n'a qu'une idée tout à fait insuffisante des besoins des

---

([1]) Gab. Bertrand, *Conférence au VIIIe Congrès intern. de Chim. appl., Washington et New-York*, 1912. Reproduite dans les *Ann. Inst. Past.*, 26, 1912, p. 852.

([2]) Gab. Bertrand, *C. R. Ac. Agric.*, 21, 1935, p. 983 et p. 1039.

([3]) F. Guilbert, *Bull. Assoc. chim.*, 53, 1936, p. 23.

plantes cultivés. On possède bien des déterminations de la teneur en bore de certains organes végétaux : graines, tubercules, feuilles, etc., mais il manque de résultats portant sur des plantes entières ou sur l'ensemble de leurs parties aériennes pour que l'on puisse se rendre compte des quantités de métalloïde enlevées à la terre arable par diverses récoltes.

Toutes ces raisons nous ont engagés à déterminer la teneur en bore d'une série de plantes cultivées les unes à côté des autres dans un même sol. Nous avons utilisé pour ce travail une partie des échantillons qui avaient été récoltés pour l'étude de l'absorption comparative, publiée antérieurement, du soufre, du phosphore ([1]) et de l'azote ([2]).

A tous les échantillons choisis nous avons appliqué la méthode de dosage colorimétrique au curcuma ([3]), la seule qui permette d'évaluer le bore dans les plantes quand on ne dispose que d'une quantité réduite de substance analysable. En outre, lorsqu'il nous restait un poids de plantes assez grand, nous avons dosé aussi le métalloïde par la méthode volumétrique ([4]), toutefois en opérant sur 5 à 10^g seulement de matières sèches, et avec de l'eau de baryte diluée à environ N/11 pour le titrage final ([5]).

Voici rassemblés en un tableau les résultats de nos déterminations quantitatives, exécutées sur 30 espèces végétales, la plupart de grande culture. Pour économiser la place, il n'est mentionné que les noms français de ces espèces. On trouvera les noms scientifiques latins ainsi que les teneurs en matières sèches dans la Note des *Comptes rendus* rappelée plus haut ([1]). Les résultats sont rangés d'après la teneur croissante en bore, en donnant la préférence, lorsqu'il y a lieu, à ceux obtenus par la méthode volumétrique.

([1]) G. Bertrand et L. Silberstein, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1449.

([2]) G. Bertrand et L. Silberstein, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 261.

([3]) G. Bertrand et H. Agulhon, *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 1433, et *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 15, 1913, p. 197.

([4]) G. Bertrand et H. Agulhon, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 7, 1910, p. 125.

([5]) Pour les détails, consulter le Mémoire qui paraîtra ultérieurement dans un autre périodique.

TABLEAU B.

Noms des plantes.	Poids de matière sèche analysée.	NaOH.	Cendres pour 100 de matière sèche.	Méthode utilisée.	Milligr. par kilogr. de matière sèche.	
					H^3BO^3.	Bore.
	g					
Orge............	2,08	+	–	color.	14	moy.
»	1,15	–	7,8	»	12	2,3
Seigle...........	1,61	–	8,9	color.	18	moy.
»	1,74	+	–	»	17	3,1
Poireau..........	1,00	–	9,0	color.	14,2	moy.
»	1,00	–	–	»	21,4	3,1
Blé..............	1,50	–	7,6	color.	19,1	3,3
»	1,50	+	–	»	19,1	–
Maïs.............	1,00	–	8,0	color.	28,6	5,0
»	2,00	–	–	»	28,5	–
Épinard.........	0,73	–	19,0	color.	62	moy.
»	1,00	–	–	»	57	10,4
Morelle noire....	1,00	–	19,0	color.	57,1	moy.
»	0,50	–	–	»	68,6	11,0
Chicorée	1,00	–	11,5	color.	100	moy.
»	1,00	–	–	»	57	13,9
Céleri...........	1,00	–	20,2	color.	100,0	17,5
Pois............	4,65	–	9,3	volum.	124	21,7
»	1,26	+	–	color.	114	–
Moutarde blanche.	0,55	–	14,0	color.	127	moy.
» .	1,05	+	–	»	122	21,9
Plantain.........	0,50	–	15,0	color.	114,2	moy.
»	1,00	+	–	»	142,8	22,5
Carotte..........	1,00	–	16,0	color.	142,8	25,0
»	1,00	–	–	»	142,8	–
Tabac rustique...	1,00	–	21,7	color.	142,8	–
Sainfoin.........	1,00	–	7,2	color.	214,2	moy.
»	0,50	+	–	»	200	36,2
Trèfle violet.....	1,00	–	11,2	color.	214,2	moy.
»	0,50	–	–	»	200	36,2
Chou...........	1,00	–	17,0	color.	214,2	moy.
»	1,35	–	–	»	211	37,1
Soja............	1,00	–	9,1	color.	214,2	80,0
»	1,00	+	–	»	214,2	–
Lentille.........	6,81	+	–	volum.	237	41,4
»	1,26	–	8,9	color.	220	–
Haricot.........	8,17	+	–	volum.	246	43,0
»	0,45	–	12,8	color.	260	–

TABLEAU B (*suite*).

Noms des plantes.	Poids de matière sèche analysée.	Na OH.	Cendres pour 100 de matière sèche.	Méthode utilisée.	Milligr. par kilogr. de matière sèche. H^3BO^3.	Bore.
	g					
Cerfeuil.........	1,11	—	12,6	color.	243	moy.
»	0,43	+	–	»	279	45,6
Navet...........	1,00	—	19,5	color.	285,7	49,2
»	0,50	+	–	»	285,6	–
Moutarde noire...	8,48	–	12,3	volum.	305	53,3
» ...	1,17	+	–	color.	242	–
Radis...........	5,45	+	–	volum.	369	64,5
»	1,00	—	16,5	color.	371,5	–
Mâche..........	0,50	+	–	color.	428,5	moy.
»	1,00	—	12,2	»	371,5	69,9
Trèfle incarnat...	7,18	+	–	volum.	400	69,9
» ...	0,58	—	10,0	color.	350	–
Betterave........	6,64	+	–	volum.	432,3	75,6
»	0,50	—	17,4	color.	428,5	–
Pissenlit.........	1,00	—	13,0	color.	457,2	80,0
Euphorbe.......	4,32	+	–	volum.	532	93,0
»	0,45	–	14,4	color.	471	–
Pavot..........	5,31	+	–	volum.	542	94,7
»	0,50	—	16,0	color.	571,4	–

L'inégale disposition des espèces végétales à fixer le bore est frappante, puisqu'elle va de $2^{mg},3$ par kilogramme de matière sèche, dans le cas de l'orge, à $94^{mg},7$, dans celui du pavot; c'est une variation de un à plus de 40.

Il semble exister une certaine relation entre la capacité de fixation du bore et la place des espèces dans l'échelle botanique. Il est remarquable, en tous cas, que les quatre graminées : l'orge, le seigle, le froment et le maïs, ne renferment que $2^{mg},3$ à 5^{mg} de bore par kilogramme. Ce sont les espèces les plus pauvres, avec le poireau, de la famille des Liliacées, autre Monocotylédone.

A côté, les Légumineuses sont plutôt riches en bore, leur teneur étant généralement comprise entre 35 et 70^{mg} par kilogramme de matière sèche. Il en est de même des Crucifères, des Ombellifères, de la mâche et du plantain.

Par contre les deux espèces de Chénopodées diffèrent beaucoup : l'épinard contient seulement une dizaine de milligrammes de métalloïde tandis que la betterave en renferme plus de 75.

Enfin ce sont l'euphorbe réveille-matin et le pavot qui sont les plus riches, avec des teneurs de plus de 90^{mg} par kilogramme.

Il faudrait étendre ces résultats, rechercher ce qu'ils deviennent sous l'influence de sols de natures différentes, mais leur intérêt au point de vue physiologique et au point de vue agricole est déjà évident. C'est ainsi, par exemple, qu'ils permettent de mieux comprendre la facile intoxication de certaines plantes de grande culture, en particulier des céréales, par des engrais naturellement chargés de borates, comme cela s'est produit il y a une quinzaine d'années aux États-Unis, ou bien, au contraire, l'affaiblissement de la résistance de la betterave à la maladie du cœur quand cette espèce, relativement riche en bore, est cultivée dans un sol n'ayant reçu que des engrais industriels à peu près complètement dépourvus de ce métalloïde.

GÉODÉSIE. — *Carte gravimétrique de l'Indochine.* Note [1] de M. **Pierre Lejay.**

Les 97 stations où nous avons mesuré la gravité en Indochine nous permettent de dresser une carte qui, pour présenter encore quelques lacunes, notamment dans les régions Moïs insoumises de l'est cambodgien et dans le Luang Prabang, est cependant assez complète pour faire ressortir les caractères généraux de la Pesanteur sur tout le territoire de la Colonie.

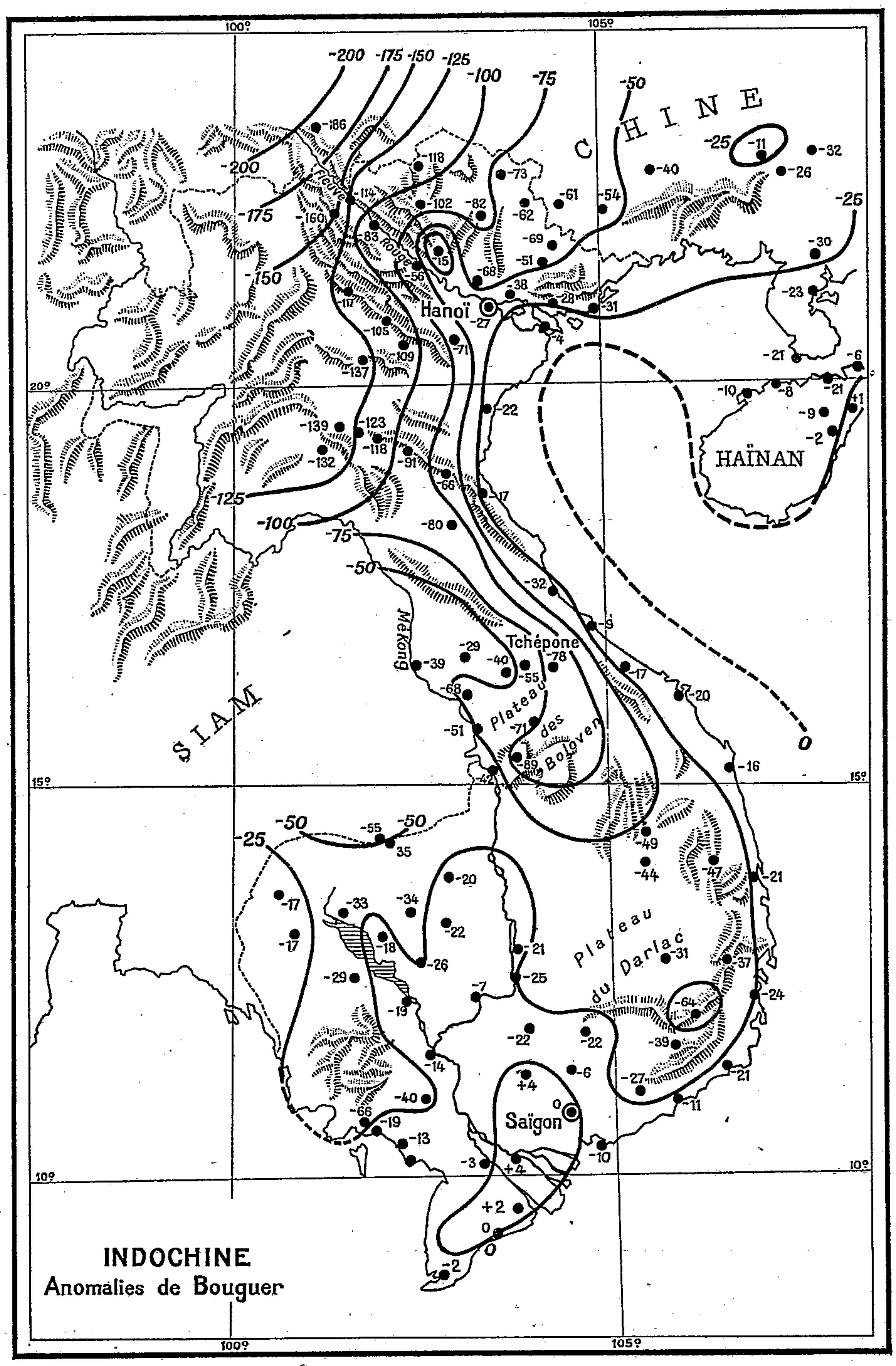
Comme dans tout l'est du continent asiatique, les isanomales de Bouguer suivent très fidèlement, en Indochine, les irrégularités topographiques superficielles. Les anomalies, très généralement négatives, augmentent considérablement au nord-ouest du Tonkin, pour atteindre, sur la frontière du Yunan, des valeurs de l'ordre de — 120 milligals dans les vallées, de — 150 milligals sur les sommets. Nous avons montré dans une Note précédente [2] que ces valeurs sont encore dépassées, au Yunan, à mesure qu'on se rapproche des importants massifs montagneux qui couvrent le nord-ouest de cette province de Chine.

Nous avons également déjà signalé que tous les deltas d'Extrême-Orient constituent des zônes d'anomalies faibles contrastant avec les régions de

---

[1] Séance du 17 février 1936.

[2] Carte gravimétrique du sud-ouest de la Chine; *Comptes rendus*, 202, 1935, p. 445.



INDOCHINE
Anomalies de Bouguer

plus fortes anomalies négatives environnantes. Le Delta de la Rivière Rouge ne fait pas exception à cette règle générale. Le minimum d'anomalies s'étend le long de la vallée, bien que celle-ci soit assez resserrée, jusqu'à près de 200^{km} de la côte.

En Annam, les anomalies négatives se resserrent avec la Chaîne Annamitique, à l'ouest de Quang-Tri, pour s'élargir de nouveau plus au Sud, autour du plateau des Boloven et de la chaîne du Darlac. On retrouve sur les hauts sommets de la région de Dalat de fortes anomalies négatives qui s'atténuent au Sud, lorsque la chaîne s'abaisse, et disparaissent lorsqu'on la quitte pour entrer dans le delta du Mékong. Celui-ci est même entièrement couvert de faibles anomalies positives. Les anomalies négatives se retrouvent plus à l'Ouest, autour de la chaîne de l'Éléphant; la valeur (—40 milligals) à Takeo, dans la plaine, est inattendue : dans cette région au moins, les couches de compensation débordent largement le massif montagneux.

Nous avons ajouté à ce réseau général quelques stations supplémentaires dans deux zones qui semblaient devoir présenter un intérêt particulier :

Dans le voisinage de Tchépone, nous avons fait plusieurs stations à quelques kilomètres de distance les unes des autres; les résultats montrent que le minimum d'anomalies de Mong Phalane s'étend vers l'Est jusqu'au voisinage de la faille qui nous avait été signalée, à l'ouest de Tchépone, et disparaît brusquement par un gradient de plus de 20 Etwös. Cette simple coupe Est-Ouest mériterait d'être complétée dans l'avenir.

A Dong Trieu, nous avons fait trois mesures, dans un rayon de 1^{km}, à des altitudes très différentes. La station la plus basse (138^{m}) a été établie dans un traverban de la mine, très sensiblement au niveau des vallées extérieures limitant l'arête sous laquelle s'enfoncent les galeries. La surface, sur la verticale de la station, se trouve à environ 250^{m} plus haut. La seconde station est à mi-pente, à l'Ouest (234^{m}). La troisième station est au sommet de l'arête de l'Est, à 434^{m}. Les anomalies de Bouguer sont respectivement : —60, —18, —36 milligals.

La masse située au-dessus de la première station entraîne une correction topographique de 25 à 30 milligals. Les corrections topographiques dues aux masses voisines des deux autres stations sont beaucoup plus faibles et de même signe. Comme on peut négliger les différences d'action des masses lointaines, il résulte qu'il reste, entre les trois stations, des différences d'anomalies importantes révélant un gradient vertical anormal : l'anomalie varie en effet d'une dizaine de milligals par 100^{m}. On doit conclure qu'on

s'éloigne rapidement, en s'élevant, de masses importantes de densités variées.

Ce résultat qui demanderait à être précisé par un plus grand nombre de stations rapprochées, peut être comparé à celui que nous avions trouvé aux mines de Tan Shan dans le nord de la Chine, où nous avions observé, entre deux stations situées sensiblement sur la même verticale, au-dessous d'une surface absolument plane, un gradient vertical anormal du même ordre de grandeur que celui que nous constatons à Dong Trieu : les anomalies différaient de 64 milligals pour une différence d'altitude de 501^m.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la présence de radiations de longueurs d'onde inférieures à* 3000 Å *dans le spectre du ciel nocturne et l'existence probable de deux couches luminescentes dans la haute atmosphère.* Note ([1]) de MM. **Jean Cabannes, Jean Dufay** et **Junior Gauzit.**

1. L'un de nous ([2]) a déjà attiré l'attention sur la présence inattendue de plusieurs radiations relativement intenses à l'extrémité ultraviolette du spectre du ciel nocturne, dans une région spectrale où l'ozone exerce une absorption considérable. A la suite de la forte raie 3019 paraissaient figurer deux radiations de longueurs d'onde inférieures à 3000 Å (vers 2975 et 2963). Trois nouveaux clichés, obtenus à Montpellier, avec des poses de 70, 55 et 44 heures, en visant à 10° de l'horizon, confirment l'existence de l'une au moins de ces deux dernières radiations et permettent de préciser sa longueur d'onde. Les mesures faites sur les clichés eux-mêmes, au comparateur, et sur les enregistrements microphotométriques donnent 2958 Å. Une radiation beaucoup plus faible paraît exister vers 2969 Å.

2. Si les raies 3019 et 2958 Å étaient émises à une altitude supérieure à celle de l'ozone, elles nous parviendraient réduites respectivement à 2×10^{-4} et 2×10^{-8} de leur intensité initiale, car l'épaisseur d'ozone traversée est, à 10° de l'horizon, voisine de 1^{cm}. Avant l'absorption, l'intensité de ces radiations serait donc tout à fait hors de proportion avec celle de toutes les bandes bleues, violettes et ultraviolettes, et même des raies 5577 et 6300 de OI. Cette hypothèse paraît inadmissible.

On est donc conduit à supposer que les radiations 3019 *et* 2958 *sont émises*

([1]) Séance du 17 février 1936.

([2]) J. Gauzit, *Journal de Physique*, 5, 1934, p. 527.

dans l'épaisseur même de la couche d'ozone, en relation avec ce gaz. Si l'on admet, en première approximation, que l'émission est, à chaque altitude, proportionnelle au nombre des molécules d'ozone, on trouve que les intensités des deux radiations sont réduites par l'absorption à 1/8ᵉ et 1/20ᵉ environ. Leur observation au sol devient ainsi vraisemblable.

3. Mais, d'après les résultats obtenus précédemment par deux d'entre nous sur les bandes de Vegard-Kaplan de N^2, l'altitude de la couche luminescente, *supposée unique*, serait nettement supérieure à 100 Km ([1]) et les variations de sa brillance suivraient, au cours de l'année, celles du rayonnement électronique reçu du Soleil ([2]). Pour lever la contradiction, *on doit envisager l'existence de deux couches luminescentes;* l'une, à très grande altitude, directement excitée par les chocs électroniques; l'autre, plus basse, liée aux transformations qui accompagnent la formation ou la destruction de l'ozone.

L'hypothèse des deux couches luminescentes permet d'expliquer les résultats récents relatifs aux variations de la brillance du ciel nocturne. Pour la raie 5577 et en lumière rouge, Lord Rayleigh et H. Spencer Jones ([3]) trouvent, à Terling, deux périodes; l'une semi-annuelle, avec le terme variable $I_1 = A\sin(2\theta + 295^\circ)$; l'autre annuelle, avec le terme variable $I_2 = B\sin(\theta + 171^\circ)$. Les observations faites au Cap et à Canberra (Australie) peuvent être représentées de la même façon; l'amplitude de I_2 varie seule avec la latitude, elle devient très faible au voisinage de l'équateur et la phase change de 180° dans l'hémisphère sud. Dans notre hypothèse I_1 mesurerait la variation de brillance de la couche élevée, liée au rayonnement électronique reçu du Soleil; I_2 celle de la couche basse, liée aux variations de l'ozone atmosphérique. Effectivement I_1 est maximum vers les équinoxes, minimum vers les solstices comme le flux d'électrons reçu par la Terre. D'autre part, le maximum de I_2, en octobre, coïncide avec le minimum d'ozone dans l'hémisphère nord, tandis que son minimum, en mars, coïncide avec le maximum d'ozone. *C'est donc la destruction de l'ozone qui provoquerait la luminescence de la couche basse.*

4. L'existence de la raie 5577 Å ($^1S_0 \rightarrow {}^1D_2$) dans les couches luminescentes laissait prévoir celle des raies ultraviolettes $^1S_0 \rightarrow {}^3P$ qui ont même niveau initial. Il n'y a aucune raison de penser que certains atomes

---

([1]) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 306.

([2]) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 878.

([3]) Lord Rayleigh et H. Spencer Jones, *Proc. Royal Society*, A, 151, 1935, p. 22.

métastables $^1S_0$ ne reviennent pas directement aux niveaux ^3P. Les raies $^1S_0 \rightarrow {}^3P$ de l'atome OI ne paraissent pas avoir encore été observées avec certitude (¹); mais, pour d'autres atomes dont les niveaux ont même configuration, on a trouvé quelques-unes de ces raies dites *transaurorales* dans les spectres des novæ. Or, la longueur d'onde calculée $\lambda = 2958,3$ Å de la raie $^1S_0 \rightarrow {}^3P_2$ coïncide exactement avec celle de la radiation observée sûrement par Gauzit dans le spectre du ciel nocturne. *Nous pensons donc que la raie* 2958 Å *découverte par Gauzit dans le ciel n'est autre que la raie* $^1S_0 \rightarrow {}^3P_2$ *de* OI. La raie $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ ($\lambda = 2972,4$ Å) pourrait correspondre à la radiation douteuse du ciel 2969.

5. Nous pouvons donc reprendre le mécanisme qu'avait suggéré l'un de nous (²) et l'appliquer à la plus basse des couches luminescentes dont l'émission est liée à la destruction de l'ozone. *Les atomes métastables* $^1S_0$ *résulteraient de la décomposition* $O^3 \rightarrow O^2(^1\Sigma) + O(^1S_0)$. Ces atomes peuvent ensuite céder par chocs leur énergie (4,17 volts) à d'autres molécules et exciter, par exemple, toutes les bandes de vibration de la molécule H^2O; ils peuvent aussi revenir spontanément aux niveaux ^3P, soit en passant par le niveau $^1D_2$ [avec émission de la raie 5577 et peut-être des raies 6300-6364 (³)], soit directement [avec émission de la raie 2958].

Sir **William H. Bragg** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *The twenty-sixth Kelvin lecture : The molecular structure of dielectrics.*

(¹) Dans le mélange d'oxygène et d'argon, Mc Lennan a observé qu'une raie ultraviolette 2973 Å accompagne toujours la raie 5577. Il attribue cette raie à la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ (*Transactions Royal Canadian Institute*, 18, 1931, p. 5). Mais Mc Lennan n'a jamais observé les transitions $^1S_0 \rightarrow {}^3P_{2,0}$. Il est curieux qu'au contraire, dans le ciel nocturne, les transitions $^1S_0 \rightarrow {}^3P_2$ soient les plus fréquentes.

(²) J. Cabannes, *Journal de Physique*, 5, 1934, p. 601.

(³) L'émission des raies 6300-6364 est moins probable dans la couche luminescente inférieure, où les chocs sont plus nombreux, car la vie moyenne des atomes $^1D_2$ est plus longue que celle des atomes $^1S_0$.

NOMINATIONS.

MM. **Émile Picard**, **Arsène d'Arsonval**, **Alfred Lacroix**, **Édouard Branly**, **Jean Perrin**, **Maurice de Broglie**, **Georges Claude**, **Léon Guillet**, **Charles Fabry** sont désignés pour représenter l'Académie aux fêtes du *Centenaire* d'André-Marie Ampère, à Lyon, les 5, 6, 7 et 8 mars 1936.

CORRESPONDANCE.

L'**Université de Londres** invite l'Académie à se faire représenter à la célébration du *Centenaire* de sa fondation, du 29 juin au 3 juillet 1936.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une propriété de la loi de Gauss.* Note (¹) de M. **Harald Cramér**, présentée par M. Émile Borel.

Lorsque la fonction des probabilités totales d'une variable aléatoire X est de la forme $\Phi(t-m)/\sigma$, où

$$\Phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{u^2}{2}}\,\partial u,$$

$\sigma > 0$ et m étant deux constantes, on dit que X dépend de la loi de Gauss. Ceci posé, on a le théorème suivant :

Soient X *et* Y *deux variables aléatoires indépendantes, dont aucune ne se réduit à une constante. Si la somme* X + Y *dépend de la loi de Gauss,* X *et* Y *dépendent tous les deux de cette même loi.*

Nous allons indiquer brièvement la démonstration de ce théorème, dont l'importance a été signalée par M. Paul Lévy (²), qui en a développé des conséquences intéressantes. Supposons, sans nuire à la généralité, que pour la somme X + Y nous avons $m = 0$ et $\sigma = 1$. En désignant par $F_1(t)$ et $F_2(t)$ les fonctions des probabilités totales de X et Y respectivement, on a, par hypothèse,

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_1(t-u)\,\partial F_2(u) = \Phi(t) \tag{1}$$

(¹) Séance du 17 février 1936.

(²) Voir, par exemple, *Journal de Mathématiques*, 7ᵉ série, 14, 1935, p. 381-388.

pour toute valeur réelle de t. Il s'agit d'en déduire les relations

$$F_1(t) = \Phi\left(\frac{t-m_1}{\sigma_1}\right) \quad \text{et} \quad F_2(t) = \Phi\left(\frac{t-m_2}{\sigma_2}\right)$$

avec $m_1 + m_2 = 0$, $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 1$.

On voit d'abord sans difficulté que les moments des deux premiers ordres de F_1 et F_2 sont nécessairement finis. Sans inconvénient, on peut donc supposer que les deux moments du premier ordre s'annulent, les moments du deuxième ordre étant désignés par σ_1^2 et σ_2^2. On déduit de (1) la convergence de l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{t^2}{2}} \partial F_1(t) \tag{2}$$

et de l'intégrale analogue avec F_2. Les fonctions caractéristiques

$$f_1(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tz} \partial F_1(t), \qquad f_2(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tz} \partial F_2(t)$$

sont donc des fonctions entières de z, et comme on a, d'après (1),

$$f_1(z) f_2(z) = e^{\frac{z^2}{2}}, \tag{3}$$

ce sont des *fonctions entières sans zéros*.

Par l'inégalité $2|tz| \leqq |t^2| + |z^2|$, on obtient

$$|f_1(z)| < e^{\frac{|z|^2}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{t^2}{2}} \partial F_1(t).$$

L'ordre de la fonction entière $f_1(z)$ est donc au plus égal à 2, et comme il n'y a pas de zéros, $\log f_1(z)$ doit se réduire à un polynome du second degré. Il suit de (3) qu'il en est de même de $\log f_2(z)$. Les moments du premier ordre s'annulant, on a donc

$$f_1(z) = e^{\frac{\sigma_1^2 z^2}{2}}, \qquad f_2(z) = e^{\frac{\sigma_2^2 z^2}{2}},$$

ce qui prouve notre théorème.

La même démonstration s'applique encore au cas des distributions de probabilité dans un espace à un nombre quelconque de dimensions, où un théorème analogue a lieu.

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines congruences de sphères.* Note de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Considérons une sphère variable Σ, dont le centre P décrit une surface S (déférente), et dont le rayon R est fonction des deux paramètres u, v fixant P sur S. L'enveloppe de Σ se compose, en général, de deux nappes distinctes σ et σ' lieux respectifs des deux points de contact M et M'.

L'étude de la correspondance, établie par P, M, M' sur S, σ, σ', a donné lieu à de nombreux travaux dus principalement à Darboux, Ribaucour, Bianchi et M. Drach. Le cas où la correspondance établie par M et M' sur σ et σ' est une équivalence superficielle (conserve les aires) ne semble pas encore avoir été examiné. Ce problème est intéressant en lui-même, et aussi à cause des rapprochements curieux et parfois inattendus auxquels il conduit. J'indique ici quelques-uns des résultats auxquels son étude m'a conduit.

2. Imaginons deux contours fermés infiniment petits homologues sur σ et σ', et une droite Δ enlacée avec chacun d'eux. Si, quels que soient ces contours, les points correspondants qui les décrivent tournent dans le même sens autour de Δ, nous dirons que la correspondance entre σ et σ' est *directe*; dans le cas contraire la correspondance est *inverse*.

La solution d'un problème relatif à une correspondance ponctuelle de nature déterminée entre deux surfaces, peut présenter des différences géométriques profondes suivant que l'on exige que la correspondance soit directe ou inverse. Je citerai comme exemple le problème de la détermination des congruences de sphères établissant entre les deux nappes de l'enveloppe une représentation conforme; on se rend facilement compte que si la correspondance est inverse, *et seulement dans ce cas*, on peut *déformer arbitrairement la déférente* sans altérer la nature de la correspondance. Le problème dont il est question dans cette Note donne lieu à une circonstance analogue.

Désignons par I le milieu de MM', par ρ_1 et ρ_2 les abscisses, comptées à partir de I, des deux foyers de la congruence (MM') portés par le rayon MM'. En exprimant que la correspondance [M, M'] est une équivalence, on obtient les conditions nécessaires et suffisantes

$$\rho_1 + \rho_2 = 0 \quad \text{(si la correspondance est directe)}, \tag{1}$$

$$\rho_1 \rho_2 = -\overline{IM}^2 \quad \text{(si la correspondance est inverse)}. \tag{2}$$

Si l'on déforme arbitrairement S (sans modifier R), d'une part M et M′ conservent des positions fixes sur Σ, et d'autre part le produit $\rho_1\rho_2$ est invariant. Il résulte de là que si la correspondance entre σ et σ' est inverse, l'équivalence superficielle *est conservée par une déformation arbitraire de la déférente*. Cette circonstance ne se présente pas si la correspondance est directe.

3. Avec les notations usuelles de la théorie des surfaces, les équations (1) et (2) peuvent se mettre sous les formes

$$(1') \qquad \rho_{22}D - 2\rho_{12}D' + \rho_{11}D'' - H^2\mathcal{H} = 0,$$

$$(2') \qquad \Delta_{22}\rho - \Delta_2\rho - K(\Delta_1\rho - 2\rho) + 1 = 0;$$

les Δ et les ρ_{ij} sont les paramètres de Beltrami relatif au ds^2 de S et les dérivées secondes covariantes de ρ; K et $\mathcal{H}$ sont les courbures totale et moyenne de S, et l'on a posé $H^2 = EG - F^2$, $R^2 = 2\rho$. (2′) est une équation du type de Monge-Ampère, ne différant que par le signe placé devant K de la deuxième équation de l'applicabilité pour S. (1′) est plus facile à traiter. Si l'on rapporte S à ses asymptotiques ($K < 0$), ou à un réseau conjugué isotherme ($K > 0$), l'équation prend l'une ou l'autre des deux formes

$$(\alpha) \qquad \frac{\partial^2\rho}{\partial u\,\partial v} + a\frac{\partial\rho}{\partial u} + b\frac{\partial\rho}{\partial v} + c = 0,$$

$$(\beta) \qquad \frac{\partial^2\rho}{\partial u^2} + \frac{\partial^2\rho}{\partial v^2} + a\frac{\partial\rho}{\partial u} + b\frac{\partial\rho}{\partial v} + c = 0,$$

et, aux résultats connus relatifs à la réduction ou à l'intégrabilité des équations des types (α), (β) correspondent des particularités géométriques des surfaces S.

Ainsi, les équations (α) à invariants égaux correspondent aux déférentes S *minima*. Si les invariants sont nuls, S est l'hélicoïde réglé minima (pour lequel, par conséquent, la détermination *complète* des congruences donnant des équivalences directes est possible).

Si S est à courbure totale constante, les équations (α) et (β) sont *toujours complètement intégrables* dès que S est connue.

Le cas où S est *sphérique* donne lieu au rapprochement assez inattendu suivant.

Interprétons ρ comme la distance à l'origine d'un plan π parallèle au plan tangent au point (u, v) de S. On constate alors que π enveloppe une surface quelconque S′ admettant S pour enveloppée moyenne. Ces surfaces S′ sont celles que la célèbre méthode de Weingarten associe au para-

boloïde de révolution. Le problème de la détermination des congruences de sphères déterminant sur les deux nappes de l'enveloppe des correspondances avec équivalence directe des éléments superficiels *est donc équivalent à celui de la déformation du paraboloïde de révolution.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Formules de récurrence pour les semi-invariants à quelques lois de distribution à plusieurs variables.* Note de M. **Per Gotaas**, présentée par M. Émile Borel.

M. Paul Quale ([1]) a démontré qu'on a, pour les lois de distribution d'une variable x de la classe

$$f(x, a, b, \ldots) = \Phi_1(a, b, \ldots)^x \Phi_2(a, b, \ldots) \Phi_3(x, b, \ldots), \tag{1}$$

la formule suivante pour les semi-invariants

$$\lambda_n = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \lambda_{n-1}}{\partial a} \qquad (r = 2, 3, \ldots). \tag{2}$$

Les fonctions Φ_1, Φ_2 et Φ_3 sont arbitraires. Le coefficient α dépend des paramètres $a, b, \ldots$ de la loi de distribution, mais il ne dépend pas de la variable x et l'ordre r du semi-invariant. Les semi-invariants sont dans ce cas définis par l'identité en t

$$e^{\lambda_1 t + \frac{1}{2!}\lambda_2 t^2 + \ldots} = \sum_{(x)} e^{xt} f(x, a, b, \ldots). \tag{3}$$

M. P. Quale a démontré que les lois de Bernoulli et de Pascal *d'une variable* sont dans cette classe, et plus tard M. Sven Guldberg ([2]) a trouvé des formules ressemblant pour ces deux lois *à n variables.*

Il est aisé de démontrer qu'il existe des formules de récurrence plus générales pour une grande classe de lois de distribution à n variables. Cette classe comprend comme cas spécial la classe (1) trouvée par M. Quale.

Considérons une loi des distribution des variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et les paramètres $a_1, a_2, \ldots, a_n, b, c, \ldots$,

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n, a_1, a_2, \ldots, a_n, b, c, \ldots).$$

([1]) *Comptes rendus,* **194**, 1932, p. 150.

([2]) *Comptes rendus,* **201**, 1935, p. 376.

Nous allons définir les semi-invariants $\lambda_{f_1 f_2 \ldots f_n}$ d'ordre

$$m = f_1 + f_2 + \ldots + f_n$$

par une identité analogue (3) en $u_1, u_2, \ldots, u_n$:

$$(4)\qquad e^{\left[\sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{(f)} \frac{u_1^{f_1} u_2^{f_2} \ldots u_n^{f_n}}{f_1! f_2! \ldots f_n!} \lambda_{f_1 f_2 \ldots f_n}\right]} = \sum_{(x_1)} \cdots \sum_{(x_n)} e^{x_1 u_1 + \ldots + x_n u_n} f(x_1, \ldots).$$

Le signe $\sum_{(f)}$ étant étendu à toutes les solutions en nombres entiers et positifs de l'équation $m = f_1 + f_2 + \ldots + f_n$. Les sommes du côté droit sont étendus dans tout ce domaine dans lequel la fonction $f(x_1, \ldots)$ est définie, afin que

$$\sum_{(x_1)} \sum_{(x_1)} \cdots \sum_{(x_n)} f(x_1, x_2, \ldots, x_n, a_1, a_2, \ldots, a_n, b, c, \ldots) = 3.$$

On en déduit l'expression pour le semi-invariant d'ordre m :

$$(5)\qquad \lambda_{f_1 f_2 \ldots f_n} = \left\{ \frac{\partial^{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}}{\partial u_1^{f_1} \partial u_2^{f_2} \ldots \partial u_n^{f_n}} \log \sum \cdots \sum e^{x_1 u_1 + \ldots x_n u_n} f \right\} \qquad (u^1 = \ldots = u_n = 0).$$

De (5) on trouve, par dérivation partielle par rapport à u_j et a_i,

$$(6)\qquad \lambda_{f_1 \ldots f_j + 1 \ldots f_n} = \left\{ \frac{\partial^{f_1 + \ldots + f_n}}{\partial u_1^{f_1} \ldots \partial u_n^{f_n}} \frac{\Sigma \ldots \Sigma\, e^{x_1 u_1 + \ldots + x_n u_n} f}{\Sigma \ldots \Sigma\, e^{x_1 u_1 + \ldots + x_n u_n} f} \right\} \qquad (u_1 = \ldots = u_n = 0);$$

$$(7)\qquad \frac{\partial}{\partial a_i} \lambda_{f_1 \ldots f_j \ldots f_n} = \left\{ \frac{\partial^{f_1 + \ldots + f_n}}{\partial u_1^{f_1} \ldots \partial u_n^{f_n}} \frac{\Sigma \ldots \Sigma\, e^{x_1 u_1 + \ldots + x_n u_n} \frac{\partial f}{\partial a_i}}{\Sigma \ldots \Sigma\, e^{x_1 u_1 + \ldots + x_n u_n} f} \right\} \qquad (u_1 = \ldots = u_n = 0)$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n \text{ et } j = 1, 2, \ldots, n).$$

Considérons maintenant les fonctions f satisfaisant aux n équations

$$(8)\qquad \sum_{(x_1)} \cdots \sum_{(x_n)} e^{x_1 u_1 + x_2 u_2 + \ldots + x_n u_n} \frac{\partial}{\partial a_i} f = \sum_{(x_1)} \cdots \sum_{(x_n)} (\alpha_{i1} x_1 + \alpha_{i2} x_2 + \ldots + \alpha_{in} x_n + \alpha_{i0}) f$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n).$$

α_{ij} étant indépendants de $u_1, u_2, \ldots, u_n$ et $x_1, \ldots, x_n$. Dans ce cas, nous pouvons déduire de (5), (6) et (7) les n équations

$$(9)\qquad \frac{\partial}{\partial a_i} \lambda_{f_1 \ldots f_n} = \sum_{j=1}^{j=n} \alpha_{ij} \lambda_{f_1 \ldots f_j + 1 \ldots f_n} \qquad \text{pour } i = 1, 2, \ldots, n \text{ et } f_1 + f_2 + \ldots + f_n \geqq 1.$$

Ces équations (9) sont des formules de récurrence pour les semi-invariants. Pour qu'une loi de distribution donne lieu à des formules de récurrence du type (9), il faut et il suffit que la fonction

$$f(x_1, \ldots, x_n, a_1, \ldots, a_n, b, c, \ldots)$$

satisfasse aux équations (8).

Les équations (8) peuvent s'écrire

$$(10) \qquad \frac{\partial}{\partial a_i} \log f(x_1, \ldots) = \alpha_{i0} + \sum_{j=1}^{j=n} \alpha_{ij} x_j \qquad \text{pour} \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

L'intégration de ces n équations aux dérivées partielles nous amène à la classe qui suit des lois de distribution :

$$(11) \quad f(x_1, \ldots, x_n, a_1, \ldots, a_n, b, c, \ldots)$$
$$= \Phi_0(a_1, \ldots, a_n, b, c, \ldots)\, \Phi_{n+1}(x_1, \ldots, x_n, b, c, \ldots) \prod_{j=1}^{j=n} [\Phi_j(a_1, \ldots, a_n, b, c, \ldots)]^{x_j},$$

où les fonctions $\Phi_0, \ldots, \Phi_{n+1}$ peuvent être arbitraires. La dérivation logarithmique de la formule (11) nous donne les coefficients α_{ij},

$$(12) \qquad \alpha_{ij} = \frac{\partial}{\partial a_i} \log \Phi_j \qquad (i = 1, 2, \ldots, n \text{ et } j = 0, 1, \ldots, n).$$

Pour que les équations (9) aient une solution unique, il faut que

$$\frac{D(\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n)}{D(a_1, a_2, \ldots, a_n)} \neq 0,$$

c'est-à-dire que les fonctions $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n$ doivent être indépendantes l'une de l'autre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la divisibilité des polynomes abstraits* [1]. Note de MM. **S. Mazur** et **W. Orlicz**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans ce qui suit, x désignera un élément variable d'un espace X du type ($\mathcal{F}$) [1]. Nous allons considérer d'abord des polynomes à valeurs réelles. Le polynome $\mathfrak{T}(x)$ sera dit *diviseur* du polynome $\mathfrak{Q}(x)$, en sym-

[1] Pour les définitions employées dans cette Note, voir S. Mazur und W. Orlicz, *Stud. Math.*, 5, 1934, Erste Mitteilung, p. 50-68, Zweite Mitteilung, p. 179-189.

boles $\mathcal{P}(x) | \mathcal{Q}(x)$, lorsqu'il existe un polynome $\mathcal{R}(x)$ tel que

$$\mathcal{Q}(x) = \mathcal{P}(x)\mathcal{R}(x);$$

les polynomes $\mathcal{P}(x)$, $\mathcal{Q}(x)$ sont *premiers entre eux*, en symboles

$$[\mathcal{P}(x), \mathcal{Q}(x)] = 1,$$

lorsque tout diviseur commun de $\mathcal{P}(x)$ et de $\mathcal{Q}(x)$ est constant; le polynome $\mathcal{P}(x)$ est irréductible si tout diviseur de $\mathcal{P}(x)$ non constant est de la forme $c\mathcal{P}(x)$, où c désigne une constante. On a les théorèmes, où t, t_i sont des paramètres réels.

1. Si pour deux polynomes $\mathcal{P}(x)$, $\mathcal{Q}(x)$, on a $\mathcal{P}(x_0 + th_0) | \mathcal{Q}(x_0 + th_0)$ quels que soient x_0, h_0, alors $\mathcal{P}(x) | \mathcal{Q}(x)$.

2. Si $\mathcal{P}(x)$, $\mathcal{Q}(x)$ sont des polynomes et $[\mathcal{P}(x), \mathcal{Q}(x)] = 1$, il existe, pour tout h_0 donné, un élément x_0 tel que $[\mathcal{P}(x_0 + th_0), \mathcal{Q}(x_0 + th_0)] = 1$.

3. Lorsque $\mathcal{P}(x)$ est un polynome irréductible, il existe un nombre fini d'éléments $h_1, \ldots, h_n$, tel que le polynome $\mathcal{P}(t_1 h_1 + \ldots + t_n h_n)$ soit irréductible.

4. Lorsque le polynome $\mathcal{P}(x)$ admet deux représentations

$$\mathcal{P}(x) = \mathcal{Q}_1(x) \ldots \mathcal{Q}_k(x), \qquad \mathcal{P}(x) = \mathcal{R}_1(x) \ldots \mathcal{R}_i(x),$$

où les $\mathcal{Q}_1(x), \ldots, \mathcal{Q}_k(x)$, $\mathcal{R}_1(x), \ldots, \mathcal{R}_i(x)$ sont des polynomes irréductibles non constants, on a $k = i$ et $\mathcal{Q}_r(x) = c_r \mathcal{R}_{n_r}(x)$, $n_1, \ldots, n_k$ étant une permutation des indices $1, \ldots, k$ et les c_r des constantes.

Soient $\mathcal{P}_n(x)$, $\mathcal{Q}_n(x)$, $\mathcal{P}(x)$, $\mathcal{Q}(x)$ des polynomes, dont les degrés sont respectivement p_n, q_n, p, q, tels que $\mathcal{P}_n(x) \to \mathcal{P}(x)$, $\mathcal{Q}_n(x) \to \mathcal{Q}(x)$. Alors : a, si $\mathcal{P}_n(x) | \mathcal{Q}_n(x)$, $\mathcal{P}(x) \neq 0$ et la suite $\{q_n\}$ est bornée, on a $\mathcal{P}(x) | \mathcal{Q}(x)$; b, si $[\mathcal{P}(x), \mathcal{Q}(x)] = 1$ et $p_n \leq p$, $q_n \leq q$, on a, à partir d'un certain n, $[\mathcal{P}_n(x), \mathcal{Q}_n(x)] = 1$; c, si le polynome $\mathcal{P}(x)$ est irréductible et $p_n \leq p$, le polynome $\mathcal{P}_n(x)$ est irréductible à partir d'un certain n.

Nous considérons maintenant le cas plus général où les valeurs prises par les polynomes appartiennent à un espace Y du type $(\mathcal{B})$. Nous dirons alors que le polynome $\mathcal{P}(x)$ est diviseur du polynome $\mathcal{Q}(x)$ [en symboles : $\mathcal{P}(x) | \mathcal{Q}(x)$] si pour toute fonctionnelle linéaire $\Phi(y)$ on a $\Phi[\mathcal{P}(x)] | \Phi[\mathcal{Q}(x)]$; le polynome $\mathcal{P}(x)$ est irréductible si tout diviseur non constant de $\mathcal{P}(x)$ est de la forme $c\mathcal{P}(x)$, où c désigne une constante.

5. $\mathcal{P}(x)$, $\mathcal{Q}(x)$ étant des polynomes, la condition nécessaire et suffisante pour que $\mathcal{P}(x) | \mathcal{Q}(x)$ est que l'on ait $\mathcal{Q}(x) = \mathcal{R}(x)\mathcal{P}(x)$, où $\mathcal{R}(x)$ est un polynome à valeurs réelles.

6. Si le polynome $\mathfrak{P}(x) \not\equiv 0$ admet deux représentations

$$\mathfrak{P}(x) = \mathcal{R}_1(x)\mathfrak{Q}_1(x) \quad \text{et} \quad \mathfrak{P}(x) = \mathcal{R}_2(x)\mathfrak{Q}_2(x),$$

où les $\mathcal{R}_i(x)$ sont des polynomes à valeurs réelles et les $\mathfrak{Q}_i(x)$ des polynomes irréductibles, alors $\mathcal{R}_1(x) = a\mathcal{R}_2(x)$, $\mathfrak{Q}_1(x) = b\mathfrak{Q}_2(x)$ où a, b sont des constantes.

Il est aisé d'étendre les théorèmes que nous venons d'énoncer aux polynomes de plusieurs variables; pour s'en convaincre, il suffit d'appliquer les principes $(\mathcal{A})$, $(\mathcal{B})$ (*loc. cit.*, p. 59 et 61).

Au contraire le théorème suivant n'est valable que dans le cas de deux (ou plusieurs) variables :

7. Si $\mathfrak{P}(x_1, x_2)$, $\mathfrak{Q}(x_1, x_2)$ sont deux polynomes et $[\mathfrak{P}(x_1, x_2), \mathfrak{Q}(x_1, x_2)] = 1$, alors pour tout $\overline{x}_1$ n'appartenant pas à un ensemble de première catégorie, on a $[\mathfrak{P}(\overline{x}_1, x_2), \mathfrak{Q}(\overline{x}_1, x_2)] = 1$.

Les résultats précédents sont valables aussi dans le cas où les espaces X, Y sont complexes; une opération continue $\mathfrak{P}(x)$ est alors appelée un polynome si, étant donnés deux éléments arbitraires x_0, h_0, il existe un nombre fini d'éléments $y_0, \ldots, y_n$ de manière que

$$\mathfrak{P}(x_0 + th_0) = t^0 y_0 + \ldots + t^n y_n$$

pour tout t complexe.

8. $\mathfrak{P}(x)$, $\mathfrak{Q}(x)$ étant des polynomes, la condition nécessaire et suffisante pour que $\mathfrak{P}(x) = 0$ entraîne toujours $\mathfrak{Q}(x) = 0$ est que l'on ait $\mathfrak{P}^n(x) \mid \mathfrak{Q}(x)$ pour un certain n naturel.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Le type des surfaces de Riemann simplement connexes.* Note de M. **Charles Blanc**, présentée par M. Émile Borel.

1. On sait qu'une surface de Riemann simplement connexe peut-être représentée soit sur l'intérieur d'un cercle (type hyperbolique) soit sur le plan moins le point à l'infini (type parabolique). Le problème de la détermination du type d'une surface donnée est très important. Les critères connus sont peu nombreux, surtout en ce qui concerne les conditions suffisantes pour le cas parabolique.

M. Bloch a énoncé un principe conducteur pour tirer, de critères connus, des critères pour des surfaces plus compliquées; ce principe que son auteur appelle *principe de continuité topologique* dit ceci : *deux surfaces qui se*

déduisent l'une de l'autre par le déplacement de singularités ont le même type.

M. Ahlfors [1] a donné une généralisation du théorème de Picard dans le sens de ce principe : il remplace les valeurs par des cercles exceptionnels; il a remplacé également les points par des cercles dans les théorèmes de M. R. Nevanlinna sur les valeurs multiples d'une fonction méromorphe [2].

Il existe des critères de type basés sur la considération de l'arbre topologique de la surface de Riemann. Soit F une surface de Riemann simplement connexe dont les singularités ont pour traces p points du plan. On sait qu'on peut alors construire l'arbre de la surface [3]. Considérons une surface dont les singularités se projettent dans p cercles, deux singularités d'un même cercle ne pouvant être jointes que par un chemin dont la trace sort du cercle. On pourra transformer cette surface en une surface F^*, dont les singularités ont pour traces p points, par une transformation ne déplaçant que des points intérieurs aux p cercles. Il s'agit là d'une transformation du type de celles dont parle M. Bloch. On construit l'arbre de F^* et on l'appelle *l'arbre au sens généralisé* de F : les critères connus sur les arbres sont-ils encore valables dans ce cas?

2. Reprenons un critère donné par M. R. Nevanlinna [4]. Il s'agit de surfaces dont les singularités ont trois points pour traces. On construit l'arbre; on y choisit une origine G_0, d'où l'on déduit les générations G_1, G_2, ... Soit $\sigma(n)+2$ le nombre de sommets de G_n. M. Nevanlinna démontre que *si* $\sum\frac{1}{n\sigma(n)}$ *diverge, la surface est du type parabolique.*

Le théorème est encore vrai si l'on remplace trois points par trois cercles, et l'arbre par un arbre au sens généralisé. La démonstration est à peu de chose près la même que celle de M. Nevanlinna. On peut d'ailleurs remplacer trois cercles par p cercles, ce qui n'introduit aucune difficulté nouvelle.

3. Considérons la surface de Riemann F_0 de l'inverse de $w=f(z)=e^{e^z}$, et une surface F dont l'arbre, au sens généralisé, est le même que celui de F_0. On a le théorème : *la surface* F *est du type parabolique.* Il se démontre d'une manière analogue au précédent.

4. La plupart des critères de type connus sont basés sur la plus ou moins grande complexité de la surface de Riemann étudiée. Or il est certain que

---

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 245.

(2) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1145.

(3) Voir R. Nevanlinna, *Verh. de Intern. Math. Kongresses*, Zürich, 1, 1932, p. 221.

(4) R. Nevanlinna, *Comm. Math. Helv.*, 5, 1932, p. 95.

ce n'est pas là le seul facteur, une surface peu ramifiée, mais très peu symétrique, peut être hyperbolique. Pour faire l'étude d'une surface à ce point de vue, on peut employer le procédé suivant : soit T une section de la surface, F_1 et F_2 les deux parties de F séparées par T. On représente F_1 et F_2 sur deux demi-plans $\mathcal{R}\zeta > 0$ et $\mathcal{R}\zeta < 0$; à T correspond la droite $\mathcal{R}\zeta = 0$ prise deux fois, ou une partie de celle-ci. Dans le dernier cas F est du type hyperbolique, dans le premier cas elle peut être d'un type ou de l'autre. Supposons que nous avons le premier cas. A tout point de T correspondent deux points de $\mathcal{R}\zeta = 0$; on a donc une correspondance biunivoque entre deux ponctuelles de support $\mathcal{R}\zeta = 0$. Soient r_1 et r_2 deux valeurs correspondantes de $\mathcal{J}\zeta$: on a une relation $H(r_1, r_2) = 0$, avec

$$(H) \qquad \begin{cases} r_2 \to +\infty & \text{si} \quad r_1 \to +\infty, \\ r_2 \to -\infty & \text{si} \quad r_1 \to -\infty. \end{cases}$$

Si une relation analytique $H(r_1, r_2) = 0$ vérifie les conditions (H), il lui correspond une surface de Riemann simplement connexe F, de type déterminé : on peut donc parler du type de $H(r_1, r_2)$.

On montre que si $H(r_1, r_2) = 0$ est algébrique, ce type est hyperbolique. Par contre, si $H(r_1, r_2) = 0$ est très dissymétrique, le type est hyberbolique; ainsi soit

$$H(r_1, r_2) \equiv e^{r_1} + 1 - e^{e^{r_2}},$$

le type est alors hyperbolique, d'où l'on déduit que la surface formée d'une moitié de la surface de l'inverse de $w = e^z$ et d'une moitié de la surface de l'inverse de $w = e^{e^z}$ collées le long d'une droite $-\infty - +\infty$, est du type hyperbolique.

Les démonstrations paraîtront ultérieurement.

MÉCANIQUE. — *Sur les propriétés des oscillations propres.* Note (¹) de M. F.-H. van den Dungen, présentée par M. Émile Borel.

1. Nous nous proposons d'indiquer ici quelques propriétés des pulsations des oscillations propres des systèmes linéaires, sans termes gyroscopiques. Ces propriétés complètent ou étendent celles qui furent établies par Lord Rayleigh et E.-J. Routh; comme celles-ci elles peuvent être utilisées tant pour l'étude théorique des pulsations que pour leur détermination pratique. La démonstration de nos nouvelles propriétés découle immédiatement du

(¹) Séance du 17 février 1936.

principe de la moindre sollicitation que nous avons démontré précédemment ([1]).

2. Représentons par $A(y)$ le potentiel interne de déformation du système, par $D(y)$ et $T(y)$, la fonction de dissipation et l'énergie cinétique où les vitesses ont été remplacées par les déformations y. Si les déformations dans un mouvement propre dépendent du temps suivant la loi $e^{\alpha t}$ (α constante réelle ou complexe), on a (Routh)

$$A(y) + \alpha D(y) + \alpha^2 T(y) = 0, \tag{1}$$

alors que pour toute variation δy des déformations, à partir de leurs valeurs exactes,

$$\delta A(y) + \alpha \delta D(y) + \alpha^2 \delta T(y) = 0, \tag{2}$$

les variations étant compatibles avec les liaisons.

3. Si nous introduisons dans (1) et (2), la valeur d'une déformation y_1 correspond à la constante α_1, nous obtenons deux équations du second degré en α. Chacune de ces équations admet, outre racine α_1, une autre racine, *en général*, étrangère au problème et différente pour chaque équation. Plaçons-nous dans ce cas général.

La racine α_1 est caractérisée par le fait qu'elle est commune à (1) et à (2). Si nous n'introduisons pas dans (1) la valeur y_1, cette équation admet deux racines α, dont une tend vers α_1, quand y tend vers y_1. Il résulte de (1) et (2) que la racine α_1 *seule* est caractérisée par

$$\delta\alpha_1 = 0. \tag{3}$$

4. Considérons maintenant une autre déformation y_2 correspondant à la constante α_2 et calculons la forme bilinéaire $A(y_1, y_2)$ associé à la forme quadratique $A(y)$. On a (suivant Routh)

$$A(y_1, y_2) + \alpha D(y_1, y_2) + \alpha^2 T(y_1, y_2) = 0, \tag{4}$$

dont les deux racines sont α_1 et α_2. Si δ_2 indique une variation prise par rapport à y_2 *seul*, l'équation

$$\delta_2 A(y_1, y_2) + \alpha \delta_2 D(y_1, y_2) + \alpha^2 \delta T(y_1, y_2) = 0, \tag{5}$$

est identique à l'équation (2) où y_1 remplacerait y.

Si nous donnons, dans (4), à y_1 et y_2 des accroissements, les deux racines

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 282.

sont fonctions de ces accroissements; les relations suivantes les caractérisent

$$\delta\alpha_i \equiv \delta_1\alpha_i = -\frac{\partial}{\partial y_i}\frac{D(y_1, y_2)}{T(y_1, y_2)}\delta y_1, \qquad \delta_2\alpha_i = 0, \tag{6}$$

et inversement pour α_2.

Il est remarquable que l'équation (4) a ses coefficients réels si y_1 et y_2 sont réels ou complexes *et* conjugués.

5. Le cas, où les deux racines α de (1) conviennent au problème, est réalisé dans deux circonstances importantes.

Si D est nul (systèmes conservatifs), les racines α sont des imaginaires pures et l'équation (5) est identique à (1) si y_2 est le conjugué de y_1; s'il n'en est pas ainsi, elle donne

$$A(y_1, y_2) = T(y_1, y_2) = 0, \tag{7}$$

ce sont les relations classiques d'orthogonalité.

Si les coefficients de D sont proportionnels aux coefficients correspondants de T, les déformations y sont les mêmes que si D était nul. Le système n'est plus conservatif, toutefois il n'est pas le siège de transport d'énergie et présente éventuellement des nœuds ou des surfaces nodales fixes comme les systèmes conservatifs.

HYDRODYNAMIQUE. — *Théorie du coup de bélier dans les conduites forcées à caractéristiques multiples. Cas des mouvements périodiques.* Note de M. **Charles Jaeger**, présentée par M. Charles Fabry.

L'étude des phénomènes de coup de bélier dans un système de conduites forcées comporte, d'ordinaire, le calcul des manœuvres d'ouverture et de fermeture linéaires partielles ou totales. Il nous semble qu'il y aurait intérêt à envisager, en outre, les phénomènes périodiques et les manœuvres rythmiques engendrant la résonance. Les manœuvres de résonance ont été définies sans ambiguïté par Allievi, de Sparre et Camichel. Par phénomènes périodiques, nous entendrons ici les oscillations périodiques, consécutives à toute manœuvre primaire de l'obturateur, qui ramènent, après un amortissement plus ou moins lent, la pression à sa valeur statique.

Nous étudierons brièvement les lois régissant les phénomènes périodiques, qui se produisent à la suite d'une manœuvre de fermeture totale.

Soient y_0 la charge hydrostatique à la base d'une conduite et y_m la

charge, supposée connue, à la fin d'une manœuvre primaire de fermeture. On observe alors que la surcharge devient oscillante et qu'elle prend rapidement la forme sinusoïdale. Supposons que le mouvement enregistré au bas de la conduite soit de la forme $y - y_0 = (y_m - y_0) \sin mt$ avec la condition $y_m \leqq y_0$. Soit A le point de discontinuité de la conduite, que nous supposons constituée par deux tronçons de longueurs L_1 et L_2, de sections S_1 et S_2, dans lesquelles les ondes de surcharge F_1, F_2 (ascendantes) et f_1, f_2 (descendantes) se propagent avec des vitesses a_1 et a_2. En tenant compte du fait que le débit à l'obturateur est constamment nul, par suite de la fermeture, on trouve (¹)

$$\operatorname{tang} m \frac{L_1}{a_1} = \frac{S_2 a_1}{S_1 a_2} \cot m \frac{L_2}{a_2},$$

d'où l'on tire m ainsi que la durée $\theta = 2\pi/m$ de l'oscillation. On constate alors que cette durée θ coïncide, non point avec la *période théorique* de la conduite, mais avec la *période apparente*, telle qu'elle a été définie par Camichel. A titre de vérification, on peut retrouver les périodes apparentes mesurées, il y a quelques vingt ans, sur les conduites forcées, par Camichel, Eydoux, Neeser et Boucher (²).

La surcharge maximum au point de discontinuité A est donnée par

$$y_{\max} - y_0 = (y_m - y_0) \cos m \frac{L_1}{a_1}.$$

On peut également déduire, de l'étude des mouvements périodiques, une théorie des chambres d'équilibre, que l'on devrait considérer comme le complément nécessaire de la théorie habituelle, qui suppose une fermeture linéaire lente des obturateurs. A cet effet, on partira de la formule

$$\operatorname{tang} m \frac{L_1}{a_1} = \frac{S_2 a_1}{S_1 a_2} \cot m \frac{L_2}{a_2} + \frac{S_3 a_1}{S_1 a_3} \cot m \frac{L_3}{a_3},$$

formule valable pour le cas où trois conduites, de longueurs L_1, L_2 et L_3, bifurquent en A; la conduite 1 étant seule munie d'un obturateur. En pratique, le calcul numérique de cette dernière formule présentera quelques difficultés. Il est utile de poser $\theta_1 = 4L_1/a_3$ et d'écrire en supposant ε petit,

---

(¹) Foch, *Contribution à l'étude des coups de bélier dans les conduites munie d'un réservoir d'air*. Toulouse, 1920, p. 64.

(²) Camichel, Eydoux et Gariel, *Étude théorique et expérimentale des coups de bélier*. Paris 1919, p. 210.

$\theta = \theta_1(1+\varepsilon)$. Il est alors facile de calculer

$$\varepsilon = \frac{\frac{2}{\pi}}{\frac{\mu'}{\frac{\pi}{2}\frac{L_2}{L_1}\frac{a_1}{a_2}} + \mu'' \cot\frac{\pi}{2}\frac{L_3}{L_1}\frac{a_1}{a_3}}, \quad \text{où} \quad \mu' = \frac{S_2 a_1}{S_1 a_2} \quad \text{et} \quad \mu'' = \frac{S_3 a_1}{S_1 a_3}.$$

Cette dernière formule n'est cependant plus valable lorsque la cotangente, qui figure au dénominateur, tend vers $-\infty$. On pose alors

$$\frac{\pi}{2}\frac{L_3}{L_1}\frac{a_1}{a_3} = \pi(1-\varepsilon'),$$

où ε' est supposé petit. ε est donné, en ce cas, par une équation du second degré.

La surcharge au bas de la chambre est donnée par la formule

$$Y_A - V_{A_0} = (y_m - y_0)\cos m\frac{L_1}{a_1} = (y_m - y_0)\sin\frac{\pi}{2}\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}.$$

Une autre étude, qui ne manque pas d'intérêt, est l'analyse des mouvements périodiques dans les conduites jumelées [1]. On examinera tour à tour le cas des manœuvres synchrones et le cas où l'une des conduites est seule en activité, les autres restant fermées. L'analyse permet de retrouver, ainsi, certains phénomènes physiques, bien observés sur des diagrammes d'enregistrement des surcharges.

En résumé, il est possible, et utile de développer, ainsi que nous l'avons fait à titre de complément des théories actuellement en usage, une théorie des mouvements périodiques dans les systèmes hydrauliques complexes, théorie qui est en accord avec les faits observés.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le mouvement des tourbillons de Bénard-Kármán dans un canal rectiligne.* Note de M. **Paul Schwarz**, présentée par M. Henri Villat.

Dans son Mémoire fondamental [2], L. Rosenhead a examiné la stabilité d'une rue de tourbillons alternés dans un canal, par la méthode des petites oscillations. Je me propose dans cette Note, en me bornant à une pertur-

[1] Charles Jaeger, *Revue générale de l'Hydraulique*, 3, 1935, p. 1.

[2] *Phil. Trans.*, série A, 228, 1929, p. 275.

bation moins générale, *mais finie*, d'étudier le mouvement qui en résulte. Je suppose qu'à l'instant initial l'ensemble de la rue se trouve écarté de telle sorte que son axe (ligne médiane) se trouve à une abscisse a_0, les parois du canal étant $x = \pm\omega_1/2$. J'appellerai h la largeur de la rue et je désigne par *file* A celle composée de tourbillons d'intensité $+\mathrm{I}$, et *file* B celle des tourbillons $-\mathrm{I}$. Introduisant alors un écart longitudinal relatif $2\theta\omega_3$ de la file A par rapport à la file B, le système de tourbillons de coordonnées $z_0 - h + (1+2\theta)\omega_3 + 2k\omega_3$ (file A) et $z_0 + 2k'\omega_3$ (file B) (k et k' entiers) aura un potentiel complexe (¹)

$$(1)\qquad f(z) = \frac{\mathrm{I}}{2i\pi}\log\frac{\Im_2\left(\dfrac{z+\bar{z}_0}{2\omega_1}\right)\Im_4\left(\dfrac{z-z_0+h-2\theta\omega_3}{2\omega_1}\right)}{\Im_1\left(\dfrac{z-z_0}{2\omega_1}\right)\Im_3\left(\dfrac{z+\bar{z}_0-h-2\theta\omega_3}{2\omega_1}\right)},$$

où $\bar{z}_0$ est la valeur conjuguée de z_0. Les vitesses u et v des files A et B s'en déduisent par la méthode classique; on a

$$(2)\quad\left\{\begin{aligned}
&\frac{4i\pi}{\mathrm{I}}u_A = \frac{4i\pi}{\mathrm{I}}u_B = p'(1+2\theta)\omega_3\left[\frac{1}{ph - p(1+2\theta)\omega_3} - \frac{1}{p(2a+\omega_1) - p(1+2\theta)\omega_3}\right],\\
&\frac{2\pi}{\mathrm{I}}v_B = \zeta(2a+h+\omega_1) + \zeta h - \zeta(2a+\omega_1)\\
&\qquad - \frac{2\eta_1}{\omega_1}h + \frac{1}{2}\,\frac{p'h}{ph - p(1+2\theta)\omega_3} - \frac{1}{2}\,\frac{p'(2a+\omega_1)}{p(2a+\omega_1) - p(1+2\theta)\omega_3},\\
&\frac{2\pi}{\mathrm{I}}v_A = -\zeta(2a-h+\omega_1) + \zeta h + \zeta(2a+\omega_1)\\
&\qquad - \frac{2\eta_1}{\omega_1}h + \frac{1}{2}\,\frac{p'h}{ph - p(1+2\theta)\omega_3} + \frac{1}{2}\,\frac{p'(2a+\omega_1)}{p(2a+\omega_1) - p(1+2\theta)\omega_3}.
\end{aligned}\right.$$

Ces équations nous montrent que $u_A = u_B$, c'est-à-dire qu'*au cours du mouvement transversal la largeur de la rue ne varie pas;* mais $v_A \neq v_B$. C'est pourquoi je pose

$$(2\,bis)\qquad u_A = u_B = \frac{da}{dt} \qquad \text{et} \qquad v_A - v_B = \frac{2\omega_3}{i}\frac{d\theta}{dt},$$

ce qui permet d'éliminer dt entre (2) et (2 *bis*) et d'arriver à l'intégrale générale *des trajectoires* $F(a, \theta) =$ const. donnée par

$$(3)\qquad \begin{aligned} F(a,\theta) &= \frac{1}{ph - p(2a+\omega_1)} - \frac{1}{ph - p(1+2\theta)\omega_3}\\ &= \frac{1}{ph - p(2a_0+\omega_1)} - \frac{1}{ph - e_3},\end{aligned}$$

dans le second membre de laquelle j'ai remplacé tout de suite la constante

(¹) J'adopte les notations de Tannery-Molk (*Fonctions elliptiques*, 4 vol., Paris).

d'intégration par les conditions initiales. L'étude de (2), (2 *bis*) et (3) nous indique aisément qu'il existe une valeur critique a_c de a_0, solution de l'équation

$$(4) \qquad p(2a_c + \omega_1) = \frac{(ph)^2 - e_1 e_3}{2ph + e_2}$$

et telle que :

1° si $a_0 < a_c$, *l'axe de la rue oscille entre les deux positions extrêmes* $+a_0$ *et* $-a_0$ *symétriques par rapport à l'axe du canal, d'une façon synchrone avec l'oscillation de* θ. La courbe $F(a, \theta) = F(a_0, \theta)$ est un ovale parcouru en sens direct et $|\theta|$ ne dépasse jamais $1/2$. Les élongations extrêmes $\pm a_0$ correspondent à $\theta = 0$, tandis qu'on a $a = 0$ pour $\theta = \pm\theta_{max}$ avec le signe plus à l'aller et moins au retour.

2° si $a_0 > a_c$, a, tout en oscillant entre a_0 et a_1 donné par

$$F\left(a_1, \frac{1}{2}\right) = F(a_0, 0),$$

reste toujours du même signe que a_0, c'est-à-dire *l'axe de la rue reste toujours du même côté du canal. D'autre part la grandeur* θ *croît constamment.* $F(a, \theta) = F(a_0, 0)$ est alors une courbe à aspect sinusoïdal dont les maxima congrus à a_0 correspondent à $\theta = n$ et les minima congrus à a_1 sont donnés par $\theta = n + 1/2$, n étant un nombre entier quelconque.

Enfin, si l'on prend $\theta = 1/2$ pour $a = a_0$ (rue à deux files symétriques), nous avons encore une valeur critique a'_c de a_0 donnée par

$$(5) \qquad p(2a'_c + \omega_1) = 2ph - e_3$$

telle que :

3° si $a_0 < a'_c$ on retombe sur le mouvement 2°;

4° si $a_0 > a'_c$, le mouvement est impossible, les tourbillons s'écrasent contre les parois.

MÉCANIQUE. — *Étude de la période du phénomène vibratoire accompagnant la combustion dans les moteurs à explosion.* Note [1] de MM. **A. Labarthe** et **R. Vichniewsky**, présentée par M. Henri Villat.

L'enregistrement photographique des diagrammes pression-temps relevés par la méthode photo-cathodique de Labarthe permet de déceler sur les

[1] Séance du 17 février 1936.

parties des diagrammes correspondantes à la combustion l'existence d'un phénomène vibratoire de fréquence voisine de 2000 périodes par seconde.

L'amplitude du phénomène vibratoire qui se superpose aux variations de pression dues à la combustion ne dépasse jamais dans ces conditions 4 à 5 pour 100 de la pression maximum. En augmentant le taux de compression, ou en employant des carburants fortement détonants tels que l'éther ou l'essence ordinaire, à laquelle on ajoute du nitrate d'éthyle en proportion de 1 pour 1000, on peut obtenir des amplitudes du phénomène vibratoire beaucoup plus importantes. Ces prises de diagrammes ont été faites au ras même de la culasse de moteurs normaux et de moteurs à compression variable, ce qui a permis par l'emploi de cette méthode d'éviter des perturbations dues à l'introduction d'un canal entre la chambre d'explosion et la membrane déformable.

L'enregistrement sur les mêmes plaques de phénomènes de période connue et de la courbe étudiée permet de comparer les fréquences.

Afin de démontrer que le phénomène vibratoire décelé n'est pas occasionné par la vibration propre de la membrane, nous avons effectué une série d'enregistrements avec des membranes de caractéristiques mécaniques différentes. Le tableau suivant correspond aux résultats obtenus avec des membranes en acier et en duralumin encastrées ayant $0^{mm},8$ de diamètre d'encastrement.

Membranes d'acier.			Membranes de duralumin.		
Diamètre.	Épaisseur.	Fréquence.	Diamètre.	Épaisseur.	Fréquence.
mm	mm		mm	mm	
0,8	0,4	2300	8	1	2300, 2250
»	0,6	2350, 2250	»	1,5	2250
»	0,8	2300	»	2	2250, 2220
»	1	2250			
»	1,2	2320			

On constate que quelle que soit l'épaisseur de la membrane et quelle que soit la nature du métal utilisé la fréquence du phénomène vibratoire enregistré au cours de la combustion sur le moteur considéré reste constante.

Lorsqu'on fait varier le taux de compression, le phénomène vibratoire passe par un maximum pour une valeur du taux de compression comprise entre 8,5 et 9 suivant les essences, puis il diminue et la marche du moteur redevient silencieuse. Ce phénomène est facilement observable sur des diagrammes pression-volume décalés, ou pression-temps. Parfois on constate la naissance de deux ondes sur la partie du diagramme correspondant

à la combustion. La montée en pression devient plus rapide dès le début de l'allumage et la période de combustion plus lente se réduit considérablement. Dès le moment où le moteur, entraîné électriquement, reprend son fonctionnement sans cognement, toute vibration disparaît du diagramme. La figure 1 montre les états successifs du passage du régime détonant au régime sans cognement.

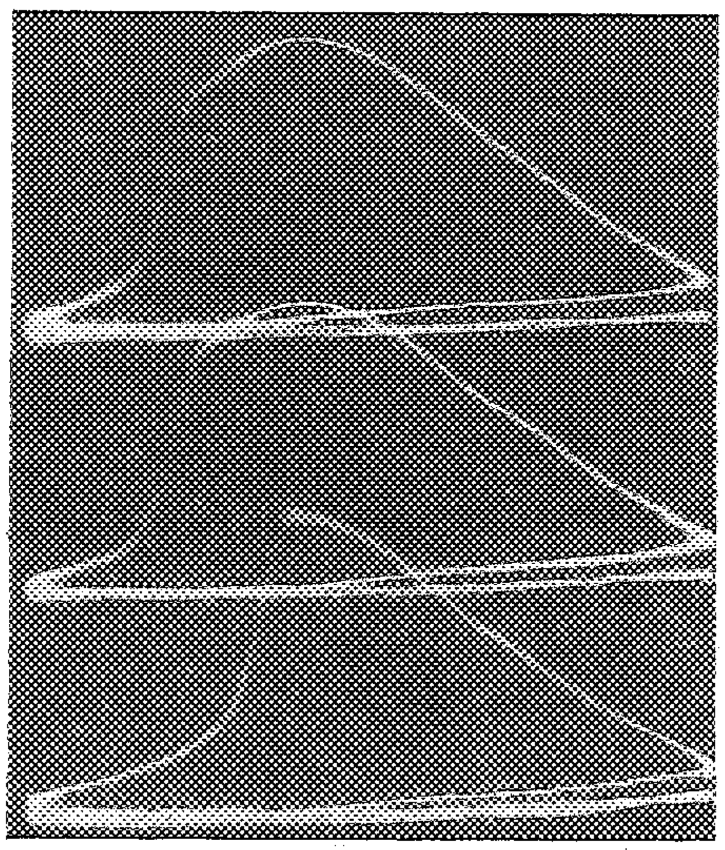


Fig. 1.

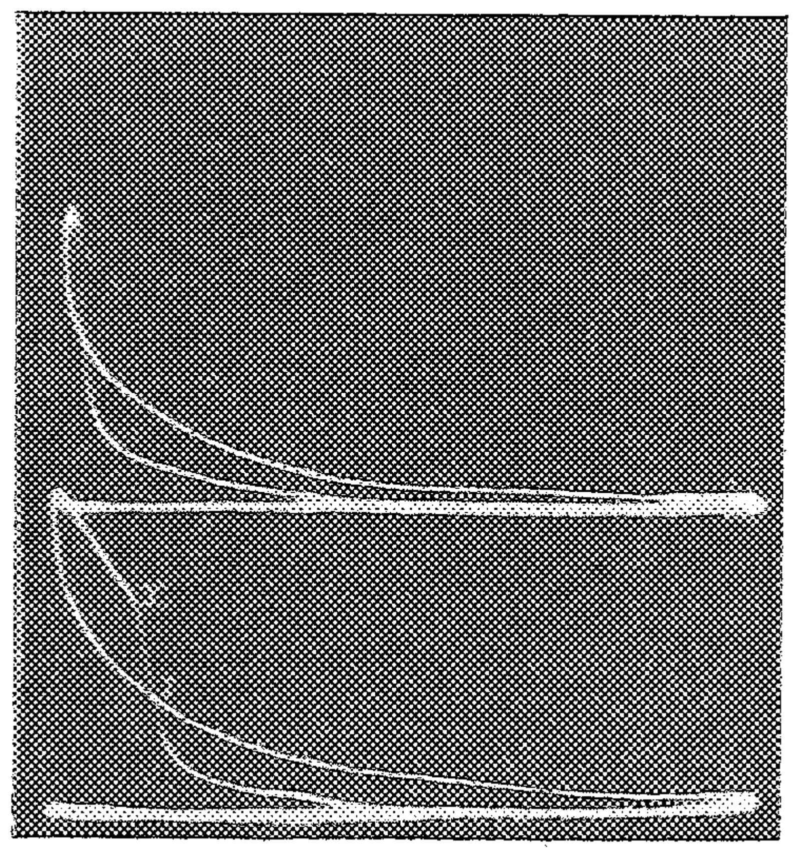


Fig. 2.

Le diagramme de Clapeyron normal permet d'expliquer mieux la perte de puissance qu'on constate à la suite du régime détonant. La combustion de la plus grande partie du carburant a lieu bien avant le point mort haut. La pression après l'inflammation du carburant en masse monte jusqu'au point K (*fig.* 2) auquel on constate une modification de la pente; comme la pression continue à augmenter jusqu'au point mort, cela permet de supposer que la combustion étant alors terminée la montée en pression n'est due qu'à une compression durant laquelle existe un fort échange de chaleur avec les parois. A partir du point mort haut commence la détente, contrairement à ce qui se passe normalement, la portion du diagramme correspondant à la détente se trouve d'abord au-dessous de la portion du diagramme correspondante à la combustion, puis elle coupe la courbe de combustion en un point I. Au delà la courbe de détente reprend sa position normale par rapport à la courbe de compression. Au planimétrage cette portion du diagramme sera retranchée de l'aire positive. Même dans le cas

où le moteur n'est pas encore arrivé à la marche sans cognement, on constate l'apparition de cette aire négative.

La présence d'une deuxième aire négative sur le diagramme de Clapeyron permet d'expliquer la perte de puissance dans une telle marche.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE DES FLUIDES. — *Un nouveau procédé hypersustentateur : l'aile à paroi d'extrados mobile.* Note (1) de M. ALEXANDRE FAVRE, présentée par M. Henri Villat.

La vitesse relative d'une paroi et du fluide ambiant entraîne des frottements qui donnent naissance éventuellement au décollement des filets. Pour éviter ce décollement nous donnons à la paroi rendue mobile par rapport à l'obstacle qu'elle limite, une vitesse égale à celle du fluide ambiant (2). La vitesse relative étant supprimée, le frottement l'est aussi et le décollement ne peut se produire; on peut ainsi obtenir avec un fluide réel des écoulements très voisins de ceux d'un fluide parfait. Pratiquement on pourra se contenter de diminuer cette vitesse relative. Ce procédé peut être employé en particulier pour supprimer le décollement sur l'extrados d'une aile d'avion; nous l'avons expérimenté de deux manières différentes. L'étude au canal hydrodynamique (3) ayant montré l'efficacité du procédé (1) nous avons entrepris l'étude en soufflerie. Pour ceci nous avons réalisé une balance construite d'après le principe de M. Lafay, et une maquette dont l'extrados est constitué par une courroie sans fin en soie. Cette courroie est entraînée par l'intermédiaire d'une transmission flexible traversant le cardan de la balance. Les essais étant faits dans une petite soufflerie (65^{cm}) nous avons dû, pour obtenir un nombre de Reynolds suffisant, augmenter au maximum la vitesse de la courroie, ceci rendit la réalisation et les mesures particulièrement délicates. Les résultats obtenus sont les suivants :

1° Le décollement a été supprimé jusqu'à des incidences supérieures à 90° (jusqu'à 105° par rapport à la corde bitangente à l'intrados);

2° La polaire atteint un coefficient de portance maximum de l'ordre de 3,70

(1) Séance du 17 février 1936.

(2) *C. R. Journées de Mécanique des fluides de Lille*, 1, 1934, p. 93.

(3) FAVRE, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1958.

et se trouve très voisine de la polaire théorique jusqu'à 55° environ [1];

3° La puissance dépensée en travail aérodynamique (nulle si la réalisation du principe était parfaite) est négligeable, par rapport à la puissance nécessaire pour vaincre les frottements intérieurs (transmissions, etc.), elle est à peu près indépendante du coefficient de portance;

4° Le rapport u/v de la vitesse de la courroie à celle du courant, nécessaire pour supprimer le décollement croît avec l'incidence; nul aux faibles angles (7° seulement pour l'aile employée) il est de l'ordre de 1,4 à 30° et de 2 à 55°. Ce rapport dépend du profil utilisé et du nombre de Reynolds.

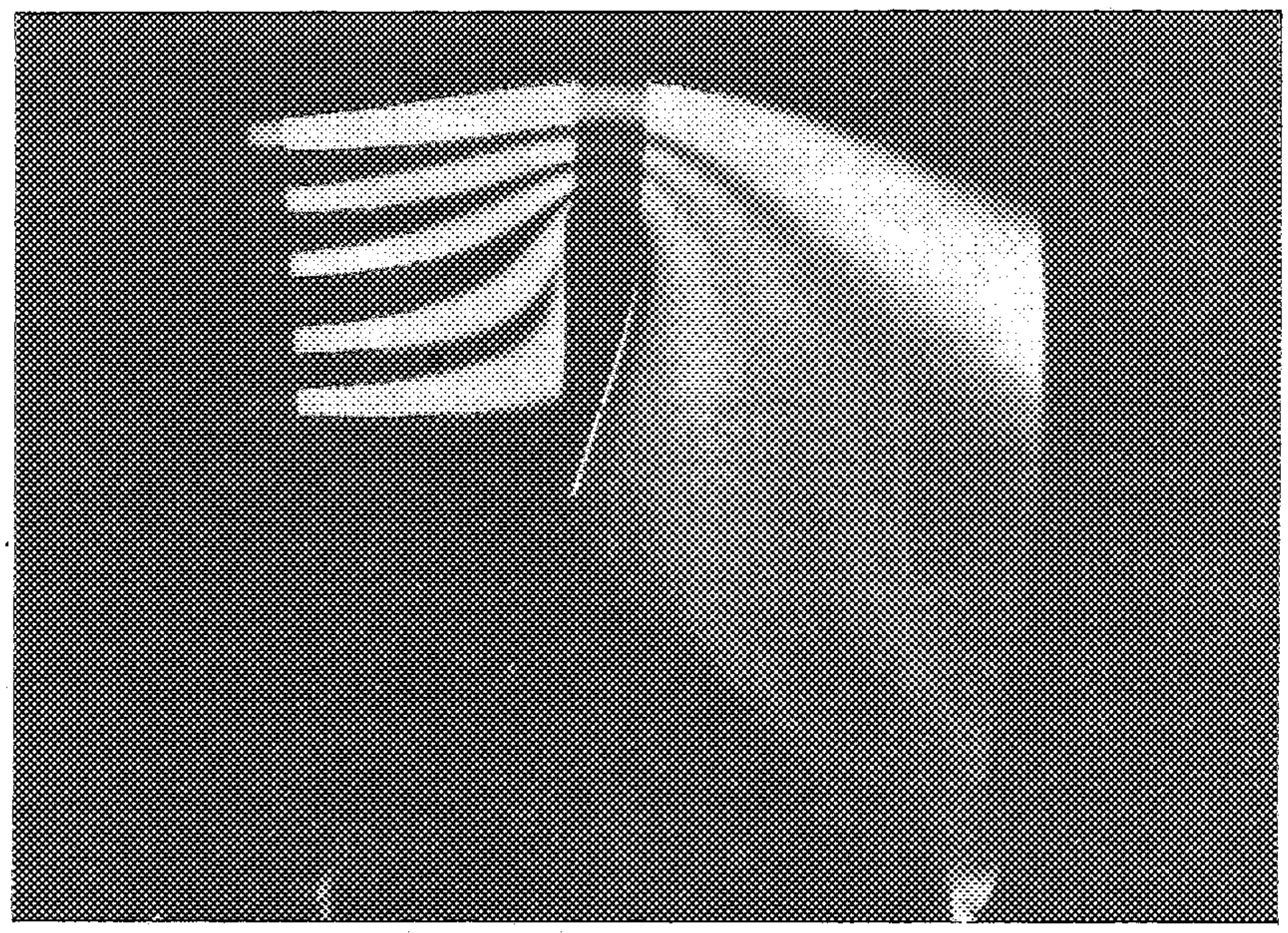


Fig. 1. — Aile à paroi d'extrados mobile, incidence 90°; des fumées de talc rendant le mouvement visible montrent la suppression du décollement. $100\, C_z = 236$; $100\, C_x = 341,5$.

L'écoulement de l'air ou de l'eau autour de cette aile est donc, qualitativement et quantitativement, très proche de celui d'un fluide parfait, sans qu'il soit nécessaire de fournir de l'énergie à ce fluide.

Avec le montage adopté, quoique la maquette n'ait que $16^{cm},4$ de corde (allongement 2,26) la courroie a pu atteindre couramment [2] la vitesse

---

[1] Les points expérimentaux portés sur la figure 2 correspondent à des valeurs différentes de u/v mesurées *a posteriori*; par rapport au réseau complet de courbes (3 par arb.), ces points offrent une cohésion plus grande qu'il n'apparaît sur ce graphique.

[2] La même courroie a fonctionné pendant 500 expériences environ.

relativement considérable de 100^{km} à l'heure, qui correspond à 33000 t/m

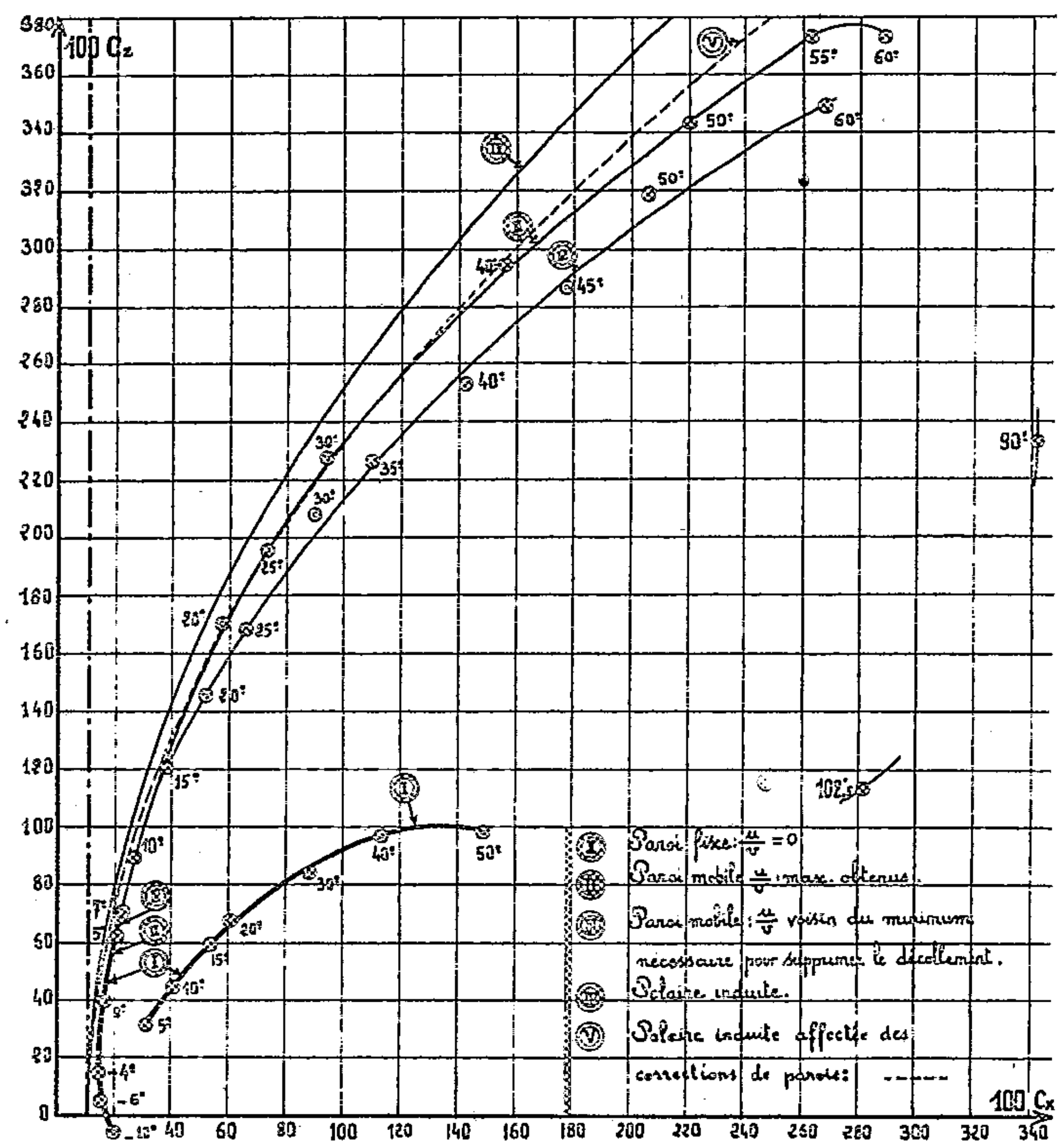


Fig. 2. — Polaire de l'aile à paroi d'extrados mobile; résultats d'ensemble.

pour le plus petit tambour-guide (1), ceci n'entraînant aucune vibration susceptible d'influencer les mesures.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la réalité de la mécanique quantique.* Note de M. René Dugas, présentée par M. Louis de Broglie.

Einstein, en collaboration avec B. Podolsky et N. Rosen (2) pose comme une condition *suffisante* de réalité le critérium suivant :

(R) *Si, sans troubler d'aucune façon un système, on peut prédire avec*

(1) La nécessité d'atteindre de très grandes vitesses de rotation ne concerne que les modèles réduits.

(2) *Physical Review*, 47, 1935, p. 777.

certitude (c'est-à-dire avec une probabilité égale à l'unité) la valeur d'une quantité physique, alors il existe un élément de la réalité physique correspondant à cette quantité physique.

a. Il résulte de (R) que si la coordonnée x d'une particule est connue, le moment conjugué p ne peut avoir en mécanique quantique de réalité physique. Plus généralement, deux observables non commutables ne peuvent satisfaire *simultanément* à (R).

b. Soient d'autre part deux systèmes (I et II) primitivement en interaction. Celle-ci ayant cessé, deux mesures différentes effectuées sur I permettent d'assigner à une même réalité (système II), que ces mesures ne sauraient perturber, deux fonctions d'onde différentes. Celles-ci peuvent être, en particulier, des fonctions propres de deux observables non commutables.

La contradiction entre les résultats *a* et *b* conduit Einstein à conclure que la description de la réalité offerte par la fonction d'onde est *incomplète*.

Cette analyse appelle les remarques suivantes :

Le critérium (R) semble rattacher la réalité physique à l'observable, contrairement à la thèse habituelle qui déduit de la réalité l'observable, considérée déjà comme un élément abstrait.

(R) n'accorde de réalité qu'aux seules observations sans perturbation. Or, celles-ci constituent en mécanique quantique des cas exceptionnels (mesures d'une observable dans un état propre, confirmation immédiate d'une mesure supposée *répétable*).

Dans le cas général, pour les éléments x et p d'une même particule, on ne peut connaître exactement qu'une seule fonction $F(x, p)$. Conformément à (R) on ne peut accorder de réalité physique ni à x ni à p, dont les incertitudes conjuguées sont finies.

Dans l'exemple résumé en *b* la fonction d'onde du système total (I + II) est successivement développée en série suivant les fonctions propres de deux observables non commutables du système I. Les deux observations correspondantes, traduites par la réduction du paquet d'ondes, sont donc *simultanément* irréalisables, ce qui atténue considérablement le paradoxe relevé à l'égard de II.

En outre, si l'on fait abstraction de (R), la réalité I doit pouvoir exister objectivement, que l'on expérimente ou non sur elle. Le fait que l'on n'opère pas sur II ne confère pas à ce système de réalité plus éminente. Le paradoxe sur II devrait pouvoir se doubler, sur I, d'un autre paradoxe.

Or, ce dernier est exclu par l'incompatibilité de deux mesures simultanées sur deux observables non commutables.

En résumé, le critérium (R), évidemment acceptable en mécanique classique, ne peut se concilier avec la mécanique quantique qu'en bornant celle-ci à la considération des *cas purs* où les mesures n'entraînent aucune perturbation. La différence profonde qui sépare les points de vue classique et quantique se trouve ainsi dissimulée, le critérium (R) n'admettant que les cas où ces points de vue coïncident à l'égard d'un groupe d'observables commutables.

Le critérium (R) semble avoir quelque peu le caractère d'un jugement *a priori*. Il ne paraît pas indispensable d'y souscrire, car la mécanique quantique peut, sans cesser pour cela de former un ensemble logiquement cohérent et doué de sens physique, prendre en considération les perturbations introduites par les mesures.

La mécanique quantique oblige effectivement à ne saisir qu'*alternativement* certains aspects *complémentaires* d'une même réalité [1], mais, sous cette réserve, elle permet de les considérer tous. Elle n'est donc pas, au sens strict, une doctrine *incomplète*. Enfin elle n'interdit nullement de croire à une réalité objective, indépendante des moyens mis en œuvre pour l'expérimenter et la traduire.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur le rendement des tuyères propulsives.* Note [2] de MM. **René Leduc** et **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

Conservant les notations d'une Communication récente [3] nous appelons k le rendement de la combustion, q l'énergie thermique qu'elle crée dans l'unité de masse d'air, θ le rendement thermique, et p le rendement de propulsion [4]; V la vitesse relative d'entrée, $(V+v)$ la vitesse relative de sortie, et $\mathcal{V}$ la célérité du son. Enfin nous désignerons par u la vitesse relative de l'air dans la région BC, où nous supposons la

(1) Niels Bohr, *Physical Review*, 48, 1935, p. 696.

(2) Séance du 17 février 1936.

(3) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 52.

(4) Le rendement thermopropulseur, qui est égal, pour une locomotive, à $f.\theta.p$, en appelant f le rendement du foyer, se réduit ici à $\theta.p$, puisque l'énergie thermique, créée dans le fluide lui-même, lui est intégralement fournie.

section assez grande pour que u^2 soit négligeable devant V^2; le rapport $\varepsilon = u^2/\mathcal{V}^2$ est donc, lui aussi, très petit.

On peut alors simplifier, pour la région BC, les équations d'écoulement établies dans une Note antérieure [1], en négligeant ε devant l'unité, et en supprimant les termes de décoordination grâce au fait que dw/u^2 est très petit auprès de $dq/\mathcal{V}^2$. On obtient alors

$$\frac{du}{u} = -2\frac{dr}{r} + (\gamma - 1)\frac{dq}{\mathcal{V}^2}, \qquad \frac{d\rho}{\rho} = 2\varepsilon\frac{dr}{r} - (\gamma - 1)\frac{dq}{\mathcal{V}^2},$$

$$\frac{dT}{T} = 2\varepsilon(\gamma - 1)\frac{dr}{r} + (\gamma - 1)\frac{dq}{\mathcal{V}^2}, \qquad \frac{dp}{p} = 2\varepsilon\gamma\frac{dr}{r} - \varepsilon\gamma(\gamma - 1)\frac{dq}{\mathcal{V}^2}.$$

La présence de ε dans le premier terme de dT/T montre que la variation de température dans la région BC ne dépend pratiquement que de l'apport de chaleur dq; l'échauffement $(T_2 - T_1)$ qui y est réalisé est donc approximativement défini par la relation $C(T_2 - T_1) = q$. La présence de ε dans les deux termes de dp/p entraîne d'autre part que dr et dq influent peu sur la pression : nous ferons donc une approximation légitime en nous bornant à l'hypothèse de *l'évolution* BC *isobare*, qui serait exactement satisfaite pour $dr/r = 1/2\,(\gamma - 1) . dq/\mathcal{V}^2$; elle entraîne de façon exacte [2] $dq = C\,dT$, et elle simplifie les calculs de rendement par le fait que les points des isobares BC et DA situés sur une même verticale du diagramme entropique ont des températures dans un rapport invariable.

La température d'entrée T_0 étant donnée (état A), l'échauffement adiabatique dans le divergent est déterminé par la condition $C(T_1 - T_0) = 1/2\, V^2$, qui fixe l'horizontale $T = T_1$ sur laquelle se place le point B dans le diagramme entropique. L'horizontale $T = T_2$ sur laquelle se place le point C est alors déterminée par q.

Si les écoulements adiabatiques AB et CD étaient isentropiques, ils seraient représentés par des verticales, et le rendement thermique serait $\theta_0 = 1 - T_0/T_1$. En réalité les décoordinations, qui sont pratiquement négligeables dans l'écoulement lent BC, ne le sont plus dans AB et CD. Elles provoquent des augmentations d'entropie qui nécessitent des cessions supplémentaires de chaleur à la source froide. Représentons ces

---

(1) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1471; équations (4) à (7), que l'on mettra en harmonie avec les notations actuelles en y remplaçant k par ε, V^2 par u^2, $q\,dx$ par dq, et $w\,dx$ par dw.

(2) Dans la mesure où la décoordination est négligeable; sans quoi l'on aurait

$$dq = C\,dT - dw.$$

pertes d'énergie, pour le divergent AB par une certaine fraction m de l'énergie cinétique relative à l'entrée, soit $mC(T_1-T_0)$, et pour le convergent CD par une certaine fraction n de l'énergie cinétique relative à la sortie soit $nC(T_2-T_3)$.

Des calculs simples effectués sur le diagramme entropique conduisent alors à l'expression suivante du rendement thermique :

$$\theta=\left(1-\frac{T_0}{T_1}\right)\left[1-\frac{m+n}{1+n}\,\frac{T_2}{T_2-T_1}\right]$$

où apparaît le rendement théorique θ_0, multiplié par le rendement du transformateur d'énergie ρ (¹).

Le rendement de propulsion $p=vV/(vV+1/2v^2)=V/(V+1/2v)$ nous amène finalement au rendement thermopropulseur

$$\theta p=\left(1-\frac{T_0}{T_1}\right)\left[1-\frac{m+n}{1+n}\,\frac{T_2}{T_2-T_1}\right]\frac{V}{V+\frac{1}{2}v}.$$

Au lieu d'expliciter ainsi ses trois facteurs, on peut l'écrire immédiatement sous une forme globale beaucoup plus simple, en posant

$$p=\frac{vV}{\theta C(T_2-T_1)} \quad \text{d'où} \quad \theta p=\frac{vV}{C(T_2-T_1)}.$$

Les *facteurs de pertes* m et n n'y figurent plus explicitement; mais ils y interviennent par l'intermédiaire de v, qu'il faut ici encore calculer; ce calcul est d'ailleurs nécessaire pour définir la section de sortie D : v est la vitesse absolue imposée à l'air à l'orifice de sortie, en supposant celui-ci déterminé par la condition que la pression s'y trouve ramenée à la valeur atmosphérique. Les décoordinations interviennent évidemment pour diminuer v, et l'échauffement (T_2-T_1) pour l'augmenter.

On peut alors construire, pour chaque valeur de V, en attribuant des valeurs déterminées à T_0 et à m et n, la courbe des variations de θp en fonction de l'échauffement (T_2-T_1). En prenant $m=0,1$ et $n=0,02$ (²), avec $T_0=220°$ abs., on obtient pour $V=200$ m/sec et $V=300$ m/sec, des maxima de θp égaux respectivement à 0,055 et 0,112, réalisés pour

(¹) T_2 étant limité par des considérations de tenue thermique du matériel, on voit qu'il n'y aurait pas intérêt à augmenter indéfiniment T_1, ce qui diminue ρ en même temps que cela élève θ_0. Cette remarque a des applications très importantes dans la théorie des turbines à gaz.

(²) Les pertes sont en effet beaucoup plus importantes dans les divergents que dans les convergents.

des échauffements $(T_2 - T_1)$ compris entre 250° et 300°. Pour la vitesse $V = 400$ m/sec, qui exigerait des formes de profils tout autres, le maximum de $\theta_1 p$ atteint 0,175, et pour $V = 500$ m/sec il arriverait à 0,238, les échauffements qui les réalisent étant voisins de 300°.

ÉLECTRICITÉ THÉORIQUE. — *Sur la définition du champ électromagnétique par des potentiels et sur le moment magnétique de l'électron.* Note de M. **Alexandre Proca**, présentée par M. L. de Broglie.

On résout d'habitude les équations de Maxwell-Lorentz dans le vide

$$\frac{\partial F_{rs}}{\partial x_t} + \frac{\partial F_{tr}}{\partial x_s} + \frac{\partial F_{st}}{\partial x_r} = 0, \qquad \frac{\partial F^{rs}}{\partial x_s} = j^r \tag{1}$$

en posant

$$H = \operatorname{rot} A, \qquad E = -\operatorname{grad}\varphi - \frac{1}{c}\dot{A}, \tag{2}$$

soit

$$F_{rs} = \frac{\partial \varphi_s}{\partial x_r} - \frac{\partial \varphi_r}{\partial x_s}, \tag{3}$$

où $(A_1 = \varphi_1,\ A_2 = \varphi_2,\ A_3 = \varphi_3,\ A_4 = i\varphi)$ est le *potentiel*, vérifiant les conditions

$$\Box\varphi_r = -j_r \quad \text{et} \quad \frac{\partial \varphi^r}{\partial x_r} = 0.$$

Le champ est défini par les fonctions F_{rs}, solutions des équations (1). Cela étant, montrons que *la description d'un champ par le potentiel φ_r est incomplète.* En effet, si l'on calcule le champ d'après (3), on laisse de côté un certain nombre de solutions des équations de Maxwell; on peut s'assurer qu'il existe d'autres expressions, différentes de (3) et irréductibles à cette forme, qui satisfont à (1), *tout en remplissant la condition essentielle de covariance relativiste.*

Posons $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$, $ict = x_4$; il suffira alors de prendre au lieu de (3) les expressions plus générales suivantes :

$$\left\{\begin{aligned}
f_{23} &= \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_3} + \left(\frac{\partial \Phi_4^*}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1^*}{\partial x_4}\right), &\quad f_{14} &= \frac{\partial \varphi_4}{\partial x_1} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_4} + \left(\frac{\partial \Phi_3^*}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2^*}{\partial x_3}\right), \\
f_{31} &= \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_1} + \left(\frac{\partial \Phi_4^*}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2^*}{\partial x_4}\right), &\quad f_{24} &= \frac{\partial \varphi_4}{\partial x_2} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_4} + \left(\frac{\partial \Phi_1^*}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3^*}{\partial x_1}\right), \\
f_{12} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} + \left(\frac{\partial \Phi_4^*}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3^*}{\partial x_4}\right), &\quad f_{34} &= \frac{\partial \varphi_4}{\partial x_3} - \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_4} + \left(\frac{\partial \Phi_2^*}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1^*}{\partial x_2}\right).
\end{aligned}\right. \tag{4}$$

φ_r est un vecteur d'univers, Φ_r^* un pseudo-vecteur indépendants l'un de l'autre et satisfaisant : 1° à la condition de Lorentz $\partial\varphi^r/\partial x_r = 0$, $\partial\Phi^{*r}/\partial x_r = 0$, et 2° aux conditions :

$$(5) \qquad \square\varphi_r = -j_r, \qquad \square\Phi_r^* = 0.$$

Passons aux quantités réelles (A, φ) et (B, Φ^*), en posant

$$(6) \qquad (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = \mathrm{A}, \quad \varphi_4 = i\varphi \quad \text{et} \quad (\Phi_1^*, \Phi_2^*, \Phi_3^*) = i\mathrm{B}, \quad \Phi_4^* = \Phi.$$

On pourra écrire (4) sous la forme

$$(7) \qquad \mathrm{H} = \mathrm{rot}\,\mathrm{A} + \mathrm{grad}\,\Phi - \frac{1}{c}\dot{\mathrm{B}}, \qquad \mathrm{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi - \frac{1}{c}\dot{\mathrm{A}} - \mathrm{rot}\,\mathrm{B},$$

et ces expressions satisfont à (1) compte tenu de (5).

Examinons la question de la covariance relativiste. Si φ_r, Φ_r^* se transforment comme des vecteurs d'univers, les parenthèses de (4) sont les composantes d'un tenseur antisymétrique *adjoint* (ou dual), ayant mêmes indices que le premier membre. Φ_r^* lui-même doit être considéré comme le vecteur adjoint à un *tenseur antisymétrique du troisième rang* M_{opq}. On sait que les composantes de ce vecteur sont données par

$$\Phi_r^* = \sqrt{g}\,\mathrm{M}^{opq}, \qquad g = |g_{ik}|,$$

opqr étant une permutation paire des indices 1, 2, 3, 4. Ses trois composantes d'espace sont imaginaires, seule la composante de temps étant réelle; (4) satisfont donc les conditions de réalité correctes.

Mathématiquement, ce résultat est en relation avec la propriété bien connue d'après laquelle, dans l'univers, un tenseur antisymétrique de second rang peut toujours être représenté par une somme de deux tenseurs aréolaires de ce type (c'est-à-dire de la forme $\alpha_r\beta_s - \alpha_s\beta_r$; α_r, β_r vecteurs).

Physiquement, il est aisé de voir quel est le sens de ce qui précède. Formons pour cela la divergence du champ magnétique; on a :

$$\mathrm{div}\,\mathrm{H} = \square\,\Phi_4^*.$$

Il en résulte que Φ_r^* est le *potentiel des charges magnétiques*, φ_r étant celui des charges électriques. Les développements précédents signifient donc que, pour décrire un champ électromagnétique, il faut faire appel non seulement au potentiel électrique, *mais aussi au potentiel magnétique*.

Cela n'est pas en contradiction avec l'expérience. En effet, on sait qu'expérimentalement il n'existe pas de charges magnétiques libres; aussi

conclut-on en théorie classique que le potentiel correspondant doit être nul. Cependant *la charge et le courant magnétique peuvent parfaitement être nuls sans que le potentiel lui-même le soit;* il suffit qu'il satisfasse à l'équation $\square\, \Phi_r^* = 0$. Négliger ce potentiel est purement arbitraire, particulièrement lorsqu'il s'agit de problèmes concernant les ondes électromagnétiques ou lumineuses, où il n'y a pas plus de charge électrique que de charge magnétique. Il convient donc de réviser, de ce nouveau point de vue, tous les calculs classiques ou quantiques qui font intervenir des potentiels.

Cela étant, considérons un électron au repos et admettons que, dans ce cas, seules les composantes φ_4 et Φ_4 sont différentes de zéro. La solution générale (4) montre qu'autour d'un électron au repos règne le champ électrique connu, et, *de plus*, *un champ magnétique*, provenant du potentiel Φ_4 et que l'on considérait comme nul jusqu'à présent. Ce champ ne peut provenir d'une masse magnétique libre, *mais il peut être produit par un doublet* ou plus généralement par une densité de moment magnétique. On en conclut qu'en dehors de sa charge électrique, un électron est aussi caractérisé par un moment magnétique. *L'existence d'un moment magnétique*, mise en évidence par une toute autre voie, *est donc implicitement contenue dans les équations de Maxwell-Lorentz* et aurait pu être pressentie si l'on avait écrit dès le début la solution de ces équations sous la forme (4).

DÉCHARGE DANS LES GAZ. — *La structure fine des éclairs lumineux obtenus en déchargeant un condensateur à travers un tube à gaz.* Note [1] de M. MARCEL LAPORTE et de Mlle PIERREJEAN, présentée par M. Jean Perrin.

L'un de nous a indiqué les premiers résultats obtenus en photographiant l'image, fournie par un miroir tournant monté sur l'axe d'une sirène, d'une fente éclairée par la décharge d'un condensateur à travers un tube à gaz (argon-mercure).

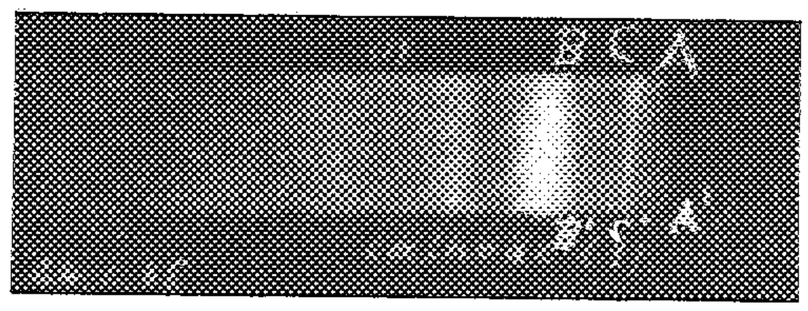
Afin d'utiliser au mieux la lumière émise, nous nous sommes proposé d'en déterminer la composition spectrale : à l'aide d'un spectrographe à optique de quartz, nous avons pris sur un même cliché, l'un au-dessus de l'autre les spectres : 1° d'un tube à argon pur, excité en régime d'arc; 2° de ce même tube excité par décharge de condensateurs; 3° d'un arc à mercure;

[1] Séance du 10 février 1936.

enfin du tube argon-mercure, excité, soit à froid (4°), soit à chaud (5°) par la décharge des condensateurs.

La comparaison de ces spectres montre que la décharge des condensateurs, dans le tube argon-mercure froid, provoque l'émission des spectres d'arc et d'étincelle de l'argon ; que les radiations du spectre d'arc du mercure s'y superposent lorsque le tube est chaud ; dans les deux cas, presque toute l'énergie lumineuse est dans le violet et l'ultraviolet.

En conséquence, nous avons repris l'étude des éclairs en utilisant, pour éclairer la fente, un condensateur de quartz et remplacé le miroir, argenté sur sa face postérieure, par un miroir recouvert, sur sa face antérieure, d'un dépôt brillant d'aluminium, obtenu par pulvérisation cathodique. On supprime ainsi les images parasites de réflexion multiple, visibles sur le cliché précédemment publié.



Ces perfectionnements permettent d'obtenir, avec une fente plus fine (1/3 de millimètre), des impressions photographiques avec des vitesses de rotation du miroir plus grandes : l'action de la soufflerie a pu être poussée jusqu'à ce que la sirène émette le sol$_6$ (3072 v/s) ; la vitesse de l'image sur une plaque située à $31^{cm},5$ du miroir est de 280 m/s : un millimètre sur la plaque correspond à $3,4.10^{-6}$ s.

Lorsque les armatures du condensateur sont reliées directement aux électrodes du tube à décharge, celle-ci s'amorce sous 800 volts quand le tube est froid et sous une tension plus élevée quand le tube a été chauffé (ce qui vaporise le mercure) par fonctionnement préalable sous tension continue. L'amorçage de la décharge sous 800 volts donne, avec une capacité de 8 microfarads, des éclairs trop peu intenses ; on a alors réalisé deux groupes d'expériences : 1° le tube froid est en série avec un éclateur réglé de façon que la tension d'amorçage de l'ensemble soit de 1600 volts ; 2° l'éclateur est supprimé et l'on utilise une batterie de 14 microfarads se déchargeant dans le tube préalablement chauffé.

Première série d'expériences : 8 microfarads, 1600 volts, éclateur en série avec le tube froid :

Les éclairs anodiques, (éclairage de la fente par une portion du tube voisine de l'anode) et cathodiques se ressemblent : ils présentent une intensité croissante qui passe par un maximum puis par un minimum marqué, suivi d'émissions intenses, très brèves, en général au nombre de deux qui marquent à peu près la fin de l'éclair. Voici, par exemple, les résultats, relatifs à un éclair cathodique et un éclair anodique, déduit des courbes d'enregistrement des clichés au microphotomètre.

	Temps en millionièmes de secondes					
	Début de l'éclair.	Maximum.	Minimum.	Première raie.	Deuxième raie.	Fin de l'éclair.
Éclair cathodique...	0	15,6	24,4	26,6	28,6	36
Éclair anodique.....	0	13,5	25,2	26,8	31,8	39,6

Des clichés ont été pris dans les mêmes conditions, mais avec 14 μf, au lieu de 8 : l'éclair est plus intense mais il a la même durée et présente la même structure fine; il est suivi d'une traînée visible où l'on distingue des taches sensiblement équidistantes, présentant des bords nets et ayant à peu près la même largeur que la fin de l'éclair primaire, c'est-à-dire de la partie de cet éclair qui suit la première raie brillante.

Deuxième série d'expériences : tube chaud, 14 μf sans éclateur. Les clichés sont complètement différents de ceux obtenus à froid; de plus ils diffèrent notablement les uns des autres, différences probablement en relation avec les conditions différentes de température, donc de pression de la vapeur de mercure.

La photographie ci-contre, représente l'un des aspects obtenus : l'éclair est d'abord peu lumineux (partie ABA'B' du cliché) cette luminosité dure un temps assez long (28.10^{-6} seconde); au cours de cette première phase, se produit une émission vive et très brève de lumière (ligne CC'); ensuite l'éclair comporte une série de maxima et de minima approximativement périodiques. La durée totale de l'éclair est beaucoup plus grande qu'avec le tube froid; on a enregistré des durées de 2.10^{-4} seconde.

Les éclairs anodiques sont très analogues aux éclairs cathodiques. Une circonstance remarquable est l'inclinaison très nette de la ligne CC' et le fait que cette inclinaison est *indépendante de la polarité des électrodes*.

MAGNÉTISME. — *Étude thermomagnétique de quelques sels de terres rares en solution aqueuse.* Note de M. **Gaston Dupouy**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons effectué, par une méthode déjà décrite ([1]), l'étude thermomagnétique de quelques sels de terres rares en solution aqueuse. Ces mesures font suite à celles qui ont été déjà publiées concernant les solutions de sels céreux. Les solutions dont il s'agit cette fois sont celles de sels se rapportant à plusieurs ions paramagnétiques trivalents du groupe des terres rares : Pr^{+++}, Nd^{+++}, Sm^{+++}, Eu^{+++}, Gd^{+++}. Nous avons ainsi complété les renseignements relatifs au sous-groupe des terres cériques et abordé l'étude de celui des terres yttriques.

On trouvera dans les tableaux ci-contre les principaux résultats de nos mesures. Pour chaque sel étudié nous donnons la composition de la solution correspondante en indiquant le titre τ de chacun de ses constituants; χ représente le coefficient d'aimantation relatif à 1^g de l'ion trivalent dissous.

Nous nous sommes attaché à n'opérer que sur des produits aussi purs que possible. C'est M. Takvorian qui a eu l'amabilité de les analyser.

Les résultats ci-contre montrent que toutes les solutions suivent la loi de Weiss ([2]) : $\chi(T-\theta)=C$, dans les limites de température correspondant à nos mesures et ceci avec une très bonne précision (quelques millièmes). Ils permettent, en outre, de calculer le moment magnétique des différents ions, ainsi que la température θ du point de Curie. Nous donnons ci-dessous la valeur du moment magnétique en magnétons de Weiss μ_W et en magnétons de Bohr μ_B et la valeur de θ correspondante :

Ion ...	Pr^{+++}.	Nd^{+++}.		Sm^{+++}.	Eu^{+++}.			Gd^{+++}
Solution.	N°s 1.	2.		3.	4.	5.		6.
n_W.	$17{,}5_7$	$17{,}4_6$	$18{,}9_1$	$18{,}8_7$	$23{,}2_2$	$22{,}6_6$	$24{,}8_5$	$38{,}3_1$
n_B..	3,56	3,53	3,82	3,82	4,70	4,59	5,03	7,72
θ...	$-25^\circ{}_8$	$-17^\circ{}_5$	$-71^\circ{}_6$	-1285°	$-376^\circ{}_8$	$-316^\circ{}_6$	$-439^\circ{}_5$	$-1^\circ{,}8$

([1]) G. Dupouy et Ch. Haenny, *J. de Phys.*, 7, 1936, p. 23.

([2]) On pourra noter cependant que le chlorure de gadolinium étudié obéit sensiblement à la loi de Curie.

N° 1. — *Solution de chlorure de praséodyme.*

$\tau(Pr^{+++}) = 0,1449_9$, $\tau(Cl^-) = 0,1096_0$, $\tau(HCl) = 0,0043_2$, $\tau(H^2O) = 0,74109$.

$t°C$	17,3	17,65	20,0	25,1	27,5	33,3	37,65	45,9	50,4
d	$1,290_5$	$1,290_3$	$1,289_3$	$1,287_3$	$1,286_2$	$1,283_5$	$1,281_3$	$1,277_2$	$1,274_0$
$\chi.10^6$	$35,26_8$	$35,22_4$	$34,93_9$	$34,34_1$	$34,09_5$	$33,54_1$	$33,08_5$	$32,29_8$	$31,91_9$
$\chi(T-\theta).10^3$	$11,14_8$	$11,14_7$	$11,13_8$	$11,12_3$	$11,12_5$	$11,13_0$	$11,13_1$	$11,13_3$	$11,14_6$

N° 2. — *Solution de nitrate double de* Nd *et de* Mg.

$\tau(Nd^{+++}) = 0,11806$, $\tau(Mg^{++}) = 0,02985$, $\tau(NO^{3-}) = 0,3043$, $\tau(NO^3H) = 0,00547$, $\tau(H^2O) = 0,54232$.

$t°C$	13,05	14,5	15,5	24,15	–	–	–	–	–	–
d	$1,510_5$	$1,509_6$	$1,508_9$	$1,502_8$	–	–	–	–	–	–
$\chi.10^6$	$35,37_0$	$35,20_4$	$35,10_2$	$34,11_6$	–	–	–	–	–	–
$\chi(T-\theta).10^3$	$10,73_7$	$10,73_7$	$10,74_1$	$10,73_5$	–	–	–	–	–	–
$t°C$	26,2	26,3	28,4	37,6	45,1	49,65	49,9	59,35	69,5	79,85
d	$1,500_6$	$1,500_6$	$1,498_8$	$1,492_3$	$1,485_5$	$1,482_9$	$1,481_6$	$1,473_9$	$1,465_9$	$1,457_8$
$\chi.10^6$	$33,94_8$	$33,94_3$	$33,76_3$	$32,95_4$	$32,35_2$	$31,93_1$	$31,92_8$	$31,12_8$	$30,38_0$	$29,67_6$
$\chi(T-\theta).10^3$	$12,58_8$	$12,58_9$	$12,59_3$	$12,59_5$	$12,58_9$	$12,58_9$	$12,59_6$	$12,57_4$	$12,58_0$	$12,59_6$

N° 3. — *Solution de nitrate de samarium.*

$\tau(Sm^{+++}) = 0,2287_8$, $\tau(NO^{3-}) = 0,2829_3$, $\tau(NO^3H) = 0,0123_3$, $\tau(H^2O) = 0,47596$.

$t°C$	16,1	21,65	27,35	35,05	40,55	45,75	52,0
d	$1,673_4$	$1,668_4$	$1,663_2$	$1,656_2$	$1,651_2$	$1,646_2$	$1,639_8$
$\chi.10^6$	$7,65_3$	$7,61_4$	$7,57_6$	$7,55_6$	$7,51_9$	$7,49_7$	$7,48_0$
$\chi(T-\theta).10^3$	$12,04_6$	$12,02_7$	$12,01_4$	$12,03_7$	$12,01_9$	$12,02_3$	$12,04_4$

N° 4. — *Première solution de nitrate d'europium.*

$\tau(Eu^{+++}) = 0,02455_8$, $\tau(NO^{3-}) = 0,03005$, $\tau(NO^3H) = 0,0164_1$, $\tau(H^2O) = 0,928_9$.

$t°C$	13,5	17,9	18,7	34,7	40,3	46,35
d	$1,057_7$	$1,055_9$	$1,055_6$	$1,049_5$	$1,047_0$	$1,044_5$
$\chi.10^6$	$27,19_9$	$27,03_3$	$26,96_8$	$26,35_5$	$26,14_2$	$25,91_4$
$\chi(T-\theta).10^3$	$18,04_1$	$18,05_0$	$18,02_8$	$18,04_0$	$18,04_1$	$18,04_0$

N° 5. — *Deuxième solution de nitrate d'europium.*

$\tau(Eu^{+++}) = 0,03243$, $\tau(NO^{3-}) = 0,0396_9$, $\tau(NO^3H) = 0,0576_2$, $\tau(H^2O) = 0,8702_6$.

$t°C$	14,85	16,2	$17,8_5$	23,5	33,4	41,25	41,3	45,4	49,6	51,95
d	$1,095_7$	$1,095_4$	$1,095_0$	$1,092_7$	$1,088_2$	$1,084_1$	$1,084_0$	$1,081_9$	$1,079_8$	$1,078_4$
$\chi.10^6$	$28,55_4$	$28,51_4$	$28,44_9$	$28,17_8$	$27,69_7$	$27,41_6$	$27,41_6$	$27,25_3$	$27,11_1$	$27,03_2$
$\chi(T-\theta).10^3$	$17,17_4$	$17,18_8$	$17,19_6$	$17,19_4$	$17,17_2$	$20,66_5$	$20,66_6$	$20,65_5$	$10,66_1$	$20,66_5$

N° 6. — *Solution de chlorure de gadolinium.*

$\tau(Gd^{+++}) = 0,07519_6$, $\tau(Cl^-) = 0,0509_1$, $\tau(H^2O) = 0,8738_0$.

$t°C$	16,6	24,25	26,8	34,8	37,4	44,2	51,95
d	$1,127_2$	$1,125_0$	$1,124_2$	$1,121_3$	$1,120_1$	$1,117_3$	$1,113_6$
$\chi.10^6$	$162,7_3$	$158,4_9$	$157,3_0$	$153,2_4$	$151,9_1$	$148,7_2$	$145,0_6$
$\chi(T-\theta).10^3$	47,42	47,40	47,44	47,44	47,43	47,44	47,40

Parmi les faits essentiels qui résultent de notre travail, signalons les suivants : 1° les droites de Weiss peuvent présenter des coudes dans le cas de certains sels de la famille des terres rares (Nd, Eu). Ce fait qui a été plusieurs fois constaté pour les sels de Fe, Ni, Co, n'avait pas encore été observé pour les terres rares; 2° il semble maintenant bien établi par différents auteurs que les ions du groupe des terres rares peuvent exister sous différents *états magnétiques;* nous avons retrouvé un certain nombre d'états déjà connus pour différents ions, mais nos résultats montrent l'existence de variétés nouvelles pour certains d'entre eux.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Pouvoir rotatoire magnétique de l'oxyde azotique.* Note de MM. **Henri Bizette** et **Belling Tsaï**, présentée par M. Aimé Cotton.

On n'a pas encore, à notre connaissance, mesuré le pouvoir rotatoire magnétique de l'oxyde azotique. Il nous a paru intéressant de l'étudier. Il s'agit en effet d'un gaz paramagnétique dont le moment angulaire L est différent de zéro et dont le pouvoir rotatoire magnétique doit contenir un terme variant en raison inverse de la température absolue.

Nos mesures n'ont été faites encore qu'à la température ordinaire (16°C.), sous des pressions comprises entre 40 et 100 kg/cm². Nous avons utilisé les éléments d'une bobine supplémentaire du grand électro-aimant au moment où on les soumettait à des essais en dehors de ce dernier. Le tube polarimétrique avait 34^{cm} de long sur lesquels 10^{cm} seulement étaient recouverts par les spires. Rempli d'eau il donnait une rotation de l'analyseur d'environ 75° pour la raie jaune de l'arc au mercure, indiquant une différence de potentiel magnétique d'environ 330000 gauss/cm entre ses extrémités. Nous avons trouvé que l'oxyde azotique a une constante de Verdet *négative.* La rotation est donc de sens inverse de celle de l'oxygène.

Le rapport de la constante de Verdet à la densité semble croître légèrement lorsque la densité augmente, dans le même sens que le rapport $(r^2+2)^2/n$ (des études systématiques seront entreprises à ce sujet). Le pouvoir rotatoire magnétique varie un peu plus vite qu'en raison inverse du carré de la longueur d'onde, comme le montre le tableau ci-après :

Pression 44 kg/cm².

Longueur d'onde.		Angle de rotation de l'analyseur.	
$\lambda_j = 0^\mu,578$	$\left(\frac{\lambda_j}{\lambda_v}\right)^2 = 1,12$	$\alpha_j = 14°,17$	$\frac{\alpha_v}{\alpha_j} = 1,15$
$\lambda_v = 0^\mu,546$	$\left(\frac{\lambda_v}{\lambda_b}\right)^2 = 1,57$	$\alpha_v = 16°,31$	$\frac{\alpha_b}{\alpha_v} = 1,67$
$\lambda_b = 0^\mu,436$		$\alpha_b = 27°,17$	

La constante de Verdet de l'oxyde azotique comprimé à 90 kg/cm² est pour la radiation verte de l'arc au mercure sensiblement égale à — 0',0068.

SPECTROSCOPIE. — *Étude du spectre d'absorption des alcools dans le proche infrarouge (vers 1^μ) en fonction de la température jusqu'au point critique et au-dessus.* Note [1] de M. **Aurel Naherniac**, présentée par M. Aimé Cotton.

Étudiant [2] le spectre des alcools et des acides à l'état de vapeur vers 1^μ, nous avions observé un brusque déplacement de la bande caractéristique du groupement OH lorsqu'on passe de l'état liquide à l'état de vapeur (à la pression atmosphérique), le déplacement se faisant vers les courtes longueurs d'onde [3].

Ce phénomène nous a suggéré d'étudier le spectre de ces corps lorsqu'on passe d'une façon continue de l'état liquide à l'état de vapeur, c'est-à-dire en passant par leur point critique.

A cet effet, nous avons construit une cuve permettant d'étudier l'absorption en fonction de la température (jusqu'à 500°C.) et en fonction de la pression jusqu'à plus de 1000 kg/cm². Sa description détaillée sera donnée ailleurs. Notons seulement qu'elle est construite de façon qu'on puisse étudier soit le liquide, soit la vapeur dans les mêmes conditions de pression et de température par simple rotation de la cuve de 180 degrés.

Nous avons étudié ainsi les alcools : méthylique, éthylique, propylique, isopropylique et isobutylique. Tous ces corps se comportent à peu près de la même façon au point de vue de l'absorption.

---

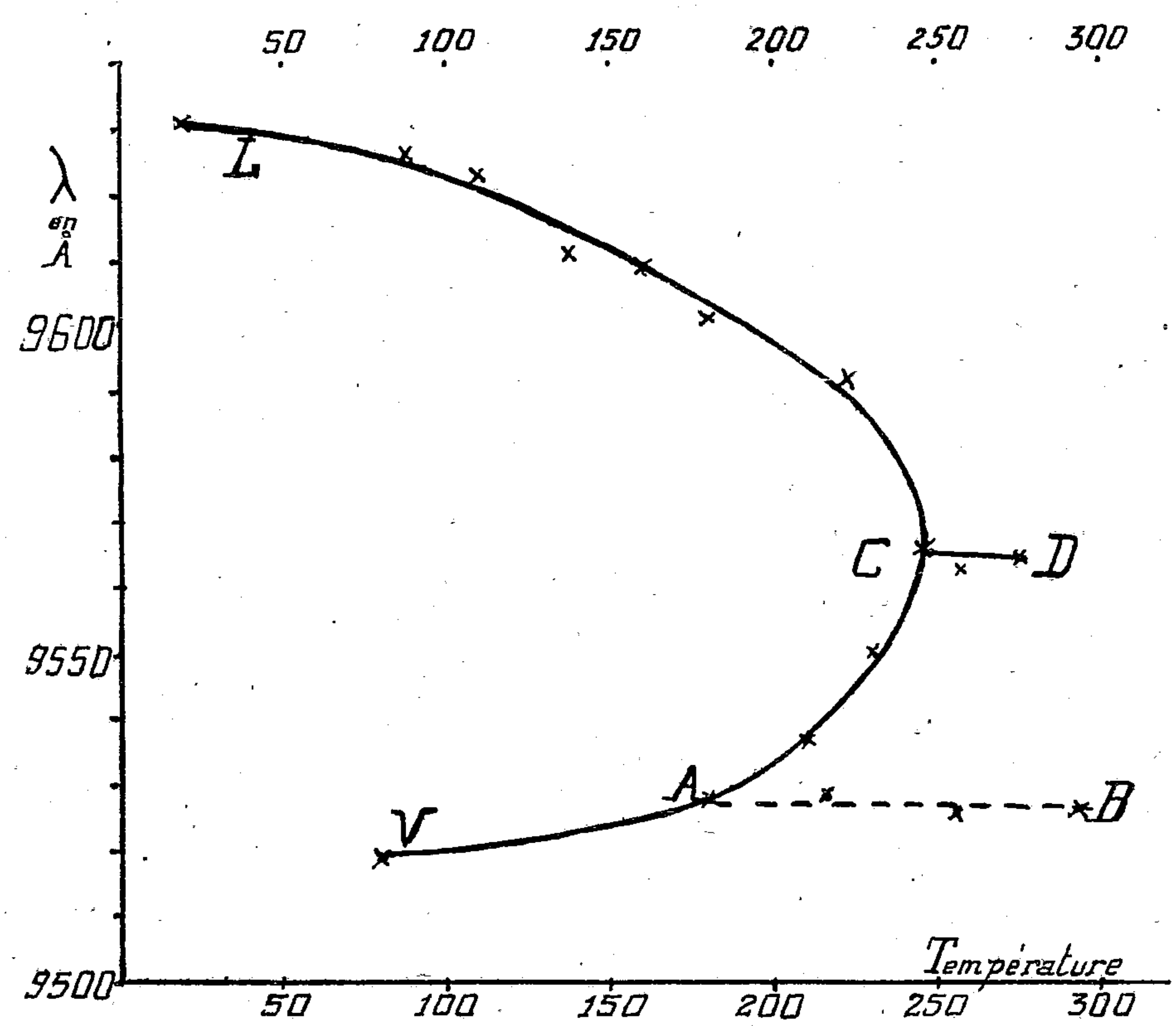
(1) Séance du 10 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1685; 200, 1935, p. 1742.

(3) Voir aussi à ce sujet B. Stensfeld, *Z. f. Physik*, 74, 1932, p. 460.

Nous avons obtenu des résultats sur l'intensité et surtout sur la position des bandes.

a. Intensité. — L'effet de la température sur la bande OH des alcools ou de l'eau dans le proche infrarouge a déjà fait jusqu'à la température d'ébullition l'objet de quelques études [1]. Opérant nous aussi à épaisseur



constante nous trouvons que les bandes augmentent d'intensité quand on chauffe, malgré la diminution de densité et nous nous bornerons à dire aujourd'hui que cet accroissement continue jusqu'au voisinage du point critique.

b. Position. — Quant à la position de la bande OH, Freymann n'a pas trouvé de déplacements sensibles, Bloch et Errera en ont trouvé pour une

---

(1) R. FREYMANN, *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243; B. M. BLOCH et J. ERRERA, *J. Phys.*, 6, 1935, p. 154; J. R. COLLINS, *Phys. Rev.*, 26, 1925, p. 771.

bande des alcools située vers $1^\mu,55$ et Collins pour la bande de l'eau vers 1^μ.

Les résultats que nous avons obtenus à ce sujet sont schématiquement représentés sur la figure.

La courbe se rapporte à l'alcool éthylique : pour les autres alcools étudiés on a des courbes semblables. Le point C représente la position de la bande au point critique. La partie LC se rapporte à la phase liquide, la partie VC à la vapeur, et CD au fluide au delà du point critique. La courbe en traits pleins se rapporte au remplissage critique (ρ_c) : on a mis dans la cuve un volume V_l de liquide à la température ordinaire et un volume V_g de vapeur et ρ_c a la valeur $V_l/(V_l + V_g)$.

La partie VAB se rapporte à la position de la bande observée lorsque le remplissage est tel qu'on ait $\rho_A \ll \rho_c$. Si le remplissage est $\rho \gg \rho_c$, la partie CD se déplace vers le haut de la figure, où l'on a bien entendu une discontinuité entre les deux branches LC et VC.

En ce qui concerne l'interprétation de ces résultats signalons la grande ressemblance entre la forme de la courbe donnée ci-contre et la courbe des densités (¹) jusqu'au point critique.

Nous pouvons rapprocher ces résultats de la variation de forces de Van der Waals quand les molécules s'éloignent les unes des autres par l'effet de l'agitation thermique et partiellement aussi du fait de la destruction des associations moléculaires, surtout dans la phase liquide. C'est par la considération de ces forces que nous expliquions déjà, dans les deux Notes précédentes, le déplacement des bandes vers les courtes longueurs d'onde quand on passe du liquide à la vapeur.

FLUORESCENCE. — *Remarques sur la fluorescence du salicylate de sodium.* Note de MM. **Georges Déjardin** et **Lewi Herman**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans la région ultraviolette, les mesures spectrophotométriques directes présentent en général des difficultés considérables, par suite de la nécessité d'employer un récepteur sélectif dont la sensibilité spectrale doit faire l'objet d'une étude préalable suffisamment rigoureuse. On a proposé à diverses reprises d'améliorer les conditions d'utilisation d'un tel récepteur en s'en servant pour mesurer, non pas les flux monochromatiques obtenus

(¹) E. Mathias, *Le point critique des corps purs*, Paris, 1904, p. 6.

en dispersant le rayonnement de la source étudiée, mais les rayonnements secondaires émis par une substance fluorescente exposée à l'action des flux précédents. Auparavant il convient évidemment de vérifier que la distribution de l'énergie dans le spectre de fluorescence est indépendante de l'intensité et de la longueur d'onde du rayonnement incident. De plus, celui-ci doit être absorbé intégralement ou, tout au moins, la réflexion (ou diffusion) à la surface du milieu fluorescent doit être peu importante et sensiblement invariable avec la longueur d'onde, dans le domaine spectral considéré. Il faut enfin connaître la loi de variation du rendement de la fluorescence. Pour certaines substances (fluorescéine, esculine, huiles de graissage), on est parvenu à mettre expérimentalement en évidence la constance du rendement quantique (¹). En particulier, il semble en être ainsi pour le salicylate de sodium : si l'on dépose une couche assez épaisse de ce sel (aggloméré avec de la dextrine) sur la fenêtre d'une cellule photoélectrique au potassium, la courbe de sensibilité spectrale du récepteur complexe ainsi constitué se confond pratiquement avec un segment de droite passant par l'origine des longueurs d'onde (²). Toutefois, les mesures énergétiques qui conduisent à ce résultat sont nécessairement assez grossières. Il était donc intéressant d'étudier plus complètement la fluorescence du salicylate de sodium, ainsi que la diffusion du rayonnement ultraviolet par cette substance à l'état solide.

A cette fin, nous avons photographié le spectre du rayonnement diffusé par une couche de salicylate de sodium, emprisonnée entre deux lames de quartz, ou fixée avec un peu de dextrine sur une plaque de verre. En premier lieu, la substance était soumise au rayonnement total d'un tube donnant le spectre continu moléculaire de l'hydrogène. Le spectre de diffusion est également continu, mais la distribution de l'intensité est très différente de celle qui caractérise le rayonnement incident. L'examen des clichés au microphotomètre révèle, en plus de la bande de fluorescence bleue violette, l'existence d'une bande beaucoup plus faible comprise entre 2400 et 2800Å, avec deux maxima d'intensité vers 2500 et 2700 Å. Un autre maximum semble se manifester au voisinage de 3300 Å. Au cours d'une seconde série d'expériences, la fluorescence était excitée par la raie

(¹) S. J. Wawilow, *Zeitschrift für Physik*, 42, 1927, p. 311; G. R. Harrison et P. A. Leighton, *Physical Review*, 38, 1931, p. 899.

(²) P. Dubouloz, *Thèse*, Lyon, 1933; G. Déjardin et R. Schwégler, *Revue d'Optique*, 13, 1934, p. 313 et 353.

2482 Å du mercure, isolée à l'aide d'un monochromateur double, de manière à éliminer toute lumière parasite. Sur les clichés obtenus dans ces conditions, avec un spectrographe ouvert à $f/6$ et des durées de pose de 50 heures, on ne distingue guère que la forte bande bleue violette ainsi que la raie excitatrice; toutefois, les enregistrements au microphotomètre semblent indiquer la présence d'une bande extrêmement faible, due peut-être à une trace de lumière diffusée, dans la région 3200-3300 Å.

La diffusion sélective ainsi mise en évidence ne doit pas être attribuée à l'existence de plusieurs bandes de fluorescence accompagnant la bande bleue-violette. En effet, le spectre du rayonnement diffusé ne subit aucune modification appréciable lorsqu'on interpose entre le tube à hydrogène et la couche de salicylate de sodium un filtre absorbant les radiations très courtes, de longueurs d'onde inférieures à 2350 Å (verre « Corex A » de Corning, ou *p*-dichlorobenzène en solution aqueuse saturée). Cependant, l'origine de la bande décelée au voisinage de 3300 Å reste douteuse. La très faible intensité relative du rayonnement diffusé montre que, pour les radiations incidentes de l'intervalle 2400-3200 Å, l'énergie du rayonnement secondaire se trouve pratiquement localisée dans la bande bleue violette. Cette conclusion, confirmée par des essais complémentaires effectués par transmission, est en bon accord avec les résultats obtenus récemment par Tien Kiu et Terrien [1], qui, étudiant les propriétés des plaques photographiques sensibilisées par une couche mince de salicylate de sodium, ont trouvé que les facteurs de contraste sont pratiquement constants entre 3023 et 1600 Å.

Nous avons examiné qualitativement l'absorption des solutions aqueuses de salicylate, pour des concentrations variant de 10^{-3} à 10^{-6}. Pour les grandes dilutions, l'absorption n'est considérable qu'au-dessous de 2300 Å., mais la bande d'absorption de l'ultraviolet moyen persiste, avec un maximum voisin de 2900 Å. On constate que ce maximum, qui semble dédoublé sur les enregistrements des clichés, se déplace vers les courtes longueurs d'onde à mesure que la concentration diminue. Le minimum d'absorption vers 2600 Å correspond sans aucun doute à la bande de diffusion sélective du sel solide, comprise entre 2400 et 2900 Å.

Enfin, par comparaison photographique avec une lampe étalon, nous avons étudié la distribution de l'énergie dans la bande bleue violette,

---

(1) TIEN KIU, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1348; J. TERRIEN, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 211.

excitée en exposant le sel solide aux fortes raies de l'arc au mercure, entre 3130 et 2537 Å. La courbe en cloche ainsi obtenue, nettement dissymétrique, semble bien, comme on doit s'y attendre, rigoureusement indépendante de la longueur d'onde incidente. Par rapport à l'intensité du maximum, voisin de 4150 Å, on observe une réduction de moitié pour les longueurs d'onde 3900 et 4550 Å environ.

OPTIQUE MOLÉCULAIRE. — *Mesures de polarisation dans le spectre de diffusion moléculaire du tétrachlorure de carbone liquide*. Note de M. **A. Rousset**, présentée par M. Charles Fabry.

Le seul fait qu'on a mesuré un facteur de dépolarisation $\rho = i/I$, non nul pour l'ensemble des radiations diffusées par le tétrachlorure de carbone *liquide*, ne permet pas de conclure à une anisotropie optique de la molécule. On sait en effet que, dans le spectre de diffusion moléculaire du tétrachlorure de carbone liquide, chaque radiation monochromatique incidente est entourée d'un spectre continu dépolarisé (effet Cabannes-Daure) et de quatre fortes bandes Raman, dont trois sont dépolarisées.

Pour éliminer l'influence des bandes Raman, j'ai adjoint un spectrographe en montage classique de Cornu (wollaston en quartz et analyseur à champ normal). Sur les clichés obtenus en fente large, j'ai mesuré le facteur de dépolarisation ρ_1 de l'ensemble de cette raie et du spectre Cabannes-Daure (diffusion Rayleigh); avec une fente fine, j'ai obtenu le facteur de dépolarisation ρ_0 de la raie non changée de longueur d'onde. Enfin, *avec le même montage*, j'ai déterminé par photographie le facteur de dépolarisation ρ en lumière totale, en recevant la double image du faisceau diffusé sur une plaque sensible verticale, appliquée contre la fente du spectrographe.

J'ai trouvé

$$100\rho = 5,1 \pm 0,05; \qquad 100\rho_1 = 3,3 \pm 0,05; \qquad 100\rho_0 = 1,0 \pm 0,02.$$

I. La valeur 5,1, obtenue pour 100ρ, plus faible que celle donnée par Krishnan ($100\rho = 6,1$), diffère assez peu de celle publiée par Cabannes et et Granier ($100\rho = 5,6 \pm 0,3$) (¹).

La différence $100(\rho - \rho_1)$ peut être déduite des mesures d'intensité des

(¹) J. Cabannes, *La Diffusion moléculaire de la lumière*, Paris, 1929.

raies Raman publiées par de nombreux auteurs; mais si les mesures d'intensités relatives des raies Raman sont concordantes, le rapport de l'intensité d'une raie Raman à celle de la raie Rayleigh varie beaucoup d'un auteur à l'autre. J'ai calculé les valeurs suivantes pour $100(\rho - \rho_1)$:

Auteurs	$100(\rho-\rho_1)$.	Auteurs	$100(\rho-\rho_1)$.
P. Daure (1).............	1,7	J. T. Dhar (2)........	0,3
A. Carelli et J. J. Went (3).	2,3	A. V. Rao (4).......	0,4

La différence $100(\rho - \rho_1)$ entre mes valeurs expérimentales est égale à 1,8, en bon accord avec la valeur déduite des mesures de Daure; les résultats des mesures de A. V. Rao et de Dhar se révèlent ainsi 4 à 5 fois trop faibles.

II. La diffusion Rayleigh n'est pas complètement polarisée; la vibration i est due, au moins partiellement, aux radiations de l'effet Cabannes-Daure, que nous avons trouvées dépolarisées (5). Si ce spectre continu correspond à l'étalement d'une partie de la diffusion anisotrope par la rotation des molécules anisotropes, on doit trouver en fente fine un facteur de dépolarisation ρ_0 non nul et sensiblement égal au quart de ρ_1 : c'est celui de la branche Q. Si la molécule est isotrope, il faut alors attribuer l'effet Cabannes-Daure à une *diffusion supplémentaire*, champ moléculaire d'hétérogénéité de Rocard (5) ou effet Raman de vibration caractéristique d'un réseau cristallin (6), *apparaissant seulement dans l'élargissement;* dans cette hypothèse, en fente fine, on doit trouver $\rho_0 = 0$.

La mesure de ρ_0 est délicate : elle nécessite l'emploi d'un spectrographe dispersif, donc faiblement lumineux; il faut d'autre part éviter les longues poses au cours desquelles les variations de température diminuent fortement le pouvoir de résolution. On est ainsi conduit à augmenter l'éclat du faisceau diffusé en projetant dans le liquide diffusant une source de grande dimension avec un condenseur très ouvert. En conséquence, une partie de la diffusion cohérente se retrouve dans la vibration i et subsiste en entier dans les mesures en fente fine. Ainsi, avec un condenseur ouvert à $f/2$ et une profondeur éclairée de 8^{cm}, la correction de convergence, *déterminée*

(1) *Annales de Physique*, **12**, 1929, p. 375.
(2) *Indian Journal of Physics*, 9, 1934, p. 189.
(3) *Zeitschrift für Physik*, **76**, 1932, p. 236.
(4) *Zeitschrift für Physik*, **97**, 1935, p. 154.
(5) A. Rousset, *Annales de Physique*, 5, 1936, p. 5.
(6) E. Gross et M. Vuks, *Nature*, **135**, 1935, p. 100 et 431.

expérimentalement, atteint 0,019, soit sensiblement le double du facteur de dépolarisation corrigé, $\rho_0 = 0,010 \pm 0,002$. *La valeur non nulle du facteur de dépolarisation ρ_0 de la raie non changée de longueur d'onde ne s'explique que par une anisotropie optique de la molécule du tétrachlorure de carbone; l'effet Cabannes Daure résulte alors de l'étalement d'une partie de la diffusion anisotrope, sous l'effet des rotations moléculaires.*

III. La mesure du facteur de dépolarisation des raies Raman nous avait conduits, M. Cabannes et moi-même ([1]), à admettre l'existence d'une légère anisotropie de la molécule de CCl^4 et nous avaient permis d'en préciser l'origine. J'ai reporté dans le tableau ci-dessous les résultats de nos mesures, publiés en 1933, ceux de A.-V. Rao, publiés en 1935, et enfin mes dernières mesures :

$\Delta\nu$ (en cm^{-1})........	219.	316.	459.	762-790.
Cabannes et Rousset....	0,83	0,79	0,05	$\simeq 6/7$
Rao....................	0,89	0,83	$\simeq 0$	0,79-0,78
Rousset...............	0,83	0,83	0,02	0,86

Ces nouvelles mesures confirment les deux faits importants suivants :

1° *la bande Raman correspondant à l'oscillation symétrique* ($\Delta\nu = 459\,cm^{-1}$) *n'est pas complètement polarisée;*

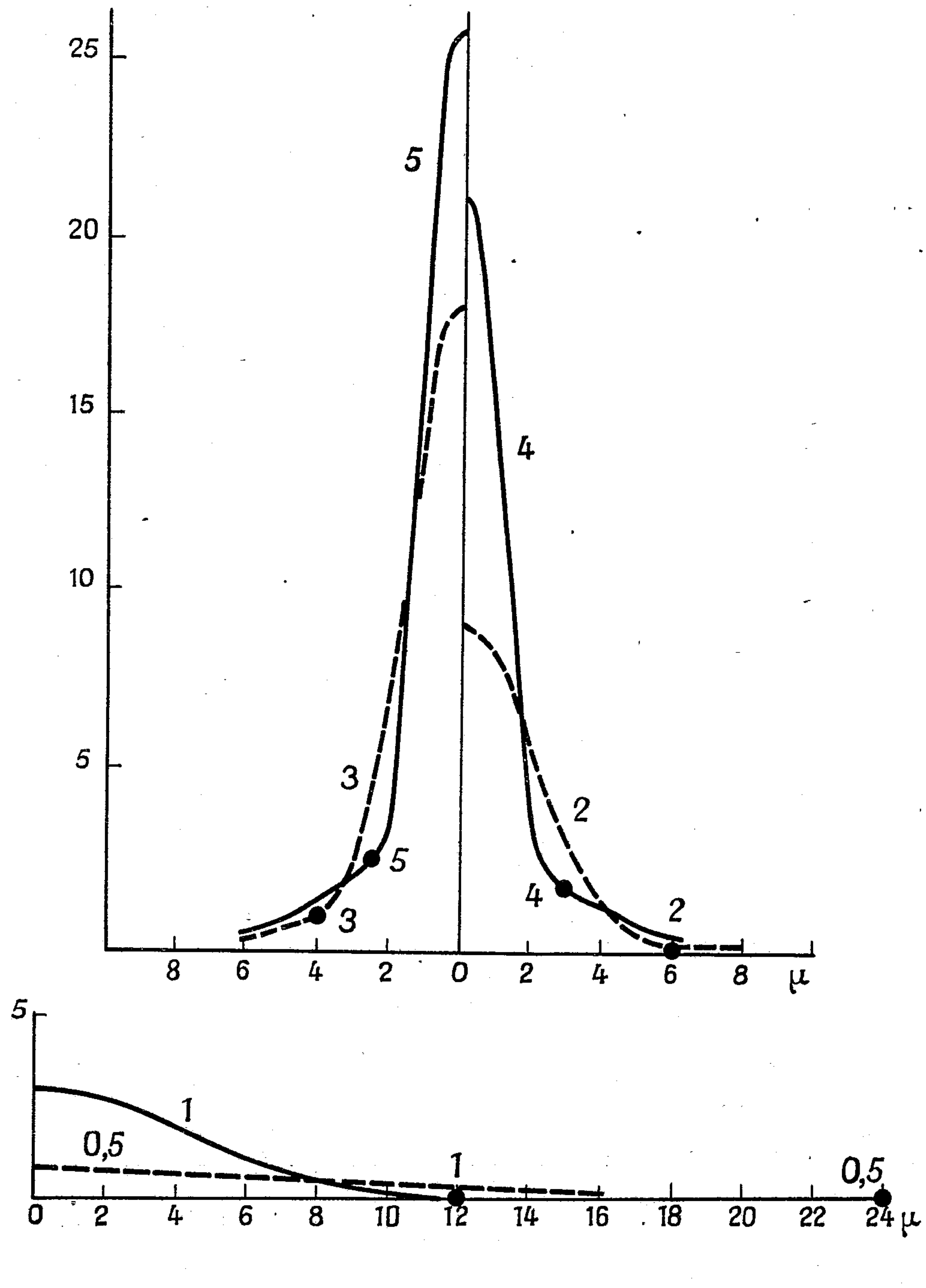
2° *les fréquences dégénérées* ($\Delta\nu = 219$ *et* $316\,cm^{-1}$) *ne sont pas complètement dépolarisées.*

C'est à un effet d'*isotopie du chlore* qu'il faut attribuer la valeur très faible (mais non nulle) du facteur de dépolarisation de la bande symétrique. Le léger dédoublement de chacune des deux fréquences dégénérées 219 et 316 cm^{-1} (qui se retrouve dans le spectre Raman de CBr^4 et disparaît dans celui de $SnCl^4$) ([2]), comme leur dépolarisation incomplète, paraît lié à une *dissymétrie des valences du carbone.*

OPTIQUE VISUELLE. — *Image rétinienne d'un point éloigné pour différentes grandeurs de la pupille.* Note de M. **Charles Lapicque**, présentée par M. Charles Fabry.

J'ai donné ([3]) la répartition de la lumière dans l'image rétinienne d'un point lumineux blanc éloigné pour une pupille moyenne. La présente étude

([1]) J. Cabannes et A. Rousset, *Annales de Physique*, 19, 1933, p. 229.
([2]) A. Langseth, *Zeitschrift für Physik*, 72, 1931, p. 350.
([3]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1098.


25
20
15
10
5
5
4
3
5
4
3
2
2
8 6 4 2 0 2 4 6 8 μ
5
1
0,5
1
0,5
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 μ

montre cette répartition *pour différentes grandeurs de la pupille.* Comme précédemment le point lumineux est supposé à l'infini, près de l'axe, émettant une lumière blanche de puissance répartie uniformément dans le spectre en fonction de la longueur d'onde. On admet que l'œil accommode de la façon précédemment reconnue comme la plus favorable (mise au point sur la longueur d'onde de $580^{m\mu}$ de la lumière incidente). Dans cette hypothèse on calcule les effets de la diffraction au travers de l'instrument aberrant qu'est l'œil, en tenant compte du facteur de visibilité relative des diverses radiations. La seule aberration considérée est le chromatisme, car l'étude précédente a révélé une action faible de l'aberration sphérique pour une pupille voisine de la plus grande adoptée ici (¹).

La figure représente les courbes obtenues; on a porté en abcisses les longueurs en microns sur la rétine à partir du centre de la tache-image, en ordonnées les éclairements de la rétine en unités arbitraires. Chaque courbe est affectée d'un chiffre qui est le diamètre en millimètres de la pupille dans l'espace extérieur. Les pupilles de 1 et $0^{mm},5$ ne sont pas naturelles mais peuvent se rencontrer en vision instrumentale sous forme de la pupille de sortie de l'instrument.

Toutes les courbes sont établies pour un même flux pénétrant dans l'œil; on dit couramment dans ces conditions que la pupille travaille *à éclairement constant.* Or, si le flux qui se répartit sur la rétine est bien le même pour toutes les pupilles, on voit que l'éclairement d'un point déterminé de la rétine peut varier dans de fortes proportions. Ainsi pour les parties les plus éclairées (centre de l'image) chaque fois que le diamètre pupillaire est divisé par 2, l'éclairement est divisé par un chiffre variant de 2 (moyennes pupilles) à 4 (petites pupilles) (²).

Sur chaque courbe est marqué un point affecté du même chiffre que la courbe. Il indique, pour la pupille correspondante, la limite du disque de diffraction classique auquel se réduirait l'image en lumière monochroma-

---

(¹) La pupille adoptée précedemment était d'un diamètre de 4^{mm} dans l'espace-image, ce qui correspond à $4^{mm},3$ dans l'espace extérieur. Mais quelques améliorations dans la méthode de calcul et la conception de l'œil-type font que les courbes alors données se classeraient dans l'étude actuelle ave la valeur $4^{mm},8$ pour la pupille dans l'espace extérieur, chiffre voisin du maximum ici adopté, 5^{mm}. Les calculs seront détaillés par ailleurs.

(²) Il n'en serait plus ainsi dans le cas d'une source étendue : l'éclairement de la rétine serait alors bien constant, au moins suffisamment loin des bords de l'image géométrique de la source.

tique de longueur d'onde $580^{m\mu}$. On voit que, quelle que soit la pupille, l'image comporte une partie centrale nettement détachée, qui n'est pas plus large que ce disque de diffraction pure, mais qui, pour les pupilles moyennes et grandes, est entourée d'un halo important. On peut penser que ce halo souvent n'est pas visible et qu'ainsi l'image perçue d'un point lumineux n'a pas forcément des dimensions plus grandes que celles qui résulteraient de la diffraction pure, en l'absence de toute aberration.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dureté des dépôts électrolytiques de nickel.* Note [1] de M. **Jean Cahour**, présentée par M. Léon Guillet.

1. Nous avons étudié la variation de la dureté des dépôts électrolytiques de nickel avec différents facteurs (nature du support, densité du courant, température du bain, présence de gélatine dans le bain). La méthode pendulaire de mesure de la dureté due à M. P. Le Rolland [2], nous a semblé tout particulièrement convenir à ce genre de recherche. Cette méthode utilisant, comme on sait, l'effet de ralentissement du mouvement d'un pendule qui roule par l'intermédiaire d'une bille de diamant sur le corps à éprouver, a l'avantage de localiser l'essai dans une couche extrêmement mince de l'échantillon.

2. Si l'on étudie les variations du nombre de dureté pendulaire en fonction de l'épaisseur du dépôt, ce dépôt étant réalisé sur un support moins dur que le nickel électrolytique, on constate qu'il commence par croître pour atteindre une valeur limite correspondant à une épaisseur voisine de $0^{mm},1$, quelle que soit la nature du support. On peut admettre qu'à partir de cette épaisseur on mesure la dureté vraie du dépôt.

Les dépôts ont été réalisés sur cuivre laminé, acier doux, acier trempé, nickel laminé, argent fondu.

On constate les faits suivants :

3. La dureté du dépôt varie très nettement avec la nature et l'état physique du métal support.

4. Lorsque la densité du courant croît, la dureté du dépôt commence par croître, passe par un maximum, puis décroît rapidement. Ce maximum de dureté du dépôt est atteint en particulier, pour une densité voisine de 1,2 ampère par décimètre carré, lorsque le bain a la composition suivante :

---

(1) Séance du 17 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1013.

$SO^4Ni\,7H^2O$	100g par litre
$SO^4(NH^4)^2$	12 »
$ClNH^4$	9 »

$6,7 > pH > 6,5$; température du bain : 18°.

5. La dureté du dépôt décroît, passe par un minimum puis croît lorsque la température du bain s'élève; dans les conditions expérimentales indiquées ci-dessus le minimum correspond à une température de 50°. De part et d'autre de ce minimum la variation relative de la dureté est de l'ordre de $\frac{1}{100}$ par degré.

6. L'adjonction au bain de petites quantités de gélatine, provoque une augmentation de la dureté. Mais, si la quantité de gélatine ajoutée devient trop élevée, la dureté décroît rapidement. La teneur du bain en gélatine qui correspond au maximum de dureté varie avec la température; elle est de 0g,10 par litre à 50° et de 0g,01 par litre à 18°. A notre connaissance, cette influence de la gélatine sur la dureté des dépôts n'a pas été signalée jusqu'ici.

7. Il résulte d'observations faites au microscope, que, d'une façon générale, les facteurs qui font croître la dureté tendent à diminuer la taille des cristaux. Quant aux diminutions de dureté, elles peuvent être dues, soit à une augmentation de la taille des cristaux, soit à la présence d'impuretés colloïdales au sein du dépôt.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Remarque sur les constantes ébullioscopiques.* Note (1) de M. **Clément Duval**, présentée par M. Georges Urbain.

En éliminant L (chaleur de vaporisation à T) entre les relations de van 't Hoff et de Trouton :

$$K = 0,02\frac{T^2}{L}, \qquad \frac{LM}{T} = 21,$$

on trouve

$$\frac{MT}{K} = 1050.$$

Voici les valeurs calculées pour 21 corps pris au hasard :

(1) Séance du 3 févier 1936.

Noms des corps.	K.	M.	T.	MT/K.
Ether éthylique	21,3	74	34,6 + 273	1068
Chloroforme	38,0	119,5	61,2 + 273	1050
Éthanenitrile	13,0	41	81,6 + 273	1018
Aniline	32,0	93	183,9 + 273	1012
Tétrachlorométhane	48,5	154	76,75 + 273	1100
Pyridine	29,0	79	116,7 + 273	1062
Acétate d'éthyle	27,9	88	77,15 + 273	1104
Brome	52,0	160	58,75 + 273	1018
Benzène	25,5	78	80 + 273	1050
Ammoniac	3,2	17	− 33,5 + 273	1112
Peroxyde d'azote	13,7	92	22 + 273	1000
Propanone	16,7	58	57 + 273	1106
Paracymène	53,5	134	175 + 273	1002
Nitrobenzène	53,0	123	208,3 + 273	1003
Iodure de méthyle	42,3	142	38,8 + 273	1046
Sulfure d'éthyle	32,5	90	92 + 273	1010
Sulfure de carbone	23,7	76	46,3 + 273	1022
Acétate d'isoamyle	48,3	130	139 + 273	1111
Iodure d'éthyle	51,6	156	72,5 + 273	1044
Propanenitrile	18,7	55	97,1 + 272	1088
Acide sulfurique à 98,5 pour 100	53,3	98	336 + 273	1120
			Moyenne	1054

Les corps comme l'eau et l'alcool éthylique, qui désobéissent aux deux premières formules, ne s'accordent pas avec la précédente.

De la formule démontrée, on peut tirer diverses conséquences :

1° Si deux corps ont même poids moléculaire, par exemple, des isomères, leurs constantes ébullioscopiques sont entre elles comme leurs températures absolues d'ébullition. Exemple :

Alcool isobutylique	$T = 108°,4 + 273$	$K = 21$	$M = 74$
Alcool butylique secondaire	$T = 83° + 273$	$K = 19,5$	$M = 74$

$$\frac{21}{19,5} = \frac{108°,4 + 273}{83° + 273} = 1,07.$$

On trouve des résultats identiques avec le formiate d'éthyle et l'alcool isobutylique, avec l'alcool isoamylique et l'alcool amylique tertiaire, avec l'alcool propylique et l'alcool isopropylique, etc.

2° Si deux corps ont la même température absolue d'ébullition, leurs constantes ébullioscopiques sont entre elles comme leurs poids moléculaires. Deux solvants bouillant à la même température sont rares. Toutefois, le bromure d'éthyle (Eb. = 38,4) et l'iodure de méthyle (38°,8) vérifient cette proposition.

3° Si deux corps ont la même constante ébullioscopique, leurs poids moléculaires sont en raison inverse de leurs températures absolues d'ébullition. Il en est ainsi pour le formal et le formiate d'éthyle, qui ont la même constante ébullioscopique 21.

4° Pour connaître une constante ébullioscopique, il sera inutile désormais d'avoir recours à la chaleur de vaporisation, toujours longue à mesurer. Il suffit de connaître le point d'ébullition.

Ainsi le cyclohexane ($M = 84$) bout à 81° C. Sa constante ébullioscopique sera donc égale à 28,1 avec la valeur de la constante 1/1054.

L'expérience directe m'a fourni (ébullioscope différentiel de Swietoslawski) : 28,1 en y dissolvant le triphénylméthane, 27,8 avec le benzoate de phényle et 27,9 avec le diphényle, et appliquant la formule élémentaire de Raoult.

Des résultats similaires ne peuvent pas être obtenus avec les constantes cryoscopiques.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les métaphosphates de potassium préparés par déshydratation de l'orthophosphate monopotassique.* Note de M. **André Boullé**, transmise par M. H. Le Chatelier.

La déshydratation de l'orthophosphate monopotassique PO^4H^2K donne les métaphosphates signalés par Kurrol. La mesure de la viscosité des solutions colloïdales obtenues en dissolvant PO^3K dans des solutions de métaphosphates ou pyrophosphates de sodium a conduit M. P. Pascal (¹) à distinguer diverses variétés de sels de Kurrol suivant le schéma :

$$PO^4H^2K \xrightarrow{300°} \text{Kurrol I} \underset{420°}{\rightleftharpoons} \text{Kurrol II} \underset{505°}{\rightleftharpoons} \text{Kurrol III} \underset{\text{Fusion : 838°}}{\rightleftharpoons} \text{Kurrol IV.}$$

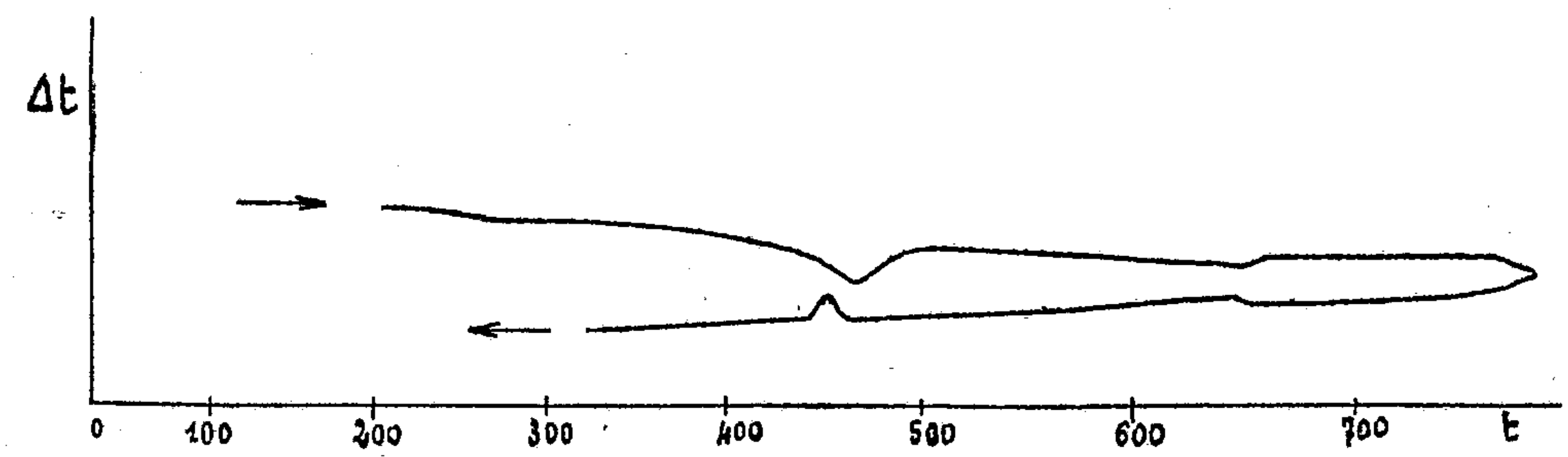
Nous avons étudié les transformations allotropiques de ces métaphosphates au moyen de l'analyse thermique différentielle et des spectres de rayons X.

L'analyse thermique du métaphosphate, obtenue par déshydratation de PO^4H^2K à 225°, fournit la courbe ci-contre :

L'examen de cette courbe met en évidence deux transformations réver-

(¹) *Bull. Soc. Chim*, 4ᵉ série, 35, 1924, p. 1127.

sibles à 460° et 650°; nous retrouvons à 460° la transformation signalée par Amadori (¹) pour PO^3K dans l'étude du système binaire PO^3K — FK. Au cours d'autres expériences, la fusion a été enregistrée; elle se produit à 810° que l'on parte du produit brut de déshydratation ou du même produit lavé. Les spectres X pris avant et après le lavage sont identiques, le métaphosphate de potassium obtenu dans les conditions précédentes ne subit donc pas, au contact de l'eau, une transformation analogue à celle que nous avons signalée pour le métaphosphate de sodium préparé par déshydratation à 250° de PO^4NaH^2 (²).



Analyse thermique différentielle du métaphosphate de potassium.

Les courbes de refroidissement lent de PO^3K fondu montrent une surfusion qui cesse vers 750°; on retrouve ensuite à 650° et 460° les crochets déjà observés. Le recuit de la variété vitreuse (Kurrol IV provenant de la trempe rapide du liquide) fournit une courbe identique à celle représentée ci-dessus.

Nous avons ensuite effectué des calcinations suivies de trempes à diverses températures : 300°, 550°, 615°, 700°, 800°, les spectres X des métaphosphates ainsi obtenus sont identiques entre eux et identiques au PO^3K de départ (225°) et au produit de refroidissement lent du liquide; ceci au cours de nombreux essais pour réaliser des trempes très rapides (en particulier sur le mercure).

Ci-dessous nous donnons, pour le spectre de rayons X de l'unique réseau cristallin observable à la température ordinaire, des valeurs des angles θ correspondant aux raies les plus intenses (rayonnement $K\alpha$ du cuivre).

$\theta_1 = 7°$, $\theta_2 = 8°45'$, $\theta_3 = 9°55'$, $\theta_4 = 11°50'$, $\theta_5 = 13°$,
$\theta_6 = 16°20'$, $\theta_7 = 19°55'$, $\theta_8 = 20°25'$, $\theta_9 = 32°15'$.

(¹) *Atti. Accad. Lincei*, 21, II, 184, 1912.

(²) Boullé, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1403.

D'autre part, nous avons dissous dans du $P^2O^7Na^4$ N/10 les produits trempés à 300°, 550°, 700° et la variété vitreuse (Kurrol IV) et nous avons effectivement constaté des valeurs différentes de la viscosité pour des solutions $2n/100$ en métaphosphate sans pouvoir distinguer s'il s'agit d'un phénomène variable d'une manière continue avec la température de préparation et sans pouvoir, par cette méthode, mettre en évidence des discontinuités cristallines.

De l'ensemble de ces résultats on peut conclure que :

1° les variations de la viscosité des solutions colloïdales étudiées ne correspondent probablement pas à des changements de structure cristalline et n'indiquent donc pas avec certitude l'existence de plusieurs variétés capables de subsister à la température ordinaire;

2° les variétés stables à haute température ne peuvent être isolées en raison des vitesses des tranformations réversibles; les seules formes possibles à la température ordinaire sont l'une amorphe, Kurrol IV; l'autre cristallisée, Kurrol I;

3° les températures de transformations réversibles des métaphosphates de Kurrol données par l'analyse thermique sont 460° et 650°.

EFFET RAMAN ET CHIMIE ORGANIQUE. — *Comparaison des spectres Raman de quelques dérivés cinnamiques* cis *et* trans. Note de Mlle **Blanche Gredy**, transmise par M. Robert Lespieau.

Parallèlement à l'étude des octène-2 *ols*-1 *cis* et *trans* et de leurs dérivés ([1]), j'ai poursuivi celle de quelques dérivés cinnamiques également cis et trans (alcools, acétates éthers-oxydes méthyliques, carbures, bromure).

Les dérivés trans ont été préparés à partir de l'alcool cinnamique trans du commerce soigneusement rectifié. Les dérivés cis ont été obtenus par semi-hydrogénation au palladium colloïdal des composés acétyléniques correspondants.

Les résultats, qui seront publiés ultérieurement en détail, se montrent ici assez nettement différents des précédents.

En effet :

1° alors que les isomères *cis* et *trans* de la série des octénols bouillent

([1]) Gredy, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 322.

sensiblement à la même température, il y a 10° d'écart entre les points d'ébullition des mêmes isomères de la série cinnamique, le dérivé *trans* bouillant environ au même point que l'acétylénique (point d'ébullition le plus élevé) et le dérivé *cis* au même point que le saturé;

2° l'écart entre les indices des isomères *cis* et *trans* est beaucoup plus grand dans le cas des dérivés cinnamiques que dans celui des dérivés aliphatiques et de plus il est inversé : $n_{trans} > n_{cis}$ pour les premiers, $n_{trans} < n_{cis}$ pour les derniers.

On a une différence du même genre, mais moins accentuée pour les densités.

3° Enfin, c'est dans les spectres Raman qu'apparaissent les plus grandes divergences. En effet si le spectre de l'alcool cinnamique *trans* est très voisin de celui du carbure, de l'éther-oxyde ou de l'acétate *trans* (même remarque pour le *cis*) comme dans le cas des octénols, il existe une très grande différence entre les spectres des dérivés *cis* cinnamiques d'une part et ceux des dérivés *trans* d'autre part. En dehors des raies caractéristiques du noyau benzénique, ces spectres ne possèdent qu'une ou deux raies communes alors que le spectre de l'octène-2 *ol*-1 *cis* était très voisin de celui de son isomère *trans*.

Voici à titre d'exemple les quelques raies principales des deux séries de spectres :

$C^6H^5.CH = CH.CH^3$	*cis*		1264 m	1408 af	1642 F	3021 m
	trans	1210 aF	1278 aF		1665 F	
$C^6H^5.CH = CH.CH^2OH$	*cis*		1256 m	1408 af	1642 F	3022 m
	trans	1209 aF	1274 aF		1657 F	
$C^6H^5.CH = CH.CH^2OCH^3$	*cis*		1255±10 m	1410 af	1643 F	3025 m
	trans	1208 aF	1278 m		1657 F	
$C^6H^5.CH = CH.CH^2OCOCH^3$	*cis*		1250±12 m	1412 af	1645 F	3032 m
	trans	1208 aF	1281 F		1659 F	
$C^6H^5.CH = CH.CH^2Br$	*trans*	1206 aF	1282 aF		1646 F	

Je n'ai indiqué dans ce tableau que quelques raies fortes en excluant les raies caractéristiques du noyau benzénique à peu près identiques pour tous, soit : 621, 1000, 1031, 1158, 1600 et 3062; la raie 1740 des acétates et la raie très forte 573 caractéristique des bromures.

Il y a donc une différence très nette entre le cas des octénols et celui des alcools cinnamiques. Ceci n'a pas lieu de nous étonner car le noyau benzénique étant un radical lourd et ramassé, son déplacement par rapport aux

autres radicaux doit entraîner une dissymétrie plus grande que celui d'un radical aliphatique tel que C^5H^{11}.

Enfin les raies éthyléniques caractérisant les dérivés *cis* et *trans* sont déplacées d'une quinzaine d'unités vers les faibles fréquences, dans les spectres des dérivés cinnamiques, par suite de la conjugaison entre la double liaison éthylénique et celles du noyau benzénique (¹).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les cyanamides aromatiques N substituées*. Note (²) de M. **Joseph Biechler**, présentée par M. G. Urbain.

La dicyanimide de sodium $NaN(CN)^2$ pouvant être préparée par action du bromure de cyanogène sur la cyanamide ou l'amidure de sodium, nous avons pensé à utiliser des réactions analogues transposées dans le domaine de la chimie des composés aromatiques pour réaliser la synthèse des aryldicyanimides.

Nous avons signalé (³) que l'application de la réaction

$$R-N\begin{matrix}\diagup CN\\ \diagdown K\end{matrix} + BrCN \rightarrow R-N\begin{matrix}\diagup CN\\ \diagdown CN\end{matrix} + KBr$$

permettant l'obtention de la phényldicyanimide de P. F. 87°,5 de la paratoluyldicyanimide de P. F. 69° et de l'orthó-méthoxyphényldicyanimide fondant à 62° C.

En voulant appliquer ce mode opératoire à d'autres cyanamides nous avons rencontré des difficultés assez considérables pour éviter la transformation des dicyanimides en masses non cristallisables. En opérant avec beaucoup de soins, nous avons réussi la préparation des produits suivants :

p-Méthoxyphényldicyanimide.............	P. F. = 33°
p-Éthoxyphényldicyanimide...............	= 69
4-Chlor-3-aminophényldicyanimide........	= 136

Par contre les dicyanimides suivantes n'ont été obtenues qu'en remplaçant le bromure de cyanogène par le chlorure dans l'action sur le sel métallique de la cyanamide :

(¹) Bourguel, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 311.

(²) Séance du 10 février 1936.

(³) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 141.

Ortho-toluyldicyanimide.................	P. F. = 36°
Para-chlore-phényldicyanimide...........	59°
α-naphtyldicyanimide....................	126°

Parmi les dérivés N substitués de la phénylcyanamide les mieux connus sont les produits d'action des chlorures d'acides. Il y a lieu d'opposer la formation et la stabilité de ceux-ci à la difficulté d'obtenir les dicyanimides qui s'avèrent comme des produits assez peu stables sous la forme monomoléculaire.

Nous avons observé que, même dans le cas d'acides à molécule peu volumineuse, la stabilité des produits de substitution sur l'atome d'azote de la fonction cyanamide est comparable à celle des benzoates ou phénylsulfonates.

Nous avons obtenu avec la plus grande facilité le N-phénylcyanamidyle carbonate de méthyle de P. F. 63°. De même le N-phénylcyanamidyle carbonate de monochlorométhyle de P. F. 48° et le N-phénylcyanamidyle carbonate de perchlorométhyle dont la fusion vers 84-85° s'accompagne de la cession d'une molécule de phosgène.

Nous avons comparé l'aptitude réactionnelle de quelques halogénoalcoyles et observé que les produits résultant de ces réactions se rapprochaient des dicyanimides par la difficulté d'obtenir les produits de substitution à molécule simple. Nous avons cependant réalisé la synthèse des produits suivants :

Par action du chlorure de triphénylméthyle, nous avons obtenu le N-phénylcyanamidyletriphénylméthane de P.F. 124°. Avec la dichlorobenzophénone nous avons isolé le N-diphénylcyanamidyle diphénylméthane très soluble dans le benzène mais fondant avec altération vers 200° C. Par contre, l'ω-bromoacétophénone nous a donné le N-phénylcyanamidyle-acétophénone de P. F. 123°.

En étendant notre étude à l'aptitude réactionnelle des atomes de chlore de combinaisons purement métalloïdiques, nous avons obtenu, par action du chlorure de soufre sur le sel de potassium de la phénylcyanamide, le N-disulfure de la phényl cyanamide fondant à 83°.

Par action du chlorure d'arsenic, nous avons isolé la triphénylcyanamidyle-N-arsine, très soluble dans le benzène, fondant avec altération vers 250°.

Par contre l'action des halogènes à l'état moléculaire sur le sel de potassium consiste à froid déjà en une substitution nucléaire fournissant l'halogène-phénylcyanamide suivant le schéma

$$C^6H^5N\langle{}^{CN}_{K} + Br^2 \rightarrow BrC^6H^4N\langle{}^{CN}_{H} + BrK.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une réaction du soufre et de quelques cétone-alcools dans la glycérine contenant du fer.* Note de M. E. **Zmaczynski**, présentée par M. Georges Urbain.

Si l'on ajoute une petite quantité de benzoïne ou de lévulose ou de sucre interverti à une solution de soufre dans la glycérine, on obtient, après un chauffage de courte durée, une coloration noire, puis un précipité de même couleur, tandis que le dextrose et d'autres substances organiques ne donnent pas une telle réaction dans les mêmes conditions.

Cette réaction exige la présence, dans la glycérine, de fer en liaison organique. La solution de soufre dans la glycérine chimiquement pure ne donne pas alors, après addition de l'une des cétone-alcools citées ci-dessus, de coloration noire. Au contraire, la glycérine colorée en jaune ayant longtemps séjourné dans un récipient de fer ou sur des copeaux de fer, convient à la réaction.

Étant donné qu'après un chauffage prolongé, la solution glycérique de soufre peut prendre une coloration noire même sans addition de cétone-alcool (probablement par oxydation de la glycérine en cétone-alcool), il est préférable, pour obtenir des résultats certains, comme l'a montré mon collaborateur J. Feinstein, d'agir de la manière suivante : On prend deux petites éprouvettes de diamètre de $0^{cm},7$, contenant chacune 1^{cm^3} de glycérine; dans l'une d'elles on dissout environ 1^{mg} de soufre et dans l'autre 5 à 10^{mg} de cétone-alcool, en chauffant pendant 15-20 secondes; on mélange ensuite le contenu des deux éprouvettes, et l'on chauffe encore durant 25-35 secondes sur la flamme d'un bec de Bunsen. La coloration noire obtenue dans ces conditions, est bien visible sur fond blanc. On peut l'observer encore en regardant l'éprouvette de haut en bas.

Cette réaction permet de déceler des quantités de soufre atteignant $0^{mg},1$ dans 1^{cm^3} de glycérine.

D'autre part, cette réaction parait être également spécifique du groupe alpha-oxycétonique. En effet, outre les cétone-alcools précitées (benzoïne et lévulose), la même réaction s'obtient avec la dioxyacétone.

La même réaction permet de distinguer aisément le lévulose du glucose et du sucre de canne. Sous ce rapport, elle est plus commode que la réaction de Séliwanoff, car cette dernière se produit non seulement avec le lévulose, mais aussi avec le sucre de canne.

En ce qui concerne le mécanisme de la réaction, il est indubitable que le fer y participe, car sa teneur diminue dans la glycérine après la sédimentation du précipité noir, alors que ce précipité même contient du fer.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude de l'oxydabilité réversible des composés organiques : monoxyde réductible mais non dissociable du bis p-bromophényl diphénylrubène.* Note de M. **Léon Enderlin**, présentée par M. Marcel Delépine.

De même que les éléments minéraux susceptibles de donner naissance à des oxydes dissociables paraissent être caractérisés par la faculté de pouvoir former plusieurs oxydes intermédiaires, de même les composés organiques doués de l'oxydabilité réversible, et qui ont été étudiés jusqu'à présent à ce point de vue, présentent cette particularité. Les cas les plus typiques sont, à côté de celui de l'hémoglobine connu depuis longtemps, celui du tétraphénylrubène [1] et celui du ditolyldiphénylrubène [2].

J'ai constaté, en étudiant l'oxydation du bis *p*-bromophényl-diphénylrubène, que ce produit était doué lui aussi de la propriété de donner plusieurs termes d'oxydation intermédiaires en plus de l'oxyde dissociable $C^{42}H^{26}Br^2[O^2]$ déjà connu.

J'ai pu préparer et étudier un monoxyde $C^{42}H^{26}Br^2O$, un produit dihydroxylé $C^{42}H^{26}Br^2(OH)^2$ et son produit de cyclisation $C^{42}H^{24}Br^2$, ainsi qu'un isomère $C^{42}H^{26}Br^2O^2$ de l'oxyde dissociable lui-même. L'objet de la présente Note est l'étude du premier de ces oxydes intermédiaires : le monoxyde.

Monoxyde de bis (*p-bromophényl*) *diphénylrubène* $C^{42}H^{26}Br^2O$: *Modes de formation.* — Les modes de formation de ce monoxyde sont ceux déjà usités pour les autres monoxydes de rubènes; ils peuvent se résumer ainsi :

1° Oxydation du rubène correspondant par des agents d'oxydation, tels que l'acide nitrique étendu et le permanganate en solution acide

$$C^{42}H^{26}Br^2 + O \rightarrow C^{42}H^{26}Br^2O.$$

2° Déshydratation du dihydroxy-bis (*p*-bromophényl) diphénylrubène, sous l'influence de la chaleur

$$C^{42}H^{26}Br^2(HO)^2 \rightarrow C^{42}H^{26}Br^2O + H^2O.$$

---

(1) Charles Dufraisse, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 53, 1933, p. 789.

(2) Léon Enderlin, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1432; 198, 1934, p. 945.

3° Réduction partielle de l'oxyde dissociable $C^{42}H^{26}Br^2[O^2]$, sous l'influence du zinc en milieu acétique.

Toutes ces préparations se font avec des rendements supérieurs à 60 pour 100. La plus simple consiste toutefois dans l'action de l'acide nitrique à 15 pour 100 (200^{cm^3}) sur le rubène (1^g) en dissolution dans le benzène (500^{cm^3}); après une demi-heure d'ébullition la solution benzénique a perdu la coloration et la fluorescence caractéristiques du rubène, et ne contient plus que le monoxyde presque pur; le rendement, dans ce cas, est quantitatif.

Propriétés. — Le monoxyde de bis (*p*-bromophényl) diphénylrubène, possède toutes les propriétés caractéristiques des monoxydes de rubènes.

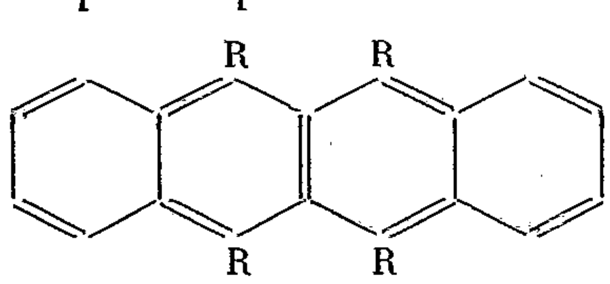
Il se présente sous forme de cristaux incolores, contenant parfois du solvant de cristallisation, et possédant alors deux points de fusion dont le premier varie avec la nature du solvant, le second étant toujours situé à 284-285°.

Il n'est pas dissociable et n'abandonne pas d'oxygène sous l'influence de la chaleur.

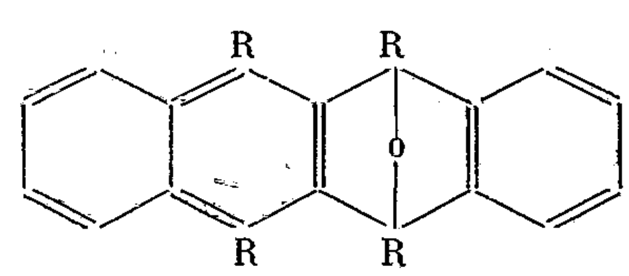
Mais, par contre, il est réductible sous l'influence d'agents réducteurs, tels que le fer en milieu acétique, et redonne le rubène primitif.

Il est donc possible, dans ce cas, comme dans les autres déjà étudiés, de passer par oxydation du rubène, soit au monoxyde, soit à l'oxyde dissociable et de redescendre de celui-ci au rubène, soit par dissociation, soit par réduction en passant par le monoxyde.

Constitution. — Si l'on admet pour les rubènes la nouvelle formule (I) proposée par Ch. Dufraisse et ses collaborateurs (1) qui fait des rubènes des benzoanthracènes, l'ancienne formule des monoxydes (2) ne peut plus convenir. Mais comme dans le cas de l'anthracène les additions se font avec une particulière facilité sur les carbones 9, 10, on peut supposer que l'oxygène se fixe sur ces deux atomes de C de façon à former un pont en méso, pour donner une molécule de la forme (II). Je propose donc cette formule pour représenter les monoxydes de rubènes.



(I).



(II).

(1) *Bull. Soc. chim.*, 5e série, 2, 1935, p. 1546.

(2) Charles Dufraisse et Marius Badoche, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 104.

Elle rend compte, non seulement des propriétés physiques de ce produit, telle que l'absence de couleur, mais aussi de ses propriétés chimiques et, en particulier, de son mode de formation et de sa réductibilité facile en rubène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le cyclohexadiène-1.3 et sur la structure du mono-époxyde de ce carbure*. Note (1) de MM. **Pierre Bedos** et **Adrien Ruyer**, présentée par M. Paul Sabatier.

Les recherches que nous poursuivons sur le système de doubles liaisons conjuguées du cyclohexadiène-1-3 ont déjà fait l'objet de diverses Notes (2); nous nous proposons aujourd'hui de faire connaître les nouveaux résultats obtenus dans l'étude de ce carbure et de son mono-époxyde.

Il nous a paru tout d'abord intéressant de compléter les données actuelles sur les constantes physiques du cyclohexadiène-1.3 par son spectre de diffusion (3). Voici en cm^{-1} les raies de ce spectre : 300 (f), 850 (m), 928 (floue), 1177 (m), 1243 (f), 1407 (f), 1581 (TF), 2825 (f), 2861 (f), 2936 (f), 3030 (m). Notons simplement la concordance curieuse entre certaines fréquences Raman du benzène et du cyclohexadiène-1.3 : raies 850, 1177 et 1581. Dans le cyclohexadiène-1.3, cette raie 1581 (TF), très différente d'une raie éthylénique normale, doit caractériser le système de doubles liaisons conjuguées de ce noyau.

Mono-époxyde du cyclohexadiène-1-3. — Nous avons signalé antérieurement que l'hydratation de cet époxyde, fortement exothermique, effectuée à 0° par l'eau pure, donne naissance constamment à un mélange de cyclohexène-3.4-diol-1.2-*trans* (plus de 90 pour 100) et de cyclohexène-2.3-diol-1.4 *trans* (*loc. cit.*). Pour interpréter la formation simultanée de ces glycols, il était intéressant d'étudier l'hydratation d'un échantillon de mono-époxyde préparé à partir d'un composé bien défini, dérivé d'addition du cyclohexadiène-1.3, son bibromure F = 108°.

---

(1) Séance du 17 février 1936.

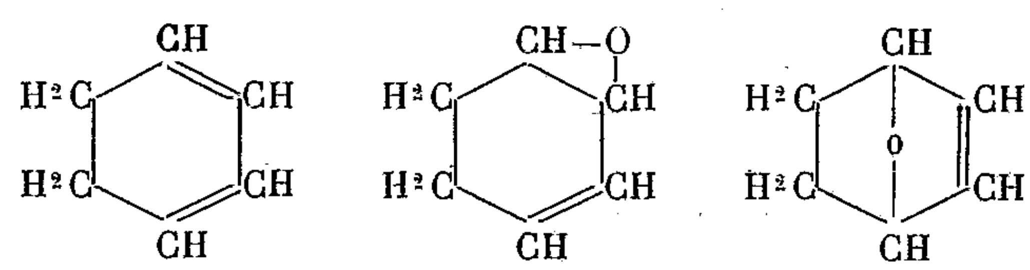
(2) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 802; 196, 1933, p. 625; 200, 1935, p. 944.

(3) Murray, *J. Chem. Physics*, 3, 1935, p. 59; Bobino et Mansoni Ansidei, *Nature*, 135, 1935, p. 873, ont publié récemment des spectres Raman du cyclohexadiène-1.3. Le carbure préparé par la méthode de Crossley (impur) fournit un spectre très complexe (M.; B. et M. A.); le carbure obtenu d'après Harries-Willstätter en fournit un nettement plus simple (B. et M. A.); enfin le carbure utilisé par nous (issu de l'éthoxy-1-cyclohexène-Δ-2.3 : méth. Hoffmann et Damm) donne un spectre semblable à ce dernier, mais avec quelques raies de moins.

Le passage de ce bibromure F = 108° au mono-époxyde du cyclohexadiène-1.3 a été effectué par transformation en acéto-bromhydrine (action de l'acétate d'argent en milieu éthéré), traitée ensuite par la potasse sèche, en milieu éthéré. L'époxyde ainsi obtenu fournit, par hydratation à 0°, un mélange des mêmes glycols éthyléniques isomères.

D'autre part nous avons pu réaliser la transformation inverse du mono-époxyde de cylohexadiène en bibromure F = 108° par action de PBr^5 au sein de l'éther anhydre. Ici encore le produit immédiat de la réaction est constitué par un mélange de bibromures isomères, l'un liquide, l'autre solide (F = 108°), la proportion de ce dernier, lorsqu'on abandonne l'ensemble à cristallisation, augmente de jour en jour, vraisemblablement par suite de l'isomérisation, déjà signalée [1], du bibromure liquide instable.

L'existence de deux époxydes présentant la même aptitude réactionnelle, et en particulier la même facilité d'hydratation, paraît peu vraisemblable. L'examen des constantes physiques [point d'ébullition fixe; densité et indice de réfraction toujours identiques au cours de son hydratation fractionnée (*loc. cit.*)] conduit à supposer un oxyde de structure unique [formule (I) ou (II)], donnant naissance à des mélanges de glycols isomères (action de l'eau) et à des bibromures isomères (action de PBr^5).



(I). (II).

Le caractère de la double liaison de ce mono-époxyde est nettement affaibli vis-à-vis du brome : en solution dans CCl^4 anhydre, il ne fixe pas instantanément cet halogène, alors qu'il suffit d'ajouter une petite quantité d'eau pour provoquer la décoloration immédiate de la solution, vraisemblablement par suite de la destruction du groupement oxydique (hydratation).

D'autre part nous avons montré que ce corps fixe un deuxième atome d'oxygène, sous l'action de l'acide perbenzoïque (lentement, il est vrai) et engendre ainsi un diépoxycyclohexane. En outre, son spectre Raman présente une raie éthylénique de fréquence normale : 272 (2), 345 (0,7),

(1) Farmer et Scott, *J. Chem. Soc.*, Part. 1, 1929, p. 172.

465 (1), 495 (1), 695 (1), 795 (7), 850 (8), 913 (2), 953 (1/2), 985 (1/2), 1015 (1/2), 1033 (1/2), 1050 (1/2), 1213 (1), 1240 (8), 1310 (1), 1425 (8), 1635 (10).

En résumé, on peut considérer le mono-époxyde du cyclohexadiène-1.3 comme un corps renfermant un groupement fonctionnel particulier dans lequel le caractère de la liaison éthylénique est affaibli, tandis que les propriétés du cycle oxydique sont exaltées, ce groupement présentant une grande souplesse de réorganisation moléculaire lors de l'ouverture du cycle oxydique.

Nous devons à MM. Cabanes et Canals la détermination des spectres signalés dans cette Note.

MINÉRALOGIE. — *La minéralisation du Précambrien de l'Anti-Atlas.* Note de MM. **F. Blondel** et **J. Bondon**.

La minéralisation en cobalt, nickel, chrome et plus accessoirement cuivre, de la zone précambrienne du Bou Azzer et du Graara (Anti-Atlas) a été signalée depuis déjà plusieurs années. La présence de l'or dans la minéralisation de cobalt et nickel est un fait d'autant plus remarquable que l'association du cobalt et de l'or est extrêmement rare dans le monde. Dans un voyage récent, nous nous sommes donc efforcés d'examiner de plus près les conditions de cette association.

La roche encaissante est une serpentine résultant de l'altération de laves basiques précambriennes (ankaramites) épanchées sur un massif de gabbro quartzifère antérieur. La minéralisation est au voisinage du contact qui, à la suite de mouvements tectoniques ultérieurs, est maintenant plus ou moins vertical, de telle sorte que la zone minéralisée a l'apparence de filons verticaux; dans cette zone, la serpentine est très dolomitisée et les « filons » (il serait plus exact de parler de masses filoniennes) ont donc pu être décrits comme ayant une gangue calcaire ou dolomitique. Dans quelques gisements on trouve en prolongement de la partie dolomitique une gangue quartzeuse; mais il est alors aisé de se rendre compte sur le terrain que l'on a affaire à des filons nets. En outre, à la limite du quartz et de la calcite, on peut remarquer des brèches formées d'éléments de quartz dans la dolomie ou la calcite, ce qui montre sans nul doute que la venue de quartz est antérieure à la dolomitisation de la serpentine et, par suite, à la minéralisation en cobalt qui lui est associée.

Si l'on porte maintenant son attention sur la minéralisation elle-même, on peut, par l'étude des très nombreuses analyses faites sur les minerais extraits, noter les phénomènes suivants :

1° La répartition de l'or est beaucoup plus irrégulière que celle du cobalt et il y a indépendance presque complète entre la teneur en or et la teneur en cobalt et en nickel : tantôt l'or est très abondant, presque sans traces de cobalt, tantôt le minerai riche en cobalt ne contient pas d'or, etc.;

2° Les gisements qui donnent des teneurs en or notables sont ceux qui sont associés à des filons de quartz intacts ou dolomitisés; les autres ne fournissent presque pas d'or;

3° Les filons de quartz eux-mêmes sont pratiquement dépourvus de cobalt.

Ces remarques permettent de penser que la venue d'or est indépendante de celle du cobalt, qu'elle est liée au quartz et, par suite, antérieure à la venue cobaltifère. Celle-ci se serait simplement localisée dans une région déjà aurifère par places et aurait entraîné l'or à son passage, phénomène qui a dû être exagéré par les remaniements ultérieurs. C'est sans doute ainsi qu'il convient d'interpréter les très beaux échantillons fournis récemment par J. Orcel, dans une Communication au Congrès de Géologie appliquée, échantillons montrant la présence de l'or dans la smaltine.

Ces conclusions sont d'autant plus vraisemblables que l'on connaît des indications d'or, de type tout à fait classique, dans les filons de quartz du Précambrien de l'Anti-Atlas en dehors de la zone du cobalt.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la découverte d'une faune et d'une flore fossiles dans les formations schisteuses de la série schisto-quartzo-calcaire du centre de Madagascar.* Note de M. A. Lenoble.

Dans des schistes charbonneux, psammitiques, prélevés le long de la rivière Andoharano, près du village d'Ambatovaky, à 20^{km} au sud d'Ambatofinandrahana, j'ai découvert des empreintes d'organismes fossiles mal conservés. Ces empreintes ont été présentées à P. Pruvost qui a pu y reconnaître :

des débris de végétaux à l'état de fusain;
une écaille de Lepidodendrée;
des coquilles bivalves écrasées (Posidonielles?);
un Gastéropode indéterminé.

La détermination de Lepidodendrée a été ratifiée par Paul Bertrand.

La faune des Mollusques est probablement marine et les débris de végétaux seraient alors allochtones.

Cette découverte présente un intérêt capital pour l'étude stratigraphique des formations métamorphiques de Madagascar; elle permet en effet de dater les formations schisteuses et quartzitiques de la série schisto-quartzo-calcaire et d'attribuer un âge aux mouvements orogéniques qui ont plissé cette série.

Les formations schisteuses et quartzitiques, ne peuvent pas être rattachées au Karroo qui, à Madagascar, n'est pas plissé et ne présente pas de phénomène de métamorphisme général; d'autre part, des travaux récents ([1]) ont démontré qu'à Madagascar la tillite de base du Karroo (schistes noirs et conglomérat du groupe de la Sakoa) doit être rapportée à une époque encore indéterminée du Carbonifère; il est donc probable que les schistes à Lépidodendrée, ainsi que les quartzites qui les surmontent, représentent le Carbonifère inférieur ou l'extrême sommet du Dévonien.

Les mouvements tectoniques qui ont affecté la série schisto-quartzo-calcaire se sont donc probablement manifestés à la même époque.

Le même âge doit être attribué aux venues subalcalines et alcalines, intrusives dans la série schisto-quartzo-calcaire qui, suivant leur degré de de transformation ou de déformation, doivent être considérées, soit comme contemporaines de la période tectonique, soit légèrement antérieures.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la désamination de l'alanine.* Note de MM. **Eugène Aubel** et **Fusio Egami**, présentée par M. Marin Molliard.

Nous avons montré ([2]) que certains microbes désaminaient, en anaérobiose, l'alanine et que cette désamination, qui est une déshydrogénation, conduit à l'acide pyruvique et à l'ammoniaque.

Elle n'a lieu qu'en présence de nitrates et ne se produit pas lorsque l'on remplace les nitrates par des colorants comme le bleu de méthylène. Comme l'acide lactique est déshydrogéné en acide pyruvique, soit en présence de nitrate, soit en présence de bleu de méthylène, on pouvait se demander, d'une part si la déshydrogénation de l'acide lactique est comparable à celle de l'alanine lorsque le nitrate joue comme accepteur;

([1]) H. Besairie, *Comptes rendus somm. Soc. Géol. de Fr.*, 23 mai 1932, p. .

([2]) E. Aubel et F. Egami, *C. R. Soc. biol.*, 119, 1935, p. 1243; 120, 1935, p. 684.

d'autre part si le système qui produit la déshydrogénation de l'acide lactique est le même lorsque le bleu de méthylène est l'accepteur ou lorsque le nitrate joue ce rôle.

Pour cela nous avons cherché l'influence du cyanure de potassium, du fluorum de sodium, du phényluréthane, de l'alcool octylique et du toluène sur la désamination de l'alanine et sur la déshydrogénation de l'acide lactique en présence de nitrate, et sur la déshydrogénation de l'acide lactique en présence de bleu de méthylène.

L'alanine qui a servi était, comme dans nos recherches précédentes, l'alanine naturelle (*l*-alanine).

Voici, résumés, les résultats obtenus :

Substrat	*l*-alanine.	Acide lactique.	
Accepteur d'hydrogène	NO^3K.	NO^3K.	Bleu de méthylène.
KCN 10^{-4} et 10^{-3} M	+	+	—
NaF 0,1 et 0,5 pour 100	—	—	—
Phényluréthane 0,2 M	+	+	+
Alcool octylique (saturé)	+	+	—
Toluène (saturé)	+	+	—

+, réaction empêchée; —, pas d'influence appréciable.

Il ressort de l'examen de ce tableau que :

1° Le système qui désamine l'alanine naturelle diffère du système qui désamine la *d*-alanine, étudié par Krebs (qui avait déjà indiqué cette différence) et par Keylin. Cette différence est mise en évidence par l'action de KCN et de l'alcool octylique.

2° Le système qui produit la déshydrogénation en présence de NO^3K se comporte, en présence de KCN, NaF, phényluréthane, alcool octylique et toluène, de la même façon en ce qui concerne l'alanine et l'acide lactique.

3° Le système qui produit la déshydrogénation de l'acide lactique en présence de bleu de méthylène est différent de celui qui produit la même réaction en présence de nitrate.

4° Le fait que le bleu de méthylène ne sert pas d'accepteur pour la déshydrogénation de l'alanine exclut la possibilité d'une désamination avec passage par l'acide lactique.

5° Le système qui agit en présence de NO^3K est peut-être composé de deux parties : une sensible à l'action des narcotiques et provoquant la déshydrogénation et une sensible au KCN et permettant la fixation de l'hydrogène sur NO^3K.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Propriétés physico-chimiques du stroma plastidal et imbibition.* Note de M. **Albert Maige**, présentée par M. Marin Molliard.

J'ai déjà signalé l'importance de la capacité imbibitive du stroma plastidal au point de vue de ses propriétés physiologiques; j'ai montré notamment que la réaction amylogène d'un plaste est précédée d'un gonflement imbibitif du stroma, et que les plastes filamenteux et les plastes amylifères à calotte possèdent une constitution physico-chimique hétérogène, se traduisant par des différences d'imbibition, au profit de certaines régions du plaste, et notamment de la calotte, dans les plastes amylifères qui en sont pourvus.

D'autre part le fait que, pendant la réaction pluriloculaire abondante, qui dans certains cas entoure le grain d'amidon primitif, pendant l'évolution hydrolytique des axes embryonnaires de Haricot, la digestion du grain est suspendue, et qu'il en est de même dans l'évolution des plastes amylifères de certains albumens de Maïs sucré, où la corrosion du grain primitif cesse avec la réaction pluriloculaire qui l'entoure, tout cela prouve que le stroma plus imbibé du plaste est devenu le siège d'une production plus active de catalyseur, qui inhibe l'action amylasique dans la pellicule périvacuolaire du grain primitif.

Aux propriétés précédentes la substance plastidale joint enfin des propriétés adhésives spéciales dans sa surface périvacuolaire; il y a lieu de remarquer, en effet, que les diverses vacuoles amylogènes, qui se forment à des *moments différents*, sont indépendantes au point de vue catalytique. Ainsi pendant la germination du Pois et de la Fève, on voit fréquemment apparaître dans les cellules de l'hypocotyle, des plastes uniloculaires dont la croissance cesse, pour faire place à un gonflement latéral de l'écorce plastidale, qui aboutit à la formation d'une calotte de nouveaux grains d'amidon. De même, pendant l'hydrolyse de certains plastes amylochlorophylliens du cotylédon de Haricot et du tubercule de Pomme de Terre, j'ai observé l'apparition, dans des régions épaisses du stroma vert, d'une ou de plusieurs nouvelles vacuoles amylogènes, qui naissaient et s'accroissaient, alors que les anciennes vacuoles *continuaient leur digestion.* Ces faits montrent que la seule région, qui intervient dans la digestion ou la production de l'amidon, est la pellicule plastidale périvacuolaire. Or j'ai montré antérieurement que cette pellicule possédait vis-à-vis de l'amylase

une propriété adhésive. Il est naturel de supposer que cette pellicule agit de même vis-à-vis du catalyseur, et que ce dernier y est ainsi attiré et fixé par une sorte de phénomène d'adsorption. L'interaction catalyseur-amylase, dont le résultat peut être l'accroissement du grain d'amidon, l'arrêt de sa croissance, ou sa digestion, ne se produit donc pas dans toute la masse du plaste, mais uniquement dans cette pellicule. Le phénomène de la déchéance temporaire du plaste, dans les cotylédons frais de Légumineuses, montre que cette propriété adhésive est liée à la vie de la substance plastidale, et varie avec son état physiologique.

On peut alors comprendre aisément, d'après cette conception, comment une nouvelle vacuole amylogène peut se former et se développer, dans un stroma où se trouvent déjà des grains d'amidon en voie de digestion. L'accroissement d'imbibition dans une petite région localisée du stroma, correspond dans cette partie à une formation plus active de catalyseur, et à l'apparition d'une vacuole naissante, dont la pellicule limite attirant et fixant le catalyseur devient condensatrice; la vacuole s'accroît par suite de l'afflux du sucre, mais la quantité de catalyseur étant limitée et répartie sur une surface de plus en plus grande, ne tarde pas à être inhibée par l'amylase fixée également par la pellicule plastidale, de sorte que l'accroissement de la vacuole cesse, et qu'elle entre à son tour en digestion comme les autres vacuoles du même plaste.

Une autre réaction physicochimique spéciale de la calotte plastidale, en rapport avec son état imbibitif, consiste dans son comportement vis-à-vis des phénomènes de cavulation. On peut observer parfois des aspects de cette nature, dans certaines cellules de jeunes tubercules de Pomme de terre verdissants, sur des coupes montées dans l'eau. On constate alors que, presque toujours, c'est la calotte des plastes amylifères qui se vésiculise seule, en petite vacuole terminale ou latérale au grain, aussi bien dans les plastes incolores que dans les plastes verts.

Enfin une dernière remarque importante sur la constitution du stroma plastidal, réside dans l'indépendance entre les régions de plus forte imbibition, et celles de plus grande masse organique. Les deux régions peuvent coïncider avec la calotte, comme dans les plastes amylifères du tubercule de Pomme de terre et des bulbes de Lis et de Jacinthe, pendant la synthèse; mais il n'en est pas toujours de même pendant l'hydrolyse, comme le montre l'existence dans les jeunes tubercules de Pomme de terre verdissants, de grains dont la calotte de la synthèse demeure inchangée pendant l'hydrolyse, tandis que l'écorce plastidale des flancs se gonfle, en restant

incolore ou en verdissant. Si l'on observe, d'autre part, que ce sont ces calottes latérales plus imbibées, et non la calotte de synthèse de plus forte masse organique, qui peuvent produire un ou plusieurs petits grains d'amidon pendant l'hydrolyse, on voit que, dans une réaction amylogène, le déclenchement de la vacuole est en relation avec l'imbibition du plaste tandis que la quantité d'amidon formée dépend, comme je l'ai montré antérieurement, de sa masse organique. On comprend aisément, dans ces conditions, la forme excentrique des grains d'amidon de Pomme de terre, par exemple, par une différence de masse organique, en rapport d'ailleurs avec la position originelle, voisine de la périphérie du plaste, de la vacuole amylogène. De même on s'explique fort bien, par une localisation aux extrémités des centres de plus forte imbibition, la situation fréquente des grains d'amidon aux deux bouts des plastes filamenteux; enfin la situation très voisine de plusieurs des centres précités, à l'intérieur d'un plaste arrondi ou d'un petit fragment de chondrioconte, permet aussi de comprendre l'existence des grains d'amidon composés.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Hypéricacées. Développement de l'embryon chez l'*Androsæmum officinale *All.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Les caractères embryogéniques communs que l'on a pu établir chez le *Saxifraga granulata* L. [1] et le *Sedum acre* L. ont été également observés, en 1925, chez l'*Hypericum perforatum* L. [2]. Dans cette dernière plante, en outre, la cellule basale se comporte comme chez le *Saxifraga* : elle se segmente, mais ne prend nulle part à la construction de l'embryon. Pour être à même de bien confirmer ces analogies, j'ai tenu à examiner un nouvel exemple parmi les Hypéricacées, l'*Androsæmum officinale* All.

Les figures 1 à 27, qui permettent d'assister à tous les détails des divisions chez cette espèce, sont tout à fait comparables à celles qui ont été reproduites au sujet de l'*Hypericum*. Les lois du développement sont en tous points identiques chez les deux exemples. Dans les deux cas : 1° l'embryon proprement dit tire origine de la cellule fille supérieure, *cc*, de la cellule apicale (*fig.* 1 et 2) et s'édifie selon les mêmes processus; 2° une cellule hypophysaire se différencie aux dépens d'une descendante, au deuxième degré généralement (*d*, *fig.* 15 à 18), un troisième degré quelquefois, de la

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 240.
(2) R. Souèges, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 949.

cellule fille inférieure, *cd*, de la cellule apicale; 3° la cellule basale, *cb*, se segmente en un certain nombre de blastomères donnant la portion la plus inférieure du suspenseur.

On sera peut-être surpris de ne pas retrouver dans les légendes de cette Note les lettres que j'ai employées au sujet de l'*Hypericum*. Par exemple *l* et *l'* ont été rem-

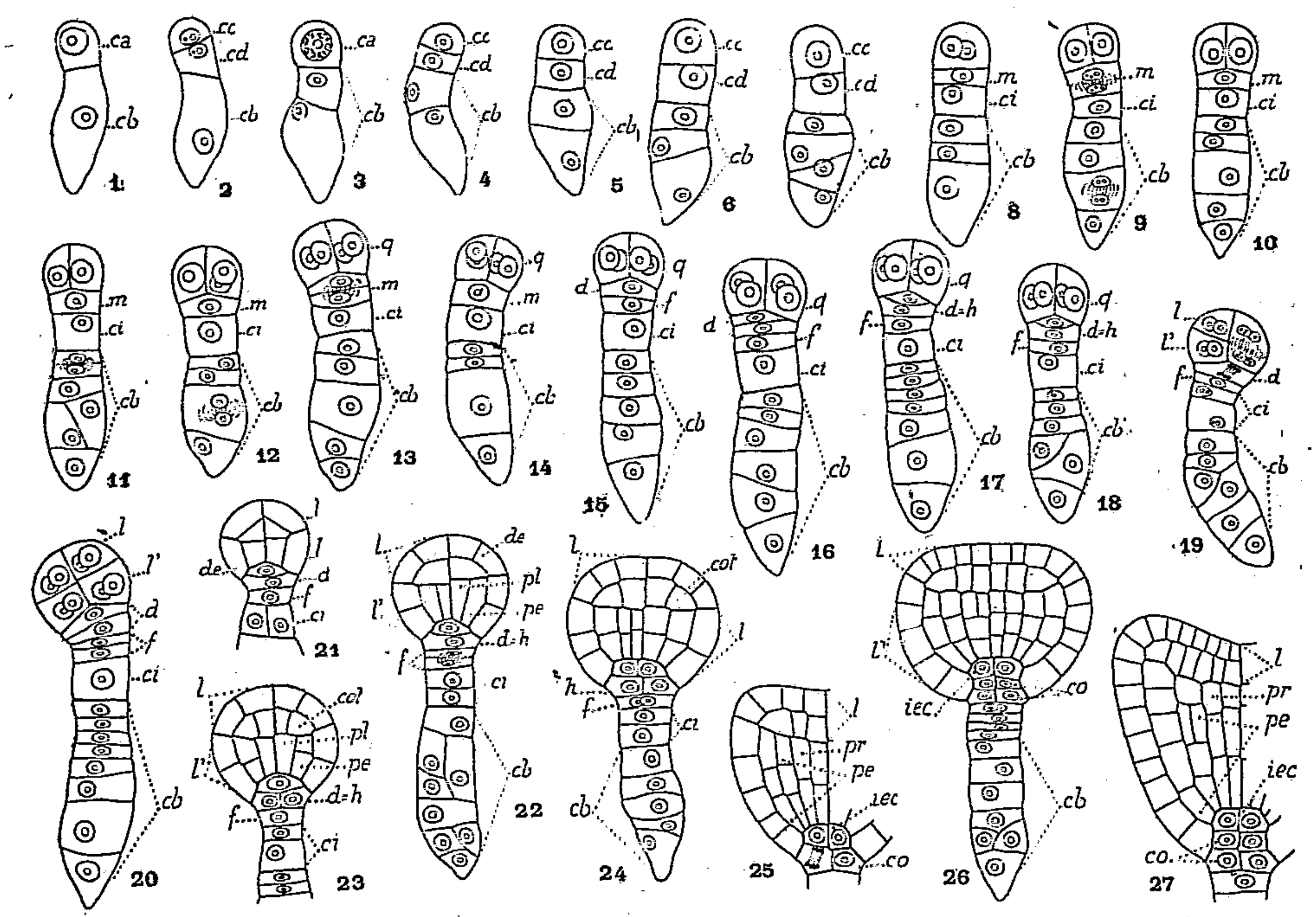


Fig. 1 à 27. — *Androsæmum officinale* All. Les principales étapes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc* et *cd*, cellules filles de *ca*; *m* et *ci*, cellules filles de *cd*; *f*, cellule fille inférieure de *m*; *d*, cellule fille supérieure de *m*, ou hypophyse; *q*, quadrants, *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'* octants inférieurs ou partie hypocotylée; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *pr*, péricycle; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *co*, primordium de la coiffe. G. : 300.

placées par *cc* et *cd*; *u* et *i* par *m* et *ci*; *d*, *f*, *n* et *n'*, par *cb*, qui désigne toutes les cellules issues de la cellule basale. Pour mieux faciliter les rapprochements, j'ai adopté les désignations déjà choisies antérieurement pour le *Sagittaria*, le *Sagina*, le *Sedum*, le *Saxifraga*, dans tous les cas enfin où la cellule basale se tient à l'écart des lois du développement, la cellule apicale remplaçant la cellule embryonnaire primordiale dans ses fonctions histogéniques.

L'embryon des Hypéricacées se sépare de celui du *Saxifraga* par certaines différences d'ordre secondaire : 1° une seule assise sous-épidermique se constitue dans la partie cotylée (*fig.* 24 à 27); 2° l'hypophyse se différencie très tôt, au moment de la formation des octants (*fig.* 16 à 19); 3° l'initiale primordiale des quatre initiales définitives de l'écorce de la racine s'individualise dès la première division de la cellule hypophysaire (*fig.* 21 à 26); 4° le massif cellulaire tirant origine de la cellule basale com-

porte un assez grand nombre d'éléments rangés pour la plupart en série linéaire (*cb*, *fig.* 20, 24).

Somme toute, il apparaît que les embryons des trois familles, Crassulacées, Saxifragacées, Hypéricacées, appartiennent à un même cycle de formes, se rattachant au type fondamental déjà défini, en 1927, au sujet du *Sedum acre* L. ([1]). Le tableau récapitulatif des lois du développement, qui a été donné au sujet de cette dernière espèce, peut s'appliquer à toutes ces formes, à condition de lui faire subir, comme il sera indiqué dans un autre Recueil ([2]), des modifications basées sur des interprétations qui se montrent aujourd'hui plus rationnelles.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence néfaste de la culture ininterrompue de la Pomme de terre en plaine au Maroc* (1934-1935). Note de M. **Émile Miège**, présentée par M. Julien Costantin.

Mes recherches ont porté sur deux variétés de Pommes de terre : l'une *Fluke* ([3]) cultivée depuis longtemps au Maroc, l'autre *Industrie* venant des Alpes, envoyée à Rabat au début de 1933.

Je me suis proposé de rechercher quelle influence exerce une culture ininterrompue *en plaine* (Rabat, 40^{m} d'altitude) sur la vitalité et la productivité de ces plantes.

Fluke ([3]). — Au début de 1933, des tubercules de cette variété furent achetés sur le marché de Rabat et partagés en deux lots.

Le *premier lot* fut planté le 17 janvier 1933 à la station agricole de Rabat, récolté en juin, puis transporté dans l'Atlas à 1650^{m} d'altitude à Ifrane où on les conserva en cave de juin à décembre.

Le *second lot*, de même origine, fut planté le 6 juin 1933 à El Hajeb à 1100^{m} d'altitude, récolté en décembre; les tubercules furent conservés dans cette dernière localité en cave.

A partir du 15 février 1934, les tubercules issus des deux lots précédents

---

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 521; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 74, 1927, p. 234.

([2]) R. Souèges, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 83, 1936, séance du 14 février.

([3]) J. Costantin (*C. R. Acad. Agric.*, 20, 31 janvier 1934, p. 146) appelle cette variété *tout venant*. Cette expérience avait été faite avec la collaboration de M. Emberger qui, par modestie, ne voulut pas la signer.

furent redescendus *à Rabat* et des cultures furent faites successivement à quatre reprises dont je vais indiquer les résultats.

Première culture de Rabat (du 15 février au 6 juin; 121 jours de culture).

La levée des deux lots s'est effectuée en 10 à 21 jours. La végétation a été *moyenne* dans le *premier lot* (où plusieurs pieds furent atteints de frisolée), *plus vigoureuse* dans le *second lot*. Dans les deux cas, il y eut une attaque de mildiou à la mi-mai.

A la récolte effectuée le 6 juin 1934, on notait :

Premier lot : rendement moyen par pied : 602g.

Deuxième lot : rendement moyen par pied : 709g.

Les tubercules furent conservés à Rabat pendant deux mois et demi non en cave, mais dans un local sombre et aéré. La perte de poids au cours de cette période a été de 10 pour 100.

Deuxième culture (28 août 1934 à 5 janvier 1935; 128 jours de culture). Elle fut faite à nouveau à Rabat en terrain irrigué à raison de 900^{cm^3} d'eau à l'hectare. La levée qui s'effectua en trois semaines fut régulière dans le *premier lot* et irrégulière avec 20 pour 100 de perte dans le *second lot*. Dans les deux parcelles, la vigueur végétative fut passable; un traitement anticryptogamique fut effectué le 16 octobre.

La durée de la deuxième culture a dépassé de 7 jours celle de la première culture.

A la récolte effectuée le 5 janvier 1935, on notait :

Premier lot : rendement moyen par pied 332g.

Deuxième lot : rendement par pied 407g.

La supériorité du deuxième lot s'est trouvée ainsi confirmée; avec diminution nette de récolte (environ 45 pour 100) dans les deux cas sur ceux de la culture précédente.

Troisième culture (20 janvier 1935 à 12 juillet 1935 : 202 jours de culture). Elle fut languissante. Dans le *premier lot* des tubercules pourrirent à la récolte composée de quelques tubercules normaux et d'un plus grand nombre de dimensions réduites, difformes, parfois pourris aux extrémités.

Récolte : rendement moyen par pied, premier lot, 381g; deuxième lot, 128g (beaucoup de tubercules ne dépassant pas la grosseur d'une noisette).

Les tubercules normaux furent mis au frigidaire (du 17 juillet au 2 août) en vue de déterminer l'influence du froid sur la maturation physiologique, alors que l'autre partie était replantée le 20 juillet (soit 13 jours plutôt).

Quatrième culture (de juillet 1935 à janvier 1936) :

		Rendement moyen au pied.	Durée.
Premier lot	1re série (plantée le 20 juillet).	95g	135 jours
	2e série (plantée le 2 août)....	130	123 »
Deuxième lot	1re série (plantée le 20 juillet).	90	135 »
	2e série (plantée le 2 août)....	110	123 »

Les rendements ont donc continué à diminuer, malgré un séjour en frigidaire.

INDUSTRIE. — Cette variété *venait des Alpes* et a été d'abord cultivée par MM. Costantin et Emberger à Rabat du 17 janvier au 31 juin 1933; le rendement moyen au pied avait été de 569^g. Les tubercules transportés dans l'Atlas à Ifrane (1650^m) n'étant pas mûrs ne purent être plantés, ils y furent *conservés en cave* de juin à décembre. Rapportés alors à Rabat pendant quatre cultures successives ils y furent plantés aux mêmes dates que les tubercules de Fluke (mais il n'y eut qu'un lot sauf à la quatrième culture qui comporte deux séries).

	Dates. Plantation.	Dates. Récolte.	Rendements moyens au pied.
			g
1re culture (1)	15/2/34	26/6/34	4.425
2e culture (2)	28/8/34	5/1/35	675
3e culture (3)	20/1/35	12/7/35	164
4e culture, 1re série (4)	20/7/35	15/12/35	65
4e culture, 2e série (5)	2/8/35	5/1/36	125

Observations. — (1) Végét. très vigour.; quelques pieds atteints de frisolée. — (2) Levée irrég. [21/9 à 15/10]; trait. prév. à la bouillie cuprique. — (3) Végét. très médiocre; tuberc. peu nombreux, moyens, allongés ou en croissant; un peu de pourr. aux extrémités. — (4) Végét. languiss.; perte de vitalité de tuberc. — (5) Stage au frigidaire, retarde la levée de 5 à 6 semaines. — (4) et (5) Anom. végétatives : fasciation déform. des tiges., tuberc. aér.; les tuberc. sout. petits, déformés, courbes ou allongés, cert. pourrissant.

Conclusions. — Ces résultats confirment l'opinion unanime des praticiens et des agronomes (1), qui considèrent que la culture de la Pomme de terre en Afrique du Nord est impossible sans le renouvellement des semences. De fait, poursuivie en plaine, elle conduit, à la quatrième génération, à l'augmentation régulière de la durée de végétation, à l'apparition d'anomalies dans les parties aériennes et souterraines et à une diminution progressive et importante des rendements, tous inconvénients qui sont supprimés ou atténués par l'action du froid et la culture en altitude.

(1) E. MIÈGE, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1877.

HISTOLOGIE. — *Historadiographie.*
Note (1) de M. **P. Lamarque**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Nous avons essayé d'obtenir, avec l'instrumentation de M. Dauvillier (2) et suivant ses indications, des radiographies de coupe cellulaire dans le but de rechercher si cette méthode était susceptible d'apporter des renseignements complémentaires à l'histologie et à l'anatomie pathologique.

Pendant ces quatre dernières années, nous avons fait différentes tentatives et nous nous sommes heurté à de nombreuses difficultés que nous croyons avoir surmontées aujourd'hui, au moins pour une part.

Dans le tube que nous avons employé, la chambre photographique, où se trouvent la préparation et la plaque, est en communication directe avec le corps du tube et le système de pompage. Il devient ainsi possible d'utiliser des fenêtres beaucoup plus minces et plus larges, ainsi qu'un rayonnement plus mou, de l'ordre de 5 kV environ. Grâce à ce procédé et à l'utilisation d'émulsion de Lippmann sur film, nous avons pu éloigner la préparation de l'anticathode en réduisant le temps de pose, qui était de 2 heures environ sous 7 kV et 100 mA, à 5 minutes sous 5 kV et 80 mA avec une anticathode de tungstène.

Le grain de nos émulsions n'est pas visible même pour les très forts grossissements (650 D).

Nous avons pu ainsi obtenir de très belles microphotographies de coupes de cellules animales radiographiées.

Les images dépendant uniquement de la concentration et de la nature chimique des corps traversés diffèrent sensiblement de celles que l'on obtient avec les méthodes courantes par coloration.

L'interprétation des radiogrammes est encore difficile car l'œil doit s'habituer à lire les clichés et se familiariser avec les images négatives.

Nous avons fait une observation qui nous semble particulièrement intéressante : le noyau nous a paru moins opaque aux rayons que le protoplasma ; les composants nucléaires doivent donc être constitués par des éléments sensiblement moins lourds que le reste de la cellule. D'autre part, le protoplasma donne une image granuleuse qui indique son hétérogénéité tandis que le contenu nucléaire nous a paru jusqu'ici relativement homogène.

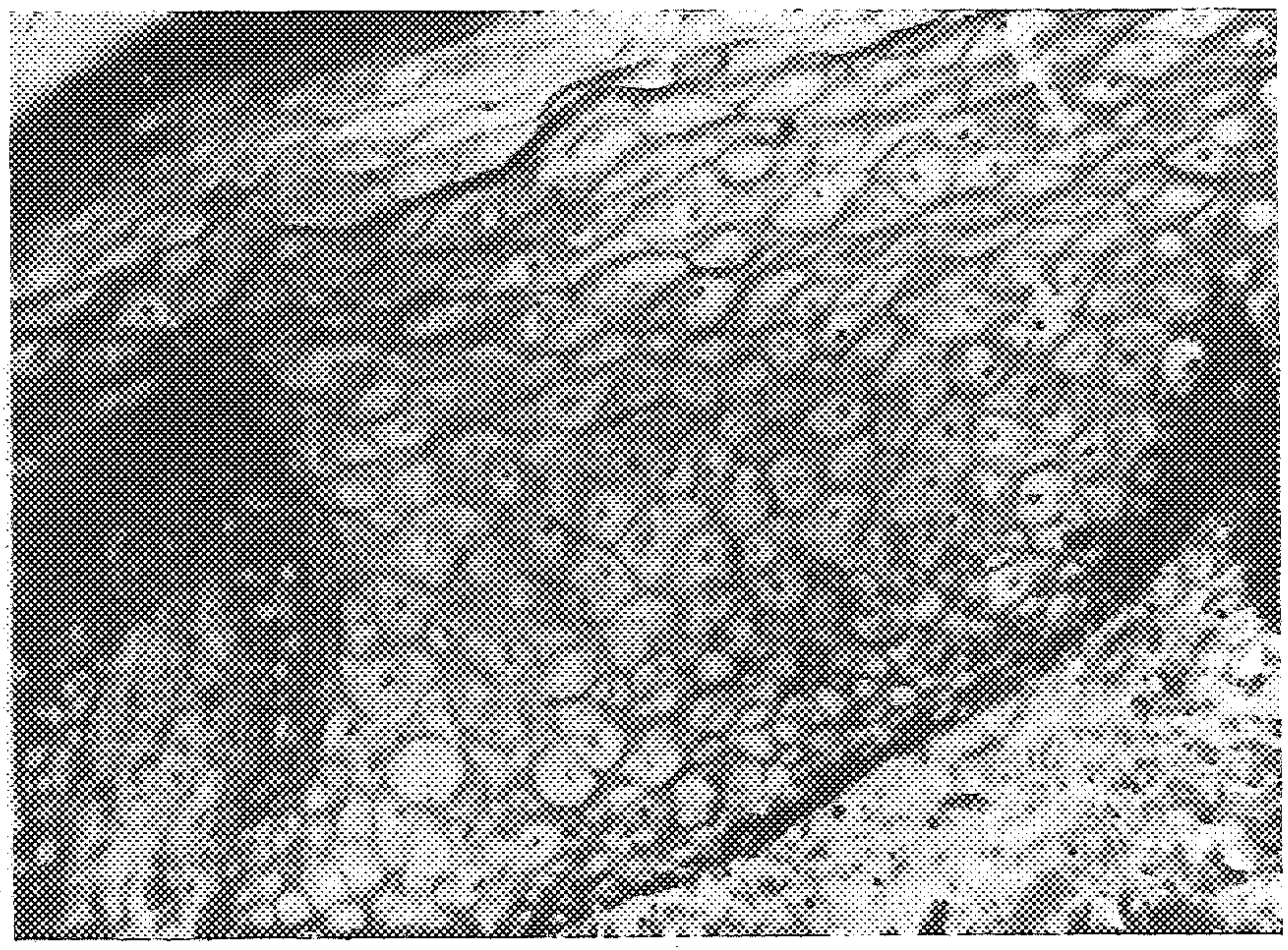
---

(1) Séance du 10 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1287.

Le nucléole, très visible dans l'aire nucléaire, est beaucoup plus opaque que le protoplasma; il est donc constitué par des éléments plus lourds ou moins dilués.

Nous ne pouvons résumer toutes nos observations, la plupart demandent d'ailleurs d'être vérifiées plus largement, mais nous dirons cependant que les cellules musculaires, par exemple, sont très transparentes. Sur une coupe de revêtement cutané, comme dans le cas de la figure, l'opacité des cellules diminue sensiblement de l'extérieur vers l'intérieur pour passer cependant par une nouvelle bande moins transparente pour la couche basale.



Historadiographie d'une coupe de peau.

L'historadiographie ouvre une très large voie à la recherche. Elle permettra, sans doute, à l'histochimie de faire quelques progrès en facilitant l'utilisation de composés autres que les colorants classiques et qui entraîneront des modifications dans la densité des parties qu'ils imprégneront.

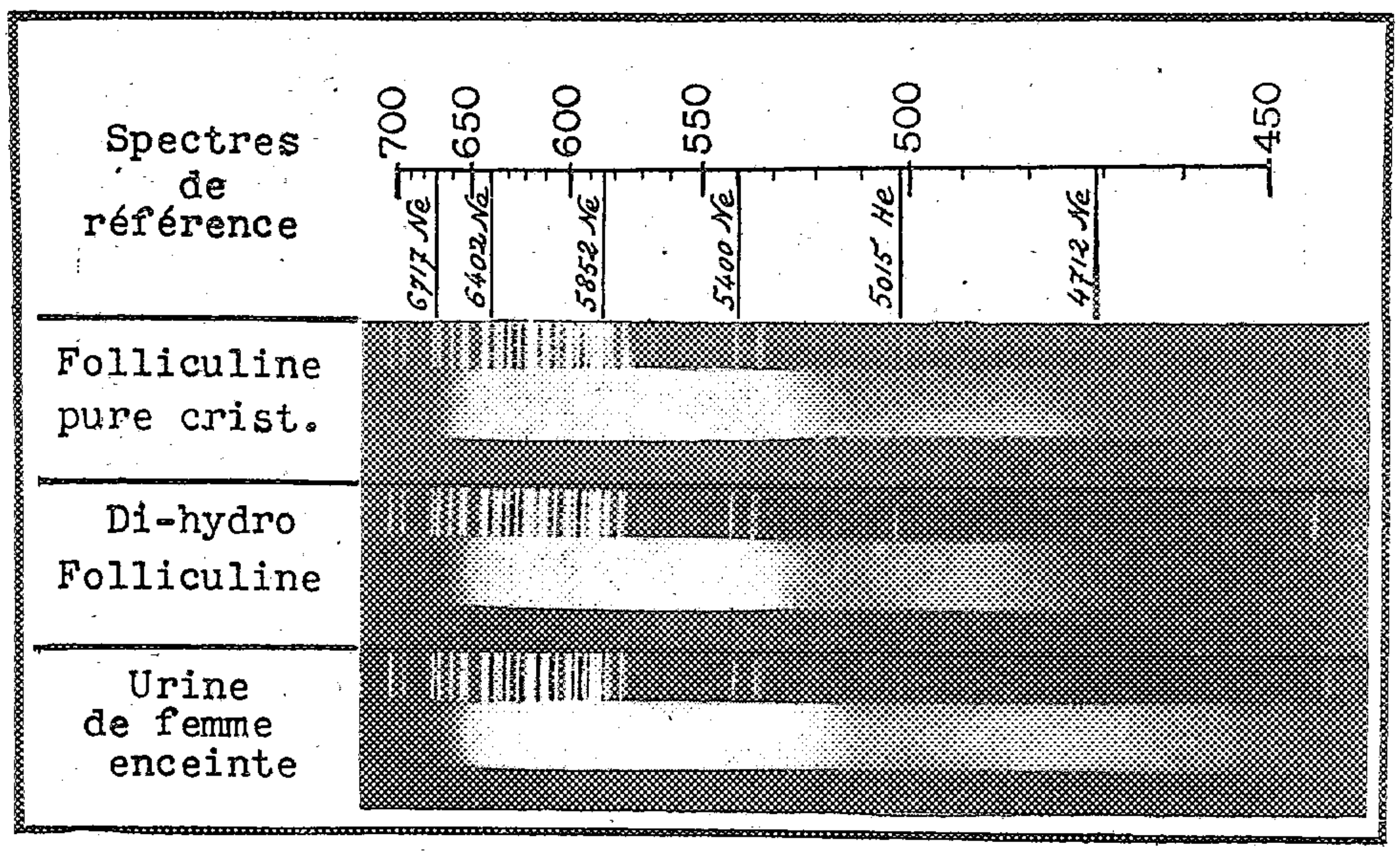
Il sera également possible de rechercher dans les tissus l'existence et la localisation de certaines substances médicamenteuses, en particulier de celles qui ont un poids atomique élevé.

Nous pensons pouvoir encore améliorer la technique et, grâce à une nouvelle chambre photographique, obtenir des radiogrammes de tissus vivants.

PHYSIOLOGIE. — *La détection spectrale de l'hormone œstrogène dans l'urine de la femme enceinte.* Note [1] de MM. Henri Bierry et Bernard Gouzon, présentée par M. Alexandre Desgrez.

S. Kober a fait connaître une *réaction* de *fluorescence* dans les urines de juments gravides; Gallot et Roussel l'ont utilisée récemment pour le diagnostic de la gestation chez la jument.

Nous avons étudié spectroscopiquement cette réaction de fluorescence, et, après l'avoir simplifiée et amendée, nous l'avons appliquée à la détection



de l'hormone œstrogène dans l'urine des femmes enceintes. Dans notre procédé beaucoup plus rapide l'urine est d'abord soumise à l'hydrolyse acide. L'hormone est ensuite extraite de l'urine par un procédé physique (adsorption, puis élution), et débarrassée des pigments qui l'accompagnent par sélection chromatographique. A ces divers stades de manipulations, la substance extractive peut être conservée sans altération, ce qui permet d'obtenir une quantité relativement importante d'hormone, si besoin en est. Finalement, l'hormone est dissoute dans le chloroforme et la solution chloroformique est agitée avec SO^4H^2 pur qui se colore en jaune brun et prend peu à peu une belle fluorescence verte.

(1) Séance du 10 février 1936.

Examinée en lumière de Wood ($\lambda < 3650$ Å), cette fluorescence fournit une large bande bien délimitée, comprenant l'orangé, le jaune et le début du vert; l'axe de cette bande est très voisin de 5750 Å.

Les plaques étaient des Ilford (Special Rapid Panchromatic) et le repérage était réalisé au moyen d'une lampe à effluves Philips, donnant les raies du néon et les raies principales de l'argon rouge.

Cette bande est exactement celle de la follicule cristallisée ou dihydrofolliculine. D'autre part, elle ne s'observe pas dans les urines d'homme ou de femme non enceinte.

En outre une légère fluorescence bleu verdâtre, dont nous poursuivons l'étude, est donnée par l'urine d'homme ou de femme non enceinte, dont est absente la bande jaune caractéristique de la folliculine ou de la dihydrofolliculine.

En somme, il apparaît dès maintenant que la méthode des spectres de fluorescence constitue une méthode spécifique et sensible pour la détection de l'hormone œstrogène dans l'urine de la femme enceinte.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *L'influence du régime alimentaire sur la sécrétion rénale de l'urée chez la Souris.* Note de M. **Pierre Feyel**, présentée par M. Maurice Caullery.

Nos précédentes recherches [1] nous ont permis de localiser la sécrétion rénale de l'urée aux cellules à bordure en brosse et aux cellules de la branche large de l'anse de Henle. Il nous a semblé utile de préciser les conditions de régime qui rendaient possible d'obtenir chez la Souris le maximum de sécrétion d'urée.

Les Souris blanches utilisées pour ces expériences ont été réparties en quatre lots :

Premier lot. — Souris soumises pendant 8 jours à une alimentation variée (graines, pain, un peu de viande).

Deuxième lot. — Souris nourries à la viande crue pendant les 72 heures précédant la fixation.

Troisième lot. — Souris nourries à la viandre crue pendant les 8 jours précédant la fixation.

Quatrième lot. — Souris nourries à la viande crue pendant les 15 jours précédant la fixation.

---

[1] P. Feyel, *Le Tube urinaire dans la série animale*, Paris, 1935.

La recherche de l'urée a été faite par la technique de Leschke, dont l'emploi nous a toujours donné des résultats satisfaisants. Elle fournit en quelque sorte une représentation graphique de l'accumulation d'urée intracellulaire.

C'est naturellement chez les animaux du premier lot que la sécrétion d'urée est minima. En revanche, il est plus surprenant de constater que l'accumulation d'urée intracellulaire n'est guère plus considérable chez les animaux du quatrième lot, qui ont pourtant été soumis pendant 15 jours à une alimentation exclusivement carnée. Nous obtenons, au contraire, une très forte sécrétion uréique chez les Souris du deuxième lot. Les animaux du troisième lot s'échelonnent, à considérer l'importance de la sécrétion d'urée, entre ceux du deuxième et ceux du quatrième lot.

De ces expériences nous concluons que, si l'alimentation carnée provoque bien chez la Souris un accroissement de la sécrétion d'urée, l'importance de cette sécrétion est fonction de la durée du régime en question. La sécrétion d'urée passe par un maximum après 72 heures environ de nourriture carnée; mais la prolongation d'un tel régime s'accompagne d'une diminution régulière dans l'abondance de la sécrétion.

Pour tenter d'expliquer ce phénomène, nous avons pratiqué deux séries d'expériences :

1° *Injections d'urée.* — Des Souris prises dans les divers lots ont subi une injection intrapéritonéale de 1^{cm^3} d'une solution d'urée à 40 pour 100; dix minutes après l'injection, les animaux étaient sacrifiés. Nous avons obtenu les résultats suivants :

Chez les animaux des troisième et quatrième lots, peu de modification par rapport aux résultats obtenus sans injection préalable. On observe seulement un très faible accroissement de la quantité d'urée sécrétée.

Chez les animaux du premier lot, on observe au contraire une augmentation considérable de la quantité d'urée. C'est manifestement chez ces animaux que nous constatons la sécrétion uréique maxima. L'importance de la sécrétion va maintenant en décroissant, si l'on examine successivement les pièces obtenues après injection d'urée chez les animaux des deuxième, troisième et quatrième lots.

2° *Injections de chlorures.* — Chez les animaux pris dans les divers lots, nous avons pratiqué des injections de ClNa (1^{cm^3} d'une solution saturée de ClNa). Les animaux étaient sacrifiés 10 minutes après, et les pièces traitées suivant la méthode de Leschke pour l'urée. Les résultats obtenus après cette injection de chlorures se sont montrés exactement inverses de ceux que

nous avons observés après injection d'urée. Le maximum de la sécrétion uréique s'observe en effet chez les Souris du quatrième lot et l'importance de cette sécrétion décroît progressivement si l'on examine l'une après l'autre les pièces des Souris des troisième, deuxième et premier lots.

Nous avons [1] signalé le rôle joué par le ClNa dans la sécrétion rénale de l'urée. Nous avons établi que l'augmentation de la sécrétion d'urée entraînait une sécrétion plus abondante de chlorures, tandis que l'augmentation de la chlorémie, par le fait même qu'elle accroissait la sécrétion des chlorures au niveau des cellules à bordure en brosse, augmentait les capacités sécrétoires de ces mêmes cellules pour l'urée. Cette notion de l'interdépendance des sécrétions des chlorures et de l'urée va nous permettre d'interpréter les résultats de nos expériences. Le régime carné auquel nous avions soumis nos Souris avait bien pour effet d'augmenter l'importance de la sécrétion uréique, ainsi qu'en témoignent les résultats obtenus chez les animaux du deuxième lot; mais cette hypersécrétion d'urée devait entraîner, *ipso facto*, une hypersécrétion de chlorures. Il est dès lors vraisemblable que la prolongation du régime carné exclusif aboutisse à créer chez les Souris une hypochlorémie légère, qui, à son tour, entraîne une diminution de la sécrétion uréique, comme nous l'avons observé chez les animaux des troisième et quatrième lots. Chez ces derniers animaux, en effet, même une injection supplémentaire d'urée ne parvient pas à modifier d'une manière appréciable l'importance de la sécrétion. Nous constatons au contraire, après injection d'urée, une forte augmentation de la sécrétion uréique chez les animaux du premier lot, qui n'ont pas été soumis à une hypersécrétion d'urée pendant plusieurs jours. Il est très probable que le ralentissement de la sécrétion uréique, que nous observons chez les animaux des troisième et quatrième lots, s'accompagne d'une légère augmentation de l'azotémie, que traduit la reprise brusque d'une forte sécrétion d'urée lors de l'injection, chez ces même animaux, de ClNa.

Nos nouvelles expériences mettent donc en lumière l'importance de la chlorémie comme facteur de la valeur de la sécrétion de l'urée. Elles précisent enfin que l'on obtiendra, chez la Souris, les conditions de sécrétion uréique maxima, non pas par une alimentation carnée poursuivie pendant plusieurs jours, mais simplement par l'injection d'urée chez un animal à alimentation mixte normale.

---

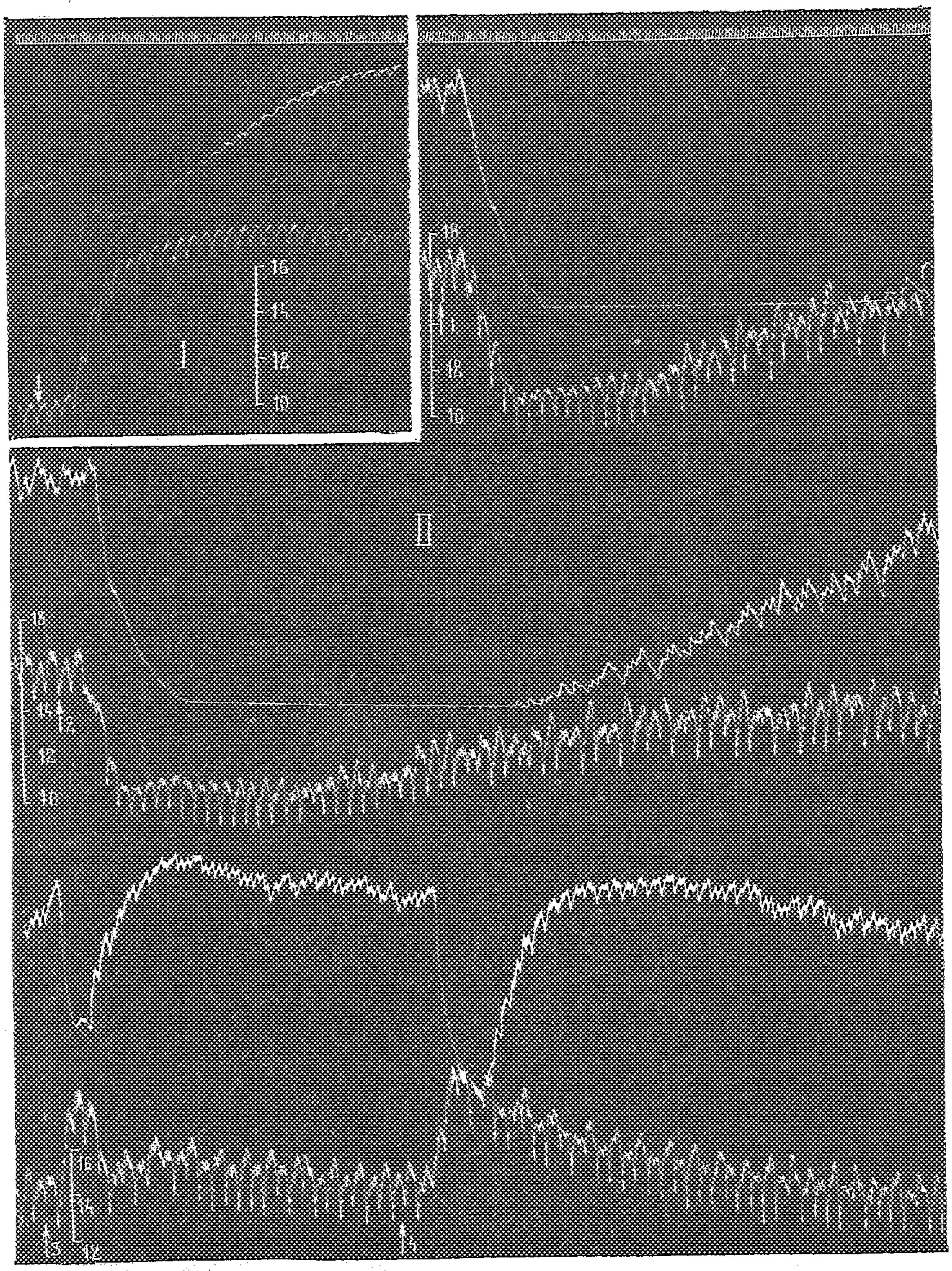
[1] P. Feyel, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 507.

PHARMACODYNAMIE. — *Modifications de l'action physiologique du 3-4-dioxyphényl-β-amino-butanol par substitution d'un groupement méthylaminé au groupement aminé de cette substance.* Note (¹) de M. **Raymond Hamet**, présentée par M. Marcel Delépine.

Se fondant, d'une part, sur les résultats des expériences de Schaumann relatives à l'action pharmacologique des doses inférieures de dioxyphénylméthylaminobutanol, d'autre part, sur les effets physiologiques du dioxyphénylaminobutanol qu'il avait observés personnellement, Tainter a affirmé que ces deux amines qui, signalons-le, possèdent l'une et l'autre le noyau pyrocatéchique considéré par plusieurs auteurs comme l'élément principal de l'activité sympathicomimétique de l'adrénaline, sont exclusivement hypotensives et vasodilatatrices.

Les expériences que nous avons pratiquées avec ces deux substances nous ont montré que, s'il est vrai que les doses inférieures de dioxyphénylméthylaminobutanol et de dioxyphénylaminobutanol sont réellement hypotensives, les doses supérieures de ces deux amines sont incontestablement hypertensives et vasoconstrictives. Mais, tandis que le dérivé méthylaminé ne se montre hypertenseur qu'à dose très forte (dans une de nos expériences, ce n'est qu'à la suite de l'injection de 25^{mg} de ce dérivé à un chien de $8^{kg},500$ que la pression carotidienne s'est élevée d'abord assez rapidement, puis plus lentement, de 101^{mm} de Hg jusqu'au niveau maximal de 178^{mm} dont elle n'est redescendue qu'avec une extrême lenteur jusqu'à son niveau initial), le dérivé aminé provoque déjà de l'hypertension à des doses auxquelles le dérivé méthylaminé est encore très fortement hypotenseur. C'est ainsi que, chez un chien de 9^{kg}, la pression carotidienne, après qu'on eût injecté 1^{mg}, puis 2^{mg} du dérivé méthylaminé, s'est abaissée, en premier lieu de 173 à 111^{mm} de Hg, en second lieu de 165 à 107^{mm}, tandis que, après injections de doses équivalentes du dérivé animé, elle s'est élevée de 154 à 187^{mm}, puis de 151 à 192^{mm}. Il convient d'ajouter, d'une part, que l'hypertension produite par le dérivé aminé s'est accompagnée d'une vasoconstriction rénale très nette, d'autre part, qu'à l'hypotension produite par le dérivé méthylaminé s'est jointe une diminution consi-

(¹) Séance du 17 février 1936.



I. — Expérience du 28 décembre 1935. Chien ratier à poils ras de $8^{kg},500$, anesthésié par le chloralose (14^{cg} par kg.), bivagotomisé au cou et soumis à la respiration artificielle. 1re ligne : temps en secondes. 2e ligne : variations du volume du rein enregistrées par l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié. 3e ligne : modifications de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. Au point marqué par la flèche, on a injecté dans la saphène 25^{mg} de chlorhydrate de dioxyphénylméthylaminobutanol dissous dans 5^{cm^3} de soluté physiologique de chlorure de sodium.

II. — Expérience du 18 janvier 1936. Chien ratier à poils ras de 9^{kg}, anesthésié par le chloralose (14^{cg} par kg.), bivagotomisé au cou et soumis à la respiration artificielle. 1re ligne : temps en secondes. 2e, 4e et 6e lignes : modifications du volume du rein enregistrées par l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié. 3e, 5e et 7e lignes : modifications de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. On a injecté, dans la saphène, aux points marqués : 1, 1^{mg}, 2, 2^{mg} de chlorhydrate de dioxyphénylméthylaminobutanol, 3, 1^{mg}, 4, 2^{mg} de chlorhydrate de dioxyphénylaminobutanol. Pour chacune de ces injections, on a utilisé une solution à 1 pour 1000 de l'une et l'autre de ces amines dans le soluté physiologique de chlorure de sodium. Tracés réduits de 40 pour 100.

dérable du volume du rein traduisant à la fois une déplétion passive et une vasoconstriction active de cet organe.

Ainsi donc le remplacement par une fonction aminée primaire de la fonction aminée secondaire du dioxyphénylaminobutanol entraîne un renforcement considérable du pouvoir hypertenseur de cette substance. Une semblable substitution augmente aussi l'activité hypertensive des deux homologues inférieurs du dioxyphénylaminobutanol, mais elle l'augmente d'autant plus faiblement qu'est moins élevé le nombre d'atomes de carbone de la chaîne latérale du composé sur lequel elle s'effectue. Le dioxyphénylaminoéthanol n'est en effet qu'un peu plus fortement hypertenseur que le dioxyphénylméthylaminoéthanol. Quant à l'activité hypertensive du dioxyphénylaminopropanol elle est beaucoup plus forte que celle du dioxyphénylméthylaminopropanol mais, entre le pouvoir hypertenseur de ces deux substances, l'écart est beaucoup moins grand qu'entre celui des deux amines qui font l'objet de la présente Note.

BIOLOGIE. — *Proportion des sexes dans des populations de Drosophiles en équilibre*. Note de MM. PH. L'HÉRITIER et GEORGES TEISSIER, présentée par M. Charles Pérez.

Une technique d'élevage, que nous avons décrite ici même ([1]), nous permet de maintenir des populations de Drosophiles (*Drosophila melanogaster* Meig.) dans un état d'équilibre approximatif, les éclosions d'imagos compensant à chaque instant les décès. Dans une expérience, que nous avons alors rapportée, deux populations renfermant environ 3300 adultes avaient été maintenues à ce niveau pendant un mois, durée de trois générations de Drosophiles, avec des écarts de moins de 3 pour 100 de part et d'autre de l'effectif moyen.

Nous avons depuis appliqué cette technique sur une assez grande échelle et entretenu, fréquemment pendant plusieurs mois, un grand nombre de populations de Drosophiles de constitutions génétiques diverses. Nous nous sommes surtout attachés à l'étude de la sélection naturelle ([2]), mais, au cours de ces recherches, nous avons aussi recueilli des données démogra-

---

([1]) Cf. PH. L'HÉRITIER et GEORGES TEISSIER, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1765.

([2]) PH. L'HÉRITIER et G. TEISSIER, *C. R. Soc. Biol.*, 116, 1934, p. 306; 117, 1934, p. 1049; 118, 1935, p. 1396.

phiques sur la plupart des races sur lesquelles nous avons expérimenté. Nous exposons ci-après ceux de nos résultats qui concernent la proportion des sexes en faisant abstraction des différences raciales, minimes mais certaines, qui séparent les lignées utilisées.

La plupart de nos expériences ayant duré quatre à cinq mois et même davantage, nous n'avons malheureusement pas réussi à maintenir très constant, pendant un temps aussi long, l'effectif de nos populations. Celui-ci a fréquemment subi de fortes oscillations plus ou moins nettement périodiques autour d'une valeur moyenne. Il est vraisemblable que ces fluctuations ont leur origine dans les variations, inévitables avec notre technique, de la flore bactérienne et fungique qui se développe sur le milieu de culture utilisé; mais il est également possible que des facteurs purement démographiques viennent dans certains cas amplifier largement ces écarts fortuits.

Sur chaque population nous avons pratiqué des dénombrements périodiques et, en outre, des déterminations de la proportion des sexes, d'une part à l'éclosion des imagos, généralement à plusieurs reprises au cours de l'évolution de la population, et d'autre part dans l'ensemble de la population d'adultes prise à un moment où elle était approximativement en équilibre.

Vingt-neuf mesures de natalité portant au total sur 23896 mouches ont donné, pour la proportion des mâles à l'éclosion, 46,4 pour 100; la dispersion des 29 nombres obtenus de part et d'autre de cette moyenne est assez forte puisque la moitié d'entre eux seulement tombe entre 44,2 et 48,8, et que les chiffres extrêmes sont 39,3 et 52,4. Il est certain, néanmoins, que la valeur moyenne obtenue 46,3 diffère de façon significative de celle qu'on observe dans les élevages où l'on s'efforce d'écarter toute concurrence entre larves. Dans de telles conditions, en effet, le dénombrement de 44677 imagos nous a fourni une proportion de mâles de 48,34 pour 100. Nous pouvons donc assurer que les conditions de nos expériences, où la concurrence pour l'aliment est très sévère puisque moins d'un dixième des œufs donnent des imagos, défavorisent nettement le sexe mâle. Dans une première série d'expériences, que nous avons rapportée en indiquant notre technique, le phénomène était beaucoup plus accusé, puisqu'à l'éclosion nous n'obtenions, sur 5860 mouches, que 36,4 pour 100 de mâles. Nous n'avons pu malheureusement découvrir à quelles conditions expérimentales pouvait être dû ce résultat que, malgré de multiples tentatives, nous n'avons jamais réussi à reproduire.

La proportion des mâles dans les populations en équilibre est également très variable, mais reste toujours faible, n'atteignant qu'exceptionnellement 40 pour 100. Elle est toujours nettement inférieure au chiffre de la natalité correspondante. Le pourcentage moyen calculé sur 17 populations renfermant au total 57320 imagos est de 32,3 pour 100, soit environ un mâle pour deux femelles. Par conséquent et contrairement à ce que nous avions cru au moment où nous ne disposions pour la proportion sexuelle à l'éclosion que d'un chiffre qui apparaît aujourd'hui comme très aberrant, la longévité des mâles est très sensiblement inférieure à celle des femelles.

Un résultat plus précis peut être obtenu lorsqu'une population s'est maintenue en état d'équilibre avec une précision suffisante pendant un laps de temps prolongé. L'une d'entre elles, par exemple, dénombrée de 2 en 2 semaines entre le 32ᵉ et le 117ᵉ jour, a présenté des effectifs de 3300, 3800, 3800, 3400, 3300, 3000, 3400 et 3500 adultes. Un tri des sexes effectué lors du dernier dénombrement permet de calculer que la population moyenne de 3450 devait comporter 1100 ♂ et 2350 ♀. Deux mesures de natalité très concordantes ont donné respectivement 299 ♂ et 325 ♀, 285 ♂ et 333 ♀ pour les naissances de 4 jours, c'est-à-dire une éclosion journalière de 73 ♂ et 82 ♀. Dans cette population la longévité moyenne des mâles était donc de 15,1 jours et celle des femelles de 28,7 jours. Sur une autre population appartenant à une lignée différente et dont l'effectif moyen atteignait 4340, un calcul analogue permet d'attribuer aux mâles une longévité moyenne de 8,4 jours et aux femelles de 25,1 jours.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur le déterminisme de la courbure coaptative du fémur des membres antérieurs des Phasmes.* Note de M. **Maurice Lecamp**, présentée par M. Caullery.

La régénération des membres, chez les Phasmes, se produit à l'intérieur de la hanche ou moignon coxal, partie proximale du membre conservée à la suite d'une autotomie; le régénérat s'extériorise, généralement, à la première mue qui suit la perte de l'appendice.

Différents travaux concernant l'étude de ces phénomènes ont fait ressortir l'importance du moignon coxal dans la régénération du membre ([1]). J'ai,

---

([1]) E. Bordage, *Bull. Sc. France et Belgique*, 39, 1905, p. 397; J. Schaxel et W. Adensamer, *Zool. Anz.*, 46, 1923, p. 128.

pour ma part, instauré diverses séries d'expériences dans le but d'analyser les facteurs qui président à la morphogénèse de tels appendices, chez le Phasme *Dixippus morosus*. Dans un de ces groupes d'expériences, j'ai utilisé, comme critère morphologique, un détail anatomique caractérisant les pattes de la première paire : elles montrent, dans leur partie fémorale, une courbure concave qui s'adapte exactement à la convexité de la tête et qui permet à l'animal, en position cataleptique, d'étendre devant lui et parallèlement l'un contre l'autre ses deux appendices antérieurs. Les deuxième et troisième paires de pattes ne présentent pas ce caractère.

L'expérience a consisté, après autotomie d'une première et d'une seconde ou troisième patte, à greffer les moignons de régénération l'un à la place de l'autre.

Des premiers résultats obtenus, il ressort que la morphologie du membre régénéré, à partir du moignon implanté, est conditionnée par l'état de différenciation du régénérat au moment de l'opération. Indépendamment de ce premier résultat, diverses conditions doivent être encore approfondies, mais je puis faire état de certaines constatations en ce qui concerne la genèse de la coaptation de la courbure fémorale de la première paire de patte et de la tête.

Stockard (¹) a précisé que, chez l'embryon, les régions fémorales des premières pattes ne sont pas en contact avec la tête avant l'éclosion et, cependant, dès l'éclosion de l'œuf, la courbure en question existe.

Cuénot (²), ayant observé qu'à l'éclosion de *Dixippus morosus*, il y avait accolement intime des fémurs encore mous contre la tête du jeune Phasme, concluait à la probabilité que, « si les choses se passent bien ainsi, la courbure est acquise mécaniquement par chaque individu et n'a pas de représentation germinale ». Par ailleurs, le même auteur, observant la régénération des pattes, remarque la présence de la courbure fémorale dès l'apparition de l'appendice déroulé de l'intérieur du moignon.

Pour ma part, à cette observation, j'ajouterai qu'au moment où l'appendice apparaît, dans le cas de la régénération normale des deuxième et troisième pattes, la mollesse des tissus donne au jeune membre une courbure qui pourrait être confondue avec le caractère coaptatif. Mais, un peu plus tard, on peut constater que cette courbure n'existe pas en réalité; les fémurs sont droits.

(¹) *Biol. Bull.*, 16, 1909, p. 239.
(²) *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 835.

Dans le cas des régénérations de moignons greffés, trois moignons de première patte greffés sur l'emplacement de la seconde ou de la troisième paire, ont régénéré des membres conformes à la provenance du moignon et présentant la courbure coaptative, malgré que, dans leur position actuelle, ils n'aient plus aucun contact avec la tête; par contre, un moignon provenant d'une patte de deuxième paire et greffé sur l'emplacement de la première a régénéré un membre ne présentant pas la courbure, malgré ses rapports avec la tête.

Dans les trois premiers cas, de toute évidence, la courbure n'a été acquise sous l'influence d'aucune action mécanique, le membre formé ne rencontrant aucune saillie qui puisse se coapter avec l'échancrure fémorale. La courbure était donc déterminée dans le régénérat, à l'intérieur du moignon, avant même son extériorisation. Le dernier cas est une confirmation des précédents, le membre s'y est aussi différencié conformément à la détermination originelle du moignon.

La disposition coaptative du fémur de la première patte est donc déterminée d'avance, elle est un des attributs de la spécificité du territoire de régénération qui lui donne naissance.

Par ailleurs, si nous rapprochons les phénomènes dans la régénération et dans le développement embryonnaire, en faisant état de l'observation de Stockard (*op. cit.*), on peut conclure que la disposition coaptative est un caractère héréditaire et non pas un effet mécanique produit au cours du développement.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Production de l'hydroxylamine par le* Sterigmatocystis nigra *aux dépens de l'ammoniaque*. Note de MM. **Maurice Lemoigne**, **Pierre Monguillon** et **Robert Desveaux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons signalé la production de l'hydroxylamine chez les végétaux [1]. Ses origines sont intéressantes à préciser, car elles peuvent fournir des renseignements sur son rôle biologique possible.

Elle peut être un produit intermédiaire de la réduction des nitrates en ammoniaque. Blom l'a caractérisée dans la dénitrification microbienne anaérobie et nous l'avons observée dans l'autolyse des feuilles vertes. Si ce

---

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1437.

processus était exclusif, la formation de l'oxyammoniaque n'aurait qu'un intérêt restreint.

Mais l'hydroxylamine peut provenir de l'oxydation de l'ammoniaque. Corbet l'a signalée dans la nitrification. Mais ici encore, cette formation n'a qu'une signification biologique limitée.

Ce qui serait beaucoup plus important, ce serait de déterminer si un même organisme peut indifféremment produire de l'hydroxylamine quelle que soit la source d'azote dont il dispose : nitrates ou sels ammoniacaux; car l'hydroxylamine apparaîtrait alors comme un produit intermédiaire possible de la synthèse des protides.

A notre connaissance aucun fait expérimental positif n'a été signalé à ce sujet. Gunther Endress a bien constaté la formation de l'hydroxylamine dans les cultures d'*Azotobacter*, mais sans préciser si elle précède ou suit celle de l'ammoniaque. C'est cette question que nous avons voulu résoudre.

Nous avons recherché si le *Sterigmatocystis nigra* en culture pure donne indifféremment de l'oxyammoniaque aux dépens des nitrates et de l'ammoniaque.

Dans une première série d'expériences, nous avons cultivé cet organisme sur des milieux minéraux ne contenant comme source d'azote que du nitrate de sodium ou du sulfate d'ammonium.

Dans tous les cas, nous avons pu, à une certaine phase du développement, caractériser l'hydroxylamine.

Nous avons repris les essais concernant les sels ammoniacaux qui offrent une plus grande importance théorique. Nous avons vérifié que les milieux minéraux employés ne contenaient pas trace de nitrates, de nitrites et d'hydroxylamine. Deux séries ont été faites, l'une avec une dose normale d'azote, l'autre avec une dose seize fois plus forte.

Des déterminations effectuées, nous ne retiendrons que celles qui sont indiquées dans le tableau suivant :

Les résultats sont rapportés à un litre de culture.

	Cultures avec dose normale de sulfate d'ammonium.				Cultures avec 16 fois la dose normale de sulfate d'ammonium.			
		Hydroxylamine en millièmes de milligramme				Hydroxylamine en millièmes de milligramme		
Age en heures.	Poids du mycélium en grammes.	dans le distillat.	dans le résidu fixe.	totale.	Poids du mycélium en grammes.	dans le distillat.	dans le résidu fixe.	totale.
41...	1,668	0	0	0	1,616	?	0	?
65...	11,484	+	+	+	8,656	+	+	+
90...	16,052	120	240	360	13,664	+	340	340
115...	18,076	190	240	430	14,688	120	190	310
139...	17,424	125	190	315	15,632	70	170	240
162...	17,016	40	190	230	16,928	70	170	240
187...	16,116	0	190	190	16,628	0	240	240
210...	14,792	0	240	240	15,824	0	240	240
258...	13,800	0	145	145	15,336	0	145	145
354...	13,004	0	190	190	11,744	0	145	145
546...	12,688	0	145	145	10,204	0	?	?
1344...	12,348	0	50	50	9,472	0	50	50

La recherche des nitrites par la réaction de Griess a toujours été négative. Faute d'une méthode analytique rigoureuse que nous mettons actuellement au point, les chiffres indiqués ci-dessus fixent des ordres de grandeur. Nous avons vérifié que le produit caractérisé est bien de l'hxdroxylamine en appliquant la technique établie antérieurement : action des sels de cuivre, des aldéhydes formique et acétique, de l'acétone et de l'oxyde de mésityle.

Nous devons insister sur ce fait que, malgré les teneurs très faibles en hydroxylamine, les réactions obtenues sont extrêmement nettes par suite de la concentration réalisée au cours de la distillation.

Ces faits prouvent que l'hydroxylamine peut provenir non seulement de la réduction des nitrates, mais encore de l'oxydation de l'ammoniaque sous l'action d'organismes autres que les ferments nitreux ou nitriques.

Conclusion. — L'hydroxylamine est formée par le *Sterigmatocystis nigra* aux dépens des nitrates et de l'ammoniaque. Elle apparaît ainsi comme un terme nécessaire du métabolisme azoté de ce végétal.

Ces faits ne prouvent pas à eux seuls qu'elle joue un rôle dans la synthèse des protides, mais ils rendent cette hypothèse des plus probables.

BIOCHIMIE — *Recherches sur les protéides de l'ovocyte (jaune de l'œuf de la poule)*. Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Charles Achard.

Nous avons déja indiqué (¹) la séparation des différents groupes de protéides entrant dans la composition chimique du blanc d'œuf de la poule et isolé, notamment un nouveau protéide à groupe prosthétique hydrocarbonné, que nous avons appelé *ovoglucoprotéide* et dont nous avons donné les propriétés réductrices vis-à-vis de la liqueur de Felhing, des sels de Bi, Hg et Ag.

La préparation de ce sucre protéidique si intéressant à étudier vient d'être très notablement simplifié.

Un volume donné de blanc d'œuf est additionné de deux fois son volume d'eau distillée en agitant vivement. Après congélation, puis décongélation lente, on filtre pour éliminer le précipité aggloméré.

La liqueur claire ramenée au voisinage de pH = 6,75 est précipité à froid, par son volume d'acétone à — 5°, on essore rapidement, en chambre froide, sur Büchner, l'abondant floculat ainsi déféqué.

La liqueur acétonique séparée est additionnée à froid d'un nouveau volume d'acétone (1^{vol}, 2) qui flocule l'ovoglucoprotéide; après agglomération de ce floculat obtenue aux environs de — 8°, on le centrifuge rapidement et le reprend par de l'eau distillée au volume primitif du blanc d'œuf. La liqueur après congélation, puis décongélation lente (cryo-concentration) doit être parfaitement claire, elle est soumise à la dialyse en chambre froide, puis séchée sur vide sulfurique, abandonnant une belle matière blonde.

L'analyse élémentaire a donné pour deux échantillons :

	Composition pour 100, dessication 105-107°.			
	C.	H.	N.	S.
I	43,3	7,2	11,7	2,0
II	42,8	7,0	11,67	1,96

I. Aujourd'hui nous étudierons les substances protéiques entrant dans la constitution du jaune d'œuf qui, lui-même, résulte de l'hypertrophie de l'ovocyte. On sait que cette cellule détachée de l'ovaire accumule dans

(¹) Maurice Piettre, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 91.

son protoplasma de très abondantes réserves de matières grasses et plus particulièrement de licéthines, constituant le vitellus. Les échanges entre l'ovocyte et l'organisme porteur se font à travers une très mince membrane cellulaire ou membrane vitelline qui intervient probablement dans l'élaboration de ces réserves.

Le protoplasma de l'ovocyte contient en outre divers protéides que nous avons séparés par la méthode à l'acétone.

Les jaunes d'œufs frais, parfaitement débarrassés du blanc par essuyage superficiel sur papier Joseph, sont rompus et étalés sur larges plaques de Pétri puis séchés sur vide sulfurique ou ils perdent 53 pour 100 d'eau en moyenne.

La matière sèche, jaune, broyée est épuisée aussi complètement que possible par de l'éther sec qui entraîne les matières grasses étudiées à part. Il reste environ 23,5 pour 100 d'un résidu de coloration blanche, mélange de protéides divers.

Les essais de séparation ont abouti à l'isolement d'une albumine, de petites quantités de globuline, d'une myxoprotéine et d'un bloc de beaucoup le plus important de protéides non étudiés.

L'albumine ou vitelalbumine est isolée par épuisement à refus de l'extrait sec dégraissé (15^g) à l'eau distillée. Les eaux réunies (400^{cm^3} environ) centrifugées, sont précipitées bien à froid par $1^{vol},2$ d'acétone à -5° (extrait acétonique aqueux). On laisse déposer au froid, centrifuge et reprend par 125^{cm^3} d'eau. De petites quantités de globuline se déposent qu'on élimine; après une deuxième précipitation par son volume d'acétone, on reprend par 60^{cm^3} d'eau, soumet à la congélation, puis à la décongélation lente, et centrifuge ou filtre.

Par dessiccation sur vide sulfurique on isole la vitelalbumine sous forme de paillettes brillantes de teinte légèrement rosée.

Les rendements moyens sont : en albumine $1^g,2$ et, en *globuline*, 0,5 pour 100 de jaune d'œuf initial.

Composition pour 100 (*albumine séchée à* 105-107°).

	C.	H.	N.	S.
I..........	50,5	7,0	14,5	1,6
II..........	50,2	7,4	14,7	"

Pouvoir rotatoire spécifique : $\alpha_D = -41°60'$.

La *myxoprotéine* en proportions faibles (0,55 pour 100 de jaune), mais

avec ses propriétés caractéristiques, a été isolée par épuisement à l'eau salée (NaCl 8,5 pour 1000), puis dialyse du sel.

Le *bloc protéidique* résiduel, insoluble dans l'eau, et dans NaCl, lavé et séché à 105-107° a été soumis à l'analyse élémentaire :

Composition pour 100 (indiquant une faible teneur en N).

	C.	H.	N.	S.
I.........	52,2	7,7	12,0 11,9 11,95	0,8
II........	52,46	7,85		

L'*extrait acétonique* aqueux contient des peptides divers, de petites quantités de sucre réducteur; très faible teneur en chlorure (0g,22 NaCl pour 100 de jaune initial).

II. L'analyse immédiate des *matières grasses* par l'alcoolyse chlorhydrique permet d'isoler la cholestérine à l'état cristallisé et d'obtenir les autres composantes (éthers méthyliques des acides gras, glycérophosphate de chaux, chlorhydrate de choline) dans les propositions identiques à celles déjà publiées en collaboration avec M. E. Fourneau [1].

Dans la pigmentation du jaune d'œuf on décèle la présence de *bilirubine* par une réaction colorée d'une extrême sensibilité que nous utilisons depuis longtemps pour la recherche de ce pigment dans les liquides biologiques et les tissus cellulo-adipeux. Elle consiste à traiter un peu de matière par de l'acétone bouillant, à ajouter quelques gouttes d'HCl pur, puis une trace d'un nitrite alcalin; la coloration jaune vire brusquement au vert bleuâtre, en même temps au spectroscope apparaît notamment une bande d'adsorption très fixe et très nette à l'axe $\lambda = 662$.

Le jaune des œufs dits *œufs verts*, traité par l'acétone seul, donne une légère coloration verte avec la bande d'adsortion qui la caractérise. Le virage de la bilirubine a donc débuté dans l'organisme même.

---

[1] E. FOURNEAU et M. PIETTRE, *Bul. Soc. chim. de Fr.*, 50e série, 11, 1912, p. 805.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Virus rabique et cellules néoplasiques.* Note de M. **Constantin Levaditi** et Mlle **Rachel Schoen**, présentée par M. Félix Mesnil.

L'affinité de certains virus pour les cellules néoplasiques était à prévoir dès l'instant où Levaditi et Nicolau ([1]) ont montré que le *neurovaccin* s'attaque, de préférence, aux éléments épithéliaux de la peau en voie de division mitotique. La caryocinèse fait point d'appel, d'où une analogie, encore insoupçonnée, entre le mode d'action des ultravirus, d'une part, des rayons X ou des radiations du radium, d'autre part. En fait, soit avec Nicolau ([2]), soit avec Constantinesco ([3]) et Arager ([4]), Levaditi a montré que le neurovaccin, de même que le virus syphilitique, se développent au contact des cellules néoplasiques greffées à des animaux réceptifs (souris et rats). Ces cellules empruntent, d'ailleurs, à l'organisme-hôte, l'état réfractaire que celui-ci acquiert à un moment donné.

En est-il de même du virus rabique? Afin d'élucider ce problème, nous nous sommes adressés à la tumeur épithéliale dite de Pearce, et à un virus rabique des rues (souche Bucarest II), particulièrement apte à engendrer des corps de Negri dans les neurones et les cellules épithéliales de la cornée, chez le lapin [Levaditi et Schœn ([5])]. Nous avons pratiqué des greffes néoplasiques dans la chambre antérieure de l'œil et dans le testicule de lapins, auxquels nous conférions la rage par inoculation de virus dans le cerveau ou dans la cornée de l'œil opposé. Alors que l'animal contracte la rage et que le néoplasme se développe, on apprécie la virulence de la tumeur, par inoculation à des animaux réceptifs (lapins et souris), et l'on s'en sert pour pratiquer une nouvelle greffe, soit dans l'œil, soit dans l'encéphale d'un lapin neuf. Or, quelles que soient les conditions expérimentales, on constate que le virus rabique se cultive dans

---

([1]) *Ann. Inst. Pasteur*, **37**, 1923, p. 1.

([2]) *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 870; *Ann. Inst. Pasteur*, **37**, 1923, p. 443.

([3]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 662 et 1275; *C. R. Soc. de Biol.*, **112**, 1933, p. 286.

([4]) *C. R. Soc. de Biol.*, **117**, 1934, p. 770.

([5]) *Ann. Inst. Pasteur*, Supplément (numéro commémoratif sur la Rage), 25 octobre 1935, p. 69.

la greffe tumorale oculaire, et qu'il y persiste pendant plusieurs passages consécutifs, le néoplasme devenant ainsi apte à conférer la rage. En outre, et surtout à partir du premier passage, *des corps de Negri absolument typiques et, parfois, volumineux, font leur apparition dans les cellules néoplasiques, même si celles-ci sont en voie de mitose* (*fig.* 1 et 2). La négrigenèse éclot simultanément dans les épithéliums cornéens des deux yeux.

La voie suivie par le virus rabique est la suivante : parti de la cornée inoculée de rage, il atteint l'encéphale en cheminant le long des connexions nerveuses cornéennes (*neuroprobasie centripète*), s'y développe et atteint la cornée opposée par le même chemin, qu'il parcourt en sens inverse. Arrivé

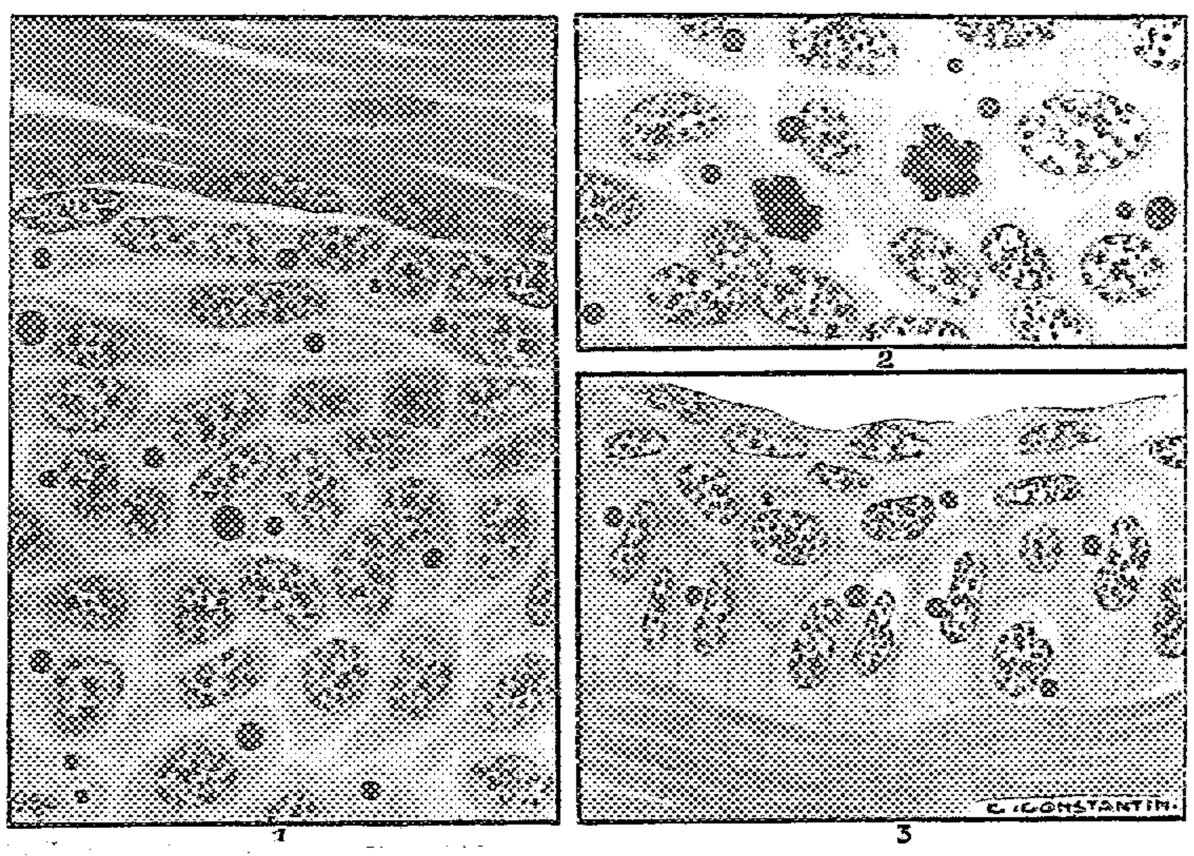


Fig. 1 et 2. — Corps de Negri dans les cellules néoplasiques.
Greffe intra-oculaire chez un lapin rabique.
Fig. 3. — Corps de Negri dans l'épithélium cornéen.

de la sorte au contact de la tumeur, il la contamine et y engendre, au cours des greffes successives, des corps de Negri. Au surplus, de tels corps peuvent être décelés dans les greffes néoplasiques intracérébrales, alors que les *métastases* organiques (excepté, parfois celles du testicule) en sont dépourvues; elles sont, d'ailleurs, avirulentes.

Conclusion. — *Le virus rabique des rues offre une affinité élective pour les cellules néoplasiques du carcinome de Pearce. Il s'y développe et y engendre des corps de Negri. La négrigenèse n'est donc pas l'apanage exclusif des*

neurones et des épithéliums cornéens. Des éléments néoformatifs partagent avec ceux-ci la faculté de permettre l'éclosion de la phase visible du cycle évolutif du virus rabique des rues.

A 15^h^45^m^ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h^10^m^.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 3 février 1936.)

Note de M. *Pierre Jolibois*, Sur la structure de l'étincelle éclatant à la surface d'une solution :

Page 400, ligne 25, *au lieu de* positif, *lire* négatif; ligne 29, *au lieu de* négatif, *lire* positif.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 MARS 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le PRÉSIDENT s'exprime en ces termes :

En la personne de notre Confrère CHARLES NICOLLE un des hommes qui ont rendu le plus de services à l'humanité vient de disparaître.

Descendant d'une race aventureuse, élevé à Rouen par un père qui avait le culte de la Science et qui, sans avoir eu le bonheur de s'y consacrer lui-même, put au moins communiquer son ambition à ses fils, guidé par son frère aîné Maurice Nicolle, que nous nous rappelons et qu'il est juste d'associer à sa gloire, il se forma comme savant et chercheur à l'école de Metchnikoff « maître d'enthousiasme », et du docteur Roux « esprit incisif et clair, qui lui montra que la vérité est plus riche encore et plus belle que toutes les fables ».

Il fut alors désigné pour diriger l'Institut Pasteur fondé à Tunis. C'est là qu'il a travaillé pendant plus de trente ans, créant une école de médecine expérimentale de jour en jour plus célèbre. Ses recherches ont été si nombreuses que je ne peux même essayer de les résumer, et je veux seulement rappeler ses plus éclatantes découvertes.

Ce fut d'abord, vers 1909, après une longue étude où le génie sut ne pas exclure la patience et la prudence, la découverte d'une prophylaxie prodigieusement simple du typhus exanthématique. Ce typhus sévissait à l'état endémique non seulement dans l'Afrique du Nord, mais dans tous les pays où la misère était générale. Pour cette même raison il s'était toujours développé sous forme d'épidémies terribles parmi les armées en campagne, décimant, sous le nom de Typhus des armées, les soldats de toutes les guerres dont on a gardé la mémoire. Rassemblant d'innombrables obser-

vations Charles Nicolle se trouva en mesure d'affirmer que, si les malades sont contagieux dans les quartiers où ils résident, s'ils communiquent même le mal aux employés de l'hôpital préposés à leur réception, la contagion cesse dès que la porte d'entrée est passée, les voisins de lit d'un typhique ne contractant pas la maladie. L'agent de la contagion devait donc être étranger au malade, mais transporté avec lui jusqu'à ce que ce malade fût lavé et revêtu de vêtements propres. Cet agent ne peut donc être qu'un parasite, probablement le pou, qui pullule, les anciens combattants ne le savent que trop, sur les hommes qui sont forcés de garder longtemps les mêmes vêtements.

La preuve expérimentale fut alors bientôt faite. Un singe fut inoculé avec le sang d'un typhique, puis un autre singe avec le sang du premier; sur celui-ci on réussit à nourrir des poux, et l'on constata que ces parasites transmettaient le typhus à d'autres singes. La preuve était faite.

La prophylaxie, toute simple, s'ensuivait dès lors : l'épouillage et le changement de linge d'un malade suffisaient à arrêter la contagion. Grâce à ces précautions si simples, le typhus a disparu de Tunis, puis la désinfection s'est répandue dans le monde entier. Dès 1914 on pouvait lutter efficacement contre le typhus des armées et d'abord sur le front français. C'est à coup sûr par millions que les existences humaines ont été protégées pendant les dernières années de la guerre, qui, sans la découverte de Charles Nicolle, eût peut-être fini dans une catastrophe, par un effondrement général sans combat et sans gloire.

Une découverte analogue a été celle d'une prophylaxie efficace, la même à vrai dire, pour la fièvre récurrente. On soupçonnait bien la transmission par un parasite, mais les poux semblaient innocents de cette transmission. Charles Nicolle montrait lui-même que les piqûres de poux infectés, subies par des sujets volontaires dont il faut admirer le courage, restaient sans effet. L'examen microscopique des organes des poux infectés sembla d'abord imposer la même conclusion : les spirochètes agents de la fièvre récurrente disparaissaient du corps de l'insecte infecté. Mais Charles Nicolle persévéra et vit qu'à la condition d'attendre une semaine, de nouveaux spirochètes très fins, provisoirement transformés dans l'organisme de l'insecte, apparaissaient en très grand nombre dans son sang. Ce sang n'est pas introduit par la piqûre, laquelle reste donc inoffensive, mais il suffit que le parasite soit blessé, par les ongles du porteur par exemple, pour que la moindre écorchure ou le contact avec des muqueuses sensibles détermine la contagion. Le mécanisme de cette contagion était trouvé et la suppression de la maladie s'ensuivait.

Dans un ordre d'idée différent, Charles Nicolle a réussi encore à découvrir une prophylaxie toute différente, celle de la rougeole, qui, on ne le sait pas assez, est la maladie la plus meurtrière pour les enfants. Il suffit d'injecter aux enfants exposés à la contagion un peu de sérum prélevé à un rougeoleux pour éviter la maladie, et maintenant il n'est plus un dispensaire qui n'ait pas une provision suffisante de sérum anti-rougeoleux.

Au cours de ses diverses recherches Charles Nicolle a fait une autre découverte capitale, celle des *maladies inapparentes*, qui ne se traduisent par aucun symptôme, hors la possibilité de transmettre la contagion. Des cobayes injectés par le sang de typhiques ne paraissent pas souffrir, mais, si l'on prend leur température, on constate qu'ils ont de la fièvre du cinquième au quinzième jour. Pendant ce temps leur sang est nocif; il est également nocif pendant cette période, même chez ceux qui ne manifestent pas cette fièvre. Charles Nicolle a généralisé cette observation pour un très grand nombre de maladies parmi lesquelles sont la polyomyélite, l'encéphalite léthargique, la rougeole, la variole, la peste aviaire, la diphtérie (et la maladie du jeune chien, que l'homme prend sans s'en apercevoir et qu'il peut transmettre). Sans doute cette notion se généralisera; elle permet de comprendre comment certaines maladies actuelles ont pu apparaître et comment on pourra les faire disparaître.

On comprend que toutes ces brillantes découvertes aient valu à Charles Nicolle toutes les récompenses que peuvent obtenir les savants. L'Institut lui avait donné le Prix Osiris, puis l'Académie de Suède le Prix Nobel. Il voulut cependant, sur la fin de sa carrière, prendre la succession de la Chaire de Médecine Expérimentale de Claude Bernard laissée vacante par la retraite de notre illustre confrère d'Arsonval. Il y fut naturellement nommé d'emblée et il y a fait d'admirables leçons où l'élévation de la pensée et la maîtrise du style montrent, comme dans tous ses livres, qu'il était homme de lettres aussi bien que chercheur. Ces leçons forment son testament. « J'ai pensé », écrit-il dans l'une d'elles, « qu'au soir de sa carrière le savant qui avait pu mener à bien son aventure devait rendre compte des conditions dont relevait le succès, que nul de ces favorisés ne pouvait se dispenser d'instruire, qu'ayant reçu la flamme de l'enthousiasme je ne devais pas la laisser éteindre avec moi et que j'avais un message à porter aux jeunes gens. »

Ce message, c'est en somme que l'humanité se transforme grâce aux chercheurs et aux inventeurs, que tout ce qui est progrès n'a jamais été l'œuvre que de quelques individus, et qu'il faut en conséquence prendre garde de ne pas laisser s'éteindre une flamme qui maintenant encore est

vacillante et qui pourrait fort bien s'éteindre, entraînant l'arrêt de toute marche en avant dans notre civilisation. Ce n'est pas dans cette enceinte que ces paroles risquent de n'être pas entendues.

Charles Nicolle a été de ceux qui ont porté et transmis cette flamme; il a eu le rare bonheur d'être des quelques hommes, front de l'humanité en marche, qui réussissent parfois, faisant face à ce qui semblait être la Destinée, à changer le cours de l'histoire de l'espèce humaine. En votre nom j'apporte à sa mémoire l'hommage de notre admiration.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Ivan Pavlov**, Correspondant de l'Académie pour la Section de Médecine et Chirurgie, survenue à Léningrad le 27 février 1936.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** adresse ampliation du décret, en date du 23 février 1936, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Charles Camichel** pour occuper la place de Membre non résidant vacante par la mort de M. *Flahault*.

Il est donné lecture de ce décret.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le tome soixante-deuxième (deuxième série) des *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France* et annonce qu'il est en distribution au Secrétariat.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les formules de Lorentz et le principe de la relativité.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

On associe généralement au principe de relativité les propriétés établies ou hypothétiques de la lumière, notamment les résultats de l'expérience de Michelson, ou la constance de sa vitesse dans des systèmes en translation uniforme relative qu'elle traverse.

La lumière ne joue en fait aucun rôle nécessaire dans le principe et l'établissement des formules de relativité; seul intervient le principe fondamental de *réciprocité*, qu'on peut énoncer ainsi : dans deux systèmes identiques S, S′ en mouvement relatif *uniforme*, les phénomènes de la nature, sous des mêmes conditions initiales relatives, s'y présentent et s'y développent de manière identique. De plus, en raison de l'absolue symétrie des mouvements relatifs d'un des systèmes par rapport à l'autre, il y a récipro-

cité dans les relations liant les observations d'un même événement, faites dans les deux systèmes.

Les systèmes S et S' sont supposés physiquement *isotropes*; les mobiles naturels s'y meuvent régulièrement dans tous les sens (une automobile, un avion, une locomotive, le cheminement d'une onde, etc., supposés en mouvement sous l'effet d'actions constantes). L'un quelconque de ces mobiles peut être choisi comme base d'une distribution horaire dans chaque système. Si en O est une horloge directrice attachée à S, M étant un point quelconque de S, l'heure en M sera conventionnellement choisie de telle manière que, P étant le milieu de OM, deux mobiles identiques partant de P, l'un dans la direction PO, l'autre dans la direction PM, trouveront les mêmes heures en O et en M, à leurs arrivées respectives en ces points. Quant à l'heure définie en O, on peut choisir comme unité de temps celui que met un de ces mobiles pour effectuer, aller et retour, un parcours fixe OA + AO, unité indépendante de la direction choisie OA.

Que signifie l'expérience de Michelson? Uniquement ceci : que la lumière émise par des sources attachées à S, y jouit des mêmes propriétés d'isotropisme que les autres mobiles naturels; que la durée du parcours OA + AO est aussi indépendante de la direction OA. C'est là une propriété qu'on aurait regardée comme évidente et qu'on n'aurait peut-être jamais songé à vérifier expérimentalement sans l'hypothèse d'un éther immobile dans un espace absolu. Quant à savoir si un rayon lumineux issu d'une source mobile *extérieure* à S, prend, dans ce système, exactement la même vitesse que celle des rayons ayant leur origine dans S, aucune expérience directe ne le démontre absolument [1]; n'en serait-il pas ainsi que cela ne porterait aucune atteinte au principe et aux formules de relativité (groupe de Lorentz), ainsi qu'on peut s'en assurer aisément.

Supposons en effet deux systèmes S et S' en translation relative uniforme avec la vitesse v, suivant les axes Ox, $O'x'$ attachés à ces systèmes et glissant l'un sur l'autre. Tout événement en un point, sera noté avec l'abscisse x et à l'heure t dans S, avec l'abscisse x' et à l'heure t' dans S'. Il existe des relations entre ces quatre nombres. Soit

$$f(x, x', t, t') = 0$$

une telle relation. Supposons que, dans S et S', on change le sens des axes Ox, $O'x'$. Avec ces nouveaux axes, S jouera maintenant vis-à-vis de S', puisqu'il y a réciprocité,

[1] Les observations des étoiles doubles paraissent toutefois conduire assez nettement à cette conclusion que la vitesse de la lumière est indépendante de celle de la source.

le rôle que joue S′ vis-à-vis de S avant le changement du sens des axes. En d'autres termes, la relation précédente restera vérifiée si l'on change x en $-x'$, x' en $-x$, t en t', t' en t [1]. Si l'on remarque que x' est constamment nul lorsque $x = vt$, l'expression générale de x' pourra se mettre sous la forme

$$x' = (x - vt) f(x, t); \tag{1}$$

de sorte que l'on aura aussi

$$x = (x' + vt') f(-x', t'). \tag{2}$$

Enfin, si l'on suppose que tout mouvement uniforme dans S l'est aussi dans S′, la fonction $f(x, t)$ ne peut être qu'une constante et l'on a ainsi

$$x' = a(x - vt), \tag{3}$$

$$x = a(x' + vt'). \tag{4}$$

Soit maintenant S″ un troisième système en translation par rapport à S, avec une autre vitesse v_1. On a

$$x'' = a_1(x - v_1 t), \tag{5}$$

$$x = a_1(x'' + v_1 t''). \tag{6}$$

Eliminant t entre les formules (3) et (5), on obtient

$$x = \frac{1}{(v_1 - v)}\left[\frac{v_1 x'}{a} - \frac{v x''}{a_1}\right]. \tag{7}$$

En portant cette valeur de x dans les formules (4) et (6), on en tire

$$x'' = \left[\frac{a_1 v_1}{a v} - \frac{a a_1 (v_1 - v)}{v}\right] x' - a a_1 (v_1 - v) t', \tag{8}$$

$$x' = \left[\frac{a v}{a_1 v_1} + \frac{a a_1 (v_1 - v)}{v_1}\right] x'' + a a_1 (v_1 - v) t''. \tag{9}$$

Mais il y a aussi réciprocité entre S′ et S″; les coefficients de x' et x'', aux seconds membres de (8) et (9), doivent donc être égaux, ce qui donne immédiatement

$$\frac{a^2 v^2}{a^2 - 1} = \frac{a_1^2 v_1^2}{a_1^2 - 1} = \text{const.} = C, \tag{10}$$

C étant une constante absolue attachée à la nature physique supposée identique des systèmes S, S′, S″. On déduit de (10)

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C}}}. \tag{11}$$

Les formules (3) et (4), avec cette valeur de a, auxquelles on peut adjoindre par

---

[1] Si l'on changeait le sens de l'un seul des axes Ox, $O'x'$, celui de Ox par exemple, les relations seraient alors exactement symétriques par rapport x, x', t, t' qui pourraient être changées en x', x, t', t.

résolution les suivantes :

$$t' = a\left(t - \frac{vx}{C}\right); \tag{12}$$

$$t = a\left(t' + \frac{vx'}{C}\right), \tag{13}$$

ne sont autres que les formules de Lorentz. Entre les vitesses $u = dx/dt$, $u' = dx'/dt'$, on obtient immédiatement la relation

$$\frac{v}{C}uu' + u - u' - v = 0, \tag{14}$$

qu'on peut aussi écrire

$$\left(1 - \frac{vu}{C}\right)\left(1 + \frac{vu'}{C}\right) = 1 - \frac{v^2}{C}. \tag{15}$$

Enfin, entre les dérivées secondes on déduit facilement la relation

$$\frac{\frac{d^2x}{dt^2}}{\left(1 - \frac{vu}{C}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\frac{d^2x'}{dt'^2}}{\left(1 + \frac{vu'}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}. \tag{16}$$

Résolvons maintenant le problème suivant : *Une masse matérielle* M, *subit, dans la direction* Ox, *une traction par l'intermédiaire d'un ressort, de telle sorte que celui-ci garde un état de déformation fixe, de telle manière, pour préciser, que deux règles indépendantes, fixées aux deux extrémités du ressort, conservent les mêmes divisions en regard les unes des autres.* L'accélération dans S, est évidemment fonction de la seule vitesse u, qu'on peut, en tout point, considérer comme une vitesse initiale. Les lois de la nature étant les mêmes dans S et S', on a donc

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \varphi(u), \qquad \frac{d^2x'}{dt'^2} = \varphi(u'). \tag{17}$$

D'où, en vertu de (16),

$$\frac{\varphi(u)}{\left(1 - \frac{vu}{C}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\varphi(u')}{\left(1 + \frac{vu'}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}. \tag{18}$$

La relation (18) doit être identique à (14) ou, plus exactement, doit être une conséquence de cette dernière. Cela ne peut avoir lieu que si

$$\varphi(u) = k\left(1 - \frac{u^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{19}$$

Le mouvement dans S est donc défini par

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{du}{dt} = k\left(1 - \frac{u^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{20}$$

et par une équation analogue dans S′. L'équation (20), qu'on peut d'ailleurs intégrer entièrement, interprétée suivant les principes de la mécanique habituelle, montre que l'inertie croît avec la vitesse (si $C > 0$) suivant la loi bien connue en relativité.

Il est assez remarquable, du point de vue philosophique, que l'on puisse obtenir l'équation dynamique du mouvement sans faire appel à aucune notion définie de force ni de principe mécanique, équation valable dans chacun des systèmes, en faisant abstraction de l'autre.

Ces résultats, et tous autres qu'on pourrait en tirer, sont indépendants de toute notion expérimentale sur la lumière et s'accordent, quel que soit C, avec l'expérience de Michelson. Le cas limite $C = \infty$ ne fait que simplifier les conséquences sans être en opposition avec le principe même de relativité. La lumière, traversant des systèmes S, S′, pourrait y prendre des vitesses différentes sans affecter les conclusions précédentes, mais si l'on démontre, ou si l'on fait l'hypothèse, que cette vitesse c est invariable, on a alors nécessairement $c^2 = C$.

Ce sont les confrontations des conséquences de cette hypothèse avec l'expérience qui peuvent seules la justifier par ailleurs.

BIOLOGIE. — *La coaptation des pattes antérieures et de la tête chez les Phasmes.* Note de M. **Lucien Cuénot.**

Dans un premier travail sur la coaptation des fémurs antérieurs et de la tête chez les Phasmes [1], j'avais considéré comme probable que le moulage des fémurs se faisait mécaniquement au moment de l'éclosion, par pression contre la tête plus résistante qu'eux-mêmes. Mais l'étude du développement m'a appris qu'il n'en était rien [2] : la coaptation est préparée bien avant la naissance chez l'embryon comprimé et enroulé dans sa coque, bien qu'il n'y ait aucun contact possible entre la tête et les fémurs antérieurs, aucune

(1) *Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 835.

(2) *Génétique et adaptation* (*Eugenics, Genetics and the Family*), New-York, vol. 1, 1923 (voir p. 53). — *L'Adaptation*, Paris, 1925 (voir p. 269). — *Les coaptations* (*La Science moderne*, 3e année, 1926; voir p. 45).

possibilité de moulage entre ceux-ci et celle-là. Une fois de plus, on constate que l'ontogenèse prépare d'avance ce qui pourra servir plus tard; la coaptation est donc inscrite à l'état potentiel dans le patrimoine héréditaire. Des expériences sur la régénération de la patte I m'ont prouvé de même que la coaptation fait en quelque sorte partie du plan de la patte, puisqu'elle apparaît dès la première mue du bourgeon de régénération.

L'élégante expérience de M. Lecamp (1) sur la transplantation des bourgeons de régénération des pattes I et II achève de démontrer que la courbure coaptative est inscrite dans la morphogenèse de la patte I. Sur ce point essentiel, l'accord est donc complet, quelle que soit la difficulté de concevoir une explication théorique.

PROTISTOLOGIE. — *Le cinétome de l'*Opalina ranarum, *sa continuité génétique et son importance eu égard à l'évolution des appareils ciliaires*. Note (2) de M. **Édouard Chatton** et Mlle **Simone Brachon**.

Les Opalines sont tenues tantôt pour des Ciliés, tantôt pour des Flagellés. De ceux-ci elles ont la condition homocaryote, la scission longitudinale et l'absence de toute différenciation buccale. De ceux-là, et particulièrement des Ciliés Holotriches, elles ont la ciliature dense et uniforme. Ces caractères n'ont cependant qu'une valeur toute relative. Certaines Hypermastigines ne sont pas moins holotriches que les Ciliés de ce nom. L'absence de bouche est commune à beaucoup d'Infusoires parasites de souches diverses. Quant à l'état homocaryote, A. Lwoff (1923) a montré qu'il existe chez les *Stephanopogon* (et l'un de nous croit pouvoir ajouter : chez les *Enchelys* et peut-être chez d'autres Enchélydés). D'après Swarczewski (1928), les *Spirochona* le présenteraient également. Or, ce sont tous là des Ciliés indiscutables. Reste la division longitudinale, c'est-à-dire le clivage s'effectuant suivant l'axe de la locomotion; l'exception massive des Péritriches en réduit de beaucoup l'importance. Mais, si, au lieu de n'envisager le sens de la scission que dans ses rapports avec la forme du corps et la polarité locomotrice, on le considère, comme Chatton et Lwoff le font d'autre part (3), dans ses relations avec la topographie du cinétome, ce critère prend une réelle valeur discriminative. Car chez les Flagellés, le

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 694.
(2) Séance du 24 février 1936.
(3) *Bull. Soc. zool. de France*, 61, 1936; à l'impression.

plan de clivage passe entre les cinétosomes primaires et les cinéties (chaînes ciliaires), quand elles existent (Hypermastigines), tandis que, chez les Ciliés, il coupe ces dernières en général en leur milieu. Les Péritriches ne font point exception à cette règle.

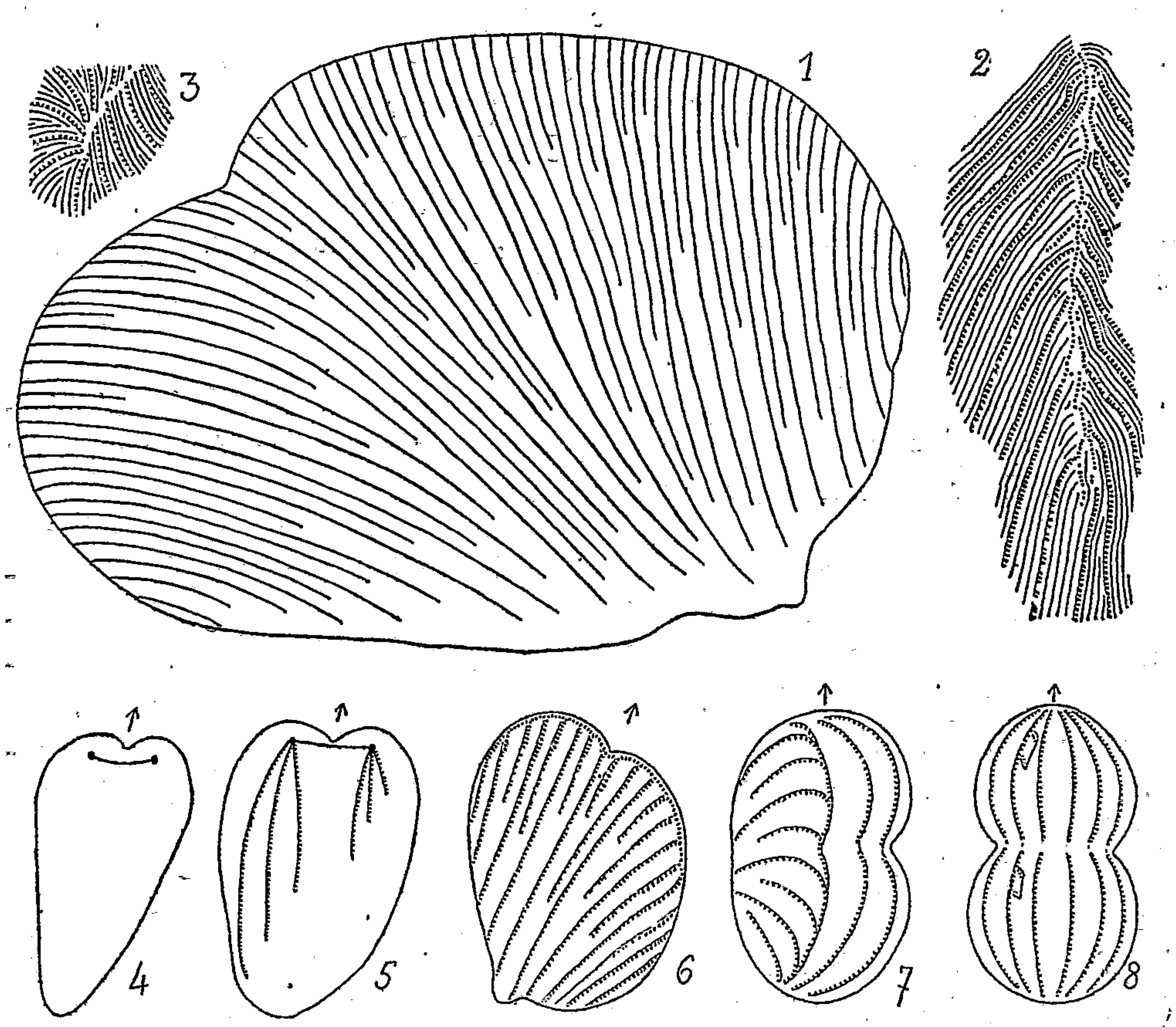


Fig. 1-3. — *Opalina ranarum*. 1, en division; cinéties secondaires, complètes et incomplètes, seules représentées (× 750); 2, marge antérieure avec les cinéties primaires et les cinéties secondaires, celles-ci séparées par des champs de fibrilles (× 1250); 3, marge postérieure. — Fig. 4-8 : Schémas de l'évolution possible d'un cinétome de Flagellé (4-6) en un cinétome de Cilié (8), en corrélation avec le sens du clivage et celui de la locomotion (6, stade Opaline avec cinéties primaires et secondaires, 7, stade hypothétique).

On sait déjà que les Opalines présentent une striation longitudinale très fine formée, pour les uns de plis cuticulaires, pour les autres de fibrilles. Celles-ci alternent par groupes avec des cinéties (¹). On sait aussi que le

(¹) La dyssymétrie et la polarité de ces cinéties sont conformes à la règle de la desmodexie reconnue et formulée par Chatton et Lwoff (*C. R. Soc. Biol.*, 118, 1935, p. 1068-1071).

clivage chemine d'avant en arrière entre les éléments de cette striation, comme chez les Flagellés. Mais ceci pose un problème fondamental : chez les Flagellés, la continuité des éléments cinétiques est bien démontrée et elle se réduit toujours, en dernière analyse, au partage d'un cinétosome primaire entre les deux individus fils. Un cinétosome provient toujours d'un cinétosome préexistant. Chatton et Lwoff [1] ont établi, par de nombreux exemples, et contre d'impressionantes apparences, que la continuité du cinétome est non moins bien assurée chez les Ciliés et ils en ont fait connaître les divers modes; le plus simple, le plus direct, le plus général est la section de chacune des cinéties par le clivage et le passage des moitiés sur les individus fils.

Mais comment la continuité du cinétome peut-elle être réalisée chez les Opalines qui ne possèdent pas de cinétosome primaire comme les Flagellés et dont les cinéties longitudinales, isolées les unes des autres entre des champs infranchissables de fibrilles, ne sont pas coupées par le clivage, comme chez les Ciliés ?

Deux faits, qui ont jusqu'ici échappé aux observateurs, nous ont donné la solution de ce problème.

1° Si toutes les cinéties partent de la marge antérieure du corps, elles n'atteignent pas toutes, tant s'en faut, la marge postérieure, d'où il résulte une divergence de toute la striation vers l'avant. Il y a des cinéties complètes et des cinéties incomplètes et dans celles-ci les cinétosomes sont irrégulièrement calibrés et espacés. Il en est d'épais et de minces; d'autres sont géminés ou tassés entre des espaces vides, espaces plus longs et plus nombreux en arrière qu'en avant. Ces figures s'observent surtout chez les individus issus d'une scission récente. Elles suggèrent que les cinéties naissent sur la marge antérieure et s'allongent d'avant en arrière, par multiplication de leurs cinétosomes.

2° Sur les marges latérales, les cinéties courent parallèlement les unes aux autres; sur la marge postérieure, les cinéties complètes s'affrontent sans continuité ni contact, laissant entre leurs extrémités un hiatus linéaire. Mais, sur la marge antérieure, ce hiatus est occupé par une série plus ou moins régulière de chaînettes cinétosomiennes dont certaines sont manifestement en continuité avec des cinéties incomplètes de l'une ou l'autre face. Cette continuité ne laisse aucun doute sur le fait que celles-ci sont produites par simple multiplication des cinétosomes de celles-là. Il y a ainsi, tout le

---

(1) *Arch. zool. exp. et gén.*, 77, 1935, p. 1-453, pl. 1-22.

long de la marge antérieure de l'Opaline, un ensemble de courtes cinéties qui, pour être morphologiquement séparées, n'en sont pas moins génétiquement continues. Ce sont les cinéties marginales, primaires ou génératrices.

La formation des cinéties secondaires, indépendantes les unes des autres, par les cinéties primaires, et leur allongement pourvoient la surface de l'Opaline de sa ciliature au fur et à mesure de son accroissement en largeur et en longueur. Le partage des cinéties primaires entre les deux individus fils établit la continuité génétique de cette ciliature dans la série indéfinie des générations.

Nous ne connaissons jusqu'ici, chez les Ciliés, aucun exemple de la formation de tout un cinétome secondaire à partir d'un nombre restreint, mais génétiquement indéfini, de cinéties primaires.

Si l'on définit le Cilié comme un Flagellé dont le cinétome s'est entièrement décentralisé, dont les cinétosomes secondaires se sont à ce point affranchis du cinétosome primaire que celui-ci a pu disparaître, et dont les cinéties sont devenues des unités séparées, autonomes et douées chacune de continuité génétique, on conviendra de ce que les Opalines représentent un stade singulièrement évocateur de l'évolution qui a fait du cinétome des Flagellés celui des Ciliés, mais sans admettre pour autant qu'elles sont elles-mêmes à l'origine de ces derniers.

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *Les Métaux légers et leurs alliages*, *Aluminium*, *Magnésium*, *Glucinium*, *Métaux alcalins et alcalino-terreux*. Tome I : *Historique*, *Métallurgie*, *Propriétés*, *Situations économiques*.

M. **E. Mathias** fait hommage à l'Académie d'un fascicule intitulé : *Sur l'oxyde de carbone et l'hélium*, qu'il a publié en collaboration avec M. **C. A. Crommelin**.

NOMINATIONS.

MM. **Louis de Launay**, **Paul Janet**, **Louis Lumière**, **Aimé Cotton**, **Louis de Broglie** sont désignés pour représenter l'Académie, conjointement avec les membres précédemment nommés, aux fêtes du *Centenaire* de la mort d'André-Marie Ampère à Lyon, du 5 au 8 mars 1936.

M. **Georges Perrier** représentera l'Académie aux cérémonies qui auront lieu à Quito pour célébrer le deuxième centenaire de l'arrivée dans cette ville de la première Mission géodésique française.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Charles Fabry**, **Ernest Esclangon**, pour les Sciences mathématiques; MM. **Félix Mesnil**, **Marin Molliard**, pour les Sciences physiques; MM. **Pierre Weiss**, **Lucien Cuénot**, Membres non résidants, sont élus Membres de la Commission, qui, sous la présidence de M. le Président, présentera une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Victor Grignard*.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1936, est clos en la séance du 2 mars.

50 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Poncelet*, *Francœur*. — MM. É. Picard, M. Hamy, L. Lecornu, J. Hadamard, É. Goursat, É. Borel, H. Lebesgue, É. Cartan, G. Julia.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. d'Ocagne, J. Drach.

II. Mécanique : *Prix Montyon*, *Fourneyron*, *Boileau*, *Henri de Parville*. — MM. É. Picard, L. Lecornu, E. Goursat, É. Borel, J. Drach, É. Jouguet, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. d'Ocagne, A. de Gramont.

III. Astronomie : *Prix Lalande*, *Valz*, *Médaille Janssen*. — MM. É. Picard, H. Deslandres, M. Hamy, H. Lebesgue, A. Cotton, E. Esclangon, C. Maurain, A. de La Baume Pluvinel, G. Fayet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Fichot, C. Fabry.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau*, *Gay*, *fondation Tchihatchef*,

prix Binoux. — MM. A. Lacroix, H. Douvillé, C. Lallemand, R. Bourgeois, E. Fichot, G. Perrier, C. Maurain, J. Tilho, G. Durand-Viel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Mangin, M. Molliard.

V. Navigation : *Prix du Ministère de la Marine, Plumey.* — MM. É. Picard, C. Lallemand, L. Lecornu, R. Bourgeois, M. Laubeuf, E. Fichot, G. Perrier, J. Charcot, J. Drach, É. Jouguet, H. Villat, J. Tilho, L. de Broglie, A. Caquot, G. Durand-Viel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. É. Borel, P. Langevin.

VI. Physique : *Prix L. La Caze, François Hébert, Hughes, Paul Marguerite de La Charlonie, fondation Clément Félix.* — MM. É. Picard, É. Branly, P. Janet, M. Brillouin, J. Perrin, A. Cotton, M. de Broglie, C. Fabry, P. Langevin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. de Gramont, L. de Broglie.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, L. La Caze, fondation Cahours, prix Houzeau, fondation Charles-Adam Girard.* — MM. A. Lacroix, H. Le Chatelier, A. Béhal, G. Urbain, G. Bertrand, A. Desgrez, M. Delépine, R. Fosse, R. Lespieau.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, M. de Broglie.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Cuvier, Victor Raulin.* — MM. A. Lacroix, C. Barrois, H. Douvillé, F. Wallerant, L. Mangin, L. de Launay, P. Sabatier, L. Cayeux, C. Jacob.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, A. Cotton.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de Coincy.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, L. Mangin, J. Costantin, P.-A. Dangeard, G. Bertrand, M. Molliard, L. Blaringhem, A. Guilliermond.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. R. Fosse, C. Pérez.

X. Économie rurale : *Prix Demolombe.* — MM. L. Mangin, J. Costantin, P. Marchal, E. Leclainche, L. Lapicque, R. Fosse, É. Schribaux, G. Moussu, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, L. Blaringhem.

XI. Anatomie et Zoologie : *Prix Da Gama Machado, fondation Savigny, prix Jean Thore.* — MM. A. d'Arsonval, L. Bouvier, A. Lacroix,

H. Douvillé, P. Marchal, F. Mesnil, C. Gravier, M. Caullery, C. Pérez.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Vincent, G. Moussu.

XII. MÉDECINE ET CHIRURGIE : *Prix Montyon*, *Barbier*, *Bréant*, *Godard*, *Mège*, *Bellion*, *Larrey*, *Charles Bouchard*, *Jean Dagnan-Bouveret*. — MM. A. d'Arsonval, A. Lacroix, É. Branly, E. Leclainche, F. Mesnil, H. Vincent, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, N....
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Caullery, C. Pérez.

XIII. CANCER ET TUBERCULOSE : *Fondation Roy-Vaucouloux*, *prix Louise Darracq*, *Eugène et Amélie Dupuis*. — MM. F. Mesnil, H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Gravier, G. Moussu.

XIV. PHYSIOLOGIE : *Prix Montyon*, *L. La Caze*, *Pourat*, *Martin-Damourette*. — MM. A. d'Arsonval, F. Mesnil, C. Gravier, H. Vincent, M. Molliard, M. Caullery, L. Lapicque.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Mangin, A. Guilliermond.

XV. STATISTIQUE : *Prix Montyon*. — MM. É. Picard, L. Lecornu, É. Borel, M. d'Ocagne, H. Lebesgue, J. Drach, C. Maurain.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P. Janet, É. Cartan.

XVI. HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES SCIENCES : *Prix Binoux*. — MM. É. Picard, L. Bouvier, L. de Launay, É. Borel, M. d'Ocagne, M. Caullery, L. de Broglie.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, H. Villat.

XVII. OUVRAGES DE SCIENCES : *Prix Henri de Parville*. — MM. J. Perrin, E. Leclainche, É. Picard, A. Lacroix, et trois membres élus : MM. É. Borel, C. Gravier, P. Janet.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, P.-A. Dangeard, M. d'Ocagne.

XVIII. *Médailles Arago*, *Lavoisier*, *Berthelot*, *Henri Poincaré*. — MM. J. Perrin, E. Leclainche, É. Picard, A. Lacroix.

XIX. *Prix Gustave Roux*, *Thorlet*, *fondations Trémont*, *Gegner*, *Hirn*, *Henri Becquerel*, *Mme Victor Noury*, *des laboratoires*, *Charles Frémont*, *Giffard*, *Lannelongue*, *Gibou*, *Alexandre Darracq*, *Girbal-Baral*, *Leroy-Drouault*, *Octave Mirbeau*. — MM. J. Perrin, E. Leclainche, É. Picard, A. Lacroix, R. Bourgeois, L. Bouvier.

XX. *Prix fondé par l'État* (grand prix des Sciences mathématiques). — MM. É. Picard, L. Lecornu, J. Hadamard, E. Goursat, É. Borel, H. Lebesgue, É. Cartan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. R. Bourgeois, J. Drach.

XXI. *Prix Bordin* (Division des Sciences physiques). — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, H. Douvillé, H. Le Chatelier, P.-A. Dangeard, H. Vincent, M. Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, C. Pérez.

XXII. *Prix Lallemand.* — MM. A. d'Arsonval, L. Bouvier, P. Marchal, F. Mesnil, C. Gravier, M. Caullery, A. Gosset.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Vincent, L. Lapicque.

XXIII. *Prix Vaillant.* — MM. É. Picard, M. Hamy, É. Branly, É. Borel, M. d'Ocagne, H. Lebesgue, A. Cotton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, C. Maurain.

XXIV. *Prix Le Conte.* — MM. J. Perrin, E. Leclainche, É. Picard, A. Lacroix et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXV. *Prix Jean Reynaud.* — MM. É. Picard, A. d'Arsonval, A. Lacroix, J.-L. Breton, É. Borel, M. Molliard, J. Perrin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Bouvier, M. d'Ocagne.

XXVI. *Prix du Baron de Joest.* — MM. É. Picard, L. Lecornu, É. Goursat, É. Borel, M. d'Ocagne, H. Lebesgue, A. Caquot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Fabry, É. Cartan.

XXVII. — *Prix Houllevigue.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, F. Mesnil, C. Gravier, G. Bertrand, M. Caullery, L. Lapicque.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P.-A. Dangeard, M. Molliard.

XXVIII. *Prix Parkin.* — MM. A. d'Arsonval, F. Mesnil, C. Gravier, H. Vincent, G. Bertrand, A. Desgrez, C. Achard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Lapicque, A. Gosset.

XXIX. *Prix Saintour.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P. Marchal, P.-A. Dangeard, F. Mesnil, H. Vincent, M. Molliard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Caullery, A. Guilliermond.

XXX. *Prix Lonchampt.* — MM. A. d'Arsonval, A. Lacroix, L. Mangin, E. Leclainche, F. Mesnil, G. Bertrand, G. Moussu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P.-A. Dangeard, M. Molliard.

XXXI. *Prix Henri Wilde.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, A. Lacroix, M. Hamy, É. Borel, G. Bertrand, J. Perrin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Esclangon, C. Jacob.

XXXII. *Prix Caméré.* — MM. H. Le Chatelier, L. Lecornu, J.-L. Breton, M. d'Ocagne, P. Séjourné, J. Drach, É. Jouguet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, A. Caquot.

XXXIII. *Prix Albert 1er de Monaco.* — MM. J. Perrin, E. Leclainche, É. Picard, A. Lacroix et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXXIV. *Prix Marquet.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, L. Lecornu, É. Borel, A. Cotton, É. Cartan, H. Villat.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, J. Drach.

XXXV. *Prix Alexandre Darracq.* — MM. A. Lacroix, H. Le Chatelier, A. Béhal, G. Urbain, G. Bertrand, A. Desgrez, M. Delépine, R. Fosse, R. Lespieau.

XXXVI. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. A. d'Arsonval, L. Bouvier, A. Lacroix, H. Le Chatelier, P.-A. Dangeard, C. Gravier, M. Molliard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Jacob, C. Pérez.

XXXVII. Recherches scientifiques : *Fondations Pouchard, Villemot.* — MM. J. Perrin, E. Leclainche, É. Picard, A. Lacroix et douze membres qui seront élus ultérieurement.

XXXVIII. *Fondation Pierre Lafitte.* — MM. É. Picard, É. Branly, P. Janet, M. Brillouin, J. Perrin, A. Cotton, C. Fabry.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Maurain, P. Langevin.

XXXIX. *Fondation Millet-Ronssin.* — MM. A. Lacroix; L. Cayeux, C. Jacob ; P.-A. Dangeard, A. Guilliermond; P. Marchal, F. Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Douvillé, M. Molliard, C. Gravier.

XL. *Prix Hélène Helbronner-Fould.* — MM. J. Perrin, E. Leclainche, É. Picard, A. Lacroix; A. Blondel, P. Janet, J.-L. Breton, M. d'Ocagne, M. de Broglie, A. Desgrez, P. Séjourné, J. Charcot, P. Helbronner, A. de Gramont.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Année polaire internationale 1932-1933. *Participation française.* Tome I : *Introduction. Magnétisme terrestre. Aurores polaires. Ozone atmosphérique. Rayons cosmiques.* (Présenté par M. Eugène Fichot.)

2° Santiago Ramón y Cajal (1852-1934); *Sa formation et son œuvre.*

M. **Auguste Lumière** prie l'Académie de ne pas le considérer comme candidat à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Victor Grignard.*

M. **Léon Binet** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Médecine et Chirurgie par le décès de M. *Charles Richet.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le problème des itérations dans un cas des probabilités dépendantes.* Note (¹) de M. **Jos. Kaucký**, présentée par M. Émile Borel.

1. Une urne contient originairement N boules, dont R sont rouges et S noires, $R+S=N$. Nous faisons de l'urne des tirages successifs en ajoutant à l'urne, après chaque tirage, à la place de la boule tirée, $1+\Delta$ boules de la même couleur. On obtient ainsi le schéma d'urnes considéré par M. G. Pólya (²).

En désignant

$$\rho=\frac{R}{N}, \qquad \sigma=\frac{S}{N}=1-\rho, \qquad \delta=\frac{\Delta}{N},$$

on a pour la probabilité d'obtenir r fois rouge et s fois noir sur

(¹) Séance du 17 février 1936.

(²) *Annales de l'Institut Henri Poincaré,* 1, 1930, p. 136 et 145.

$n = r + s$ tirages l'expression suivante :

$$\pi_r^n = \binom{n}{r} q_r,$$

où

$$q_r = \frac{\rho(\rho+\delta)\ldots[\rho+(r-1)\delta]\,\sigma(\sigma+\delta)\ldots[\sigma+(s-1)\delta]}{1(1+\delta)\ldots[1+(n-1)\delta]}.$$

2. Posons-nous maintenant la question suivante : *Quelle est la probabilité pour que, sur n tirages successifs, on obtient une fois au moins une succession de k boules rouges sans interruption ?*

Désignons par $p_k^{(n)}$ la probabilité cherchée. On a évidemment

$$(1) \qquad 1 - p_k^{(n)} = \sum_{r=0}^{n} \pi_r^{(n)} \rho_{r,k}^{(n)},$$

où $\pi_r^{(n)}$ est la probabilité mentionnée plus haut et $\rho_{r,k}^{(n)}$ désigne la probabilité d'obtenir r fois rouge sur n tirages, mais avec une succession de $(k-1)$ boules rouges au plus.

Calculons $\rho_{r,k}^{(n)}$; en désignant par $P_{i_1}, P_{i_2}, \ldots, P_{i_{n-r}}$ les tirages qui donnent noir, on obtient parmi ces tirages des lacunes en nombre $(n-r+1)$ qui doivent contenir les tirages qui donnent rouge, mais en nombre 0, 1, ... et $(k-1)$ au plus. Le nombre des cas favorables est donc le coefficient de x^r dans le développement de l'expression

$$(1 + x + x^2 + \ldots + x^{k-1})^{n-r+1} = X^{n-r+1},$$

où

$$X = \frac{1-x^k}{1-x}.$$

Le nombre des cas possibles étant $\binom{n}{r}$, on voit que la probabilité $\rho_{r,k}^{(n)}$ est donnée par le coefficient de x^n dans le développement de

$$\frac{x^{n-r} X^{n-r+1}}{\binom{n}{r}}$$

et, en retournant enfin à l'équation (1), on obtient la probabilité $1 - p_k^{(n)}$ comme le coefficient de x^n dans le développement de la somme

$$\sum_{r=0}^{n} q_r x^{n-r} X^{n-r+1} = X \sum_{r=0}^{n} q_{n-r} (xX)^r$$

ou de la fonction génératrice

$$f(x) = X \sum_{r=0}^{\infty} q_{n-r}(xX)^r.$$

En faisant quelques réductions, que je n'explique pas ici, on arrive à l'expression

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\delta}\right)}{\Gamma\left(\frac{\rho}{\delta}\right)\Gamma\left(\frac{\sigma}{\delta}\right)} X \int_0^1 \frac{t^{\frac{\sigma}{\delta}-1}(1-t)^{\frac{\rho}{\delta}+n}}{1-t(1+xX)} dt.$$

3. Dans le cas classique de la boule remise ($\delta = 0$) on obtient la fonction génératrice ([1])

$$\frac{1-\rho^k x^k}{1-x+(1-\rho)\rho^k x^{k+1}}.$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le problème des rencontres.* Note ([2]) de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Émile Borel.

Il s'agit d'un problème classique : les n boules d'une urne, numérotées de 1 à n, sont tirées successivement; il y a rencontre lorsqu'une boule numérotée p sort au $p^{\text{ième}}$ tirage. La solution connue, telle qu'elle a été donnée en particulier par Poincaré (*Calcul des Probabilités*, Chap. III), est basée sur la notion d'espérance mathématique, et elle ne donne que la probabilité d'avoir *une ou plusieurs* rencontres. Il peut paraître intéressant de rechercher les probabilités respectives de 1, 2, ..., n rencontres.

A cet effet, je raisonnerai comme dans ma Note du 26 juin 1933 sur *le problème de la répartition.* Appelant X_1, X_2, ..., X_n, les nombres de groupements des n boules supposées rangées à la suite les unes des autres, où il y a respectivement 1, 2, ..., n boules telles que leur rang coïncide avec leur numéro, je suppose que je fixe les rangs de k boules et que je permute les $n-k$ autres entre elles. Je peux ainsi obtenir $A_n^k = C_n^k(n-k)!$ groupements (A_n^k n'est autre que le nombre des arrangements k à k des n objets). Dans ces groupements, il s'en trouve $C_{k+u}^k X_{k+u}$ comportant $k+u$ boules dont le rang coïncide avec le numéro, u prenant toutes les

([1]) W. A. Whitworth, *Choice and chance*, Cambridge, 1878.

([2]) Séance du 24 février 1936.

valeurs de o à $n-k$. De sorte qu'on peut écrire

$$A_n^k = X_n + C_{k+1}^k X_{k+1} + C_{k+2}^k X_{k+2} + \ldots. \tag{1}$$

La solution du système obtenu en donnant à k toutes les valeurs possibles est, il est aisé de s'en assurer,

$$X_k = A_n^k - C_{k+1}^k A_n^{k+1} + C_{k+2}^k A_n^{k+2} - \ldots. \tag{2}$$

En divisant par $A_n^0 = n!$, on a la probabilité P_k qu'il y aura k rencontres :

$$P_k = \frac{1}{k!}\left[1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \ldots \pm \frac{1}{(n-k)!}\right].$$

En faisant $k=0$, on a la probabilité qu'il n'y aura *aucune* rencontre :

$$P_0 = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \ldots \pm \frac{1}{n!}.$$

La valeur asymptotique de cette probabilité est $1/e$: c'est le résultat connu.

Ce problème est susceptible d'être généralisé : on peut supposer que l'urne contient μ séries de n boules numérotées de 1 à n. Tirant les boules successivement, il y a rencontre si un numéro p sort avec le rang $xn+p$ ($1 \leq p \leq n$, $0 \leq x \leq \mu - 1$).

Un raisonnement identique au précédent conduit à une équation analogue à (1) et par suite à une formule analogue à (2), mais où les A_n^k ont pour valeur $(\mu!)^k C_n^k (\mu n - k)!$

Il y a en, effet k rangs étant fixés, $(\mu!)^k$ manières d'y placer les numéros correspondants des séries supposées distinctes; C_n^k manières de fixer k rangs; et pour chaque groupement où k boules sont fixées $(\mu n - k)!$ manières de ranger les autres.

En particulier, la probabilité de non-rencontre sera

$$P_0^{(n,\mu)} = 1 - \frac{(\mu-1)!}{1!} + \frac{(\mu-1)!^2}{2!}\cdot\frac{\mu n - \mu}{\mu n - 1} - \frac{(\mu-1)!^3}{3!}\cdot\frac{\mu n - \mu}{\mu n - 1}\cdot\frac{\mu n - 2\mu}{\mu n - 2} + \ldots.$$

Si l'on fait $n=8$ et $\mu=4$, dans cette dernière formule, on obtient la probabilité de réussite d'une « patience » bien connue, qui consiste à tirer les cartes successives d'un jeu, en même temps qu'on énonce les valeurs des cartes dans un ordre déterminé. Le jeu s'arrête s'il y a rencontre. On trouve que la probabilité d'épuiser les 32 cartes est 0,00029.

Je remarquerai enfin que la formule (1), si l'on y fait $k=1$, permet de

calculer le nombre probable des rencontres $\bar{k}$: le second membre, divisé par A_n^0, donne en effet $\Sigma k P_k$.

Dans le cas d'une seule série, on a $\bar{k} = 1$. Dans le cas général, on trouve $\bar{k} = (\mu - 1)!$ C'est, si l'on veut, l'espérance mathématique d'un joueur qui toucherait 1 pour chaque rencontre, le jeu étant continué jusqu'à épuisement des boules placées dans l'urne.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la conservation des angles dans la transformation conforme d'un domaine au voisinage d'un point frontière.* Note [1] de M. **Alexandre Ostrowski**, présentée par M. Gaston Julia.

Soit Γ un domaine simplement connexe du plan de ζ avec un point frontière accessible π_0 à l'infini. Dans une représentation conforme T

$$\zeta = f(z),$$

de Γ sur le demi-plan H : $\mathcal{R}z > 0$, soit $z = \infty$ l'image de π_0. Soit L un chemin de Jordan, allant à l'infini dans H, le long duquel $\arg z$ converge vers φ. Si pour $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ l'image de L est une ligne de Jordan Λ aboutissant à π_0 avec l'argument limite Ψ, nous dirons que T est *conforme le long de* L. On démontre aisément que, Γ étant donné, cette propriété ne dépend pas de L mais seulement de φ.

I. *Si la transformation* T *est conforme le long de deux lignes de Jordan* L_1, L_2 *avec des arguments limites* φ_1, φ_2, $-\pi/2 < \varphi_1 < \varphi_2 < \pi/2$, *elle est conforme le long de toute ligne de Jordan aboutissant à l'infini avec un argument limite* φ, $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$, *et l'argument limite* Ψ *de la ligne correspondante dans le plan de* ζ *est une fonction linéaire de* φ

$$\Psi = a\varphi + b.$$

Si a est égal à *un*, la transformation conserve les angles en π_0.

II. *Pour que* T *conserve les angles en* π_0, *il est nécessaire qu'il existe un argument* φ_0 *tel que, pour chaque* $\varepsilon > 0$, Γ *ne contient aucun angle*

$$|\arg(\zeta - \zeta_0) - \varphi_0| < \frac{\pi}{2} + \varepsilon,$$

et pour un $\zeta_0 = \zeta_0(\varepsilon)$ *convenable contient l'angle*

$$|\arg(\zeta - \zeta_0) - \varphi_0| < \frac{\pi}{2} - \varepsilon.$$

[1] Séance du 24 février 1936.

Supposons que la condition de II soit satisfaite et que Γ soit tourné de la manière que φ_0 devienne égal à *zéro*. Alors :

III. *La condition nécessaire et suffisante pour que* T *conserve les angles en* π_0 *est qu'il existe deux séries* ζ_ν, ζ'_ν *de points-frontière de* Γ, *avec*

$$\arg \zeta_\nu \to \frac{\pi}{2}, \qquad \frac{\zeta_\nu}{\zeta_{\nu+1}} \to 1; \qquad \arg \zeta'_\nu \to -\frac{\pi}{2}, \qquad \frac{\zeta'_\nu}{\zeta'_{\nu+1}} \to 1.$$

La démonstration de la nécessité de la condition énoncée est très simple. Il en est autrement pour la démonstration que cette condition est suffisante. Notre démonstration est fondée sur le théorème suivant qui rentre dans le type des théorèmes discuté dans un Mémoire de M. Julia [1] :

IV. *Soit* Γ *un domaine du plan de* ζ *simplement connexe et ne contenant pas* $z = \infty$ *à l'intérieur. Soit* C *l'ensemble des points frontière de* Γ, *contenus dans le cercle* $|\zeta| \leqq \rho$ *et* ω *un point intérieur de* Γ *avec* $|\omega| > \rho$. *Dans une transformation conforme de* Γ *sur le cercle-unité* E : $|z| < 1$, *soit* $z = 0$ *l'image de* ω, *et* c *l'image de* C. *Alors* c *est mesurable sur la circonférence de* E *et la mesure de* c *est*

$$\leqq 4 \arcsin \frac{2\sqrt{|\omega|\rho}}{\rho + |\omega|}.$$

Le théorème IV, qui est à rapprocher d'un théorème connu de M. Milloux, est assez profond. Il peut être remplacé dans la démonstration de III par d'autres théorèmes plus faciles à démontrer qui se rattachent à quelques configurations géométriques plus spéciales. Mais alors la démonstration de III devient un peu plus compliquée.

Les théorèmes II et III contiennent une solution assez complète du problème de la conservation des angles sur la frontière dans la transformation conforme. Un théorème récent de M. Wolff [2], qui indique une condition suffisante très remarquable, est une conséquence immédiate de III.

GÉOMÉTRIE PROJECTIVE. — *Sur certaines propriétés d'une grassmannienne.* Note [3] de M. GEORGES HARTMANN, présentée par M. Henri Villat.

L'étude de la classification des complexes linéaires d'espaces linéaires par une méthode géométrique directe, nous a conduit à mettre en évidence

(1) *Ann. Éc. Normale sup.*, 48, 1932, p. 15-64.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 42-43; *Proc. Akad. Weten. Amsterdam*, 38, 1935, p. 46-50.

(3) Posthume.

certaines propriétés de la grassmannienne correspondante. D'après le nombre k de leurs dimensions, nous désignerons ces espaces par E_k; nous les supposons plongés dans un espace à n dimensions E_n. La grassmannienne $G(n, k)$ se trouve dans un espace à $\binom{n+1}{k+1}-1$ dimensions et elle est elle-même à t dimensions : $t=(n-k)(k+1)$.

I. Nous nous sommes proposé d'abord de préciser quels sont les différents cas qui peuvent se présenter lorsqu'un espace linéaire à trois dimensions $\mathcal{E}_3$ a cinq points communs avec la grassmannienne. La question se ramène à la détermination des positions relatives de $5E_k$ de E_n, linéairement dépendants sans que quatre d'entre eux le soient. Nous avons pris comme point de départ les résultats de M. Ugo Morin (¹). Voici, des cas très voisins étant groupés, comment l'$\mathcal{E}_3$ peut couper la grassmannienne :

a, suivant une cubique C_1^3, rationnelle normale, située sur une $G(5,2)$;

b, c, d, suivant trois droites dont l'une s'appuie sur les deux autres et situées soit sur une $G(5,2)$, une $G(4,1)$ ou une $G(4,2)$;

e, e', suivant une droite et un plan sécants [$G(4,1)$ ou $G(4,2)$];

f, f', g, g', suivant deux plans ayant une droite commune [$G(3,1)$];

h, i, suivant une droite et une conique ayant un point commun [$G(5,2)$, $G(4,1)$ ou $G(4,2)$];

j, suivant un cône du second degré [$G(3,1)$];

k, suivant une quadrique non dégénérée [$G(3,1)$];

l, $\mathcal{E}_3$ appartient à G;

m, $\mathcal{E}_3$ est cinq fois sécant à G [$G(4,2)$].

II. Par une méthode inspirée d'un Mémoire de C. Segre (²), nous nous sommes proposé ensuite de rechercher les positions relatives des $\mathcal{E}_t$ tangents en différents points à la $G(n, k)$. On peut se borner au cas où $k \leqq (n-1)/2$.

Nous montrons que les trois $\mathcal{E}_t$ tangents en trois points différents à $G(n, k)$ sont situés dans un $\mathcal{E}_{3t+2}$ lorsque $k>3$ avec $(3t+1) \leqq \binom{n+1}{k+1}$. Si $n+1 \geqq 3(k+1)$ cela est vrai aussi dès que $k>1$.

Lorsqu'il s'agit de plus de trois plans tangents, la proposition se généralise ainsi :

Les $\mathcal{E}_t$ tangents à la $G(n, k)$ en p points différents déterminent un $\mathcal{E}_{pt+p-1}$ lorsque $k>3$, $(p-2)(k+1) \leqq n+1$ et $p(t+1) \leqq \binom{n+1}{k+1}$.

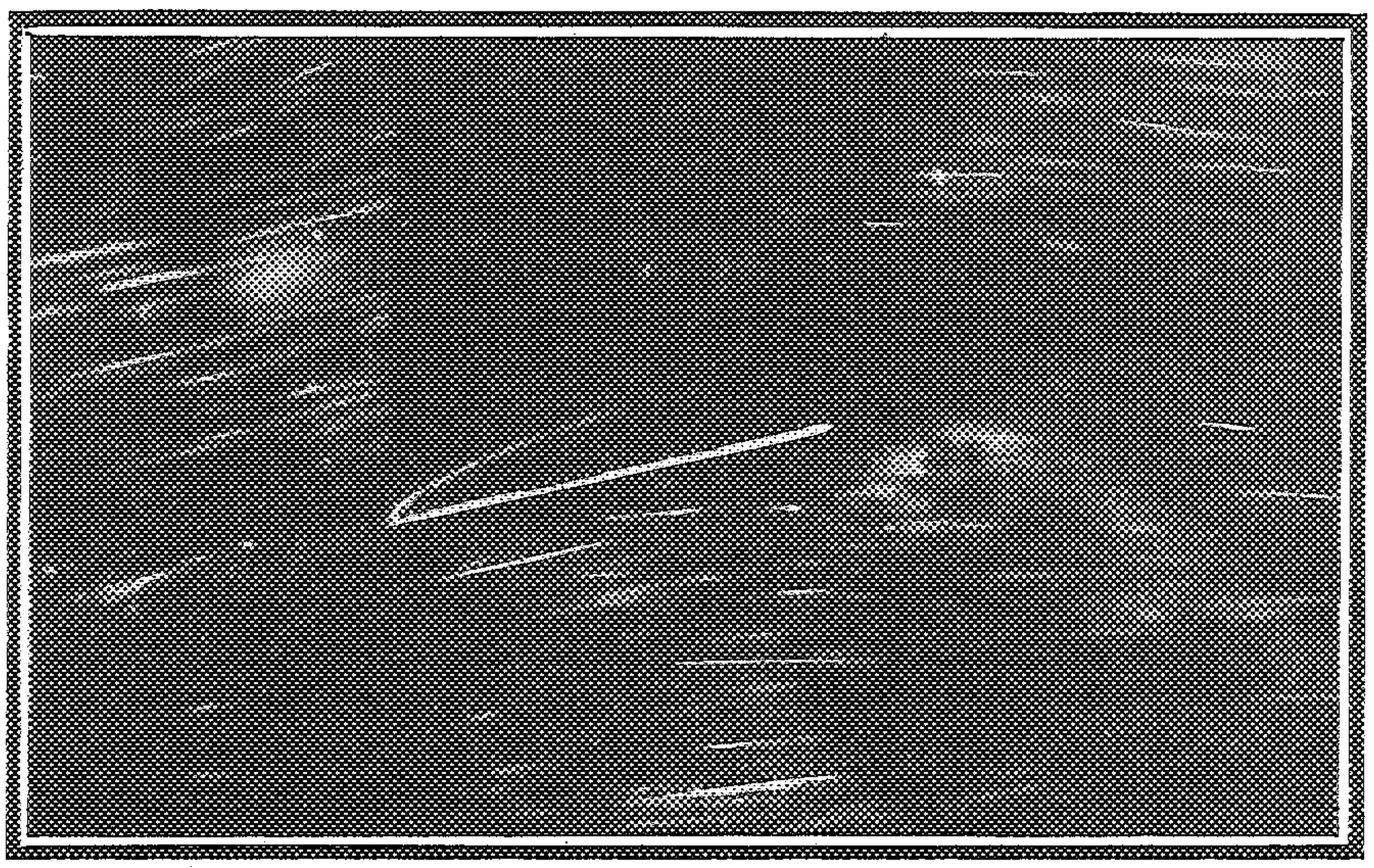
Pour $k=2$, une étude spéciale est nécessaire.

(¹) *Rendic. seminario matematico d. R. Università di Padova*, 3, 1932, p. 82.

(²) *Annali de Matematica*, 3ᵉ série, 27, 1917, p. 75.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Application de la chronophotographie stéréoscopique à l'étude cinématique des écoulements gazeux.* Note (1) de MM. Charles Chartier et Jean Labat, présentée par M. Henri Villat.

La chronophotographie stéréoscopique, que l'un de nous avait déjà utilisée (2) pour l'étude cinématique des écoulements liquides, peut servir également à l'examen cinématique des écoulements gazeux entraînant des particules solides. Ainsi que M. A. Foch l'a signalé à plusieurs reprises le problème de la chronophotographie par particules en suspension est essentiellement un problème d'éclairage et de technique photographique :



Écoulement de l'air autour d'une aile. W = 20 m/sec.
On remarquera la turbulence de la soufflerie.

il s'agit que chaque grain de la plaque sensible reçoive, durant le temps qu'il est balayé, une énergie lumineuse suffisante pour que soit atteint le seuil de sensibilité. Or nous étions parvenus à obtenir, par l'emploi d'arcs utilisant l'effet Beck et de plaques hypersensibilisées, d'excellentes photographies de particules entraînées à 4 m/sec alors que la lumière traversait

(1) Séance du 24 février 1936.
(2) Cf. Ch. Chartier, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1642.

des épaisseurs d'eau (eau potable de la ville de Paris) au total supérieures à 50^{cm}. On pouvait donc penser, et l'expérience l'a confirmé pleinement, que la méthode s'appliquerait à des courants gazeux atteignant 25 m/sec.

Nous utilisons de la poudre d'aluminium du commerce, constituée par des particules dont la majeure partie peut rester en suspension dans l'air calme, la vitesse de chute étant inférieure à quelques dizaines de microns par seconde. Mais les particules qui servent à visualiser l'écoulement doivent, en tous les points des trajectoires, épouser les mouvements des volumes élémentaires d'air qu'elles remplacent. Il faut donc établir expérimentalement que les phénomènes dus à leur inertie sont négligeables. Z. Carrière [1] l'avait montré avec des accélérations atteignant 400 m/sec^2 sur des particules diverses (carbonate de magnésium, sulfate de baryum, râpures de moelle de sureau). Nous l'avons vérifié avec des particules d'aluminium sur des photographies d'écoulement d'air de vitesse W de l'ordre de 25 m/sec, autour d'une aile et autour d'un cylindre, photographies qui sont complètement analogues à celles de l'écoulement de l'eau ($W = 2,5$ m/sec) autour des mêmes obstacles pour les mêmes nombres de Reynolds allant jusquà 500000. Dans les mouvements que nous avons examinés, l'accélération normale atteignait aux endroits de forte courbure 6250 m/sec^2.

Il est évidemment avantageux pour de telles expériences d'utiliser une soufflerie à retour qui, conservant en circuit le même air, permet de faire servir indéfiniment la même poudre d'aluminium.

Puisque la chronophotographie par particules d'aluminium peut s'appliquer aussi bien aux gaz qu'aux liquides, il semble possible d'étudier, au moyen de canaux fermés à surface libre, l'action réciproque des liquides et des gaz. Des problèmes comme le comportement des vagues sous l'action du vent, l'entraînement de l'air par les nappes d'eau déversantes, etc., pourront être abordés expérimentalement.

---

(1) *Revue d'Acoustique*, 1, II, mai 1932, p. 110.

PHYSIQUE. — *Interprétation des courbes de diffusion et de viscosité dans les mélanges binaires.* Note [1] de M. **Henri Lemonde**, présentée par M. Maurice de Broglie.

J'ai indiqué [2] le sens de variation des isothermes de diffusion D, de viscosité η et des produits $D\eta$, dans divers mélanges binaires en fonction de la concentration en volume des constituants.

La figure reproduit, à titre d'exemple, l'allure des courbes D, η, et $D\eta$, relatives aux mélanges eau-alcool éthylique, à 10 et à 18°.

1. *Influence de la température.* — Il est visible que les isothermes D croissent avec la température. Dans la plupart des cas, $D\eta$ croîtra également, malgré la diminution de η. Une anomalie se manifeste dans le mélange eau-alcool éthylique : le premier maximum de $D\eta$ diminue lorsque la température passe de 10 à 18°, et ceci paraît être en relation avec une variation de densité et de viscosité, au voisinage de ce maximum.

2. *Force motrice de diffusion.* — Le produit $D\eta$, ayant les dimensions d'une force ($D = L^2T^{-1}$; $\eta = ML^{-1}T^{-1}$), peut être interprété comme la force motrice moyenne de diffusion s'exerçant entre les molécules de deux couches diffusantes infiniment voisines et de concentrations très peu différentes. Elle dépend de la différence des forces osmotiques de ces couches. Sa grandeur est fonction : de la différence de concentration des couches diffusantes, de l'agitation thermique et des actions intermoléculaires (prépondérantes dans les liquides) entre molécules de même espèce ou d'espèce différente.

3. *Interprétation.* — Par suite, l'allure des isothermes $D\eta$ traduit objectivement le sens des variations des forces intermoléculaires. L'action des forces attractives entre molécules d'espèces différentes a pour effet d'accroître la force $D\eta$ et d'augmenter la vitesse de diffusion; $D\eta$ décroît, au contraire, quand les forces répulsives l'emportent sur les forces attractives. Cette interprétation peut être vérifiée dans la mesure de nos informations sur les tendances associatives des mélanges étudiés, comme nous allons le voir :

a. La croissance de la force $D\eta$ et son passage par un maximum bien marqué dans les deux mélanges : acétone-chloroforme et éther-chloro-

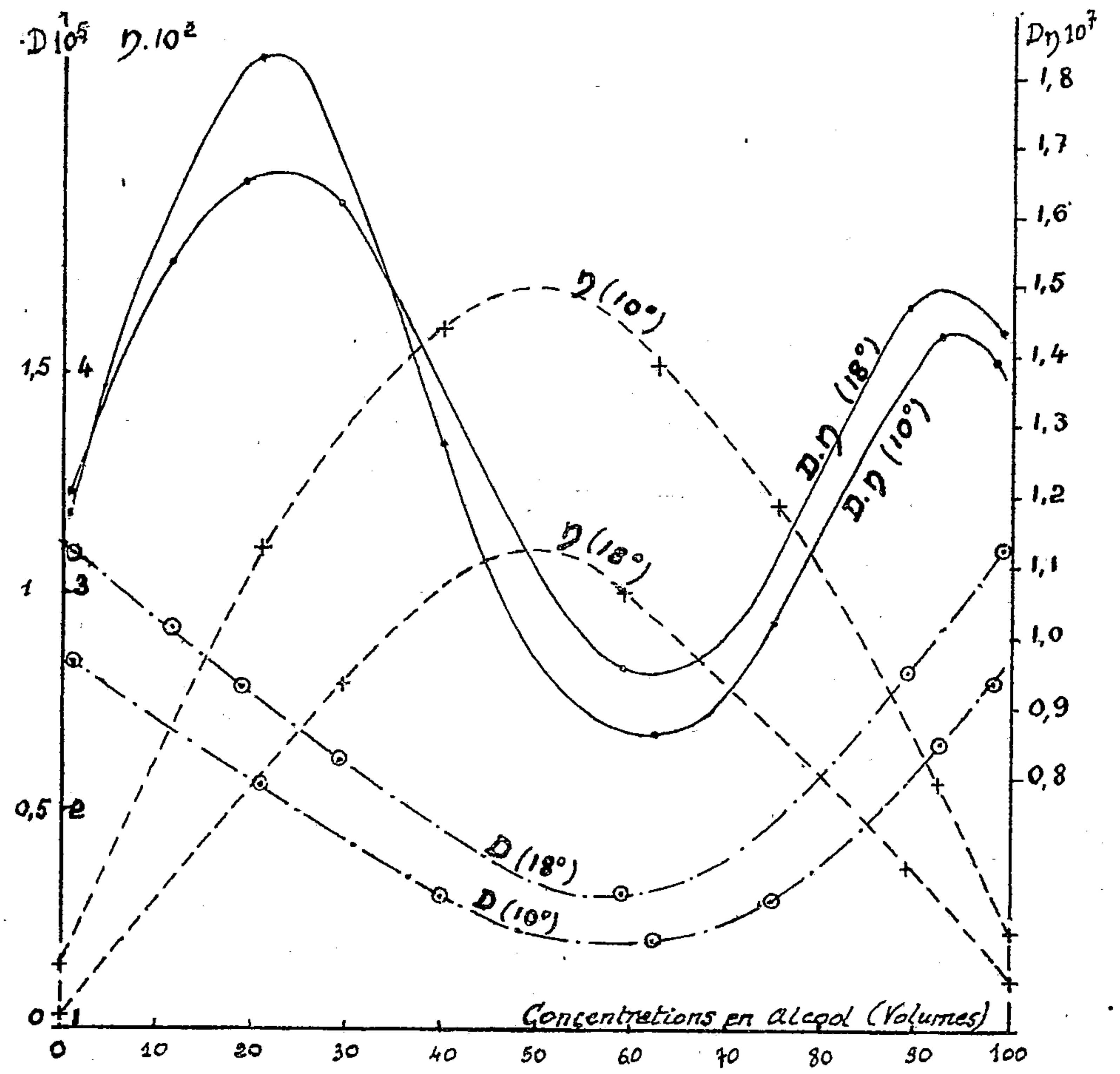
---

(1) Séance du 24 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 468.

forme, provoque des associations de molécules allant jusqu'à la solvatation, observée par Dolezalek ([1]), qui a pu même isoler le composé défini, dans le second mélange.

b. Lorsque $D\eta$ décroît et passe par un minimum, il y a tendance à la dissociation des molécules du constituant le moins polymérisé. Ainsi dans



le cas des mélanges benzène-alcools méthylique ou éthylique, à minimum $D\eta$ bien accusé, le nombre de molécules d'alcool, au minimum, est le double de celui attendu, ce qui indique une tendance à la dissociation des alcools dans le benzène. Ceci est d'ailleurs en accord avec les conclusions de l'azéotropisme pour ces mêmes mélanges.

([1]) *Zeit. phys. Chem.*, 83, 1913, p. 45.

c. Dans les mélanges eau-alcools l'interprétation des forces $D\eta$ est rendue difficile par la complexité des courbes (voir la figure).

Toutefois, dans ce cas, l'étude des variations de densité en fonction de la concentration est en faveur des tendances associatives indiquées par la présence de maxima de $D\eta$. Si l'on compare les courbes $D\eta$ des mélanges eau-alcools (méthylique, éthylique, propylique), on note un abaissement progressif des maxima et des minima. Ceci correspond à une affinité réciproque eau-alcool décroissant avec le rang de l'alcool.

En résumé, les courbes $D\eta$ donnent lieu à la même interprétation, en ce qui concerne l'association et la dissociation des molécules, que les courbes d'isothermes d'ébullition (azéotropisme). Le passage par un maximum étant l'indice d'une association de molécules pouvant aller jusqu'à solvatation, et le minimum, l'indice d'une dissociation du constituant le moins polymérisé. Ces conclusions générales sont en cours de vérification par une étude directe de la structure des mélanges à l'aide des rayons X.

CHALEUR. — *Les lois générales de la convection naturelle. Conditions d'apparition du premier régime*. Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons, avec d'autres auteurs, attiré l'attention sur la possibilité, une fois calculée la vitesse communiquée au fluide par le corps chaud, de ramener la convection naturelle à la convection forcée, et de prévoir les changements de régime, comme on le fait en aérodynamique, en observant les *valeurs critiques* du nombre de Reynolds formé au moyen de la vitesse calculée. En réalité, les choses ne sont pas aussi simples.

L'analyse dimensionnelle des équations de la convection naturelle conduit, comme il est connu, à exprimer le *nombre de Biot* (produit du coefficient de convection α par une dimension géométrique l et l'inverse de la conductibilité λ), par une fonction de deux variables : le *nombre de Stanton* [rapport de la *diffusibilité thermique* K (quotient de la conductibilité par la chaleur spécifique volumique) à la *viscosité cinématique* ν (quotient de la viscosité par la densité)], et le *nombre de Grashof*. Ce dernier nombre est le produit de l'accélération g due à la pesanteur par le coefficient β de dilatation du fluide, l'échauffement V_0 du corps chaud, le cube d'une dimension géométrique l, et l'inverse du carré de la viscosité cinématique. Ceci est incontestable, mais difficile à utiliser. D'abord, on ne tient aucun compte

des paramètres qu'introduit *la diversité des dimensions géométriques* à faire intervenir. Puis, la fonction est à *deux* variables, et faute d'avoir opéré avec des fluides assez variés, on ne peut, dans l'interprétation des expériences connues, faire la part de ce qui revient au nombre de Grashof et au nombre de Stanton : ce qui est grave, car si, dans le cas des gaz, le nombre de Stanton, d'après une formule de Maxwell, reste toujours de l'ordre de 1, il *varie énormément* des gaz aux liquides. Enfin on ne connaît pas les *valeurs critiques* de ces divers paramètres.

Il faut donc analyser les choses de plus près. Considérons d'abord, par exemple (les considérations qui vont suivre sont beaucoup plus générales), un fluide enfermé entre deux sphères concentriques de rayons r et R, la sphère intérieure étant plus chaude que l'autre de V_0. En reprenant le mode de calcul indiqué dans une Note précédente relative aux tourbillons cellulaires, on trouve, en supposant les vitesses développées assez petites pour que les *termes d'inertie* puissent être négligés, que *la plus grande* vitesse verticale w susceptible d'exister en un point où l'échauffement est θ, est égale à $g\beta\theta R^2 : \pi^2\nu$. Si dans l'équation complète de la chaleur, on substitue à θ la valeur qui se déduit de cette expression, on obtient, pour déterminer la vitesse w et la vitesse transversale u (le phénomène est de révolution, donc à *deux* coordonnées), l'équation de la chaleur, transformée, et l'équation de continuité. Or elles se trouvent être *identiques aux équations de la mécanique des fluides en l'absence de convection*, à cela près que la *viscosité cinématique* (qui serait plus justement nommée *diffusibilité cinématique*) est remplacée par la *diffusibilité thermique*. Ce qui montre que le *nombre de Péclet* $wl : K$ doit remplacer le *nombre de Reynolds* $wl : \nu$, et que les *différents régimes de convection* seront rencontrés, quand on donnera au nombre de *Péclet* les valeurs critiques *connues* du nombre de *Reynolds*.

Une difficulté subsiste : les valeurs de w varient d'un point à l'autre, et on ne sait, par suite, comment donner une valeur précise à $wl : K$ ou $wl : \nu$. Remarquons que le problème de la distribution des températures, quand existe la convection, se présente, vis-à-vis de la distribution qui serait due à la conduction pure, comme un problème d'établissement de régime variable, à partir d'une distribution initiale donnée (qui peut être une distribution de régime permanent). Or, dans les solutions de Fourier, relatives, comme ici, aux milieux limités, la distribution initiale n'intervient que par des moyennes. Disons, sans insister, que nous prendrons, dans le calcul de w, la valeur moyenne de la température en régime de conduction pure, pour l'espace compris entre les deux sphères, de sorte que le *nombre de Péclet*,

appliqué à la convection autour de la sphère de rayon r, a la valeur $3g\beta V_0 r^2 R : \pi^2 \nu K$.

Or, si une sphère est exposée à un *écoulement* dont la vitesse à l'infini (qui, dans les milieux illimités, joue le rôle de la vitesse moyenne ci-dessus envisagée) est w, il y a *changement de régime* quand le nombre de *Reynolds* $2wr : \nu$ passe par la valeur 50.

Nous devons donc avoir un *changement de régime dans la convection*, quand le nombre de *Péclet* formé ci-dessus passera par la valeur 50.

De même — c'est un autre problème où la vitesse de convection a *deux* composantes — si un *l chaud* de rayon r est tendu suivant l'axe d'un cylindre horizontal de rayon R, il y aura *changement de régime dans la convection* quand le nombre de Péclet $0,173 g\beta V_0 r R^2 : \nu K \log R/r$ aura une valeur voisine de l'unité.

C'est bien ce que montrent les expériences sur *fil chaud dans l'air*, que nous avons présentées en 1935 avec M. Bory. C'est bien aussi le résultat de mesures de M. Atanasiu, non encore publiées, effectuées à notre laboratoire. Il opère sur de l'*huile de ricin*, à la température ordinaire, remplissant l'espace compris *entre deux sphères* concentriques de rayons très différents.

Notre analyse ne s'applique qu'aux milieux fluides limités ; le problème, pour les milieux illimités, se présenterait d'une manière complètement différente, les constantes de temps devenant infinies ainsi que la durée d'établissement des régimes de convection.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur l'emploi du tube électronique comme détecteur en utilisant la courbure de la caractéristique de grille. Signaux faibles et forts.* Note [1] de M. **D. Milossavliévitch**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons donné [2] une équation différentielle pour la tension u de grille, quand le point B (voir la figure) est soumis à une variation sinusoïdale de tension

$$u_B^0 + e \quad \text{où} \quad e = A \sin\omega t \quad \text{et} \quad u_B^0 = \text{const.}$$

Si l'on veut en outre tenir compte de la capacité grille-plaque, on aura le schéma indiqué sur la figure Les capacités filament-grille C_g et grille-

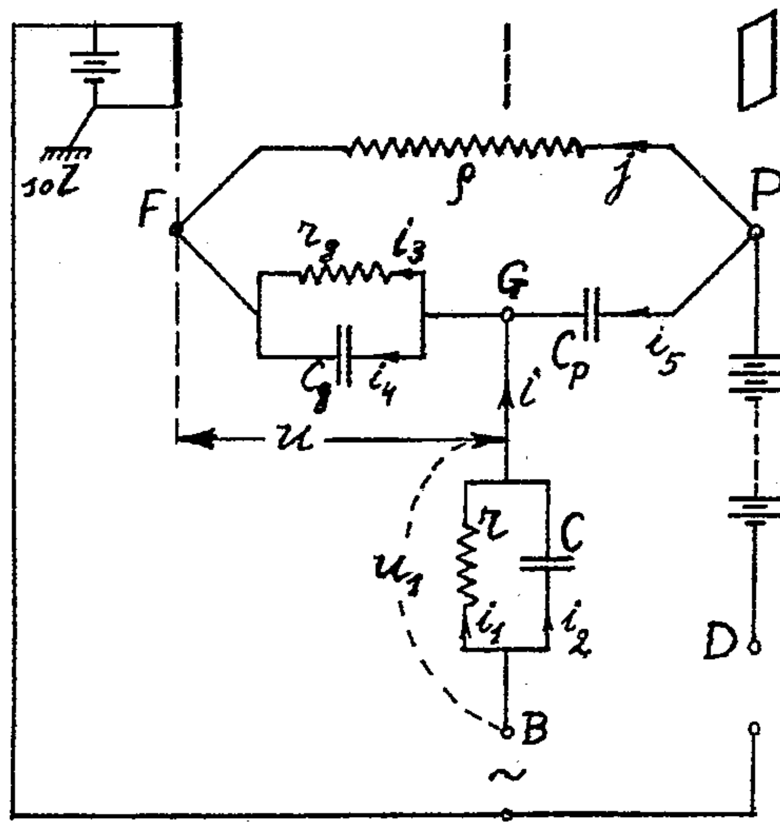
---

(1) Séance du 24 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 472.

plaque C_p sont constantes, tandis que la résistance filament-grille r_g est une grandeur variable avec le courant i_3.

On prendra l'impédance du circuit de plaque petite devant ρ, pour que l'on ait, avec une approximation suffisante, la même tension v_0 du point P avant et après le signal e. Soit $i_3 = f(u)$ la caractéristique de grille à tension de plaque constante v_0.



On lit immédiatement sur la figure :

$$e + u_B^0 = ri_1 + u, \qquad u_1 = ri_1, \qquad i_2 dt = C\, du_1, \qquad i = i_1 + i_2, \qquad i + i_5 = i_3 + i_4,$$
$$i_4 dt = C_g du, \qquad i_5 dt = C_p d(v_0 - u), \qquad i_3 = f(u).$$

Après l'élimination de i, i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 et u_1 on arrive à l'équation

$$\text{(1)} \qquad B \sin(\omega t + \varphi) = r(C + C_g + C_p)\frac{du}{dt} + u + rf(u) - u_B^0,$$

où

$$B = A\sqrt{1 + r^2 C^2 \omega^2} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang}\varphi = rC\omega.$$

La tension u est une fonction périodique du temps t et peut être représentée par la série de Fourier.

$$u = b_0 + b_1 \sin(\omega t + \psi_1) + b_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots,$$

b_0, b_1, b_2, ψ_1, ψ_2, ... désignant des constantes. Pour les signaux très faibles (A très petit), la série peut être remplacée par ses deux premiers

termes. Avec cette condition, nous avons trouvé l'expression analytique pour la baisse de la tension de grille

$$(2)\quad \begin{cases} \varepsilon = -\dfrac{\dfrac{A^2}{2}\dfrac{f''(u_0)}{2}}{\dfrac{1}{r}+f'(u_0)}\,m^2 \quad \text{où} \quad m^2 = \dfrac{1+r^2C^2\omega^2}{M^2+N^2}, \\ M = rf'(u_0)+1, \qquad N = r\omega(C+C_g+C_p). \end{cases}$$

Mais l'équation (1), étant du premier ordre, peut être résolue graphiquement dans tous les cas par la méthode des isoclines. Il n'est même pas nécessaire de connaître l'expression algébrique pour la caractéristique de grille; il suffit de tracer préalablement la courbe $i_3 = f(u)$, en mesurant directement u et i_3. A titre d'exemple nous avons résolu graphiquement l'équation (1) dans deux cas, prenant pour $f(u)$:

$$f(u) = (8u^2 + 8u + 2).10^{-6}\,\text{amp.} \qquad \text{pour} \quad u > -0,5$$

et

$$f(u) = 0 \qquad \text{pour} \quad u \leqq -0,5\ \text{volt.}$$

Premier cas :

$$C = 50\,\mu\mu F, \qquad C_g + C_p = 10\,\mu\mu F, \qquad r = 4.10^6\,\text{ohm},$$
$$u_B^0 = 4\ \text{volts}, \qquad A = 0,1\ \text{volt}, \qquad \omega = 10^6\,\text{sec}^{-1}.$$

Partant du point initial $t = 0$ et $u_0 = -0,140$ volt et traçant les droites qui coupent les isoclines sous la pente correspondante, on obtient la courbe $u = F(t)$, qui est sensiblement une sinusoïde. La valeur moyenne de cette courbe est $-0,148$ volt, d'où on tire la baisse de tension $\varepsilon_1 = -0,008$ volt. La formule (2) donne $\varepsilon = -0,0046$ volt. Cette différence vient du fait que la courbe $u = F(t)$ est tracée pour le premier cycle. A cause du régime transitoire elle se déplace quasi-translatoirement dans la direction des ordonnées. La valeur exacte de ε, correspondant au régime permanent, peut être trouvée de la façon suivante : pour $\varepsilon = -0,008$ volt et pour les différentes valeurs du temps t pendant le premier cycle, on tire de $u = F(t)$ les valeurs correspondantes de u et de $i_3 = f(u)$; on trace la courbe i_3 en fonction de t, ce qui nous donne la valeur moyenne $\bar{i}_3 = 1,016.10^{-6}$ amp. On trouvera aussi, pour $\varepsilon = -0,008$,

$$\bar{i}_1 = f(u_0) - \frac{\varepsilon}{r} = 1,039.10^{-6}\ \text{amp.}$$

On prendra ensuite $\varepsilon = -0,004$ volt, c'est-à-dire on soulèvera la courbe $u = F(t)$ de 0,004 volt, et l'on trouvera de nouveau $\bar{i}_3 = 1,037.10^{-6}$ amp. et $\bar{i}_1 = 1,038.10^{-6}$ amp. L'abscisse d'intersection des courbes $\bar{i}_3 = \Phi_3(\varepsilon)$ et $\bar{i}_1 = \Phi_1(\varepsilon)$ représente la valeur cherchée $\varepsilon = -0,0042$ volt.

Second cas :

$$C = 50\,\mu\mu F, \quad C_g + C_p = 10\,\mu\mu F, \quad r = 4.10^6 \text{ ohm},$$
$$u_B^0 = 4 \text{ volts}, \quad A = 1,0 \text{ volts}, \quad \omega = 10^5 \text{ sec}^{-1}.$$

La courbe $u = F(t)$ n'est plus du tout une sinusoïde. Pour le premier cycle on a $\varepsilon_1 = -0,34$ volt et pour le régime permanent $\varepsilon = -0,33$ volt.

PHYSIQUE. — *Sur un photomagnétron et son application à la mesure des éclairements crépusculaires*. Note de M. **Alexandre Dauvillier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Il est d'usage, pour mesurer les éclairements continus par les méthodes photoélectriques, d'interrompre le flux lumineux par un dispositif mécanique afin de pouvoir utiliser un amplificateur à liaisons par capacités. Outre que ce procédé ne produit pas une fréquence élevée (comme celle qui est nécessaire pour la transmission des images), une solution statique, effectuant la modulation dans la cellule elle-même, paraît plus élégante.

La modulation électrostatique étant impraticable par suite de la capacité mutuelle entre électrodes, nous avons réalisé une modulation magnétique au moyen de deux bobines toriques de Helmholtz enfilées sur des cellules cylindriques géantes de Pressler, de part et d'autre de la surface cathodique sensible. Ces bobines sont parcourues par un courant alternatif de l'ordre de l'ampère sous la fréquence usuelle.

Les essais ont porté sur des cellules à vide élevé et à remplissage gazeux. La source lumineuse étalon était une lampe au néon éloignée alimentée par une batterie dont le flux lumineux, convenablement filtré pour donner un rayonnement monochromatique, est proportionnel au courant d'alimentation (quelques milliampères).

Le courant est amplifié 10^6 fois et enregistré par notre enregistreur d'aurores polaires [1].

---

[1] *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 780. L'amplificateur linéaire a été reconstruit au Laboratoire national de Radioélectricité grâce à une subvention de la Caisse des Recherches scientifiques.

Quelques précautions élémentaires doivent être prises pour réaliser ainsi un véritable appareil de mesure fidèle et précis : les cellules sont complètement entourées d'une gaze métallique collée au verre et portée au potentiel d'alimentation de la cathode. Les bobines magnétisantes sont blindées et mises au sol pour éviter toute action électrostatique. Il est à remarquer que, dans ces conditions, le seul ronflement perceptible dans l'obscurité est dû à la modulation du courant thermoélectronique.

Pour les éclairements crépusculaires mesurés, de l'ordre de 10^{-3} lux, la saturation, dans les cellules à vide, a lieu sous quelques volts. Un rayon de courbure des électrons de l'ordre du centimètre est alors obtenu avec une valeur de crête du champ magnétique de l'ordre d'une dizaine d'unités. Les caractéristiques, tracées en fonction de la tension cathodique et du courant magnétisant, montrent des courbes présentant un palier. A ce régime de saturation, la réponse du photomagnétron est indépendante des variations de tension du secteur. La modulation n'absorbe que quelques watts.

Il est à remarquer que la sensibilité de l'appareil est considérablement plus grande qu'avec un obturateur mécanique de lumière, donnant, par exemple, 16 interruptions par seconde. L'inconvénient du dispositif est, par contre, de moduler le courant d'obscurité.

Comme la théorie l'indique, la réponse décroît, à champ magnétique constant, avec la tension d'accélération dans les cellules à vide.

Dans le cas d'un remplissage gazeux, la courbe se relève cependant beaucoup lorsque le potentiel d'ionisation du gaz est dépassé. En effet, bien que l'augmentation du rayon de courbure diminue la profondeur de modulation, l'accroissement du parcours des photoélectrons ionisants dans le gaz accroît le débit. Dans ce cas, bien entendu, il n'y a pas plus de saturation magnétique que de saturation électrique.

Cet appareil, bien que présentant beaucoup d'analogies avec le magnétron de Hull, s'en écarte sensiblement par suite de la disposition géométrique très différente des électrodes. Dans le cas étudié, la grille anodique interne est concentrique à la cathode hémicylindrique, et le rayon de courbure critique est égal à la distance de ces électrodes.

J'ai utilisé ce dispositif durant l'hiver dernier à Abisko pour l'étude des lois de la phosphorescence aurorale. Il est depuis en usage à l'Observatoire de Meudon pour l'enregistrement de l'intensité de la raie verte du ciel nocturne, avec une cellule au césium et un filtre remarquable, établi par M. B. Lyot, isolant la raie aurorale.

Les résultats de ces études seront publiés ultérieurement. Le même dispositif paraît également applicable, la fréquence du champ magnétique pouvant être considérablement élevée, à la transmission électrique des images.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur une règle pratique permettant d'interpréter certaines réactions de la chimie organique du point de vue électronique.* Note de M. P. **Carré**, présentée par M. G. Urbain.

Un essai d'interprétation des différences de propriétés des chlorosulfites et des chloroformiates d'alcoyle nous a fait admettre, dans le cas des liaisons dissymétriques, l'existence d'une différence de polarité entre les éléments directement liés (¹); la différence de polarité étant d'autant plus grande que l'écart électronique du doublet de liaison est plus prononcé.

Cette hypothèse d'une *polarité relative* des éléments directement liés est d'ailleurs en accord avec la déformation du tétraèdre dans les systèmes dissymétriques (²), avec les moments électriques, et avec les considérations développées par R. Samuel (³) dans ses recherches sur la réfraction moléculaire. Elle permet d'interpréter certaines réactions organiques par les actions attractives ou répulsives des polarités des éléments liés et des polarités des groupements en présence.

Rappelons ici que l'écart électronique, purement conventionnel, a été défini (¹) comme l'écart entre la position symétrique du doublet de liaison et la position dissymétrique de ce doublet lorsque l'attraction de l'un des noyaux positifs des éléments directement liés l'emporte sur l'attraction du noyau de l'autre élément; il est aussi légèrement influencé par les substituants immédiats de chacun de ces éléments (effet α notable, effet β faible, effet γ négligeable). L'écart électronique est donc en relation avec les membres atomiques des éléments directement liés et de leurs substituants immédiats.

Pour représenter la polarité relative qui correspond à cet écart électronique, nous proposons de remplacer le trait simple de liaison par une flèche barrée $\nrightarrow$, la pointe étant dirigée vers l'élément dont le doublet est le plus près; cette pointe indique alors une polarité négative de l'élément vers lequel elle est dirigée relativement à l'autre élément qui, étant plus loin du doublet de liaison, sera considéré comme ayant une

(¹) P. Carré, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 298.

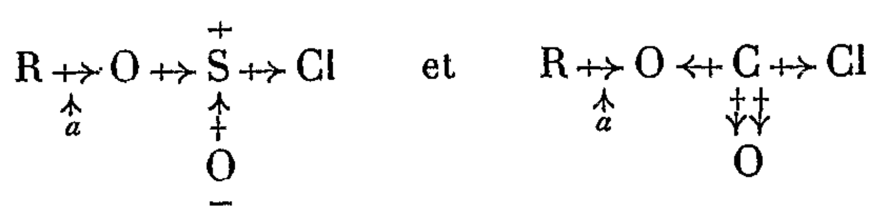
(²) G. Dupont, *La valence chimique*, 1933, p. 69; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, 49, 1931, p. 464.

(³) *Zeit. physik. Chem.*, 49, 1928, p. 95; *Naturwiss.*, 17, 1929, p. 13.

polarité positive. Dans un système $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$, B sera négatif par rapport à A et positif par rapport à C.

D'autre part nous conserverons les signes + et — pour indiquer les polarités (plus fortes que les précédentes) qui correspondent à une insuffisance ou à un excès d'électrons autour de l'élément considéré (ces polarités correspondent à ce que l'on a aussi appelé l'*ionisation intramoléculaire*).

Les chlorosulfites et les chloroformiates d'alcoyle, dont nous avons donné les constitutions électroniques seront alors représentés par les schémas suivant (considérés comme les plus probables pour ce qui concerne les polarités relatives).



Ces conventions qui, seules, nous ont permis d'interpréter les principales différences de propriétés des chlorosulfites et des chloroformiates, sans être en désaccord avec d'autres bases fondamentales, permettent aussi de rendre compte de l'action catalytique de la pyridine sur ces substances, et de bien d'autres faits en apparence divergents de la chimie organique.

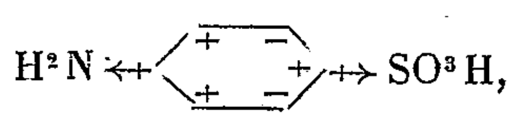
Les chloroformiates d'alcoyle qui, à l'état de pureté, sont plus stables que les chlorosulfites, deviennent au contraire moins stables en présence de pyridine. Ce fait s'explique par la nature polaire positive de l'ion pyridinium (qui l'emporte sur celle de l'ion Cl), et par la nature des polarités des groupes OS(O)Cl et OC(O)Cl, qui sont beaucoup plus fortes pour S(O) que pour C(O). La rupture de la liaison α, par répulsion de R et de S, ou de C, sera d'autant plus facile que le caractère positif de S ou de C sera moins affaibli par les parties négatives du groupe dont ils font partie; les chloroformiates n'ayant que des polarités faibles, l'action de l'ion pyridinium sur ces substances, qui peut être considérée comme venant neutraliser les parties négatives, sera plus efficace que sur les chlorosulfites.

On comprend, de manière analogue, que les bromosulfites d'alcoyle $R.O.S.(O) \leftrightarrow Br$, soient un peu moins stables que les chlorosulfites; le doublet de la liaison $S \leftrightarrow Br$, étant plus éloigné de S que celui de la liaison $S \leftrightarrow Cl$, il doit en résulter un léger accroissement de l'action répulsive entre R et S.

Parmi les nombreux faits de la chimie organique que la même hypothèse permet d'interpréter, nous donnerons l'exemple suivant : L'acide amino-7-α-naphtolsulfonique-3 est hydrolysé en dioxy-1.7-naphtalène dans des conditions où l'acide amine-6-α-naphtolsulfonique-3 n'est pas modifié. Les constitutions polaires de ces deux acides aminonaphtolsulfoniques sont telles que le groupe NH^2 se trouve en 7 et en 6 sur des C du noyau benzénique de polarités opposées; le C du noyau ayant une polarité négative en 7 et positive en 6, on s'explique que le groupe NH^2 soit plus facilement éliminé en 7 qu'en 6, les polarités de ce C et de N (négative pour N dans la liaison $N \leftrightarrow C$) étant répulsives en 7 et attractives en 6.

Nous avions alors pensé que, si l'acide sulfanilique répond à la constitution

électronique



l'hydrolyse de ce composé doit séparer NH^2 avant SO^3H. Or, Woroshtzow et Schemjakin [1] viennent de montrer que par fusion alcaline ménagée de cet acide on obtient 77,5 pour 100 d'acide *p*-phénolsulfonique, et que 1,5 pour 100 seulement de SO^3H se trouve éliminé.

Les considérations qui précèdent nous ont conduit à proposer la *règle pratique* suivante que nous appellerons la *règle de l'écart électronique :*

Les différences de réactivité des éléments directement liés peuvent être considérées comme correspondant à une différence de polarité qui est d'autant plus grande que l'écart électronique est lui-même plus grand.

Cette règle pratique, ajoutée aux principes fondamentaux de la théorie de Lewis-Langmuir, permet d'interpréter bien des faits de la chimie organique considérés comme difficiles à comprendre. Nous pensons qu'elle permettra ainsi de faire quelques prévisions qui sont en cours de vérification.

MAGNÉTISME. — *Théorie des anomalies de volume des substances ferromagnétiques.* Note [2] de M. **L. Néel**, transmise par M. Pierre Weiss.

On sait que les corps ferromagnétiques présentent des anomalies de volume dont une partie dépend de l'aimantation spontanée σ des domaines élémentaires et le reste, qui constitue la magnétostriction proprement dite, dépend de l'aimantation globale et de son orientation par rapport aux axes cristallins. Je ne m'occuperai ici que des anomalies dépendant de l'aimantation spontanée, c'est-à-dire du champ moléculaire ou, en dernière analyse, de l'énergie d'interaction entre atomes magnétiques. Plusieurs auteurs [3] ont interprété ces anomalies, mais leurs théories ne s'accordent pas avec l'expérience : plus précisément, elles ne donnent que l'anomalie au zéro absolu. Or, dans une substance ferromagnétique, le coefficient de dilatation est différent de celui de la même substance supposée privée de

---

[1] *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 69, 1936, p. 148.

[2] Séance du 24 février 1936.

[3] Bauer, *Journ. de Phys.*, 10, 1929, p. 345; Fowler et Kapitza, *Proc. Roy. Soc.*, 124, 1929, p. 1; Verschaffelt, *Conseil Solvay*, 1930, p. 370 (Paris, 1932); Powell, *Proc. Phys. Soc.*, 42, 1930, p. 390.

son ferromagnétisme, d'où un terme dépendant de la température dans l'expression de l'anomalie de volume.

J'ai tenu compte des actions magnétiques, en les représentant par les énergies d'interaction w, entre atomes magnétiques voisins, dont j'ai fait usage autre part ([1]) et qui m'ont permis de coordonner un grand nombre de faits relatifs aux propriétés magnétiques de l'état métallique. Je poserai, pour simplifier, $u = w/N\mu^2$ (N, nombre d'Avogadro; μ, magnéton de Bohr); u ne dépend que de la distance entre les couches magnétiques des deux atomes interagissants; pour abréger l'exposé, je me bornerai au cas où il n'existe d'interactions magnétiques qu'entre un atome quelconque et ses $2p$ plus proches voisins situés à la distance l. Au zéro absolu, lorsque, par suite d'une déformation isotrope, l devient $l+x$, l'énergie élastique W_E, par atome-gramme, varie avec x et s'écrit, à une constante près, en se bornant aux premiers termes du développement

$$W_E = Ax^2 + Bx^3 + \ldots.$$

Le coefficient A est relié à la compressibilité χ au zéro absolu, par la relation

$$A = \frac{9}{2}\frac{V}{\chi l^2} \qquad \text{(V, volume atomique).}$$

D'autre part, une théorie sommaire de la dilatation des solides montre que le coefficient de dilatation α est relié au coefficient B par la formule

$$B = D\,\frac{2A^2 l\alpha}{3R} \qquad \text{(R, constante des gaz);}$$

D est un coefficient numérique voisin de 1 qui ne dépend que de la configuration géométrique du réseau cristallin.

Lorsque la substance possède une aimantation spontanée σ, il faut ajouter, à l'énergie élastique W_E, un terme magnétique W_M

$$W_M = -\frac{1}{2}\sigma^2(n_0 + n_1 x + n_2 x^2 + n_3 x^3 + \ldots),$$

en posant

$$n_0 = 2pu, \qquad n_1 = 2p\frac{\partial u}{\partial l}, \qquad n_2 = p\frac{\partial^2 u}{\partial l^2}, \qquad n_3 = \frac{p}{3}\frac{\partial^3 u}{\partial l^3};$$

n_0 n'est autre que le coefficient du champ moléculaire de Weiss, fourni, par exemple, directement par les expériences calorimétriques. La compressibi-

---

([1]) NÉEL, *Annales de Phys.*, 5, 1936, p. 232.

lité et le coefficient de dilatation sont modifiés et on en déduit que l'anomalie relative de volume $\delta v/v$ s'exprime par le développement suivant :

$$(1) \qquad \frac{\delta v}{v} = 3\sigma^2(\lambda + \mu T + \nu T^2 + \ldots).$$

Les deux premiers coefficients λ et μ du développement sont donnés par les formules suivantes :

$$\lambda = \frac{n_1}{4Ad}; \qquad \mu = \alpha\left(\frac{n_2}{A} - \frac{n_3}{2B}\right),$$

De la formule (1), on déduit facilement les anomalies de dilatation et l'on constate qu'il y a discontinuité du coefficient de dilatation au point de Curie, tandis qu'il n'y a pas discontinuité de volume. La formule (1) est identique à l'expression trouvée empiriquement par Chévenard (1) pour exprimer l'ensemble de ses expériences sur les anomalies de volume des ferromagnétiques. Cette formule représente d'une façon précise des résultats expérimentaux d'allure parfois compliquée comme dans le cas du fer. L'expérience est donc en faveur de la théorie que je propose.

A partir des coefficients λ et μ obtenus expérimentalement, on calcule la dérivée première de l'énergie d'interaction u, par rapport à la distance, et l'on possède, en outre, une relation entre la dérivée seconde et la dérivée troisième. Les données nécessaires au calcul sont connues dans le cas du fer et du nickel. D'autre part, la comparaison des propriétés magnétiques d'un certain nombre de métaux et d'alliages permet de tracer la courbe (Néel, *loc. cit.*), identique pour tous les éléments, qui représente la variation de l'énergie u d'interaction entre deux atomes magnétiques, en fonction de la plus courte distance entre leurs couches magnétiques (couche $3d$ dans la famille du fer). Les valeurs des dérivées calculées au moyen de cette courbe s'accordent avec les dérivées déduites des anomalies de volume. La signification de cette courbe est donc confirmée et son tracé précisé : l'interaction positive qui caractérise le ferromagnétisme se produit lorsque la distance entre couches magnétiques est supérieure à 1,05 Å, passe par un maximum au voisinage de 1,30 Å et devient très faible lorsque la distance atteint 1,55 Å.

(1) *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1655.

SPECTROGRAPHIE. — *Étude spectrographique des modifications subies par la surface des alliages légers : application au duralumin.* Note de M. **Henri Triché**.

On a montré ([1]) que l'étincelle de haute fréquence obtenue avec le montage de Tesla passait de préférence par les points les plus conducteurs d'une électrode : il s'agissait alors de recouvrir certains points d'un alliage d'une couche isolante sans altérer les autres points non recouverts. Dans la présente recherche le problème proposé est de recouvrir plus ou moins complètement la surface d'un alliage léger (duralumin) et de chercher quelles sont les variations apparentes des concentrations superficielles suivant les opérations effectuées. Cette étude doit permettre de préciser le mécanisme de la formation des couches d'oxyde sur un alliage à base d'aluminium et plus particulièrement de montrer que les aspects du dépôt sont liés aux modifications superficielles de l'alliage. Les spectres des surfaces sont pris en déplaçant pendant la pose l'échantillon sous un fil d'or et sensiblement avec le même temps de pose. Les modifications superficielles se traduisent par des disparitions des raies de certains éléments ou par des diminutions relatives des intensités.

Pour faire cette étude on a employé le procédé d'oxydation électrolytique en courant alternatif, en faisant varier les conditions de l'expérience, en particulier en utilisant deux électrolytes différents : acide chromique et acide sulfurique; différents cas sont observés et chacun est étudié au spectrographe.

En partant d'une surface vierge de duralumin dont la composition est Al = 94,87; Cu = 3,60; Mg = 0,61; Si = 0,47; Fe = 0,45; Pb traces; Mn traces; Ca traces, on trouve que les raies 2802,7 A Mg, 3082,1 A Al et 3274 A Cu ont sensiblement la même intensité. De plus sont bien visibles les raies 2881,6 A Si et le doublet du calcium 3933,7 et 3968,5 A Ca.

Action de l'acide chromique. — L'électrolyse est produite dans une solution d'acide chromique très concentré, les deux électrodes étant deux plaques de duralumin. Même si le dépôt est à peine visible, l'étincelle le décèle bien et l'on observe un grand affaiblissement de la raie du cuivre par rapport à celle du magnésium et un léger affaiblissement de celle-ci par

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1178.

rapport à celle de l'aluminium. De plus les raies du silicium et du calcium ont disparu. L'action de l'acide chromique est donc sélective et l'on peut dire qu'avant que le dépôt d'oxyde puisse se faire uniformément, il faut qu'une réaction chimique enlève à la surface, au moins en partie, le cuivre, le silicium et le calcium, tandis que le magnésium est peu attaqué. A sa surface le duralumin se comporte donc comme un alliage d'aluminium et de magnésium.

Action de l'acide sulfurique. — Lorsqu'on remplace l'acide chromique par l'acide sulfurique pur, on n'observe aucun dépôt dans les conditions de l'expérience, mais une attaque continue. Le spectre est identique à celui d'une surface qui n'a subi aucun traitement. L'action de l'acide sulfurique est donc une attaque non sélective de tous les constituants.

Action successive de l'acide chromique et de l'acide sulfurique. — Si l'action de l'acide chromique est insuffisante ou si la couche d'oxyde présente des lacunes (par exemple des trous produits par l'étincelle), l'action de l'acide sulfurique se fait comme dans le cas précédent, la couche d'oxyde produite par l'acide chromique étant détachée de la surface. Le spectre observé est le même que celui d'une surface qui n'a subi aucun traitement.

Par contre, si l'action de l'acide chromique est suffisante, l'électrolyse dans l'acide sulfurique forme rapidement un beau dépôt blanc sur la surface. Le spectre est le même que celui qui est obtenu avec un simple traitement à l'acide chromique. Dans ce cas l'action de l'acide sulfurique a été uniquement de produire une couche plus épaisse d'alumine sans modifier sensiblement la composition superficielle apparente (après le traitement à l'acide chromique).

L'affaiblissement de la raie du cuivre par rapport à celle de l'aluminium peut être mesuré au moyen d'un secteur tournant à ouverture variable; on trouve qu'il est de 3 environ, ce qui donne une concentration superficielle en cuivre voisine de 1 pour 100 pour les points analysés. Cette limite est justement celle qu'il ne faut pas dépasser pour que le procédé au chromate (M. B. V.) soit applicable. En réalité la concentration superficielle globale doit être inférieure à 1 pour 100 puisque l'étincelle passe par les points où la couche d'alumine est la plus faible, c'est-à-dire où la concentration en cuivre est la plus forte.

Conclusion. — On peut conclure que la couche d'oxyde ne peut se former que si certains éléments du duralumin sont éliminés plus ou moins complètement à la surface; pour le cas étudié, ces éléments sont d'abord le cuivre

dont la concentration était relativement forte, le silicium et le calcium. Le magnésium n'est que faiblement éliminé de la surface. Le revêtement peut donc être décomposé en deux opérations : d'abord une action sélective de l'électrolyte, puis dépôt proprement dit d'alumine avec le même électrolyte ou avec un autre électrolyte qui n'a pas d'action sélective.

Le résultat sur l'enlèvement du cuivre est en accord avec la suggestion de A. G. C. Gwyer et N. D. Pullen (¹) : dans leur étude micrographique des coupes de couches d'alumine formées sur des alliages aluminium-cuivre, ces auteurs pensent en effet qu'il doit y avoir remplacement des composés cuivreux par un oxyde d'aluminium.

SPECTROMÉTRIE. — *Spectres d'absorption infrarouges des dérivés chlorés du méthane.* Note (²) de M. **Constant Corin**, présentée par M. J. Perrin.

Nous avons montré (³) avec M. Herry que le méthane liquide présente entre $0^{\mu},8$ et $2^{\mu},7$, 11 bandes qui sont des harmoniques ou combinaisons des 4 fréquences fondamentales.

Par la même technique nous avons étudié les quatre dérivés chlorés du méthane. Presque toutes les bandes du méthane se retrouvent pour ces composés, et l'on observe en plus des bandes nouvelles. Nous trouvons en effet, pour le chlorure de méthyle, 15 bandes dont les positions sont les suivantes :

$0^{\mu},87$; $1^{\mu},00$; $1^{\mu},15$; $1^{\mu},26$; $1^{\mu},38$; $1^{\mu},47$; $1^{\mu},70$; $1^{\mu},87$; $1^{\mu},94$; $1^{\mu},99$; $2^{\mu},12$; $2^{\mu},19$; $2^{\mu},27$; $2^{\mu},43$; $2^{\mu},49$;

pour le chlorure de méthylène, 15 bandes :

$0^{\mu},87$; $1^{\mu},00$; $1^{\mu},15$; $1^{\mu},23$; $1^{\mu},40$; $1^{\mu},52$; $1^{\mu},59$; $1^{\mu},65$; $1^{\mu},72$; $1^{\mu},76$; $1^{\mu},89$; $2^{\mu},12$; $2^{\mu},24$; $2^{\mu},37$; $2^{\mu},57$;

et pour le chloroforme, 18 bandes :

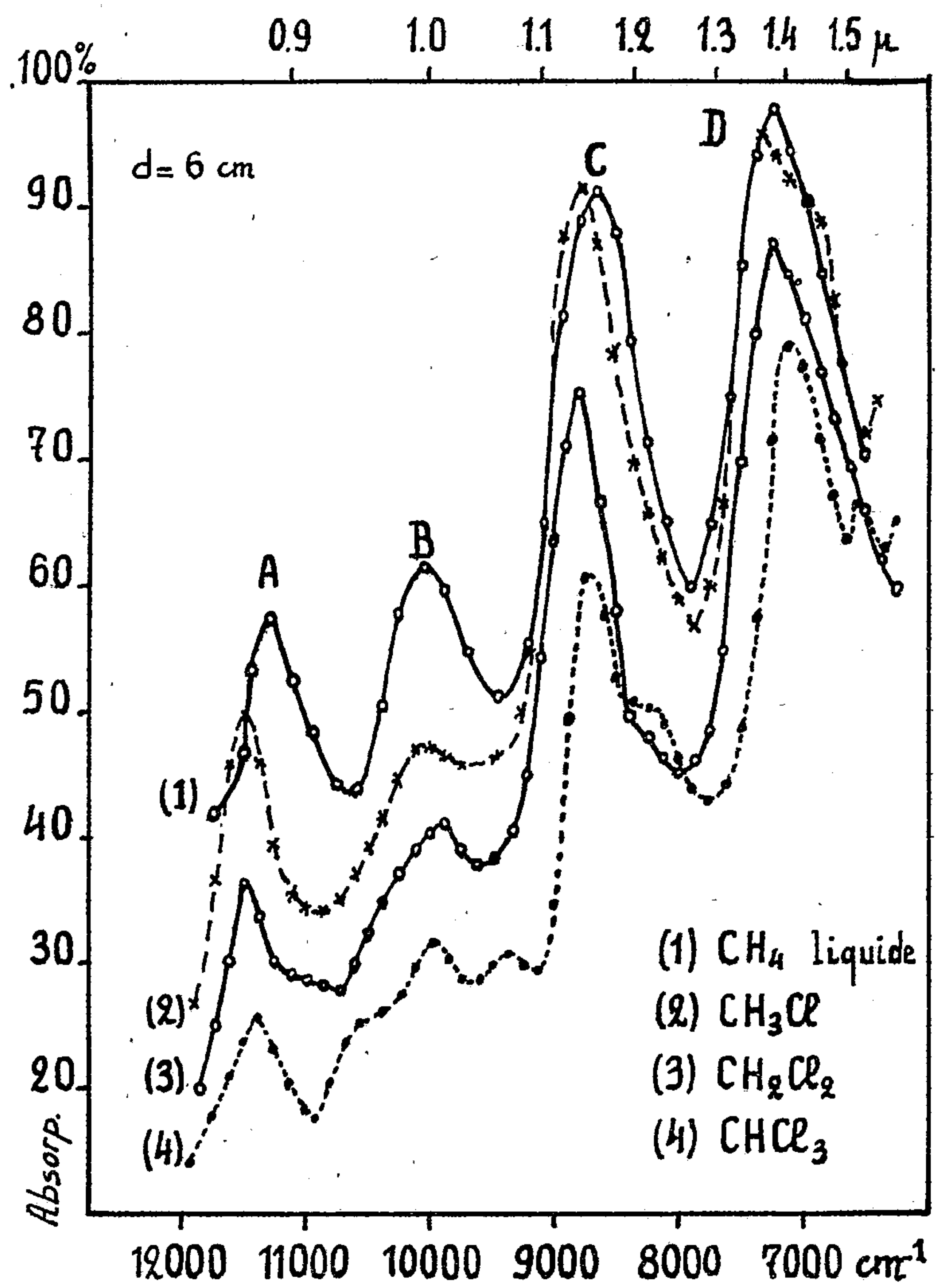
$0^{\mu},87$; $0^{\mu},96$; $1^{\mu},00$; $1^{\mu},07$; $1^{\mu},15$; $1^{\mu},23$; $1^{\mu},40$; $1^{\mu},54$; $1^{\mu},70$; $1^{\mu},80$; $1^{\mu},84$; $1^{\mu},96$; $2^{\mu},01$; $2^{\mu},06$; $2^{\mu},19$; $2^{\mu},33$; $2^{\mu},51$; $2^{\mu},58$;

(¹) *Rev. Métal.*, 32, 1935, p. 658-667.

(²) Séance du 24 février 1936.

(³) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 41.

Le tétrachlorure de carbone ne présente aucune bande dans cette région. Rappelons que le méthane présente 4 vibrations fondamentales, le chlorure de méthyle et le chloroforme en présentent 6 et le chlorure de méthylène 9.



Nous avons réussi à classer presque toutes les bandes de ces dérivés comme harmoniques et combinaisons des fréquences fondamentales.

Si l'on remplace dans le chloroforme l'atome H par le groupe NO^2 on ne trouve plus les bandes du chloroforme, mais on obtient 7 nouvelles bandes; elles appartiennent au groupe CNO^2 puisqu'on les observe également dans le tétranitrométhane :

CCl^3NO^2 (μ)..........	1,42	1,71	1,78	2,09	2,24	2,38	2,59
$C(NO^2)^4$ (μ)..........	1,40	1,70	1,79	2,08	2,24	2,41	2,55

On voit sur la figure que l'intensité d'absorption est d'autant plus faible qu'il y a moins de groupes CH dans la molécule. Ce résultat nouveau permet de rattacher l'intensité des bandes à la structure et à la constitution des molécules.

On doit comparer l'intensité d'absorption avec le nombre de groupes CH qui se trouvent dans le même volume du liquide. Pour calculer ces nombres il faut connaître la densité du liquide; nous avons déterminé celle du méthane liquide, elle est égale à 0,44 à la température de -161°.

Pour comparer les intensités d'absorption nous avons, pour le moment, examiné seulement les proportions absorbées et non les coefficients d'absorption.

Pour les deux premières bandes, situées vers $0^\mu,88$ et $1^\mu,00$, on trouve les résultats suivants :

	CH^4.	CH^3Cl.	CH^2Cl^2.	$CHCl^3$.	C^6H^{14}.
Bande $0^\mu,88$ (%).......	58	51	38	27	55
Bande $1^\mu,00$ (%).......	62	47	42	32	50
Nombre de CH........	110	60	32	13,4	106,4

Ces chiffres montrent un parallélisme entre le nombre de liaisons CH et l'intensité d'absorption des bandes, mais il n'y a pas proportionnalité.

Le tableau précédent contient également, en dehors des dérivés chlorés du méthane, les valeurs pour l'hexane dont le spectre est comparable à celui du méthane.

RADIOCHIMIE. — *Influence de la température sur l'effet photoélectrique de contact métal-oxyde cuivreux.* Note de M. **Jean Roulleau**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait depuis longtemps [1] que les cellules photoélectriques autoémettrices à l'oxyde cuivreux sont très sensibles à l'influence de la température. Le photopotentiel croît constamment quand celle-ci s'abaisse de $+75$ à -200°C. Mais les valeurs du coefficient de température qu'on

(1) H. Teichmann, *Zeit. Phys.*, 65, 1930, p. 709; B. Lange, *Phys. Zeit.*, 31, 1930, p. 964; W. Schottky, *Phys. Zeit.*, 32, 1931, p. 833.

peut déduire de cette variation, changent d'un échantillon à l'autre, ainsi que Lange l'a signalé, et même, pour un échantillon donné, au cours du temps.

Ayant constaté précédemment que la résistance de contact P jouait un rôle prépondérant sur le photopotentiel ε, j'ai recherché comment les caractéristiques $f(\log\varepsilon, \log P)$, qui ont fait l'objet d'une Note récente [1], se modifient quand la température varie. Une telle étude exige que les éléments au Cu^2O soient maintenus à une température aussi constante que possible, car la résistance de contact varie considérablement avec ce dernier facteur. A cet effet, les photoéléments étaient placés dans un tube de laiton enfermé dans une enveloppe de pyrex à double paroi contenant une résistance électrique utilisée comme four auxiliaire; l'ensemble était introduit dans un vase de Dewar contenant, soit de la glace fondante, soit de la neige carbonique. Dans ces conditions, il était possible de régler la température entre $-54°$ et $+72°$C. et de la maintenir constante à $1/10^6$ de degré près environ pendant plusieurs heures. L'uniformité de la température dans l'élément lui-même était contrôlée par l'absence de force électromotrice d'origine thermoélectrique entre les différentes prises de la cellule, dont la description a été donnée antérieurement [2].

L'expérience montre que, lorsque la température s'élève :

1° les courbes $f(\log\varepsilon, \log P)$ se déplacent dans le sens des photopotentiels croissants;

2° la pente de la tangente à ces courbes demeure invariable, pour une résistance de contact donnée, ce qui indique que les courbes subissent uniquement une translation parallèle à l'axe des photopotentiels. Celle-ci n'étant pas proportionnelle à la température, le coefficient de température du photoeffet à résistance de contact constante $\partial\varepsilon/\partial T$ n'est constant que pour un intervalle de températures assez restreint. A titre d'indication, ce coefficient est, au voisinage de la température ordinaire, de l'ordre de 1 pour 100 par degré.

Les anomalies apparentes présentées par le coefficient de température du photopotentiel tel qu'il a été mesuré par Lange et Schottky deviennent alors aisément explicables. Le photopotentiel est en effet fonction de deux variables : d'une part la résistance de contact P, et d'autre part la tempé-

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 231.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 947.

rature T, P étant d'ailleurs lié à T par la loi de Vogt [1]

$$P = P_0 e^{\frac{W}{KT}}. \qquad (1)$$

Par suite, lorsque la température croît :

1° la résistance de contact diminue. En dérivant l'équation (1) on obtient $dP/dT = \beta P$, où β est un paramètre. Mais en outre [2] ε est fonction de P, $\varepsilon = f(P)$. Par suite

$$\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_T = \frac{\partial f}{\partial P}\frac{dP}{dT} = \frac{\partial f}{\partial P}\beta P = \varphi(P);$$

2° d'après ce que nous venons de voir, pour une résistance de contact donnée, ε croît avec T. En nous limitant au cas des températures ordinaires $(\partial\varepsilon/\partial T)_P = a$, a étant une constante. La variation totale du photopotentiel sera donc

$$\frac{d\varepsilon}{dT} = a + \varphi(P) = \psi(P).$$

Ainsi le coefficient de température dépend de P, ce qui explique :

1° que d'une cellule à l'autre, ce coefficient soit différent puisque P n'est pas nécessairement le même;

2° qu'il varie au cours du temps, puisque P lui-même évolue avec ce facteur.

En résumé, les anomalies présentées par le coefficient de température du photopotentiel ne sont qu'apparentes, et il est possible de définir un coefficient de température à résistance de contact constante qui ne dépende que de la température et non de la cellule étudiée.

RADIOCHIMIE. — *Sur les théories de la phosphorescence.* Note de M. Maurice Curie, présentée par M. Jean Perrin.

T. Muto [3] vient de donner une intéressante théorie quantique ondulatoire de la phosphorescence et de la thermoluminescence. Rapportant la phosphorescence à l'existence d'un état métastable de l'atome étranger,

---

(1) Vogt, *Ann. der Phys.*, 7, 5e série, 1930, p. 183.

(2) J. Roulleau, *loc. cit.*

(3) *Sc. Pap. Inst. Phys. Chem. Research Tokyo*, nos 613, 614, décembre 1935, janvier 1936.

comme l'a proposé Jean Perrin, et se servant de la théorie de A. H. Wilson des corps semi-conducteurs, T. Muto retrouve l'allure complexe des courbes de décroissance de la phosphorescence en fonction du temps obtenues par Lenard et ses collaborateurs, et aussi l'allure générale du comportement en fonction de la température.

Les calculs n'ont pu être suivis que pour des modèles simplifiés. Toutefois, la substance phosphorescente (CaS, ZnS, etc.) paraît s'éloigner beaucoup d'une conception simpliste, et, dans un schéma même simplifié, il faut tenir compte d'un certain nombre de faits expérimentaux indéniables. Je crois utile de rappeler ici les principaux de ces faits, avec quelques remarques complémentaires.

1° La fluorescence brève ne s'accompagne pas d'effet photo-électrique extérieur. Cet effet s'observe dans l'ultraviolet avec des maxima correspondant aux bandes sélectives d'excitation de la phosphorescence de longue durée (bandes *d* de Lénard). Il n'existe qu'en présence de phosphorogène. La conductibilité électrique fait aussi apparaître l'existence de ces maxima.

2° Dans un même sulfure, les bandes *d* sont recouvertes par la très large bande d'excitation de la fluorescence. Les bandes *d* ne paraissent guère dépendre de la nature du métal phosphorogène (métal commun ou terre rare), elles sont au contraire sensiblement les mêmes pour un même diluant; l'absorption correspondante n'apparaît cependant qu'avec l'addition phosphorogène. Il doit donc s'agir ici d'électrons se trouvant sur des niveaux discrets du réseau diluant et il semble nécessaire de rapporter l'excitation de la phosphorescence à un mécanisme complexe (transfert d'activation ou choc de seconde espèce).

3° Le métal étranger est certainement engagé dans un complexe photosensible, amenant une perturbation importante dans le réseau. Il faut, à mon avis, redonner ici une importance prépondérante à un domaine spatial assez étroit autour du centre luminogène, et une moins grande importance aux niveaux communs du réseau. En particulier il faut sans doute distinguer d'une part des niveaux énergétiques par rapport au centre luminogène et d'autre part par rapport au proche diluant, ces derniers étant d'ailleurs perturbés par le complexe luminogène.

4° L'état *métastable* d'excitation, pouvant être de durée tout à fait anormale (plusieurs mois ou davantage), doit recevoir une explication spéciale.

5° Il faut rendre compte de l'action *extinctrice* des rayons infrarouges.

J'ai cherché, il y a quelque temps déjà, à introduire dans les conceptions de Lénard, les notions aujourd'hui classiques de niveaux énergétiques, prenant le point de vue le plus élémentaire de la théorie quantique ([1]) et assimilant en particulier le sulfure phosphorescent à un corps semi-conducteur à niveaux d'hétérogénéité. Ce point de vue quantique simpliste est évidemment insuffisant, mais il se prête à une représentation imagée, donnant des faits signalés ci-dessus des explications assez nettes et approchant, je crois, la réalité complexe de ces phénomènes dont il sera difficile de rendre compte par un schéma énergétique simple.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Volume moléculaire des liquides normaux.* Note de M. **Raymond Lautié**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai déjà donné ([2]), pour tous les liquides normaux ou à association pratiquement indépendante de la température, la relation simple

$$\frac{P_c V_e}{\theta} = 24, \tag{1}$$

dans laquelle P_c est la pression critique en atmosphères, V_e le volume moléculaire vrai à la température absolue d'ébullition normale, T_e et $\theta = T_c - T_e$ la température caractéristique correspondante ([3]).

Indépendamment de la démonstration alors proposée, on peut la déduire rapidement de la formule classique de Van der Waals $P_c V_c / T_c = \text{const.}$, en remarquant qu'on a à peu près $V_c/V_e = 8/3$ (Lautié) et $T_c - T_e/T_e = 0{,}5$ (Guldberg).

Mais elle a sur la formule de Van der Waals l'avantage de faire appel au volume moléculaire V_e, plus accessible à l'expérience que le volume moléculaire critique V_c.

Elle contient cependant P_c, assez difficile à déterminer, que j'ai pu éliminer dans la formule ci-après :

$$\frac{T_c}{\theta} \log \frac{24\,\theta}{V_e} = \text{const.} = \text{K}. \tag{2}$$

La seule donnée critique que renferme (2) est la température absolue T_c,

---

([1]) Maurice Curie, *Luminescence des corps solides* (Conférences-Rapports, 1934 et *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 142 et 1352.

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 455; *Bull. Soc. chim.*, 2, 1935, p. 722.

([3]) Raymond Lautié, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 932.

assez commode à mesurer. Pour atteindre ce résultat, j'admets avec Van der Waals que le logarithme vulgaire de l'inverse de la pression réduite est une fonction linéaire de l'inverse de la température absolue réduite, s'annulant donc au point critique et dont le coefficient angulaire vaut 3 pour toutes les substances normales. Je remplace P_c de (1) par sa valeur déduite de la remarque précédente. La constante expérimentale K de (2) oscille légèrement autour de la constante théorique égale à 3. En général, elle sera comprise entre 2,9 et 3,1.

Ainsi je trouve pour le benzène $K = 2,94$ et pour le tétrachlorure d'étain $K = 2,97$.

Mais la relation (2) est reliée par la formule des tensions de vapeur de Van der Wals, au théorème des états correspondants, soumis à une large vérification par Young [1], par Amagat [2] et par Raveau [3]. Sa validité sera donc celle de ce dernier. En conséquence, comme celui-ci, non seulement elle ne s'appliquera pas aux liquides polymérisés (eau, alcool éthylique), mais encore aux corps normaux à poids moléculaire trop faible (hydrogène), contenant très peu d'atomes dans la molécule (oxygène, azote, enfin les gaz monoatomiques).

Les conditions de validité sont le plus souvent remplies par les fluides dont la température absolue critique dépasse 300°K., c'est-à-dire par les liquides normaux les plus usuels.

Les quelques exemples qui suivent confirment les conditions précédentes :

Hydrogène (H^2).	Argon (Ar).	Alcool éthylique (C^2H^5OH).	Eau (H^2O).
$K = 1,65$	$K = 2,37$	$K = 3,56$	$K = 3,56$

Pour les gaz rares, pour les molécules légères ou à très peu d'atomes, K est très inférieur à 3. Pour les molécules obéissant aux conditions de validité de (2), K est toujours supérieur à 3, si elles sont associées. En conséquence, la nouvelle formule, bien que moins générale que la relation (1), fixera sans ambiguïté sur l'état moléculaire d'un liquide pur admettant une température critique absolue supérieure à 300°K.

---

(1) *Phil. Mag.*, 33, 1892, p. 153.
(2) *Comptes rendus*, 123, 1896, p. 30.
(3) *Journ. Phys.*, 6, 1897, p. 432.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la pression du gaz environnant sur les luminosités qui accompagnent la détonation des explosifs.* Note ([1]) de MM. Albert Michel-Lévy et Henri Muraour, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étudié l'influence qu'exerce la pression du gaz environnant sur l'intensité des phénomènes lumineux. Les essais ont été exécutés en photographiant la détonation d'un collier de granules d'azoture de plomb ([2]) placé dans un récipient en acier muni à sa partie supérieure d'une glace transparente. *Dès les premiers essais nous avons constaté que l'augmentation de pression a pour effet de diminuer considérablement l'intensité des phénomènes lumineux.*

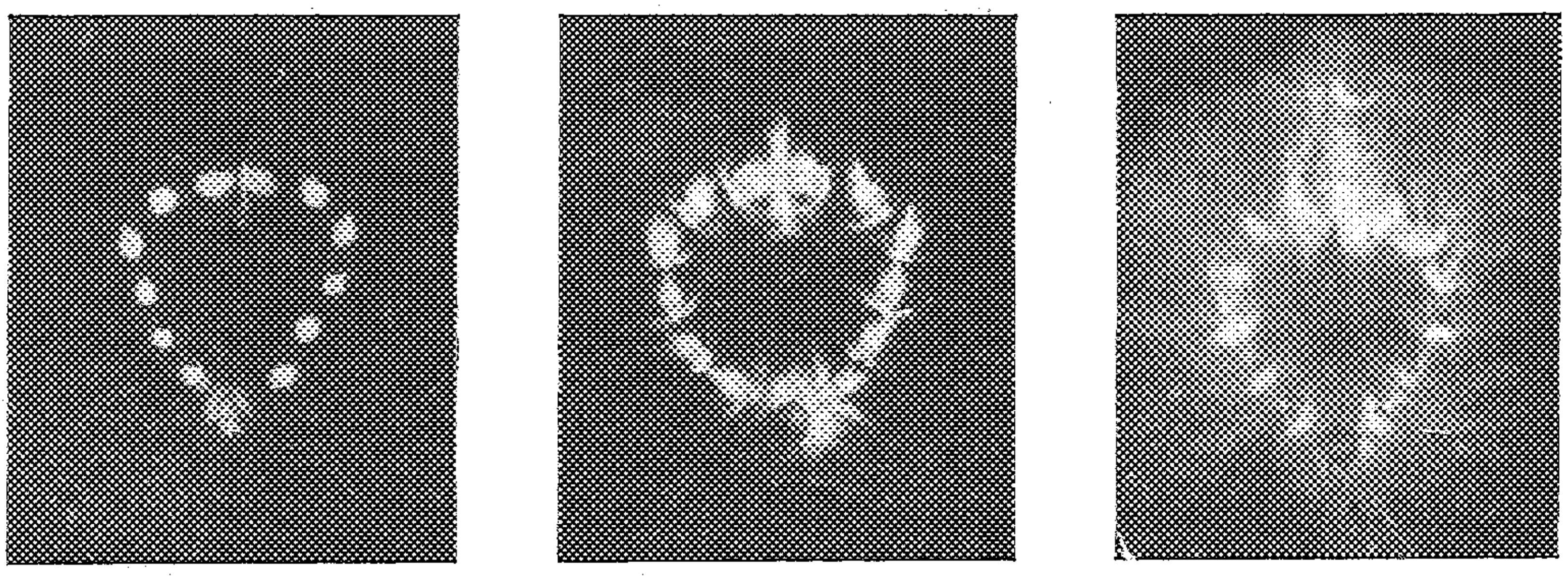


Fig. 1. $22^{kg},5$ par cm^2. — Fig. 2. Détonation dans l'argon (grandeur naturelle). Pression atmosphérique. — Fig. 3. 10^{mm} Hg.

On a photographié entre autres (*fig.* 2) la détonation dans l'argon à la pression atmosphérique et (*fig.* 1) la détonation dans l'argon sous une pression de 22,5 kg/cm^2. Le même phénomène a été observé en opérant, soit avec l'azote, soit avec l'acide carbonique; il semble général pour tous les gaz. A pressions égales les différences antérieurement observées dans les luminosités subsistent. *Nous avons en outre constaté que la transmission de la détonation de granule à granule se fait avec d'autant plus de difficultés que la pression du gaz environnant est plus élevée;* de plus, à pression égale, cette transmission paraît s'effectuer plus facilement

([1]) Séance du 24 février 1936.

([2]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1499.

dans l'argon que dans l'acide carbonique (gaz dont cependant les densités sont très voisines); c'est ainsi que nous avons obtenu les résultats suivants :

Distance entre les granules : 5^{mm}.

Argon à la pression ordinaire : détonation complète du collier.
Argon à 60 kg/cm² : détonation incomplète du collier.

Distance entre les granules : 3^{mm}.

Argon à 40 kg/cm² : détonation incomplète du collier.
Argon à 30 kg/cm² : détonation complète du collier.
Acide carbonique à 50 kg/cm² : seul le granule allumé par le fil rougi détone.
» 30 » : détonation incomplète du collier.
» 22 » : détonation incomplète du collier.
» 11 » : détonation complète.

Distance entre les granules : 1^{mm}.

Acide carbonique à 48 kg/cm² : détonation complète.

Il est important de remarquer que, dans cette dernière expérience et malgré la détonation de tous les granules, *la plaque photographique n'a enregistré qu'une luminosité à peine perceptible.*

Dans toutes les expériences exécutées sous pression, on constate que le dépôt de plomb est d'autant plus localisé que la pression est plus élevée. Sous les pressions les plus fortes, 50 à 60 kg/cm², le diamètre du dépôt de plomb formé sur la calle de verre servant de support au collier d'azoture est à peine supérieur au diamètre du granule avant la détonation; aucun dépôt de plomb n'est observé sur les parois du récipient.

Si, au lieu d'opérer sous des pressions supérieures à la pression atmosphérique, on opère sous des pressions progressivement décroissantes, on observe, sur les clichés, à partir des pressions voisines de 10 à 20^{mm} de mercure, un nuage lumineux (*fig.* 3). On constate en même temps la formation sur les parois du récipient et en particulier sur le couvercle, d'un léger dépôt de plomb finement divisé. Le nuage lumineux n'a pas son origine dans une luminosité générale de l'atmosphère du récipient, c'est une luminosité de choc produite au contact de la glace formant couvercle (la distance entre cette glace et l'explosif est de 99^{mm}). En opérant sur $0^{g},1$ d'azoture de plomb, dans un récipient de grande dimension, sous un vide de quelques centièmes de millimètre, nous avons pu, dans certaines conditions, observer cette luminosité de choc sur une paroi située à 400^{mm} de l'explosif.

Ces faits d'observation sont à rapprocher des résultats obtenus au

Chem. Techn. Reichsanstalt de Berlin [1]. En photographiant sur tambour tournant la détonation dans le vide de divers explosifs placés à l'extrémité de tubes de verre de grande longueur ($1^m,50$) on a pu mettre en évidence un phénomène lumineux se propageant dans le tube à une vitesse considérable (variant suivant la nature de l'explosif de 6200^m à 16200^m par seconde); une luminosité particulièrement intense et dont la persistance est notable, étant enregistrée au moment ou se produit le choc contre l'extrémité du tube opposée à la charge d'explosif.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La loi du noircissement des plaques photographiques par les ultrasons.* Note [2] de M. **Néda Marinesco**, présentée par M. Jean Perrin.

Le noircissement des plaques photographiques par la lumière suit la loi de Hurter et Driffield. En portant en ordonnées les opacités et en abscisses les logarithmes du temps d'éclairage à intensité constante, on obtient une courbe comprenant une partie rectiligne (dite d'exposition normale), se raccordant avec deux parties courbées dont l'une (de sous-exposition) correspond aux poses brèves, et l'autre (de surexposition) aux poses très longues. Le coefficient angulaire de la partie rectiligne représente le facteur de contraste de l'émulsion considérée; celui-ci augmente avec la concentration du révélateur, mais tend vers une valeur limite.

J'ai montré [3] que les plaques photographiques sont impressionnées par les ultrasons. Je me propose de montrer que le noircissement ainsi obtenu obéit encore à une loi analogue à celle de Hurter et Driffield.

La plaque est introduite dans une boîte métallique étanche à la lumière, mais transparente pour les ultrasons; un liquide la baigne et sert de milieu de propagation aux ondes élastiques. La direction de propagation de ces dernières fait un angle de 41° avec la couche sensible. Un dispositif thermostatique assure une température constante de 14°C. La source d'ultrasons est un quartz piézoélectrique de 6^{cm} de diamètre fonctionnant sur la fréquence de 625000 cycles/seconde avec une amplitude moyenne de $0,4.10^{-5}$ cm et une intensité de rayonnement de 18.10^6 ergs/seconde par

(1) *Jahresbericht*, 6, 1927, p. 95.

(2) Séance du 10 février 1936.

(3) N. Marinesco et M. Reggiani, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 548; N. Marinesco, *Communication Soc. Chim. physique*, 27 novembre 1935.

centimètre carré de surface émettrice. J'ai fait varier le temps d'exposition de quelques minutes à 10 heures. Les liquides transmettant l'ultrason à la plaque étaient de l'eau distillée, du révélateur au génol-hydroquinone concentré ou dilué deux fois et demi, à 3 pour 1000 de KBr, afin d'éviter le voile chimique. Les plaques exposées dans l'eau étaient développées pendant 8 minutes au révélateur bromuré, puis fixées normalement. Toutes les opérations ont été faites dans l'obscurité complète afin d'éviter la moindre impression par la lumière.

Le noircissement obtenu n'est pas rigoureusement uniforme, car, par suite de l'hétérogénéité du quartz, le faisceau d'ultrason n'a pas la même amplitude partout dans le plan de l'onde; d'autre part on ne peut pas éviter le

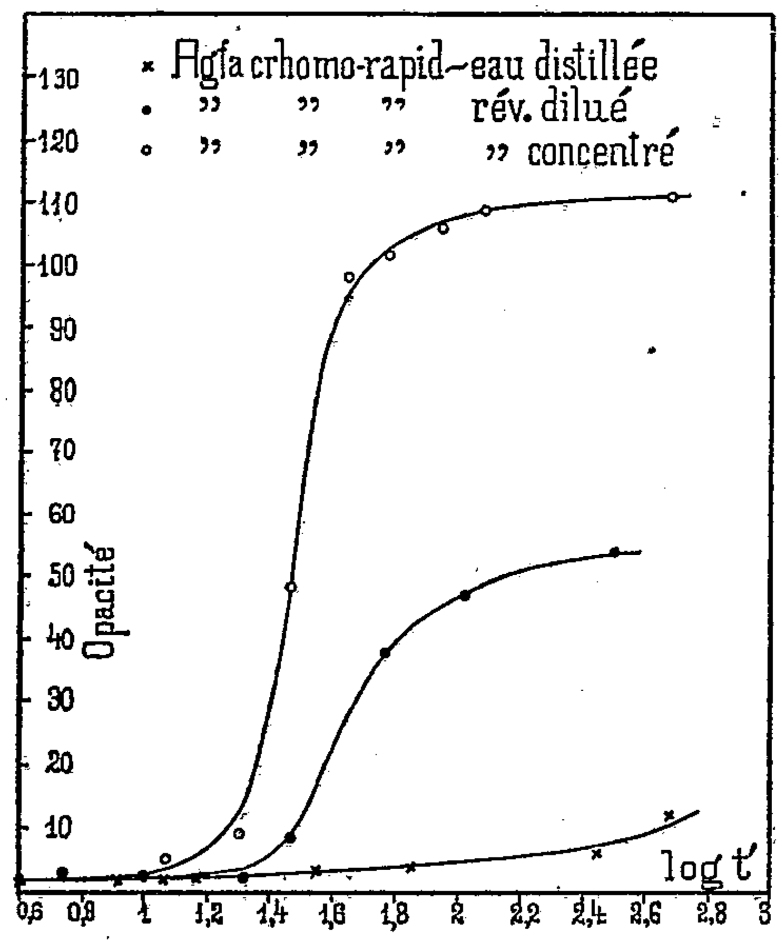


Fig. 1.

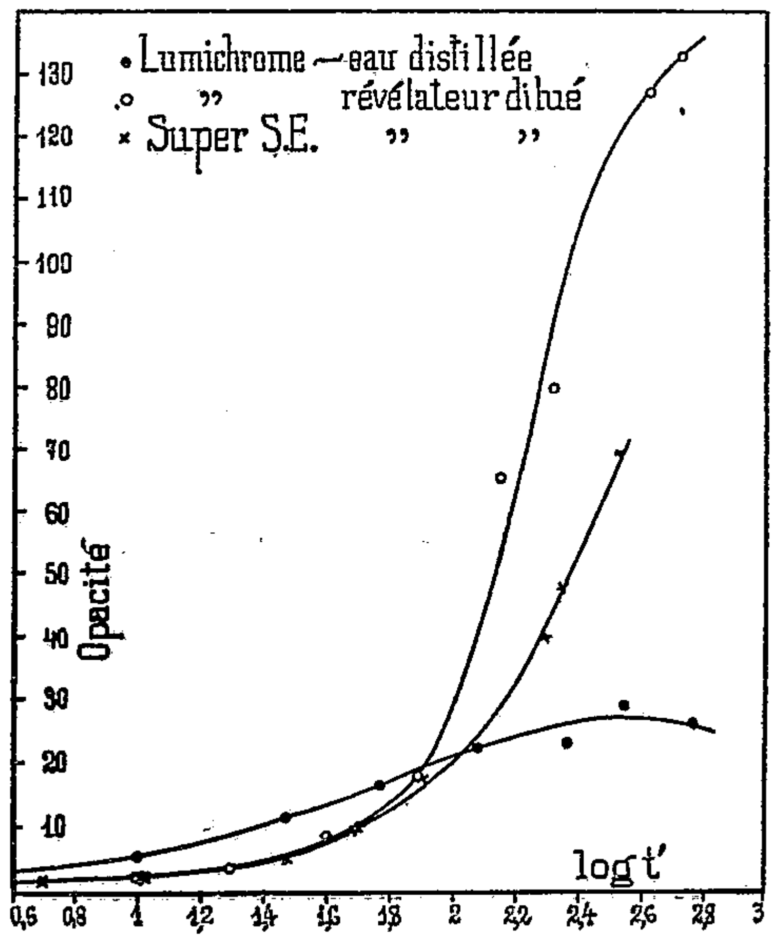


Fig. 2.

régime stationnaire qui donne des franges plus ou moins nettes sur les plaques. J'ai donc mesuré les opacités avec un photomètre à large plage et substitué à l'œil une cellule photoélectrique au sélénium de 37^{mm} de diamètre. De la sorte on obtient le noircissement moyen.

Les courbes 1 et 2 représentent quelques-uns des résultats obtenus. En ordonnées sont portées les opacités (rapport de la lumière incidente à la lumière transmise) et en abscisses les logarithmes du temps en minutes d'exposition. D'une manière générale les courbes de noircissement obtenues ont le même aspect que celles qu'aurait données la lumière, c'est-à-dire

qu'elles contiennent : 1° une région de sous-exposition; 2° une région de pose correcte; et 3° une région de sur-exposition. En outre, on retrouve la variation du facteur de contraste qui augmente avec la concentration du révélateur, comme le ferait la lumière. Enfin le comportement de l'eau est assez curieux; bien que suffisamment noires (opacités plus grandes que 10), les plaques exposées dans ce liquide indiquent toujours une sous-exposition. Cela paraît encore en accord avec les faits constatés à la lumière, divers auteurs ayant signalé l'eau comme désensibilisateur pour l'image latente préalablement formée. Toutefois les plaques Lumichrome donnent, dans les mêmes conditions, une opacité nettement plus grande que dans le révélateur. Mais il se peut qu'il y ait eu une différence de fabrication dans les émulsions respectives, car les trois séries de plaques Agfa (*fig.* 1) prises dans un même lot ne montrent pas ce phénomène.

Ces résultats, qui seront discutés ailleurs, montrent d'une manière saisissante qu'il y a identité entre l'action photochimique de la lumière et celles des ultrasons. On est obligé d'admettre qu'il peut y avoir activation des molécules par choc mécanique, tout aussi bien que par absorption d'un quantum lumineux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les deuterhydrates de krypton et de xénon.* Note [1] de M. **Marcel Godchot**, M[lle] **Germaine Cauquil** et M. **Raymond Calas**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les recherches de Villard sur l'argon [2] et celles de de Forcrand sur le krypton et le xénon [3] ont établi que ces gaz pouvaient donner avec l'eau des hydrates qui possèdent approximativement 6^{mol} d'eau.

Nous avons repris les expériences de de Forcrand, en substituant l'eau lourde à l'eau ordinaire; nous avons réalisé la formation des deutérhydrates de krypton et de xénon avec OD^2 et ces combinaisons ont la composition $Kr + 6OD^2$ et $Xe + 6OD^2$.

L'eau lourde utilisée était à 99,2 pour 100 et avait pour densité $d_{4°}^{20°} = 1,1049$. Le krypton et le xénon nous ont été fournis par M. Lepape. Le mode opératoire est absolument identique à celui indiqué par de Forcrand et c'est le même outillage que nous avons utilisé.

---

(1) Séance du 10 février 1936.
(2) *Comptes rendus*, 123, 1896, p. 377.
(3) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 355 et 181, 1925, p. 15.

A. Avec le krypton nous avons obtenu directement les tensions suivantes :

	3°.	5°.	7°.	8°,3.	9°.	11°,7.
Atmosphères	20	25	31	34	35	51

ce qui permet de calculer les chaleurs de formation suivantes (à l'aide de la formule de Clapeyron) :

	3°.	5°.	7°.	9°.	11°.	13°.	15°.	17°.	Moy.
Atm	20	25	31	36	47	58	73	87,8	
Cal	15,35	16,73	15,21	17,51	16,82	16,11	16,34		16,29

La courbe prolongée au-dessous de 0° donnerait une tension de 760^{mm} à 248°,1 abs., ce qui permet de fixer la chaleur de formation à partir de l'eau solide à 7^{Cal},443. La différence entre 16^{Cal},29 et 7^{Cal},443, soit sensiblement 8^{Cal},85, correspond à la solidification des *n* molécules d'eau lourde entrant dans la combinaison $Kr + nOD^2$. On trouve ainsi que *n* serait égal à 5,86, en prenant 1^{Cal},51 pour la chaleur de solidification de OD^2. Il s'agit donc d'un deutérhydrate à 6 OD^2.

B. Avec le xénon nous avons obtenu directement les tensions suivantes :

	6°.	10°.	12°.	15°.	18°.	20°.
Atmosphères	2	4	5	7	10	12,5

ce qui permet d'établir le tableau suivant :

	2°.	4°.	6°.	8°.	10°.	12°.	14°.	16°.	18°.	Moy.
Atm	1,72	2,11	2,58	3,25	4,07	5	6,27	7,76	9,95	-
Cal	15,76	16,90	17,49	17,74	16,69	18,02	17,83	17,40		17,22

La courbe prolongée au-dessous de 0° donnerait une tension de 760^{mm} à 270° abs. Ces résultats fixent la chaleur de formation à partir de l'eau solide à 8^{Cal},10, ce qui nous donne, dans la formule $Xe + nOD^2$, une valeur expérimentale de *n* égale à 6,03 et prouve l'existence du deutérhydrate à 6^{mol} d'eau lourde.

Si nous comparons tous ces résultats à ceux indiqués par de Forcrand, nous constatons qu'il y a pas entre eux de différence très sensible, tout au moins décelable avec certitude à l'aide de la méthode utilisée.

Le seul point qui nous paraît intéressant est de constater que l'eau lourde se comporte comme l'eau ordinaire vis-à-vis de ces gaz à valence nulle et que les combinaisons obtenues, soit avec OH^2, soit avec OD^2, appartiennent à une classe d'hydrates peu stables pouvant être représentés par la constitution $M + 6OH^2$ ou $M + 6OD^2$.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude des phosphates ferriques anhydres aux rayons X.* Note [1] de M. **Paul Brasseur**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai signalé [2] l'existence de l'orthophosphate ferrique anhydre, en étudiant aux rayons X, par la méthode Debye et Scheerer, les produits préparés par chauffage à 800° de solutions d'alun ferrique ammoniacal et de phosphate d'ammonium.

La même technique a été étendue à des mélanges de plus en plus riches en acide phosphorique. Les diagrammes obtenus ont été comparés aux diagrammes donnés par les phosphates qu'ont décrits les auteurs précédents.

Métaphosphate ferrique. — En attaquant au-dessus de 200° le sesquioxyde de fer par l'acide phosphorique, Hautefeuille et Margottet [3] ont préparé différentes variétés de métaphosphates anhydres cristallisées répondant toutes à la formule $(P^2O^5)^3, Fe^2O^3$. La forme des cristaux dépend de la température à laquelle ils se sont formés :

De 200 à 250°, prismes courts (variété A);

De 250° au rouge naissant, fuseaux (variété B);

Au-dessus du rouge, prismes allongés (variété C).

D'autre part les mêmes auteurs [4] en dissolvant l'oxyde ferrique dans l'acide métaphosphorique fondu ont précipité un autre métaphosphate $(P^2O^5)^3, Fe^2O^3$ en longs prismes vert pâle terminés par des pointements à quatre faces (variété D); j'ai recommencé leurs expériences et examiné tous ces phosphates aux rayons X. Seule, la variété A donne un diagramme particulier; les variétés B, C, D, ainsi que les produits de calcination des métaphosphates hydratés donnent exactement le même diagramme. Ce dernier se retrouve encore identique lorsqu'on chauffe à 800° des masses dont la composition est voisine de celle du métaphosphate; j'ai préparé ces masses par évaporation de solutions connues d'alun de fer et d'ammonium et de phosphate d'ammonium.

Pyrophosphate. — Lorsque la proportion de P^2O^5 décroît, il apparaît des raies appartenant à un nouveau diagramme qui est seul visible pour

(1) Séance du 17 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2182.

(3) *Comptes rendus*, 106, 1888, p. 136.

(4) *Comptes rendus*, 96, 1883, p. 850.

les compositions voisines de $3P^2O^5$ pour $2Fe^2O^3$ correspondant au pyrophosphate $(P^2O^5)^3(Fe^2O^3)^2$ ou $(P^2O^7)^3Fe^4$.

Aucun diagramme caractéristique ne correspond au phosphate $(P^2O^5)^2Fe^2O^3$ que Millot [1] a préparé, soit en calcinant

$$(P^2O^5)^2Fe^2O^3, 8H^2O,$$

soit en attaquant un sel ferrique par P^2O^5. Pour cette composition je n'ai obtenu qu'un diagramme de mélange (méta et pyrophosphate).

Orthophosphate. — Lorsque la composition du mélange est franchement inférieure à celle du pyrophosphate on voit apparaître le diagramme de l'orthophosphate.

Phosphate basique. — Lorsque la proportion de P^2O^5 continue à décroître, il apparaît, mêlées aux diagrammes de PO^4Fe et de Fe^2O^3, déjà signalés et que j'ai examinés depuis au microphotomètre, deux lignes particulières. Ces dernières se présentent nettement pour la composition $(P^2O^5)(Fe^2O^3)^2$. Ces produits basiques, d'ailleurs hétérogènes au microscope, sont facilement et entièrement solubles dans l'acide chlorhydrique; ce qui semble indiquer l'existence d'un phosphate basique mélangé à l'orthophosphate et au sesquioxyde de fer.

Ce travail aurait confirmé les travaux d'Hautefeuille et Margottet concernant les métaphosphates ferriques anhydres, si les variétés B, C, D, avaient donné des diagrammes différents. De plus, je n'ai pas constaté de points de transformation entre ces formes, ce qui me fait fortement douter de leur individualité. Les cinq variétés que ces auteurs ont signalées doivent donc se réduire à deux. Je n'ai pu obtenir aucun diagramme confirmant l'existence du phosphate $(P^2O^5)^2Fe^2O^3$ cité par Millot. Par contre un diagramme caractéristique correspond au pyrophosphate ferrique anhydre, dont l'existence n'a pas encore été nettement affirmée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Déshydratation de quelques niobates de sodium.* Note [2] de M. **Pierre Süe**, présentée par M. Marcel Delépine.

En vue d'apporter quelques précisions sur les niobates de sodium

$$6Nb^2O^5.7Na^2O.32H^2O \quad \text{et} \quad Nb^2O^5.Na^2O.7H^2O \quad (^3),$$

(1) *Comptes rendus*, 82, 1876, p. 89; *Bull. Soc. chimique*, 22, 1874, p. 243.

(2) Séance du 17 février 1936.

(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1326.

j'ai examiné leur déshydratation. Cette étude a été effectuée au moyen des trois techniques ci-dessous :

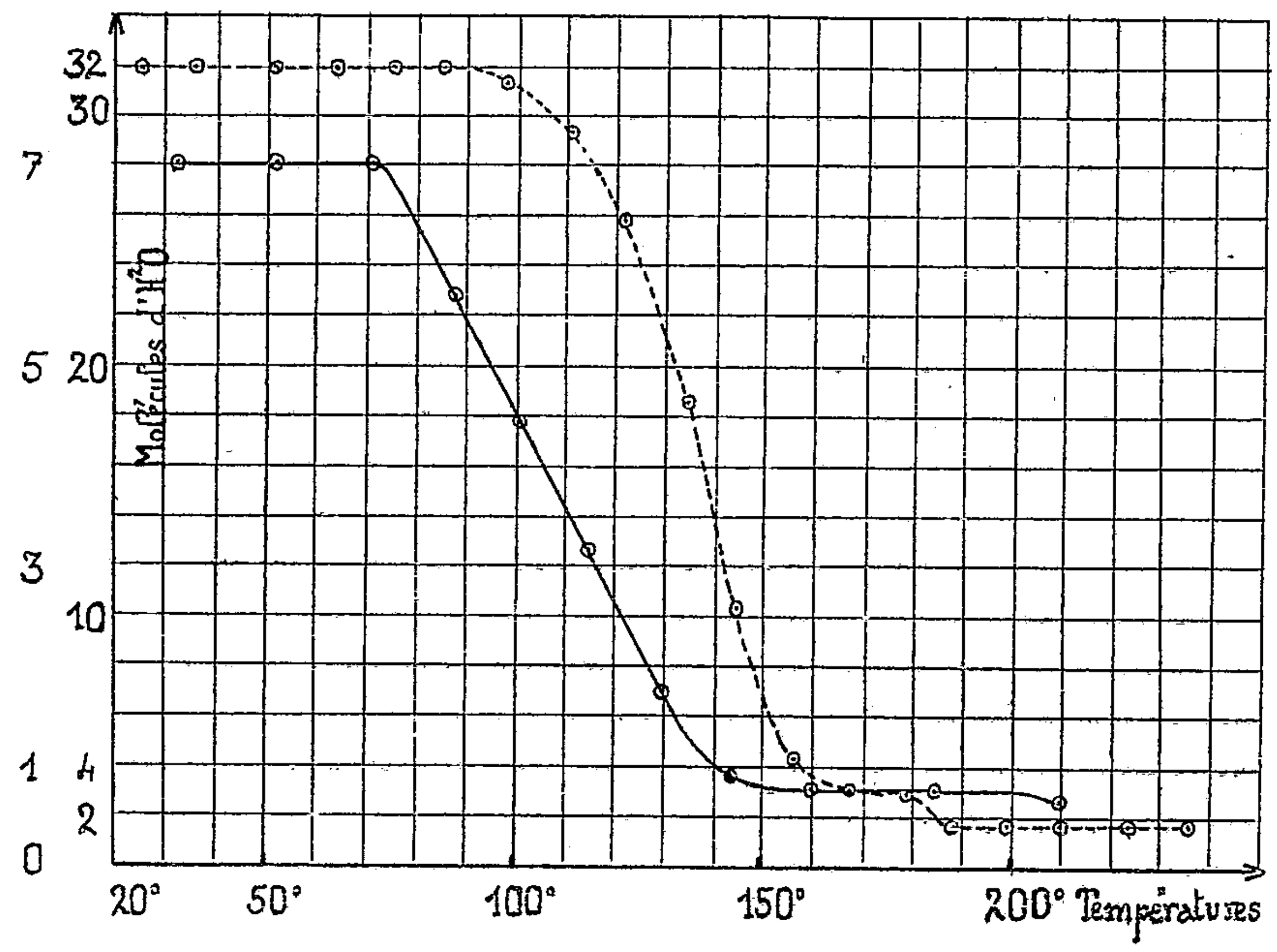
a, par la méthode d'échauffement à température linéairement croissante de Guichard;

b, par la détermination des pertes de poids en eau à différentes températures constantes;

c, par les variations de poids éprouvées sous pression réduite, à la température ordinaire, en présence d'acide sulfurique concentré.

Voici les résultats obtenus :

Déshydratation du niobate $6Nb^2O^5 . 7Na^2O . 32H^2O$. — *a*. Par le procédé M. Guichard ([1]), ce sel subit une déshydratation rapide à partir



d'environ 80°; vers 150° un ralentissement dans la courbe manifeste le passage par le premier hydrate correspondant à $4H^2O$. Le second hydrate à $2H^2O$ apparaît vers 180°, et le long palier qui lui correspond montre sa grande stabilité (voir la courbe pointillée).

b. Pour préciser les zones de stabilité de ces hydrates, les pertes de poids en eau furent déterminées à différentes températures. A 60°, l'hydrate

([1]) *Bull. Soc. Chim.*, 37, 1925, p. 62, 251, 381 et 39, 1926, p. 1113.

à $32H^2O$ est encore pratiquement stable; mais à 80°, la déshydratation commence à être importante, et jusqu'à 110° on a le composé à $4H^2O$. Entre 135 et 190° le sel à $2H^2O$ se forme. Le départ de l'eau se fait ensuite lentement, puisqu'à 270° le niobate retient encore sensiblement $1H^2O$. Pour avoir le sel anhydre il est nécessaire de calciner.

c. La déshydratation dans le vide s'effectue très lentement; en 8 mois, le niobate retient 5,85 H^2O et semble tendre vers l'hydrate à $4H^2O$.

Déshydratation du niobate $Nb^2O^5.Na^2O.7H^2O$. — Smith et van Haagen [1] constatèrent que par séchage au bain-marie, ce sel perdait environ $5H^2O$, et ils limitèrent leurs recherches à ce résultat.

a. Dans les mêmes conditions que précédemment, c'est-à-dire pour une vitesse d'échauffement de 50° à l'heure, on manifeste une déshydratation rapide et linéaire, jusqu'à l'apparition d'un long palier correspondant à l'hydrate à $1H^2O$; ensuite, cet hydrate ne perd plus son eau que très lentement (voir la courbe pleine).

b. L'hydrate à $7H^2O$ est stable jusqu'à 40°, et 110° est la limite d'existence du $1H^2O$; à 150° de l'eau reste encore solidement fixée, les quantités trouvées dans plusieurs expériences sont comprises entre 0,3 et 0,55 H^2O. Il faut calciner pour obtenir le sel anhydre.

c. Après une centaine d'heures dans le vide la teneur en eau correspond à $1^{mol},04$; elle n'a sensiblement pas varié au bout de 300 heures (0,95 H^2O), ce qui montre la stabilité de l'hydrate à $1H^2O$.

Il résulte de cette étude, que le double contrôle obtenu par la méthode Guichard et par les pertes de poids à températures constantes, indique pour le sel $6Nb^2O^5.7Na^2O.32H^2O$ la formation de deux hydrates intermédiaires $6Nb^2O^5.7Na^2O.4H^2O$ et $6Nb^2O^5.7Na^2O.2H^2O$ entre le sel complètement hydraté et le sel anhydre.

Pour le second niobate, les trois méthodes employées concourent à manifester l'existence de l'hydrate $Nb^2O^5.Na^2O.1H^2O$.

---

(1) *J. Am. Chem. Soc.*, 37, 1915, p. 1783.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les variétés allotropiques du protoxyde de plomb.* Note de MM. **Édouard Rencker** et de **Marc Bassière**, présentée par M. G. Charpy.

Plusieurs auteurs [1] ont réussi à mettre en évidence par la méthode de Debye et Sherrer l'existence de deux formes du protoxyde de plomb. Ils les ont désignées par les noms de protoxydes jaune et rouge, nous verrons que ces dénominations sont peu satisfaisantes. Les circonstances de formation de ces deux variétés ni leurs conditions de transformation n'ont été définies. Ce sera là l'objet de la présente Note.

Pour les études dilatométriques, qui reviendront plusieurs fois, nous avons utilisé un appareil déjà employé par l'un d'entre nous [2] comportant un trépied optique amplificateur permettant d'enregistrer les variations de longueur de l'échantillon étudié en fonction de la dilatation d'un étalon. Les réactions chimiques sont alors marquées par une contraction brusque ou par une augmentation de longueur de l'échantillon qui est un bâtonnet moulé à la presse.

L'hydroxyde de plomb, préparé par précipitation d'un sel de plomb par un alcali, se décompose quand on le chauffe à l'air vers 130° en donnant un corps pulvérulent jaune orangé qui est du protoxyde. Nous l'appellerons PbOα. Cette décomposition se traduit au dilatomètre par une contraction. Le carbonate de plomb obtenu par précipitation d'un sel de plomb par le carbonate d'ammonium donne du protoxyde à partir de 260°. Ce produit présente exactement le même aspect que le précédent; il possède le même diagramme de Debye et Sherrer. Sur ce point nous sommes en désaccord avec Le Blanc et Eberius qui déclarent préparer ainsi deux variétés différentes de protoxyde.

Si l'on étudie ces produits au dilatomètre, on observe vers 530° une contraction brusque qui marque une transformation, on obtient un protoxyde jaune citron présentant un diagramme différent, nous appellerons cette variété PbOβ. Si l'on élève encore la température, le protoxyde

---

(1) Dickinson et Friauf, *J. American Chemical Society*, 46, 1924, p. 2457; Darbyshire, *J. Chemical Society*, 1932, p. 211; Le Blanc et Eberius, *Z. für Physikalische Chemie*, A, 160, 1932, p. 69.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 131. Ce dispositif sera décrit prochainement dans un autre Recueil.

présente un retrait continu, prend une coloration plus foncée sans qu'il y ait de modification du diagramme. Par solidification du protoxyde fondu on recueille également un corps jaune foncé qui est du PbOβ. Les variétés α et β ainsi définies s'identifient au point de vue des diagrammes avec les formes rouge et jaune décrites dans les mémoires cités plus haut.

La transformation inverse de PbOβ en PbOα n'a pu être observée par refroidissement lent ou en maintenant le produit pendant plusieurs heures à une température peu inférieure à la température précédente même après avoir essayé d'amorcer par la présence de germes de PbOα. Cette étude ne peut d'ailleurs être faite au dilatomètre qu'à condition de préserver le protoxyde de l'air, car il se produit alors du minium. Cette dernière réaction se traduit par une augmentation de volume.

Toutes les méthodes de préparation du protoxyde par voie sèche semblent conduire à la variété α, à condition que la température soit inférieure à 530° (¹). Ainsi la décomposition thermique du peroxyde PbO^2 ou du minium Pb^3O^4 ou de l'azotate donnent dans le vide du PbOα. Il est assez curieux de constater que le protoxyde ainsi préparé à partir de l'azotate est de couleur rouge sombre. Dans l'air la décomposition ne se fait qu'à une température plus élevée et donne la variété β.

L'action d'une solution de soude sur l'hydroxyde de plomb en excès est plus complexe. Les réactions qui se produisent dépendent de la concentration de la solution de soude et de la température. On voit en général apparaître successivement deux produits différents. Avec des solutions concentrées (plus de 30 pour 100), à 20°, il se forme rapidement un protoxyde jaune verdâtre, c'est la forme β; si on laisse le produit en contact avec la solution, il se modifie lentement (la transformation totale demande plusieurs jours) en une poudre carmin qui est du protoxyde α. Par ailleurs une solution concentrée de soude provoque la transformation du protoxyde β en protoxyde α carmin; on peut opérer aussi bien sur le protoxyde préalablement porté à haute température.

Conclusions. — Le protoxyde de plomb existe bien sous deux états α et β caractérisés par leurs diagrammes. La transformation thermique du protoxyde α en protoxyde β se faisant brusquement à 530°, nous sommes conduits à penser (bien que cette transformation n'ait pas été réalisée actuellement de façon reversible) que la variété α est stable au-dessous de 530° et la variété β au-dessus.

(¹) Les rapports des variétés décrites ici avec les produits industriels, litharge et massicot, seront traités par ailleurs.

Les expériences faites dans la soude s'expliquent aisément par cette manière de voir : en effet le protoxyde prenant naissance à basse température présente d'abord la forme β instable, comme cela se produit souvent, et ensuite cette variété se transforme par un contact plus prolongé avec la soude en la variété α.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau polymère de l'acétaldéhyde.* Note de M. **Morice Letort**, présentée par M. G. Urbain.

La publication récente de Travers ([1]) décrivant sommairement la formation d'un nouveau polymère de l'acétaldéhyde, par l'emploi de basses températures, nous incite à rapporter quelques observations que nous avons faites sur ce sujet au début de l'année 1933. Ces observations sont conformes à celles de Travers mais elles apportent un fait nouveau, à savoir la transformation de ce produit en nitrobenzène sous l'action de NO^3H fumant.

Le problème qui nous intéressait à cette époque était de préparer de l'acétaldéhyde pure complètement débarrassée d'oxygène dissous en vue d'étudier la cinétique de la décomposition thermique de ce produit. Nous avons en effet montré que des traces d'oxygène accélèrent considérablement la vitesse de cette réaction ([2]). L'acétaldéhyde utilisée a été préparée par dépolymérisation de la paraldéhyde *purissime Merk Dab* 6, purifiée par congélation fractionnée. Ce produit a été rectifié par distillation à l'aide d'une colonne Vigreux refroidie vers — 20° C. par un courant d'air ayant traversé une spirale de cuivre plongée dans l'air liquide. Le *cœur* de la distillation qui a été recueilli distillait très exactement à 20°,1 C. sous 757^{mm} de mercure; point d'ébullition de CH^3CHO = 20°,2C. à 760^{mm} ([3]).

Pour éliminer l'air dissous dans ce produit nous avons construit un appareil entièrement en verre, et se composant essentiellement de plusieurs ampoules disposées en série de manière à effectuer des distillations successives d'une ampoule à — 15° C. dans l'autre à — 80° C. (carboglace) ou à — 185° C. (oxygène liquide) sous un vide poussé (10^{-3} mm à 10^{-5} mm de mercure).

([1]) *Trans. Far. Soc.*, 32, 1936, p. 246.

([2]) Letort, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1042; 199, 1934, p. 351; 200, 1935, p. 312.

([3]) *Tables de Landolt-Börnstein*, 1, 1923, p. 366.

Dans la première distillation qui s'est faite de — 15° C. à — 185° C., le distillat est resté environ 12 heures dans l'air liquide; il se présentait sous l'aspect d'une masse cristallisée de couleur jaune-paille. L'ampoule contenant ce produit ayant été réchauffée, nous avons constaté que la distillation suivante se faisait fort mal; l'acétaldéhyde s'était transformée à peu près complètement en une masse incolore ressemblant à une gelée. L'opération d'élimination de l'oxygène a donc été interrompue et cette ampoule détachée de l'appareil. Le produit était extrêmement visqueux et ne coulait pas hors de l'ampoule lorsqu'on retournait celle-ci. Une petite portion de ce produit soumise au vide de 10^{-5} mm donne une masse élastique, de texture spongieuse très serrée, qui ne sent pas l'acétaldéhyde, mais la régénère lentement à la température ordinaire. La masse visqueuse, chauffée au bain-marie, devient de plus en plus fluide et se transforme intégralement en CH^3CHO. Il s'est formé un « nouveau polymère » qui n'était pas signalé dans la littérature.

De nouveaux essais, effectués sous un vide médiocre et avec de l'acétaldéhyde très pure non redistillée, n'ont pas permis d'obtenir un aussi bon rendement que dans l'opération précédente. Soit en distillant de — 15° C. à — 185° C., soit en laissant l'acétaldéhyde à — 185° C. pendant plusieurs heures, on obtient un produit plus ou moins visqueux et, sur les parois du récipient, une pellicule consistante plus ou moins épaisse.

Il semble donc que la formation du polymère soit favorisée : 1° par le plus haut degré de pureté de l'acétaldéhyde, la diminution de la quantité d'oxygène dissous étant très vraisemblablement la cause de cet effet ; 2° par la paroi ; il faut signaler à ce sujet que la verrerie utilisée a toujours été lavée à NO^3H fumant, puis plusieurs fois à l'eau bidistillée, puis à la vapeur d'eau. Toutes ces observations sont confirmées, à quelques détails près, par les observations récentes de Travers.

Il faut rapporter maintenant un second fait. En nettoyant le récipient où s'est produit la polymérisation, à l'aide de NO^3H fumant utilisé au laboratoire nous avons observé une réaction fortement exothermique avec dégagement abondant de vapeurs rutilantes, extrêmement violente malgré la minime quantité de *polymère* qui restait adhérente aux parois. Le vase ayant été rempli d'eau, il restait, au fond, quelques gouttes d'une huile jaune qui était du nitrobenzène impur. Ce phénomène a été observé une seconde fois. La réaction, à cause de sa violence presque explosive, n'est pas facile à étudier; les essais effectués avec NO^3H ou des mélanges sulfonitriques chimiquement purs ou simplement additionnés d'une trace de mercure n'ont pas donné de résultat.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Les sels d'α et β-anthracényl-diazonium.* Note de MM. **Martin Battegay** et **Pierre Boehler**, présentée par M. Marcel Delépine.

La préparation des sels diazoïques qui dérivent de l'α et de la β-anthramine a déjà occupé différents chercheurs, sans qu'à notre connaissance, le problème ait été résolu jusqu'à présent.

Si la possibilité d'une diazotation de l'isomère α a pu être déduite [1] de l'action du nitrite d'amyle fournissant un aminoazoanthracène [2], la formation effective et la séparation du sel de diazonium lui-même, n'en demeurent pas moins problématiques. Nous notons, d'autre part, en ce qui concerne la β-anthramine, les essais infructueux de Bollert [3], puis l'affirmation plus récente et formelle de Schröter [4], que cette amine n'est pas diazotable. Le même auteur conclut de ce comportement rapproché de l'insolubilité dans l'acide chlorhydrique, que la β-anthramine n'a pas le caractère d'une amine aromatique, mais celui d'une imine tautomère.

L'insolubilité, sans doute très accusée d'une arylamine primaire, non substituée, dans l'acide chlorhydrique, qui semble s'étendre à la généralité des acides aqueux, et notamment à ceux qui conviennent aux procédés habituels de diazotation, est certes remarquable. Elle n'exclut cependant pas la possibilité d'une salification de la β-anthramine, et cela sans recourir à des acides concentrés, voire anhydres, tels que les acides sulfurique [5] et nitrique qui, agissant favorablement dans certains modes de diazotation, risquent, dans le cas qui nous intéresse, de créer des réactions inopportunes.

Nous rappelons que pour l'obtention du chlorhydrate de la β-anthramine [6], il convient, en effet, de prendre la précaution de ne faire inter-

---

(1) De Barry Barnett, *Anthracen and Anthraquinone*, p. 68; J. Houben, *Das Anthracen und die Anthraquinone*, p. 119-121.

(2) Pisovski, *D. chem. Ges.*, 41, 1908, p. 1434.

(3) *D. chem. Ges.*, 16, 1883, p. 1638.

(4) *D. chem. Ges.*, 57, 1924, p. 2004.

(5) Liebermann, *Liebig's Ann.*, 212, 1882, p. 60.

(6) Roemer, *D. chem. Ges.*, 15, 1882, p. 224; Liebermann et Bollert, *ibid.*, p. 227.

venir l'acide chlorhydrique sur l'amine qu'après dissolution dans un solvant organique approprié. Il est vrai que cette salification n'assure pas nécessairement une diazotation pratique ultérieure, laquelle semble, au contraire, s'être heurtée à la difficulté qu'implique l'insolubilité trop marquée de la β-anthramine elle-même, dans les solvants organiques employés jusqu'à présent. Cette difficulté disparaît lorsqu'on recourt soit au dioxane, soit à la pyridine, dans lesquels l'amine se dissout et dans lesquels son chlorhydrate se précipite avantageusement.

5g de β-anthramine sont dissous, à chaud, par exemple dans 70^{cm^3} de pyridine; la solution obtenue est ensuite versée, sous bonne agitation, à froid, dans 200^{cm^3} d'acide chlorhydrique à 35 pour 100. Afin que la liqueur de réaction ne soit pas trop diluée, au point de compromettre, par la suite, la précipitation du composé diazoïque, il convient de filtrer le chlorhydrate formé et de le mettre en suspension dans 70^{cm^3} d'acide chlorhydrique à 20 pour 100, puis d'ajouter goutte à goutte, à 0°, en l'espace d'une demi-heure, et toujours sous bonne agitation, 10^{cm^3} d'une solution de nitrite de sodium à 20 pour 100. Le chlorhydrate insoluble disparaît progressivement et conduit à une solution rouge foncé du sel de diazonium correspondant. Celui-ci, après dilution avec 30^{cm^3} d'un mélange d'alcool et d'éther (2 : 1), précipite, par addition de 20^{cm^3} d'une solution de chlorure de zinc ou de cadmium de 10 pour 100, sous la forme d'un sel double, rouge intense, bien cristallisé. Essoré, puis lavé à l'alcool et à l'éther, il constitue à peu près 5g de produit pur.

Azote pour 100 : calculé pour $(C^{14}H^{9}N^{2}Cl)^{2}$, $ZnCl^{2}$, 9,07; trouvé, 8,87; Cl pour 100 : calculé, 22,98; trouvé, 22,35; Zn pour 100 : calculé, 10,58; trouvé, 10,45.

Les sels de diazonium séparés sont sensibles à la lumière, et dégagent de l'azote; ils apparaissent, au contraire, stables dans l'obscurité. Chauffés, ils se décomposent, sans fondre, vers 105°. Ils se prêtent, par ailleurs, aux réactions de Sandmeyer et à la copulation, par exemple, avec le β-naphtol et la β-naphtylamine ainsi qu'avec leur dérivés sulfonés, lesquels fournissent des colorants rouges et violets [1].

En ce qui concerne l'α-anthramine qui se dissout relativement assez bien, en général, dans les solvants organiques habituels, elle partage avec l'isomère β la particularité de former des sels quasi insolubles. Pour assurer la diazotation, nous ne salifions l'amine, en conséquence, comme ci-dessus, qu'après dissolution dans un solvant organique approprié, par exemple, dans l'acide acétique glacial.

La solution de 2g d'α-anthramine dans 20^{cm^3} d'acide acétique glacial est pro-

---

(1) Le détail de ces réactions fera l'objet d'une publication séparée.

jetée, à froid, sous bonne agitation, dans 20^{cm^3} d'acide chlorhydrique à 35 pour 100. Il convient, à présent, de filtrer et d'essorer le chlorhydrate précipité, pour ne le mettre qu'ensuite en suspension dans 100^{cm^3} d'acide chlorhydrique à 15 pour 100, puis de l'additionner, dans l'intervalle d'une demi-heure, à 0°, et toujours sous bonne agitation, de 4^{cm^3} d'une solution de nitrite de sodium à 20 pour 100. La liqueur de réaction prend, dès le début, une coloration rouge. En fin d'opération, elle renferme une certaine quantité d'un précipité brun noir insoluble qui est éliminé par filtration. Le filtrat traité avec 10^{cm^3} d'une solution de chlorure de zinc à 10 pour 100 sépare le composé diazoïque sous la forme d'un sel double, rouge foncé, bien cristallisé (à peu près 1^g). Celui-ci présente, sensiblement, les mêmes caractéristiques que son isomère β. Son point de décomposition est vers 100°. Azote pour 100 : calculé pour $(C^{14}H^9N^2Cl)^2$, $ZnCl^2$, 9,07; trouvé, 8,86; Cl pour 100 : calculé, 22,98; trouvé, 21,90; Zn pour 100 : calculé, 10,58; trouvé, 10,49.

Le produit de copulation préparé avec la β-naphtylamine constitue de magnifiques aiguilles rouges. Azote pour 100 : calculé pour $C^{14}H^9 - N^2 - C^{10}H^6 - NH^2$, 12,10; trouvé, 12,32.

GÉOLOGIE. — *Le Dévonien inférieur du Léon (Espagne).* Note de M. **Pierre Comte**, présentée par M. Louis Cayeux.

L'esquisse très sommaire du Dévonien du Léon, donnée dans une Note précédente (¹), demandait quelques arguments et quelques comparaisons. Voici ceux qui concernent le Dévonien inférieur.

C'est, je le rappelle, dans la masse même des *grès de San Pedro* que débute le Dévonien, la série se poursuit ensuite par les *schistes de la Vid* puis par les *calcaires de Santa Lucia*, dont le sommet avec *Spirifer cultrijugatus* annonce déjà le Dévonien moyen.

Les fossiles *gedinniens* reconnus au nord de Villasimpliz, près de la limite du *grès de San Pedro* et des *schistes de la Vid* sont les suivants : *Spirifer Mercuri* Goss., *Dalmanella* cf. *Verneuili* de Kon., *Stropheodonta filosa* Sow., *Schuchertella* cf. *Pecten* Linn., *Camarotoechia* sp. *Lingula* sp. *Orbiculoidea Tainei* B. P. D., *Actinopterella subcrenata* de Kon., *Limoptera* cf. *gigantea* Foll.

Dans le complexe *schisto-calcaire de la Vid* on peut distinguer une partie inférieure où le *Spirifer hystericus* est commun et le *Spirifer Trigeri* rare ou absent, et une partie supérieure où, inversement, le *Spirifer Trigeri* est

(¹) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 337-339.

commun et le *Spirifer hystericus* rare ou absent. Les principaux éléments des faunes respectives sont alors :

1° *Spirifer hystericus* Schl., *S. Trigeri* Vern. (rare), *S. subsulcatus* Barr., *S. paradoxus* f. *dunensis* Kay (¹), *Athyris avirostris* Kr., *A.* cf. *concentrica* Schn., *Schizophoria provulvaria* Man., *S. vulvaria* Schl., *Dalmanella circularis* Sow., *Stropheodonta Murchisoni* Vern., *S. Sedgwicki* A. V., *Schuchertella hipponyx* Schn., *Trigeria Oliviani* Vern., *Uncinulus pilus* Sch.?, pour la partie inférieure.

2° *Spirifer Trigeri* Vern., *S. hystericus* Schl. (rare), *S. subsulcatus* Barr. (très rare), *S. paradoxus* f. *dunensis* Kay et f. *Pellicoi* Vern., *S. subcuspidatus* Schn., *S. Ezquerrae* Vern., *S. carinatus* Schn., *Athyris avirostris* Kon., *A. undata* Defr., *A. subconcentrica* Vern., *A. phalaena* Phill., *A. Ezquerrae* Vern., *A. Campomansii* A. V., *A. Collettii*, Vern., *A. Ferronesensis* A. V., *A.* cf. *dubia* Barr., *Schizophoria striatula* Schl., *S. Beaumonti* Vern., *Dalmanella circularis* Sow., *D. fascicularis* d'Orb., *D. Trigeri* Œhl., *Douvillina elegans* Drev., *Stropheodonta Murchisoni* Vern., *S. Sedgwicki* A. V., *Schuchertella hipponyx* Schn., *Eodevonaria dilatata* Sand., *Sieberella hercynica* Half., *S. Davyi* Œhl., *Meganteris Archiaci* Vern., *Wilsonia subwilsoni* d'Orb., *Uncinulus pilus* Sch., *Camarotoechia Daleidensis* Roem., *Trigeria Oliviani* Vern., *Retzia Haidengeri* Bde. var., *Tentaculites Schlotheimi* Koken., pour la partie supérieure.

Ces fossiles proviennent des bancs calcaires. On trouve en outre dans les schistes des deux niveaux des Orthocères, des Lamellibranches (*Buchiola*, *Paracyclas*, *Palaeoneilo*, *Limoptera*), des Trilobites (*Phacops*) et des Ostracodes non déterminables spécifiquement. L'ensemble de la faune se rapporte bien au *Siegenien* des géologues rhénans; la séparation de ces deux parties paraît assez arbitraire, et, en fait, on constate un passage progressif, de la base vers le sommet, d'uue faune *taunusienne* à une faune *hunsruckienne*.

Dans les *calcaires de Santa Lucia*, abstraction faite de la zone à *Spirifer cultrijugatus*, qui en occupe les trente derniers mètres, on trouve la faune suivante :

Spirifer auriculatus Sand., *S. carinatus* Schn.?, *S. cultrijugatus* Roem (exceptionnel), *S. subspeciosus* Vern., *S. paradoxus* f. *Pellicoi* Vern., *Cyrtina heteroclita* Defr., *Athyris concentrica* Schn., *A.* sp. (nov. sp.), *Schizophoria striatula* Schl., *S. Beaumonti* Vern., *Rhipidomella Hamoni* Rou, *Dalmanella fascicularis* d'Orb., *D. opercularis* var. *sacculus* Sand., *Stropheodonta Murchisoni* Vern., *S. piligera* Sand.,

(¹) Suivant une remarque importante de E. Mailleux il y a deux formes de *S. paradoxus* à distinguer; je n'ai pu cependant adopter la nomenclature de cet auteur, car elle ne tient pas compte de la figuration des types. Dans la présente Note, *S. paradoxus* f. *dunensis* = *S. dunensis* Kaiser 1889 et *S. paradoxus* f. *Pellicoi* = *S. Pellicoi* de Verneuil, 1845 (non *S. Pellicoi* E. Mailleux, 1930).

S. toeniolata Sand., *Schuchertella hipponyx* Schn., *Schellwinella umbracula* Schl., *Chonetes sarcinulatus* Schl., *C. plebeius* Schn., *Sieberella hercynica* Half., *Uncinulus* cf. *pilus* Schn., *U. Orbigyanus* Vern., *Megistocrinus Waliszewskii* Œhl., *Tentaculites Schlotheimi* Koken., *Cryphæus* sp. C'est une faune *emsienne*. L'assise se termine par un niveau où le *Spirifer paradoxus* f. *Pellicoi* atteint sa plus grande fréquence et des dimensions remarquables; ce niveau précède la zone à *Spirifer cultrijugatus*, sommet des *calcaires de Santa Lucia*.

Cette analyse éclaire maintenant la monographie de Verneuil ([1]) les fossiles de Sabero; ceux-ci proviennent pour la plupart de *Colle*, localité où la partie supérieure des *schistes de la Vid* se montre extraordinairement fossilifère. On s'explique par là que les espèces de Verneuil soient en majorité *hunsruckiennes*.

Le Dévonien des *Asturies* a été étudié en détail par Ch. Barrois ([2]) dans une région située à 100^{km} environ au nord-ouest de celle envisagée ici : les *schistes de Niéva*, les *calcaires de Ferronès* et peut-être aussi ceux d'*Arnao* équivalent sensiblement aux *schistes et calcaires de la Vid*; les *calcaires de Moniello* correspondent vraisemblablement aux calcaires de *Santa Lucia*.

Le Dévonien inférieur du Léon a d'étroites relations avec celui des *Basses-Pyrénées*, étudié par J. Laverdière ([3]), mais c'est surtout avec le Dévonien de *Bretagne* que ces analogies sont frappantes; il semble même que l'échelle stratigraphique, si complète du Léon, puisse jeter quelque lumière sur certaines séries locales armoricaines du Dévonien inférieur et moyen, question sur laquelle nous reviendrons prochainement.

GÉOLOGIE. — *Le Jurassique et le Berriasien dans l'Aurès* (*Algérie*). Note de M. **Robert Laffitte**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Jurassique n'était connu dans l'Aurès que par une mention de Tissot ([4]) qui a écrit : « dans tout le Massif de l'Aurès, on n'en a trouvé qu'un petit îlot situé à l'Est de Narah et qui présente les caractères minéralogiques et les fossiles de l'Oxfordien de Batna ». Ces terrains sont les plus anciens de tous ceux qui affleurent en situation normale dans le Massif où

([1]) *Bull. Soc Géol. Fr.*, 2e série, 7, 1850, p. 155-186.

([2]) *Mém. Soc. Géol. Nord*, 2, Mém. 1, 1882, 630, p. 20 pl.

([3]) *Mém. Soc. Géol. Nord*, 10, Mém. 2, 1930, 132, p. 8 pl.

([4]) J. Tissot, *Texte explicatif de la carte géologique au 1/800 000e du département de Constantine*, Alger, 1881, p. 60.

ils forment le cœur de l'anticlinal du Dj. Lazereg. A l'Aïn Saïda j'ai pu relever la coupe suivante :

1. Alternance de calcaires et de marnes bariolés, jaunes ou rougeâtres, sans fossiles autres que des traces d'*Aptychus* indéterminables. 80^{m} environ.

2. Calcaires à débris d'Echinodermes, Bryozoaires et Brachiopodes. 13^{m} environ.

3. Bancs de brèches et poudingues, alternant avec des couches plus marneuses. 5 à 6^{m}. Polypiers, Bryozoaires, quelques Ammonites pyriteuses : *Phylloceras* sp. *Phylloceras* (*Sowerbyceras*) *Loryi* Mun. Ch., *Perisphinctes* sp.

4. Alternance de calcaires et de marnes à *Aptychus*. 55^{m} environ.

5. Calcaire noduleux à Ammonites : *Phylloceras ptychoïcum* Queen., *Phylloceras* aff. *benacense* Cat., *Lissoceras subelimatum* Font., *L. carachteis* Zeus., *L. Staszycii* Z. *Lissoceras* sp. *Perisphinctes* aff. *crussoliensis* Font., *Per.* cf. *discobolus* Font., *Per.* sp. *Simoceras volanense* Op., *Waagenia* sp. *Streblites* sp. *Belemnites* sp. Épaisseur de 1 à 2^{m}.

6. Marno-calcaires à *Aptychus : A. sparsilamellosus* Gümbel, *A. latus* Park. 60^{m}.

Quoique certaines espèces de Céphalopodes citées plus haut soient, sur le bord nord de la Mésogée, surtout fréquentes dans le Tithonique, l'ensemble a un cachet nettement Kimeridgien; toutes les espèces qui composent cette faune sont d'ailleurs connues déjà à ce niveau. Même, étant donné leur situation sous les couches ci-après, je place cet ensemble à la partie inférieure du Kimeridgien.

Les assises les plus fossilifères, celles qui donnent son cachet particulier à la formation, sont les couches rognoneuses et les brèches; celles-ci ne sont pas de fausses brèches, car l'examen tant microscopique que macroscopique montre une différence très nette entre le ciment et les éléments. Les éléments arrondis ou anguleux, de taille variable atteignant 4 ou 5^{cm}, peuvent enclore les fossiles récifaux indiqués : Polypiers et Bryozoaires; en plaque mince on reconnaît même des filaments d'algues. Le ciment, plus marneux, ne contient que les Ammonites. On est donc amené à penser que ces brèches sont dues à l'accumulation sur le fond, sous une certaine profondeur d'eau, de débris arrachés à des hauts-fonds voisins qui supportaient des formations récifales. Par contre, les couches rognoneuses à Ammonites ne contiennent pas d'éléments étrangers et elles semblent résulter de l'action des courants au cours de la sédimentation.

La présence de ces brèches et couches rognoneuses est fréquente dans le Tithonique supérieur et le Berriasien des régions méditerranéennes. On peut alors l'interpréter comme l'écho des mouvements qui ailleurs amenaient les lagunes purbeckiennes à succéder aux mers du Portlandien, ou même, produisaient des déformations suffisantes pour que le Valanginien

vienne recouvrir en discordance tous les étages du Jurassique ([1]). Ici, à la base du Kimeridgien, la présence des brèches serait corrélative des événements qui dans presque tout l'Atlas saharien amenèrent les faciès marneux de cet étage à reposer sur les faciès coralliens du Lusitanien.

Au-dessus des formations dont il a été question jusqu'ici, viennent environ 400^m de marnes qui ne m'ont fourni que quelques Astartes spécifiquement indéterminables; je les rattache encore au Kimeridgien à cause de leur position sous le Tithonique susjacent.

Enfin la partie terminale du Jurassique se présente sous deux faciès : 1° au Nord-Est un *faciès calcaréomarneux* où j'ai trouvé à la base *Perisphinctes geron* Zittel; dans la partie moyenne, *Perisphinctes ct. transitorius* Oppel; au sommet *Himalayites Cortazari* Kilian; enfin à la partie tout à fait terminale, *Hoplites (Thurmannia) occitanicus* Pictet. Ces fossiles prouvent l'âge tithonique et berriasien de ces assises. Certains bancs calcaires sont riches en Calpionelles, surtout à la partie supérieure où j'ai reconnu : *Calpionella alpina* Lor., *C. elliptica* Ca., *C. carpathica* Murg. et Fil. Ces couches sont surmontées par le Valanginien à Céphalopodes. 2° Au Sud-Ouest, un *faciès dolomitique* avec des masses ravinées à leur partie supérieure par le Valanginien *sensu str.*, caractérisé par une riche faune d'Ammonites, à la base duquel on trouve des fragments d'Ammonites remaniées notamment des Hoplites, parmi lesquelles *Acanthodiscus Malbosi* Pictet, espèce de l'horizon de Berrias. On peut penser que les dolomies sont l'équivalent du Tithonique et qu'au-dessus le Berriasien manque au moins en partie.

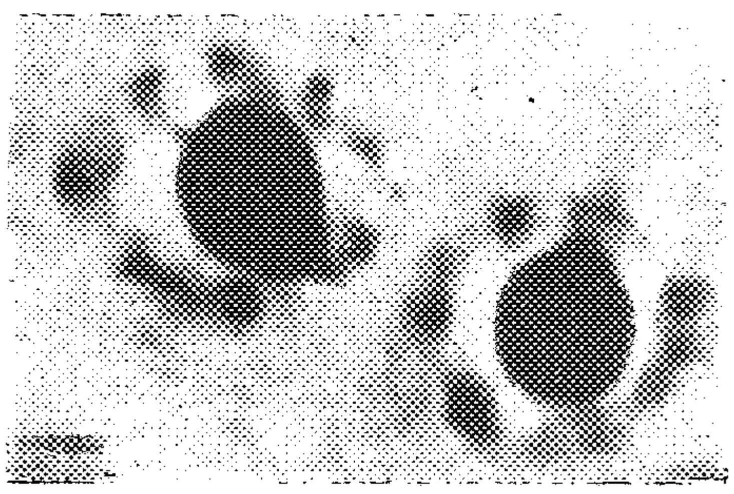
Les passages de faciès confirment cette supposition : à la limite des dolomies et des calcaires on observe des faciès à Polypiers avec *Terebratula gratianopolitense* Pictet, *Cidaris Maresi* Cotteau et des radioles de Cidaridés. Dans les dolomies j'ai même observé des sections peut-être de *Diceras* et de nombreux Polypiers; la dolomitisation semble avoir envahi un faciès récifal en respectant le faciès à Céphalopodes. Dans les régions de passage entre celles où le Berriasien est certainement présent et celles où il manque au moins en partie existent des faciès à Brachiopodes qui m'ont fourni : *Terebratula Carteroni* d'Orb., *Ter. Campichei* Pict., *Ter. valdensis* de Lor., *Terebratulina* sp., *Ostrea (Alectryonnia) rectangularis* Röemer, *Belemnites (Duvalia) latus* Blainv., *Belemnites (Hibolites) subfusiformis* Raspail.

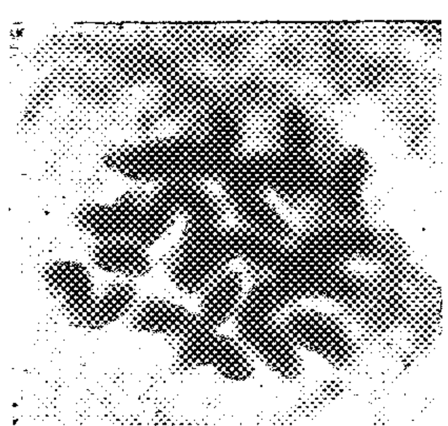
([1]) J. Savornin, *Étude géologique de la région du Hodna et du Plateau sétifien*. Alger, 1920, p. 198.

En résumé, au Sud-Ouest on a un faciès néritique du Tithonique, au-dessus duquel manque l'horizon de Berrias, tandis qu'au Nord-Est un faciès un peu plus profond supporte sans lacune cet horizon et le Valanginien. L'ensemble, depuis le Kimeridgien supérieur, avait été placé autrefois par Tissot, sur la carte au 1/800 000e, dans le Crétacé et cette interprétation est adoptée encore sur la récente carte d'Algérie au 1/500 000e antérieure à mes dernières courses. En réalité le Jurassique a entre Oughanime et le Moudji un affleurement de 20 à 25^{km} de long, beaucoup plus étendu que celui indiqué jusqu'ici.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Numération chromosomique et étude de la mitose somatique chez* Asclepias cornuti. Note de MM. André Eichhorn et Robert Franquet, présentée par M. A. Guilliermond.

La plus récente étude caryologique consacrée aux Asclépiadacées est celle de Paoli Pardi (¹), qui apporte un certain nombre de numérations chromosomiques nouvelles et discute les résultats de dénombrements anté-





Noyaux au repos et métaphase somatique de l'Asclepias cornuti.

rieurs. Nous avions, de notre côté, entrepris incidemment une étude de la division somatique de l'*Asclepias cornuti*; elle nous avait retenu en raison du fait que nous nous étions trouvés en présence, chez ce végétal, de noyaux non pourvus d'un réseau. Ayant dénombré les chromosomes somatiques dans le méristème radiculaire et confronté nos résultats avec ceux de nos devanciers, nous avions été étonnés par la diversité d'opinions touchant ce

(¹) *Nuovo Giornale bot. ital.*, 40, 1933, p. 576-589.

nombre. En effet, en 1898, Stevens [1] donne comme chiffre haploïde $n = 12$, un peu plus tard (1901), Strasburger [2] ramène ce nombre à 10, chiffre qui n'est pas accepté par deux auteurs postérieurs : Gager [3] et W. Finn [4] qui admettent celui de 12 antérieurement indiqué par Stevens. Il n'y a pas lieu de refaire ici la critique de ces divers travaux et notamment celle du dernier en date, celui de W. Finn, car elle a été fort bien faite par P. Pardi.

Personnellement, nous avons toujours rencontré le même nombre de chromosomes dans toutes les plaques équatoriales lisibles, soit le chiffre de 22 chromosomes, dont on peut déduire que $n = 11$. Étant donné que les métaphases en vue polaire présentent des chromosomes nettement indépendants les uns des autres et que, d'autre part, ce nombre n'est pas fort élevé, les causes d'erreur sont ici réduites au minimum. D'un autre point de vue, il est intéressant de constater que, à l'intérieur de la sous-famille des Cynanchoïdées, les nombres chromosomiques sont, pour les espèces examinées jusqu'ici à tout le moins, égaux à 11 ou à un multiple de 11. *Asclepias cornuti* ne fait par conséquent pas exception et nous pouvons admettre, indiscutablement, le chiffre de $2n = 22$ pour cette espèce [5].

Nous avons indiqué ci-dessus que, chez *Asclepias cornuti*, les noyaux au repos ne sont pas pourvus d'un réseau, mais sont du type de ceux que nous avons appelés *homogènes* avec prochromosomes, en adoptant une terminologie ancienne, sans nous dissimuler les inconvénients qu'elle présente. Nous ne pouvons nous arrêter sur cette question et dire de quelle façon nous la concevons à l'heure actuelle, car cet exposé nous entraînerait trop loin. Disons simplement que, chez le végétal envisagé, le noyau quiescent, ou au repos, est constitué, essentiellement, par un enchylème achromatique, d'aspect homogène, portant en suspension un volumineux nucléole sphérique et central, surmonté lui-même d'un ou de deux corps annexes

---

(1) *Kansas Univ. Quat.*, série A, 7, 1898, p. 77-85.

(2) *Ber. d. d. bot. Gesell.*, 19, 1901, p. 450-451.

(3) *Ann. of Bot.*, 16, 1902, p. 123-148.

(4) *Bot. Gaz.*, 80, 1925, p. 1-25.

(5) Sur la microphotographie certains chromosomes situés sur des plans différents paraissent aboutés, mais la taille de ceux qui sont parfaitement indépendants permet assez commodément de se rendre compte qu'il s'agit de chromosomes distincts, ce que confirme l'examen des préparations où les plans apparaissent avec netteté. Le même phénomène se produit, d'ailleurs, dans la reproduction photographique, pour les prochromosomes contigus qui semblent alors confluer.

formant satellites et généralement adhérents à lui, puis par des granulations d'assez forte taille et de dimensions sensiblement égales, placées à la périphérie du noyau contre la membrane nucléaire. Ces prochromosomes s'étirent à la prophase et grandissent insensiblement pour donner les chromosomes définitifs que l'on rencontre, en fin de prophase, parfaitement constitués et groupés autour du nucléole qui a persisté jusque-là, sans connaître aucune transformation morphologique apparente et qui continue à présenter son ou ses corps annexes, demeurés inchangés.

Les chromosomes à la métaphase ont la forme de bâtonnets légèrement incurvés; ils sont tous de même longueur et se clivent à ce stade. Lors de leur ascension vers les pôles, réduits de moitié du fait de leur division, ils paraissent perdre leur aspect de bâtonnets pour prendre une forme ovalaire. Ils abandonnent, selon toute vraisemblance, une partie de leur substance dans le suc nucléaire, car ils diminuent insensiblement de taille; c'est là un phénomène inverse de celui de la prophase, phénomène qui amène ces éléments à reprendre la forme de prochromosomes à la fin de la télophase, état sous lequel ils passent au stade de repos ou attendent une nouvelle mitose. En effet, les noyaux-fils en reconstitution sont très comparables à celui qui leur a donné naissance, à deux différences près : leur taille, qui est plus petite et, d'autre part, la présence à leur intérieur de plusieurs petits nucléoles, au lieu d'un seul volumineux.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Effets d'irradiation localisée du noyau des Infusoires par micropuncture ultraviolette.* Note (1) de M. **Serge Tchakhotine**, présentée par M. Maurice Caullery.

Des expériences antérieures (2) m'ont montré que, si l'on irradie localement une région restreinte du corps d'une Amibe, l'*Amœba verrucosa*, au moyen de la micropuncture ultraviolette, on peut observer à l'ultramicroscope une floculation localisée : la partie irradiée du cytoplasme, qui était jusque-là optiquement vide, devient lumineuse en cette région, et le caillot accuse la même forme que la section du faisceau ultraviolet, qui sert à la micropuncture. De même, si une petite étendue du cytoplasme de *Parame-*

(1) Séance du 24 février 1936.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2036.

cium caudatum, immobilisé dans mon microcompresseur (1), est irradiée au point où l'on observe la cyclose des particules et des vacuoles alimentaires, on voit rapidement la cyclose s'arrêter et le courant des particules se diviser et prendre de nouvelles directions, contournant la région irradiée, comme si un obstacle, un corps solide, s'était formé là : il est évident que, dans ce cas, il y a aussi une floculation localisée dans la partie irradiée du cytoplasme et qui se manifeste par une augmentation de la viscosité de ce dernier en cet endroit, d'où une résistance au mouvement de cyclose. Les recherches physicochimiques sur des protéines, effectuées ces dernières années (2), ont montré d'ailleurs qu'en irradiant des solutions d'albumine ou de globulines avec des rayons ultraviolets d'une lampe à vapeurs de mercure, on voit la protéine floculer, tout en accusant une dénaturation profonde de sa structure, mais sans se décomposer en des molécules plus petites. Boutaric et ses collaborateurs (3) ont démontré que la floculation des colloïdes, même inorganiques, par les électrolytes, est accélérée par la lumière en milieu fluorescent.

Il était intéressant de voir, si la réaction de floculation, sous l'action des rayons ultraviolets, s'observait aussi avec les substances nucléaires, constituées, comme on sait, par des corps protéiques, et, dans beaucoup de cellules présentant, à l'ultramicroscope, un aspect plus ou moins optiquement vide. Par mes recherches antérieures sur les œufs d'Oursins (4), j'avais démontré qu'en irradiant un seul des deux noyaux d'un œuf en division au stade 2, on arrêtait immédiatement le développement ultérieur du blastomère dont le noyau est irradié, sans influencer le blastomère où le noyau est intact. Une action de la micropuncture ultraviolette sur le noyau cellulaire était donc évidente. Koehler (5) avait du reste démontré que, sur des microphotographies, faites au moyen des rayons ultraviolets, des préparations non colorées, on voyait les noyaux noirs, comme s'ils étaient colorés par l'hématoxyline de Heidenhain : les substances nucléaires absorbent donc fortement ces rayons, et leur action est alors probable, d'après la loi photochimique bien connue.

---

(1) S. Tchakhotine, *Bull. Soc. franç. Microscopie*, 4, 1935, p. 138.
(2) M. Spiegel-Adolf, *Klin. Woch.*, 2, 1928, p. 1592.
(3) A. Boutaric, *Arch. de phys. biol.*, 12, 1935, p. 227.
(4) *Comptes rendus Soc. de Biol.*, 83, 1920, p. 1593.
(5) *Zeit. wiss. Mikr.*, 21, 1904, p. 129, 273.

Il est facile à constater que, si l'on irradie, par exemple, des Paramécies totalement jusqu'à la cytolyse, le noyau (macronucléus) se présente alors plus compact et, à l'ultramicroscope, coagulé. Mais, si l'on écrase doucement une Paramécie dans le microcompresseur, on voit que le noyau, quelque peu opalescent ou blanc-bleuâtre, devient lumineux et présente l'aspect coagulé, dès qu'il arrive au contact de l'eau du milieu. La coagulation précitée n'est donc pas nécessairement causée par une action photochimique des rayons ultraviolets mêmes.

Pour éclaircir cette question, j'ai irradié localement une petite partie du macronucléus de *Paramecium caudatum* dans mon microcompresseur, en observant, en même temps, la réaction à l'ultramicroscope, au moyen de l'épicondensateur W. de Zeiss [1]. J'ai pu constater qu'il n'y avait pas de floculation dans le noyau, mais qu'au contraire la région irradiée du noyau devenait moins blanchâtre, plus transparente, c'est-à-dire se présentait comme un *trou* plus foncé dans la masse légèrement lumineuse du noyau. Une irradiation de 2 minutes environ était nécessaire pour obtenir cet effet. (Le courant primaire était de 5 ampères, la distance des électrodes de Mg, $1^{mm},5$; le diamètre du faisceau, au point de la micropuncture, 15^{μ}; λ des rayons employés, $280^{m\mu}$; objectif en quartz monochromatique, 16^{mm}; objectif d'observation Épi, 30, à immersion à eau, oculaire 12 comp. à fils croisés.) Si l'on continuait encore à irradier, on voyait peu à peu se former, autour du trou, une région un peu plus lumineuse que le reste du noyau.

J'ai pu observer la même réaction sur le *Spirostomum ambiguum*, immobilisé dans le microcompresseur. En irradiant ici un grain du noyau en chapelet, on le voit devenir un peu plus foncé que les autres grains. Si l'on ajoute du bleu de méthylène, on voit que ce grain se colore légèrement en bleu, tandis que les autres restent incolores et ne se colorent que lorsque l'animal est écrasé et meurt.

La réaction s'observe très bien chez *Amphileptus Claparedei*. Cet Infusoire a deux macronucléi, l'un à côté de l'autre, qui se présentent assez lumineux à l'ultramicroscope. J'ai irradié l'un des deux noyaux. Au bout d'une à deux minutes, il devient beaucoup moins clair, c'est-à-dire plus optiquement vide que jusqu'alors.

---

[1] *Die Mikrostrahlstichmethode*, etc., dans *Abderhaldens Handb. d. biol. Arb. meth.*, 1935, Abt. V, Tl., 10, p. 931.

En résumé, l'état colloïdal des substances constituant le noyau cellulaire chez les Infusoires étudiés change sous l'action localisée du rayonnement ultraviolet de $280^{m\mu}$, mais, à la différence des substances cytoplasmiques, qui floculent dans ce cas, ce changement se fait pour le noyau dans la direction d'une peptisation.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'hydrolyse diastasique de l'acétylcholine par le sérum.* Note [1] de M. **Ernest Kahane** et M[lle] **Jeanne Lévy**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'un des facteurs essentiels qui influencent à la fois le sort de l'acétylcholine dans les tissus et la possibilité de son extraction est l'existence d'une estérase dont l'étude est indispensable pour l'interprétation de divers phénomènes concernant la présence et la destinée de l'acétylcholine dans l'organisme. Comme cette étude n'a été que partiellement effectuée [Engelhardt, Galehr et Plattner, Matthes, E. et E. Stedman, Ammon [2], etc.], nous avons résolu de l'entreprendre de façon systématique. Nous avons opéré sur le sérum de Cheval, bien qu'il présente un système estérasique complexe, comme le montrent la multiplicité des estérases (E. et E. Stedman) et l'activité vis-à-vis des substrats les plus divers (Matthes, E. et E. Stedman, Simonart, E. Kahane et Jeanne Lévy, etc.).

La technique utilisée, dont le principe est dû à M. Hanriot, consiste à maintenir à un pH déterminé la liqueur renfermant le substrat et le sérum, par addition de soude titrée. Les résultats sont exprimés arbitrairement par le nombre de centimètres cube de HONa N/100 ajoutés par heure pour répondre à l'action de l'estérase contenue dans 1^{cm^3} de sérum : dans ce qui suit, ce nombre sera désigné sous le nom d'*activité*. Le titrage est généralement effectué dans 100^{cm^3} de liquide, à l'abri du gaz carbonique de l'air, en présence de bleu de bromothymol, et, sauf indications contraires, au pH 7,2. Moyennant quelques précautions, les expériences sont reproductibles à environ 20 pour 100 près.

Nous avons observé : 1° que l'activité est constante lorsque la quantité de sérum est de 0,5 à 5^{cm^3} pour 100^{cm^3} d'une solution de chlorure d'acétyl-

(1) Séance du 24 février 1936.

(2) Voir notamment une récente revue de R. Ammon, *Ergeb. der Enzymforschung*, 4, 1935, p. 102.

choline à 0,9 pour 100 (0,05 *m*); 2° que l'activité est sensiblement constante lorsque la concentration du substrat varie de 0,18 à 1,8 pour 100 (0,01 à 0,1 *m*) (courbe I). Pour rendre nos expériences aussi compa-

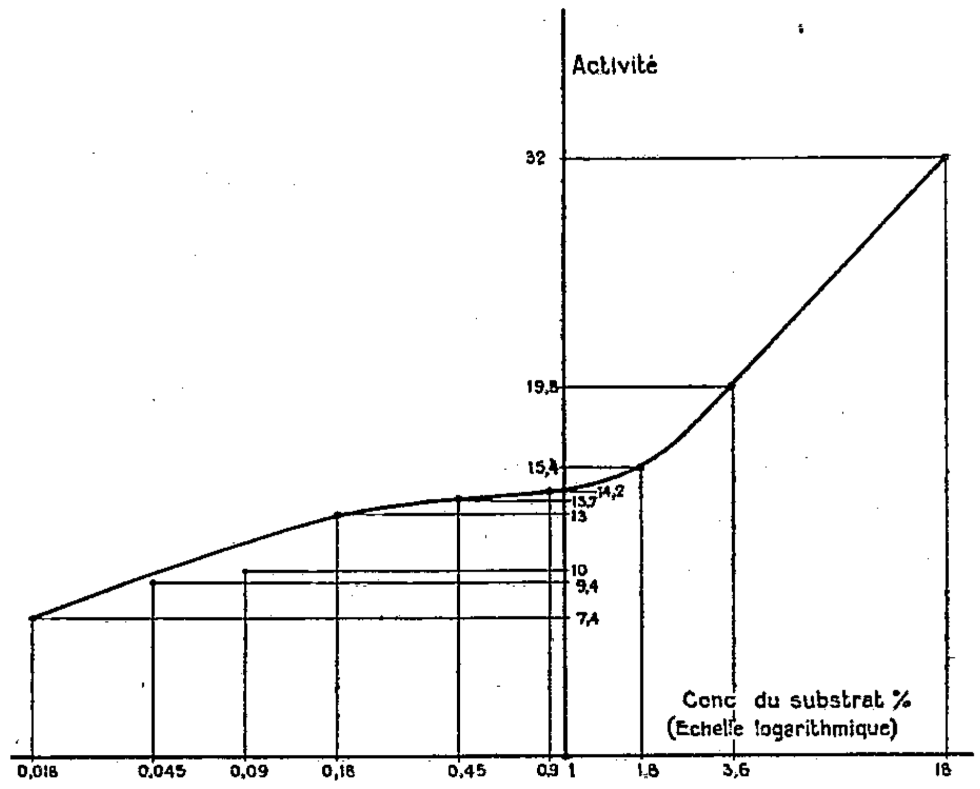


FIG. I

rables que possible, nous avons adopté la concentration de 0,9 pour 100 (0,05 *m*); 3° que l'activité décroît régulièrement avec le pH jusqu'au pH6

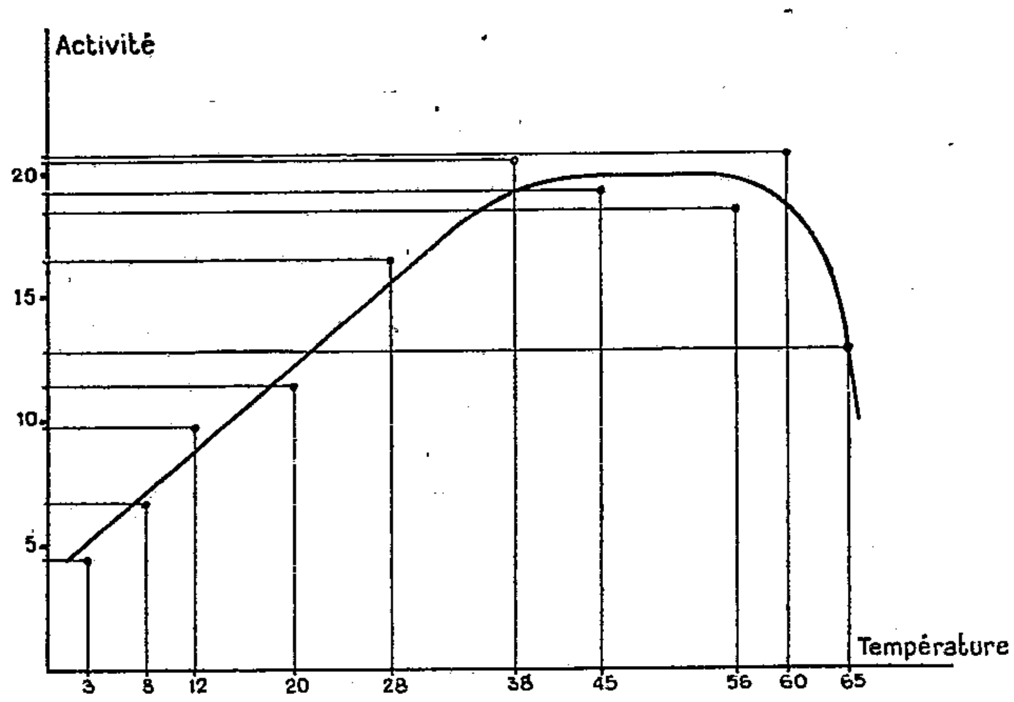


FIG. II

où elle s'annule; 4° que l'activité croît d'abord rapidement avec la température, reste constante entre 38 et 60°, puis décroît pour s'annuler au voisinage de 70° (courbe II).

L'ultrafiltration du sérum sur membrane de collodion acétique (ne laissant pas passer l'hémoglobine) ou la dialyse sur membrane de collophane donne un liquide entièrement dépourvu d'activité. Le sérum longuement dialysé présente la même activité, que le dialysat lui soit ajouté ou non, ce qui démontre l'absence de propriétés coenzymatiques appartenant à une substance diffusible du sérum. La précipitation des protéides par l'alcool et l'acétone entraîne l'inactivation irréversible de l'estérase. Cependant, dans le cas de l'acétone, et en observant les précautions recommandées par Piettre, on évite la dénaturation des protéides, dont la solution aqueuse présente la plus grande partie de l'activité diastasique primitive.

La plupart de ces résultats ont été corroborés par l'emploi de méthodes chimiques ou biologiques directes : pour les faibles quantités de substrat (0,1 à 9^{ms} de chlorure d'acétylcholine), la disparition de l'acétylcholine, la fin de l'hydrolyse et la disparition totale de l'activité parasympathique de la solution coïncident.

Ayant ainsi précisé les conditions d'action du système estérasique du sérum sur l'acétylcholine en fonction de la concentration du substrat et du ferment, du pH et de la température [1], nous avons abordé l'étude des facteurs de destruction ou d'inhibition de la cholinestérase, dont le type est l'ésérine. Ce problème est étroitement apparenté, comme nous le montrerons, à celui du sort et du rôle de l'acétylcholine dans l'organisme.

A 15^{h}55^{m} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}15^{m}.

A. Lx.

---

[1] Toutes ces expériences, dans lesquelles nous avons fait varier systématiquement les facteurs les plus divers, ne nous ont montré, dans l'action du sérum sur l'acétylcholine, l'intervention d'aucun autre phénomène que l'hydrolyse diastasique ou spontanée en acide acétique et en choline. Nous n'avons fait aucune observation qui corrobore ni l'hypothèse de F. et M. C. Bernheim (*Amer. Journ. Physiol.*, **104**, 1933, p. 438) d'une oxydation de l'acétylcholine, ni le phénomène décrit par D. Broun et H. Scheiner (*Comptes rendus*, **201**, 1934, p. 1046 et *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **17**, 1935, p. 1647) d'une persistance de l'acétylcholine sous forme d'un complexe physiologiquement inactif.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de janvier 1936 (*suite et fin*).

Commémoration du Cinquantenaire des premières réalisations de transmission d'énergie par l'électricité. Célébration du Cinquantenaire des expériences de Marcel Deprez et des travaux de Lucien Gaulard (1885-1935). Paris, *Revue générale de l'électricité*, 1935; 1 fasc. 27^{cm}.

Les îles du Cap Vert. Flore de l'Archipel, par Aug. Chevalier. Paris, Muséum national d'histoire naturelle. Laboratoire d'agronomie coloniale, 1935; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. L. Blaringhem.)

Union radioscientifique internationale. *Recueil des travaux* de l'Assemblée générale tenue à Londres en septembre 1934. Volume IV. Bruxelles, Secrétariat général de l'U. R. S. I., 1935; 1 vol. 30^{cm}.

Catalogue fondamental de l'Observatoire d'Alger établi d'après les observations faites au grand cercle méridien de l'Observatoire de 1912 à 1922 avec la collaboration de F. Baldet, par F. Gonnessiat. Orléans, Imprimerie Henri Tessier, 1935; 1 fasc. 32^{cm}.

Květena V Plzňesku. I. Dil : Soustavný výčet Druhů A Jejich Nalezišt, par Fr. Maloch. V Plzni, 1913; 1 vol. 24^{cm}.

Květena Klatovského okresu. Utvarné a spolecensteoni pojednáni, par Fr. Maloch. V Plzni, 1933; 1 fasc. 24^{cm}.

Théorie invariantive du calcul des variations, par Th. de Donder. Paris, Gauthier-Villars, 1935; 1 vol. 24^{cm},5.

Jubilé de M. Marcel Brillouin. Mémoires originaux offerts à M. Marcel Brillouin à l'occasion de son 80e anniversaire. Paris, Gauthier-Villars, 1935; 1 vol. 28^{cm}.

Selecta. Jubilé scientifique de M. Jacques Hadamard. Paris, Gauthier-Villars, 1935; 1 vol. 28^{cm},5.

Les bases scientifiques de l'amélioration des plantes, (*biologie, génétique, écologie, biométrie, statistique*), par F. Bœuf. Paris, Paul Lechevalier, 1936; 1 vol. 25^{cm},5

ERRATA.

(Séance du 24 février 1936.)

Note de M. *Alfred Lacroix*, Composition chimique des laves de l'île de Pâques :

Page 602, ligne 3, *au lieu de* (en plein), *lire* (en place).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 MARS 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice sur IVAN PETROVITCH PAVLOW, par M. **LOUIS LAPICQUE**.

IVAN PETROVITCH PAVLOW, qui vient, à 86 ans, de succomber à une brève maladie accidentelle, jouissait de la plus éminente situation morale parmi les Physiologistes du monde entier. Dans les Congrès internationaux, que ce doyen de notre science fréquentait assidûment, sa personne était l'objet de l'affectueux respect des aînés et de la sympathique curiosité des jeunes; les travaux qu'il a poursuivis jusqu'à ses derniers jours avec une inlassable passion continuaient à susciter un vif intérêt; ses travaux antérieurs sont classiques, quelques-uns depuis près d'un demi-siècle. Son premier travail, qui date de 1874, concerne l'innervation du pancréas. Dès son début Pavlow entrait ainsi dans le sujet dont le développement devait occuper toute sa vie, car même les recherches qui ont le plus élargi sa gloire et qui lui ont conquis une notoriété de premier plan dans la psychologie physiologique sont une suite logique de l'étude des glandes digestives.

L'angle sous lequel, dès l'abord, il envisageait cette question est celui de la commande nerveuse, la détermination anatomique de nerfs sécréteurs, mais surtout, le mécanisme central qui, par l'intermédiaire de ces nerfs, déclenche la sécrétion au moment convenable pour la suite coordonnée des fonctions digestives, et bien plus, adapte à la nature de l'aliment la qualité de cette sécrétion, suc gastrique par exemple. Dès 1889, Pavlow démontrait qu'il s'agit d'un réflexe, dont l'origine n'est pas le contact de l'aliment et de l'estomac, comme il était naturel de le penser; car si l'on ouvre au cou l'œsophage de façon à faire écouler au dehors, avant qu'ils

n'arrivent à l'estomac, les aliments que le chien a mâchés et déglutis, ce *repas fictif* a les mêmes résultats pour la production du suc gastrique que le repas réel; d'autre part la mastication d'une matière dépourvue de saveur est sans aucun effet. Ce sont donc les sensations gustatives qui sont déterminantes.

Mais l'odeur, ou même seulement la vue d'aliments connus de l'animal comme savoureux suffisent à provoquer la sécrétion la plus propre à digérer ces aliments. Pavlow a donné à ce dernier phénomène le nom de *sécrétion psychique*.

Pour étudier avec continuité ces phénomènes, Pavlow imagina de diviser d'une façon permanente l'estomac de l'animal en deux parties, l'une, la plus grande, refermée de façon à rétablir la continuité du tube digestif et à accomplir effectivement le rôle nutritif de l'organe, l'autre, la plus petite, entièrement séparée de la précédente comme cavité, mais ayant conservé son innervation et ses vaisseaux, et abouchée sur la peau du ventre par une fistule permanente. On peut ainsi, à tout moment, suivre qualitativement et quantitativement, sans mélange avec les aliments, la sécrétion gastrique de ce *petit estomac* soumis aux mêmes actions nerveuses que l'estomac normal.

Cette opération était une remarquable réussite chirurgicale, il y a plus de 40 ans, et Pavlow se fait gloire d'avoir le premier introduit dans les laboratoires de Physiologie les salles d'opération telles que les comporte la chirurgie humaine.

Les résultats du *petit estomac* appliqué à l'étude de la sécrétion psychique furent tels que Pavlow reporta tout son intérêt sur le mécanisme cérébral ainsi mis en cause. La sécrétion fut prise simplement comme signe; pour raison de commodité, il revint alors à la sécrétion salivaire, qui présente la même obéissance nuancée aux représentations gustatives. Chez le chien, l'introduction d'eau acidulée dans la gueule fait sécréter une salive fluide; la viande provoque l'apparition d'une salive visqueuse. Il s'agit évidemment d'un réflexe, que Pavlow appelle le *réflexe absolu*. Mais, si l'on répète un certain nombre de fois sur un même animal l'administration, soit d'acide, soit de viande, en accompagnant chaque fois cette intervention d'un bruit particulier, disons une sonnerie électrique pour l'acide, un coup de sifflet pour la viande, au bout de quelques temps le bruit seul provoquera la sécrétion correspondante; la sonnerie fera apparaître la salive fluide du dégoût, le sifflet, la salive visqueuse de l'appétence. C'est ce que Pavlow appela le *réflexe conditionné*, notion qui reçut rapidement la faveur des physiologistes et des psychologues. Évidemment cela revient,

théoriquement, à l'association des idées, chère à une philosophie antérieure à Pavlow et, pratiquement, à une technique traditionnelle du dressage. Pavlow insiste sur ce point que sa méthode ne fait appel à aucune assimilation avec les processus subjectifs de la psychologie humaine, et cette méthode a en tout cas l'avantage de se prêter à des mesures précises, indépendantes de la bonne volonté du sujet.

Par une opération très simple, le canal excréteur de la glande salivaire d'un côté est amené à déverser en permanence la sécrétion, non plus dans la bouche, mais à l'extérieur, sur la joue. Au moment de l'expérience, on mastique sur cet orifice artificiel un petit entonnoir par lequel on peut recueillir la salive, en compter les gouttes ou mesurer son volume. On obtient ainsi des données quantitatives d'une surprenante régularité.

Par exemple, après avoir établi le réflexe conditionné pour un certain signal associé à la présentation de la viande, on répète un certain nombre de fois l'essai, sans plus faire intervenir le réflexe absolu, sans *soutenir* l'association; le nombre de gouttes décroît progressivement, et l'on peut suivre ainsi l'affaiblissement du processus nerveux inconnu qu'il s'agit d'étudier.

Celui-ci est cérébral; il a son siège dans l'écorce grise des hémisphères, car si l'on détruit celle-ci, le réflexe conditionné disparaît, et ne peut pas être rétabli. On est donc à même d'étudier les conditions de fonctionnement des sphères nerveuses supérieures. Le champ d'investigation ainsi ouvert est immense, et Pavlow, après l'avoir exploré activement, avec de nombreux collaborateurs, pendant plus de 30 ans, est loin de l'avoir épuisé.

Pavlow avait eu comme maîtres, en dehors de ses professeurs Russes, Heidenhain et Ludwig, auprès de qui il avait travaillé plusieurs années. Mais il proclamait aussi qu'il devait beaucoup à la lecture des « sublimes et immortelles leçons de Claude Bernard, ce modèle classique et inimitable ».

Il reçut le prix Nobel en 1904. En France, il était Correspondant de notre Académie, Membre associé de l'Académie de Médecine et Membre d'honneur de la Société de Biologie.

Sa carrière fut matériellement difficile : à ses débuts, il mena longtemps la vie rude de l'étudiant pauvre et ne reçut qu'à 42 ans une situation passable. La révolution russe lui valut d'abord de nouvelles misères. Mais, à la fin de sa vie, le gouvernement soviétique avait mis à sa disposition des ressources inouïes, du personnel par centaines et de l'argent par millions.

LITHOLOGIE. — *Les roches volcaniques de l'île Pitcairn (Océan Pacifique austral)*. Note de M. **Alfred Lacroix**.

La petite île Pitcairn, située dans le Pacifique austral, par 25°3′20″ (à 25° 4′38″) de latitude Sud et 130°6′30″ (à 130°4′6″) de longitude Ouest, à 288 milles au Sud-Est de Mangareva, l'une des îles Gambier, est entièrement volcanique. Elle a été rarement visitée. Au cours d'une brève escale, M. Métraux, de la mission franco-belge de l'île de Pâques, y a recueilli quelques roches qui me permettent de compléter mes observations antérieures [1], les seules qui aient été faites sur cette île.

Il semble que les laves prédominantes soient des *andésites* dont voici les caractéristiques :

Un premier type est gris, aphyrique et holocristallin. L'analyse 3 montre qu'il s'agit d'une andésite augitique, à tendance basaltique. Les microlites feldspathiques (50 à 38 pour 100 d'anorthite) de plusieurs dimensions différentes sont disposés fluidalement, accompagnés de grains d'augite et de titanomagnétite. A signaler quelques rares phénocristaux microscopiques d'olivine transformée en iddingtite; quelques paillettes de *biotite* de couleur claire se voient dans de grosses bulles gazeuses assez peu nombreuses et imprègnent la roche.

Un second type (analyse 2) est gris ardoise, compact, dépourvu de bulles gazeuses; sa cassure est conchoïdale. C'est encore une andésite holocristalline, mais ses plagioclases microlitiques sont moins calciques (40 à 35 pour 100 d'anorthite), parfois cerclés d'oligoclase ou même d'orthose. Les barylites sont les mêmes que dans la roche précédente, mais la biotite, accompagnée d'un peu de hornblende, est beaucoup plus abondante, formant de grandes plages qui englobent pœcilitiquement tous les autres éléments. Il n'est pas douteux que ce minéral soit d'origine pneumatolytique et non pas magmatique.

Le troisième type (analyse 1) est noirâtre, à cassure inégale; par ses barylites, il rappelle les roches précédentes, mais ils existent en moindre proportion; les microlites de plagioclase sont là aussi de dimensions variées, leur teneur en anorthite oscille entre 60 et 30 pour 100, pour les plus gros; les plus petits renferment 30 pour 100 d'anorthite.

Le fond microlitique renferme en grande abondance des ponctuations

---

[1] *La constitution lithologique des îles volcaniques de la Polynésie australe Mém. Ac. Sciences*, 59, 1927, (p. 45).

de magnétite, mais avec une particularité spéciale; çà et là, il existe un un réseau de très fines veinules microscopiques discontinues obscurcissant complètement la pâte et rendant plus apparents les microlites feldspathiques. Il est assez difficile de trouver une explication satisfaisante à cette particularité structurale; peut-être résulte-t-elle d'une injection dans des fissures de retrait de la lave, d'un résidu vitreux, brusquement refroidi.

Sur la côte Sud-Est de l'île, dans une région appelée *The Rope*, se trouvent des couches stratifiées d'un *tuf trachytique* de couleur grise (analyse 4); il est peu cohérent et formé par une fine poussière ponceuse englobant des fragments et des blocs de ponce et d'obsidienne (analyse 5). Ces ponces sont blanches, très étirées et ne renferment qu'une faible quantité de microlites d'orthose au milieu d'un verre incolore. Elles sont accompagnées de menus fragments d'obsidienne blanche, très riche en bulles gazeuses.

On y voit aussi des morceaux, souvent assez gros, d'une obsidienne noire (analyse 6) qui, en lames minces, se présente sous la forme d'un verre d'un brun très foncé, dont les irrégularités de coloration décèlent des variations de composition chimique. Ce verre renferme quelques phénocristaux et microlites d'orthose et plus rarement des phénocristaux de *fayalite* : je n'ai observé qu'un seul petit échantillon d'un tuf noir, formé de débris de ponces et d'obsidienne offrant au microscope les mêmes particularités que l'obsidienne noire. Ces débris, ainsi que des fragments d'andésite, proviennent d'éruptions antérieures à celles de la ponce blanche.

En d'autres points, ce tuf altéré par des actions atmosphériques est devenu cohérent; se taillant facilement au marteau, il a pris une teinte jaune, sur laquelle apparaissent, en relief, de petits fragments de ponces blanches ou noirâtres et des débris d'obsidienne. Au microscope la structure est la même que dans la roche fraîche, mais tous les menus débris de ponce sont bordés par une zone d'hydratation biréfringente, qui rappelle celle des tufs palagonitiques basaltiques. C'est vraisemblablement ce tuf qui a été jadis utilisé par les indigènes pour la sculpture de statues analogues à celles de l'île de Pâques et qui ont été décrites par J. Allen Brown [1], je dis vraisemblablement, car je n'ai pas vu d'échantillons provenant de ces statues.

Le tableau ci-après comprend les analyses faites sur mes échantillons par M. Raoult. Elles correspondent à un *trachyte* α, alcalin, dans le cas de la ponce n° 5, hyperalcalin même pour le tuf ponceux n° 4; quant à l'obsidienne noire, elle se distingue des roches précédentes par une teneur assez

---

[1] *Stone Implements from Pitcairn Island* (*J. roy. Anthrop. Institute of Great Britain and Ireland*, 30, 1900, p. 83-88).

sensible en anorthite virtuelle, due à une faible augmentation du pourcentage de l'alumine et de la chaux.

1. Andésite .... II.5.3.4 [3.2.2.3]
2. Andésite renfermant biotite............... II.5.(2)3.4 [3.2(3).2.3]
3. Andésite voisine du basalte............... II'.5.3'.4 [3.1'.1'.3']
4. Tuf trachytique ponceux.................. (I)II.'5.1 (3)4
5. Ponce trachytique........................ (I)II.'5.1.(3)4
6. Obsidienne trachytique noire............. I(II).5.2.'4
7. Ponce rhyolitique. Marutéa du Sud........ I.4.'2.'4

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
SiO^2..........	49,64	50,30	46,76	60,20	62,04	62,74	69,40
Al^2O^3.........	18,50	17,69	17,57	14,32	14,86	16,53	15,29
Fe^2O^3.........	4,88	4,59	4,81	2,99	0,82	2,07	0,46
FeO..........	5,18	6,36	8,91	3,74	4,40	4,23	1,73
MnO.........	0,15	0,18	0,15	0,12	0,07	0,10	0,07
MgO.........	2,80	2,94	3,52	0,13	0,12	0,28	0,11
CaO..........	6,88	6,86	7,14	1,78	1,60	2,02	1,86
Na^2O.........	4,73	5,13	3,54	5,69	5,72	5,84	5,30
K^2O..........	1,66	2,34	1,43	4,76	4,78	4,59	3,91
TiO^2..........	2,44	2,42	3,82	0,34	0,56	0,92	0,32
P^2O^5.........	0,19	0,45	0,41	0,07	0	0	0,06
H^2O + ...	1,74	0,38	1,15	5,24	5,14	0,60	1,57
H^2O —	0,93	0,32	0,68	0,70	0,33	0,12	0,36
CO^2..........	0,29	0,18	0	0	traces	»	0
	100,01	100,14	99,89	100,08	100,44	100,08 (1)	100,44
SiO^2 libre.....	»	»	»	5,16	5,46	5,40	19,56
Or...........	10,01	13,90	8,34	28,36	28,36	27,24	22,80
Ab...........	39,82	36,15	29,87	46,63	48,21	49,25	44,50
An...........	24,19	18,35	28,08	»	0,83	5,28	6,67
Né...........	»	3,98	»	»	»	»	»
Æg...........	»	»	»	1,39	»	»	»
$CaSiO^3$.......	3,02	4,76	1,97	3,36	3,02	1,97	0,70
$MgSiO^3$.......	3,60	2,90	7,80	0,30	0,30	0,70	0,30
$FeSiO^3$.......	0,92	1,58	5,54	4,36	6,60	4,75	2,38
Mg^2SiO^4......	2,38	3,08	0,70	»	»	»	»
Fe^2SiO^4.......	0,61	2,14	0,61	»	»	»	»
Ma...........	7,19	6,73	6,96	3,71	1,16	3,02	0,70
Ilm...........	4,56	4,56	7,30	0,61	1,06	1,67	0,61
Ap...........	0,34	1,01	1,01	0,34	»	»	0,34
An pour 100...	37	33	48	»	»	9	11
Σb...........	22,6	26,8	31,9	14,1	12,1	12,1	5,0

(1) Cl, 0,04.

En résumé, on voit que Pitcairn se distingue des autres îles océaniques du Pacifique austral en ce que ses laves dominantes ne sont pas des basaltes mais, des *andésites* β, accompagnées de *trachytes* α. Cette île possède donc une certaine originalité pétrographique, vis-à-vis de l'île de Pâques. Je la range dans la même série que les îles Marquises, où se rencontrent des trachytes analogues, mais avec cette différence que ceux-ci sont accompagnés de basaltes francs et d'océanites.

Pitcairn, par contre, se distingue complètement des îles les plus voisines, les Gambier, car jusqu'ici on ne connaît dans celles-ci que des basaltes et des océanites.

En terminant, je rappellerai que M. Seurat m'a rapporté jadis de l'archipel de Tuamotu un bloc de ponce blanche fibreuse qu'il a recueilli sur le rivage de l'île Marutea du Sud, située à 368 milles au nord-nord-ouest de Pitcairn. L'analyse 7 montre que cette roche, formée uniquement par du verre étiré englobant quelques paillettes de biotite, possède une composition chimique très voisine de celle des trachytes de Pitcairn. Elle est seulement plus riche en silice et notamment en silice libre potentielle, de telle sorte qu'on doit la considérer comme de nature *rhyolitique*.

Comme il est nécessaire d'admettre que cette ponce n'a pu être apportée là où elle a été recueillie, que par l'océan, et comme, d'autre part, les innombrables îles de l'archipel Tuamotu sont entièrement coralliennes, on peut se demander si elle n'aurait pas pour origine un gisement non reconnu de Pitcairn qui est l'île la moins éloignée où ont été rencontrées des ponces. Il serait à souhaiter, par suite, qu'une exploration moins sommaire de Pitcairn soit entreprise, afin de résoudre cette question intéressante, en raison de l'extrême rareté des rhyolites dans le Pacifique, fait sur quoi j'ai déjà appelé l'attention dans une Note précédente.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Un moteur à combustion interne.* Pli cacheté déposé par **Joseph Montgolfier** [1].

ayant refléchis sur les causes du prodigieux effort avec lequel la poudre a canon chase le boulet dans le moment quélle s'enflamme, ainsi que de la promptitude avec laquelle le canon s'échauffe nous avons pensé que le phenomene pouvait estre du en grande partie a la difficulté que la chaleur

[1] Le 9 juin 1784, le marquis de Condorcet, alors Secrétaire perpétuel, présentait à l'Académie des Sciences un pli cacheté déposé le 29 mai précédent par Joseph Montgolfier. Ce pli est toujours dans nos Archives, mais les cachets ont été brisés. On ne sait ni à quelle époque ni par qui le pli cacheté fut ouvert. Il a paru utile de publier

produitte par cette combustion eprouvait a filtrer au travers du canon dans un temps exessivement court, et peut estre ausi au developement subit d'unne quantité de fluide electrique qu'on peut suposer entrer d'unne maniere fixe dans la composition du charbon et faire un de ses élements.

plusieurs experiances que nous fimes nous persuaderent de cette theorie que les gazs inflammables et l'air dephlogistiqué contenu dans la poudre estaint les seules matieres qui constituaient sa force lors de leurs déflagration.

nous cherchames en conséquance a nous procurer l'effet de la poudre a canon en embrazant par ce moyen de l'électricité un melange de les deux fluides que nous avions renfermé dans un fort vaiseau de fer a demy plaint deau au bas du quel estait une ouverture a laquelle estait adapté un tube pour former un jet deau et nous vimes que leau sécoula par le tube avec une promptitude et rapidité prodigieuse.

nous conclumes de cette experiance quon pourait dapres cette theorie faire elever sur des coteaux des grandes masses deau par des procedés ausi simples que economiques relativement au produit, et qu'il suffirait pour cela de construire un puit dun grand diametre dont le fond ne serait que de quelques pieds au desous du niveau de la rivierre ou de l'estang dont on voudrait elever les eaux que le puit fut vouté par desus au moins a la mesme hauteur au desus du niveau de leau que le puit aurait de diametre et la voute chargee en raison de la hauteur á laquelle on se propose délever les eaux quil y u un tuyaux dun grand diametre qui comuniquase du fond du puit au fond du reservoir superieur quon se propose de remplir et d'alimenter.

Sur cette ouverture superieure du tuyaux serait établi un clapet ou sous pape, pour que les eaux une fois entrées dans le reservoir ne pussent plus descendre dans le puit. on établirait un autre tuyaux de comunication de la rivierre au fond du puit sur le quel serait placé un autre clapet ou souspape pour empècher que l'eau de la riviere une fois introduitte dans le puit ne puise par la pression estre renvoyée.

enfin il y aurait ausi deux autres tuyaux pour changer l'air. l'un comuniquerait dans une direction verticale du somnet interieur de la voute

---

dans les *Comptes rendus* cet écrit très intéressant pour l'histoire de la Mécanique; rien n'a été changé dans le texte de Montgolfier. Rappelons que l'illustre inventeur des *machines aérostatiques*, décédé le 26 juin 1810, avait été élu à l'Institut national le 16 février 1807. E. P.

jusque au somet exterieur cest a dire quil traverserait lepaiseur de la voute et de sa charge. un bouchon forment une souspape fermerait ce tuyaux a son orifice interieur et defendrait la sortie de l'air interieur dans le moment de la pression le second communiquerait de dehors dans le puit, dans une direction horisontale, a un demi pied au desus du niveau de l'eau, un clapet léger en fermerait lentrée interieure de maniere que lors de la pression l'air ne puise sortir du puit.

Les choses en cet estat on disposerait dans le puit a des distances convenables des petits fagots le moins cerrés possible du bois le plus menu le plus sec et de la plus prompte combustion, ensuitte on les enflamerait tous dans le mesme instant par le moyen de l'electricité ou de tout autre.

pendant le temps que les fagots bruleront leau du puit s'élevera promptement dans le réservoir superieur et sera remplacée sitost apres la combustion par l'eau de la riviere alors le directeur de la machine abaisera le bouchon placé au sommet interieur de la voute et sur le champ l'air interieur séchapera par le tuyau superieur et sera remplacé par l'air exterieur qui afluera par le grand tuyau horisontal le quel servira en mesme temps de pasage au directeur de la machine pour entrer dans le puit avec une provision de nouveaux fagots quil placera comme a la premiere fois pour répeter la mesme opération.

daprès les essais que nous avons fait nous sommes fondés a espérer de pouvoir elever par ce moyen 1200 mille pieds cube deau par jour a la hauteur denviron 50 pieds par une consommation denviron 100 quintaux de bois. nous sommes occupés dans le moment a diminuer encor cette consommation, mais comme les divers essais que nous avons fait jusques a ce jour nous on estés dispan (dieux) et que la situation de notre fortune ne nous permet pas de les suivre avec la celérité que nous désirerions et que dautre part nous n'avons pu faire ces essais sans estre apercus de plusieurs personnes que nous avons mesme lieu de soubsoner que nous avons este épiés, nous prions la companie de vouloir bien recevoir sous le cachet le présent ainsi que les details des diverses expériances que nous avons faittes ou ferons par la suitte sur cet objet important afin de nous conserver par ce moyen la priorité de lidée de lentreprise si elle a lieue un jour.

THÉORIE DE LA RELATIVITÉ. — *Sur les formules de Lorentz.* Note de M. Édouard Le Roy.

M. Esclangon vient de publier une Note (1) montrant qu'il est possible d'établir les formules de Lorentz sans faire intervenir aucune hypothèse sur la vitesse de la lumière. Je voudrais rappeler que j'ai indiqué antérieurement une démonstration du même fait (2). D'ailleurs je dois ajouter que ce résultat m'avait été suggéré en principe par une conversation avec M. Ramón Salas Edwards, professeur à Santiago du Chili, et que je l'avais donné dans mon enseignement au Collège de France, il y a plus de deux ans. La démonstration est tout à fait élémentaire.

Soient deux axes OX et O′X′ dont le second glisse avec la vitesse V sur le premier, et un événement noté (x, t), (x', t') dans ces deux systèmes. On doit avoir

$$x = f(x', t'), \qquad t = \varphi(x', t').$$

On ne fera que les hypothèses suivantes : 1° homogénéité de l'espace-temps, c'est-à-dire indifférence de l'événement pris comme origine; 2° réciprocité des deux systèmes de référence, sauf le seul changement de V en — V. De la première hypothèse, on déduit immédiatement que les fonctions f et φ sont linéaires et homogènes en x' et t' :

$$x = mx' + nt', \qquad t = px' + qt'.$$

L'hypothèse de réciprocité entraîne que l'on ait $x = Vt$ pour $x' = 0$ et $x' = -Vt$ pour $x = 0$. D'où : $n = Vq$, $m = q$, et par suite

$$x = q(x' + Vt'), \qquad t = px' + qt'.$$

Cela étant, on voit qu'un mouvement uniforme de vitesse u' sur O′X′ reste uniforme sur OX avec la vitesse u telle que :

$$puu' + q(u - u') = Vq.$$

Cherchons alors s'il peut exister une vitesse invariante $(u = u')$. Il faut et il suffit pour cela qu'on puisse déterminer u de façon que :

$$pu^2 = Vq.$$

Donc deux cas sont possibles, et deux seulement.

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 708.

(2) *Jubilé de M. Marcel Brillouin*, 1 vol., 1935.

Si $p = 0$, il n'y a pas de vitesse invariante. Alors la réciprocité montre que $q^2 = 1$. D'ailleurs, puisque OX et O'X' ont même sens, on a $q = 1$ et l'on trouve les formules du groupe de Galilée.

Si $p \neq 0$, il y a une vitesse invariante, dont la valeur c est donnée par $pc^2 = Vq$. En tirant p de là, il vient

$$x = q(x' + Vt'), \qquad t = q\left(t' + \frac{Vx'}{c^2}\right).$$

L'hypothèse de réciprocité, jointe à la même remarque que ci-dessus sur les sens de OX et O'X', entraîne

$$q = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

D'où les formules du groupe de Lorentz.

En considérant un troisième axe O''X'' qui glisse sur OX avec la vitesse V' et en écrivant que les vitesses de O'' par rapport à O' et de O' par rapport à O'' sont égales en valeur absolue et de signes contraires, on trouve que c ne dépend pas de V.

Reste, au point de vue physique, à choisir entre les deux cas et à découvrir, dans le second, la signification de c. Des raisons bien connues imposent le second cas de préférence au premier. D'autre part, la seule valeur possible pour la vitesse invariante c, d'après la Physique, semble être celle qui correspond à la vitesse de la lumière. D'ailleurs, certaines considérations directes, de nature philosophique, que l'on trouvera dans le Mémoire cité et qui ne font intervenir en rien l'expérience de Michelson, suggèrent qu'en effet la vitesse de la lumière doit être invariante et que c'est aussi une vitesse limite. Cependant ces considérations n'excluent pas absolument la possibilité que la vitesse invariante soit peut-être définie théoriquement par rapport à la propagation de la lumière dans le vide, sans être exactement la vitesse de cette propagation : de sorte qu'on pourrait éventuellement accueillir certaines constatations expérimentales touchant des variations que subirait la vitesse de la lumière, sans avoir besoin pour cela de changer les formules de Lorentz.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les ondes de choc et les ondes continues de certains gaz.* Note de M. **Émile Jouguet.**

I. Les gaz que nous considérerons ici sont ceux dont l'équation d'état est

$$p\Sigma = \frac{RT}{m} \quad \text{avec} \quad \Sigma = \sigma - \omega; \tag{1}$$

p, pression; σ, volume spécifique; ω, covolume; m, masse moléculaire; T, température; R, constante universelle des gaz parfaits. C'est la forme à laquelle se réduit l'équation de Van der Waals quand on néglige le second terme, approximation légitime aux hautes températures et souvent adoptée dans l'étude des explosions. Le potentiel interne est alors

$$\mathcal{F} = -\frac{RT}{m}\mathcal{L}(\sigma - \omega) + f(T)$$

et l'énergie interne U, les chaleurs spécifiques C et c, leur rapport γ sont des fonctions de la température seule

$$U = f - Tf' = \int c\,dT, \qquad c = -Tf'', \qquad C = -Tf'' + \frac{R}{m}, \qquad \gamma = 1 + \frac{R}{mc}. \tag{2}$$

II. *Ondes de choc.* — Dans un mouvement par tranches planes, les équations d'une onde de choc propageant un état 2 dans un état 1 sont, en désignant par u la vitesse des tranches et par D la célérité de l'onde,

$$\left\{\begin{aligned} &\int_{T_1}^{T_2} c\,dT = \frac{p_1 + p_2}{2}(\Sigma_1 - \Sigma_2), \\ &D_1^2 = (\Sigma_1 + \omega)^2 \frac{p_2 - p_1}{\Sigma_1 - \Sigma_2}, \\ &(u_2 - u_1)^2 = (p_2 - p_1)(\Sigma_1 - \Sigma_2). \end{aligned}\right. \tag{3}$$

Ces équations prennent la forme (5) ci-après si l'on pose

$$\varpi = \frac{p_2}{p_1}, \qquad \xi = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1}, \qquad \theta = \frac{T_2}{T_1} \qquad (\theta = \varpi\xi); \tag{4}$$

$$\left\{\begin{aligned} &(5_a) \quad \varpi^2 - \left[(\theta - 1) + \frac{2m}{RT_1}\int_{T_1}^{T_2} c\,dT\right]\varpi - \theta = 0, \\ &(5_b) \quad D_1 = \frac{\sigma_1}{\Sigma_1}\sqrt{\frac{RT_1}{m}}\sqrt{\frac{\varpi - 1}{1 - \xi}}, \\ &(5_c) \quad u_2 - u_1 = \pm\sqrt{\frac{RT_1}{m}}\sqrt{(\varpi - 1)(1 - \xi)}. \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Les formules (5) se prêtent bien aux calculs numériques. On peut voir, par de tels calculs, combien diffèrent les compressions ϖ produisant la même élévation de température dans des gaz de chaleurs spécifiques différentes. On trouve, par exemple, avec les chaleurs spécifiques de Nernst, et en faisant $T_1 = 273$ et $p_1 =$ une pression ordinaire pour laquelle σ_1/Σ_1 est à peu près l'unité :

	$T_2 = 273 + 2000$.			$T_2 = 273 + 4000$.		
	CO^2.	N^2.	A.	CO^2.	N^2.	A.
ϖ..........	87,8	51,8	30,4	208	116	59
D_1..........	2220	2215	1530	3560	3310	2115

Pour certaines discussions il est commode de transformer (5_a). Soient c_i une valeur moyenne de c telle que $\int_{T_1}^{T_2} c\, dT = c_i(T_2 - T_1)$ et $\gamma_i = 1 + R/mc_i$ la valeur du rapport γ correspondante. Alors (5_a) peut s'écrire

$$(5'_a) \qquad \xi = \frac{(\gamma_i + 1) + (\gamma_i - 1)\varpi}{(\gamma_i + 1)\varpi + (\gamma_i - 1)}.$$

L'onde de choc étant caractérisée par une certaine valeur de ϖ, on peut prendre pour γ_i une valeur approchée, variable avec le gaz considéré. Les formules $(5'_a)$, (5_b), (5_c) permettent alors de calculer les éléments de l'onde de choc, et notamment $\theta = T_2/T_1$. Si T_2, ainsi trouvé, ne répond pas à la valeur admise pour γ_i, on retouchera celle-ci. Comme première valeur approchée de γ_i on peut, si T est la température ordinaire et si la compression est entre 20 et 200, prendre : pour CO^2, 1,18; pour N^2, 1,32; pour A, 1,66.

III. *Ondes continues.* — Envisageons, pour les gaz qui nous occupent, les ondes continues telles qu'elles sont définies aux articles 203 et 294 de ma *Mécanique des explosifs*. Les conditions d'adiabatisme d'une part et d'échelonnement des vitesses de l'autre [1] s'écrivent

$$(6) \qquad \Sigma\, dp + \gamma p\, d\Sigma = 0, \qquad du = \pm\sqrt{\frac{1}{\gamma}\,\Sigma p^{\frac{1}{\gamma}}}\, p^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}}\, dp.$$

Encore ici, adoptons une valeur moyenne γ_i pour γ. En intégrant entre 1

[1] L'échelonnement des vitesses est donné par la formule $E\, du = \sigma\, dp$ de l'article 203 de la *Mécanique des explosifs*, Paris, 1917.

et 2 et en posant toujours les définitions (4), on obtient

$$(7)\qquad \left\{\begin{aligned} &\varpi = \xi^{-\gamma_i},\\ &u_2 - u_1 = \pm \frac{2}{\gamma_i - 1}\sqrt{\gamma_i \frac{RT_1}{m}}\left(\varpi^{\frac{\gamma_i - 1}{2\gamma_i}} - 1\right).\end{aligned}\right.$$

Le double signe correspond aux deux sens de la propagation.

IV. *Similitude des ondes.* — En dehors des ondes de choc, le mouvement du fluide est défini par

$$(8)\qquad \left\{\begin{aligned} &\sigma\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = 0,\\ &(\sigma - \omega)\,dp + \gamma p\,d\sigma = 0,\\ &\frac{\partial \sigma}{\partial t} + u\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \sigma\frac{\partial u}{\partial x}.\end{aligned}\right.$$

Cherchons si nous pouvons concevoir des intumescences semblables, ces intumescences pouvant être limitées ou non par des ondes de choc. Pour cela multiplions les longueurs par α, les volumes spécifiques par β, les masses moléculaires par μ, les températures par τ, les pressions par ψ, les vitesses par φ et exprimons que les équations (1), (3), (6), (8) ne cessent pas d'être vérifiées, tous les termes d'une quelconque d'entre elles étant multipliés par le même facteur. On peut supposer, en première approximation, que le covolume est, pour tous les gaz, la même fraction du volume occupé dans les conditions normales de température et de pression : ω est alors en raison inverse de m. La seconde équation (8) montre de suite qu'on doit avoir $\beta\mu = 1$ et γ identique pour les gaz comparés. Pour remplir cette seconde condition, il est nécessaire de ne comparer que des gaz pour lesquels mc est le même, c'est-à-dire des gaz de même atomicité et, puisque mc et γ varient avec la température, des gaz dont la température reste identique aux points homologues ; il faut donc que $\tau = 1$. Finalement, nos conditions de similitude sont

$$(9)\qquad \beta\mu = 1,\qquad \tau = 1,\qquad \psi\mu\beta = \tau,\qquad \varphi^2 = \beta\psi.$$

On peut supprimer la condition $\beta\mu = 1$ si, dans toute la masse fluide, la pression est assez faible pour que le covolume soit négligeable, et la condition $\tau = 1$ si l'on accepte l'approximation de remplacer partout c et γ, variables, par des valeurs moyennes : on retombe alors sur le cas des gaz parfaits ordinaires. Mais si l'on conserve la totalité des conditions (9), sont seules semblables les intumescences pour lesquelles $\beta\mu = \tau = \psi = 1$, $\varphi = 1/\sqrt{\mu}$, c'est-à-dire les intumescences produisant, dans deux gaz de

même atomicité pris à la même température et à la même pression, des variations égales de pression et de température : les vitesses y sont en raison inverse des racines carrées des masses moléculaires.

Dans ces intumescences, le rapport α des longueurs, jusqu'ici arbitraire, dépend de la manière dont elles ont été produites. Imaginons qu'on ait fait naître l'intumescence en appliquant, à la tranche limite de nos deux gaz semblables, des pressions perturbatrices égales pendant que cette tranche parcourt des chemins égaux (travail donné). Alors $\alpha = 1$. Les intumescences dans les deux gaz ont même largeur et la pression et la température s'y altèrent également pour des parcours égaux. Si au contraire on fait naître l'intumescence en appliquant à la tranche limite des pressions égales pendant des temps égaux (impulsion donnée), $\alpha = \varphi = 1/\sqrt{\mu}$. Les largeurs des intumescences sont en raison inverse des racines carrées des masses moléculaires, et la pression et la température qui y règnent s'altèrent également après des parcours qui sont dans le même rapport, plus longs par conséquent pour les gaz plus légers.

V. Ces formules et ces résultats sont utiles, comme nous le montrerons ultérieurement, pour étudier les ondes produites par un explosif solide détonant dans une atmosphère gazeuse.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Synthèse de la cyanamide par oxydation du formol et de l'ammoniaque.* Note de MM. **Richard Fosse** et **Paul De Graeve**.

En cherchant le mécanisme de la formation artificielle de l'urée, par oxydation des substances organiques, l'un de nous a constaté que l'oxydation forme, avec dégagement de chaleur, à côté de corps d'activité chimique faible ou nulle (gaz carbonique, eau, acide cyanique, urée), deux des plus puissants agents de synthèse connus des principes naturels, l'*aldéhyde formique* et l'*acide cyanhydrique* (1), premiers termes supposés de l'assimilation chlorophyllienne du carbone et de l'azote.

1. Dans cette Note, nous démontrons que le formol, produit constant de l'oxydation d'une foule de substances organiques, oxydé, lui-même, en présence d'ammoniaque, réalise la synthèse de la cyanamide, d'après une

(1) R. Fosse, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 445.

réaction chimique absolument nouvelle

$$CH^2O + 2NH^3 + O^2 = CNNH^2 + 3H^2O.$$

On sait que la cyanamide a permis de reproduire artificiellement de très importants principes naturels : la *créatine*

$$CH^3.NH.CH^2.CO^2H \xrightarrow{CNNH^2} NH{=}\underset{\displaystyle CH^3}{\overset{\displaystyle NH^2}{C}}.N.CH^2.CO^2H$$

jouant un rôle considérable dans le travail musculaire; la *créatinine* de l'urine; des bases *guanidiques* et enfin l'*arginine*, produit constant de l'hydrolyse des protides et des protamines

$$NH^2.CH^2.CH^2.CH^2.\underset{\displaystyle NH^2}{CH}.CO^2H \xrightarrow{CNNH^2} NH{=}\overset{\displaystyle NH^2}{C}.NH.CH^2.CH^2.CH^2.\underset{\displaystyle NH^2}{CH}.CO^2H.$$

La synthèse de la cyanamide par oxydation du formol et de l'ammoniaque vient donc, après celles de cet aldéhyde et de l'acide cyanhydrique par oxydation des substances organiques, *affirmer la puissance synthétique de l'oxydation*, phénomène chimique de la *respiration*.

2. *Synthèse de la cyanamide par oxydation du formol et de l'ammoniaque.* — Du polyoxyméthylène ($0^g,5$), dissout dans l'ammoniaque à 22° (10^{cm^3}), reçoit, en deux fois, en agitant, du permanganate calcique cristallisé (2^g). La réaction très vive, qui se déclare, élève la température jusqu'à 65°. Ajouter de l'eau (10^{cm^3}), centrifuger et filtrer. L'addition de nitrate d'argent solide ($0^g,5$), provoque la formation dans la liqueur d'un volumineux précipité jaune, insoluble dans NH^3, soluble dans NO^3H, précipitable de sa solution nitrique par NH^3, producteur d'urée par l'action des acides minéraux. La quantité de cyanamide ainsi formée est voisine d'environ 2 pour 100 du formol oxydé.

Obtention de la cyanamide argentique pure à l'analyse. — Le précipité argentique, lavé, dissout dans l'acide nitrique dilué glacé, reprécipité par l'ammoniaque, ne représente pas un corps pur, même après plusieurs opérations semblables : l'analyse donne, en effet, un déficit en argent de 1,5 pour 100, et la matière se colore superficiellement en gris à l'étuve à 100°.

Nous obtenons CN^2Ag^2, parfaitement pure, en opérant de la manière suivante :

Triturer le précipité brut, préalablement lavé, encore humide, avec de l'éther en ajoutant la quantité minimum nécessaire d'HCl fumant, goutte à goutte, pour transformer le sel jaune en sel blanc d'AgCl. Après décantation de l'éther et épuisement du résidu par une nouvelle dose de ce solvant, réunir les liqueurs sur du chlorure de calcium, à qui elles cèdent leur eau et du formol, reconnu par sa réaction colorée avec le réactif chlorhydrate de phénylhydrazine-ferricyanure HCl.

L'agitation de la solution éthérée avec du nitrate d'argent ammoniacal, donne la cyanamide d'argent, qu'on soumet à un nouveau traitement semblable. Le dépôt hydraté de $CaCl^2$ *ne donne plus la réaction colorée*. Enfin, le sel d'argent, traité par NO^3HSN glacé, est précipité par NO^3Ag ammoniacal, lavé à l'eau, à l'alcool et séché à 100°.

Analyses. — La matière ($13^{mg},249$) placée dans un micro-creuset, humectée de deux gouttes de NO^3HN et de deux gouttes d'HCl N, est séchée à 100°, puis calcinée au micro-four électrique jusqu'à commencement de fusion.

Poids de AgCl : $14^{mg},806$; trouvé : Ag pour 100, 84,10; calculé pour CN^2Ag^2 : Ag pour 100, 84,38.

Dosages simultanés de l'argent et de l'urée formés par hydrolyse, sur le même échantillon. Dosage de l'argent. — Chauffer, 3 heures à 60°, le sel d'argent ($24^{mg},877$) avec NO^3HN (5^{cm^3}) puis, traiter par HCl N (5^{cm^3}) 15 minutes à 60°. Refroidir, filtrer sur micro-filtre taré d'amiante, laver à l'eau et recueillir les eaux mères et de lavage pour le dosage de l'urée.

AgCl : $27^{mg},783$; d'où, trouvé Ag pour 100 : 84,05; calculé pour CN^2Ag^2, Ag pour 100 : 84,38.

Dosage de l'urée. — Les eaux de filtration du chlorure d'argent, alcalinisées légèrement par NaOH, sont traitées par le double de leur volume d'acide acétique, et du xanthydrol méthylique à 1/10°, 1 pour 20 du volume total. Xanthylurée : $41^{mg},02$ d'où trouvé, urée pour 100 : 23,5 calculé pour CN^2Ag^2, urée pour 100 : 23,4.

3. La cyanamide constitue, en outre, un nouveau terme intermédiaire précurseur de l'acide cyanhydrique, de l'acide cyanique et de l'urée, formés dans l'oxydation ammoniacale du formol, d'après le schéma

$$CH^2O \xrightarrow[-3H^2O]{+2NH^3+O^2} CN^2H^2 \xrightarrow{+O} CNH \xrightarrow{+O} CONH \xrightarrow{+NH^3} NH^2.CO.NH^2.$$

Il est, en effet, facile de démontrer la transformation de la cyanamide : soit en acide cyanhydrique, soit en acide cyanique et urée, par oxydation,

en milieu ammoniacal, dans les conditions expérimentales où le formol engendre ces trois corps.

4. *Formation de l'acide cyanique par oxydation de la cyanamide et de l'ammoniac*

$$CNNH^2 \rightarrow CONH.$$

Expérience. — Dans un tube à centrifuger, chauffé à la chaleur de la main, on agite à l'aide d'un thermomètre : cyanamide ($0^g,0105$); eau (20^{cm^3}); ammoniaque concentrée (5^{cm^3}); nitrate d'ammonium ($1^g,5$); MnO^4K finement pulvérisé (2^g). Durée de la destruction du persel, 10 à 12 minutes; élévation de la température vers 50 à 55°. Le liquide provenant de l'essorage de deux expériences semblables, refroidi, additionné de NO^3Ag, reçoit NO^3H^5N avec précaution jusqu'à réaction neutre ou très faiblement alcaline au tournesol. Le volumineux précipité blanc formé, centrifugé et lavé, donne, à l'état brut, par trituration avec une trace de KCl et d'acétate de cobalt la coloration bleue du cyanate cobaltipotassique de Blomstrand.

Analyses de ce sel après deux cristallisations dans l'eau bouillante. Matière, $4^{mg},997$; Ag, $3^{mg},573$; trouvé : Ag pour 100, 71,7; calculé pour CONAg : Ag pour 100, 71,98.

Dosage de l'acide cyanique formé dans cette expérience. Chauffer une partie aliquote de la liqueur d'oxydation, 30 minutes à 90°, précipiter l'urée ainsi produite par le xanthydrol dans la liqueur chauffée et non chauffée.

Urée dans la liqueur non chauffée : 0; urée du cyanate d'ammonium dans la liqueur chauffée : 73 pour 100 de cyanamide; théorie pour 100 de cyanamide : 142,8 d'où cyanate d'ammonium pour 100 de la théorie : 51.

5. *Formation de l'acide cyanhydrique par oxydation de la cyanamide :*

$$CNNH^2 \rightarrow CNH.$$

La cyanamide produit l'acide cyanhydrique dans les conditions expérimentales où l'oxydation ammoniacale des substances organiques donne naissance à ce nitrile, c'est-à-dire en présence d'un sel d'argent ou de mercure.

Expérience A. — Chauffer en agitant dans un tube à centrifuger : solution de cyanamide à 2 pour 1000 (20^{cm^3}); ammoniaque concentrée (2^{cm^3}); oxyde mercurique (1^g) ou nitrate d'argent à 5 pour 100 (1^{cm^3}); MnO^4K ($0^g,2$). Le liquide centrifugé donne avec Zn et SO^4H^2 un *distillat* produisant très nettement la réaction du bleu de Prusse.

Expérience B. — Pour 100^g de cyanamide, on obtient, avec HgO, $2^g,5$ de CNH et $8^g,35$ avec NO^3Ag.

Expérience C. — Un tube à centrifuger pyrex reçoit : solution de cyanamide à 21 pour 1000 ($0^{cm^3},5$ d'où cyanamide $0^g,0105$); MnO^4K ($0^g,2$); chauffer au voisinage d'une flamme et agiter; distiller avec SO^4H^2 et Zn le liquide provenant de la centrifugation et du lavage du dépôt avec l'ammoniaque diluée. Liqueur de NO^3Ag décime consommée par le distillat, $0^{cm^3},35$; d'où CNH : 18 pour 100 de la cyanamide mise en expérience.

6. *Formation simultanée des acides cyanhydrique et cyanique.* — Proportions des composants : solution de cyanamide à 21 pour 1000 (1^{cm^3} ou CN^2H^2, $0^g,021$); ammoniaque concentrée (2^{cm^3}); eau (10^{cm^3}); liqueur $N/10NO^3Ag$ (3^{cm^3}); MnO^4K ($0^g,2$). Chauffer en évitant d'atteindre l'ébullition; en 3 minutes environ le permanganate disparaît, la température maxima atteint 85°. Le tout traité par Zn et SO^4H^2 donne un distillat consommant $0^{cm^3},47$ de liqueur d'argent décime. D'où CNH pour 100 de cyanamide, 12,0.

Dosage : cyanate d'ammonium pour 100 de cyanamide, 42,8.

TOXICOLOGIE. — *Action neutralisante* in vitro *de certains corps chimiques sur la toxicité du curare.* Note de MM. **Hyacinthe Vincent** et **François Morel.**

Sous la dénomination générale de *propriété cryptotoxique*, l'un de nous a fait connaître que certains agents chimiques spéciaux ont le pouvoir de neutraliser à doses extrêmement faibles, en trois ou quatre jours et à la température de 38°, les toxines microbiennes les plus puissantes; mais, ainsi inactivées, ces dernières conservent leur pouvoir antigène à un degré et pendant un délai qui varient suivant la nature de la toxine et suivant celle de l'agent antitoxique.

Ces corps inhibiteurs appartiennent au groupe cryptotoxique. Ils se rangent, d'une part, parmi certains acides saturés ou non saturés de la série aliphatique et, d'autre part, parmi certains acides à noyau benzénique ou leurs dérivés substitués, ainsi que parmi certains acides-phénols de la série naphtalénique, etc.

Cette propriété antitoxique si particulière peut s'étendre, ainsi que l'ont montré les recherches faites par L. Velluz, à des poisons non colloïdaux

(sulfate de strychine, chlorure mercurique, certains sels de nickel et d'uranium), mais sans effet d'accoutumance.

Nous nous sommes proposé d'étudier si la toxicité du curare pourrait être inhibée par quelques-uns de ces corps.

Bien que l'origine du curare soit assez variable, on s'accorde à attribuer ses effets à plusieurs alcaloïdes : curarine ($C^{19}H^{26}N^{2}O$), curine ($C^{18}H^{19}NO^{3}$) et accessoirement tubocurine, protocurine, protocuridine, etc. (Boussaingault et Roulin, Pelletier et Pétroz, Buchner, R. Boehm, Spath, etc.).

Injecté sous la peau du cobaye (300 à 350^{g}), le curare utilisé dans nos expériences tuait cet animal en 15 à 20 minutes, à la dose moyenne de 0^{g},002, soit environ 0^{g},006 par kilogramme d'animal.

La solution au centième étant filtrée, puis stérilisée à 100°, une à plusieurs doses mortelles de cette solution ont été additionnées en proportions variables, de l'un ou de l'autre des acides suivants en combinaisons sodiques :

1° acides oléique, linoléique, ricinoléique;

2° acides salicylique, diiodosalicylique;

3° acides α-oxynaphtoïque; β-oxynaphtoïque; acide méthylène-bis-oxy-β-naphtoïque.

Ces mélanges respectifs, inclus en tubes scellés, étaient portés pendant trois à sept jours à 38°, puis injectés au cobaye. Le tableau ci-après indique l'activité neutralisante qu'ont présentée ces divers corps.

	Corps neutralisant.		Quantité de curare neutralisée	
N°.	Nature de l'acide.	Quantité minima neutralisante du sel sodique (en milligrammes).	en milligrammes.	en doses mortelles.
1.	Acide oléique	0,005	0,005	2,5
2.	» linoléique	0,020	0,0025	1
3.	» ricinoléique	0,020	0,002	1
4.	» orthoxybenzoïque	0,025	0,02	1
5.	» diiodosalicylique	0,002	0,005	2,5
6.	» α-oxynaphtoïque	0,02	0,008	4
7.	» β-oxynaphtoïque	0,02	0,003	1,5
8.	» méthylène-bis-oxy-β-naphtoïque	0,04	0,030	15

Aux doses ci-dessus, la neutralisation de la toxicité curarique par ces divers corps a été complète, sans formation de précipité, sauf avec l'acide

méthylène-bis-oxy-β-naphtoïque

$$\left[C^{10}H^{5}\begin{array}{l}\diagup OH\ (2)\\ \diagdown COONa\ (3)\end{array}\right]^{2}CH^{2}$$

ce qui explique son fort pouvoir neutralisant. Le poison neutralisé est entraîné avec le précipité [1].

Les injections réitérées, à six reprises, du mélange atoxique curare-oléate de sodium n'ont exercé sur l'animal aucun effet d'accoutumance; il est même devenu un peu plus sensible au poison. En outre les injections de ces divers corps neutralisants, faites à doses élevées et sous les formes les plus variées, n'ont aucune action préventive ou curative contre l'injection simultanée ou ultérieure de la dose mortelle de curare : c'est là, d'ailleurs, une constatation générale qui s'applique également aux toxines microbiennes.

Si l'on augmente la proportion du corps antitoxique (par exemple oléate, salicylate, diiodosalicylate de sodium) on n'observe pas une neutralisation plus accélérée ni plus complète du curare. Le contact prolongé à l'étuve, l'élévation du mélange à la température de 48-50°, ou même à 100°, n'ont ni accru ni atténué son effet antitoxique. Toutefois, si l'on associe l'action de ces facteurs (dose triple de l'agent neutralisant et maintient à 52° pendant 15 jours), l'effet inhibiteur est un peu plus marqué.

A la température de 0°, la neutralisation des alcaloïdes du curare ne se produit pas. A 38°, elle commence après 48 heures et atteint son optimum au troisième ou au quatrième jour, suivant le corps étudié.

L'abaissement du mélange neutre d'oléate de sodium + curare au pH = 4,7, libère les alcaloïdes; le mélange injecté immédiatement au cobaye amène, en effet, sa mort. Le cobaye témoin, ayant reçu le même mélange non modifié, demeure indemne. On sait que certaines cryptotoxines présentent la même particularité (H. Vincent).

---

[1] Si, en effet, on ajoute à une proportion très élevée de curare (50 doses mortelles), la dose neutralisante normale ($0^{g},04$) de méthylène-bis-β-oxynaphtoate de sodium et si l'on sépare par filtration le liquide surnageant, celui-ci, est inoffensif. Par contre, le précipité lavé et injecté au cobaye amène la mort avec un peu de retard.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Les anomalies magnétiques au sommet du Rantoandro.* Note (¹) de MM. **Charles Poisson** et **André Savornin.**

Le sommet du Rantoandro paraissait tout indiqué pour des recherches sur les anomalies magnétiques de faible étendue au-dessus des basaltes. Peu éloigné de Tananarive, facilement accessible en saison sèche, grâce à une piste permettant aux automobiles d'approcher très près du dernier gradin, il offre au surplus une topographie simple. On peut donc y transporter un double jeu d'instruments, rassembler en peu de temps un nombre de mesures absolues et relatives assez grand pour déterminer les courbes des variations magnétiques.

E. Colin, stationnant le 12 octobre 1904 auprès du signal géodésique qui marque le point culminant, avait noté en ce point les anomalies les plus curieuses de tout son réseau malgache. Les valeurs exceptionnelles de la déclinaison (94°,20′ Est) et de la composante verticale (0,79.727), cette dernière dépassant le double de la normale, indiquaient l'existence d'un foyer de perturbation intense.

H. Gruyelle, le 15 juillet 1935, gêné par un fort vent de Sud-Est, n'avait pu réoccuper exactement le point de 1904; opérant avec les instruments Chasselon à une vingtaine de mètres au Nord-Ouest de la station de E. Colin, il avait obtenu : $D = 15°,42'20''$ Ouest, $H = 0,20731$, $I = 55°,58'30''$, chiffres s'écartant assez peu, surtout H et I des valeurs habituelles dans la région de Tananarive.

Nous avons longuement stationné au sommet du Rantoandro le 17 octobre 1935, et complété nos mesures de détail en deux séances plus brèves les 2 et 11 novembre, exécutant ainsi un levé serré dans un rayon de 50ᵐ autour du signal.

Un opérateur topographe effectuait à la planchette le plan du terrain à l'échelle de 1/500ᵉ. Un deuxième opérateur travaillant au tachéomètre plaçait rapidement nos stations en azimut et distance, et fournissait les visées réciproques pour les variations de déclinaison. Les mesures absolues furent obtenues avec les instruments Chasselon; les variations de la composante verticale étaient déterminées à l'aide d'une balance de Schmidt (Askania n° 97 104), celle de la déclinaison au moyen d'une grande boussole

(¹) Séance du 23 décembre 1935.

à lunette donnant la précision de $0^{\circ},2$, enfin cette boussole avait reçu un support de barreau aimanté permettant l'étude des variations de H par mesure de déviations par les méthodes ordinaires des sinus et des tangentes. La balance de Schmidt avait reçu un équipement analogue pour des mesures rapides de H et D.

Le signal du Rantoandro a pour coordonnées : latitude Sud $19^{\circ}03'51''$, longitude Est de Greenwich $47^{\circ}14'48''$, altitude 1536^{m}. Au Sud et à l'Ouest ce petit sommet dépasse seulement d'une quarantaine de mètres la surface d'un vaste plateau qui descend en pente très douce de l'Ankaratra vers le Nord; à l'Est et au Nord, l'érosion a creusé deux têtes de vallée, rendant les pentes plus abruptes dans ces directions. La roche est une ankaratrite péridotique (A. Lacroix), lambeau d'une coulée provenant très probablement du Sud (Ankaratra). Le chemin d'accès au Rotoandro par le Nord (Imerintsiatosika) traverse la même coulée $5^{km},200$ avant d'arriver au signal. Du sommet on aperçoit encore plusieurs autres lambeaux qui semblent conserver à quelques mètres près la même altitude. Le sous-sol est constitué par des gneiss granitoïdes plus ou moins latéritisés (Ambatobé), les contacts ne sont plus visibles.

La violence du vent d'Est sur le sommet ne nous a pas permis d'effectuer les mesures absolues aux mêmes points que E. Colin ou H. Gruyelle, mais ces points ont été occupés avec les instruments d'interpolation.

Les trois composantes du champ terrestre ont été déterminées le 17 octobre de 11^{h} à 13^{h} en un point situé à 19^{m} au Nord 43° Ouest vrai du signal géodésique, sur une étroite plate-forme près de l'angle Sud-Ouest d'une ancienne muraille en pierres sèches, ruine d'un poste militaire de télégraphie optique. Notre station est à environ 5^{m} au Sud de celle de H. Gruyelle, et à 20^{m} de celle de E. Colin.

Nous avons trouvé $D = 14^{\circ}04',0$ Ouest, $H = 0,21615$, $I = 57^{\circ}01'24''$, d'où l'on conclut $Z = 0,32074$.

La balance de Schmidt, préalablement étalonnée à Tananarive, donnait en ce point $Z = 0,32050$; la concordance est assez remarquable. Nos valeurs de D et H s'écartent de celles de H. Gruyelle, mais les observations de H. Gruyelle sont aussi correctes que les nôtres : nos deux stations se trouvant à peu près exactement en bordure d'un des champs d'anomalies étudiées en détail.

L'un de nous a effectué 25 stations à la balance; un contour fermé autour du sommet donne en un point de référence un résidu de fermeture de 57γ tout à fait acceptable, étant donné la variation diurne, la tempéra-

ture élevée et la violence du vent. Ces mesures ont déterminé la position de deux foyers principaux de perturbations magnétiques; les mesures de déclinaison à la boussole, suivant le procédé précédemment décrit, ont été faites en 19 points; les anomalies de H ont fait l'objet de 7 mesures; nous devons signaler qu'aux points où la valeur de H tombait au dixième de la normale la méthode des sinus cessait d'être applicable avec les aimants dont nous disposions. Les déviations ont pu être mesurées par la méthode des tangentes, atteignant 79 et 80°.

En résumé les résultats sont les suivants :

1° Dans toute la moitié Ouest du sommet, où les pentes sont moins raides et la roche plus altérée en surface, les variations des éléments magnétiques, bien que notables, restent modérées.

2° Sur le versant Est qui est abrupt par suite du creusement par érosion d'une tête de vallée, l'abrupt est bordé de blocs rocheux en place, compacts et résistants au marteau. Ces blocs sont magnétipolaires. Près de l'un d'eux, à 40^m Est-Nord-Est du signal, la déclinaison à 10^m Ouest du bloc rocheux était 52°,3 Est; elle devient 39°,7 Ouest à 1^m de la face Sud du rocher et 38°,2 Est à 1^m de sa face Nord.

3° Un foyer actif a été trouvé sur la ligne de crête, à 35^m Sud du signal, sur des affleurements de roche compacte, donnant des cassures fraîches sous le marteau. On y remarque une anomalie positive de Z supérieure à 10000 γ (près de la moitié du champ normal qui est de 29670 γ), combinée avec une zone d'anomalie négative d'environ 4000 γ. Cette zone s'étend sur 10 à 15^m dans le sens Nord-Sud, et 15 à 20^m dans le sens Est-Ouest. La déclinaison passe de 15°,3 Ouest à 14°,7 Est pour un déplacement de 5 à 6^m.

4° Le foyer le plus actif, correspondant à la station de E. Colin, est formé d'une masse rocheuse dure, partant du pied Nord du signal et s'étendant à une dizaine de mètres au Nord, une quinzaine de mètres au Nord-Ouest. La composante verticale y dépasse 50000γ, soit près du double de la normale de Z; une coupe Nord-Ouest-Sud-Est dans cette partie du sommet avec stations à peu équidistantes à 2^m l'une de l'autre donne successivement :

D...........	37,3	Ouest	81,2	Ouest	170	Ouest	24,3	Ouest
H...........	0,4159		0,0295		0,1025		0,1922	

A 2^m au Nord du signal, D = 33,4 Ouest, H = 0,0397;
A 8^m à l'Ouest du signal, D = 14°,4 Ouest;
A 5^m au Sud, D = 9°,1 Ouest.

Ces mesures montrent bien que sur certains sommets basaltiques de Madagascar les anomalies magnétiques sont intenses, spatialement peu étendues, et formant des foyers multiples.

Dans ces conditions il semble probable qu'elles ne peuvent constituer un danger sérieux pour la sécurité de la tenue de route aérienne à l'aide du compas d'avion.

PROTOZOOLOGIE. — *Cycle évolutif du Sporozoaire* Theileria dispar, *agent de la theilériose bovine des pays méditerranéens chez le Bœuf et chez une Tique.* Note de MM. **Edm. Sergent, A. Donatien, L. Parrot** et **F. Lestoquard.**

On trouve dans les globules rouges des bovins atteints de theilériose méditerranéenne à *Theileria dispar* de petits parasites assez comparables, pour certains, aux formes jeunes de *Plasmodium præcox*, du paludisme de l'homme, et que, depuis R. Gonder, on assimile à une forme de multiplication sexuée des *Theileria*, à des *gamétocytes*. Ces gamétocytes ronds, ovoïdes ou elliptiques, rarement étirés en bâtonnets, se rencontrent dans le sang des bovins au cours des accès aigus de theilériose, dans la proportion moyenne de 800 parasites pour 1000 globules rouges. Les formes rondes mesurent $0^{\mu},5$ de diamètre, les formes oblongues $1^{\mu},5$ de longueur. Le noyau est ponctiforme ou en croissant.

Le sang des bovins qui ont survécu à l'accès aigu de theilériose contient des gamétocytes de *Th. dispar* pendant des années. Lorsqu'une larve de la tique *Hyalomma mauritanicum* pique (en été ou en automne) un bœuf porteur de gamétocytes, ceux-ci évoluent dans l'intestin de la tique.

H. mauritanicum est une tique à deux hôtes : la larve et la nymphe piquent successivement le même bovin, sans interruption; la nymphe gorgée se détache du premier hôte, puis hiberne pendant 6 ou 8 mois; l'adulte éclôt l'été suivant et pique un second bovin.

Dans l'intestin de la larve-nymphe gorgée, les gamétocytes donnent des *zygotes*, éléments irrégulièrement arrondis ou polygonaux, à bords échancrés, sans chromatine visible, de 5^{μ} de diamètre en moyenne, que l'on trouve dans la lumière et dans le cytoplasme des cellules épithéliales de l'intestin. Trois semaines environ après le repas de la nymphe, au moment où celle-ci s'endort du sommeil hibernal, les zygotes s'enkystent. Ils ont alors une forme bien ronde, de $6^{\mu},5$ de diamètre en moyenne, une teinte foncée, sans chromatine visible, mais avec une aréole centrale plus claire, de $2^{\mu},4$ en moyenne de diamètre, marquée en son centre d'un point

sombre. Le kyste est sensiblement plus grand que le zygote (8$^{\mu}$ environ) et toujours plissé. Au moment où la nymphe se réveille du sommeil hibernal aux premières chaleurs et mue pour revêtir la forme adulte, le zygote se désenkyste et va se loger dans les cellules des glandes salivaires de la tique adulte. Lorsque celle-ci pique un bovin, le zygote évolue en *sporonte* chez qui la chromatine reparaît. Le sporonte envahit entièrement l'acinus de la glande salivaire (atteignant 70 et même 85$^{\mu}$) pendant les trois ou quatre premiers jours de la succion de sang. Il forme ensuite quelques centaines de *sporoblastes* (1$^{\mu}$,7 de longueur en moyenne) qui donnent à leur tour des milliers de *sporozoïtes* (petits anneaux à chaton de chromatine de 0$^{\mu}$,5 de diamètre, ressemblant beaucoup aux gamétocytes).

Les sporozoïtes passent avec la salive dans le sang du bœuf piqué et vont infecter les cellules du système réticulo-endothélial dans les ganglions, la rate, le foie, les vaisseaux sanguins et lymphatiques.

C'est dans ces cellules que s'effectue la multiplication asexuée. Après une incubation de 14 jours environ, l'apparition des schizontes dans les cellules mononucléaires coïncide avec une violente réaction fébrile du bovin qui y succombe souvent. Les schizontes intracellulaires ou *agamontes*, décrits sous le nom de *corps en grenade*, de 1 à 15$^{\mu}$ de diamètre, contiennent, dans un cytoplasme pâle, des grains de chromatine polygonaux, anguleux, de 1$^{\mu}$,2 de diamètre moyen. Les agamontes de *Th. dispar* passent régulièrement dans la circulation générale au moment de l'accès aigu, ce qui permet la transmission artificielle de la maladie de bovin à bovin par transfusion de sang. A côté des agamontes, apparaissent des corps en grenade un peu différents, à cytoplasme foncé et noyau de chromatine, plus petits et parfaitement ronds. Ce sont des *gamontes* d'où proviennent les gamétocytes; ceux-ci vont se fixer sur les globules rouges et assurer la perpétuation de l'espèce par infection des larves de tiques qui piqueront le bovin. Si l'on passe l'infection d'un bovin à un autre par transfusion de sang contenant des agamontes, la *Th. dispar* est transmissible en série indéfiniment, mais elle ne produit plus de gamontes [1].

En résumé, *Theileria dispar* accomplit son cycle schizogonique chez le bœuf, son cycle sporogonique chez la tique *Hyalomma mauritanicum*.

Chez le bœuf, la schizogonie de *Th. dispar* cause une maladie grave, la *theilériose bovine méditerranéenne*. L'infection intéresse surtout le système réticulo-endothélial. Les gamétocytes produits passent dans le

---

[1] *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1054.

sang où ils subsistent pendant des années. Le bœuf représente donc, dans la theilériose, le *conservateur de virus*.

Chez la tique, les zygotes évoluent dans les cellules épithéliales et dans la lumière de l'intestin de la larve-nymphe, les sporontes et les sporoblastes, générateurs des sporozoïtes, dans les cellules des glandes salivaires de l'adulte. Il n'y a pas d'infection héréditaire. Le fait le plus marquant du cycle sporogonique de *Th. dispar* est l'enkystement du zygote dans l'intestin de la nymphe hibernante.

ÉLECTIONS.

M. **Jacques de Lapparent**, par 42 suffrages, est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie en remplacement de M. *Georges Friedel* décédé.

Il y a 1 bulletin nul.

CORRESPONDANCE.

M. **René Maire** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Victor Grignard*.

L'**Académie de Médecine de Roumanie** adresse l'expression de ses sentiments de condoléance à l'occasion du décès de M. *Charles Nicolle*.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** invite l'Académie à élire 14 de ses Membres qui feront partie du *Conseil national de l'Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Auguste Pettit. *Sérothérapie antipoliomyélitique d'origine animale* (S. A. P.). (Présenté par M. Hyacinthe Vincent.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Observations sur une Note de M. Denjoy.* Note de M. **Paul Lévy.**

M. Denjoy est revenu dans deux Notes récentes sur le développement en fraction continue d'un nombre ϖ choisi au hasard, problème dont je m'étais occupé à plusieurs reprises (¹), et qui avait aussi fait l'objet de travaux (absolument indépendants des miens) de MM. Kuzmin et Khintchine. M. Denjoy, à en juger par la fin de sa seconde Note (²), ne s'est pas rendu compte de la portée des résultats obtenus avant lui, d'après lesquels :

1° Le $n^{\text{ième}}$ quotient complet, ϖ_n, dépend d'une loi de probabilité tendant vers une limite déterminée (déjà indiquée par Gauss, sans démonstration); il en est donc de même du quotient incomplet a_n, partie entière de ϖ_n.

2° Gauss supposait ϖ choisi au hasard entre 0 et 1, avec une répartition uniforme de la probabilité. Mais le résultat subsiste si ϖ dépend d'une loi absolument continue, à cela près quelconque (résultat indiqué dans mon second Mémoire cité; en 1929, j'avais introduit une condition plus restrictive). On peut en particulier choisir ϖ au hasard dans un intervalle (t_0, t) autre que $(0,1)$; ou bien se donner $a_1, a_2, \ldots, a_p$. On peut même observer que, pourvu que $n-p$ augmente indéfiniment, a_p et a_n ont à la limite le caractère de variables aléatoires indépendantes.

3° Si au contraire $n-p$ reste fini, même à la limite (pour n infini), a_p et a_n n'ont pas ce caractère.

A considérer ce que M. Denjoy dit explicitement sur un point et semble croire sur l'autre, les probabilistes (sans doute tentés de croire que deux probabilités ne peuvent qu'être indépendantes) auraient admis le 2° sans démonstration et méconnu le 3°. Vu l'importance de ces points dans mes recherches, je tiens à rappeler les faits.

Au sujet du 3°, j'ai donné dans mon Mémoire de 1929 (p. 192) la limite pour n infini, de la probabilité que $a_n, a_{n+1}, \ldots, a_{n+p}$ prennent un système de $p+1$ valeurs données. Pour $p=1$, ce résultat est identique à celui par lequel M. Denjoy termine sa seconde Note.

Au sujet du 2°, c'est par une lettre du 7 mai 1934 que j'ai indiqué à M. Denjoy que : « n étant fixe et N indéfiniment croissant, la loi de probabilité de a_N tend vers une limite indépendante de $a_1, a_2, \ldots, a_n$ supposés

(¹) *Bull. Soc. Math.*, 57, 1929, p. 178-194; 63, 1935, p. 32; et un Mémoire de 1935, qui paraîtra prochainement dans un autre Recueil.

(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 540.

connus ». Il en résulte évidemment qu'elle tend vers la même limite si w est choisi au hasard dans un intervalle (t_1, t_2) à extrémités rationnelles, restriction dont on se débarrasse ensuite.

M. Denjoy m'avait dit avoir trouvé mes résultats intéressants. Ce n'est pourtant qu'en 1935 que je fus conduit, ayant constaté qu'il l'ignorait, à lui indiquer explicitement la littérature existante. Il m'écrivit peu après qu'il n'était nullement évident *a priori* que la limite en question devait être indépendante de t_1 et t_2. Je lui répondis qu'en effet cela n'était pas évident *a priori*, mais le devenait par la démonstration même du 1°, qui repose sur une relation de récurrence entre les lois dont dépendent w_n et w_{n+1} ; c'est cette relation qui assure la convergence suivant un processus indépendant de la loi de probabilité initiale, pourvu du moins qu'elle vérifie certaines conditions de continuité. Si j'avais peut-être trop attendu du lecteur en me contentant d'écrire en 1929 (*loc. cit.*, p. 189); « on peut montrer que... », M. Kuzmin, dès 1928, avait été tout à fait explicite sur ce point. D'ailleurs, dans un intervalle (t_1, t_2) à extrémités rationnelles, toutes les conditions requises, tant pour la théorie de M. Kuzmin que pour la mienne, sont vérifiées à partir du moment où n dépasse le plus grand des nombres p_1 et p_2, p_i désignant le nombre des quotients dans le développement de t_i. Il me semble donc que ma réponse aurait dû persuader M. Denjoy que je ne m'étais pas contenté d'admettre le résultat dont il s'agit.

Pour obtenir une convergence uniforme, il suffit, soit de borner inférieurement $|t_2 - t_1|$, soit de borner supérieurement le plus petit des nombres p_1 et p_2, ce que l'on peut faire notamment en se plaçant dans un intervalle $(0, t)$. Ce résultat est plus précis que celui de M. Denjoy, qui indique seulement qu'il y a convergence uniforme de sa fonction $m_n(x, t)$ vers $t\log(1+x)/\log 2$; on voit, en effet, que la convergence de $m_n(x, t)/t$ vers $\log(1+x)/\log 2$ est uniforme par rapport à t dans tout l'intervalle $(0, 1)$.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les propriétés des espaces semi-ordonnés linéaires.* Note [1] de M. **Leonidas Kantorovitch**, présentée par M. Émile Borel.

Les ensembles d'éléments partiellement ordonnés (ou semi-ordonnés) ont été étudié par plusieurs auteurs : MM. R. Dedekind, S. Chatounowski, Fr. Hausdorff, Garret Birkhoff, O. Ore, M. H. Stone. Récemment j'ai

[1] Séance du 17 février 1936.

donné (1) la définition de la limite dans un tel ensemble. Dans la même Note, j'ai étudié les ensembles linéaires qui sont en même temps semi-ordonnés et j'ai donné quelques applications de cette théorie à l'étude des opérations linéaires (2). Je veux donner ici un système nouveau plus direct et plus simple des axiomes qui définissent un espace semi-ordonné linéaire et quelques conséquences de ces axiomes.

1. Soit $Y = \{y\}$ un groupe additif et tel que pour certains éléments y de Y — et l'élément nul, o, du groupe —, la relation $y > 0$ est définie et les axiomes suivants sont remplis :

Axiome I. — Lorsque $y > 0$, on n'a pas $y = 0$, ni $-y > 0$.

Axiome II. — Lorsque $y_1 > 0$ et $y_2 > 0$, on a $y_1 + y_2 > 0$.

Axiome III. — Quel que soit $y \in Y$, il existe un élément $(y)_+ \in Y$ (la *partie positive* de y) tel que l'on ait $(y)_+ \geqq 0$; $(y)_+ - y \geqq 0$ et $y' - (y)_+ \geqq 0$, pour chaque y' qui vérifie à la fois les conditions $y' \geqq 0$ et $y' - y \geqq 0$. Dans ce cas nous dirons que Y est un *groupe semi-ordonné*.

Nous écrirons $y_1 > y_2$ lorsque $y_1 - y_2 > 0$; $y_2 < y_1$, lorsque $y_1 > y_2$ et $y_1 \geqq y_2$, lorsque $y_1 > y_2$ ou $y_1 = y_2$. Introduisons encore quelques notations :

$$(a)\quad (y)_- = (-y)_+;\qquad (b)\quad |y| = (y)_+ + (y)_-;$$
$$(c)\quad \sup(y_1, y_2) = y_1 + (y_2 - y_1)_+;\qquad (d)\quad \inf(y_1, y_2) = -\sup(-y_1, -y_2).$$

Voici quelques corollaires de nos axiomes : 1° $y_1 > y_2$ et $y_3 \geqq y_4$ entraînent $y_1 + y_3 > y_2 + y_4$; 2° $(y)_- \geqq 0$; 3° $y = (y)_+ - (y)_-$; 4° $|y| \geqq 0$; 5° $|y| = 0$ si et seulement si $y = 0$; 6° $|-y| = |y|$; 7° $|y_1 + y_2| \leqq |y_1| + |y_2|$; 8° $\sup(y_1, y_2) = \sup(y_2, y_1)$; 9° $(y)_+ = \sup(0, y)$; 10° $y_1, y_2 \leqq \sup(y_1, y_2)$; 11° lorsque $y_1 \leqq y'$ et $y_2 \leqq y'$ alors $\sup(y_1, y_2) \leqq y'$; 12° $\sup(y + y_1, y + y_2) = y + \sup(y_1, y_2)$;

13° $\sup[y_1, \sup(y_2, y_3)] = \sup[\sup(y_1, y_2), y_3] = \sup[\sup(y_1, y_2), \sup(y_1, y_3)]$.

2. Supposons maintenant que nous ayons défini dans Y la multiplication, λy, des éléments, y, par des nombres réels, λ, opération satisfaisant aux lois ordinaires de l'algèbre (3) et de manière que la condition suivante soit remplie :

Axiome IV. — Lorsque $\lambda > 0$ est un nombre réel et $y > 0$, on a $\lambda y > 0$.

Voici quelques conséquences des axiomes I-IV : 14° Si $\lambda < 0$ et $y > 0$ on a $\lambda y < 0$;

---

(1) *C. R. Ac. Sc. U. R. S. S.*, 4, n° 1, p. 1 (présentée le 29 septembre 1935).

(2) Un exemple d'un espace linéaire semi-ordonné est donné dans ma Note (*Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1457); on peut en trouver quelques autres dans ma Note citée ci-dessus.

(3) Voir S. Banach, *Théorie des opérations linéaires*, Varsovie, 1932, p. 26.

15°. $|\lambda y| = |\lambda|.|y|$; 16° lorsque $\lambda > 0$, on a $\sup(\lambda y_1, \lambda y_2) = \lambda \sup(y_1, y_2)$; 17° $|y| = \sup(y, -y)$.

3. Soit $E = \{y_\xi\}$ un ensemble quelconque des éléments de Y; nous dirons qu'il est borné supérieurement lorsqu'il existe un élément $y_0 \in Y$ (dit *borne supérieure* de E) tel que $y_0 \geqq y$ pour tous les $y \in E$. Nous dirons que y_0 est la *borne supérieure précise* de E lorsque $y_0 \leqq y'_0$ pour chaque borne supérieure y'_0 de E. Nous la désignerons par $y_0 = \sup E = \sup_\xi \{y_\xi\}$.

Axiome V. — Quel que soit l'ensemble borné supérieurement E, il existe la borne supérieure précise sup E.

Posons encore $\inf_\xi \{y_\xi\} = -\sup_\xi \{-y_\xi\}$. Nous écrirons $\sup E = +\infty$, dans le cas où E n'est pas borné supérieurement. Nous dirons que Y est un espace semi-ordonné *linéaire* (ESOL), lorsque Y satisfait aux axiomes I-V.

Introduisons encore les notions $\overline{\lim}$ et $\underline{\lim}$, comme il suit :

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n = \inf_n \{\sup(y_n, y_{n+1}, \ldots)\}, \qquad \underline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n = \sup_n \{\inf(y_n, y_{n+1}, \ldots)\}.$$

Nous écrirons que $y = \lim_{n\to\infty} y_n$, lorsqu'on a $\overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n = y$ et $\underline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n = y$.

Voici quelques propriétés des notions introduites : 18° $\overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n \geqq \underline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n$; 19° si $y_1 \leqq y_2 \leqq \ldots$, alors on a $\lim_{n\to\infty} y_n = \sup(y_1, y_2, \ldots)$; 20° si $E = \sum_\eta E_\eta$, alors $\sup E = \sup_\eta \{\sup E_\eta\}$; 21° si $y_1 \leqq y_2 \leqq \ldots$, et $\lim_{n\to\infty} y_n = y$, alors $\lim_{n\to\infty} [\sup(0, y_n)] = \sup(0, y)$; 22° Soit $y \neq 0$, alors l'ensemble $\{ny\}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ n'est pas borné; 23° soit $\{y_n\}$ une suite bornée et soient λ_n des nombres réels avec $\lim_{n\to\infty} \lambda_n = 0$, alors on a $\lim_{n\to\infty} \lambda_n y_n = 0$; 24° lorsque $y > y_1$ entraîne toujours $y \geqq 0$, alors on a $y_1 \geqq 0$.

4. Nous dirons qu'un espace (ESOL) est *régulier*, lorsque, outre les axiomes précédents, a lieu l'axiome qui suit :

Axiome VI. — Soit E_n une suite quelconque des ensembles, telle qu'il existe $\lim_{n\to\infty} [\sup E_n] = y_0$, finie ou infinie. Alors il existe des sous-ensembles finis $E'_n \subset E_n$, tels que $\lim_{n\to\infty} [\sup E'_n] = y_0$.

Il suit de cet axiome quelques corollaires importants : 25° si $y_n \to y$ et $y'_n \to y'$, alors on a $\lim_{n\to\infty} (y_n + y'_n) = y + y'$; $\lim_{n\to\infty} [\sup(y_n, y'_n)] = \sup(y, y')$; $\lim_{n\to\infty} |y_n| = |y|$; 26° E étant un ensemble quelconque, il existe un ensemble dénombrable $E' \subset E$, tel que l'on a $\sup E' = \sup E$; $\inf E' = \inf E$; 27° soit $y = \lim_{i\to\infty} y_i$; $y_i = \lim_{k\to\infty} y_i^{(k)}$; alors il

existe une suite $\{k_i\}$ telle que $\lim_{i \to \infty} y_i^{(k_i)} = y$; 28° pour que l'on ait $\lim_{n \to \infty} y_n = 0$, il faut et il suffit que $\lim_{m,n \to \infty} \sup(|y_n|, |y_{n+1}|, \ldots, |y_m|) = 0$; 29° soit $\lim_{n \to \infty} y_n = y$ et $\lim_{n \to \infty} \lambda_n = \lambda$, alors on a $\lim_{n \to \infty} \lambda_n y_n = \lambda y$; 30° soit E un ensemble jouissant de la propriété qui suit : pour $\lambda_n \to 0$ et $y_n \in E$ on a toujours $\lim_{n \to \infty} \lambda_n y_n = 0$. Alors E est un ensemble borné; 31° lorsque $\lim_{n \to \infty} y_n = 0$, il existe une suite $\lambda_n \to \infty$, telle que l'on a néanmoins $\lim_{n \to \infty} \lambda_n y_n = 0$; 32° soit $\lim y_n = y$. Alors il existe un élément $y_0 \in Y$ tel que $|y_n - y| < \varepsilon y_0$ pour $n \geqq N_\varepsilon$, quel que soit $\varepsilon > 0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines fonctions d'ensemble dans un espace métrique quelconque.* Note [1] de M. F. **Leja**, présentée par M. Émile Borel.

1. Désignons par S un espace métrique quelconque, par $p, q, \ldots$ des points de S, et soit

$$\rho(p, q)$$

une fonction non négative, définie et continue pour chaque couple de points de S et remplissant la condition de symétrie

$$\rho(p, q) = \rho(q, p).$$

Soient E un ensemble fermé et borné quelconque de points de S et $p_0, p_1, \ldots, p_n$, $n+1$ points quelconques de E. Lorsque ces points varient dans E, et n reste fixe, le produit

$$V(p) = V(p_0, p_1, \ldots, p_n) = \prod_{0 \leq j < k \leq n} \rho(p_j, p_k) \tag{1}$$

atteint un maximum qui sera désigné par $V_n = V_n(E)$. Je dis que

I. *Quel que soit* E *il existe la limite* [2]

$$\lim_{n \to \infty} V_n^{\frac{2}{n(n+1)}} = \rho(E). \tag{2}$$

En effet, formons les produits

$$U_j(p) = U(p_j; p_0, \ldots, p_{j-1}, p_{j+1}, \ldots, p_n) = \prod_{\substack{k=0 \\ (k \neq j)}}^{n} \rho(p_j, p_k) \tag{3}$$

$$(j = 0, 1, \ldots, n)$$

---

[1] Séance du 17 février 1936.

[2] C'est une généralisation d'une proposition de M. Fekete (*Math. Zeitschr.*, 17, 1923, p. 228-249).

et soient $q_0, q_1, \ldots, q_n$, $n+1$ points de E tels qu'on ait

$$V_n = V(q_0, \ldots, q_n).$$

Étant (pour $j = 0, 1, \ldots, n$)

$$(4) \qquad V_n = U_j(q)\, V(q_0, \ldots, q_{j-1}, q_{j+1}, \ldots, q_n) \leqq U_j(q)\, V_{n-1}$$

et

$$U_0(q)\, U_1(q) \ldots U_n(q) = [V(q)]^2,$$

on en déduit

$$V_n^{n+1} \leqq V_{n-1}^{n-1} \prod_{j=0}^{n} U_j(q) = V_{n-1}^{n+1} V_n^2,$$

d'où il suit que

$$V_n^{\frac{2}{n(n+1)}} \leqq V_{n-1}^{\frac{2}{n(n-1)}}$$

et, par suite, la limite (2) existe et elle est finie.

2. Désignons par

$$(5) \qquad U_n = \max_{(p_i \varepsilon E)} \left\{ \min_{(j)} U_j(p) \right\} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

la borne supérieure du plus petit des produits (3) lorsque les points p_0, $p_1, \ldots, p_n$ parcourent E. Il est évident que, à chaque n, il existe, dans E, $n+1$ points $r_0, r_1, \ldots, r_n$ tels qu'on ait

$$U_n = \min_{(j)} U(r_j;\, r_0, \ldots, r_{j-1}, r_{j+1}, \ldots, r_n).$$

En partant de l'identité

$$\begin{aligned} &U(r_j;\, r_0, \ldots, r_{j-1}, r_{j+1}, \ldots, r_{\mu+\nu}) \\ &= U(r_j;\, r_0, \ldots, r_{j-1}, r_{j+1}, \ldots, r_\mu)\, U(r_j;\, r_{\mu+1}, \ldots, r_{\mu+\nu}), \end{aligned}$$

ayant lieu pour chaque μ, ν et $j \leqq \mu$, on peut établir que la suite (5) satisfait aux inégalités

$$U_{\mu+\nu} \leqq U_\mu U_\nu \qquad \text{pour } \mu \text{ et } \nu = 1, 2, \ldots,$$

d'où il résulte ([1]) que

II. *La suite* $\{\sqrt[n]{U_n}\}$ *tend quel que soit* E *vers une limite finie* $u(E)$.

3. Soient x un point variable dans l'ensemble E et $p_1, p_2, \ldots, p_n$, n points

([1]) F. LEJA, *Bull. de l'Acad. Polon.*, Cracovie, 1936, séance de janvier, p. 1-7.

quelconques de l'espace S. Considérons le produit

$$U(x; p_1, \ldots, p_n) = \prod_{k=1}^{n} \rho(x, p_k)$$

et soit

$$(6) \qquad T_n = \min_{(p_\nu \in S)} \left\{ \max_{(x \in E)} U(x; p_1, \ldots, p_n) \right\}$$

la borne inférieure du $\max\limits_{(x \in E)} U(x; p_1, \ldots, p_n)$ lorsque les points $p_1, \ldots, p_n$ parcourent S. On démontre facilement que, quels que soient μ et $\nu = 1, 2, \ldots$, on a $T_{\mu+\nu} \leq T_\mu T_\nu$ et que par conséquent :

III. *La suite* $\{\sqrt[n]{T_n}\}$ *tend quel que soit* E *vers une limite finie* $t(E)$.

4. Observons que les fonctions d'ensemble $t(E)$, $u(E)$ et $v(E)$ sont monotones; elles ne décroissent pas si E croît. Dans certains cas particuliers elles jouent un rôle important dans l'analyse. Par exemple, si S est le plan et 1° si $\rho(p, q)$ désigne la distance cartésienne entre p et q, $v(E)$ est, par définition, le *diamètre transfini* de l'ensemble E; dans ce cas on a, quel que soit E (1),

$$(7) \qquad t(E) = u(E) = v(E).$$

2° si $\rho(p, q)$ désigne l'aire du triangle des sommets O, p et q, O étant un point fixe, $u(E)$ est dit l'*écart* de l'ensemble E par rapport à O et joue un rôle dans la théorie de polynomes homogènes (2).

Observons encore que l'égalité (7) n'a pas toujours lieu. Néanmoins on peut prouver que, quel que soit l'espace S et la fonction $\rho(p, q)$, on a

$$t(E) \leq u(E) = v(E).$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les algébroïdes entières d'ordre* ρ *admettant des angles de divergence* π/ρ. Note de M. **Armand Rauch**, présentée par M. Gaston Julia.

Soit $u(z)$ une fonction algébroïde entière définie par

$$U(z, u) \equiv u^\nu + A_{\nu-1}(z) u^{\nu-1} + A_{\nu-2}(z) u^{\nu-2} + \ldots + A_0(z) = 0.$$

---

(1) M. Fekete, *loc. cit.*; F. Leja, *Bull. de l'Acad. Polon.*, Cracovie, 1933, p. 281-289.

(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 21-22.

Supposons $u(z)$ d'ordre $\rho > 1/2$ et admettant $|\arg z| \leqq \pi/2\rho$ comme angle de divergence bordé d'angles de convergence pour

$$\mathrm{J}(u, \varphi, k) = \int_1^\infty \sum_1^\nu \overset{+}{\log} |u_q(re^{i\varphi})| \frac{dr}{r^{k+1}} \qquad (k = \rho),$$

où $u_q(q = 1, 2, \ldots, \nu)$ sont les ν branches de $u(z)$. On a les résultats suivants :

$$\text{(A)} \qquad \lim_{k=\rho} \frac{\displaystyle\int_1^\infty \sum_1^\nu \overset{+}{\log} |u_q(re^{i\varphi})| \frac{dr}{r^{k+1}}}{\displaystyle\int_1^\infty \sum_1^\nu \overset{+}{\log} |u_q(r)| \frac{dr}{r^{k+1}}} = \cos\rho\varphi \qquad \left(-\frac{\pi}{2\rho} \leqq \varphi \leqq \frac{\pi}{2\rho}\right),$$

$$\text{(B)} \qquad \frac{\rho}{2\pi} \leqq \lim_{k=\rho} \frac{\displaystyle\sum_{2\varepsilon} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{r_n^k(e^{i\theta})}}{\displaystyle\int_1^\infty \sum_1^\nu \overset{+}{\log} |u_q(r)| \frac{dr}{r^{k+1}}} \leqq \frac{\rho}{2\pi \cos\rho\varepsilon} \qquad (0 < \varepsilon < \varepsilon_0),$$

$$\text{(C)} \qquad \frac{\rho}{2\pi} \leqq \lim_{k=\rho} \frac{\displaystyle\sum_{2\nu} \frac{1}{r_n^k(x)}}{\displaystyle\int_1^\infty \sum_1^\nu \overset{+}{\log} |u_q(r)| \frac{dr}{r^{k+1}}} \leqq \frac{\rho}{2\pi \cos\rho\varepsilon} \qquad (0 < \varepsilon < \varepsilon_0),$$

sauf pour un ensemble possible de valeurs x de mesure linéaire nulle.

$\sum_{2\varepsilon}$ est étendue aux modules des racines $r_n(a)$ de $u(z) = a$ situées dans chacun des angles d'ouverture 2ε et de bissectrices respectives $\pm \pi/2\rho$. Les premières parties de (B) et (C) sont vraies pour tout $\varepsilon > 0$, les secondes pour tout ε assez petit.

Σ' étant étendue aux racines $u(z) = x$ d'un secteur $|\varphi| < \pi/2\rho$, $|z| \geqq 1$, on a

$$\text{(D)} \qquad \lim_{k=\rho} \frac{\displaystyle\sum' \frac{1}{r_n^k(x)}}{\displaystyle\int_1^\infty \sum_1^\nu \overset{+}{\log} |u_q(r)| \frac{dr}{r^{k+1}}} = 0,$$

sauf pour un ensemble possible de valeurs x de mesure linéaire nulle.

Il en est de même si Σ' s'étend aux racines des angles de convergence des

bords. Par conséquent les directions $\pm\pi/2\rho$ sont des directions de Borel pour $u(z)$.

Pour la démonstration on procède comme pour les fonctions entières [1], en appliquant des théorèmes de M. Valiron. Dans le cas présent ils deviennent

$$(1)\quad \int_1^\infty \log|U(re^{i\theta_0}, x)|\frac{dr}{r^{k+1}}\sin k(\varphi_1-\varphi_2)+\frac{2\pi}{k}\sum_{\widehat{\varphi_1-\varphi_2}}\frac{\delta_n(x)}{r_n^k(u=x)}$$

$$=C(\varphi_0,\varphi_1,\varphi_2)+\int_1^\infty \log|U(re^{i\theta_1}, x)|\frac{dr}{r^{k+1}}\sin k(\varphi_0-\varphi_2)$$

$$+\int_1^\infty \log|U(re^{i\theta_2}, x)|\frac{dr}{r^{k+1}}\sin k(\varphi_1-\varphi_0)\quad (^2),$$

$$\varphi_2<\varphi_0<\varphi_1,\qquad \varphi_1-\varphi_2<\frac{\pi}{k}<\frac{\pi}{\rho},$$

où Σ est étendue aux modules $r_n(x)$ et aux arguments $\omega_n(x)$ des racines de $u(z)=x$ du secteur $\varphi_2\leqq\omega_n\leqq\varphi_1$, $r_n\geqq 1$ et où

$$\delta_n=\sin k(\varphi_1-\omega_n)\sin k(\varphi_0-\varphi_2)\qquad \text{si}\quad \varphi_0\leqq\omega_n\leqq\varphi_1,$$
$$\delta_n=\sin k(\omega_n-\varphi_2)\sin k(\varphi_1-\varphi_0)\qquad \text{si}\quad \varphi_2\leqq\omega_n\leqq\varphi_0,$$

d'où, comme

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log|U(z, e^{i\alpha})|\,d\alpha=\sum_1 \overset{+}{\log}|u_q(z)|\quad (^3),$$

$$J(u,\varphi_0,k)\sin k(\varphi_1-\varphi_2)+\frac{2\pi}{k}\sum_{\widehat{\varphi_1-\varphi_2}}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\delta_n(e^{i\theta})}{r_n^k(u=e^{i\theta})}d\theta$$

$$=J(u,\varphi_1,k)\sin k(\varphi_0-\varphi_2)+J(u,\varphi_2,k)\sin k(\varphi_1-\varphi_0)+O(1)\quad (^2).$$

(1) s'écrit encore

$$(2)\quad \left[J(u,\varphi_0,k)-J\left(\frac{1}{u-x},\varphi_0,k\right)\right]\sin k(\varphi_1-\varphi_2)+\frac{2\pi}{K}\sum_{\widehat{\varphi_1-\varphi_2}}\frac{\delta_n(x)}{r_n^k(u=x)}=O(1)$$

$$+\left[J(u,\varphi_1,k)-J\left(\frac{1}{u-x},\varphi_1,k\right)\right]\sin k(\varphi_0-\varphi_2)$$

$$+\left[J(u,\varphi_2,k)-J\left(\frac{1}{u-x},\varphi_2,k\right)\right]\sin k(\varphi_1-\varphi_0).$$

---

(1) A. Rauch, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 189-191. Un exposé paraîtra dans un autre Recueil.

(2) G. Valiron, *Journal de Villat*, 10, 1931, p. 457-480.

(3) G. Valiron, *Bull. Soc. math.*, 59, 1931, p. 17-39.

Or

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sum_1^{\nu}\overset{+}{\log}\left|\frac{1}{u(re^{i\theta})-x}\right|d\theta \leqq o[\log T(r)] \quad (^1), \qquad r \geqq r(x),$$

sauf pour un ensemble possible de valeurs x de mesure linéaire nulle. En excluant ces x on voit que dans tout angle $\varepsilon > 0$ il y a au moins une direction φ telle que pour tout $\lambda > 0$,

$$J\left(\frac{1}{u-x}, \varphi, x\right)$$

converge. On peut donc toujours s'arranger pour que les termes $J(1/(u-x), \ldots)$ de (2) rentrent dans $O(1)$.

HYDRODYNAMIQUE. — *Dispersion de la chaleur par convection turbulente et mesure de la turbulence*. Note (²) de MM. **Michel Luntz** et **André Japy**, présentée par M. Henri Villat.

Une source de chaleur O, immobile et ponctuelle, se trouve dans un fluide en mouvement turbulent de vitesse moyenne U.

Soit Ox l'axe parallèle à U et Oy l'axe perpendiculaire; soit Q la chaleur fournie par la source exprimée en calories par seconde.

Toute cette chaleur est emportée par le fluide, la conductibilité thermique et le rayonnement étant supposés négligeables.

Si nous mesurons la température T le long d'une droite $x = x_0$ en fonction de l'ordonnée y, nous obtenons, comme l'ont montré G. I. Taylor (³) et Schubauer (⁴), une courbe que l'on peut exprimer par la formule

$$T(x_0, y) = T_0(x_0)\, e^{-[A(x_0)]^2 y^2}, \tag{1}$$

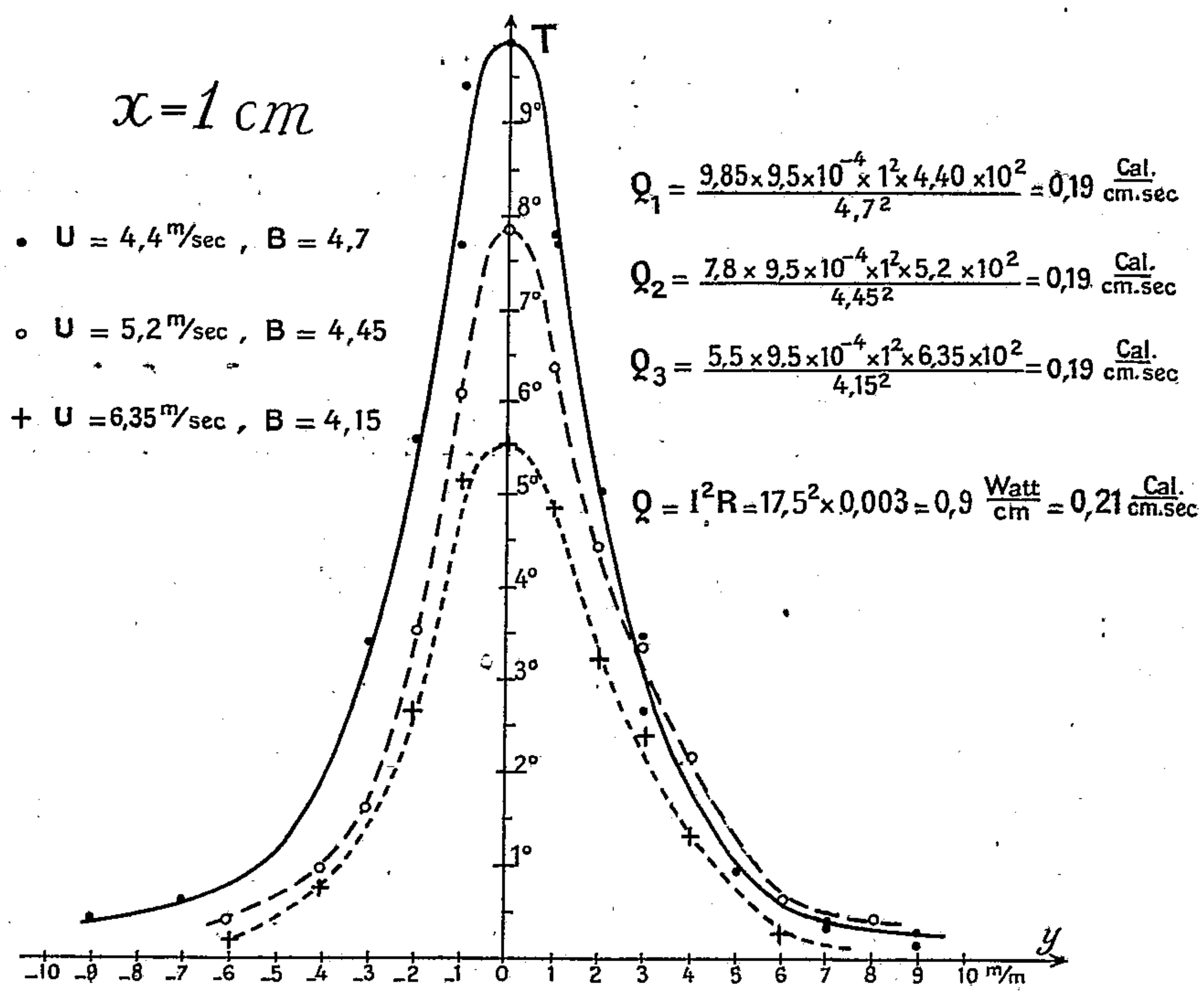
$T(x_0, y)$ étant la température au point (x_0, y) et $T_0(x_0)$ la température le long de la droite Ox. Quant au coefficient $A(x_0)$ figurant dans l'exponentielle, Taylor a montré que dans le voisinage de la source, il peut être exprimé par la relation $A(x_0) = B/x_0$, B étant une constante.

La même relation est contenue à l'état implicite dans le travail théorique

(¹) G. Valiron, *Comptes rendus*, 89, 1929, p. 824-826.
(²) Séance du 2 mars 1936.
(³) *Proc. Roy. Soc.*, A, 151, 1935, p. 465 et suiv.
(⁴) *Rep. Nat. Adv. Ctec. Aero, Wash.*, n° 524, 1935.

antérieur de Dedebant, Schereschewsky et Wehrlé [1]. Cette constante B est donc égale, à un coefficient près, au rapport entre la vitesse moyenne U et la moyenne de la composante transversale de la vitesse de la fluctuation, et détermine par conséquent le caractère du mouvement turbulent.

Nous allons voir de quelle façon on peut transformer la formule (1) pour expliciter le coefficient $T_0(x_0)$.



Considérons le flux de chaleur traversant un plan $x = x_0$. Quelle que soit la valeur de x_0, le flux reste constant, car la chaleur ne se transmet que par convection; et ce flux est égal à Q, chaleur dissipée par la source.

Or nous avons, en supposant que la densité du fluide est ρ et sa chaleur spécifique à pression constante c,

$$Q = \int \rho c U . T(x_0, y)\, d\sigma,$$

l'intégration étant étendue à tout le plan $x = x_0$.

---

(1) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1571.

Posons $d\sigma = \pi y^2 dy$, on a alors

$$(2)\qquad Q = \pi T_0(x_0).\rho c U \int_{y=0}^{\infty} y^2 e^{-\frac{B^2}{x_0^2}y^2}\,dy = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{4}\rho c \frac{UT_0(x_0).x_0^3}{B^3}.$$

La formule (1) devient alors

$$(1')\qquad T(x, y) = \frac{4}{\pi\sqrt{\pi}\rho c}\frac{QB^3}{Ux^3}e^{-\frac{B^2y^2}{x^2}}.$$

Dans le cas de l'air, à température voisine de 15°, on aura, en exprimant toutes les grandeurs en unités C. G. S.,

$$T(x, y) = 2,38.10^3\frac{QB^3}{Ux^3}e^{-\frac{B^2y^2}{x^2}}.$$

Lorsque la source de chaleur est rectiligne et disposée le long d'un axe Oz normal à Ox et Oy, on peut encore calculer la distribution de températures en partant du même principe.

On obtient, comme cas particulier, lorsque la source est de longueur infinie, et lorsqu'elle fournit Q calories par seconde et par centimètre, la formule suivante pour la distribution des températures

$$(3)\qquad T_1(x, y) = \frac{1}{\pi\rho c}\frac{QB^2}{Ux^2}e^{-\frac{B^2y^2}{x^2}}.$$

Nous avons utilisé cette dernière formule pour la mesure du coefficient de turbulence B.

La source était constituée par un fil de platine de 9^{cm} de long et $0^{mm},6$ de diamètre. Ce fil, chauffé électriquement, était placé horizontalement dans une petite soufflerie à axe vertical et à assez grande turbulence. A la distance de 1^{cm}, à la verticale de la source, se déplaçait la soudure d'un couple thermoélectrique.

Les courbes nous donnent les valeurs de la température mesurées à l'aide de ce couple en fonction de y et pour trois valeurs différentes de la vitesse U. On en déduit la valeur du coefficient B.

En calculant Q par la formule (3) on a obtenu trois valeurs égales, aux erreurs d'observations près, et égales aussi à la puissance Q, calculée en mesurant le courant du chauffage et la valeur de la résistance électrique.

Notre méthode permet ainsi de calculer le coefficient B par une seule mesure de température.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Sur la permanence des tourbillons alternés dans un canal rectiligne.* Note de M. **Paul Schwarz**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai étudié [1] le mouvement oscillatoire *fini* des tourbillons alternés, à partir d'une position initiale *quelconque* par rapport aux parois d'un canal. Ce problème a été déjà posé par L. Rosenhead [2], qui a montré que la seule position d'équilibre de ces tourbillons est celle où leur ligne médiane coïncide avec l'axe du canal. Il nous semblerait alors naturel d'admettre, avec l'auteur cité, que les tourbillons placés n'importe où dans un canal, ont la *tendance* à occuper le milieu de celui-ci. Mais une telle supposition n'est pas exacte : comme je l'ai montré précédemment (*loc. cit.*) elle ne se vérifie que si les tourbillons ne sont pas *trop* écartés de leur position médiane d'équilibre. En fait les expériences ne peuvent confirmer l'existence de tels mouvements que partiellement, puisque la viscosité les amortirait avant même qu'ils n'aient pu décrire une période complète. C'est ce qui me détermine à examiner dans cette Note s'il est possible de concevoir un système de tourbillons alternés *en état permanent*, tout en supposant que celui-ci n'est pas au milieu du canal. Je fais pour cela la seule hypothèse, que les tourbillons ont sur les deux files A et B des intensités inégales $+I_1$ et $-I_2$ respectivement. Soient $x = \pm\omega_1/2$ les parois du canal, h la largeur de la rue, $z_0 + 2k\omega_3$ les coordonnées des tourbillons de la file A et $z_0 + h + (2k'+1)\omega_3$ celles de la file B, k et k' étant des nombres entiers. Dans ce cas, on peut écrire le potentiel complexe du système [3], en désignant par $\bar{z}_0$ la valeur complexe conjuguée de z_0 :

$$f(z) = \frac{1}{2i\pi}\left[I_1 \log \frac{\vartheta_1\left(\dfrac{z - z_0}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_2\left(\dfrac{z + \bar{z}_0}{2\omega_1}\right)} + I_2 \log \frac{\vartheta_3\left(\dfrac{z + \bar{z}_0 + h}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_4\left(\dfrac{z - z_0 - h}{2\omega_1}\right)} \right]. \tag{1}$$

Appelant u_A, v_A, u_B et v_B les composantes des vitesses des files A et B

---

[1] *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 629.
[2] *Proceedings of the Cambridge Phil. Soc.*, **25**, 1929, p. 277.
[3] Voir Tannery-Molk, *Fonctions elliptiques*, 4 vol., Paris.

et $x = a$ l'axe de la rue, on a, par les méthodes habituelles,

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} & u_A = u_B = 0, \\ & 4\pi\omega_1 v_A = -I_1 \frac{\vartheta'_2\left(\frac{2a-h}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_2\left(\frac{2a-h}{2\omega_1}\right)} + I_2\left[\frac{\vartheta'_4\left(\frac{h}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_4\left(\frac{h}{2\omega_1}\right)} + \frac{\vartheta'_3\left(\frac{a}{\omega_1}\right)}{\vartheta_3\left(\frac{a}{\omega_1}\right)}\right], \\ & 4\pi\omega_1 v_B = I_1\left[\frac{\vartheta'_4\left(\frac{h}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_4\left(\frac{h}{2\omega_1}\right)} - \frac{\vartheta'_3\left(\frac{a}{\omega_1}\right)}{\vartheta_3\left(\frac{a}{\omega_1}\right)}\right] + I_2 \frac{\vartheta'_2\left(\frac{2a+h}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_2\left(\frac{2a+h}{2\omega_1}\right)}. \end{aligned}\right.$$

Pour que le système soit permanent, il faut que l'on ait $v_A = v_B$ ou

$$(3)\qquad \gamma = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\varphi(a, h)}{\varphi(-a, h)}$$

avec

$$(4)\qquad \begin{aligned} \varphi(a, h) &= \frac{1}{2\omega_1}\left[\frac{\vartheta'_2\left(\frac{2a-h}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_2\left(\frac{2a-h}{2\omega_1}\right)} - \frac{\vartheta'_3\left(\frac{a}{\omega_1}\right)}{\vartheta_3\left(\frac{a}{\omega_1}\right)} + \frac{\vartheta'_4\left(\frac{h}{2\omega_1}\right)}{\vartheta_4\left(\frac{h}{2\omega_1}\right)}\right] \\ &= -\frac{1}{2}\,\frac{\wp'(\omega_3+\omega_1-2a) - \wp'(\omega_3+h)}{\wp(\omega_3+\omega_1-2a) - \wp(\omega_3+h)}. \end{aligned}$$

Or nous voyons, après quelques transformations faciles, que la dérivée

$$(4\,bis)\qquad \frac{1}{2}\,\frac{\partial\varphi(a, h)}{\partial a} = \wp(\omega_2+2a) - \wp(\omega_1+2a-h) < -(e_1-e_2)$$

est réelle, négative et continue pour toute valeur de a qui vérifie l'inégalité $h-\omega_1 < 2a < \omega_1 - h \varphi(a, h)$ est donc une fonction décroissante de a. D'autre part, une transformation indiquée par Tannery-Molk (*Fonct. ell.*, 3, p. 96-97) nous montre que $\varphi(a, h)$ s'annule pour $a = a^*$ donné par

$$(5)\qquad \wp'(2a^*+\omega_1-h) = \wp'(\omega_3+h),$$

ce qui montre que $\varphi(a, h)$ est positif pour $0 < a < a^*$ et négatif pour $a^* < a$, cette dernière quantité étant elle-même inférieure à $(\omega_1 - h)/2$.

On peut donc résumer la variation de γ en fonction de a par le schéma suivant :

a	0		a^*				$\frac{\omega_1-h}{2}$
γ	1	$\searrow$	0	$\searrow$	minimum	$\nearrow$	0

Conclusion. — Lorsque $a < a^*$, l'existence d'un système de tourbillons alternés *en état permanent*, en position dissymétrique dans un canal, s'explique par l'hypothèse $|I_2| \neq I_1$ très aisément. Le fait que $|I_2|$ a été trouvée inférieure à I_1 est un résultat physiquement naturel, puisque l'action amortissante des parois s'exerce précisément dans ce sens sur les tourbillons.

Mais la conclusion est toute différente lorsque $a^* < a < (\omega_1 - h)/2$. Je ne vois en effet aucun moyen expérimental de produire un système de tourbillons *permanent* dans cette position, puisqu'il s'agirait dans ce cas de produire deux files de tourbillons de même sens giratoire! A moins qu'on ne fasse une autre hypothèse sur ce sujet, j'en conclus que les tourbillons alternés *permanents* dans un canal ne peuvent exister lorsque $a^* < a < (\omega_1 - h)/2$.

A titre d'indication numérique, pour $\omega_1 = 10$, $\omega_3/i = 6,47$ et $h = 3$, on trouve $a^* \approx 1,85$.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème de diffraction.* Note de M. **Jean Delsarte**, présentée par M. Henri Villat.

Le problème général de la diffraction consiste à déterminer la solution d'une équation (ou d'un système d'équations) aux dérivées partielles, hyperbolique du second ordre, lorsque les coefficients de l'équation (ou du système) sont discontinus sur certaines surfaces, la solution étant assujettie à remplir certaines conditions de continuité à la traversée de ces surfaces.

Dans tous ces problèmes la fonction inconnue doit être déterminée dans tout l'espace, en étant naturellement régulière à l'infini.

Une difficulté spéciale se présente de ce chef : il est impossible de déterminer les solutions sinusoïdales par rapport au temps; c'est ainsi par exemple que, si l'on envisage l'équation des ondes sphériques, la vitesse de propagation prenant des valeurs distinctes V_1 et V_2 à l'intérieur et à l'extérieur d'une surface S, et si l'on cherche les solutions continues ainsi que toutes leurs dérivées premières à la traversée de S et qui soient de la forme $u(x, y, z)e^{i\omega t}$, on est conduit aux équations

$$\Delta u + \frac{\omega^2}{V_1^2} u = 0, \qquad \Delta u + \frac{\omega^2}{V_2^2} u = 0$$

à l'intérieur et à l'extérieur de S respectivement. Si l'on prend alors pour inconnue auxiliaire la valeur de u sur S, il est bien connu qu'on peut en déduire la valeur de cette fonction dans S (sauf pour des valeurs spéciales de ω), tandis que cette détermination présente une ambiguïté à l'extérieur de S, malgré les conditions de régularité à l'infini. Cette circonstance empêche de former les équations intégro-différentielles déterminant u sur S.

Il est donc indispensable de passer par le biais dn problème de Cauchy pour étudier ce genre de question; on se donnera donc dans tout l'espace la fonction inconnue, ainsi que sa dérivée première par rapport au temps à l'instant initial.

Dans ce qui suit nous traitons complètement le problème pour un des cas les plus simples : celui de l'équation des ondes sphériques, la surface diffractante étant un plan indéfini.

Ce plan sera pris pour plan yOz : V_1 sera la vitesse de propagation pour $x > 0$, V_2 sera la valeur de cette vitesse pour $x < 0$.

Désignons par $u(y, z, t)$ la valeur de la fonction inconnue dans le plan diffractant; en résolvant le problème mixte à droite et à gauche de ce plan et en écrivant la continuité de la dérivée par rapport à x, de la solution, pour $x = 0$, on est conduit à l'équation intégrale suivante :

$$\mathcal{O}_1[u] + \mathcal{O}_2[u] = A(y, z, t).$$

Le second membre $A(y, z, t)$ ne dépend que des données de Cauchy dans tout l'espace; les opérateurs linéaires $\mathcal{O}_1$ et $\mathcal{O}_2$ sont définis par les formules suivantes :

$$\mathcal{O}_1[u] = \frac{1}{V_1}\left\{u(y, z, t) - \frac{1}{2\pi}\int_0^t\left[\iiint_{\Gamma^1_{yz\tau}} \frac{1}{(\tau-\theta)^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}\right) \times u(\eta, \zeta, \theta)\,d\eta\,d\zeta\,d\theta\right]\right\}d\tau,$$

$$\mathcal{O}_2[u] = \frac{1}{V_2}\left\{u(y, z, t) - \frac{1}{2\pi}\int_0^t\left[\iiint_{\Gamma^2_{yz\tau}} \frac{1}{(\tau-\theta)^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}\right) \times u(\eta, \zeta, \theta)\,d\eta\,d\zeta\,d\theta\right]\right\}d\tau,$$

où les volumes d'intégration $\Gamma^1_{yz\tau}$ et $\Gamma^2_{yz\tau}$ sont des cônes de révolution limités par les surfaces

$$\theta = 0, \qquad (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 - V_1^2(\theta - \tau)^2 = 0, \qquad \theta = \tau$$

et

$$\theta = 0, \qquad (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 - V_2^2(\theta - \tau)^2 = 0, \qquad \theta = \tau$$

respectivement.

Cette équation s'intègre complètement, et en termes finis, par la formule

$$u(y, z, t) = \frac{V_1^2 V_2^2}{V_2^2 - V_1^2}\{\mathcal{O}_1[A] - \mathcal{O}_2[A]\};$$

de sorte que la question est entièrement résolue dans le cas particulier examiné. La démonstration de ce résultat paraîtra dans un autre Recueil; elle suppose que $u(y, z, t)$ possède des dérivées jusqu'au quatrième ordre. On pourrait sans doute se passer de cette condition.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un générateur produisant des oscillations sinusoïdales, d'amplitude constante, sur une gamme de fréquences très étendue.* Note [1] de MM. **Alexandre-Marcel Monnier** et **Joseph Bazin**, présentée par M. Paul Janet.

Soit (*fig.* 1) un pont constitué par des résistances et des capacités telles que les constantes de temps $r_1 C_1$ et $r_2 C_2$ soient inégales. La résistance diagonale R est *petite* vis-à-vis des résistances r_1 et r_2. Si un courant i circule dans R, la différence de potentiel φ, aux sommets A et B du pont, s'exprime par l'équation

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d^2\varphi}{dt^2} + \dfrac{2B}{T}\dfrac{d\varphi}{dt} + \dfrac{B^2 - 1}{T^2}\varphi = \dfrac{2R}{T}\dfrac{di}{dt}, \\ B = \dfrac{K+1}{K-1}, \qquad T = \dfrac{2Kr_1C_1}{K-1}, \qquad K = \dfrac{r_2C_2}{r_1C_1}. \end{array} \right.$$

Cette équation, dont la caractéristique a toujours ses racines réelles, est analogue à celle qui régit le courant dans un circuit couplé par induction à un circuit générateur et comprenant inductance, capacité et résistance choisies de manière que l'amortissement soit supérieur à l'amortissement critique.

Le calcul et l'expérience justifient cette analogie. Ce circuit permet de

[1] Séance du 2 mars 1936.

mettre en évidence un phénomène comparable à une résonance [1]; l'amplitude de la différence de potentiel v passe par un maximum pour une valeur déterminée de la fréquence du courant i circulant dans R.

L'analogie se poursuit plus loin. L'entretien d'oscillations dans ce circuit est possible. Il suffit, au moyen de tubes amplificateurs, de faire

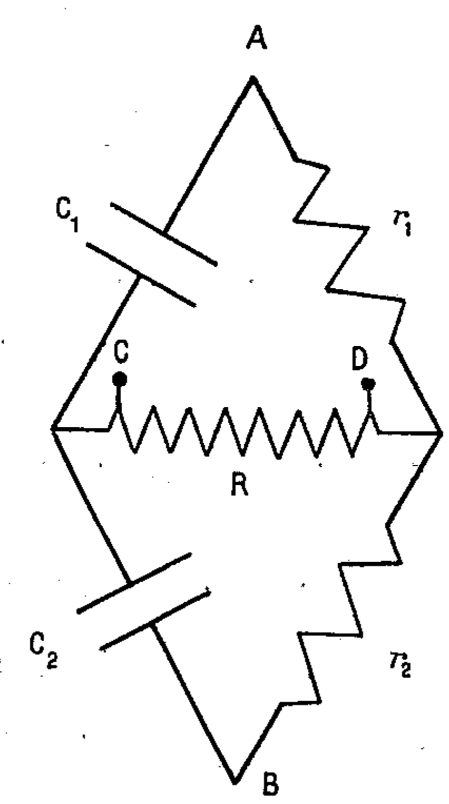


Fig 1

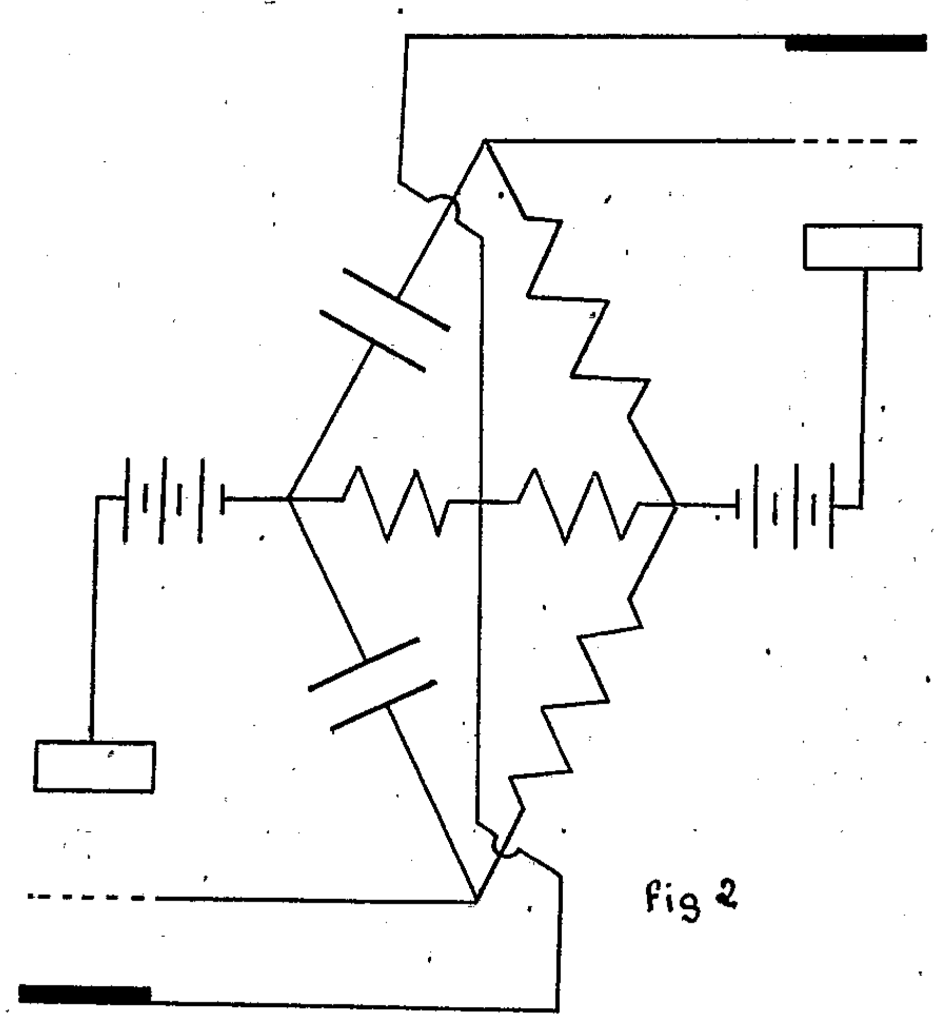


Fig 2

circuler dans R un courant i proportionnel à v (soit $i = Sv$). Une résistance négative est ainsi introduite dans le circuit, car l'équation (1) s'écrit alors

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 2\left(\frac{B - RS}{T}\right)\frac{dv}{dt} + \frac{B^2-1}{T^2}v = 0. \tag{2}$$

Des oscillations peuvent être entretenues si la valeur de la résistance de R est comprise entre B/S et $(B + \sqrt{B^2-1})/S$. Lorsque R est voisine de sa valeur minima B/S la fréquence a pour expression $f = \sqrt{B^2-1}/2\pi T$.

Ce raisonnement montre l'étroite parenté qui existe entre ce type d'os-

[1] Rappelons que ce circuit a déjà été proposé par l'un de nous (A.-M. Monnier, *L'excitation électrique des tissus. Essai d'interprétation physique*, 1934, Paris, p. 94) comme modèle de l'excitation électrique des nerfs et des muscles. L'excitation par des courants variables dans le temps met en effet en lumière un phénomène qui ressemble beaucoup à une résonance (para-résonance).

cillateur et les oscillateurs classiques. Mais, contrairement à ces derniers, il ne contient aucune inductance, et de plus la condition d'entretien ($R \geqq B/S$) ne dépend pas de la fréquence, pourvu que le rapport K des constantes de temps soit invariable. Cette dernière propriété a pour avantage de rendre l'amplitude des oscillations indépendante des variations de la fréquence.

Schéma de réalisation (*fig.* 2). — Les courants de plaque de deux triodes circulent en sens opposé respectivement dans les deux moitiés de la résistance R. D'autre part, les grilles de ces triodes sont réunies aux extrémités A et B du pont. Si S représente la pente des caractéristiques de plaque, le courant i dans R est évidemment égal à Sv, ce qui est la condition cherchée. La valeur minima de la résistance R compatible avec l'entretien est inversement proportionnelle à S [1]. En intercalant des résistances dans les circuits de plaque, on peut disposer d'une différence de potentiel alternative aux extrémités de celles-ci.

Si l'on dispose de plusieurs jeux de capacités qui, prises deux à deux sont dans un rapport constant, la variation simultanée des résistances r_1 et r_2 permet d'obtenir plusieurs gammes de fréquences sans qu'il soit nécessaire de modifier la résistance R qui conditionne l'entretien. Au moyen de capacités et de résistances d'ordres de grandeur faciles à réaliser, nous avons obtenu des oscillations parfaitement sinusoïdales, d'amplitude remarquablement constante et dont la fréquence pouvait varier depuis plus de 30000 cycles par seconde à un cycle en au moins 30 secondes. Ce type d'oscillateur paraît donc être destiné aux applications nécessitant des courants dont la fréquence doit varier depuis des valeurs très basses jusqu'à des valeurs assez élevées, ce qui est le cas notamment des mesures de pararésonance des tissus vivants.

---

[1] On a, par conséquent, tout intérêt à accroître la pente S. Dans ce but, nous avons parfois utilisé un étage amplificateur intermédiaire, dont la description ne saurait trouver place ici. Cette adjonction n'introduit aucune complication du dispositif, au contraire, elle permet d'alimenter les plaques des tubes avec une seule batterie.

THERMOÉLECTRICITÉ. — *Propriétés thermoélectriques et voltaïques de films métalliques normaux et anormaux.* Note [1] de M. **Romolo Deaglio**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. C'est un fait bien connu que les films métalliques d'une épaisseur très faible (de l'ordre de quelques mμ) ont une conductivité très inférieure à la conductivité normale du métal massif. Les propriétés de ces films, obtenus par exemple par pulvérisation cathodique sur une plaque de verre, dépendent beaucoup des conditions de la projection. Ainsi la couleur par transmission des films d'or peut-être bleue, rougeâtre, verte, alors que les conditions de pulvérisation ne diffèrent pas beaucoup.

Les propriétés électriques des films de différentes couleurs diffèrent elles aussi. Seuls les films de couleur verte peuvent être considérés comme des couches d'or normal [2].

En effet, la chaîne

(1) or massif/film vert d'or/eau/or massif

est une pile voltaïque de f. e. m. presque nulle ($<0{,}005$ volt).

Au contraire, la chaîne

or massif/film bleu ou rougeâtre d'or/eau/or massif

est une pile voltaïque dont la f. e. m. peut atteindre 0,6 volt.

C'est seulement par l'étude des films verts que l'on pourra espérer obtenir les propriétés normales des couches minces d'or.

En général, le manque de f. e. m. de la pile

métal massif/métal en film/eau/métal massif

nous rassurera sur la *normalité* du métal en film, même si ce film est si mince qu'aucune coloration par transparence n'est encore observable.

II. Sur une plaque de verre V, $3\text{-}0^{\text{cm}^2},8$, épaisseur $0^{\text{cm}},1$ (voir figure) on dépose un film mince d'or vert S (épaisseur quelques mμ) et deux électrodes X_1E_1, X_2E_2 d'or *massif* (épaisseur à peu près 1 μ).

Selon l'hypothèse de Perucca [3] la couche S doit sa conductivité

---

[1] Séance du 17 février 1936.

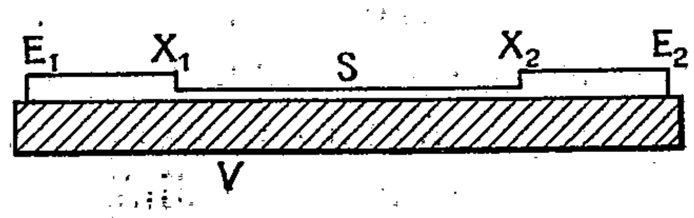
[2] L. Houllevigue, *Journ. de Phys.*, 4, 1907, p. 596.

[3] E. Perucca, *Ann. der Phys.*, 4, 1930, p. 252; *Nuovo Cimento*, 7, 1930, p. 50; *Nuovo Cimento*, 11, 1934, p. 131.

anormale à une concentration C_1 d'électrons de conduction inférieure à la concentration C_2 du métal massif. C_1/C_2 peut se réduire à moins de 10^{-9}.

La chaîne de la figure doit alors se comporter comme une pile thermoélectrique, le métal S, plus pauvre en électrons étant thermoélectriquement négatif. L'ancienne théorie de Drude et la théorie de Sommerfeld de la conduction métallique conduisent toutes deux à cette conclusion qualitative. La relation entre la f. e. m. thermoélectrique et la température est cependant différente dans les deux théories.

On pouvait chauffer l'une des *soudures* X_1 X_2 jusqu'à 70° C. environ,



tandis que l'autre soudure était à 20° C. Étant donné la grande résistance intérieure de la pile (jusqu'à $10^{10}\,\Omega$) et la petitesse de la f. e. m., on a employé un électromètre à palette de nouvelle construction, selon les indications de M. Perucca; cet électromètre atteint même une sensibilité de 10^{-4} volt par division avec une stabilité et une facilité d'emploi vraiment remarquables.

L'expérience a donné, pour une différence de température de 50°, une f. e. m. de la chaîne de la figure qui a varié entre 5.10^{-4} volts et 40.10^{-4} volts pour des couches S telles que leur résistance, mesurée entre deux côtés opposés d'un élément carré, était comprise entre $5.10^{5}\,\Omega$ et $10^{9}\,\Omega$.

On a donc le résultat remarquable que deux conducteurs, or massif et or en film mince vert, sont voltaïquement équivalents, mais thermoélectriquement différents.

Ce résultat expérimental qui est apparemment très étrange s'explique immédiatement dans l'hypothèse de M. Perucca : films minces et métal massif dans la pile voltaïque ([1]) ont la même couche superficielle pauvre d'électrons; leur comportement voltaïque est le même au contact de l'eau. Dans le phénomène thermoélectrique la concentration intérieure en électrons qui n'est pas la même dans le film et dans le métal massif entre en jeu et donne l'effet thermoélectrique observé.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur l'interaction entre protons et neutrons.* Note (¹) de M. G. WATAGHIN.

Plusieurs auteurs (²) considèrent l'action mutuelle entre les protons et les neutrons comme due à l'interaction (de Fermi) entre les particules lourdes (proton-neutron) et les particules légères. Dans une Note récente j'ai fait voir qu'il est possible de déduire l'expression relativiste des forces d'échange entre protons et neutrons à partir des équations relativistes de la particule lourde (³).

Il existe une incertitude entre les différentes formes que l'on peut donner à l'interaction de Fermi. Par exemple au lieu des fonctions ψ et φ qui représentent les électrons et les neutrinos, on peut introduire les dérivées de ces fonctions.

Remarquons ensuite que pour aboutir à la forme d'interaction de Majorana, il faut modifier l'opérateur de Fermi de manière à ce qu'il agisse sur les coordonnées de spin. Cette dépendance des forces de l'état du spin a été étudiée par M. Weizsäcker, lequel a déduit les lois de Heisenberg et de Majorana à partir de l'interaction de Fermi.

La loi des forces de Majorana pour deux particules de masses différentes n'est pas invariante (⁴). Cette difficulté disparaît quand on considère la loi précise des forces entre les protons et les neutrons donnée par les équations relativistes des particules et des champs et par la loi d'interaction aussi relativiste. Par conséquence la loi de Heisenberg-Majorana doit être substituée par une loi invariante. L'expression de cette loi, qui sera publiée ailleurs, dépend de la forme de l'interaction de Fermi.

Les équations (⁵) que j'ai proposées pour les particules lourdes semblent représenter une bonne approximation pour les protons et les neutrons à condition qu'on élimine par un artifice convenable des résultats diver-

(¹) Séance du 17 février 1936.

(²) I. TAMM, *Nature*, 133, 1934, p. 981; D. IRSANENKO, *Nature*, 133, 1935, p. 981; W. HEISENBERG, *Zeeman Verhandelingen*, 1935, p. 108; G. WATAGHIN, *Ricerca Scientifica*, 2, 1935, p. 263.

(³) *Ricerca Scientifica*, 2, 1935, p. 263; *R. Lincei*, 21, 1935, p. 703.

(⁴) G. BREIT et E. WIGNER, *Phys. Rev.*, 48, 1935, p. 918.

(⁵) *R. Acc. Lincei*, 21, 1935, p. 703.

gents relatifs à l'énergie propre (par exemple en introduisant une limite supérieure pour les énergies). J'ai indiqué une méthode générale pour borner les interactions d'une manière relativistiquement invariante (1), qui s'applique à tout problème d'énergie propre. Dans le cas d'interaction entre l'électron et le champ de radiation, la méthode consiste à réduire l'interaction entre les photons et l'électron ponctuel d'une manière qui dépend de la vitesse de l'électron. Pour un électron à repos, c'est l'interaction avec les photons qui ont une fréquence supérieure à une fréquence limite qui doit être coupée ou réduite. Pour un électron en mouvement l'interaction s'annule pour des photons dont la fréquence, mesurée par rapport au système Lorentzien pour lequel l'électron est immobile, est supérieure à la même limite.

Récemment M. Wick a montré (par un calcul analogue à celui de l'énergie propre), qu'une partie du moment magnétique des protons peut être attribué à l'interaction du proton avec le champ des électrons et des neutrinos. Il nous semble que les termes en $\varepsilon^{kl}\,\partial A_l/\partial x_k$ des équations citées du proton-neutron représentent justement le résultat de cette interaction. De la même manière on peut penser que le terme $\alpha_4 Mc^2$ dans les mêmes équations représente l'énergie propre d'une particule lourde qui prend origine par le mécanisme analogue de l'interaction avec les particules légères et avec le champ électromagnétique. La grande masse du proton-neutron est due principalement à l'interaction avec le champ des particules légères.

C'est justement ce point de vue qui nous fait aussi comprendre pourquoi il doit exister une différence de masse entre le proton et le neutron, due à la différente charge et par suite à la différente loi d'interaction. Pour en tenir compte il est facile de modifier l'opérateur hamiltonien de la particule lourde en introduisant deux masses différentes M_P et M_N pour le proton et pour le neutron. Il suffit de définir la matrice α_4 de la manière suivante :

$$\alpha_4 = \begin{pmatrix} \alpha'_4 & 0 \\ 0 & -\eta\alpha'_4 \end{pmatrix},$$

où α'_4 est la matrice ordinaire de Dirac à 4 lignes et colonnes et

$$\eta = \frac{M_N}{M_P}.$$

(1) *Zeits. f. Phys.*, 88, 1934, p. 92; 92, 1934, p. 547.

J'ai introduit le signe moins devant η pour obtenir pour le neutron le moment magnétique — 2 magnétons nucléaires de signe opposé à celui du proton.

PHOTOGRAPHIE. — *De l'influence de la température sur la sensibilité des émulsions photographiques rapides.* Note ([1]) de M. **Maurice Roulleau**, présentée par M. Charles Fabry.

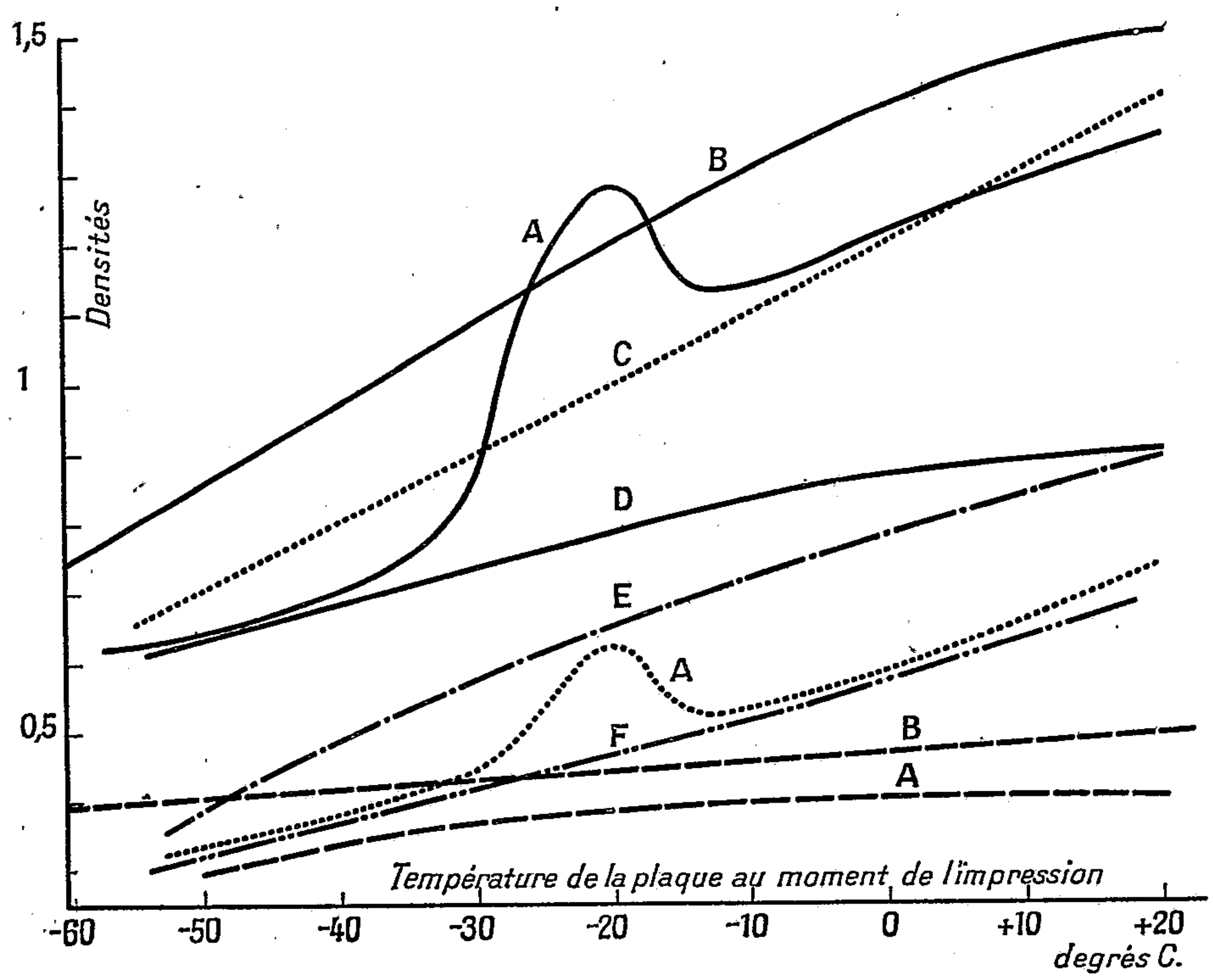
En vue d'applications à la photographie aérienne, nous avons étudié l'influence de la température sur la sensibilité d'émulsions photographiques, sur plaques, de différents types commerciaux : émulsions ordinaires, orthochromatiques, panchromatiques, sensibilisées pour l'infrarouge. Ces émulsions étaient suffisamment sensibles pour être utilisables pour la prise de vue aérienne.

Les impressions ont été faites en s'approchant aussi près que possible des conditions d'utilisation pratiques, avec un sensitomètre à temps de pose constant établi spécialement pour cette recherche. La source de lumière était une lampe à ruban de tungstène, ruban dont on formait l'image très agrandie dans le plan d'un écran sensitométrique, l'image de ce dernier étant projetée par un objectif sur la plaque à étudier. La source, non filtrée, était à une température de couleur de 2360° K. et donnait sur la plaque des éclairements variant de 500 lux à 1/10 lux. Différentes régions d'une même plaque étaient impressionnées tour à tour, à mesure qu'on abaissait la température. La plaque étant constamment à une température plus élevée que celle de l'enceinte où elle était placée, ne recevait aucune condensation d'eau. On ne peut donc pas attribuer la variation de sensibilité observée à des différences de teneur en eau de la gélatine. Chaque série d'impressions durant 6 à 8 heures, nous nous sommes astreint à différer le développement de 40 heures, au moins, après la dernière pose.

Nous avons observé entre + 20°C. et — 60°C. une diminution continuelle de la sensibilité (quelle que fût la définition adoptée pour la sensibilité). Cependant, pour une émulsion orthochromatique et pour une émulsion panchromatique, nous avons observé un maximum relatif aux environs de — 20°C. Ce maximum ne se manifestait plus si la lumière était filtrée par un filtre bleu (BG 12 de Schott). Nous n'avons jamais observé que

([1]) Séance du 24 février 1936.

l'allure du phénomène fût celle que, dans un domaine d'éclairement, il est vrai, différant vraisemblablement du nôtre, certains auteurs ([1]) ont constatée (maximum de sensibilité vers — 25°C. et minimum vers + 50°C.).



——— courbes I. — — — courbes II. — · — courbes III. ······ courbes IV. — ·· — courbes V.
Les lettres A, B, ..., F désignent les émulsions.

La figure ci-dessus résume quelques-unes de nos mesures, qui portent actuellement sur une douzaine d'émulsions. Elle représente la densité optique obtenue, en fonction de la température, la lumination étant constante pour chacune des catégories de courbes suivantes :

Lumière non filtrée.	Lumière filtrée.			
I	II ($\lambda < 5000$ Å)	III ($\lambda > 5100$ Å)	IV ($\lambda > 5800$ Å)	V ($\lambda > 7000$ Å).

De plus, les courbes caractéristiques sont, en général, peu déformées par la variation de température : elles ne subissent sensiblement qu'une

([1]) WALLACE, *Astrophysical Journal*, 28, 1908, p. 39-51; LUFT, *Photographische Korrespondenz*, 69, 1933, p. 161-165.

translation, sauf toutefois dans la région de sous-exposition où, pour certaines émulsions, la pente de la courbe est plus faible que celle qui correspondrait à une simple translation. Cette dernière observation est en accord avec celle que certains auteurs [1] ont notée pour des éclairements très faibles.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Nouvelle détermination absolue du pouvoir rotatoire magnétique de l'eau.* Note de MM. **René de Mallemann**, **Pierre Gabiano** et **F. Suhner**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les pouvoirs rotatoires magnétiques, moléculaires et atomiques sont généralement calculés à partir de mesures relatives, l'eau étant prise comme corps de comparaison. Il importe donc de connaître aussi exactement que possible les constantes de Verdet de l'eau, pour plusieurs radiations. Pour la raie D les nombres indiqués par différents auteurs ne concordent pas à plus de 1 pour 100 :

Auteurs	Arons.	Rodger et Watson.	Siertsema.
$10^2\Lambda(\lambda = 589^{m\mu})$	1',298	1',311	1',303

D'autre part, les dispersions sont rapportées aux raies du spectre solaire, qui sont d'un emploi peu commode en comparaison de celles du mercure dont l'utilisation est aujourd'hui courante dans les laboratoires.

Il nous a donc paru utile de déterminer directement la constante de Verdet de l'eau pour la raie *verte* du mercure, en utilisant la bobine de grande puissance que nous avions fait construire pour l'étude des vapeurs.

La grandeur des rotations obtenues en remplissant le tube d'eau permet de réduire l'intensité du courant et de faire des mesures d'une grande précision.

L'intensité étant voisine de 8 ampères, les rotations *simples* sont de l'ordre de 55° et les lectures concordent à 2 ou 3 centièmes de degré.

Le nombre de spires de la bobine étant exactement connu (après nouvelle vérification), il suffisait de mesurer l'intensité du courant, en mettant en série sur le circuit de la bobine un voltamètre à sulfate de cuivre.

Le mode opératoire était le suivant : on faisait passer le courant dans la bobine; le voltamètre étant d'abord hors circuit. Un premier opérateur

(1) Sheppard, Wightman et Quirk, *Science et Industrie photographiques*, 5, 1934, p. 209-213 et 241-244.

maintenait le courant constant en agissant sur un rhéostat tout en observant le spot d'un galvanomètre qui se déplaçait de $1^{mm},5$ pour une variation d'intensité de 1 centième d'ampère. Un deuxième observateur notait toutes les minutes les rotations de l'eau, puis, après un certain temps, mettait brusquement le voltamètre en circuit et déclenchait simultanément un chronomètre de précision. Il continuait ensuite à noter les rotations de minute en minute.

Au bout de 10 minutes 7 secondes, le voltamètre était mis hors circuit, et l'on continuait d'observer les rotations pendant quelque temps. La cathode était alors retirée, lavée, séchée et pesée.

Les expériences furent recommencées plusieurs fois, en inversant le sens du courant dans la bobine.

L'augmentation de poids de la cathode a été chaque fois de $1^{g},6025$ à moins de un dixième de milligrame près.

Nous pouvons donc donner la constante de Verdet avec une précision d'au moins *un millième*.

Constante de Verdet à $11°,5$: $\Lambda = 1',543\, 10^{-2} \pm 0,001$; pour la *raie verte*, $\lambda = 546^{m\mu}$.

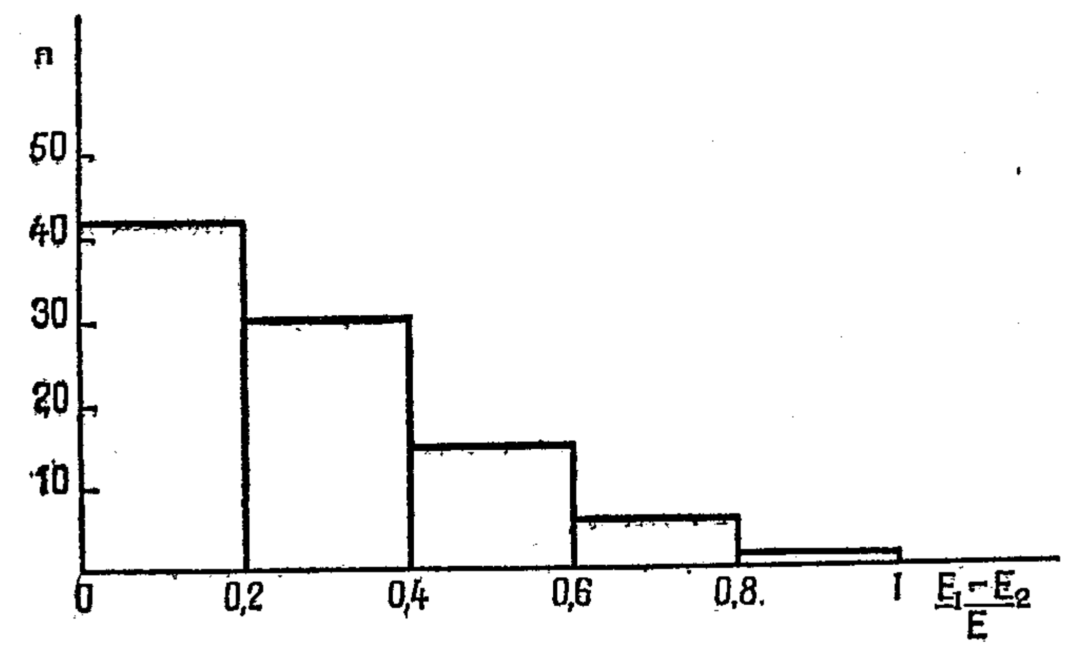
La mesure précise de la *dispersion* exige que l'on maintienne le courant constant d'une manière quasi-rigoureuse; pour obtenir une sensibilité supérieure à celle qui résultait du déplacement du spot, nous avons employé la méthode magnéto-optique. Une seconde bobine, plus courte, était montée sur le banc d'un polarimètre de précision Jobin-Yvon, et mise en série avec la grande bobine; un tube de 50^{cm}, rempli de sulfure de carbone était disposé suivant l'axe de la petite bobine. On observait simultanément les plages dans les deux analyseurs, et l'on ne retenait que les mesures correspondant à une égalité parfaite. Dans ces conditions, la constance du courant était certainement assurée à quelques dix-millièmes près. Les résultats déduits d'un grand nombre de mesures sont indiqués dans le Tableau suivant :

λ en $m\mu$.	Dispersion de l'eau.	Dispersion de CS^2.
578	1	1
546	$1,130 \pm 0,0005$	$1,1435 \pm 0,0005$
492	1,428 »	—
436	1,8618 »	$2,019 \pm 0,0005$

Remarquons pour terminer que, si l'on rapporte à la raie D le nombre que nous avons mesuré pour la raie verte, en utilisant la dispersion connue et très faible des raies jaunes, on trouve $\Lambda = 1,312 . 10^{-2}$, nombre pratiquement identique à celui de Rodger et Watson.

ATOMISTIQUE. — *Déviation des rayons β sur des noyaux d'azote.* Note (¹) de M. **Marcel Lecoin**, présentée par M. Jean Perrin.

Au cours de l'étude du spectre continu β de différents radioéléments, plusieurs cas de déviations brusques de la trajectoire d'un rayon β dans l'azote ont été observés et mesurés dans les conditions suivantes : il n'a été tenu compte que des déviations supérieures à 10° afin d'éliminer les cas relativement fréquents de freinages progressifs d'un rayon β; on mesure l'énergie E_1 du rayon incident, l'énergie E_2 du rayon dévié et l'on considère le rapport $(E_1 - E_2)/E_1$ de la perte d'énergie à l'énergie initiale. 90 cas de réflexions semblables ont été mesurés sur $1^{km},500$ de trajectoires β; la figure représente la statistique du nombre n de rayons pour lequel le rapport $(E_1 - E_2)/E_1$ est compris entre 0 et 0,2; 0,2 et 0,4, etc.;



l'énergie E_1 étant comprise entre 0,1 et $1,5.10^6$ eV. On voit qu'il n'a été observé qu'un seul cas pour lequel la perte d'énergie à la suite d'un choc est très grande, semblable à celui signalé par M. L. Leprince-Ringuet (²), alors que M. Skobelzyn (³) indique, pour des rayons d'énergie comprise entre 1,5 et 3.10^6 eV, une probabilité vingt fois plus grande.

On peut, à partir de cette statistique, établir la section efficace du noyau d'azote pour chacun des points de la courbe, en tenant compte du fait que la probabilité pour un rayon d'être dévié est la même pour toutes les

(¹) Séance du 24 février 1936.

(²) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 712 et 1524.

(³) *Nature*, **137**, 1936, 3458, p. 234.

directions de l'espace et que les cas observés correspondent seulement à environ 1/4 de l'angle solide total. Dans ces conditions, on trouve une section efficace d'environ 4.10^{-23} cm^2 pour les chocs correspondant à une perte d'énergie faible et environ 1.10^{-24} pour une perte d'énergie très grande. Les sections efficaces ainsi calculées sont considérablement plus élevées que ne le prévoit la théorie, comme celles calculées par L. Leprince-Ringuet et Skobetzyn.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *La position relative des niveaux de résonance pour la capture des neutrons par l'argent et par l'iode.* Note (1) de MM. **Pierre Preiswerk** et **Hans von Halban** jun., présentée par M. Jean Perrin.

Poursuivant nos recherches (2), nous avons cherché à déterminer expérimentalement la position relative des niveaux de résonance pour la formation de radio-argent (22 sec.) et radio-iode par capture de neutrons.

Les expériences ont été réalisées comme l'indique la figure 1. S est une source de neutrons (Rn + Be) entourée de paraffine, P_1 à P_7 sont des plaques de paraffine (de 3 à 4^{mm} d'épaisseur chacune), Cd est un filtre en cadmium et Ind. un indicateur de neutrons lents (en I ou en Ag). A cause du filtre en Cd, l'indicateur n'est pas activé par des neutrons ayant l'énergie d'agitation thermique (kT) mais par des neutrons ayant l'énergie des niveaux de résonance supérieure à kT. En plaçant successivement un absorbant A (Ag[0-3 g/cm^2] ou I[3 g/cm^2]) entre le filtre de Cd et P_7, puis entre P_7 et P_6, etc., on obtient la variation de l'absorption en fonction de l'épaisseur de la couche de paraffine entre l'absorbant et le filtre de Cd.

Les courbes obtenues sont données par les figures 2 et 3.

On voit que la courbe 4, a une allure différente de celle des trois autres. Étudions d'abord dans quels cas on peut prévoir les différentes allures.

L'absorbant va évidemment atténuer la partie du spectre de neutrons correspondant à l'énergie de son niveau de résonance. Quand l'absorbant est placé immédiatement devant le filtre de Cd, l'absorption ne dépend que du degré de superposition des niveaux de résonance de l'indicateur et de l'absorbant. Dans tous les autres cas (absorbant entre les plaques), les neutrons doivent encore traverser de la paraffine avant d'atteindre l'indi-

---

(1) Séance du 17 février 1936.

(2) H. von Halban jun. et P. Preiswerk, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 133.

cateur; ils seront donc encore ralentis par chocs contre des protons et ils auront en arrivant à l'indicateur une énergie plus faible que celle qu'ils avaient au moment de leur passage à travers l'absorbant. La lacune faite par l'absorbant dans le spectre des neutrons est ainsi déplacée vers des énergies plus petites que celles correspondant au niveau de résonance de l'absorbant. On peut prévoir trois cas principaux : 1° les énergies des niveaux de résonance de l'absorbant (R_a) et de l'indicateur (R_{Ind}) sont égales, $R_a = R_{Ind}$; 2° $R_a > R_{Ind}$; 3° $R_a < R_{Ind}$.

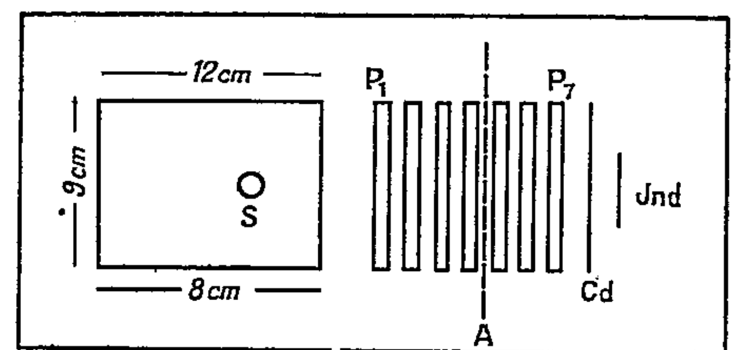
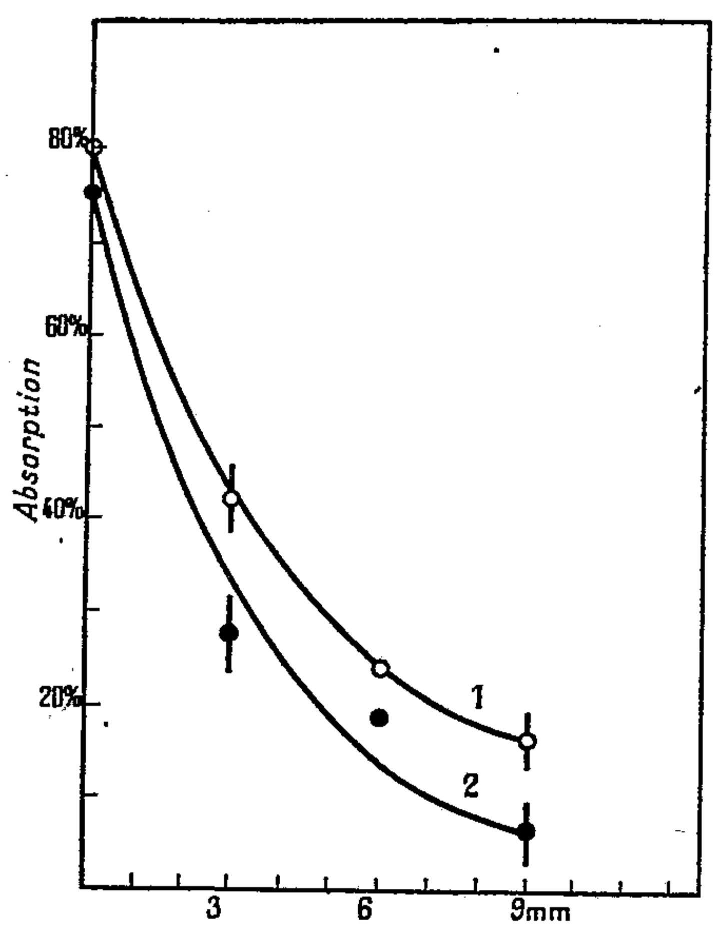


Fig. 1.



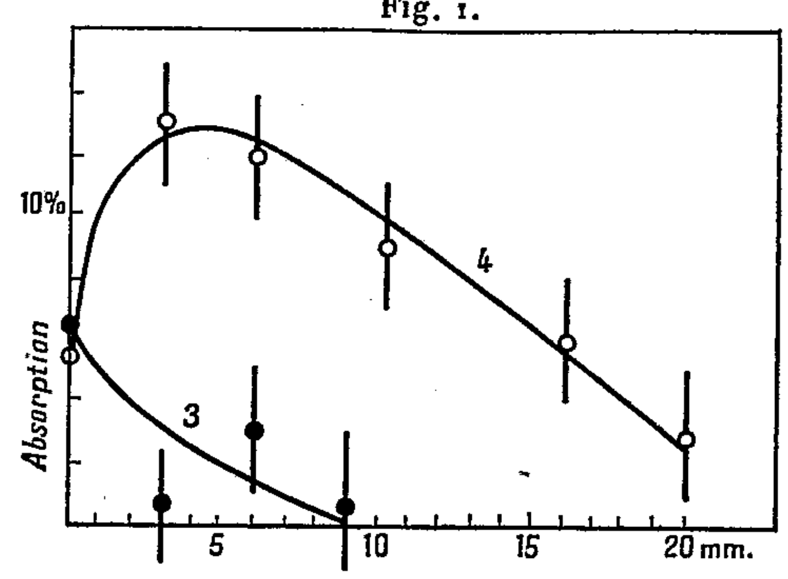


Fig. 2. — Épaisseur de la couche de paraffine entre A et Cd.

Fig. 3. — Épaisseur de la couche de paraffine entre A et Cd.

1, absorbant Ag, indicateur Ag (22 sec.); 2, absorbant I, indicateur I; 3, absorbant Ag, indicateur I; 4, absorbant I, indicateur Ag (22 sec.).

Le premier cas est déjà connu. Fermi et Amaldi [1] ont montré que si l'on emploie l'argent comme absorbant et comme indicateur, l'introduction de paraffine diminue considérablement l'absorption.

Dans le cas où $R_a > R_{Ind}$, on doit s'attendre à une augmentation de l'absorption pour les premières couches de paraffine interposées entre A et Cd. Par contre, dans le cas ou $R_{Ind} < R_a$, l'absorption doit toujours diminuer, lorsqu'on interpose de la paraffine entre A et Cd.

On voit que la courbe 4 (absorbant I, indicateur Ag) correspond à celle

[1] *La Ricerca scientifica*, 2, 1935, p. 544.

que l'on doit observer dans le cas $R_a > R_{ind}$, ce qui prouve que l'énergie du niveau de résonance de l'iode est supérieure à celle du niveau de résonance de celui des isotopes de l'argent qui forme, par capture d'un neutron, le radio-argent de période 22 secondes.

En combinant ce résultat avec le tableau des absorptions donné par Amaldi et Fermi ([1]), on peut indiquer pour les énergies des niveaux de résonance de quelques autres éléments l'ordre suivant :

$$Br > I > Ag > In \sim Rh \sim Ir.$$

(Notons que l'iode est beaucoup moins sensible à une variation de température de la paraffine ralentissante que l'argent et le rhodium.) Quant aux valeurs absolues des énergies, il n'est pas encore possible de les indiquer. Signalons seulement que, pour tous ces corps, les niveaux de résonance sont encore dans une région du spectre des neutrons de vitesses supérieures à KT, où l'absorption pour le bore décroît déjà mais est encore appréciable. Il s'agirait donc, d'après une publication récente de D. Roaf ([2]), d'énergies au-dessous de 20000 eV.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de la formation, en milieu dilué, des résines colloïdales obtenues par action du formol sur la résorcine.* Note ([3]) de M. **Maurice Engeldinger**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. M. Dubrisay ([4]) a montré qu'en présence d'un catalyseur acide ou alcalin, le formol réagit à froid sur la résorcine en donnant une résine de nature colloïdale. Lorsqu'on opère en solution concentrée, l'ensemble se prend en masse plus ou moins rapidement suivant la nature et la concentration du catalyseur utilisé. En solution étendue, lorsqu'on utilise un catalyseur acide, il se produit tout d'abord une solution colloïdale dont les particules grossissent progressivement et finissent par floculer; en milieu basique, on n'observe la formation d'aucun précipité. Nous nous sommes proposé de reprendre l'étude de la transformation en suivant par diverses mesures physico-chimiques la variation progressive des propriétés des

---

([1]) *La Ricerca Scientifica*, 2, 1935, p. 344.
([2]) *Proc. Roy. Soc.*, 153, 1936, p. 568.
([3]) Séance du 2 mars 1936.
([4]) *Revue générale des Matières plastiques*, 3, 1927, p. 285 et 361.

mélanges réalisés. Dans cette Note, nous envisagerons les phénomènes qui se produisent en milieu très étendu et en présence de catalyseurs acides.

2. Nous avons suivi l'évolution de la suspension par la mesure de son pouvoir absorbant a, pour une radiation déterminée ($\lambda = 490^{m\mu}$) au moyen d'un spectrophotomètre de Féry. A 5^{cm^3} d'un mélange à volumes égaux d'une solution de résorcine à 1 pour 100 et d'une solution de formol obtenue par dilution au 1/100e du formol commercial, on ajoute 20^{cm^3} d'une solution acide de nature et de concentration variables (température : 18°). Quel que soit l'acide utilisé, la courbe représentant le pouvoir absorbant a en fonction du temps t, confondue d'abord avec l'axe des abscisses, s'en écarte d'autant plus vite que la concentration en acide est plus forte, se relève, présente un point d'inflexion et tend ensuite vers une limite dont l'ordonnée croît avec la concentration en acide. Par des mesures interférométriques de l'indice de réfraction de la solution, nous avons constaté que la réaction débute dès le mélange des réactifs; la variation du pouvoir absorbant se manifeste seulement lorsque les produits de la réaction, qui apparaissent à l'état moléculaire, ont fourni des micelles de grosseur suffisante pour constituer une suspension dont le pouvoir absorbant, conformément à la loi de lord Rayleigh, croît avec la grosseur des particules, la floculation se produisant lorsque les dimensions des micelles ont atteint une certaine limite. Le phénomène étudié comprend donc : 1° la formation d'une solution colloïdale par condensation à l'état micellaire des molécules prenant naissance par action mutuelle des produits réagissant, 2° la floculation de cette solution sous l'influence de l'acide utilisé comme catalyseur.

3. Lorsque le pouvoir absorbant limite est atteint, la suspension devient instable et la floculation se produit sous l'influence de la moindre perturbation, notamment par agitation. Comme dans le cas des solutions colloïdales, on peut mesurer la durée de l'évolution de la suspension qui précède la floculation dans les conditions expérimentales réalisées, par le temps nécessaire pour que l'opacité limite soit atteinte [1]. Ce temps diminue à mesure que croît la concentration en acide, c'est-à-dire à mesure que diminue le coefficient pH du mélange. Avec divers acides forts, on obtient des résultats analogues comme le montrent les nombres suivants donnant pour divers acides les durées de floculation θ et le pouvoir absorbant limite A (graduation du spectrophotomètre) en fonction du pH :

[1] A. Boutaric et M. Vuillaume, *Comptes rendus*, 172, 1912, p. 1295.

ClH.			SO^4H^2.			NO^3H.		
pH.	θ.	A.	pH.	θ.	A.	pH.	θ.	A.
—0,27	1^h.35^m	98	—0,12	2^h.20^m	96	—0,115	2^h.00^m	88
—0,24	2.20	88	—0,094	3.00	72	—0,10	2.20	68
—0,22	3.25	68	—0,085	3.40	62	—0,06	3.15	54
—0614	4.25	38	—0,07	3.45	52	—0002	4.15	40
—0,08	6.00	30	0	5.10	39	0,07	6.80	24

Pour une même valeur de pH, la durée d'évolution des mélanges et le pouvoir absorbant limite varient avec la nature de l'anion, mais dans tous les cas, pour la composition en résorcine et formol utilisée, il n'y a production de résine qu'avec des pH faibles nécessitant l'emploi d'acides forts, on n'obtient aucun résultat avec les acides acétique et trichloracétique.

4. Pour une même solution d'acide chlorhydrique de concentration 3N, nous avons étudié comment se modifie la floculation lorsque, les proportions relatives de formol et de résorcine demeurant invariables, on fait croître dans le même rapport les quantités de résorcine et de formol.

La durée d'évolution diminue au fur et à mesure que croît la concentration des mélanges réagissant, en même temps qu'augmente le pouvoir absorbant limite; ce dernier varie d'ailleurs plus vite que la concentration des mélanges.

5. La quantité de formol demeurant invariable (2^{cm^3},5 de solution à 1 pour 100), nous avons étudié l'influence de la concentration de la solution de résorcine ajoutée à volumes égaux (2^{cm^3},5) en présence d'une même solution d'acide chlorhydrique (20^{cm^3} de solution 3,5 N). Le tableau suivant donne les durées θ d'évolution et le pouvoir absorbant limite A pour diverses concentrations C de la solution de résorcine :

C.	1.	2.	3.	4.	5.
θ...............	2^{h}40^m	2^{h}30^m	2^{h}40^m	2^{h}45^m	2^{h}40^m
A..............	74	78	70	38	18

Les durées d'évolution varient peu, mais le pouvoir absorbant croît d'abord avec la concentration de la résorcine, passe par un maximum et diminue ensuite.

6. Quel que soit l'acide utilisé comme catalyseur, même en l'éliminant par dialyse dès que le mélange commence à se troubler, nous n'avons pas réussi à obtenir de suspension stable.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'oxalate ferrique.*
Note de M. **Clément Duval**, présentée par M. Georges Urbain.

En 1926 M. Barlot (1) a annoncé la découverte de l'oxalate ferrique. Cependant ce corps n'était pas nouveau et depuis plus de 20 ans on le considérait comme un ferrioxalate ferrique.

Ce corps répond à la formule $Fe^2(C^2O^4)^3 + 4H^2O$ quand il a été préparé dans l'obscurité la plus complète. Il est vert à l'état solide et en solution aqueuse, ce qui permet déjà de supposer qu'il n'est pas un sel ferrique simple. A froid, l'acide oxalique n'est pas précipité d'une solution aqueuse récente par l'ion calcium. Le spectre d'absorption de la solution s'identifie, toutes choses égales d'ailleurs, avec celui du ferrioxalate de potassium $[Fe(C^2O^4)^3]K^3$; or la nature complexe de ce dernier sel ne fait plus de doute, puisqu'il a été dédoublé en ses isomères actifs (2). La solution verte du prétendu oxalate donne les précipités verts caractéristiques avec les sels du type *lutéo* dans la série du cobalt et du chrome. Soumise, dans le tube à robinets précédemment décrit (3), à un essai de migration d'ions, elle a fourni, en 1 heure, du fer dans chaque branche et de l'acide oxalique dans la branche anodique seulement (le diamètre des tubes est 4^{mm}; l'intensité du courant est 17 milliampères et la différence de potentiel est 110 volts). Les mesures de conductibilité, effectuées en solution aqueuse, à 15°, confirment celles de Schäfer et Abegg (4) et prouvent nettement l'existence de deux ions. Nous sommes donc tenté de conserver la formule du ferrioxalate ferrique $[Fe(C^2O^4)^3]Fe + 4H^2O$, donnée par ces deux derniers auteurs en 1905.

Mais, ainsi que le constate M. Barlot, le sulfocyanure alcalin ne donne pas de coloration rouge avec la solution aqueuse. Si celle-ci est récente et très pure, le ferrocyanure de potassium ne produit qu'un louche. La formule précédente n'interprète pas ces faits.

J'ai alors supposé que le cathion fer n'est pas à l'état libre, mais fait partie d'un ion hydraté assez robuste pour résister à l'action du sulfo-

(1) *Bulletin de la Société chimique*, 4e série, 35, 1924, p. 1026.

(2) Thomas, *J. chem. Soc.*, 119, 1921, p. 1141 et Lowry, *J. Soc. chem. Ind. Transactions*, 42, 1923, p. 317.

(3) Cl. Duval, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2175.

(4) *Z. anorg. allgem. Chem.*, 45, 1905, p. 319.

cyanure. Dans cette hypothèse, le corps s'écrirait $[Fe(C^2O^4)^3][Fe(H^2O)^4]$.

Pour le vérifier, j'ai soumis sa solution dans l'alcool absolu, à l'expérience de migration d'ions, pendant 4 heures, après avoir disposé dans les branches de l'appareil une solution alcoolique de chlorure de sodium. Un essai qualitatif, avec un réactif hygroscopique d'une grande sensibilité décrit dans une autre Note [1], l'acide cobalto-triaquo-trichlorhydrique, permet déjà de déceler le passage d'eau dans la branche cathodique seulement.

Cependant cet essai est critiquable, car on sait que diverses substances sont capables de s'entourer d'un certain nombre de molécules d'eau, pendant le transport électrolytique. Remarquons que cette fois, le sulfocyanure donne une coloration rouge immédiate avec le contenu de la branche cathodique.

Dans un autre essai, ce contenu est partagé, après migration de 4 heures, en deux parties rigoureusement égales. Sur l'une des moitiés, on dose le fer par colorimétrie. L'autre partie est introduite dans un gazomètre décrit antérieurement [2]. L'eau qui a été transportée dans le cathion complexe réagit alors sur un certain poids de carbure de calcium préalablement étalonné avec une solution hydroalcoolique de chlorure de sodium. Du volume d'acétylène dégagé, après corrections de température, de pression et de solubilité, on déduit le rapport Fe/H^2O qu'on trouve égal à 1/3,91 dans le meilleur essai.

Nous pouvons donc admettre que l'eau de constitution a été dosée, que le corps étudié est le *ferrioxalate de ferritétrahydrine* et que l'ion ferrique est parfaitement dissimulé, vis-à-vis du sulfocyanure, dans le cathion $[Fe(H^2O)^4]$.

CHIMIE MINÉRALE. — *Équilibres entre les sulfates de cobalt III chloropentammine et leurs solutions sulfuriques.* Note de MM. **Liou Oui Tao** et **Wang Shih Mo**, présentée par M. Georges Urbain.

Deux sulfates acides de cobaltichloropentammine ont été signalés : l'un contient 1mol d'acide pour 1mol de sel neutre [3]; la composition de l'autre

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 934.

(2) Cl. Duval, *Contribution à la chimie des cobaltiammines. Thèse*, Paris, 1927, n° 1926, p. 69.

(3) Meyer et Gröhler, *Zeitsch f. anorg. Chem.*, 155, 1926, p. 102.

n'est pas connue avec certitude. En effet Jorgensen [1] et Benrath [2] l'écrivent

$$SO^4\left[Co\,{}^{Cl}_{(NH^3)^5}\right], 3/4\,SO^4H^2,$$

tandis que Biltz et Alefeld [3] le formulent

$$SO^4\left[Co\,{}^{Cl}_{(NH^3)^5}\right], 1/2\,SO^4H^2,$$

et que P. Job [4] préfère le représenter par

$$SO^4\left[Co\,{}^{Cl}_{(NH^3)^5}\right], 2/3\,SO^4H^2.$$

Guidés par une remarque de cet auteur [5], nous avons tenté, en appliquant la méthode des restes, de décider entre ces trois formules.

Nous avons étudié systématiquement les équilibres de solubilité dans le système : sulfate chloropentammine, acide sulfurique, eau. Le dispositif expérimental et les méthodes d'analyse et de contrôle sont presque identiques à ceux que l'un de nous a utilisés précédemment [6]. Cependant nous avons employé un thermostat à eau, réglé au dixième de degré et nous avons dosé le chlore, en même temps que l'acide sulfurique et le cobalt. L'établissement de l'équilibre paraissant très lent à température ordinaire, les mesures ont été faites à 35° et à 50°.

À ces deux températures et jusqu'à une teneur d'environ $1^{mol},5$ d'acide par litre, la phase solide en équilibre avec les solutions saturées est constituée par le sulfate neutre. Mais, contrairement aux indications de Benrath, ce sel cristallise avec 2^{mol} d'eau.

Les solutions contenant de $1^{mol},8$ à 5^{mol} environ d'acide par litre, sont en équilibre avec un sel acide, dont la méthode des restes permet, sans ambiguïté, de déterminer la formule. Sur le graphique triangulaire habituel, nous avons obtenu sept droites, déterminées chacune par trois ou quatre points et qui sont parfaitement concourantes. Les coordonnées de leur

---

(1) *J. f. prakt. Chem.*, 2e série, **18**, 1878, p. 209.
(2) *Zeitsch. f. anorg. Chem.*, **151**, 1926, p. 343.
(3) *Berichte d. chem. Ges.*, **39**, 1906, p. 3371.
(4) *Thèse*, Paris, 1921, p. 124.
(5) Paul Pascal, *Traité de Chimie minérale*, **10**, p. 779.
(6) Liou Oui Tao, *Thèse*, Lyon, 1929.

point de rencontre correspondent, à moins de 1 pour 100 près, à la formule

$$SO^4\left[Co\begin{matrix}Cl\\(NH^3)^5\end{matrix}\right], 1/3\,SO^4H^2, 2\,H^2O.$$

Aucune des trois formules proposées précédemment, ne correspond donc à la phase solide en équilibre avec les solutions, tout au moins dans la zone de températures utilisées.

Il faut d'ailleurs remarquer que nos mesures de solubilité sont en désaccord complet avec celles de Benrath; pour certains points, les deux valeurs sont entre elles dans le rapport de 1 à 10. Faute d'indication à ce sujet, il est permis de supposer que cet auteur n'a pas attendu l'établissement de l'équilibre; nous avons pu constater qu'il exigeait souvent plusieurs semaines.

En présence de solutions plus riches en acide, et jusqu'à 7^{mol} par litre environ, c'est le sel monoacide qui se dépose. La composition de ce sel est d'ailleurs déterminée par le point de rencontre de trois droites, défini avec moins de précision que le précédent. Enfin, au delà de 7^{mol} d'acide par litre, le sel solide paraît se décomposer et les mesures deviennent impossibles.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude physicochimique de la neutralisation des solutions aqueuses des acides métaphosphimiques et diimidotriphosphorique.* Note [1] de M. **Armand Marie de Ficquelmont**, présentée par M. Marcel Delépine.

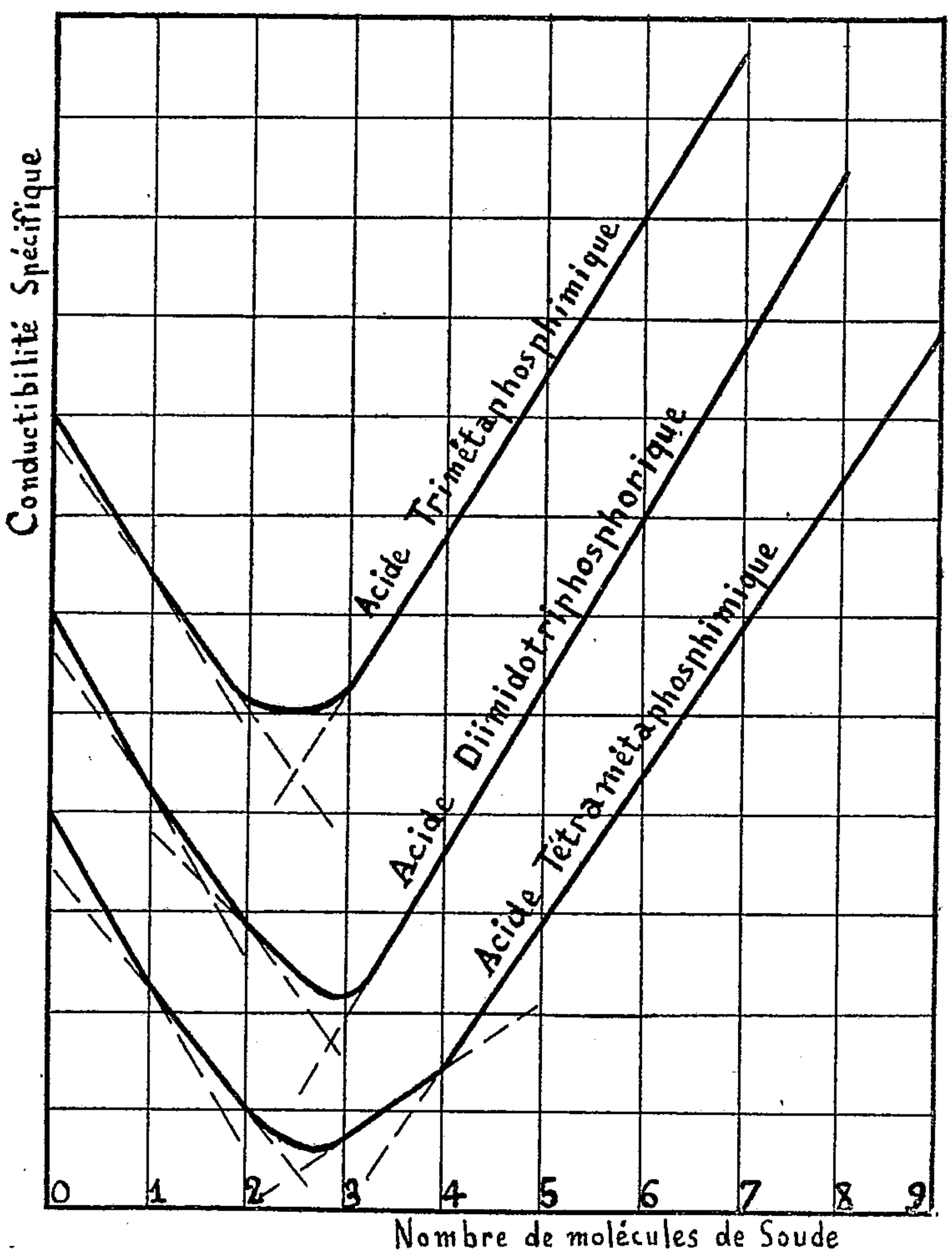
Ayant décrit récemment une nouvelle méthode de préparation de l'acide diimidotriphosphorique $P^3N^2O^8H^7$ [2], je me suis proposé de fixer la constitution de cet acide ainsi que celle des acides trimétaphosphimique $P^3N^3O^6H^6$ et tétramétaphosphimique $P^4N^4O^8H^8$. J'ai cherché tout d'abord à préciser l'état d'ionisation de ces acides dans leurs solutions aqueuses diluées, en étudiant la variation de la conductibilité électrique de chaque solution pendant la neutralisation de l'acide. Les courbes du graphique ci-contre traduisent les résultats expérimentaux de cette étude. Elles correspondent aux variations de conductibilité spécifique observées

---

[1] Séance du 2 mars 1936.

[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 423.

pour des solutions de concentration moléculaire N/3000 environ (1^{mol} d'acide dans 3000 litres d'eau) en fonction du nombre de molécules de soude ajoutées à 1^{mol} d'acide libre. Ces courbes ont été décalées verticalement afin de permettre leur comparaison.



En ajoutant progressivement de la soude à une solution N/3000 de chacun des acides étudiés on constate que la conductibilité de cette solution commence par diminuer et qu'elle passe par un minimum lorsque la quantité de soude ajoutée correspond à près de 3^{mol} de soude pour 1^{mol} d'acide. La diminution de conductibilité est due à la neutralisation d'ions H^+ par les ions OH^- de la soude et au moment où la conductibité de chaque solu-

tion est minimum trois ions H^+ ont ainsi été neutralisés. Les acides considérés sont alors ionisés en ions trivalents, et chacun a trois fonctions acides, assez fortes, mais qui ne sont pas équivalentes. Les changements de direction observés sur chaque courbe, et qui correspondent à l'addition de 1 puis de 2^{mol} de soude à 1^{mol} d'acide, montrent en effet que l'ionisation s'effectue progressivement par l'intermédiaire d'ions monovalents et d'ions bivalents; en particulier la neutralisation de la troisième fonction acide des acides trimétaphosphimique et tétramétaphosphimique, qui paraît nettement plus faible que les deux premières, doit s'accompagner de l'ionisation, en ions trivalents, d'une partie importante des ions bivalents.

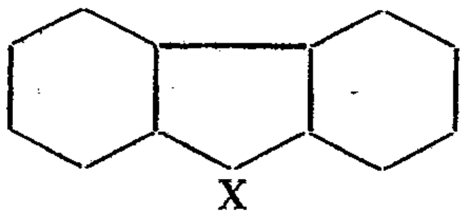
La courbe de l'acide tétramétaphosphimique présente en A une cassure qui correspondà l'addition de 4^{mol} de soude à 1^{mol} d'acide. L'acide tétramétaphosphimique possède donc une quatrième fonction acide, beaucoup plus faible que les trois premières, et l'ionisation des ions trivalents en ions tétravalents s'effectue en même temps que la neutralisation de cette fonction. Cette quatrième fonction a sensiblement la même force que la deuxième fonction de l'acide orthophosphorique.

Après addition de 3^{mol} de soude aux solutions des acides trimétaphosphimique et diimidotriphosphorique et de 4^{mol} de soude à la solution d'acide tétramétaphosphimique, la conductibilité de ces solutions augmente proportionnellement aux nouvelles quantités de soude ajoutées, ainsi que le montre le graphique; ce qui indique qu'une partie, sinon la totalité des ions OH^- apportés par la soude, restent maintenant libres en solution.

La présence, en solution, d'ions mono, bi, tri et tétravalents impliquerait l'existence des sels mono, bi, tri et tétramétalliques correspondants. Des sels des types $P^3N^2O^8H^4M^3$, $P^3N^3O^6H^3M^3$, $P^4N^4O^8H^6M^2$, $P^4N^4O^8H^4M^4$ (M représentant un radical basique monovalent) ont été isolés, mais on ne connaît pas de sel d'aucun autre des types prévus, sans doute parce que les conditions favorables à leur préparation n'ont pas encore été réalisées. D'autre part, l'existence des combinaisons perargentiques $P^3N^2O^8H^2Ag^5$, $P^3N^3O^6Ag^6$ et $P^4N^4O^8Ag^8$ permet de supposer que les atomes d'hydrogène qui ne sont pas ionisés en solution diluée ont peut-être des fonctions acides très faibles, analogues à la troisième fonction acide de l'acide orthophosphorique. Mais il est aussi possible que les derniers atomes d'hydrogène soient fixés d'une manière très différente des autres dans l'édifice moléculaire et j'espère pouvoir apporter bientôt, par d'autres méthodes, des preuves en faveur de l'une ou l'autre de ces hypothèses.

EFFET RAMAN ET CHIMIE. — *Effet Raman de sulfures organiques.* Note de MM. **Pierre Donzelot** et **Maurice Chaix**, transmise par M. Robert Lespieau.

Après avoir déterminé (¹) les spectres Raman de corps du type $C^6H^5-X-C^6H^5$, où X = O, S, Se, Hg, CH^2, HCOH, nous nous proposons de rechercher l'influence de la formation d'un troisième cycle, dans des corps de formule



(où X = O et S).

D'autre part, en vue d'étudier quelques composés organiques du soufre, nous avons préparé les mono, di et trisulfures d'éthyle.

Le diphénylèneoxyde et le diphénylènesulfure, étant solides à la température ordinaire, ont été étudiés à l'état fondu.

Les notations adoptées pour fixer l'intensité relative des différentes raies sont les suivantes : (F), forte; (aF), assez forte; (m), moyenne; (f), assez faible; (ff), faible; (fff), très faible; (l), large. Remarquons que ces indications n'ont qu'une valeur approchée. Des déterminations correctes nécessiteraient le tracé de la courbe de sensibilité de la plaque même employée et un dépouillement au microphotomètre.

Diphénylèneoxyde : $C^6H^4-O-C^6H^4$, 294 (f); 424 (fff); 518 (fff); 555 (f); 734 (fff); 743 (aF); 845 (m); 1007 (aF); 1101 (f); 1109 (fff); 1147 (f); 1239 (F); 1304 (aF): 1343 (ml); 1440 (f); 1470 (?) 1484 (f); 1573 (fff); 1592 (fff?); 1630 (F).

Diphénylènesulfure. — Ce corps a été préparé par action de l'amidure de sodium sur le diphénylsulfinone (²). Nous avons observé les raies : 210 (fff); 275 (fff); 407 (f); 493 (fff); 695 (f); 1019 (aF); 1063 (fff); 1128 (f); 1156 (fff); 1196 (fff); 1233 (f); 1303 (f); 1310 (aF); 1470 (m); 1533 (ff diffuse); 1592 (F).

Si nous comparons ces spectres aux déterminations faites respectivement sur le diphényloxyde et le diphénylsulfure (Note citée), nous observons un déplacement marqué des raies benzéniques : diphényloxyde : 1003, 1593; diphénylsulfure : 999, 1580; diphénylèneoxyde : 1007, 1630, et diphénylènesulfure : 1019, 1592. Il existe deux raies au voisinage de 1000 dans un

(¹) P. Donzelot et M. Chaix, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 501.

(²) Schoenberg, *Ber. d. chem. Ges.*, 56, 1923, p. 2275; Courtot, Chaix et Nicolas, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1660.

certain nombre de dérivés substitués du benzène, dans le diphényloxyde et dans le diphénylsulfure; par contre, dans le diphénylèneoxyde et le diphénylènesulfure, nous n'avons observé qu'une raie.

Examinons maintenant les spectres des sulfures d'éthyle :

Diéthylsulfure : $C^2H^5—S—C^2H^5$. — Ce corps a été préparé par action du bromure d'éthyle sur une solution de sulfure de sodium cristallisé dans l'alcool méthylique. Nos résultats diffèrent de ceux publiés jusqu'ici [1] de quantités qui paraissent supérieures aux erreurs d'expériences : 303 (ff); 330 (ff); 377 (ff); 554 (f); 633 (m); 651 (m); 686 (ml); 970 (fl); 1014 (fff); 1042 (f) 1070 (ff); 1099 (f); 1155 (ff); 1344 (ff); 1423 (f); 1444 (f); 2906 (m); 2956 (m).

Diéthyldisulfure : $C^2H^5—S—S—C^2H^5$. — Si nous faisons réagir le bromure d'éthyle sur une solution alcoolique de polysulfures de sodium, obtenue en chauffant un atome-gramme de soufre pour une molécule-gramme de sulfure de sodium cristallisé, nous obtenons avec un rendement d'environ 70 pour 100 du diéthyldisulfure; il se forme également un peu de diéthylsulfure et de diéthyltrisulfure. On obtient les raies : 179 (fl); 507 (f); 522 (fff); 639 (m); 663 (f); 964 (fff); 1045 (fff); 1142 (f); 1187 (f); 1420 (ff); 1446 (ff); 2873 (m); 2923 (m).

Diéthyltrisulfure : $C^2H^5—S—S—S—C^2H^5$. — Il donne : 151 (ml); 204 (ml); 326 (fff); 359 (fff); 479 (aF); 494 (m); 637 (aF); 663 (f); 963 (fl); 1022 (fff); 1045 (f); 1193 (fff); 1249 (fff); 1373 (fff); 1415 (f); 1444 (f); 2863 (f); 2912 (f).

La comparaison de ces trois spectres permet de rapporter à la liaison —C—S les fréquences voisines de 635 et 655, 960, 1045 et 1150. Quant à la liaison —S—S on peut lui rattacher la fréquence 179 dans le disulfure, laquelle se dédouble dans le trisulfure en 151 et 204, relativement intenses; et peut-être aussi une fréquence voisine de 500 (506 dans le disulfure, 479-494 dans le trisulfure).

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Réaction colorée du titane avec l'acide ascorbique et d'autres molécules contenant le groupement* —C(OH)=C(OH). Note de M. **Jean Ettori**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'aptitude des molécules énoliques à former avec certains métaux des complexes colorés s'exalte surtout dans le cas où les deux atomes de carbone unis par la liaison éthylénique sont tous deux porteurs d'un oxhydrile, c'est-à-dire dans le cas où la molécule contient le groupement

[1] Thatte et Ganesan, *Nature*, 127, 1931, p. 306; Thatte et Ganesan, *Phil. Mag.*, 15, 1933, p. 51; Matossi et Aderhold, *Zeit. f. Phys.*, 68, 1931, p. 683; Venkateswaren, *Indian J. of Phys.*, 6, 1931, p. 51.

—C(OH)=C(OH)— qui pourrait se désigner par le vocable *ène-orthodiol*, par analogie avec la position ortho chez les dérivés bisubstitués du benzène.

Cette notion m'a suggéré de mettre l'un de ces ène-orthodiols, l'*acide ascorbique*, en présence non plus du fer ou du cuivre, mais du *titane*, élément qui fait dans le laboratoire de M. L.-C. Maillard l'objet de recherches auxquelles mon maître a bien voulu m'associer [1].

Il est remarquable que dans les quelques substances organiques connues pour donner avec les sels titaniques des colorations intenses, on retrouve souvent la structure ène-orthodiolique, que la molécule soit acyclique, comme dans l'acide dihydroxymaléique de Fenton ou cyclique comme dans le pyrocatéchol, le pyrogallol, l'acide gallique, le tannin. S'il y a ici un phénomène général répondant à quelque loi constitutionnelle, les autres ène-orthodiols doivent donner aussi avec le titane des réactions colorées.

Nous avons vérifié cette prévision pour l'*acide l. ascorbique*. Il faut dire toutefois que pour donner à la réaction toute son intensité, il convient d'observer certaines conditions, où le pH joue un rôle essentiel.

Si, par exemple, on prépare une solution renfermant dans 200 litres 1 molécule-gramme de sulfate titanique en présence d'un grand excès (20 molécules) d'acide ascorbique, et que cette solution soit maintenue riche en SO^4H^2 pour éviter l'hydrolyse de $(SO^4)^2Ti$, on n'observe aucune coloration. On ajoute progressivement de la soude. Lorsque pH est remonté vers 3,0 on voit apparaître une coloration *jaune* d'abord légère, mais qui augmente rapidement et fortement par les additions de soude, passe par un maximum (*brun rouge* intense) vers pH 4,6 puis décroît rapidement et fortement jusque vers 5,2 sans toutefois s'annuler entièrement. En zône alcaline la nuance devient rose pâle. Des essais sont en cours pour rechercher si cette réaction pourrait être appliquée au dosage des traces de titane isolées par la méthode Maillard-Ettori.

Au contraire, si le sel titanique n'est pas en présence d'un grand excès d'acide ascorbique, la légère coloration jaune apparaît bien dès que le pH est assez remonté, et tend à s'accentuer, mais aussitôt intervient une précipitation d'hydroxyde titanique avec décoloration du liquide. Ici, la substance organique n'était pas en proportion convenable pour protéger le sel titanique contre la décomposition hydrolytique qu'il subit dès que le milieu n'est plus suffisamment acide.

Pour rechercher l'acide ascorbique dans les milieux naturels, il faut donc

---

(1) L.-C. Maillard et Jean Ettori, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 594.

se garder d'un excès de réactif, dont on emploiera seulement des traces. Dans un tube à essai on verse 10^{cm^3} de jus de citron, 5 gouttes d'une solution acide de $(SO^4)^2Ti$ renfermant par goutte 5 γ de Ti, puis de la soude jusqu'à effet maximum. La coloration jaune orange paraît brun rouge suivant l'axe du tube.

La coloration est d'une stabilité remarquable : des tubes de jus de citron laissés depuis octobre (5 mois déjà) sans protection contre la luminosité du ciel algérien (lumière diffuse, non pas insolation directe) ne paraissent pas très altérés.

Si nous avons trouvé aisément la réaction avec l'acide ascorbique, nous n'avons pu l'obtenir avec l'acétylacétate d'éthyle, ni avec l'acide acétylacétique libéré de cet ester : la seule fonction énolique $-C(OH)=CH-$ ne suffit donc pas.

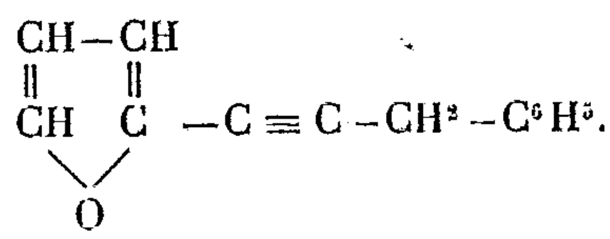
La réaction se retrouve chez les diphénols *ortho :* outre le pyrocatéchol déjà connu, nous l'observons sur l'*adrénaline* et la *dihydroxyphénylalanine;* le gaïacol, où l'un des OH est méthylé, ne nous donne pas la réaction, la vanilline non plus. La réaction, connue déjà chez les triphénols comportant une structure ène-orthodiol (pyrogallol, acide gallique, tannin), nous a fait défaut chez les polyphénols non *ortho :* résorcinol, orcinol, phloroglucinol. S'il est vrai que l'hydroquinol donne une coloration rouge cramoisi, ce n'est que dans SO^4H^2 très concentré, de même que le thymol : ces deux réactions n'ont rien de commun avec celle qui nous occupe. La réaction de l'acide salicylique ne paraît pas non plus comparable.

Avec l'acide ascorbique, les seuls corps actuellement connus, donnant une réaction du même type, sont : l'acide dihydroxymaléique, le pyrocatéchol, l'adrénaline, la dihydroxyphénylalanine, le pyrogallol, l'acide gallique, le tannin. Tous sans aucune exception sont des ène-orthodiols. La conclusion semble assez nette, et la formation du complexe titanique apparaît comme une propriété générale de la *fonction ène-orthodiol.* Sans attribuer à notre réaction une importance exagérée, peut-être pourra-t-elle contribuer à la recherche de cette fonction en Chimie organique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la synthèse de l'oxyde de Carlina.* Note de M. RAYMOND PAUL, transmise par M. Robert Lespieau.

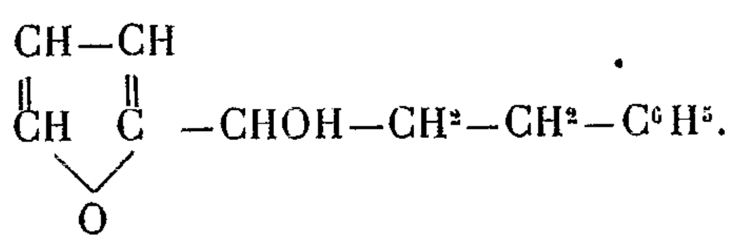
En 1905 Semmler isola de l'huile fournie par les racines de *Carlina acaulis* une substance à laquelle il attribua la formule brute $C^{13}H^{10}O$ et

qu'il appela oxyde de Carlina (1). Les recherches du savant allemand et d'autres plus récentes dues à Gilman et ses collaborateurs (2) permettent vraisemblablement de considérer l'oxyde de Carlina comme le furyl-1-phényl-3-propyne-1



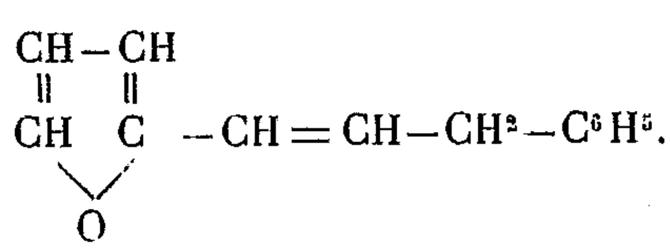
La synthèse de ce corps, qui jusqu'ici paraît être le seul composé acétylénique rencontré à l'état naturel, a été abordée de la façon suivante :

Par condensation du furfural avec le bromure de phénylétyl-magnésium, on obtient avec un très bon rendement le furyl-1-phényl-3-propanol-1



C'est un liquide visqueux, incolore et à peu près dépourvu d'odeur, bouillant presque sans décomposition à 165-167° sous 10^{mm} ($D_{15}^{13} = 1{,}102$; $n_D^{13} = 1{,}559$. R.M trouvée : 58,65).

Distillé sous la pression normale dans un courant d'azote, il perd 1^{mol} d'eau en donnant le furyl-1-phényl-3-propène-1 (rendement 20 à 22 pour 100)



Des essais de déshydratation sur alumine ou par l'anhydride phosphorique (en présence de pyridine sèche) n'ont pas donné de meilleurs résultats. Dans tous les cas il se forme une quantité importante de produits à point d'ébullition élevé.

Le furyl-1-phényl-3-propène-1, liquide doué d'une odeur aromatique très tenace, bout à 138-140° sous 10^{mm}. $D_{15}^{12} = 1{,}046$; $n_D^{12} = 1{,}57944$; R. M. trouvée : 58,48.

---

(1) SEMMLER, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 39, 1906, p. 726; SEMMLER et ASCHER, *ibid.*, 42, 1909, p. 2355.

(2) GILMAN, VAN ESS et BURTNER, *Am. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 3461.

Exposé à l'air en couche mince, il s'altère très rapidement en donnant un liquide brun, épais et possédant une odeur très fine.

En solution dans l'éther anhydre, il fixe énergiquement 1^{mol} de brome; comme tous les bromures α-furyliques (¹), ce dibromure n'est stable qu'en solution éthérée. On l'a donc traité brut par la potasse alcoolique en observant les précautions indiquées par Moureu et ses collaborateurs pour la préparation du furylacétylène (²). Toutes ces opérations ont été faites dans un courant d'azote sec.

A partir de 26^{g} de furylphénylpropène, on a obtenu ainsi 3^{g} du dérivé acétylénique. C'est un liquide incolore, d'odeur forte et bouillant à 164-166° sous 20^{mm} (point d'ébullition de l'oxyde de Carlina, 167-168° sous 20^{mm}). Cependant ses constantes ($D_{15}^{17} = 1,054$; $n_D^{17} = 1,573$) diffèrent légèrement de celles que Semmler assigne au produit naturel ($D_{17}^{17} = 1,066$; $n_D = 1,586$). Malheureusement la quantité de furylphénylpropyne dont nous disposions était si faible que nous n'avons pu pousser plus loin sa purification et déterminer si les différences observées étaient imputables à une impureté de notre produit ou bien à une structure différente de celle de l'oxyde de Carlina.

GÉOLOGIE. — *Le Quaternaire marin sur le littoral du Cap Saint-Vincent à l'estuaire du Sado.* Note de M. **Jacques Bourcart**.

J'ai montré (³) que le Pliocène supérieur et le Quaternaire ancien du Nord Marocain se continuaient jusqu'au Cap Saint-Vincent; mais que les littoraux à ces deux époques se trouvaient, dans l'Algarve, *au large* de la côte actuelle.

A partir de Saint-Vincent, et jusqu'à l'embouchure du Sado, la côte actuelle est rectiligne à peu près Nord-Ouest, au curieux accident près du Cap Sines; elle domine un large plateau sous-marin très faiblement incliné. Elle est manifestement en fort recul.

Constituée essentiellement de Carbonifère, elle ne porte que quelques taches de Secondaire ou de Miocène et surtout d'importants affleurements de Pliocène supérieur (sables rouges à cailloux de quartz).

Le Quaternaire ancien y paraît manquer tout du long.

(¹) Zanetti, *Ann. Chem. Soc.*, 49, 1927, p. 1066; Mironesco, *Thèse*, Paris.

(²) Moureu, Dufraisse et Johnson, *Ann. de Chimie*, 10ᵉ série, 7, 1927, p. 23.

(³) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1403.

M. Lautensach, qui vient de faire paraître une très importante monographie du Portugal ([1]), indique dans sa carte morphologique (Pl. IV) que la région littorale est une plate-forme doucement inclinée vers la mer et le Sado, brusquement tronquée par l'érosion marine. Elle débute au Cap Saint-Vincent et va vers le Nord en s'effilant de plus en plus, passant à l'ouest de la Serra do Cercal et de la Serra do Grandola, puis elle disparaît sous les sédiments très récents de la Baie de Setubal (zone de subsidence du Sado). Pour l'auteur, cette surface d'érosion se prolonge dans tout l'Algarve et il la relie, par la vallée du Guadiana, au Campo de Beja et à tous les plateaux inclinés vers le Sado qui forment les pentes nord de la Serra do Algarve.

Il est possible de confronter les résultats de cette étude morphologique avec les faits stratigraphiques que j'ai observés au Cap Saint-Vincent et décrits dans la Note citée plus haut. Dans des calanques, creusées dans les calcaires secondaires par l'érosion karstique, puis ouvertes et déblayées par la mer, on observe le Pliocène supérieur recouvert par de la dune fossile quaternaire. La plate-forme d'érosion nivelle le tout, comme dans l'Algarve; elle porte çà et là un limon rouge, particulièrement riche en petits cailloux de quartz très bien roulés et en pisolites ferrugineux. Ce limon se trouve dans des conditions identiques au Cap d'Espichel, au Cap Razo (Cascais) et sur la presqu'île de Peniche.

Sa situation stratigraphique et morphologique est la même que celle des limons rouges *moustiériens* du Maroc. On peut, peut-être aussi, l'assimiler aux cailloutis fluviaux rouges entaillés en falaise par la mer à l'ouest de Quarteira.

La plate-forme d'érosion qui, suivant M. Lautensach, constituerait la presque totalité du Portugal méridional, serait donc d'âge *moustiérien*. Cet auteur en excepte les sommets de la Serra orientale de l'Algarve (Serra do Caldeirao) qu'il parallélise avec la pénéplaine douro-galicienne (Pliocène supérieur?) et les parties plissées récemment (plis de couverture de l'Algarve, Serra do Monchique et écailles du Cercal et de Grandola).

J'ai déjà sommairement indiqué que je considérais comme *très récent* le soulèvement de la Serra do Algarve et qu'il est compensé par l'abaissement important qu'a subi toute la zone littorale de Saint-Vincent au Guadiana. J'en cherche la preuve dans le décapage presque total de la couverture pliocène de cette chaîne et dans la vigueur de l'érosion sur les

---

([1]) H. Lautensach, *Petermanns Mitteilungen*, Ergänzungs-Heft 213, 1932, 187 pages.

pentes qui contraste avec l'abandon prématuré des alluvions dans la zone basse d'Alvor.

La flexure qui limite, vers la Serra, le synclinal de l'Algarve où sont conservés le Mézozoïque et le Tertiaire, est très récente. En effet, la constance extraordinaire de la granulométrie des sables limoneux du Pliocène supérieur, quelle que soit l'altitude du lambeau où on les observe, nous fait augurer qu'ils ont été charriés sur une surface très plane et qui ne s'est donc déformée qu'après leur dépôt.

La surface d'érosion *moustiérienne* tronque manifestement les collines de sables rouges pliocènes de la région espagnole d'Ayamonte, de l'autre côté du Guadiana. Elle disparaît sous les dépôts très récents des Marismas du golfe du Guadalquivir de la même façon qu'elle s'enfonce au Portugal sous ceux du golfe du Sado.

Je pense que le littoral *chelléen* du Portugal partait du Cap Saint-Vincent et qu'il se continuait ensuite en direction N 1/4 W, comme le montrent les cartes marines (1), en ligne presque droite vers le Cap d'Espichel, interrompu seulement par la ria sous-marine de Carasqueira, (ancien cours du Sado).

L'ablation par la mer a été plus grande dans sa partie nord, par suite de l'affaissement continu du bassin du Sado; le littoral actuel a donc dépassé un peu vers l'est la direction méridienne.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur les possibilités de prospection magnétique à Madagascar.* Note (2) de M. **André Savornin**.

Les premières études magnétiques auxquelles nous avons procédé avec une balance verticale de Schmidt, acquise grâce à deux subventions de l'Académie des Sciences et de la Caisse Nationale des Recherches scientifiques, ont donné des résultats intéressants.

Ces études sont les suivantes :

1° Prospection d'un placer aurifère dérivant de roches métamorphiques (quartzites à magnétite, amphibolites et micaschistes). Dans les alluvions, ont été mis en évidence deux niveaux d'alluvionnement riches, retrouvés dans un sondage; sur les quartzites, la continuité de ces roches sous la

(1) Voir notamment la très belle carte (Pl. I) du Mémoire de M. Lautensach.

(2) Séance du 23 décembre 1935.

latérite a été démontrée : un puits à main les y a rencontrées, décelant ainsi une réserve encore non travaillée. Cette étude sera intégralement publiée ailleurs.

2° Études de continuité de filons (dolérite ou basalte) dans la région permo-triasique; en particulier, au voisinage d'un sondage futur, nous avons pu déduire du profil magnétique que le filon le plus proche ne se rapprochait pas du sondage; en fait, ce filon a été retrouvé plus tard avec un pendage de 60°, dans le sens prévu.

3° Études de variations diurnes à Maintirano et Betroka.

4° Études détaillées d'anomalies locales déjà signalées. Celle du Mont Ratoandro fera l'objet d'une publication spéciale ; elle montre en effet, comme celle de Tsimbolovolo, que ces anomalies sont très localisées.

5° Enfin un domaine où les études magnétiques seront, à notre avis, fécondes, est l'étude de la structure des gisements de mica. Nous avions pensé d'abord que les minéraux accessoires, en général très susceptibles, devaient indirectement renseigner sur la présence du mica. En fait, une première étude faite à Benato nous a montré qu'ils étaient trop dispersés pour cela. Par contre, la présence dans les gneiss encaissants d'un banc doué d'une grande susceptibilité, permet de suivre la structure par les profils magnétiques. Étant donné leur grand intérêt pratique, ces études seront poursuivies et publiées *in extenso*.

D'une façon plus générale, ces premières campagnes nous ont permis de nous rendre compte des difficultés que rencontrent les prospections magnétiques dans la Grande Ile ; elles sont dues aux faits suivants :

1° La présence de la latérite. Cette terre a une susceptibilité très variable, supérieure en général à celle des roches éruptives acides. Ceci rend délicat, voir impossible, l'interprétation des faibles anomalies. Il en est ainsi dans la plupart de la Colonie, sauf dans l'Extrême-Sud, au Sud du Tropique du Capricorne.

2° L'incertitude de la correction de température. La température est en général élevée, variable, le gradient étant irrégulier. Il nous est ainsi arrivé dans l'Ouest, d'effectuer quelques mesures pendant lesquelles la température indiquée de la balance a atteint 35°, quoique travaillant sous un grand parasol sans fer. La fatigue de l'opérateur est alors rapide et la correction de température très incertaine. En outre, le fléau se met difficilement en équilibre stable : il semble qu'il y ait des microvaraitions de Z. Ce phénomène est d'ailleurs déjà mis en évidence par les mesures absolues : par temps calme et chaud, nous avons eu au mois de décembre

(pleine saison chaude) beaucoup de difficultés à amortir les oscillations du barreau d'un théodolite-boussole de déclinaison utilisé pour des mesures dans la région de Maintirano.

La précision s'en ressent et nous ne pensons pas, pour une balance de Schmidt donnant une précision de $\pm 10^\gamma$ dans des climats tempérés, pouvoir compter ici sur une erreur inférieure à 20^γ.

3° La variation diurne. En un point, elle ne peut pas se déduire de l'enregistrement du variomètre de l'Observatoire magnétique de Tananarive. Elle semble en effet dépendre beaucoup, non seulement en amplitude, mais encore en allure, de la constitution géologique du sol, du climat, de la chaleur.

C'est ainsi qu'à Tananarive, en mai 1935, la variation diurne de Z avait une amplitude de 15 à 20^γ, avec un maximum vers 6^h, et un minimum vers 18^h. A la même époque, nous avons constaté qu'à Tsimbolovolo (200^{km} ouest de Tananarive), l'amplitude de variation a atteint 35^γ, avec un maximum et un minimum principaux vers 9^h et 14^h30^m, et un petit minimum relatif à 7^h30^m (une journée d'observations continues, 5 jours d'observations discontinues).

D'observations faites à Maintirano pendant une journée de pleine saison chaude, compte tenu de l'imprécision due à la température (elle a varié de 23 à 32°), on peut déduire que l'amplitude atteint 40^γ, soit deux fois celle de Tananarive, avec maximum et minimum à 8^h et 15^h.

A Betroka, en fin de saison fraîche, des observations en local fermé ont été faites pendant 5 jours. Les températures ont varié de 18-20° à 25-30°, les observations donnent en moyenne une amplitude de 70^γ; maximum vers 7^h, minimum vers 14^h30^m; on peut donc affirmer que l'amplitude dépasse 45^γ, soit trois fois la variation à Tananarive.

Il est donc indispensable pour l'opérateur d'installer à un observatoire temporaire, soit une seconde balance de Schmidt, soit une balance de Lloyd étalonnée dans chaque lieu par comparaison avec la balance de Schmidt. C'est ce dernier appareil, moins coûteux et facile à construire, qui nous semble préférable. Pour éviter un dispositif d'enregistrement lourd et délicat, il faut un moyen simple pour repérer les déplacements du spot : par exemple, on aligne sur le spot et une fente lumineuse fixe, un curseur mobile sur une règle graduée. Un opérateur indigène suffit alors à faire les observations.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux (Seine-et-Oise) au 1er janvier 1936.* Note de M. **Louis Éblé**, présentée par M. Charles Maurain.

Les valeurs des éléments magnétiques au 1er janvier 1936 présentées ci-dessous sont déduites de toutes les valeurs horaires enregistrées au cours des mois de décembre 1935 et janvier 1936. Les variations séculaires résultent de la différence entre les grandeurs des éléments au 1er janvier 1935. Elles n'appellent pas de remarques particulières.

Valeurs absolues et variations séculaires des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux.

(Latitude 48°49′16″; longitude 2°0′52″ E. Gr.)

	Valeurs absolues pour l'époque 1936,0.	Variations séculaires
Déclinaison	10° 1′,2	−10′,9
Inclinaison	64°45′,5	+ 0′,3
Composante horizontale	0,19639	+0,00001
« verticale	0,41657	+0,00012
« Nord	0,19340	+0,00012
« Ouest	0,03417	−0,00061
Force totale	0,46054	+0,00012

PALÉONTOLOGIE. — *Les grands Foraminifères de l'Oligocène de Palestine.* Note [1] de M. **Francis Roger Spencer Henson**, présentée par M. Charles Jacob.

L'existence de l'Oligocène en Palestine a été établie par L. R. Cox [2], d'après les Mollusques des marnes jaunes et des calcaires détritiques qui affleurent dans une carrière près de Ramleh (environs de Jaffa) et à Koubeibeh (près de Beit Jibrin). L'auteur note également la présence de *Nummulites* cf. *vascus* Joly et la découverte, par M. D. A. Greig et par moi-même, d'*Eulepidina dilatata* Michelotti et de *Nephrolepidina Tournoueri* Lem. et R. Douv. Les Mollusques se rapprocheraient de ceux de l'Oligocène moyen de Ligurie, tandis que les Foraminifères indiquent plutôt le Chattien. L. R. Cox penche pour un âge oligocène supérieur.

---

(1) Séance du 24 février 1936.

(2) *Geol. Mag.*, 71, 1934, p. 337-355.

Noms d'espèces de grands Foraminifères.	I. Dj. Abiad (Syrie) Oligocène.	II. Dj. Bichri, Kalaat Jaaber (Syrie) Oligocène.	III. Ramleh, Koubeibeh (Palestine) Oligocène supérieur.	IV. Dj. Bichri, Dj. Abiad (Syrie) Burdigalien.	V. Aintab (Turquie mérid.) Mioc. inf. (d'après F.R.S. Henson).
Nummulites Fabianii Prev	X	.	.	.	.
N. cf. *vascus* Joly et Leymerie	.	.	X	X*	.
Operculina complanata Defrance	.	?	X	X	.
O. complanata var. *Zitteli* Silv	.	.	X	X	X
O. complanata var. *granulosa* Leym.	.	.	X	.	X
O. complanata var. *heterostegina* Silv.	.	.	X	.	.
Heterostegina costata d'Orbigny	.	.	X	X	.
H. praecursor Tan Sin Hok	.	.	X	X	.
H. assilinoides Blanckenhorn	.	.	X	X*	X
H. gigantea E. David	.	.	.	X	.
Cycloclypeus eidæ Tan Sin Hok	.	.	X	.	X
Cycloclypeus sp	.	.	.	X	.
Spiroclypeus margaritatus Schlumb.	.	.	.	X	.
Spiroclypeus sp	.	.	.	.	X
Lepidocyclina Soebandi V. d. Vlerk.	X	.	.	.	.
Eulepidina dilatata Mich	X	X	X	X	.
E. dilatata var. *Stigteri* V. d. Vlerk.	.	.	.	X	.
E. Raulini Lem. et R. Douv	.	.	X	X	.
E. elephantina Mun.-Ch	.	.	X	X	.
Nephrolepidina marginata Mich	.	.	X	X	.
N. Tournoueri Lem. et Douv	.	X	X	X	.
N. praetournoueri H. Douv	.	.	X	.	.
Miogypsina sp	.	.	.	.	X
Amphistegina aff. *Hauerina* d'Orb	.	.	X	X*	X
Amphistegina Lessoni d'Orb	.	.	.	X	.
Rotalia Viennoti Creig	.	.	X	X*	X
Gypsina globulosa Reuss	.	.	X	.	.

Colonne I. — L. Dubertret, H. Vautrin, etc. (*loc. cit.*, p. 87, 88, 92). La formation correspondant à la colonne I, d'âge oligocène inférieur ou moyen, passe, au Djebel Abiad, à la formation burdigalienne correspondant à la colonne IV.

Colonne II. — *Ibid.*, p. 90, 92, etc.

Colonne IV. — *Ibid.*, p. 93, etc.

Colonne V. — M. Blanckenhorn (*Zentralbl. für Mineral., Geologie und Paleont.*, 1935, Abt. B, n° 5, p. 156-157) a rapporté à l'Eocène l'échantillon correspondant; MM. L. R. Cox et H. Dighton-Thomas (*Geol. Mag.*, 71, 1934, p. 431) y ont signalé des Lépidocyclines que je n'ai pu retrouver.

Or, mes propres études font apparaître de grandes analogies entre la faune de Foraminifères de Ramleh et celle d'un calcaire crayeux ou sablonneux du Djebel Bichri et du Djebel Abiad, dans la Syrie désertique ([1]), rapporté au Burdigalien d'après sa faune d'Echinides identique à celle du Burdigalien de Malte.

Les grands Foraminifères de ces diverses formations, ainsi que ceux d'un calcaire rapporté d'Aintab (Turquie) par M. Blanckenhorn et que j'attribue au Miocène inférieur, sont énumérés ci-contre ([2]).

Les nombreuses espèces communes aux faunes des colonnes III et IV conduiraient à considérer comme contemporaines les formations correspondantes, si les Mollusques de Ramleh et les Echinides du Djebel Bichri ne semblaient indiquer une antériorité de la formation de Ramleh. Les Foraminifères seuls ne permettent pas une distinction d'âge, car les diverses espèces, parmi lesquelles figurent les Lépidocyclines, passent de l'Oligocène au Miocène inférieur. La seule Nummulite, rapportée à *N. vascus*, est, en fait, une forme très petite et dégénérée, variation d'une espèce qui comprend tous les intermédiaires entre une Nummulite et une Operculine typique; de telles variations se retrouvent dans d'autres espèces (*Operculina trinitadensis* Nuttall).

En conclusion, les colonnes III et IV paraissent, quant aux Foraminifères, représenter des termes de passage entre des faunes oligocènes et miocènes; j'ai observé sur d'autres coupes en Syrie et en Irak qu'il peut y avoir passage continu des unes aux autres. J'attribuerai donc provisoirement à l'Aquitanien les formations de Ramleh-Koubeibeh.

BOTANIQUE. — *La classification naturelle des Pinacées.*
Note de Mlle **Fernande Flous**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Florin (1931) fait remarquer avec raison qu'il y a presque autant de classifications que de classificateurs pour la parenté des divers genres de Pinacées : *Pinus*, *Cedrus*, *Larix*, *Pseudolarix*, *Abies*, *Keteleeria*, *Pseudotsuga*, *Tsuga*, *Picea*. Les groupements obtenus ont l'intérêt d'être pratiques. Par exemple, si l'on considère la ramification du ramule, on divise les Pinacées en trois sous-familles : Pinées, Laricées, Abiétées. Mais cette

---

([1]) L. Dubertret, H. Vautrin, A. Keller et E. David, *Notes et Mém. Sect. d'Études Géol., Haut-Commissariat*, Beyrouth, 1, 1933, p. 63-182.

([2]) Les astériques du tableau indiquent mes propres observations, qui viennent compléter les déterminations de Mlle E. David.

classification n'est pas naturelle, elle ne tient pas compte de la parenté réelle.

Cette parenté entre les genres a été entrevue par les auteurs sans idée nette. Suivant que les auteurs considèrent un caractère ou un autre, ils font des rapprochements souvent exacts, mais qui ne mettent pas en évidence la parenté pour l'ensemble des caractères.

Je crois avoir obtenu une classification beaucoup plus près de la réalité, car elle est vérifiée sur 50 caractères et toute autre combinaison ne permet pas cette vérification démontrée par un tableau dans lequel chaque caractère, variant entre deux extrêmes, l'évolution pour tous se fait toujours dans le même sens quand on passe d'un genre à un autre. Par exemple, je considère qu'un ancêtre des Pins actuels a donné les Cèdres, que ceux-ci ont donné les Sapins; pour tous les caractères, l'ordre Pin, Cèdre, Sapin est respecté.

Une seule hypothèse est à l'origine de cette classification. Les Pins ont les caractères les plus primitifs chez les Pinacées; cette hypothèse peut être justifiée par plusieurs faits. Les premières Pinacées fossiles connues sont du type Pin, par conséquent le genre est le plus ancien. D'autre part l'aire actuelle des Pins englobe celle de tous les autres genres, ainsi que le montre la carte dressée par H. Gaussen (1936), argument, lui aussi, en faveur de la grande ancienneté du genre *Pinus*. Enfin, pour beaucoup de caractères, l'ordre d'évolution adopté peut l'être *a priori*.

Prenons un exemple : on admet que le nombre des cotylédons décroît dans l'évolution. Or on a, chez les Pinacées, les nombres maxima suivants : *Pinus* 18, *Keteleeria* 4, *Cedrus* 11, *Abies* 8, *Larix* 8, *Pseudotsuga* 8, *Pseudolarix* 5, *Tsuga* 4, *Picea* 11. C'est bien le genre *Pinus* qui est le plus primitif. Ceci admis, le tableau de classification est le suivant :

Un ancêtre lointain, que j'appelle *Priscopinus*, aurait donné le genre *Keteleeria*; ce *Priscopinus* serait aussi l'ancêtre des *Pinus* actuels, des *Cedrus* et *Abies*. Un autre rameau de *Priscopinus* aurait donné *Priscolarix*, origine des genres *Pseudotsuga*, *Larix* et *Pseudolarix*. Enfin un dernier rameau de *Priscopinus* aurait donné *Tsuga* et *Picea*.

Voyons un exemple de vérification numérique de ce tableau : d'après Sax (1933) les nombres de chromosomes heterobrachiaux sont les suivants : *Pinus* 0, *Cedrus* 2, *Abies* 5, *Larix* 6, *Pseudotsuga* 7, *Pseudolarix* 20, *Tsuga* 3, *Picea* 3. Comme dans l'exemple du nombre de cotylédons, cité ci-dessus, le sens d'évolution est toujours le même quand on passe des *Pinus* aux autres genres.

Ces exemples, qui ont l'avantage de permettre l'emploi de chiffres, montrent la vérification du tableau pour deux caractères très différents. Je me bornerai ci-dessous à indiquer les autres caractères qui permettent aussi la vérification du tableau proposé. Le détail de cette vérification sera donné dans une publication plus développée.

Caractères évolutifs des Pinacées. — Les caractères utilisés dans la classification que je propose sont les suivants :

Taille de l'arbre.

Caractères morphologiques de la feuille : Persistance, longueur, polymorphisme; denticulations du bord; disposition des stomates, leur structure; forme de l'apex; type d'insertion.

Caractères anatomiques de la feuille : Abondance du sous-épiderme; présence du tissu palissadique du tissu transversal; nombre des canaux résinifères; abondance du tissu de transfusion; nombre de faisceaux conducteurs.

Caractères du ramule : Longueur; présence de coussinets.

Caractères du tronc : Rhytidome, canaux résinifères corticaux, cellules à mucilage; bois secondaire; présence et structure des trachéidés transversales, parenchyme ligneux, canaux résinifères du bois; sclérites de la moelle.

Caractères de la racine : Nombre de canaux résinifères.

Caractères floraux : Vésicules aérifères du pollen; tégument de l'ovule.

Cône : Disposition, persistance, taille, maturité, persistance des écailles, longueur et forme des bractées; tégument de la graine, développement de l'aile, des poches résinifères.

Polyembryonie : Différents types; rôle des cellules en rosette.

Germination : Différents types de Cotylédons : nombre, forme, denticulations; feuilles primaires.

Cytologie : Nombre et forme des Chromosomes.

L'ordre adopté dans ma classification est aussi compatible avec les considérations géographiques. Les types primitifs ont une répartition plus méridionale que les types évolués. Les premiers ont conservé les anciennes conditions climatiques; les autres sont adaptés à des conditions nouvelles, par rapport à celles de l'époque secondaire.

La classification proposée est donc compatible avec la paléobotanique, avec tous les caractères morphologiques ou anatomiques utilisés, avec la répartition géographique. J'ai contrôlé que toute autre classification ne permet pas de vérification satisfaisante et il est permis de croire que le tableau donné ci-dessus représente bien la classification naturelle.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le métabolisme des composés phosphorés des glands du Chêne au cours de la germination à la lumière.* Note de M. ÉMILE MICHEL-DURAND, présentée par M. Marin Molliard.

J'ai indiqué (1) les résultats relatifs au métabolisme des composés phosphorés des glands ayant germé dans l'obscurité.

Dans la présente Note je me propose d'exposer dans le même ordre d'idées les résultats obtenus suivant la même technique et relatifs à des jeunes Chênes provenant de glands ayant germé à la lumière.

Les analyses ont été effectuées séparément sur les racines, les tiges, les feuilles de Chêne récoltés à la même époque que les plantes étiolées.

Le lot analysé comprend 15 plantes, dont les caractéristiques sont les suivantes : racines de 30 à 40^{cm} de long, tiges de 18 à 20^{cm}.

Les feuilles, comme les tiges, ont atteint leurs dimensions définitives. Les cotylédons sont toujours vivants.

Le poids de substance sèche des différents organes de la plante a été déterminé sur un autre lot de 15 Chênes, récoltés le même jour et desséchés à 100-105° :

	Racines.	Tiges.	Feuilles.	Cotylédons.
Poids sec............	$5^g,432$	$5^g,000$	$4^g,932$	$4^g,100$

Voici les résultats des analyses :

15 chênes développés à la lumière à partir de glands renferment à la date du 20 juin (plantes âgées de 80 jours environ).

	Phosphore (en milligrammes)						
	minéral.	phytique.	organique soluble.	soluble total.	lipidique.	résiduel.	total.
Graines initiales.........	15,12	5,76	3,78	24,66	4,89	7,05	36,60
Cotylédons à la récolte...	0,97	0	3,41	4,38	1,75	1,20	7,33
Différence (*)..........	*14,15*	*5,76*	*0,77*	*21,68*	*3,14*	*5,85*	**29,27**
Racines.................	6,38	1,16	2,86	10,40	2,70	4,08	17,18
Tiges...................	1,80	0	1,20	3	1,20	1,20	5,40
Feuilles................	2,48	0	2,14	4,62	2,57	3	10,19
Plantes dépourvues de cotylédons...........	*10,66*	*1,16*	*6,20*	*18,02*	*6,47*	*8,28*	**32,77**
		Phosphore prélevé sur le substratum.........					+ *3,50*

(*) Cette différence représente le phosphore sous ses différentes formes, que la graine a perdu au cours de la végétation.

(1) E. MICHEL-DURAND, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 503.

Dans les premiers stades de la germination, apparition de la radicule, les 2/3 du phosphore total de la semence sont représentés par des composés acido-solubles; les 3/5e de ceux-ci sont constitués par des phosphates.

Dès le 20 juin, 80 pour 100 environ du phosphore total des cotylédons a passé dans les organes de nouvelle formation; la migration intéresse les différentes formes de phosphore, mais à ce stade de végétation les cotylédons ne renferment plus de phytine et des traces seulement de phosphates.

A ce point de vue les feuilles embryonnaires se comportent comme les feuilles jaunes des arbres (1) au moment de leur chute.

Ces composés phosphorés se retrouvent principalement dans les racines et les feuilles. Quoique ces deux sortes d'organes présentent des poids secs assez voisins, la teneur particulièrement élevée des racines en composés phosphorés et la présence de phytine méritent d'être signalées.

Malgré la présence dans les cotylédons d'une quantité très appréciable de composés phosphorés, la plante paraît rechercher de préférence les quantités bien minimes de phosphates contenues dans son substratum, sable, eau et surtout argile cuite.

En résumé, si l'on admet que l'activité physiologique d'un organe végétal est fonction de la teneur en composés phosphorés par gramme de poids sec, on peut, à ce stade de développement, ranger l'activité physiologique des organes du jeune Chêne dans l'ordre d'intensité décroissante : racines, feuilles, tiges, cotylédons.

L'activité physiologique de la racine des jeunes Chênes développés à la lumière se manifeste par une absorption énergique des phosphates du substratum.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Présence de carbures d'hydrogène dans le produit enlevé par la désodorisation dans le raffinage de l'huile d'olive.* Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. Richard Fosse.

Le raffinage de l'huile d'olive brute consiste à neutraliser par la soude l'excès d'acidité, à décolorer par une terre appropriée et à désodoriser par entraînement à la vapeur d'eau surchauffée. Ce dernier traitement enlève 1 à 2 pour 1000 de corps gras : c'est ce produit que j'ai analysé, pensant y trouver des corps non décelables dans l'huile initiale.

(1) E. Michel-Durand, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1215.

Cette matière grasse donne à l'analyse :

Densité à 15°	0,9124
Déviation à l'oléoréfractomètre à 22°	−14
Acidité en acide oléique pour 100	11,15
Indice de saponification	162
Indice d'iode (Hanus)	89
Insaponifiable pour 100	7,67
Phytostérol pour 100	0,08

Ces résultats montrent que cette huile est totalement différente de l'huile d'où elle a été enlevée.

J'ai extrait une certaine quantité de cet insaponifiable, qui possède une odeur aromatique agréable :

Densité à 15°	0,8755
Indice de réfraction à 16°	1,4910
Indice d'iode (Hanus)	173
Poids moléculaire (par cryoscopie)	289

Ce produit est soluble dans la benzine, l'éther sulfurique, l'éther de pétrole; il est peu soluble dans l'alcool froid.

Toutes les réactions d'identification le classent parmi les hydrocarbures.

La distillation fractionnée dans le vide (5^{mm} de mercure) m'a permis de le séparer en quatre parties : la première est très agréablement aromatique, les autres n'ont aucune odeur. Les deux dernières ont laissé déposer des cristaux, à la température du laboratoire, on les a séparés par filtration, puis purifiés par cristallisations successives dans l'alcool à 95°.

Les fractions liquides ont été refroidies à 0° : les trois premières sont restées fluides, la dernière s'est troublée, ce qui a permis de séparer par filtration une partie restant sur le filtre (4) et une partie le traversant (5).

Le tableau suivant résume les caractères de tous ces produits ainsi isolés, donne les résultats de l'analyse élémentaire effectuée sur chacun d'eux et attribue la formule correspondant aux résultats obtenus :

Produits liquides.

Fractions	1.	2.	3.	4.	5.
Temp. Dist. s. 5^{mm}	83-85°	133°	155°	205-210°	
Ind. Réfraction à 16°	1,4686	1,4785	1,4810	1,4910	1,5020
Densité à 18°	0,8552	0,8609	0,8640	0,8710	0,8736
Ind. d'iode (Hanus)	98	96	69	92	264
Poids moléculaires	189	228	269	318	389
Anal. Élément. CO^2	86,62	86,35	86,43	86,63	87,24
» H^2O	13,39	13,61	13,73	13,36	12,83
Formule trouvée	$C^{13}H^{24}$	$C^{16}H^{30}$	$C^{19}H^{36}$	$C^{23}H^{42}$	$C^{28}H^{50}$

Produits solides.

Retirés des fractions	3.	4.
Point de fusion	45-46	51,5
Poids moléculaire trouvé	336	362
Anal. Élément. CO^2	84,70	84,49
» H^2O	15,39	15,48
Formule trouvée	$C^{24}H^{50}$	$C^{26}H^{54}$

Tous ces hydrocarbures n'existent qu'à l'état de traces dans l'huile d'olive brute ($0^g,07$ par kilogramme) : c'est ce qui explique que leur présence n'a jamais été signalée.

Ils présentent un grand intérêt par suite de leur nouveauté et de leur variété (liquides non saturés, solides saturés) et surtout parce que l'un d'eux $C^{28}H^{50}$ (qui fixe 8^{at} d'iode et possède 4 doubles liaisons éthyléniques) se rapproche du squalène $C^{30}H^{50}$ que j'avais isolé en 1914 des huiles de squales provenant des Croisières du Prince de Monaco (hydrocarbure fixant 12^{at} d'iode accusant 6 doubles liaisons).

Afin de rappeler l'origine de ces produits je propose de faire précéder leur nom chimique de *Olea* (Olivier : *Olea Europæa*) :

1. $C^{13}H^{24}$ .... Olea-tridécène
2. $C^{16}H^{30}$ .... Olea-hexadécène
3. $C^{19}H^{36}$ .... Olea-nonadécène
4. $C^{23}H^{42}$ .... Olea-tricosène
5. $C^{28}H^{50}$ .... Olea-octacosène
6. $C^{24}H^{50}$ .... Olea-tétracosane
7. $C^{26}H^{54}$ .... Olea-hexacosane

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les maladies à virus des Rosacées amygdalées.* Note de MM. **G.** et **M. Arnaud**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

On a décrit un certain nombre de maladies à virus sur les Rosacées, caractérisées par une marbrure des feuilles et parfois par des nécroses déprimées, peu étendues, sur les fruits. La variabilité des symptômes ne permet pas d'identifier avec certitude ces affections; cependant Atanasoff (1935) (1) a fait, en Bulgarie, une étude assez détaillée de la mosaïque des

(1) *Phytopathologische Zeitschrift*, 8, 1935, p. 259-284, 26 fig.

Prunus plus ou moins bien connue en diverses parties de l'Europe et de l'Amérique du Nord; nous avons observé la maladie en 1923 à Gagny sur un abricotier âgé [1]. Depuis 1933 une étude plus détaillée a pu être faite sur diverses espèces du g. *Prunus* (*sensu lato*).

Les symptômes apparaissent très tôt au printemps sur les feuilles, quelques semaines seulement après le bourgeonnement (21 avril 1934, 24 avril 1935 sur *Prunus cerasifera myrobolana*). En 1935 la maladie s'est manifestée seulement sur les feuilles développées au printemps et y est restée visible jusqu'à la défeuillaison; les feuilles formées en été ont gardé une apparence normale jusqu'au bout, tandis que Atanasoff a observé un retour de la maladie à l'automne.

Les symptômes indiqués par les divers auteurs sont très variables et peuvent parfois rester invisibles chez des arbres atteints. Dans nos observations la mosaïque *apparente* a été au contraire relativement uniforme et s'est limitée aux feuilles; les fruits, dans les quelques cas où ils existaient (abricotier, myrobolan, pêcher) étaient normaux; il en était de même de l'allure générale de l'arbre. Les symptômes foliaires peuvent se relier à un type unique : il se forme une bande étroite de tissu vert jaune des deux côtés des nervures; ces lignes arrivent en contact avec la nervure vers l'extérieur de la feuille et s'écartent au contraire le plus souvent de la base de cette même nervure; elles dessinent ainsi pour chaque nervure un angle aigu ou « un chevron » il y a parfois plusieurs chevrons (deux ou trois superposés) le long d'une même nervure. Pour la feuille entière l'ensemble forme une ligne anguleuse placée souvent à mi-distance du système de nervures et du bord de la feuille. Lorsque cette étroite bande « périnervienne » est au contraire établie plus près du bord de la feuille elle devient plus irrégulière, plus étalée et plus confuse; elle se divise en traits discontinus ou même entre taches arrondies isolées et dispersées (type fréquent chez le *Pr. Persica*.

Cette ligne de mosaïque, quoique placée en plein tissu vivant, rappelle les sinuosités qui marquent la limite entre les tissus vivants et les tissus morts d'une feuille qui se dessèche lentement (Arn., *loc. cit.*, fig. 193 et 227); ces diverses lignes paraissent correspondre à des zones d'égale vitalité qu'on peut appeler les *lignes isobiotiques foliaires*.

Dans la mosaïque des *Prunus* parfois les sinuosités de deux lignes vert-

[1] G. et M. Arnaud, *Traité de Pathologie végétale*, 1, 1931, p. 1297, fig. 493 et p. 1385, fig. 543.

jaune, reliées à deux nervures latérales voisines entrent en contact, elles forment alors des ovales ou des cercles comme dans la maladie à virus des *taches annulaires* (*Ring spot* des Américains) du Tabac, etc. Des ovales ou des losanges peuvent résulter aussi exceptionnellement du rapprochement des deux extrémités des lignes jusqu'à la nervure qu'elles encadrent.

Dans nos études la maladie a pu être constatée sur les feuilles des espèces suivantes du g. *Prunus* : soit que les plants nous soient parvenus déjà infectés (N), soit que le virus leur ait été inoculé par greffes d'écussons prélevés sur *Pr. Persica* (P = Pêcher) ou sur *Pr. cerasifera myrobolana* (M = Myrobolan) déjà malades :

Pr. Armeniaca (N, M, P), *Pr. domestica* (N, M), *Pr. cerasifera Myrobolana* (N), *Pr. spinosa* (M, P), *Pr.* (*Amygdalus*) *communis* (M), *Pr.* (*Amygd.*) *Persica* (N, M, P), *Pr.* (*Cerasus*) *avium* (M, P).

Jusqu'ici aucun symptôme apparent n'a été obtenu dans les essais d'inoculation par greffe sur le *Prunus Mahaleb* et sur les *Prunus* à grappes (section *Padus*) sur diverses Rosacées Pomées ([1]), sur *Vitis vinifera Rosa* sp., *Solanum tuberosum*, *S. Lycopersicum*, *Nicotiana tabacum*.

Dans nos régions les infections naturelles paraissent assez rares; par contre la transmission par greffe est facile; mais les plantes écussonnées en août (époque normale) ne montrent l'infection qu'au printemps suivant.

Jusqu'ici la mosaïque des *Prunus* est peu connue en France; mais, d'après Atanasoff, elle peut causer de graves dégâts sur certaines variétés de Prunier (var. bulgare *Kustendil*), au point de faire abandonner leur culture dans certaines régions.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *L'influence de la sécrétion rénale de l'urée sur le fonctionnement de l'appareil de résorption des chlorures chez la Souris.* Note de M. **Pierre Feyel**, transmise par M. Maurice Caullery.

Nous avons établi ([2]) que le mécanisme de l'élimination rénale des chlorures comportait deux phases successives: 1° une sécrétion chlorurée au niveau des cellules à bordure en brosse (à laquelle vient s'ajouter une filtration glomérulaire, d'ailleurs peu importante); 2° une résorption d'une

---

([1]) On a signalé une maladie analogue sur *Pyrus Malus* (Pommier).

([2]) P. Feyel, *Le tube urinaire dans la série animale*, Paris, 1935.

partie de ces chlorures pendant le passage du liquide tubulaire à travers le segment intermédiaire de Schweigger-Seidel et les tubes collecteurs qui le suivent. Cette résorption est, pour la plus grande part, due à l'activité des *cellules spéciales*. La résorption des chlorures est rendue possible par la résorption aqueuse préalable, qui intervient au moment de la traversée des branches larges des anses de Henle.

Nous avons montré ([1]) qu'il existait, au niveau des cellules à bordure en brosse, une interdépendance entre la sécrétion de l'urée et celle des chlorures : l'augmentation de la sécrétion d'urée entraîne une sécrétion plus abondante de chlorures au niveau des mêmes éléments. Il importe maintenant de rechercher quelles sont les répercussions de cette augmentation de la sécrétion de chlorures (obtenue sans augmentation de la chlorémie) sur le fonctionnement de l'appareil de résorption des chlorures.

Nous savons ([2]) que l'on obtient chez la Souris le maximum de sécrétion uréique, soit en soumettant les animaux au régime carné pendant 72 heures environ, soit, plus simplement, en pratiquant, chez des animaux nourris normalement, une injection de 1^{cm^3} d'une solution d'urée à 40 pour 100. Dans l'un et l'autre cas, l'examen des pièces, fixées par la méthode de Leschke pour les chlorures, met en évidence une très nette accumulation de chlorures dans les *cellules spéciales* des segments de Schweigger-Seidel et des tubes collecteurs. On observe en outre de nombreux précipités de ClAg réduit dans la lumière de ces tubes; les précipités sont également visibles dans la lumière des branches larges des anses de Henle, dont l'action de résorption aqueuse est connue.

Chez les Souris mises pendant quinze jours au régime carné exclusif et ayant subi, 10 minutes avant le prélèvement des pièces, une injection d'urée (1^{cm^3} d'une solution d'urée à 40 pour 100), l'accumulation chlorurée est nette dans les cellules spéciales; elle est cependant moins forte que dans les cas précédents. Si l'on examine maintenant des reins de Souris soumises pendant quinze jours au régime carné exclusif, mais n'ayant pas subi d'injection d'urée, le phénomène est différent. Les cellules spéciales des segments de Schweigger-Seidel et des tubes collecteurs contiennent encore plus de chlorures que chez un animal témoin. Ce qui frappe, c'est l'apparition de chlorures dans les cellules banales des mêmes segments. Il semble

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 507.
([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 687.

que la fonction de résorption, qui est normalement le fait presque exclusif des cellules spéciales chez la Souris, se répartisse sur toutes les cellules des segments distaux du tube urinaire.

Nous avons d'autre part étudié la morphologie générale des cellules de résorption et leur appareil vacuolaire, au moyen des techniques de Dietrich-Parat-Volkonsky et de da Fano. Les résultats obtenus cadrent bien avec ceux que fournit la méthode de Leschke. C'est bien chez les animaux dont la sécrétion uréique est la plus abondante et chez lesquels les cellules spéciales résorbent le maximum de chlorures que ces mêmes éléments présentent le maximum de développement. Ils sont globuleux, font nettement saillie dans la lumière du tube urinaire; un important appareil mitochondrial, formé de chondriocontes sinueux enchevêtrés, remplit tout leur dôme apical. L'appareil vacuolaire est lui aussi richement représenté par de nombreuses vacuoles éparses entre les mitochondries du dôme apical. Les résultats sont de même ordre; mais les cellules sont un peu moins volumineuses chez les Souris ayant subi une injection d'urée après 15 jours de régime carné. Chez les animaux mis au régime carné, mais qui n'ont pas subi d'injection d'urée, les figures sont différentes. Nous distinguons encore facilement les cellules spéciales, grâce à leur saillie apicale, mais nous remarquons que les cellules banales sont de taille plus volumineuse que précédemment. Elles possèdent maintenant un appareil mitochondrial filamenteux bien caractérisé, alors qu'il n'est généralement possible d'y observer que quelques courts chondriosomes. Dans ces mêmes cellules banales, l'imprégnation argentique met en évidence des formations vacuolaires beaucoup plus importantes que dans les autres cas et que chez des animaux témoins. Ces faits traduisent nettement une activité particulière de ces cellules; ils correspondent à la résorption chlorurée dont, en ce cas, elles sont le siège au même titre que les cellules spéciales, ainsi que nous l'a montré la technique de Leschke.

Nous conclurons de ces recherches que la sécrétion rénale de l'urée, qui s'accompagne, nous le savons, d'une secrétion chlorurée, s'accompagne également d'une résorption chlorurée. Ainsi l'hypochlorémie, qui tendrait à résulter d'une hypersécrétion uréique se trouve, en partie compensée par un accroissement de l'activité de résorption des cellules spéciales du segment de Schweigger-Seidel et des tubes collecteurs. Dans le cas où les animaux ont été soumis à un régime carné exclusif de longue durée, cette fonction de résorption devient le fait de toutes les cellules des segments distaux, ce qui entraîne une atténuation des différences morphologiques

entre les deux catégories cellulaires : cellules banales et cellules spéciales. Dans tous les cas, il apparaît que le fonctionnement normal du rein au cours de la sécrétion uréique s'accompagne d'une circulation des chlorures, en partie au moins en circuit fermé : sécrétion de chlorures simultanément avec l'urée au niveau des cellules à bordure en brosse, résorption de chlorures au niveau des segments distaux et particulièrement des *cellules spéciales* de ces segments distaux.

ENTOMOLOGIE. — *La pénétration continentale du moustique maritime.* Note (¹) de M. J. LEGENDRE présentée par M. Louis Bouvier.

J'ai révélé (²) la présence, dans les marais salés du littoral charentais, dans la banlieue de La Rochelle, d'*Ædes punctatus*, que j'ai nommé *moustique maritime*, parce qu'il pond dans l'eau de mer sans mélange d'eau douce ou bien plus ou moins riche en chlorure de sodium.

Après avoir observé ce moustique à l'état larvaire et à l'état ailé, en bordure de la mer, avoir constaté que ses générations, du printemps à l'automne, sont sous la dépendance des grandes marées qui lui créent des gîtes en faisant déborder les canaux et laissant des flaques d'eau de mer qui reçoivent la ponte, j'ai voulu connaître la profondeur de l'habitat des *Æ. punctatus* à l'intérieur du continent et j'ai recherché la distance à laquelle le flot remonte dans les canaux et les cours d'eau en réalisant le débordement propice à l'élevage de ce moustique.

Quoique limitées à quelques zones, mes recherches établissent qu'*Ædes punctatus* se comporte à l'intérieur comme sur le littoral, et utilise exclusivement pour y déposer ses œufs les eaux de débordement que le flot n'atteint plus et qui sont devenues stagnantes.

Lors de la marée d'équinoxe du 15 septembre 1935, à 5^{km} du littoral, en suivant l'aval d'un petit cours d'eau que les marées des deux jours précédents avaient gonflé et fait déborder, on voit des bandes de crevettes grises remonter avec le flot de façon ininterrompue, accompagnées de quelques crabes et de rares jeunes anguilles. Un échantillon d'eau du débordement prélevé dans le pré longeant le ruisseau révéla à l'analyse 19^{g} de chlorure de sodium par litre, ce qui indique un mélange de deux tiers d'eau de mer et

(¹) Séance du 2 mars 1936.

(²) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1243, et 201, 1935, p. 961.

d'un tiers d'eau douce. La flaque ou j'ai pris l'échantillon était encore trop récente pour montrer des larves d'aèdes.

Un mois plus tard, le 12 octobre, le long du même ruisseau, les mares d'eau salée étant venues à sec, je cherchai les aèdes ailés de la génération qui avait dû y prendre naissance avant qu'elles s'assèchent. J'en trouvai plusieurs spécimens à dix mètres du ruisseau dans une haie qu'ils abandonnèrent pour se jeter sur moi et se faire capturer. C'étaient des *Æ. punctatus* qui attendaient la formation de flaques d'eau salée stagnante pour y pondre. Effectivement, dix jours après une forte marée je récoltai au même endroit de grosses larves et des pupes du même aède.

D'une station balnéaire du sud du département un correspondant m'adressa fin septembre un lot d'*Æ. punctatus* provenant de la génération issue des mares temporaires laissées par la marée d'équinoxe.

D'une localité de l'intérieur un chasseur me rapporta plusieurs moustiques par lesquels il avait été harcelé en plein champ pendant la marche. Tous étaient des *Æ. punctatus*; la zone des marais rochefortais d'où ils provenaient, à 8^{km} de la mer à vol d'oiseau, est drainée par un canal qui reçoit la marée.

Ces observations, faites au stade aquatique et au stade aérien de *Æ. punctatus*, prouvent que ce moustique n'habite pas exclusivement le bord de la mer mais établit aussi ses colonies à plusieurs kilomètres du rivage aussi loin que remonte la marée et qu'il trouve de l'eau salée stagnente à sa disposition.

Je n'ai pas réussi (1re Note citée) l'élevage des larves d'*Æ. punctatus* en eau douce. Il était probable que les mares d'eau de mer qui ne sont peuplées que d'aédines, ne conviendraient pas aux culicines; même *Culex pipiens*, si commun dans le voisinage, ne les fréquente pas. Il y avait lieu de penser que la salinité de l'eau en était la cause. Pour le vérifier, je prélevai dans une flaque de l'eau salée riche en larves et pupes d'*Æ. punctatus* que j'en retirai et que je remplaçai par un lot de petites et de moyennes larves de *Culex pipiens*. Trois heures après celles-ci étaient mortes, tandis qu'un lot témoin des mêmes larves laissées en eau douce conservait sa vitalité.

Une seconde épreuve comparative en eau salée et en eau douce, exécutée cette fois avec de grosses larves et des pupes de *Culex pipiens*, amena en 24 heures la mort des larves en eau salée, mais les pupes ne montrèrent aucun malaise, elles survécurent et se transformèrent en moustiques ailés.

Les larves de *C. pipiens* périssent donc en eau fortement salée, pourquoi pas les pupes? Est-ce le fait que l'insecte, qui mange au stade larvaire,

jeûne au stade pupal? Les larves périraient d'intoxication alimentaire par les sels contenus dans l'eau de mer? L'appareil respiratoire externe (siphon pour la larve, cornets pour la pupe), ne paraît pas devoir être mis en cause, la pupe mourrait aussi. En tout cas la coque chitineuse de la pupe la met à l'abri de l'intoxication par voie externe.

Très halophile et supportant jusqu'à 30^g de chlorure de sodium par litre, *Æ. punctatus* prospère donc là où *Culex pipiens* ne peut vivre. Mais cet aède s'accommode aussi de mélanges variables d'eau de mer et d'eau douce, ce qui a pour effet d'accroître la superficie des eaux habitables par son espèce.

ZOOLOGIE. — *Origine ectodermique de certaines parties du tissu adipeux royal des Termites.* Note [1] de M. **Paul Bonneville**, présentée par Maurice Caullery.

Les travaux de Feytaud (1912) ont mis en lumière, chez les sexués fonctionnels des Termites, la formation d'un tissu adipeux en colonnettes, premier état du tissu royal, par cloisonnement du tissu adipeux larvaire, avec disparition des noyaux anciens et peuplement par les noyaux provenant de leucocytes d'origine extrinsèque.

Cet auteur avait entrevu un deuxième mode de formation par de grosses cellules situées dans la région dorsale de l'abdomen.

Reprenant, sur plusieurs espèces de Termites et plus particulièrement sur *Bellicositermes natalensis*, l'étude du tissu adipeux, nous avons pu, du moins en partie, confirmer le premier point. De plus nos recherches nous ont permis de suivre, de bout en bout, le mécanisme du second mode de formation pressenti par Feytaud, et de découvrir ainsi l'origine des grosses cellules signalées par cet auteur. *Ces cellules adipocytes proviennent d'une prolifération de l'épithélium trachéen.*

Normalement cet épithélium se présente sous la forme d'un syncytium à protoplasme compact, éosinophile. Dans le cytoplasme, et disposés sur une seule assise, sont des noyaux lenticulaires, légèrement allongés suivant leur grand axe. Ils possèdent un ou deux nucléoles et de fines granulations chromatiques, régulièrement réparties.

En certains points l'épithélium trachéen subit des modifications

[1] Séance du 2 février 1936.

profondes. L'aspect des noyaux dénote une forte diminution de leur tension interne; ils prennent des formes variées, toujours irrégulières et anguleuses. La chromatine se réduit à un ou deux petits grains; le nucléole n'est plus discernable, le suc nucléaire devient fortement basophile. De son côté, le cytoplasme se vacuolise et il y apparaît des gouttelettes de graisse, des inclusions éosinophiles et des corpuscules jaunâtres, vraisemblablement de nature urique. Les éléments s'hypertrophient considérablement. Les modifications des noyaux et celles du cytoplasme ne s'accomplissent pas synchroniquement.

Jusqu'à un stade avancé, la trachée ne présente qu'une seule assise de noyaux; les aspérités qui, hérissent fréquemment la face externe de l'intima chitineuse, s'enfoncent nettement dans le cytoplasme de l'épithélium. Enfin, celui-ci conserve toujours sa structure syncytiale. Ces trois faits prouvent que noyaux et cytoplasme appartiennent bien à l'épithélium trachéen et l'on peut écarter l'idée de la venue de cellules migratrices qui s'accoleraient à la trachée et y continueraient leur développement. On est incontestablement en présence d'un épithélium trachéen subissant une véritable hypertrophie.

Plus tard, des membranes apparaissent et délimitent des cellules dans lesquelles peuvent, dès l'origine, être englobés un, deux ou plusieurs noyaux. Ces éléments sont les *adipocytes*.

La transformation se produit tantôt sur des points isolés, tantôt sur une longueur plus ou moins considérable. Dans les deux cas, elle intéresse tout le pourtour de la trachée, ou seulement un secteur limité.

L'adipocyte, au terme de sa croissance, est un volumineux élément qui fait saillie à la surface de l'épithélium. A ce moment peut se produire, en profondeur, une régénération de l'épithélium normal, par étalement des énergides plaquées contre l'intima et provenant des zônes périphériques non touchées par l'hypertrophie. Ces énergides se glissent entre l'intima et les adipocytes nouvellement formés, qui sont ainsi refoulés vers l'extérieur. A se stade, on constate alors la superposition. à l'épithélium, d'adipocytes déjà gros qui pourraient être aisément confondus avec des cellules migratrices.

Le nouvel épithélium ainsi recouvert peut s'hypertrophier à son tour; il en résulte la formation, fréquente, de deux ou trois couches superposées d'adipocytes qui restent généralement accolées à la trachée.

On trouve les adipocytes non seulement dans les parties dorsales de l'abdomen, mais encore dans le thorax. Autour du cœur et le long des

muscles aliformes, cellules péricardiales et adipocytes sont fréquemment enchevêtrés, mais les derniers ont une aire de répartition beaucoup plus étendue et poussent ventralement des boudins plus ou moins épais. Les trachées qui orientent ces boudins sont presque toujours visibles.

Toutefois, du côté ventral, les adipocytes dépassent rarement le niveau du tube digestif, sauf lorsqu'ils occupent la place des muscles du vol disparus. *Ces muscles sont en effet remplacés, après leur dégénérescence, non par du tissu adipeux larvaire, mais par des adipocytes.* Il est très probable que ces derniers se développent, dans ce cas, aux dépens des trachées laissées en place par les muscles dégénérés.

A un certain moment, les adipocytes plurinucléés sont ramenés à l'état de cellules à un seul noyau, par l'apparition de cloisons qui sont le plus souvent transversales. Parfois, elles rayonnent à partir d'un point plus ou moins rapproché du centre de l'adipocyte. Immédiatement, le cytoplasme devient basophile. Les inclusions disparaisent alors très généralement; leur persistance pendant quelque temps encore est l'exception. Le noyau reprend sa tension normale en augmentant de volume, il devient sphérique ou ovoïde. La chromatine reparaît sous forme de grains irrégulièrement répartis. Le nucléole est à nouveau visible, le suc nucléaire perd sa basophilie.

Les adipocytes se sont ainsi transformés en cellules adipeuses de colonnettes, qui subissent alors des mitoses très nettes, grâce auxquelles les colonnettes vont s'accroître.

Du mode de formation des adipocytes, il résulte qu'un certain nombre de masses adipeuses, situées surtout dans la moitié dorsale du corps, ainsi que les masses qui, dans le thorax, ont pris la place des muscles du vol dégénérés, ont une origine trachéenne et, par suite, ectodermique.

Les modifications de tension des noyaux et les changements de réaction du cytoplasme sont les mêmes quel que soit le mode de formation des colonnettes adipeuses. Seules les divisions cellulaires qui suivent ces phénomènes et qui provoquent l'accroissement des colonnettes, diffèrent; on trouve des amitoses dans les colonnettes formées par cloisonnement du tissu larvaire, des mitoses dans le tissu provenant des adipocytes.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la capacité d'un ovaire induit d'Oiseau à conditionner des caractères sexuels secondaires.* Note (¹) de Mme **Véra Dantchakoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'*ovaire induit* par la folliculine et réalisé aux dépens d'une ébauche testiculaire devient *histologiquement semblable à un ovaire normal* (dont provient la folliculine). Les structures différenciées dans l'ovaire induit acquièrent-elles les mêmes facultés fonctionnelles qu'un ovaire normal ?

L'ovaire normal élabore de la folliculine qui féminise l'organisme, en conditionnant un complexe de caractères sexuels nommés « secondaires ». L'*ovaire induit devient-il capable d'élaborer de la folliculine*, pour pouvoir, lui aussi, *conditionner des caractères sexuels secondaires ?* Une étude de la cinétique sexuelle développée par un poussin a fourni une réponse à cette question.

Au stade de 4 jours d'incubation, l'embryon recevait dans son sac allantoïdien une dose de $0^{cm^3},05$ de progynon, contenant 2500 unités souris (12500 unités internationales) de folliculine. Éclos le 3 avril, il subit le 6 une inspection directe de sa gonade gauche, à l'aide d'une incision exploratrice. Un diagnostic, provisoire à ce moment, fut fait de « *femelle par transformation* », en raison de la présence, sur le côté gauche, d'une gonade très différente d'un testicule normal, et plutôt semblable à un ovaire atypique. La croissance du poussin fut normale. La crête ne se développant pas, le poussin à 3 mois avait l'air d'une poulette.

Le diagnostic provisoire fut confirmé le 10 juillet, par inspection de la gonade droite. A la place d'un rudiment gonadique droit, caractéristique d'une femelle génétique normale, on entrevit chez le poussin un organe, voûté, ramassé, présentant une légère teinte jaunâtre, très semblable à un testicule d'un jeune oiseau de 2 à 3 semaines. L'oiseau était, par conséquent, un *mâle génétique*. Mais la crête faisait complètement défaut chez lui. L'inhibition de la crête pouvait être conditionnée : *a* par l'absence de facteurs incitant la croissance de la crête, ou *b* par la présence de facteurs féminisants, qui, chez une poulette normale, tiennent pendant longtemps la croissance de la crête en suspens. Or l'oiseau possédait une gonade droite, à caractère mâle, correspondant à son déterminisme génétique, dont la crois-

(¹) Séance du 2 mars 1936.

sance était aussi inhibée. Ceci ne pouvait provenir que d'un fonctionnement actif de la gonade gauche, qui exerçait ses influences féminisantes sur la gonade droite et sur la crête simultanément. De plus, la taille du poussin était inférieure à celle de ses frères et correspondait à celle de ses sœurs. Aussi le poussin ne manifestait-il aucun instinct sexuel mâle, à la différence de ses frères à cette époque. L'*ovaire gauche induit*, se montrait, par conséquent, *actif*, en raison des structures histologiques acquises.

De nouvelles preuves de l'existence, chez le poussin, d'influences féminisantes furent obtenues au moment de la mue. A cinq mois (en septembre), l'oiseau changea rapidement de plumage. Son *nouveau plumage* consistait en des *plumes arrondies*, parmi lesquelles se voyaient, par places, des *touffes de lancettes*. L'oiseau avait une queue de poule. Il apparaissait à ce moment, que les influences féminisantes, encore présentes dans l'oiseau, n'étaient plus suffisantes, pour conditionner chez lui un plumage uniforme femelle. Or, la crête de l'oiseau n'était ni mâle, ni femelle. Petite, ratatinée, elle donnait à l'oiseau l'air d'un castrat. La mue achevée, les *plumes rondes* formaient toujours la majeure partie du plumage.

Les touffes de lancettes, représentaient-elles un indice de la *perte* du pouvoir féminisant par l'ovaire induit de l'oiseau, perte survenue durant la mue? La mue achevée, j'enlevai les plumes rondes, à la fin du mois d'octobre. La conséquence fut, que des plumes en lancette poussèrent à leur place. Ceci m'apprit, que la phase femelle, dans la cinétique sexuelle de l'oiseau, était terminée ; que l'ovaire induit perdait sa capacité à diriger la morphogenèse et le comportement de l'oiseau, en faisant place à un nouveau pouvoir qu'accusait la gonade mâle édifiée en conformité avec le déterminisme génétique de l'oiseau. L'inhibition de la crête à ce moment ne témoignait que de la difficulté à réaliser un revirement de l'organe, exposé à des influences hétérologues durant toute la période de son édification.

Uneseu le injection de folliculine, avait été administrée à l'oiseau, *à 4 jours d'incubation*. Les influences féminisantes qu'il avait extériorisées durant 5 mois de son existence (inhibition de la crête, plumes arrondies, taille, comportement de l'oiseau, persistance et différenciation progressive des oviductes constatés plus tard à l'autopsie de l'oiseau), ne pouvaient provenir que des *activités déployées par l'ovaire gauche induit. Féminisé, l'ovaire induit féminisait à son tour* (durant son développement progressif, son fonctionnement et même sa désagrégation).

Seule une *capacité de produire de la folliculine*, acquise et effectuée par

des structures histologiques induites, a pu faire dérouler, dans ce mâle génétique, tout le syndrome de caractères femelles. Chacune des cellules de l'ovaire induit, possédant, en fait de chromosomes sexuels, XX et point d'Y, la production de la folliculine ne devrait, par conséquent, pas être associée à la présence de chromosomes Y, mais paraîtrait être *fonction du métabolisme particulier qu'acquièrent les structures histologiques différenciées.*

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les vitesses d'hydrolyse comparées de quelques glucosides sous l'influence des rayons ultraviolets, des acides et des diastases.* Note de M. **Georges Tanret**, présentée par M. Alexandre Desgrez.

Nous avons étudié récemment, avec M. A. Guillaume ([1]), l'action des rayons ultraviolets sur les glucosides et montré que, sous leur influence, ceux-ci subissent une hydrolyse similaire à celle qui est provoquée par les acides dilués ou les diastases.

Il était intéressant de comparer leurs vitesses de dédoublement dans ces trois cas, pour voir dans quel ordre ils se rangent selon qu'on fait agir sur eux tel ou tel agent d'hydratation. Nos mesures nouvelles ([2]) ont porté sur les glucosides β, tributaires de l'émulsine, dont neuf avaient été étudiés au cours du précédent travail. Les réductions ont été mesurées par la méthode de Bertrand : pour l'arbutine, on s'est servi des chiffres de Bourquelot et de Mlle Fichtenholz. Une correction a dû être faite pour ceux qui présentent un pouvoir réducteur appréciable : hélicine (PR = 7,6 pour 100), picéine (PR = 5,5), gentiopicrine (PR = 3,6), correction proportionnelle au corps non encore décomposé à la fin de chaque expérience (les aglucones correspondantes ne sont pas réductrices).

I. Rappelons que, sous l'influence des ultraviolets, l'hélicine est le glucoside qui se dédouble le plus facilement. Soit 100 sa vitesse d'hydrolyse mesurée au bout de 12 heures. Viennent, par ordre de vitesse décroissante :

Hélicine.........	100	Amygdaline.......	35,4	Arbutine.........	13,4
Gentiopicrine....	59	Salicine..........	31,1	Méthylarbutine...	8,1
Coniférine.......	55,4	Picéine...........	23,3	Méthylglucoside β.	2,5

II. Ces neuf glucosides, en solution à 2 pour 100 dans SO^4H^2 à 5

([1]) A. Guillaume et G. Tanret, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1057.

([2]) Un Mémoire détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

ou 10 pour 1000, ont été chauffés à 100° pendant 1 et 3 heures : la méthylarbutine est le plus sensible à l'action des acides, l'amygdaline est le plus résistant.

	1 heure (SO^4H^2)		3 heures (SO^4H^2)	
	5 ‰.	10 ‰.	5 ‰.	10 ‰.
Méthylarbutine...	50,9	85,8	98,5	100
Coniférine........	60,9	78,8	84,9	92,4
Arbutine.........	36,5	62	68	87
Picéine..........	22,3	40,7	48,3	80,5
Hélicine.........	21,8	35,2	48,6	74
Salicine..........	20,2	32,4	42	73,7
Gentiopicrine.....	16,1	22,1	32,2	46,9
Méthylglucoside β.	9,3	17,1	21,1	40,6
Amygdaline......	6,2	11,7	15,8	31

III. Sur ces mêmes glucosides on a fait agir une émulsine provenant de trois sources différentes : émulsine des amandes, macération d'*Aspergillus niger*, suc digestif d'Escargot. On a ainsi répété quelques-unes des expériences, aujourd'hui classiques, de M. Hérissey (émulsine d'*Aspergillus*, 1899) et de M. Giaja (émulsine de l'Escargot, 1909). Solutions de glucosides à 1 pour 100. T = 20°.

1. Émulsine d'amandes douces, à 0,05 pour 100. L'hélicine, l'amygdaline, la gentiopicrine ont les vitesses de dédoublement les plus grandes : le méthylglucoside β a la plus faible.

	45 min.	1 h. 30.	3 heures.	6 heures.	12 heures.	24 heures.
Hélicine...........	83,7	93,3	99,1	99,6	100	100
Amygdaline.........	67,9	81,7	93,5	97,2	89,5	98
Gentiopicrine.......	–	–	69,1	88	93,1	100
Salicine............	34,2	49,8	78,7	88,2	90,6	98,6
Picéine............	–	–	83	85,1	92,1	100
Coniférine.........	–	–	–	57,2	61,8	77
Méthylarbutine.....	–	–	–	–	29,2	33,8
Arbutine..........	–	–	–	–	7,5	11
Méthylglucoside β..	–	–	–	–	5,6	9,2

2. Émulsine d'*Aspergillus niger*. Hydrolyse de 24 heures. La picéine vient en tête, suivie par l'hélicine et l'amygdaline :

	T = 20°.	T = 30°.
Picéine..........	58,9	100
Hélicine.........	35,6	77,6
Amygdaline......	23,3	58,3
Méthylarbutine...	21,6	40,6
Gentiopicrine.....	14,8	44,5
Arbutine.........	12	31
Coniférine........	14,4	26,4
Salicine..........	10,3	19,5
Méthylglucoside β.	6,7	11,8

3. Suc digestif d'Escargot, dilué à 1 pour 100. L'ordre de classement se rapproche de celui de l'émulsine d'amandes :

	45 minutes.	1h30m.	3 heures.	6 heures.	12 heures.	24 heures.
Hélicine...........	50,8	61,2	83,9	100	100	100
Gentiopicrine.......	33,3	43,3	76,2	100	100	100
Amygdaline........	26,1	33,4	59,6	73,8	88	88,2
Picéine............	21,1	28,8	51,6	82,2	100	100
Salicine............	–	11,9	20,8	40	73,3	96
Méthylarbutine.....	–	–	–	–	65,8	100
Coniférine..........	–	–	–	–	68,3	88,2
Arbutine...........	–	–	–	–	39	64
Méthylglucoside β...	–	–	–	–	11,3	19,7

En résumé, l'ordre des vitesses d'hydrolyse des glucosides expérimentés est loin d'être constant et varie selon chaque agent d'hydrolyse. Celle qui est réalisée par les acides dilués est (abstraction faite des températures de réaction) tout à fait différente de celle qui est effectuée par les ultraviolets et par l'émulsine, ces deux agents ayant, dans l'ensemble, une certaine communauté d'allures.

Nos chiffres d'expériences montrent aussi, une fois de plus, les écarts qui peuvent être constatés dans les hydrolyses provoquées par les diverses variétés d'émulsine, chaque émulsine paraissant être la somme de différents ferments hydratants (glucosidases), somme où les proportions de chacun d'eux varient selon chaque source envisagée. Les glucosides déjà doués de pouvoir réducteur sont, avec l'amygdaline, les plus facilement hydrolysables, le méthylglucoside β étant toujours le plus résistant.

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h10m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1936.

Le rôle de Brongniart, de Renault et de Van Tieghem dans la chaire d'organographie du Muséum, par J. Costantin. Extrait des *Archives du Muséum national d'histoire naturelle*. Paris, Masson et Cie, 1935; 1 fasc. $32^{cm},5$.

L'Afrique noire Occidentale. Esquisse des cadres géographiques, par E.-F. Gautier. Paris, Librairie Larose, 1935; 1 vol. 25^{cm}.

The eruption of Mt Pelee 1929-1932, par Frank A. Perret. Washington, Carnegie Institution, 1935; 1 vol. $29^{cm},5$.

Géologie de la Sibérie, par V.-A. Obroutchev (écrit en russe). Tome I. Moscou, 1935; 1 vol. 26^{cm}.

Nouvelles tables de précession, par V.-V. Michkovitch. Beograd, Imprimerie de l'État du royaume de Yougoslavie, 1935; 1 fasc. $25^{cm},5$.

Guide d'emploi des appareils de mesures en T. S. F. Application à l'entretien et au dépannage des postes récepteurs. Méthodes et conseils pratiques à l'usage de l'amateur, par Henry Lanoy. Paris, Société des Publications Scientifiques, s. d.; 1 fasc. $27^{cm},5$.

Guide de dépannage et entretien des postes récepteurs de T. S. F., par Henry Lanoy. Paris, Librairie Centrale des Sciences, 1927-1934; 1 fasc. 21^{cm}.

Guide d'entretien des accumulateurs d'automobile et de T. S. F., par Henry Lanoy. Paris, Librairie Centrale des Sciences, 1928-1933; 1 fasc. 21^{cm}.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 24 février 1936.)

Note de M. *A. Rousset*, Mesures de polarisation dans le spectre de diffusion moléculaire du tétrachlorure de carbone liquide :

Page 654, ligne 18, *au lieu de* en montage, *lire* au montage; ligne 28, *au lieu de* $100\rho_0 = 1,0 \pm 0,02$, *lire* $100\rho_0 = 1,0 \pm 0,2$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 MARS 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la solution anormale d'un problème de mécanique déduite du principe de relativité.* Note de M. ERNEST ESCLANGON.

J'ai montré [1] qu'on pouvait établir les formules de Lorentz en se basant uniquement sur le principe de réciprocité vis-à-vis de systèmes en translation relative uniforme, sans aucune autre notion complémentaire. M. E. Le Roy [2] écrit qu'il avait antérieurement donné une démonstration dans laquelle était exclue toute hypothèse sur la vitesse de la lumière. Il y a une différence capitale entre cette démonstration et celle que j'ai donnée, laquelle résulte d'ailleurs immédiatement des propriétés des groupes de transformations. M. Le Roy suppose essentiellement l'existence d'une vitesse invariante dans les deux systèmes en translation, plus exactement l'existence de points doubles *réels* dans la relation homographique liant les vitesses et dont l'indépendance, vis-à-vis de la vitesse de translation, doit être établie par ailleurs. Dans la démonstration que j'ai adoptée, une telle hypothèse est exclue; il en résulte même que le principe de relativité et les formules, sous la forme de Lorentz, qu'on en déduit subsistent entièrement, même s'il n'existe aucune vitesse jouissant de la propriété d'invariance.

Dans la Note citée, j'ai étudié le mouvement d'un point matériel suivant Ox, sous l'action d'une force constante (représentée par l'action

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 708.
(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 794.

d'un ressort tendu d'une manière invariable). Lorsque la force n'est pas dirigée suivant Ox, le résultat conduit à d'intéressantes conclusions.

Établissons d'abord quelques formules générales et, dans les systèmes S, S', en translation suivant Ox, adjoignons des axes Oy, $O'y'$ perpendiculaires à Ox.

Les formules de transformation s'écrivent

$$(1) \quad \begin{cases} x' = a(x - vt), & t' = a\left(t - \dfrac{vx}{C}\right) \\ x = a(x' + vt'), & t = a\left(t' + \dfrac{vx'}{C}\right) \\ y = y' \end{cases} \qquad \left(a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C}}}\right).$$

Considérons une suite continue d'événements définissant x, y en fonction de t dans S, x', y' en fonction de t' dans S'. Entre les vitesses $u = dx/dt$, $u' = dx'/dt'$ et la vitesse constante de translation v, on a la relation

$$(2) \qquad v = \frac{u - u'}{1 - \dfrac{uu'}{C}}.$$

En différentiant l'expression de t', par exemple, et remplaçant dans la formule obtenue v par sa valeur (2), on obtient l'invariant différentiel

$$(3) \qquad \left(1 - \frac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}} dt = \left(1 - \frac{u'^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}} dt'.$$

Posons

$$(4) \qquad \lambda = \frac{\dfrac{dx}{dt}}{\left(1 - \dfrac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}, \qquad \mu = \frac{\dfrac{dy}{dt}}{\left(1 - \dfrac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on différentie la formule (2), en tenant compte de (3), on obtient

$$(5) \qquad I = \frac{\dfrac{du}{dt}}{\left(1 - \dfrac{u^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\dfrac{du'}{dt'}}{\left(1 - \dfrac{u'^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{d\lambda'}{dt'}.$$

Ce qui montre que la quantité I est un *invariant* vis-à-vis de toutes les transformations uniformes suivant Ox. De même $y = y'$ est un invariant. D'ailleurs, si l'on considère un invariant quelconque J, on voit, d'après (3), que $(dJ/dt)/(1 - u^2/C)^{1/2}$ est aussi un invariant. Il en est donc ainsi, en parti-

culier, des quantités

$$(6)\qquad \mu = \frac{\frac{dy}{dt}}{\left(1-\frac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}, \qquad \frac{\frac{d\mu}{dt}}{\left(1-\frac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Ces considérations s'appliquent à des événements continus quelconques et pour lesquels u et u' ne comportent, aucune limite assignable. La phase d'une éclipse d'étoile double lointaine dans la direction Oy pourrait comporter sur Ox, par exemple, une marche dont la vitesse u n'a d'autre limite que l'infini. Il est clair aussi que si l'on disposait, sur Ox, des tas de poudre que l'on allumerait suivant une loi chronologique arbitraire $x = \varphi(t)$, on créerait ainsi une suite continue d'événements à vitesse arbitraire. Si $C > 0$, et si u et u' étaient supérieurs à $\sqrt{C}$ (et ils le seraient simultanément), il faudrait, dans les formules précédentes, changer les signes des quantités sous les radicaux $1/2$ ou $3/2$. Quant à la vitesse de translation v, elle ne pourrait être supérieure à $\sqrt{C}$, car il est aisé de voir que, du seul point de vue logique, s'il en était ainsi, le principe de réciprocité serait impossible entre S et S'. Dans tous les cas, il résulte des formules précédentes que les facteurs $(1 - u^2/C)^{1/2}$ ou $(1 - u^2/C)^{3/2}$ ont une origine purement géométrique.

Supposons maintenant un point matériel en mouvement sous l'action d'une traction constante s'exerçant dans une direction invariable quelconque par l'intermédiaire d'un ressort maintenu, pas cette traction, en état de déformation fixe. Il est clair qu'en un point quelconque de la trajectoire, le vecteur accélération du/dt, d^2y/dt^2 est déterminé en seule fonction du vecteur vitesse, c'est-à-dire de $u = dx/dt$ et de dy/dt, ou encore de u et de μ; c'est-à-dire encore que I et $d\mu/dt$ sont fonctions seulement de u et de μ, de sorte qu'on peut poser

$$(7)\qquad I = \varphi(u, \mu), \qquad \frac{d\mu}{dt} = \left(1 - \frac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}} \theta(u, \mu).$$

Puisque les lois de la nature sont les mêmes dans S et S', on aura aussi

$$(8)\qquad I' = \varphi(u', \mu'), \qquad \frac{d\mu'}{dt'} = \left(1 - \frac{u'^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}} \theta(u', \mu').$$

Mais I, μ, $(d\mu/dt)/(1 - u^2/C)^{\frac{1}{2}}$ sont des invariants par rapport à l'ensemble des translations uniformes suivant Ox. On en conclut que, *quels que soient* u et u', on doit avoir

$$(9)\qquad \varphi(u, \mu) = \varphi(u', \mu), \qquad \theta(u, \mu) = \theta(u', \mu),$$

c'est-à-dire que φ et θ sont des seules fonctions de μ; et l'on aura, par suite,

$$\frac{du}{dt}=\left(1-\frac{u^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}\varphi(\mu), \tag{10}$$

$$\frac{d\mu}{dt}=\left(1-\frac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}\theta(\mu), \tag{11}$$

Les fonctions $\varphi(\mu)$ et $\theta(\mu)$ dépendent évidemment de la *direction* de la traction, direction définie par ses cosinus directeurs α, β. Dans le cas où, par exemple, on suppose la traction dirigée suivant Ox ($\alpha=1$, $\beta=0$) et le mouvement *rectiligne* suivant Ox ($\mu=0$), l'équation (10) devient

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\left(1-\frac{u^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}k. \tag{12}$$

Les équations du mouvement (10) et (11) sont rapportées au seul système S, le *système* S' *étant éliminé*. Or, dans S, l'axe Ox ne joue aucun rôle spécial. Par conséquent (10), (11) devraient comporter une invariance par rapport à une rotation des axes Ox, Oy.

Supposons en particulier le mouvement *rectiligne* et dirigé suivant OF, parallèlement à la traction, de sorte que $x=\alpha\rho$, $y=\beta\rho$. On doit avoir, par analogie avec (12),

$$\frac{d^2\rho}{dt^2}=\left[1-\frac{1}{C}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}k. \tag{13}$$

Mais

$$u=\alpha\frac{d\rho}{dt},\qquad \mu=\frac{\beta\dfrac{d\rho}{dt}}{\left[1-\dfrac{\alpha^2}{C}\left(\dfrac{d\rho}{dt}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}, \tag{14}$$

doivent aussi vérifier les équations (10) et (11), qui, supposant remplacé $d^2\rho/dt^2$, en fonction de $(d\rho/dt)^2$ par (13) et ensuite $(d\rho/dt)^2$ en fonction de μ par (14), donnent

$$\varphi(\mu)=\alpha k\left(1-\frac{\mu^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{15}$$

$$\theta(\mu)=k\left(1-\frac{\mu^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\beta^2+\frac{\mu^2\alpha^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

$$(\alpha^2+\beta^2=1).$$

On arrive ici à *une impossibilité* en contradiction avec l'isotropie supposée du système S. Si nous supposons en effet la traction dirigée suivant

Oy ($\alpha = 0$, $\beta = 1$) l'équation (10) montre que du/dt devrait être toujours nul, quelles que soient les conditions initiales; la vitesse, parallèlement à Ox, serait constante. Si, au contraire, nous supposons la traction dirigée suivant Ox ($\alpha = 1$, $\beta = 0$), la vitesse du point matériel, parallèlement à Oy, ainsi qu'il est facile de s'en rendre compte par les équations (10) et (11), ne saurait rester constante à moins d'être nulle. Il y a *dissymétrie* entre les directions Ox, Oy.

En définitive, le fait que nous avons supposé, pour résoudre le problème, une relativité suivant Ox a laissé subsister, même après élimination du système relatif auxiliaire S′, une dissymétrie résiduelle dans les résultats. Il y a là, semble-t-il, une difficulté sérieuse, pour le principe et les formules de relativité restreinte.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Contribution à la théorie des jets gazeux.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

Nous étudions dans cette Note quelques cas de mouvements plans d'un fluide compressible en faisant l'hypothèse simplificatrice que l'écart $|\vec{q} - \vec{q}_0|$, entre la vitesse $\vec{q}$ et une vitesse donnée $\vec{q}_0$, rapporté à la valeur q_0, est suffisamment faible pour qu'on puisse négliger dans les calculs les puissances supérieures à la première de la quantité $\varepsilon = (q - q_0)/q_0$ et celles de l'angle θ formé par les vecteurs $\vec{q}$ et $\vec{q}_0$. Nous admettrons aussi que le mouvement du fluide est permanent par rapport à un système d'axes, fixe dans l'espace ou animé d'un mouvement de translation uniforme. Nous supposerons enfin qu'en tout point du fluide le rapport de la vitesse q à la célérité c du son en ce point, est supérieure à l'unité; il en sera par conséquent de même pour le rapport q_0/c_0 où $c_0 = \gamma p_0/\rho_0$, p_0 et ρ_0 étant la pression et la densité en un point où la vitesse est égale à q_0.

En raison de ces conventions et si l'on choisit comme variables indépendantes le rapport ε et l'angle θ, les équations du mouvement [1] peuvent être simplifiées comme suit :

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta} = \frac{\partial a \psi_1}{\partial a \varepsilon}, \qquad \frac{\partial \varphi_1}{\partial a \varepsilon} = \frac{\partial a \psi_1}{\partial \theta}, \tag{1}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{q_0}{c_0}\right)^2 - 1}, \qquad \varphi_1 = \frac{\varphi}{h q_0}, \qquad \psi_1 = \frac{\psi}{h q_0},$$

[1] D. Riabouchinsky, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1217.

φ et ψ sont respectivement le potentiel des vitesses et la fonction de courant et h est un paramètre ayant la dimension d'une ligne.

Il résulte [1] des équations (1) que

$$(2)\quad \zeta=f(w)=f_1(\varphi_1, a\psi_1)+jf_2(\varphi_1, a\psi_1),\qquad \bar\zeta=f(\bar w)=f_1(\varphi_1, a\psi_1)-jf_2(\varphi_1, a\psi_1),$$
$$\zeta=\theta+ja\varepsilon,\qquad \bar\zeta=\theta-ja\varepsilon,\qquad w=\varphi_1+ja\psi_1,\qquad \bar w=\varphi_1-ja\psi_1,$$

j est un nombre complexe dont le carré est égal à l'unité, $j^2=1$. f est une fonction arbitraire et les fonctions conjuguées correspondantes, f_1 et f_2, sont des solutions de l'équation des cordes vibrantes. En égalant dans les équations (2) les parties réelles et les coefficients de j, on a

$$(3)\qquad \theta=f_1(\varphi_1, a\psi_1),\qquad a\varepsilon=f_2(\varphi_1, a\psi_1).$$

On obtient aussi, avec la même approximation, l'équation

$$(4)\qquad dz_1=(1-\varepsilon+i\theta)\,d\varphi_1+i(1+a^2\varepsilon+i\theta)\,d\psi_1,$$

où $hz_1=z=x+iy$, $i^2=-1$.

En appliquant une transformation signalée par S. Tchapliguine [2] et B. Demtchenko [3] et, en tenant compte de l'unité complexe j, on ramène l'équation (4) à la forme

$$dz_1=\frac{1}{2}\left(1+\frac{i}{ja}\right)(1+i\zeta)\,dw+\frac{1}{2}\left(1-\frac{i}{ja}\right)(1+i\bar\zeta)\,d\bar w.$$

En intégrant cette équation, en posant

$$(5)\qquad \int f(w)\,dw=\Phi_1+j\Phi_2,\qquad \int f(\bar w)\,d\bar w=\Phi_1-j\Phi_2,$$

et, en égalant les coefficients de i et les parties réelles, il vient

$$(6)\qquad x_1=\varphi_1-\frac{1}{a}\Phi_2(\varphi_1, a\psi_1)+c_1,\qquad y_1=\psi_1+\Phi_1(\varphi_1, a\psi_1)+c_2.$$

L'équation des pressions prend la forme

$$(7)\qquad p=p_0-\rho_0 q_0^2\varepsilon=p_0-\rho_0 q_0^2 a^{-1} f_2(\varphi_1, a\psi_1).$$

Discutons quelques applications de la théorie générale que nous venons

---

(1) D. Riabouchinsky, *Bulletin technique du Ministère de l'Air*, 67, 1930, p. 20-23.

(2) *Sur les jets gazeux* [*Œuvres*, 2, p. 81; *Annales scientifiques de l'Université de Moscou, Cl. Phys. Math.*, 21, 1904, p. 108, formules (94), Moscou (en russe)].

(3) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1219.

de développer. En posant

$$\theta + ja\varepsilon = A\sin(\varphi_1 + ja\psi_1), \tag{8}$$

on trouve respectivement, en appliquant les formules (3), (6) et (7),

$$\theta = A\sin\varphi_1\cos a\psi_1, \qquad a\frac{q-q_0}{q_0} = A\cos\varphi_1\sin a\psi_1, \tag{9}$$

$$x_1 = \varphi_1 - A a^{-1}\sin\varphi_1\sin a\psi_1, \qquad y_1 = \psi_1 - A\cos\varphi_1\cos a\psi_1 - a^{-1}\frac{\pi}{2}, \tag{10}$$

$$p = p_0 - a^{-1}\rho_0 q_0^2 A\cos\varphi_1\sin a\psi_1. \tag{11}$$

Dans les équations (10) les constantes c_1 et c_2 sont définies par les conditions ($x_1 = 0$, $\varphi_1 = 0$) et ($y_1 = 0$, $a\psi_1 = \pi/2$).

Il résulte des équations (9) que les lignes équipotentielles $\varphi_1 = (2n+1)\pi/2$ et les lignes de courant $a\psi_1 = n\pi$, où n est un nombre entier, sont des lignes d'égale vitesse et, par conséquent, d'égale pression. En communiquant à toute la masse fluide un mouvement d'ensemble $-\overleftarrow{q_0}$, on obtient de curieux systèmes de mouvements ondulatoires se propageant dans un gaz. Ces systèmes pourraient suggérer d'intéressantes analogies dans d'autres domaines de la physique.

En considérant les lignes de courant $a\psi_1 = 0$ et $a\psi_1 = \pi$ comme lignes de glissement, on obtient un jet libre limité par des surfaces ondulées. Cette théorie trouve une bonne confirmation dans les photographies et les spectres des jets gazeux.

En remplaçant la solution (8) par une solution plus générale

$$\theta + ja\varepsilon = \Sigma A_n \sin n(\varphi_1 + ja\psi_1),$$

on peut obtenir des surfaces d'égale pression de forme diverse, satisfaisant aux conditions aux limites imposées.

NOMINATIONS.

MM. **Émile Borel**, **Élie Cartan**, **Gaston Julia** sont désignés pour représenter l'Académie au *Congrès international des Mathématiciens* à Oslo, du 13 au 18 juillet 1936.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre non résidant en remplacement de M. *Victor Grignard* décédé.

Le nombre de votants étant 52,

M. Luc Picart	obtient	49	suffrages
M. Edmond Sergent	»	2	»
M. René Maire	»	1	»

M. **Luc Picart**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

M. **Maurice Nicloux** est élu Correspondant pour la Section de Chimie par 47 suffrages contre 2 à M. *Georges Denigès* et 1 à M. *Georges Chaudron.*

CORRESPONDANCE.

ARITHMÉTIQUE. — *Sur une propriété caractéristique de certains entiers algébriques.* Note de M. **Charles Pisot**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit ρ un entier algébrique réel, $\rho_1, \ldots, \rho_k$ ses conjugués. Nous supposons $|\rho| > 1$ et $|\rho_k| \leqq |\rho_{k-1}| \leqq \ldots \leqq |\rho_1| = \theta < 1$. La somme $\rho^n + \rho_1^n + \ldots + \rho_k^n$ est un entier a_n pour toute valeur de n. Or $|\rho_1^n + \ldots + \rho_k^n| \leqq k\theta^n$, donc $\rho^n = a_n + \varepsilon_n$ avec $|\varepsilon_n| \leqq k\theta^n$. La différence entre ρ^n et l'entier le plus voisin a_n tend vers 0 plus vite que le terme général d'une progression géométrique de raison $\theta < 1$.

Cette dernière propriété caractérise les entiers algébriques de la nature considérée. Soit en effet ρ le nombre réel, $|\rho| > 1$, a_n l'entier le plus voisin de ρ_n, et posons $\varepsilon_n = \rho_n - a_n$. Supposons qu'il existe une constante positive C et un nombre $\theta < 1$ tels que $|\varepsilon_n| \leqq C\theta^n$. La série

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n z^n - \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n z^n$$

converge autour de l'origine et représente une fonction qui n'a dans le cercle $|z| < 1/\theta$ d'autre singularité que le pôle $z = 1/\rho$. Comme le développement autour de l'origine est une série à coefficients entiers et que $1/\theta > 1$, il résulte d'un théorème de M. Borel ([1]) que la série représente une fraction rationnelle $P(z)/Q(z)$, $P(z)$ et $Q(z)$ étant deux polynomes à coefficients entiers. D'après un théorème de Fatou ([2]) $Q(0) = 1$. $1/\rho$ est racine de $Q(z)$ donc ρ est entier algébrique. D'ailleurs $Q(z)$ est irréductible. Les autres racines $1/\rho_1, \ldots, 1/\rho_k$ de $Q(z)$ sont en effet en module au moins égales à $1/\theta > 1$. Si l'on avait $Q(z) = Q_1(z) Q_2(z)$, alors $Q_1(0) = 1$, $Q_2(0) = 1$ et le produit des inverses des racines de l'un de ces polynomes serait en valeur absolue inférieur à 1.

Cette même démonstration s'applique, avec de légères modifications, au cas d'un nombre ρ complexe, a_n étant un entier du corps de Gauss.

La valeur de θ permet de limiter le degré du nombre ρ. En effet,

$$1 \leqq |\rho\rho_1 \ldots \rho_k| \leqq |\rho| \theta^k \qquad \text{donc} \quad k \leqq \frac{L|\rho|}{L\frac{1}{\theta}}.$$

Ainsi, si $\theta < 1/|\rho|$, ρ est entier rationnel (ou complexe).

On peut d'ailleurs montrer que dans tout corps algébrique il existe des entiers (même en nombre infini) possédant la propriété étudiée. Il en résulte qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre α soit algébrique est l'existence d'un polynome $H(\alpha)$ à coefficients entiers tel que $|[H(\alpha)]^n - a_n| \leqq C\theta^n$, $\theta < 1$, a_n étant l'entier le plus voisin de $[H(\alpha)]^n$.

La même méthode s'applique également à la question suivante : Soit $F(x)$ un polynome en x tel que pour toute valeur entière n de la variable on ait $|F(n) - a_n| \leqq C\theta^n$, a_n étant l'entier le plus voisin de $F(n)$, C et θ des constantes positives avec $\theta < 1$. Alors $F(x)$ prend des valeurs entières pour toute valeur entière de x et est de la forme

$$F(x) = \frac{b_0}{k!} x(x+1)\ldots(x+k-1) + \frac{b_1}{(k-1)!} x(x+1)\ldots(x+k-2) + \ldots + \frac{b_{k-1}}{1!} x + b_k,$$

$b_0, b_1, \ldots, b_k$ étant des entiers.

En effet la série $\sum_{n=0}^{\infty} F(n) z^n$ représente une fraction rationnelle ayant un

([1]) *Bulletin des sciences mathématiques*, **18**, 1894, p. 22.

([2]) *Acta matematica*, **30**, 1906, p. 368.

pôle multiple en $z = 1$. La série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ représente encore une fonction qui dans le cercle $|z| < 1/\theta$ n'a que des pôles, donc est une fraction rationnelle $P(z)/Q(z)$, $P(z)$ et $Q(z)$ étant deux polynomes à coefficients entiers. Comme $P(z)/Q(z)$ n'a pas de pôle dans le cercle $|z| < 1$, tous ses pôles ont pour module 1, donc ce sont ceux de la fraction rationnelle représentée par $\sum_{n=0}^{\infty} F(n) z^n$, et l'on a $Q(z) = (1-z)^{k+1}$. Donc

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n = \frac{P(z)}{(1-z)^{k+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} F(n) z^n.$$

On en déduit la proposition énoncée.

Dans le même ordre d'idée, désignons par a_n la partie entière de la fonction $f(n)$. Le théorème de Pólya-Carlson permet de montrer que la série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ représente une fonction qui ne peut être prolongée au delà du cercle $|z| = 1$:

1° si $f(n) = \alpha^n$, α étant distinct d'un entier algébrique de la catégorie étudiée;

2° si $f(n)$ est un polynome en n ayant au moins un coefficient irrationnel distinct du terme constant (¹).

ALGÈBRE. — *Sur les transformations qui n'augmentent pas le nombre des variations du signe.* Note (²) de M. **Th. Motzkin**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Le rôle est bien connu que joue le nombre $v(x)$ des variations du signe d'un système fini $x = x_1, x_2, \ldots, x_m$ de nombres réels dans les travaux de Laguerre qui généralisent le théorème de Descartes. MM. Fekete et Pólya ont étudié (³) le changement que subit $v(x)$, si la séquence x est soumise à une transformation linéaire et homogène

$$xA = y = y_1, y_2, \ldots, y_n, \qquad A = (a_{ik}),$$

où le rang de la matrice A de m lignes et n colonnes soit égal à r.

(¹) Pour le cas $f(n) = \theta n$ voir Hecke, *Abh. math. Semin. Hamburg. Univ.*, 1, 1922, p. 54.

(²) Séance du 24 février 1936.

(³) *Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo*, 34, 1912, p. 89-120.

M. Schoenberg a cherché à déterminer les matrices A pour lesquelles on a toujours $v(y) \leqq v(x)$ et il y a réussi [1] pour le cas particulier $m = r$. Nous donnons ici la solution générale du problème (au n° 5) qui ne présuppose que la connaissance des signes des mineurs de A. La démonstration, dont nous allons donner une brève esquisse, consistera donc dans une étude de ces signes. Le lemme III aura peut-être un intérêt intrinsèque.

2. Pour $v(x) = 0$, $v(y) \leqq v(x)$ nous donne $v(y) = 0$. Choisissant tous les $x_i = 0$, excepté un seul, on voit que chaque ligne de A se compose de nombres d'un même signe. Choisissant ensuite tous les $x_i = 0$, excepté deux d'entre eux, on voit aisément que deux lignes non proportionnelles doivent avoir le même signe, d'où :

Lemme I. — *Les matrices* A *pour lesquelles* $v(x) = 0$ *entraîne* $v(xA) = 0$ *sont :* 1° *celles dont tous les éléments ont un même signe*; 2° *celles dont les lignes sont proportionnelles et consistent chacune d'éléments d'un signe fixe.*

3. Pour $r = m = n$, $v(y) \leqq v(x)$ et $v(y) = r - 1$ entraînent $v(x) = r - 1$; la transformation inverse de A fournit donc, après que ses éléments sont multipliés alternativement par 1 et -1, une des matrices du lemme I, et comme son rang est aussi égal à r, elle doit appartenir au cas 1°. C'est-à-dire que les mineurs du degré $r - 1$ de A ont tous le même signe.

Pour $r = m = n - 1$, $v(y) \leqq v(x)$ a pour conséquence $v(y) < r$; $v(y) = r$ doit donc être exclu par la résolubilité de $y = xA$. Comme cette dernière condition pour y peut être remplacée par l'équation linéaire et homogène dont les coefficients sont les mineurs du degré r de A, multipliés alternativement par 1 et -1, il s'ensuit facilement que tous ces mineurs doivent avoir le même signe.

4. Désignons maintenant par A_i la matrice formée par i colonnes arbitraires, linéairement indépendantes, de A, et par A_{ii} un mineur du degré i, de A, dont le déterminant est différent de zéro. Nous appellerons *voisins* deux tels $A_i(A_{ii})$, si : 1° pour $i < r$, ils forment partie du même $A_{i+1}(A_{i+1\,i+1})$; 2° pour $i = r$, ils ne diffèrent que par une ligne ou une colonne. Nous avons, pour des matrices tout à fait générales, le

Lemme II (III). — *Deux* A_i (A_{ii}) *arbitraires se laissent joindre par une chaîne de* $A_i(A_{ii})$ *voisins.*

Le lemme II peut être démontré par induction par rapport au nombre des colonnes communes au deux A_i. Le lemme III est obtenu en appliquant deux fois le lemme II. Faisant cela pour $i = r$, il est cependant possible

[1] *Mathem. Zeitschr.*, 32, 1930, p. 321-328.

qu'on ne parvienne que jusqu'à deux A_{ii}, D_1 et D_2, qui diffèrent par une ligne *et* une colonne. Soient alors D_{12} et D_{21} les deux autres mineurs formés par l'intersection des lignes et colonnes de D_1 et D_2; comme on sait, nous avons $|D_1|:|D_{12}|=|D_{21}|:|D_2|$ et, par conséquence, $|D_{12}|\neq 0$. D_{12} est donc un A_{11} et peut être intercalé entre ses deux voisins D_1 et D_2.

5. En combinant le lemme III avec la première partie du n° 3, et en tenant compte de ce que la relation $v(y)\leqq v(x)$, valable pour A, subsiste pour chaque matrice formée d'une partie des lignes et des colonnes de A, nous voyons que, pour chaque $i<r$, les A_{ii} ont tous le même signe. Pour $i=r$, l'identité des signes est assurée par la fin du n° 3 seulement pour des A_{ii} qui sont situés dans les mêmes lignes de A. Cela suggère le

Théorème. — *Les deux propriétés d'une matrice rectangulaire : 1° pour chaque x, on a $v(x\mathrm{A})\leqq v(x)$; 2° le signe d'un mineur du degré i de* A *dépend, pour $i<r$, seulement de i, et pour $i=r$, seulement de la combinaison de r lignes de* A *qui contient le mineur — sont équivalentes.*

Il nous reste à considérer la deuxième hypothèse, afin de reconnaître la première comme une de ses conséquences.

6. Remarquons d'abord que l'hypothèse 2° de notre théorème est équivalente à la supposition que A avec toutes ses dérivées (les matrices formées, dans un certain ordre, de tous les mineurs du même degré de A) obéissent aux conditions du lemme I. Mais cette supposition est évidemment vraie pour un produit BA, si elle est vraie pour ses facteurs B et A. Prenant pour B la matrice unité avec une colonne écrite deux fois, on en conclut que l'hypothèse 2° subsiste après que deux lignes consécutives de A ont été remplacées par leur somme.

7. Ensuite nous aurons besoin du

Lemme IV. — *Sous l'hypothèse 2° du théorème du n° 5, on a $n=r$, s'il existe un x avec $v(x\mathrm{A})=n-1$, $n>1$, ou avec $x\mathrm{A}\neq 0$, $n=1$.*

Comme la proposition est triviale pour $n=1$, nous pouvons supposer qu'elle soit valable pour la matrice formée des $n-1$ premières colonnes de A; par conséquence, on a $r=n$ ou $r=n-1$. Mais dans le dernier cas, A contiendrait $n-1$ lignes dont les autres seraient des combinaisons linéaires. Pour la matrice B formée de ces lignes, et pour un x quelconque, on aurait $\begin{vmatrix} \mathrm{B} \\ x\mathrm{A} \end{vmatrix}=0$, ce que donnerait $v(x\mathrm{A})<n-1$, en vertu de la supposition que les mineurs du degré $n-1$ de B, dont l'un au moins est différent de zéro, ont tous le même signe.

8. Enfin si l'on a $y=x\mathrm{A}$ pour un A qui satisfait à l'hypothèse 2°, ni

cette propriété, ni $v(x)$ ou $v(y)$ ne seront changés après qu'on aura omis les éléments de y qui ne donnent lieu à aucun changement de signe (ainsi que les colonnes correspondantes de A) et qu'on aura remplacé les éléments consécutifs du même signe de x par leur somme (avec une transformation correspondante de A) (voir le n° 6). Supposant cela fait d'avance, nous obtenons de $v(x) = m - 1$, $v(y) = n - 1$, en vertu du lemme IV, $n = r \leqq m$, donc $v(y) \leqq v(x)$. C. Q. F. D.

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines suites de Laplace.*
Note de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Appelons avec C. Guichard réseau O un réseau orthogonal de l'espace à n dimensions, et réseau pO la projection, sur cet espace, d'un réseau O de l'espace à $n+p-1$ dimensions. Une congruence est O ou pO si elle est orthogonale a un réseau O ou pO [1].

Envisageons, dans l'espace à trois dimensions, un réseau $R(u, v)$ dont les deux transformés de Laplace, M dans le sens v [de v vers u] et N dans le sens u sont O (il existe de tels réseaux). En transformant M dans le sens v et N dans le sens u on obtient les réseaux successifs M_1, M_2, M_3, ...; N_1, N_2, N_3, ... Soient C et Γ le premier et le deuxième foyer de la congruence des normales au réseau M [à la surface qui porte le réseau]. Δ et D les foyers de même rang de la congruence des normales à N; les deux congruences (CΓ) et (ΔD) sont O.

Désignons par C_1, ..., C_n, ..., les réseaux déduits du premier réseau focal C de la congruence (CΓ) par la méthode de Laplace, en allant de v vers u; par Γ_1, ..., Γ_n, ... les transformés du deuxième réseau focal Γ dans le sens u. De même, soient $\Delta_1, \ldots, \Delta_n, \ldots$ les réseaux déduits de Δ par des transformations successives de Laplace dans le sens v, et D_1, ..., D_n, ... les transformées de D dans le sens u.

Si nous posons $M_0 \equiv M$, $N_0 \equiv N$, et si nous nous reportons aux lois d'orthogonalité de C. Guichard [1], nous voyons que C [premier réseau focal de la congruence (CΓ)] est orthogonal à (MR) [première congruence focale du réseau (M)]; de même :

Le réseau C_1 est orthogonal à la congruence (RN_0),
» C_2 » $(N_0 N_1)$,
» C_n » $(N_{n-2} N_{n-1})$.

(1) *Théorie des réseaux* (*Mémorial des Sc. math.*, n° 74).

Toujours d'après les lois d'orthogonalité :

La congruence	(CC_1)	est orthogonale au réseau		R,
»	(C_1C_2)		»	N_0,
»	(C_nC_{n+1})		»	N_{n-1}.

Pour la même raison, le réseau Γ_n est orthogonal à la congruence (M_nM_{n+1}) et la congruence $(\Gamma_{n-1}\Gamma_n)$ au réseau M_n. Aux relations précédentes il convient d'ajouter celles qu'on obtient en remplaçant chaque lettre M par la lettre N de même indice, chaque lettre C par la lettre D de même indice et chaque lettre Γ par la lettre Δ de même indice.

En outre, on constate que les congruences (CC_1), ..., $(C_{n-1}C_n)$ sont conjuguées aux réseaux M_1, ..., M_n, et que la congruence $(\Gamma_n\Gamma_{n+1})$ est conjuguée au réseau N_{n-1}, ces relations subsistant après le changement de lettres indiqué.

Nous pouvons résumer les résultats qui précèdent dans deux tableaux T_1 et T_2; la première ligne de T_1 (ou T_2) contient les éléments successifs d'une suite de congruences; les deuxièmes lignes contiennent des réseaux orthogonaux aux congruences des premières, et les troisièmes des réseaux conjugués à ces mêmes congruences; enfin, trois éléments correspondants quelconques sont situés dans une même colonne verticale.

T_1	...	$\Gamma_{n-1}\Gamma_n$	...	$\Gamma_3\Gamma_2$	$\Gamma_2\Gamma_1$	$\Gamma_1\Gamma$	ΓC	CC_1	C_1C_2	...	C_nC_{n+1}	...
	...	M_n	...	M_3	M_2	M_1	M_0	R	N_0	...	N_{n-1}	...
	...	N_{n-2}	...	N_1	N_0	R	M_0	M_1	M_2	...	M_{n+1}	...
T_2	...	$\Delta_{n-1}\Delta_n$	...	$\Delta_3\Delta_2$	$\Delta_2\Delta_1$	$\Delta_1\Delta$	ΔD	DD_1	D_1D_2	...	D_nD_{n+1}	...
	...	N_n	...	N_3	N_2	N_1	N_0	R	M_0	...	M_{n-1}	...
	...	M_{n-2}	...	M_1	M_0	R	N_0	N_1	N_2	...	N_{n+1}	...

La congruenee (C_1C_2), orthogonale au réseau $N_0 \equiv N$ qui est O, est aussi O; (C_1C_2) est conjuguée au réseau M_2 (voir T_1); il en résulte (Guichard) que le réseau M_2, conjugué à une congruence O, est (en général) 2O. Le tableau T_2 montre de même que le réseau N_2 est en général 2O.

De même, (C_3C_4) est orthogonale à N_2 (voir T_1); elle est donc en général 2O et, comme elle est conjuguée à M_4 (voir T_1), ce dernier réseau est 3O. Par raison de symétrie N_4 est 3O. En continuant on est conduit au résultat suivant. :

Si R *est tel que ses transformés dans les deux sens* (M *et* N) *sont* O, *ses transformés successifs dans les deux sens sont en général, de deux en deux, à partir de* M *et* N, *respectivement* 2O, 3O, ..., *n*O, ...

2. Envisageons la suite de Laplace formée par les réseaux

$$\ldots,\quad M_2,\quad M_1,\quad M \equiv M_0,\quad R,\quad N \equiv N_0,\quad N_1,\quad N_2,\quad \ldots,$$

où M et N sont O, et la suite de congruences orthogonales que T_1 lui associe. Cherchons ce qu'il faut pour que M_2, en général 2O, *soit simplement* O. M_2 sera O si $(\Gamma_1\Gamma_2)$ est O au lieu de 2O. Or $(\Gamma_1\Gamma_2)$ est conjuguée à N (voir T_1); si elle est O c'est la congruence (ΔD) des normales à N; cela exige que Δ soit confondu avec Γ_1 et D avec Γ_2; alors $(D_1 D_2)$ coïncide avec $(\Gamma_3\Gamma_4)$. $(D_1 D_2)$, orthogonale à $M \equiv M_0$, est O, $(\Gamma_3\Gamma_4)$ l'est donc aussi; mais, d'après T_1, M_4 est orthogonal à $(\Gamma_3\Gamma_4)$; M_4 est donc O et par suite :

Si dans une suite de Laplace de réseaux (ou de congruences) les éléments de rangs p, $p+2$, $p+4$ sont O, *tous les éléments sont* O *de deux en deux.*

Nous citerons, comme suites du type précédent, celles issues des réseaux minima de la géométrie non euclidienne obtenue en prenant une sphère pour quadrique fondamentale.

3. Les résultats précédents seront généralisés dans un travail ultérieur. Nous nous bornerons ici aux indications suivantes. Il existe des suites de Laplace dans lesquelles deux éléments A, B dont les rangs diffèrent d'un entier quelconque k, sont O. Ces suites jouissent de la propriété que *si l'on prend les éléments de k en k, à partir de* A *dans le sens* BA (*ou de* B *dans le sens* AB), *les éléments successifs sont* 2O, 3O, ..., pO, ...

Si l'on cherche les suites dont les éléments sont O de k en k, on trouve que le problème est, et n'est possible que si $k > 1$; *il suffit alors que les éléments de rangs p, $p+k$, $p+2k$ soient* O *pour que tous les éléments soient* O *de k en k.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme de domaines plans.* Note [1] de MM. **Alfred Rosenblatt** et **Stanislaw Turski.**

1. On doit à M. E. Picard [2] le théorème important suivant : *Supposons donnée une fonction analytique $f(z)$ régulière dans un domaine* D *limité par une courbe simple fermée de Jordan* C *et continue dans* D + C. *Si $f(z)$ représente* C *biunivoquement d'une manière continue sur une courbe simple fermée de Jordan* C' *limitant le domaine* D' *alors cette fonction représente conformément* D *sur* D'.

[1] Séance du 9 mars 1936.

[2] *Traité d'Analyse*, 2, 2e édition, 1905, p. 309.

M. L. Kantorovitch [1], en se basant sur le théorème de M. Picard, a donné la méthode suivante pour représenter conformément sur le cercle unité Δ du plan ζ de circonférence Γ des domaines voisins d'un domaine dont on connaît la représentation. Soit

$$z = \Phi(\zeta, \lambda) \tag{1}$$

une fonction analytique régulière au voisinage de $\lambda = 0$ et de $|\zeta| = 1$. $\Phi(e^{it}, 0)$ est donné comme développement suivant les puissances positives de e^{it} et $\Phi(e^{it}, \lambda)$ suivant les puissances positives et négatives de e^{it}. M. Kantorovitch cherche un développement

$$t = \Theta + \sum_{1}^{\infty} \lambda^i \varphi_i(\Theta), \tag{2}$$

les φ_i étant périodiques de période 2π de manière que le nouveau développement de z ne contienne que les puissances positives de $e^{i\Theta}$.

2. Appliquons cette méthode au cas où l'on a $\Phi(\zeta, 0) = \zeta = e^{it}$ et où les courbes voisines C_λ s'obtiennent par le déplacement δ_n normal compté positivement vers l'extérieur

$$\delta_n = \frac{\lambda}{2}\left(\sum_{0}^{\infty} \gamma_n e^{int} + \sum_{0}^{\infty} \bar{\gamma}_n e^{-int}\right), \tag{3}$$

les séries représentant des fonctions analytiques. On trouve

$$z = e^{i\Theta} + \lambda\left[\frac{1}{2} e^{i\Theta}(\gamma_0 + \bar{\gamma}_0) + \sum_{1}^{\infty} \gamma_n e^{i(n+1)\Theta}\right] + \lambda^2(\ldots) + \ldots. \tag{4}$$

En posant $Z = e^{i\Theta}$ on trouve le développement

$$Z = z - \lambda z\left[\frac{\gamma_0 + \bar{\gamma}_0}{2} + \sum_{1}^{\infty} \gamma_n z^n\right] + \lambda^2(\ldots) + \ldots = \varphi(z, \lambda). \tag{5}$$

La fonction $f_A(z, \lambda)$ qui représente D_λ sur le cercle Δ de manière que $z = z_A$ soit transformé en $Z = 0$ et que $df_A(z, \lambda)/dz$ soit réel pour $z = z_A$ est

$$f_A(z, \lambda) = \Psi(z, \lambda)\sqrt{\frac{\overline{\Psi'(z_A, \lambda)}}{\Psi'(z_A, \lambda)}}, \tag{6}$$

[1] *Matematitcheskij Sbornik*, 40, III, 1933, p. 294-324.

où l'on a

$$\Psi(z, \lambda) = \frac{\varphi(z, \lambda) - \varphi(z_A, \lambda)}{\varphi(z, \lambda)\overline{\varphi(z_A, \lambda)} - 1}. \tag{7}$$

3. M. G. Julia [1] a obtenu, au moyen des considérations infinitésimales, la variation de la fonction $f_A(z) = f_A(z, 0)$ exprimée par une intégrale suivant le contour C. Cette variation au point z_B est donnée par

$$\frac{\delta f_A(B)}{f_A(B)} = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f_A(B) + f_A(z)}{f_A(B) - f_A(z)} \left[\frac{f'_A(z)}{f_A(z)}\right]^2 \delta z \, dz. \tag{8}$$

Dans notre cas C est le cercle unité

$$\delta z = \frac{\lambda}{2} z \left[\sum_0^\infty \gamma_n z^n + \sum_0^\infty \overline{\gamma_n z^n}\right],$$

et le membre à droite donne

$$\begin{aligned}\frac{\lambda}{2}\Bigg\{ & \sum_0^\infty (n+1)\gamma_n z_A^n - \sum_0^\infty (n+1)\bar{\gamma}_n \bar{z}_A^n - \frac{2(1 - z_A\bar{z}_A)}{(z_B - z_A)(1 - z_B\bar{z}_A)} \sum_0^\infty \gamma_n z_B^{n+1} \\ & + \frac{2\sum_0^\infty \gamma_n z_A^{n+1}}{z_B - z_A} + \frac{2 z_B \sum_0^\infty \bar{\gamma}_n \bar{z}_A^{n+1}}{z_B\bar{z}_A - 1}\Bigg\}.\end{aligned} \tag{9}$$

D'autre part en calculant

$$\lambda \frac{\partial \log f_A(z_B, \lambda)}{\partial \lambda}\bigg|_{\lambda=0} = \frac{\partial f_A(B)}{f_A(B)}, \tag{10}$$

au moyen de (5), (6), (7) on parvient à la même expression (9).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation intégrale de première espèce.* Note [2] de M. **W. Sternberg**, présentée par M. Élie Cartan.

L'équation intégrale de première espèce

$$\int_a^b K(x, \xi)\varphi(\xi)\,d\xi = f(x) \qquad [c \leqq x \leqq d] \tag{1}$$

où $K(x, \xi)$ et $f(x)$ sont des fonctions données, $\varphi(\xi)$ la fonction cherchée,

---

(1) *Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, 39, 1922, p. 1-28.

(2) Séance du 9 mars 1936.

a été étudiée maintes fois [1]. La plupart des auteurs emploient les fonctions fondamentales du noyau $K(x, \xi)$, qui n'est pas d'ailleurs nécessairement symétrique. M. Ch. H. Müntz [2] a, par contre, indiqué des conditions de solution de (1) sans l'aide de ces fonctions fondamentales.

J'expose dans cette Note une nouvelle méthode, qui, elle non plus, n'emploie pas les fonctions fondamentales. L'équation (1) est réduite à un système d'une infinité d'équations linéaires, comme l'a fait M. Hilbert pour les équations intégrales de deuxième espèce.

Soient $K(x, \xi)$ et $f(x)$ à carré intégrable (dans le sens de M. Lebesgue).

Soit $\Phi_n(\xi)$ $(n=1, 2, \ldots)$, respectivement $\psi_m(x)$ $(m=1, 2, \ldots)$ un système *complet* de fonctions orthogonales normalisées dans l'intervalle $a, \ldots, b$, respectivement $c, \ldots, d$. Si $\varphi(\xi)$ est une solution [3] de (1) et si l'on pose

$$(2) \qquad \int_a^b \varphi(\xi)\,\Phi_n(\xi)\,d\xi = c_n, \qquad \int_a^b K(x, \xi)\,\Phi_n(\xi)\,d\xi = k_n(x),$$

on aura la *relation d'intégrité*

$$(3) \qquad \int_a^b \varphi(\xi)\,K(x, \xi)\,d\xi = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\,k_n(x),$$

et la somme du second membre est uniformément et absolument convergente pour $c \leq x \leq d$. L'équation (1) prendra la forme

$$(4) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} c_n\,k_n(x) = f(x).$$

En multipliant par $\Psi_m(x)$ $(m = 1, 2, \ldots)$ et intégrant, on aura

$$(5) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} c_n = b_m \qquad (m = 1, 2, \ldots).$$

On a ici

$$(6) \qquad \begin{cases} \displaystyle\int_c^d f(x)\,\Psi_m(x)\,dx = b_m, \\ \displaystyle\int_c^d k_n(x)\,\Psi_m(x)\,dx = \int_a^b \int_c^d K(x, \xi)\,\Phi_n(\xi)\,\Psi_m(x)\,d\xi\,dx = a_{mn}, \end{cases}$$

---

[1] Voir ÉMILE PICARD, *Pal. Rend.*, 29, 1910, p. 79-97. Puis, PASCAL, *Repertorium*, 2e édition I_3, Chap. XXIV, § 3, p. 1269.

[2] *Math. Ann.*, 86, 1922, p. 139-149.

[3] Il s'agit ici et dans ce qui suit des solutions à carré intégrable.

et

$$\Sigma c_n^2 = \int_a^b \varphi^2(\xi)\, d\xi \tag{7}$$

est une série convergente.

Réciproquement, si le système (5) a une solution $c_n (n = 1, 2, \ldots)$ avec une somme de carrés convergente, il existe, d'après le théorème de Riesz-Fischer, une fonction $\varphi(\xi)$ à carré intégrable qui a les c_n pour coefficients de Fourier relatifs aux $\Phi_n(\xi)$. L'intégrale

$$\int_a^b K(x, \xi)\, \varphi(\xi)\, d\xi$$

construite avec cette fonction $\varphi(\xi)$ aura, à cause de (3) et (6), les coefficients de Fourier $\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} c_n$ pour $m = 1, 2, \ldots$, relatifs aux $\Psi_m(x)$, qui coïncident avec les coefficients b_m de $f(x)$, à cause de (5). (1) est donc valable à l'exclusion tout au plus d'un ensemble de mesure 0, c'est-à-dire que $\varphi(\xi)$ est une solution de (1). Il suffit donc d'examiner sous quelles conditions (5) a des solutions c_n avec une somme de carrés convergente. Il est évident que $\Sigma b_m^2 = \int f^2(x)\, dx$ et l'on démontre facilement que $\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2$ converge pour tout m. On peut donc employer pour (5) la méthode de E. Schmidt [1]. On introduit les vecteurs $\mathfrak{a}_m$ et γ avec les composantes $a_{m1}, a_{m2}, \ldots$, et $c_1, c_2, \ldots$, et l'on écrit (5) sous forme de

$$(\mathfrak{a}_m \gamma) = b_m, \tag{8}$$

le premier membre étant *produit intérieur*. On transforme les $\mathfrak{a}_m$ en un système de vecteurs orthogonaux normalisés $\mathfrak{p}_m$ et (8) devient équivalent à

$$(\mathfrak{p}_m \gamma) = e_m, \tag{9}$$

et les e_m dépendent de b_m de la même manière linéaire et homogène que les $\mathfrak{p}_m$ dépendent de $\mathfrak{a}_m$. Si les $\mathfrak{a}_m$ ne sont pas linéairement indépendants, le passage aux vecteurs orthogonaux introduira des vecteurs nuls. On doit donc exiger premièrement que chaque fois qu'on aura un vecteur nul le premier membre de l'équation s'annule lui aussi. Deuxièmement, il faut

---

[1] Voir par exemple G. Kowalewski, *Einführung in die Determinantentheorie*, Leipzig, 1909, § 164 et suivants.

que la somme Σe_m^2 soit convergente. Sous ces deux conditions, qui sont remplies dans le cas homogène ($f[x] \equiv 0$, donc tous les $b_m = 0$ et tous les $e_m = 0$), on aura des solutions de (9), (8) et de (1). Si les $\mathfrak{p}_m$ constituent un système *complet* de vecteurs, il existe une seule solution de (9) et de (1) [donc dans le cas homogène la solution triviale $\varphi(\xi) = 0$, seulement]. Dans le cas contraire, on aura plusieurs solutions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctionnelles rationnelles* (1). Note de MM. **Stanislaw Mazur** et **Wladyslaw Orlicz**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans la suite x désigne un élément variable d'un espace X du type $(\mathcal{F})$. Nous considérons d'abord des opérations à valeurs réelles. Une fonctionnelle $\mathcal{F}(x)$ définie dans un ensemble $\mathcal{R} \subset X$ est dite *de degré* (p, q) s'il existe deux fonctionnelles $\mathfrak{T}(x)$, $\mathfrak{Q}(x)$ de degré p respectivement q, premières entre elles, de manière que $\mathcal{F}(x) = \mathfrak{T}(x)/\mathfrak{Q}(x)$ pour $x \in \mathcal{R}$. Lorsque $\mathfrak{T}(x)$, $\mathfrak{Q}(x)$ sont continues, c'est-à-dire des polynomes, nous dirons que $\mathcal{F}(x)$ est une *fonctionnelle rationnelle* de degré (p, q) dans $\mathcal{R}$.

Supposons que l'ensemble $\mathcal{R}$ jouisse de la propriété $(\mathfrak{S})$ que voici : si $x_0, h_0 \in \mathcal{R}$, alors pour tout t réel, exception faite d'un nombre fini de valeurs, on a $x_0 + th_0 \in \mathcal{R}$. Dans cette hypothèse on peut énoncer les théorèmes suivants :

1. *Si $\mathcal{F}(x)$ est une fonctionnelle définie dans $\mathcal{R}$ telle qu'à tout couple d'éléments $x_0, h_0 \in \mathcal{R}$ on puisse faire correspondre deux systèmes de nombres réels $a_0, a_1, \ldots, a_p$ et $b_0, b_1, \ldots, b_q$ $(p \leq p_0;\ q \leq q_0)$ de manière que*

$$\mathcal{F}(x_0 + th_0) = \frac{a_0 t^p + a_1 t^{p-1} + \ldots + a_p}{b_0 t^q + b_1 t^{q-1} + \ldots + b_q},$$

pour tout t rationnel à l'exception d'un nombre fini de valeurs, alors $\mathcal{F}(x)$ est une fonctionnelle de degré $(\bar{p}, \bar{q})$ où $\bar{p} \leq p_0$, $\bar{q} \leq q_0$.

2. *Soit $\mathcal{F}(x)$ une fonctionnelle définie dans $\mathcal{R}$, $\mathcal{F}(x) = \mathfrak{T}(x)/\mathfrak{Q}(x)$, où $\mathfrak{T}(x)$, $\mathfrak{Q}(x)$ désignent des fonctionnelles de degré p respectivement q, premières entre elles. Si $\mathcal{F}(x)$ est continue dans l'ensemble $\mathcal{R} - \mathcal{E}$, $\mathcal{E}$ étant de première catégorie, alors les fonctionnelles $\mathfrak{T}(x)$, $\mathfrak{Q}(x)$ sont continues.*

---

(1) Voir S. Mazur und W. Orlicz, *Stud. Math.*, 5, 1934, p. 50-68 et p. 179-189; S. Mazur et W. Orlicz, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 621-623.

Nous passons maintenant au cas plus général où les valeurs assumées par l'opération $\mathcal{F}(x)$ appartiennent à un espace Y du type $(\mathcal{B})$. L'opération $\mathcal{F}(x)$ est alors dite de degré au plus (p, q) dans l'ensemble $\mathcal{R} \subset X$, si la fonctionnelle $\Phi[\mathcal{F}(x)]$ est au plus de degré (p, q) dans $\mathcal{R}$, quelle que soit la fonctionnelle linéaire $\Phi(y)$ définie dans Y. Si l'opération $\mathcal{F}(x)$ est continue, elle sera dite une opération rationnelle de degré $\leqq(p, q)$. Remarquons que pour que l'opération $\mathcal{F}(x)$ soit de degré $\leqq m$ (respectivement un polynome de degré $\leqq m$) il faut et il suffit que, $\Phi(y)$ étant une fonctionnelle linéaire quelconque, l'opération $\Phi[\mathcal{F}(x)]$ soit de degré $\leqq m$ (respectivement un polynome de degré $\leqq m$).

3. *Si $\mathcal{F}(x)$ est une opération (respectivement une opération rationnelle) de degré au plus (p, q), alors il existe une opération (respectivement un polynome) $\mathcal{V}(x)$ de degré $\leqq p$ est une fonctionnelle (respectivement une fonctionnelle continue) $v(x)$ de degré $\leqq q$ de manière que $\mathcal{F}(x) = \mathcal{V}(x)/v(x)$ pour $x \in \mathcal{R}$.*

Les définitions et théorèmes précédents s'étendent au cas de plusieurs variables; on regardera l'opération $\mathcal{F}(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ comme une opération d'une seule variable $x = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$.

4. *Si $\mathcal{F}(x_1, x_2)$ est une opération (respectivement une opération rationnelle) de dégré $\leqq(p, q)$ par rapport à chacune des variables x_1, x_2, définie pour $x_1 \in \mathcal{R}_1$, $x_2 \in \mathcal{R}_2$, où les ensembles $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ jouissent de la propriété $(\mathcal{S})$, alors $\mathcal{F}(x_1, x_2)$ est une opération (respectivement une opération rationnelle) de degré $\leqq(p, q)$ par rapport à l'ensemble des variables x_1, x_2.*

5. *Si $\mathcal{F}(x_1, x_2)$ est une opération (respectivement une opération rationnelle) de degré $\leqq(p, q)$ par rapport à x_1 et une opération (respectivement un polynome) de degré $\leqq m$ par rapport à x_2, définie pour $x_1 \in \mathcal{R}$ et x_2 quelconque, alors il existe une opération (respectivement un polynome) $v(x_1, x_2)$ de degré $\leqq p+m$ et une fonctionnelle (respectivement une fonctionnelle continue) $v(x_1)$ de degré $\leqq q$, de manière que $\mathcal{F}(x_1, x_2) = \mathcal{V}(x_1, x_2)/v(x_1)$ pour $x_1 \in \mathcal{R}$ et x_2 quelconque.*

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les groupes homographiques.*

Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous dirons qu'un polygone générateur P d'un groupe fuchsien G est *canonique* s'il ne contient pas de sommet adventice, à moins que tous les sommets de P ne soient adventices et n'appartiennent à un même cycle.

Je ne crois pas qu'on ait signalé la *possibilité de modifier tout système de polygones générateurs de manière à le rendre canonique*. Le réseau R des sommets se répartit en ensembles G(A), G(B), ... Si G(A) a k points sur P, et si la somme des angles de leur cycle est $2\pi/p$, A appartient à kp polygones P. A est *adventice* si $p = 1$. Supposons alors $R > G(A)$. Nous voulons montrer la possibilité de faire disparaître G(A) de R.

Si $k = 2$, soient A et A′ les deux sommets de G(A) situés sur P, avec $A < \pi$, $A' = 2\pi - A > \pi$. Deux côtés BA, AC se rejoignent en A. Une substitution S change BA, AC en B′A′, A′C′, côtés de P. Si le pseudo-triangle BAC contient des points de R, séparons-les de A par un pseudo-polygone de Puiseux $BM_1M_2\ldots M_{n-1}C$ dont la convexité affronte A et dont les sommets appartiennent à R. La région ρ limitée par $CABM_1\ldots C$ est en totalité dans P. Les sommets $M_1, \ldots, M_{n-1}$ appartiennent donc à P et en chacun d'eux l'angle intérieur à P surpasse π. Nous retranchons ρ de P et lui ajoutons $S(\rho)$. P est remplacé par une figure polygonale P′.

Si A′ n'est pas parmi les M_i, G(A) n'est plus représenté dans P′. Si A′ est identique à M_i, nous considérons le triangle $M_{i-1}A'M_i$ dont les côtés $M_{i-1}A'$, $A'M_i$ appartiennent à P′, qui est intérieur à BAC et où G(A) a au moins un point de moins que dans BAC.

En répétant l'opération, on finit par éliminer G(A) de R. P est remplacé par une figure Q dont on rassemble les fragments si elle n'est pas une région.

Si $k > 2$, on pourra trouver $A < \pi$ et tel que C soit étranger à G(A). Si S applique AB sur A′B′, l'opération ci-dessus permettra de diminuer k d'une unité. Finalement G(A) disparaît de R.

Les polygones canoniques n'auront pour sommets hors du cercle fondamental Γ que des points doubles involutifs (ou *critiques*) de G, sur Γ des points doubles paraboliques ou de faux sommets.

Si P est à connexion simple, il est convexe. La méthode de réduction de G(A) appliquée aux autres sommets permet de faire $k = 1$ pour tous les sommets d'un entre autre.

Si toutes les substitutions de G sont hyperboliques, ou bien P est à distance positive de Γ et tous ses sommets sont dans un même cycle. Ou bien Γ n'est pas coupure et P est formé de couples de cercles tous disjoints.

II. Les polygones d'un même pavage du plan définissent des systèmes de substitutions fondamentales $s_1, s_2, \ldots, s_n$ se ramenant tous à l'un d'eux par des substitutions Ss_iS^{-1}, S étant une substitution quelconque de G. Nous ne regardons pas ces systèmes comme distincts. Il est intéressant de

rechercher tous les systèmes s_i distincts, par exemple tous les polygones canoniques $P(\zeta)$ admettant un sommet involutif (ou parabolique) donné ζ, point double de S (de moindre rotation). *A priori* les polygones $P(\zeta)$ formeront une région $\rho(\zeta)$ ainsi limitée : Soit Σ une substitution quelconque de G et $c(\Sigma)$ le cercle invariant par Σ et passant par ζ. Soient $\zeta' = \Sigma(\zeta)$ et $\zeta'' = \Sigma^{-1}(\zeta)$.

1° *Si de* $c(\Sigma)$ *on retranche l'arc-intervalle* $\zeta'\zeta\zeta''$, *le reste de* $c(\Sigma)$ *forme une coupure infranchissable pour* $\rho(\zeta)$. Soit α un point double de Σ. 2° *Si le pseudo-triangle* $\alpha\zeta\zeta'$ *ne contient aucun point critique de* G, $\alpha\zeta'$ *et* $\alpha\zeta''$ *arrêtent* $\rho(\zeta)$.

Soit $\Sigma_1 = S^{-1}\Sigma^{-1}$, $\Sigma_p = S^{-1}\Sigma_{p-1}^{-1}$, alors $\zeta'_p = \Sigma_p(\zeta) = \zeta''_{p+1} = \Sigma_{p+1}^{-1}(\zeta)$.

Si G *contient* S *elliptique*, Σ, ΣS *non hyperboliques, le nombre des systèmes de substitutions fondamentales distincts est fini.*

Si les substitutions de G sont toutes hyperboliques, il semble au contraire qu'il y ait toujours une infinité de systèmes de cette nature, comme pour les groupes doublement périodiques.

Beaucoup de ces considérations valent pour les groupes kleinéens les plus simples.

III. G étant un groupe quelconque, les substitutions σ telles que $\sigma G \sigma^{-1} = G$ forment un groupe $\Gamma(G)$ que nous appelons l'*explétif* de G. $\Gamma \geq G$. Si $\Gamma = G$, G sera dit *complet*. Les configurations invariantes par G sont invariantes ou s'échangent par Γ.

1° *L'explétif de* $\alpha G \alpha^{-1}$ *est* $\alpha \Gamma(G) \alpha^{-1}$.

2° *Si* G *et* U *ont le même explétif* Γ, G *et* U *ont en commun un sous-groupe* W. Car, si S est dans G et T dans U, $STS^{-1} = T'$, $TS^{-1}T^{-1} = S'$ (T' dans U, S' dans G), d'où $SS' = T'T^{-1}$ commun à G et à U.

Je ne sais si tout explétif est complet. Mais si $F = \Gamma(\Gamma) > \Gamma = \Gamma(G)$, soit β dans $F - \Gamma$ et $\beta G \beta^{-1} = U . \Gamma(U) = \beta(\Gamma)\beta^{-1} = \Gamma$. U et G ont en commun W. Si S est dans $G - W$, T dans $U - W$ et si $STS^{-1}T^{-1}$ n'est pas dans W, Γ est complet.

Exemples d'explétifs :

1° $G_1[kx$ ou $x + h]$, $\Gamma_1[tx$ ou $x + t$ (t quelconque)$]$.

2° $G_2[x' = ax + b/cx + d$, a, b, c, d entiers réels, $a \equiv 1$, $d \equiv 1$, $b \equiv 0$, $c \equiv 0 \pmod r$, $ad - bc = 1]$, $\Gamma_2[x' = px + p'/qx + q'$, p, q, p', q' entiers réels, $pq' - qp' = \pm 1]$.

3° $G_3[x + 1, x + i, -1/x$, d'où $Ax + B/Cx + D$, A, B, C, D entiers complexes, $AD - BC = \pm 1]$, $\Gamma_3[$id., et $ix]$.

4° $G_4[x+2, x/2x+1, x+i/2ix-1], \Gamma_4[\text{id.}, \text{et} -x-2i]$ (M. Pisot). Le dérivé $E(G_4)$ de $G_4(x)$ divise le plan en une infinité de régions circulaires, où G_4 est fuchsien et qui se répartissent en trois familles, distinctes par G_4, deux s'échangeant par Γ_4 (M. Pisot).

GÉODÉSIE. — *Sur les mouvements du niveau moyen de la mer à Brest et à Marseille.* Note [1] de M. **V. Frolow**, présentée par M. Georges Perrier.

1. MM. Ch. Lallemand [2], E. Prévot, J. Legrand et J. Vignal ont attiré l'attention sur l'importance des problèmes posés par la variation du niveau moyen de la mer, constatée à Brest (marégraphe du Service hydrographique de la Marine) et à Marseille (marégraphe du Service du Nivellement général de la France). En ces deux endroits le niveau moyen semble avoir une tendance à s'élever par rapport à un repère fixe. Ce relèvement se fait par oscillations, c'est pourquoi la question a été posée de savoir, s'il peut être décrit uniquement par une somme de composantes périodiques, ou bien, s'il faut y reconnaître aussi l'effet d'une transgression marine.

2. Les séries actuellement disponibles (je les dois à l'amabilité de M. J. Legrand pour Brest et de M. J. Vignal pour Marseille) sont excessivement brèves, car le marégraphe de Brest ne fonctionne avec continuité que depuis 1861 et celui de Marseille depuis 1884. On ne saurait donc penser d'épuiser le sujet. Cependant, la méthode d'analyse de M. H. Labrouste permet dès a présent de préciser certains caractères essentiels et l'on peut, en partant de cette base, émettre une hypothèse sur les origines du phénomène signalé.

3. L'analyse a porté sur les moyennes annuelles, dont les valeurs extrêmes ont un écart de 18^{cm} à Brest et de 11^{cm} à Marseille. Elle a montré qu'une partie des mouvements du niveau moyen de la mer, tant à Brest qu'à Marseille, est due à une suite de variations périodiques élémentaires.

---

(1) Séance du 2 mars 1936.

(2) Ch. Lallemand et E. Prévot, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1345; E. Prévot, *Journal des Géomètres-Experts français*, n° 108, 1929, p. 484; J. Legrand, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 573; 201, 1935, p. 509; J. Vignal, *Annales des Ponts et Chaussées*, 2, x, 1935, p. 638.

Les composantes trouvées ont les périodes approximatives de 2, de 3, de 4, de 5,7 [1] de 11,3 et de 18 ans. On reconnaît aussi l'existence d'une composante dont la période est comprise entre 36 et 45 ans. L'amplitude de ces différentes composantes est très variable. Ainsi, la composante undécennale, négligeable à Brest entre 1880 et 1895, s'est amplifiée progressivement et, entre 1908 et 1925, son amplitude fut de l'ordre de 5^{cm}, soit de près de 30 pour 100 de l'écart des données extrêmes. Les composantes longues l'emportent, d'ailleurs, ici en amplitude sur les courtes, ce qui rend délicat le calcul de celles-ci à partir des séries brèves.

La phase des composantes courtes ne se conserve pas pour le niveau moyen marin, de même que cela a été reconnu en météorologie et en hydrologie de la terre ferme. C'est ainsi que la composante semi-undécennale à Brest a subi un changement de phase (une demi-période) entre 1880 et 1884.

Entre les deux marégraphes (Brest et Marseille) il y a une différence de phase pour les composantes de même période. Cette différence n'est pas constante : Brest a une avance sur Marseille de l'ordre de 6 mois pour la composante de 3 ans, de 1,5 à 2,5 ans pour la composante semi-undécennale et de 3,5 ans pour la composante de 18 ans. Pour les composantes de 2 et de 4 ans la différence de phase est très variable. La composante undécennale n'ayant pu être suffisamment précisée à Marseille, on n'a pu établir une correspondance de phase. Il faut signaler aussi que la marche de l'amplitude n'est pas la même aux deux stations étudiées.

Il découle de ce qui précède que les séries de Brest et de Marseille doivent être étudiées séparément et l'on voit la raison pour laquelle il ne saurait y avoir conservation d'une différence constante des niveaux.

4. En plus de la partie périodique décrite on peut distinguer pour les deux séries une tendance générale au relèvement. La montée du niveau marin paraît être de l'ordre de 12^{cm} en un siècle pour Brest. Elle est plus faible pour Marseille, de l'ordre de 8^{cm} en un siècle. On ne peut pas encore se prononcer sur la réalité de l'existence de composantes de périodes plus longues que 45 ans. Il convient simplement de signaler que les faits observés ne contredisent pas l'hypothèse d'une transgression marine actuelle, qui est d'ailleurs suggérée tant par des observations des géologues, que par les constatations biologiques [2].

---

(1) Cette composante et les deux suivantes avaient déjà été admises par M. Prévot.

(2) M. Prenant, *Bull. de l'Inst. océanographique de Monaco*, nº 648, 1934, p. 1.

5. Parmi les composantes reconnues, celle de 18 ans environ est peut-être due à la périodicité de la révolution des nœuds de l'orbite de la Lune, comme l'a suggéré M. Prévot. Les composantes plus courtes ont déjà été reconnues tant pour les taches solaires (1), qu'en météorologie et en hydrologie de la terre ferme.

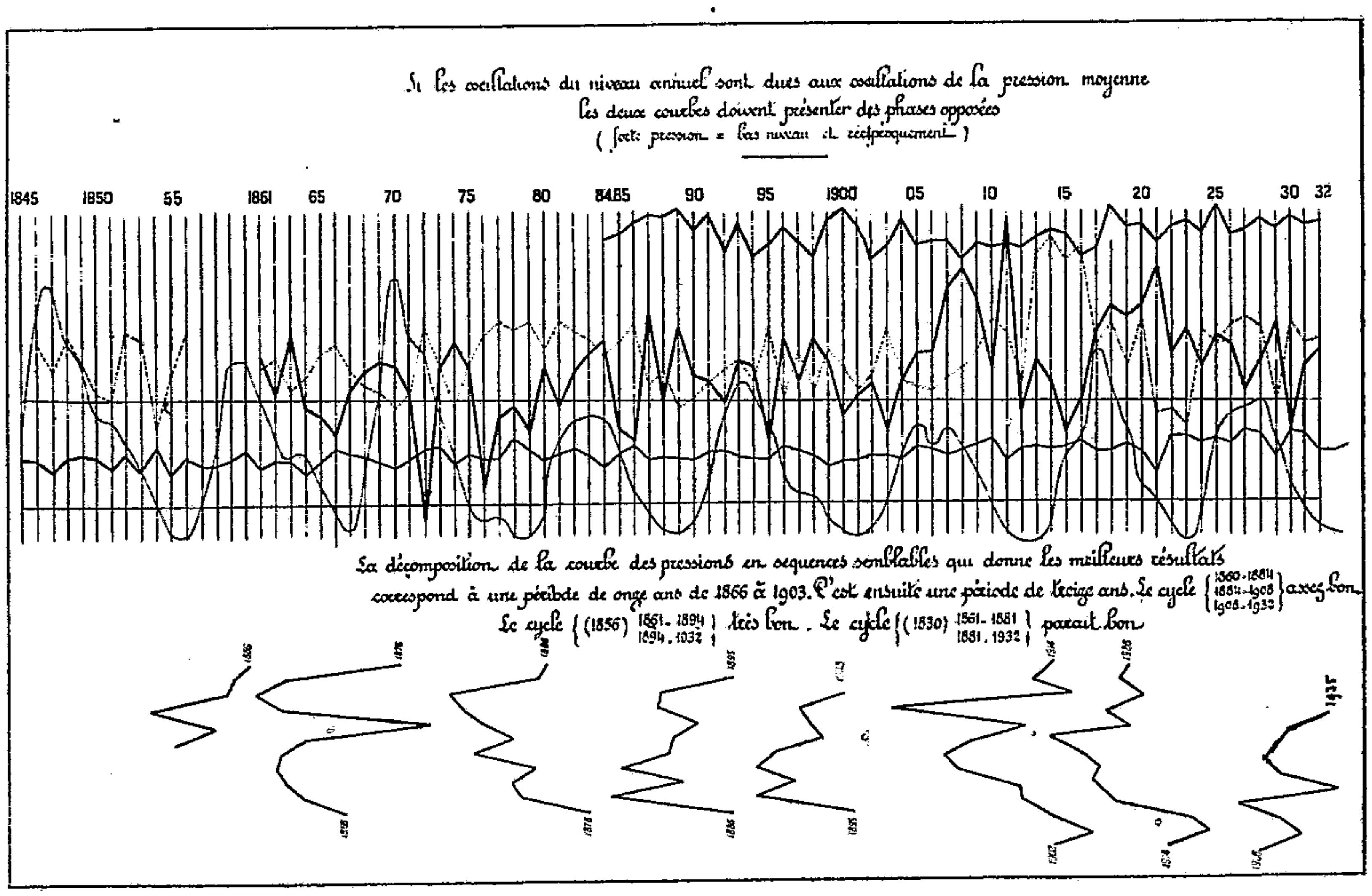
L'hypothèse d'une influence de l'écoulement fluvial, agissant sur la tenue du niveau moyen marin en plus de la pression atmosphérique et de la température, peut fournir une explication des particularités signalées précédemment. Il faut, en effet, considérer que l'évaporation s'exerce sur la surface entière des mers, tandis que la terre ferme restitue l'eau le long du littoral seulement, et la restitue douce. Aussi, sous l'effet de la densité et de la masse des eaux déversées, le niveau marin peut-il subir des mouvements dont l'amplitude doit être la plus sensible près des côtes. Or, l'apport fluvial variant périodiquement, une variation périodique doit se retrouver dans le mouvement du niveau moyen marin. Il en est bien ainsi. Il a été démontré, d'autre part, que la phase des composantes (météo et hydrologiques) varie d'un point à l'autre du globe. Il existe une propagation des composantes. Elle est susceptible de produire une différence de phase, comme on le constate entre Brest et Marseille. De plus, la marche différente des amplitudes signalée s'accorde avec la différence des trajectoires existant pour la terre ferme. On est conduit, ainsi à concevoir que le retour de l'eau à la mer et la compensation de l'évaporation se fait par épanchement progressif de volumes variables, fournis par le littoral; et que, de ce fait, les variations périodiques du niveau moyen marin doivent présenter un caractère surtout côtier. Pour le vérifier il serait souhaitable de disposer d'un marégraphe dans une petite île, très éloignée des continents et aussi qu'un enregistrement continu de la salinité des eaux soit institué aux stations marégraphiques.

(1) M. et Mme H. Labrouste, 66e *Congrès des Sociétés savantes*, Bordeaux, 1933, p. 468.

GÉODÉSIE. — *Analyse des oscillations du niveau marin moyen annuel à Brest.* Note (¹) de M. **Jean Legrand**, présentée par M. Georges Perrier.

MM. Ch. Lallemand et E. Prévot (²) ont représenté ces oscillations de 1851 à 1925 à l'aide de sept ondes composantes seulement, d'origine astronomique, la plus importante est l'onde de 18 ans 2/3.

J'ai recherché ce que donnerait l'analyse harmonique sur une série de 63 années dont 18 2/3 n'est pas une partie aliquote. Les cotes initiale en 1860 et finale en 1923 étant très voisines, il était possible d'appliquer



La courbe supérieure représente : pression barométrique moyenne annuelle à l'Ile Maurice. La courbe intermédiaire : pluies Paris-Saint-Maur. La courbe inférieure : nombres de Wolf.

l'analyseur mécanique Mader-Ott de la station nationale d'essais de Bellevue.

J'ai demandé huit composantes à M. le Directeur Bonnier qui m'a remis les résultats suivants obtenus par M. Thaler : $A_0 = -4,8$ ou, dans le système de coordonnées ci-après, $A_0 = 105,2$.

(¹) Séance du 2 mars 1936.

(²) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1345.

	Coefficients des cosinus.	Coefficients des sinus.
	mm	mm
Onde de 63 ans	15	— 6,7
» 31,5 »	— 7,7	—33,9 ([a])
» 21 »	— 4,6	—15
» 15,7 »	—16	12,2
» 12,6 »	— 6,1	8,6 ([b])
» 10,5 »	2,2	5,4
» 9 »	2,8	— 9
» 7,8 »	— 1,25	0,3

Nota. — ([a]) Importante (Brückner); ([b]) Faible corrélation avec les nombres des taches solaires.

Bien que l'amplitude du 8[e] harmonique soit négligeable, celle des restes est très importante, de l'ordre du 2[e] harmonique.

Si l'onde de trois ans a une influence notable, il faudrait aller jusqu'au 21[e] harmonique pour la déceler, au lieu de 8 seulement.

La méthode imaginée par M. Le Besnerais ([1]) permet de répresenter sans restes un graphique de résultats par la sommation d'un petit nombre de sinusoïdes assujetties à un nombre double d'ordonnées du graphique. Leurs périodes sont celles de la série de Fourier.

Des tableaux de calculs préparés par M. Le Besnerais m'ont permis d'obtenir rapidement les résultats suivants vérifiés et rectifiés :

	1887-1935. — Coefficients des cosinus. $a_0 = 108,2$.		1861-1909. — Coefficients des sinus. $a_0 = 78,1$.	
Périodes.	a_1.	b_1.	a_1.	b_1.
48 ans..	−11,6	−43,4	−10,1	− 9,0
24 »...	10,6	− 2,9	5,1	−15,4
16 »...	−16	−30,4	3,3	−13,4
12 »...	− 3,1	11,5	− 2,1	1,8
9,6 ans.	2,9	−13,6	− 6,3	3,0
8 ».	1,1	− 7,8	4,4	− 3,3
7 ».	0,4	− 7,1	− 4,4	− 5,6
6 ».	− 7,2	− 4,5	− 6,4	− 2,7
5,33 ».	5,7	9,3	12,6	− 2,5
4,8 ».	− 0,1	− 1,2	2,9	6,0
4,4 ».	− 0,1	− 1,4	− 4,7	− 6,9
4 ».	6,4	4,5	0,4	− 2,3

	1887-1935. — Coefficient des cosinus. $a_0 = 108,2$.		1861-1909. — Coefficients des sinus. $a_0 = 78,1$.	
Périodes.	a_1	b_1.	a_1.	b_1.
3,6 ans.	4,6	2,7	0,3	3,7
3,4 ».	−3,1	− 7,8	1,5	10,5
3,2 ».	0,9	0,1	−5,0	0,8
3 ».	−8,0	2,5	4,4	0,5
2,8 ».	−0,25	3,4	3,1	− 3,5
2,6 ».	3,1	− 1,2	−1,9	1,0
2,5 ».	5,1	4,6	−1,7	0,9
2,4 ».	1,6	1,5	−0,5	5,2
2,3 ».	−3,4	1,0	2,9	− 6,6
2,2 ».	−1,7	− 0,4	−6,4	4,4
25 mois.	1,8	−15,1	1,5	4,4
2 ans...	−3,0	?	2,7	?

([1]) *Bulletin de l'Association technique maritime et aéronautique*, 39, 1935, p. 161-295.

Je déduis de ces calculs que les composantes sinuoïdales notables du graphique des niveaux marins moyens annuels à Brest ne sont pas les mêmes à toute époque, entre 1861 et 1935.

En choisissant une série compatible avec les ondes de 51 et 38 ans on améliorerait sans doute les résultats comme le fait prévoir la planche ci-jointe où j'ai mis en évidence certaines séquences du graphique.

HYDRODYNAMIQUE. — *Théorie du coup de bélier dans les conduites forcées à caractéristiques multiples : Résonance du fondamental et des harmoniques.* Note de M. **Charles Jaeger**, présentée par M. Charles Fabry.

Parmi tous les cas possibles de manœuvres rythmiques engendrant, dans des conduites, des phénomènes de résonance, nous ne retiendrons que le cas où la manœuvre ramène périodiquement l'obturateur au point de fermeture totale. Tous les observateurs ont remarqué que, dans ce cas, la pression statique y_0 à l'obturateur était doublée, la charge oscillant entre $2y_0$ et o. Camichel avait observé, sur les conduites du Laboratoire de Toulouse, conduites à section variable, que le fondamental oscillait avec la période apparente de la conduite; par contre les harmoniques impairs, les seuls qu'il put obtenir, entraient en résonance avec une fraction entière de la période théorique de la conduite.

Cette différence essentielle entre fondamental et harmoniques se retrouve par l'analyse mathématique. Pour étudier la résonance du fondamental sur une conduite à caractéristiques multiples, on partira utilement de l'étude de la fonction d'intégration $F(t)$, que nous rencontrons dans la relation donnant la pression et dans celle donnant la vitesse de l'écoulement à l'obturateur. Si cette fonction d'intégration jouit de certaines propriétés de symétrie, qui sont par exemple celles d'une courbe d'allure sinusoïdale, on a, au bas de la conduite, la condition $v \equiv 0$. Or cette condition est la même que celle qui régit les mouvements périodiques. La résonance du fondamental suit, sous réserve des hypothèses que nous venons de faire, des lois identiques à celles des mouvements périodiques. Il suffit, de faire, dans les équations de ces derniers, $y_m = 2y_0$. On comprend alors aisément que le fondamental entre en résonance avec la période apparente de la conduite.

Passons à l'étude des harmoniques. Considérons une conduite quelconque; soit OA un secteur de section constante, O étant l'obturateur et A un point quelconque, par exemple la première discontinuité. Définis-

sons au point A une fonction de réflexion α qui est égale au quotient de $-f$ (onde descendante) sur F (onde ascendante) (¹). Supposons que l'obturateur soit fermé aux époques paires, l'unité de temps étant donnée par l'oscillation sur OA. La pression et la vitesse sont données, dans le cas de résonance, par

$$y_{2n} = y_0 + \frac{a v_0}{2g}\left(\frac{1}{\alpha_{2n}} - \alpha_{2n-1}\right) + \frac{y_0}{2}\left(\frac{1}{\alpha_{2n}} + \alpha_{2n-1}\right),$$
$$v_{2n} = v_0 - \frac{v_0}{2}\left(\frac{1}{\alpha_{2n}} + \alpha_{2n-1}\right) - \frac{g y_0}{2a}\left(\frac{1}{\alpha_{2n}} - \alpha_{2n-1}\right).$$

Pour que $v_{2n} \equiv 0$, quels que soient v_0 et y_0, il faut que $1/\alpha_{2n} - \alpha_{2n-1} = 0$ et $1/\alpha_{2n} + a_{2n-1} = 2$; d'où $\alpha_{2n} = \alpha_{2n-1} = 1$. Cette relation est valable aux époques paires et impaires. Il est vraisemblable quelle le sera également entre ces époques, et qu'il y aura en A un ventre stable. Elle entraîne, comme conséquence, la relation $F_{n-1} = -f_n$, dont on peut déduire qu'il y a doublement de la pression à l'obturateur O.

Nous savons par ailleurs que la fonction α peut être développée sous forme de série, tel que

$$\alpha_n = a_0 + a_1 \frac{F_{n-1}}{F_n} + a_2 \frac{F_{n-2}}{F_n} + \ldots + a_{11} \frac{F_{n-r_1}}{F_n} a_{12} \frac{F_{n-n_{n1}}}{F_n} + \ldots .$$

Or nous avons démontré ailleurs (¹) que les coefficients

$$a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{11} + a_{12} + \ldots = 1.$$

D'autre part, puisqu'il s'agit d'un mouvement de résonance, on a $F_{n-p_1}/F_n = 1$, p étant un nombre entier. Il faut donc, pour que $\alpha = 1$ aux époques paires et impaires, que les quotients de la forme $F_{n-(2p+1)}/F_n$ disparaissent; ce qui implique, pour la conduite, certaines conditions d'ordre géométrique.

L'étude de ces conditions nous a permis de retrouver par l'analyse mathématique, les lois expérimentales découvertes par Camichel. On retrouve la résonance du fondamental sur une conduite simple, celle des harmoniques impairs sur une conduite simple ou sur certaines conduites de section variable. En particulier, la conduite du Laboratoire de Toulouse (²), sur laquelle Camichel a pu obtenir les harmoniques troisième et cinquième,

---

(¹) CHARLES JAEGER, *Théorie générale du coup de bélier*, Paris, 1933.

(²) CAMICHEL, EYDOUX ET GARIEL, *Étude théorique et expérimentale des coups de bélier*, Toulouse, p. 374.

satisfaisait effectivement aux conditions que donne l'analyse pour l'un et l'autre harmoniques. On voit immédiatement que la résonance se produit avec la période théorique ou une fraction entière de celle-ci.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Méthode graphique de résolution des systèmes hyperstatiques.* Note de MM. **Pierre-Ernest Mercier** et **Jean Croset**, transmise par M. Paul Langevin.

La solution de nombreux problèmes intéressant le calcul des constructions et la résistance des matériaux, aboutit à des expressions qui peuvent être mises sous la forme

$$\int_a^b [f(x)+h]\,g(x)\,dx=0,$$

dans lesquelles $f(x)$ et $g(x)$ sont des fonctions définies analytiquement ou connues seulement pour un certain nombre de valeurs particulières de la variable x, et où h est une constante à déterminer.

Un procédé aisé consiste à représenter graphiquement $y=F(z)$ dans un système de coordonnées OY, OZ, la variable z étant définie par $dz=g(x)dx$ (ce qui revient à une dilatation variable de l'échelle des z, par rapport à celle des x) avec $F(z)=f(x)$.

Il suffit ensuite, en planimétrant l'intégrale de $F(z)$ entre les limites a et b, de déterminer le déplacement à imposer à l'axe OZ parallèlement à lui-même, pour satisfaire à la condition imposée, et pour connaître la valeur de h.

En particulier, toute condition du genre

$$\int_{\widehat{AB}}\frac{(M+M_0)}{EI}\,ds=0,\qquad \int_{\widehat{AB}}\frac{(M+M_0)}{EI}\,y\,ds=0,\qquad \int_{\widehat{AB}}\frac{(M+M_0)}{EI}\,x\,ds=0,$$

où M, I et E sont variables de façon quelconque, et où M_0 est à déterminer, sont aisément résolues par application du procédé dénommé balancement des aires.

A titre d'exemple, nous décrirons l'application de la méthode au problème des arcs encastrés à inertie variable et soumis à un système de forces quelconques.

Si on néglige les déformations dues aux actions normales et tangentielles, ce qui est admissible pour des arcs suffisamment élancés, le problème consiste à déterminer le moment, l'effort normal et l'effort tangentiel au

niveau d'une section quelconque, ces quantités étant alors calculables dans toutes les autres sections.

Prenons comme inconnues M_A, X_A, Y_A, moment et composantes suivant deux axes OY et OX du vecteur résultant de l'effort normal et tangentiel à l'une des extrémités de l'arc.

L'encastrement des extrémités de l'arc AB entraîne trois conditions traduisant l'annulation des déplacements relatifs, angulaires et suivant OX, OY, des extrémités de l'arc

$$\int_{\widehat{AB}} \frac{(M + M_A)}{EI}\, ds = 0, \tag{1}$$

$$\int_{\widehat{AB}} \frac{(M + M_A)}{EI}\, y\, ds = 0, \tag{2}$$

$$\int_{\widehat{AB}} \frac{(M + M_A)}{EI}\, x\, ds = 0. \tag{3}$$

En désignant par Φ_1, Φ_2, Φ_3 la valeur de ces trois déplacements sous l'action des forces extérieures (X_A, Y_A, M_A étant supposés nuls), par α_1, α_2, α_3 la valeur des dérivées de ces déplacements par rapport à X_A seul (valeur de ces déplacements relativement à X_A pour $X_A = 1$) et enfin par β_1, β_2, β_3 et γ_1, γ_2, γ_3 la valeur des mêmes dérivées par rapport à Y_A et M_A, pris isolément, les conditions précédentes s'écrivent immédiatement

$$\alpha_1 X_A + \beta_1 Y_A + \gamma_1 M_A + \Phi_1 = 0, \tag{1'}$$

$$\alpha_2 X_A + \beta_2 Y_A + \gamma_2 M_A + \Phi_2 = 0, \tag{2'}$$

$$\alpha_3 X_A + \beta_3 Y_A + \gamma_3 M_A + \Phi_3 = 0. \tag{3'}$$

X_A, Y_A, M_A sont données par le quotient de déterminants aisément calculables mais d'un développement fastidieux.

Dans un système de coordonnées à trois dimensions, en X_A, Y_A, M_A, la solution du problème revient à l'intersection de trois plans, l'une de ce trois conditions étant satisfaite pour tous les points du plan correspondant.

Dans un système de coordonnées à deux dimensions en X_A, Y_A, par exemple, chacune des conditions précédentes représente une famille de droites parallèles dont M_A serait le paramètre.

Ces familles se coupent deux à deux suivant une droite d'intersection, et les trois droites ainsi définies concourent en un point qui situe la solution.

Chaque famille est définie par une direction commune à toutes les

droites de la famille, et par leur loi d'espacement qui est une fonction linéaire du paramètre de la famille.

Deux points sur une droite de la famille, et un point hors de cette droite suffisent donc pour définir la famille.

Au lieu des douze coefficients nécessités par la méthode des déformations virtuelles, et du calcul des quatre déterminants, il suffit de connaître trois groupes de trois points satisfaisant aux trois équations précédentes pour obtenir la solution graphique de la question (en appelant point tout groupe de valeurs de X_A, Y_A, M_A, satisfaisant à l'une de ces conditions.)

L'application de la méthode du balancement des aires ne présente aucune difficulté si l'on a soin d'adopter comme paramètre des trois familles l'une des inconnues, X_A, Y_A.

En faisant jouer le rôle de $g(x)$ à $1/EI$, y/EI, x/EI dans le cas des équations (1) (2) et (3), on détermine les valeurs de M_A, correspondant à des valeurs arbitraires de X_A et Y_A prises de façon à définir chaque famille et satisfaisant à chacune des trois équations (1), (2) et (3).

Les 9 groupes de valeurs X_A, Y_A, M_A, étant ainsi déterminés, la solution graphique est immédiate.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur les conséquences photométriques de la déviation d'Einstein.* Note de M. **F. Link**, présentée par M. Charles Fabry.

Dès le début de la théorie de la relativité on a cherché de vérifier la déviation des rayons lumineux passant normalement au champ de gravitation d'un corps céleste. La déviation ω est

$$\omega = kK\frac{1}{R/a}, \qquad k = 1'',75, \qquad K = \frac{M}{a},$$

où M est la masse et a le rayon du corps déviant, R la distance minima des rayons au centre. La masse du Soleil et son rayon sont pris comme unités.

Or la déviation variable a pour conséquence la modification de l'intensité des rayons. C'est en somme le cas analogue que l'on considère dans la théorie des occultations par les planètes [1] et dans la théorie des éclipses

[1] Ch. Fabry, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 627, 693, 741, et *Journal des Observateurs*, 12, I, 1929, p. 1; F. Link, *Bulletin astronomique*, 9, IV, 1935, p. 227.

de Lune [1]. Seulement la cause et la loi de la déviation sont différentes. Dans le cas de la déviation d'Einstein on trouve, pour le rapport des intensités avant et pendant l'occultation, l'expression

$$\frac{\mathcal{I}}{i} = s = 1 - \mathrm{K}^2 \frac{k^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} \frac{\alpha_1^4}{\rho^4},$$

où α_1 et α_2 sont les rayons apparents du corps occultant vus de la Terre et d'un point de l'étoile occultée et ρ la distance apparente des deux étoiles.

Pendant les éclipses de Soleil la valeur de s est très peu inférieure à l'unité. Il y a donc une très faible augmentation d'éclat des étoiles vues au voisinage du Soleil. Au bord même on trouve $s = 1 - 4 \cdot 10^{-6}$, de façon que la déviation seule reste mesurable.

Les circonstances sont plus favorables lors d'un rapprochement optique de deux étoiles, si nous ne voulons pas parler d'une occultation très peu probable. Pour simplifier supposons le corps occulté tellement loin que l'on peut négliger α_2 par rapport à α_1 et suivons les variations d'éclat avec la distance apparente décroissante. L'éclat sera d'abord sensiblement constant même très près de l'étoile occultée et à peine supérieur à sa valeur normale. Lorsque la distance apparente s'approche de la valeur

$$\rho_\infty \doteq \sqrt{\mathrm{K} k \alpha_1}.$$

L'intensité commence à augmenter pour atteindre à cette distance la valeur infinie, si l'étoile occultée était rigoureusement ponctuelle. Ce cas étant laissé de côté, il peut cependant se produire une augmentation notable d'éclat. Ceci peut réellement arriver puisque, dans la majorité des cas, $\rho_\infty > \alpha_1$. Cette distance dépassée, l'éclat diminue très vite et au bord de l'étoile occultante, on trouve en général un très fort affaiblissement d'éclat.

Si donc le corps occultant est très faible ou même invisible, son passage devant une étoile normalement faible peut temporairement augmenter son éclat. Si, au contraire, l'étoile occultante est plus brillante que le corps occulté, le phénomène se traduira par une fluctuation d'éclat qui aura ses origines dans la lumière du corps occulté.

Dans toutes ces considérations où nous négligeons le rôle de la diffraction, la probabilité d'un rapprochement nécessaire n'a que le sens pratique. Théoriquement, les phénomènes décrits sont possibles. On trouve, par

---

(1) F. LINK, *Bulletin astronomique*, 8, II, 1934, p. 77.

exemple, pour un corps comme notre Soleil, placé à la distance de 100 par secs,

$$\alpha_1 = 0'',0043, \qquad \rho_\infty = 0'',088.$$

De tels rapprochements optiques seront sans doute rares, sauf dans certaines régions du ciel, en particulier dans les nébuleuses spirales. Nous discuterons ces phénomènes dans un autre Recueil.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les électrodynamiques nouvelles.* Note [1] de Mlle **Marie-Antoinette Baudot**, présentée par M. Louis de Broglie.

Bien que les traces et les composantes T_{44} des tenseurs impulsion-énergie introduits par M. Born et L. Infeld d'une part, et par E. Schrödinger d'autre part, soient équivalentes à une constante près, les fonctions d'action correspondantes sont assez différentes.

Soit en effet $(T_{kl})_B$ le tenseur impulsion-énergie défini par Born et Infeld [2]. La trace de ce tenseur est telle que

$$\Sigma(T_{kk})_B - 4L = 2\frac{2G^2 - F}{\sqrt{1 + F - G^2}}$$

avec les notations suivantes :

$$L = \sqrt{1 + F - G^2} - 1, \qquad F = B^2 - E^2, \qquad G = (B.E).$$

La différence $\Sigma(T_{kk})_B - 4L$ s'exprime très simplement à l'aide des grandeurs complexes introduites par Schrödinger [3]

$$\mathcal{F} = B - iD, \qquad \mathcal{G} = E + iH.$$

On obtient alors

$$\mathrm{Tr.}(T_{kl})_B - 4L = i[(\mathcal{F}\mathcal{G}) - (\mathcal{F}^*\mathcal{G}^*)].$$

Désignons par $\mathcal{L}$ le nouveau lagrangien de Schrödinger

$$\mathcal{L} = \frac{\mathcal{F}^2 - \mathcal{G}^2}{(\mathcal{F}\mathcal{G})} = -\frac{i}{2}\mathrm{Tr.}(T_{kl})_S.$$

Le lagrangien de Born s'exprime en fonction de $\mathcal{L}$ par la relation

$$4(L + 1) = i\{2\mathcal{L} - [(\mathcal{F}\mathcal{G}) - (\mathcal{F}^*\mathcal{G}^*)]\}.$$

---

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) *Proc. Roy. Soc.*, 144, 1934, p. 436.

(3) *Proc. Roy. Soc.*, 150, 1935, p. 465.

Aussi nous aurons

$$2i\mathcal{L} = \text{Tr.}(T_{kl})_B + 4$$

et

$$\text{Tr.}(T_{kl})_S = \text{Tr.}(T_{kl})_B + 4, \qquad (T_{44})_S = (T_{44})_B + 1.$$

A une constante près, le lagrangien de Schrödinger est donc équivalent à la densité propre de l'énergie électromagnétique de Born. Remarquons seulement que si $F = G = 0$ (onde plan sinusoïdale se propageant avec la vitesse c), on a $L = 0$, $\text{Tr.}(T_{kl})_B = 0$, tandis que $\mathcal{L} = -2i$, $\text{Tr.}(T_{kl})_S = 4$. C'est le « cas singulier » envisagé par Schrödinger.

Pour des valeurs très petites des champs, nous obtiendrons en première approximation

$$\text{Tr.}(T_{kl})_B = 4L + 2\frac{E^2 - H^2}{\sqrt{1 - (E^2 - H^2)}},$$

H correspondant au B de Born et inversement.

Évaluons maintenant $|E|^2 - |H|^2$ dans le cas d'une onde plane monochromatique d'après la théorie de M. Louis de Broglie :

$$|E|^2 - |H|^2 = \frac{4K^2|\chi|^2\mu_0^2c^2}{\Delta^2}\left[\left(\frac{W^2}{c^2} - p^2\right)(|c_1 - c_2|^2 - |c_1 + c_2|^2)\right],$$

c_1 et c_2 étant les paramètres de l'onde plane.

En remplaçant $|c_1|^2 + |c_2|^2$ par leur valeur, on a (¹)

$$|E|^2 - |H|^2 = \frac{2K^2|\chi|^2\mu_0^3c^4\rho}{W},$$

et si T_{ik} désigne les densités de moyenne des éléments de matrice correspondant au tenseur $\mathfrak{T}^{ik}$ défini par M. L. de Broglie :

$$\text{Tr.T} = \rho_0\mu_0c^2 = \left(\frac{\rho\mu_0c^2}{W}\right)\mu_0c^2,$$

qui entraîne

$$|E|^2 - |H|^2 = 2K^2|\chi|^2\mu_0\text{Tr.T}.$$

En choisissant K de telle sorte que $K^2|\chi|^2\mu_0 = 4\pi$, on a

$$|E|^2 - |H|^2 = 8\pi\text{Tr.T}.$$

et, en assimilant les deux tracés (trace = densité propre d'énergie), on aurait

$$\left(\frac{|E|^2 - |H|^2}{8\pi}\right)_{\text{corpusc.}} = 4L + 2\left(\frac{E^2 - H^2}{\sqrt{1 - (E^2 - N^2)}}\right)_{\text{électromagn.}}$$

(¹) Cours professé à l'Institut Henri Poincaré, 1935-1936.

En théorie corpusculaire $|E|^2 - |H|^2 \neq 0$ est un terme en μ_0. En théorie électromagnétique $E^2 - H^2 \neq 0$ traduit une certaine polarisation du vide, et, si nous adoptons l'expression donnée par Frenkel d'après la théorie de Born ([1]),

$$\mu_0 = \frac{1}{c^2}\,\frac{2}{3}\int \frac{E^2 - H^2}{\sqrt{1-(E^2-H^2)}}\,dV', \qquad dV = dV'\sqrt{1-\beta^2},$$

dV et dV' étant les éléments de volume des systèmes fixe et mobile, la relation (1) nous donnerait

$$\overline{\mu_0 c^2} + 2\int L\,dV = 0 \qquad \text{ou} \qquad \int \mu_0 c^2\sqrt{1-\beta^2}\,dt = -2\int L\,d\tau.$$

L'intégrale d'action de la dynamique d'Einstein serait équivalente à l'intégrale d'action de la théorie de Born. D'une façon analogue l'expression de la trace d'après Schrödinger conduirait à

$$\int \mu_0 c^2\sqrt{1-\beta^2}\,dt = -\int (L+1)\,d\tau.$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *La nature électronique de la lumière.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Cette Note a pour objet de montrer que le système constitué par un électron et un positon dont les masses sont supposées d'origine électromagnétique possède certains états que l'on peut assimiler au photon. Toutefois elle ne doit être considérée que comme une première ébauche susceptible de compléments et de modifications.

Des raisonnements généraux nous conduisent à décrire l'évolution de ce système en Mécanique ondulatoire relativiste par l'équation

$$\left\{\vec{\mathbf{v}}^{(1)}.\vec{\mathbf{p}}^{(1)} + \vec{\mathbf{v}}^{(2)}.\vec{\mathbf{p}}^{(2)} + \mathcal{R} - (\mathbf{a}_4^{(1)} + \mathbf{a}_4^{(2)})\,mc^2\right\}\Psi = \frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial\Psi}{\partial t} \tag{1}$$

avec

$$\vec{\mathbf{v}}^{(1)} = -c\vec{\mathbf{a}}^{(1)}, \qquad \vec{\mathbf{v}}^{(2)} = -c\vec{\mathbf{a}}^{(2)},$$

les opérateurs $\mathbf{a}$ étant déduits des α par fusion. La fonction d'ondes Ψ a seize composantes et l'opérateur $\mathcal{R}$ traduit l'interaction entre les deux

([1]) *Proc. Roy. Soc.*, **146**, 1934, p. 930.

corpuscules. En introduisant les coordonnées du centre de gravité, l'équation (1) se met sous la forme

$$(2)\qquad \left\{ \vec{\mathbf{V}}.\vec{\mathbf{P}} + \vec{\mathcal{V}}.\vec{\mathfrak{P}} + \mathcal{R} - (\mathbf{a}_4^{(1)} + \mathbf{a}_4^{(2)})mc^2 \right\} \Psi = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

On remarque qu'*en général il n'y a pas séparation du mouvement relatif et de celui du centre de gravité. La séparation a lieu seulement : 1° si le centre de gravité est en repos, ou approximativement s'il est en mouvement lent; 2° si le mouvement relatif s'évanouit.*

2. La forme du terme d'interaction $\mathcal{R}$ est fixée par des conditions d'invariance et de raccordement. Sans en préciser ici l'expression indiquons que par raccordement avec la loi de Coulomb il contient e^2 en facteur et que d'autre part il contient un opérateur formé à partir des $\mathbf{a}$.

En théorie classique, si le mouvement relatif s'évanouit les charges se neutralisent. Il nous paraît naturel d'admettre encore ce résultat en théorie quantique. D'autre part, en théorie classique, la masse de l'électron est d'origine électromagnétique et si les charges se neutralisent la masse doit aussi disparaître. Cette hypothèse sur l'origine de la masse de même que la neutralisation des charges sont en dehors de la Mécanique : elles ne peuvent donc être contenues dans l'équation (1) et nous devons ajouter cette hypothèse supplémentaire que, si les charges se neutralisent, les masses s'évanouissent.

3. Dans le second cas de séparation la fonction d'onde Ψ du système se met sous la forme $\Phi.\varphi$, Φ étant la fonction d'ondes du centre de gravité, φ celle du mouvement relatif et l'on constate que seul Φ a des composantes et φ n'en a pas. Cherchons s'il existe des solutions de cette forme. Pour cela prenons la moyennne sur les variables relatives dans l'équation (2), c'est-à-dire multiplions à gauche par φ^* et intégrons; nous obtenons, puisque la quantité de mouvement relative est supposée nulle

$$(3)\qquad \left\{ \vec{\mathbf{V}}.\vec{\mathbf{P}} + \int \varphi^* \mathcal{R} \varphi \, d\tau_r - (\mathbf{a}_4^{(1)} + \mathbf{a}_4^{(2)})mc^2 \right\} \Phi = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

L'équation obtenue en supprimant dans (3) le terme d'interaction a la même forme que l'équation du photon de Louis de Broglie et possède la même invariance. Lorsque m est nul on constate que la valeur moyenne du terme d'interaction $\mathcal{R}$ prise par rapport aux variables du centre de gravité est nulle. De plus si l'on cherche les solutions de l'équation (3) par la méthode de variation des constantes, on trouve, lorsque $m = 0$, que les solutions de (3) sont les mêmes que celles de l'équation obtenue en sup-

primant le terme d'interaction : c'est une équation de Louis de Broglie dans laquelle $\mu_0 = 0$.

Ayant les fonctions Φ, on peut dans l'équation (2) prendre les moyennes sur les variables du centre de gravité, ce qui donne

$$\left\{ \int \sum_{ij} \Phi_{ij}^{*} \mathrm{A}_4 \vec{\mathcal{V}} \Phi_{ij} \, d\tau_{\mathrm{G}} . \vec{\mathcal{P}} + \int \sum_{ij} \Phi_{ij}^{*} \mathrm{A}_4 \mathcal{R} \Phi_{ij} \, d\tau_{\mathrm{G}} \right\} \varphi = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \tag{4}$$

Or l'intégrale figurant la moyenne du terme d'interaction est nulle si m devient nul : l'équation (4) admet alors pour solution une constante, qui correspond bien au cas où le mouvement relatif s'évanouit. Avec ce que nous avons admis plus haut les charges sont neutralisées et la masse disparaît, Φ est bien solution du système. On le vérifie, d'ailleurs, immédiatement en portant Φ dans l'équation (2).

4. Nous arrivons donc à ce résultat que l'équation d'ondes du système électron-positon admet des solutions telles que le mouvement relatif autour du centre de gravité s'évanouisse : dès lors elles correspondent à la neutralisation des charges, d'où disparition de la masse supposée d'origine électromagnétique, et satisfont à l'équation d'ondes des photons de Louis de Broglie dont la masse $2\mu_0$ serait nulle; ces solutions possédant tous les caractères du photon peuvent leur être assimilées.

Un photon aurait donc une masse au repos nulle et serait constitué par un électron et un positon dans les états tels que le mouvement relatif autour du centre de gravité s'évanouit.

Ce résultat vient préciser des hypothèses déjà anciennes selon lesquelles les photons seraient constitués de doublets électriques ou de paires d'électrons et de positons (Bragg, Whittaker, Placinteanu, et autres) hypothèses qui n'avaient jusqu'à maintenant reçu aucune justification.

Quoiqu'en l'état actuel des choses il soit prématuré de se prononcer de façon catégorique, cette théorie de la nature des photons apparaît bien préférable à la théorie des neutrinos, car elle ne fait pas intervenir de corpuscules hypothétiques : elle se borne à supposer la masse de nature électromagnétique et à fixer les états où les charges sont neutralisées. Enfin elle constituerait une synthèse des théories de la matière et de la lumière qui viendrait prolonger les conceptions si profondes de M. Louis de Broglie.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur les chocs d'électrons lents dans l'oxygène pur. Affinité électronique.* Note (1) de M. **La. Goldstein**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que la forme primaire des centres négatifs qui apparaissent dans un gaz rendu conducteur d'électricité est l'électron. Les électrons libérés par un processus d'ionisation quelconque après avoir subi un nombre plus ou moins considérable de chocs contre les molécules ou atomes de gaz, peuvent être fixés par ces molécules ou atomes et se transformer ainsi en *ions négatifs*. L'expérience montre que la probabilité de fixation des électrons dans un gaz est fonction de la nature chimique du gaz d'une part, et de l'énergie cinétique des électrons d'autre part.

La fixation des électrons sur les atomes normaux des gaz rares est pratiquement nulle quelle que soit l'énergie cinétique des électrons. Par contre, la probabilité de fixation dans les gaz et vapeurs tels que H^2O, ClH, NH^3... n'est fonction que de l'énergie cinétique des électrons. De nombreux auteurs pensent que les molécules d'oxygène et d'autres comme Cl^2Br^2... composés d'éléments plus ou moins électronégatifs ont également une grande affinité pour les électrons et en particulier pour les électrons lents. Ce point, cependant, avait été mis en doute par certains expérimentateurs (2) qui rendaient responsables des phénomènes observés les impuretés telles la vapeur d'eau ou vapeurs d'acide halogénés.

La présente Note a pour objet de montrer que, par une purification et desséchage très soignés des appareils et de l'oxygène, *électrisé* par un faisceau d'électrons lents dirigés, ce gaz semble se comporter vis-à-vis des électrons dont l'énergie est comprise entre 0,1 volt et 5,9 volts de manière tout à fait analogue aux gaz rares très purs. La molécule normale d'oxygène aurait une affinité électronique pratiquement nulle. Afin de ne pas introduire dans l'oxygène moléculaire des impuretés électronégatives tel que l'oxygène atomique (ozone) nous avons électrisé ce gaz par un faisceau d'électrons accélérés par une différence de potentiel bien déterminée entre une cathode équipotentielle et une grille. Cette différence de potentiel reste dans la première partie de ces expériences bien inférieure à l'énergie

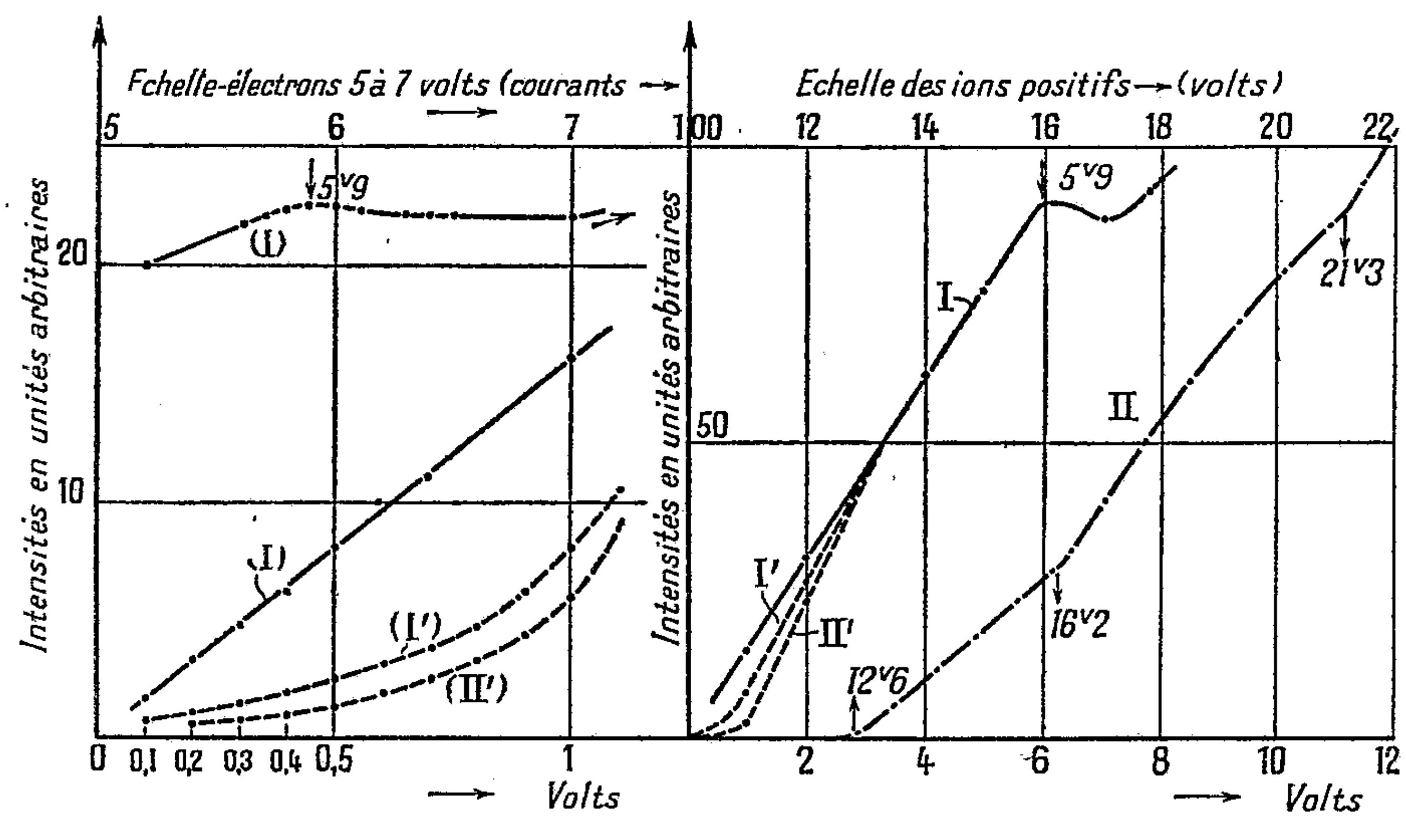
(1) Séance du 2 mars 1936.

(2) Brose, *Phil. Mag.*, 50, 1925, p. 536.

de l'ionisation de la molécule d'oxygène. L'énergie des électrons variait, en effet, de 0,1 volt à 8 volts.

La source électronique est une surface de cuivre supportant une couche émettrice d'électrons. Cette surface est soudée dans un tube de verre et est séparée du reste de l'appareil, lequel comporte une grille et une plaque. La surface métallique est chauffée par un courant électronique intense, les électrons dans ce but sont fournis par un filament de tungstène chauffé dans le vide à une température suffisamment élevée et sont accélérés vers la surface de cuivre. Les filaments chauffés directement dans l'oxygène pur ne pouvaient convenir n'ayant qu'une vie moyenne, en général, insuffisante même pour la durée d'une expérience. La différence de potentiel entre les électrodes était réglable à quelques centièmes de volts près. Un galvanomètre de sensibilité maxima $1{,}02.10^{-10}$ ampère servait aux mesures des courants dans le tube à chocs électroniques. L'appareil fut étalonné avec de l'argon et du néon soigneusement purifiés.

Les courbes ci-dessous rendent compte des résultats de ces expériences.



Échelle pour les électrons de 0,1 à 1 volts (voir échelle des courants à gauche).

La courbe I représente l'intensité du courant électronique recueilli par la plaque en fonction de l'énergie électronique. La pression du gaz étant choisie de manière à ce que le nombre de chocs calculés pour les dimensions de l'appareil, que les électrons devaient subir avant d'arriver à la plaque soit en moyenne bien supérieur à mille. La courbe (I) montre le détail de la discontinuité observée à 5,9 volts. Les courbes I' et (I') (sur

deux échelles différentes) représentent les courants électroniques d'énergie comprises entre 0,1 volt et 1 volt. La première avant d'avoir produit la discontinuité observée, tandis que la seconde après l'avoir provoquée, toutes les conditions expérimentales restant inchangées. La courbe II représente le courant des ions positifs, ionisation des molécules d'oxygène par chocs d'électrons d'énergie égale et supérieure à 12,6 volts (le premier point) 16,2 volts (le deuxième) et 21,3 volts (le troisième). Ce dernier potentiel d'ionisation doit correspondre au processus d'ionisation suivie de dissociation $O^2 + e \rightarrow O^+ + O + e$.

Nous interprétons ces résultats de la manière suivante : lors des chocs d'électrons d'énergie égale ou supérieure à 5,9 volts, l'oxygène moléculaire peut subir une légère dissociation. On ne peut en effet admettre la capture d'électrons de telles énergies par les molécules d'oxygène. Les produits de dissociation : des atomes d'oxygène, soit sous forme atomique, soit sous la forme des molécules d'ozone, lesquelles pourraient se former à la température de l'expérience, agissant comme impuretés fortement électronégatives dans l'oxygène moléculaire, et seraient responsables de la diminution du nombre d'électrons lents libres. Cette manière de voir semble être confirmée par le fait qu'après avoir ionisé les molécules d'oxygène avec des électrons de 21,3 volts augmentant ainsi l'impureté atomique ou ozonique, la perte du nombre d'électrons lents libres (entre 0,1 et 2 volts) augmente comme le montre la courbe II'. Des phénomènes analogues ont été observés avec des molécules polyatomiques composées d'éléments fortement électronégatifs.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur la réaction de Devaux concernant la modification par le cuivre d'un voile superficiel de sulfure cuivrique.* Note de M. **Jean Cayrel**, présentée par M. Aimé Cotton.

H. Devaux [1] a étudié la modification centrifuge que subit un voile de CuS flottant sur une solution cuivrique sous l'influence d'un fragment de cuivre en contact avec le voile et avec la solution. Il a attribué à un dépôt électrolytique de cuivre sur le voile de CuS la formation de l'auréole grandissante dont s'entoure le fragment de cuivre. Celui-ci constituerait la cathode de la chaîne voltaïque CuS | SO^4Cu | Cu.

---

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1305 et 202, 1936, p. 368.

En vue de préciser cette interprétation et d'évaluer l'épaisseur de la couche de cuivre déposée sur le sulfure j'ai cherché à déterminer le sens et l'intensité du courant producteur de l'auréole en remplaçant le contact direct entre CuS et Cu par une connexion extérieure à l'électrolyte contenant un galvanomètre. Pour assurer le contact avec le voile il est indispensable d'employer un métal ne donnant pas lieu à la réaction de Devaux, l'or par exemple. J'ai utilisé une lame de 2 à 4^{mm} de largeur, découpée dans une feuille d'or des doreurs. Grâce à sa légèreté une telle lame permet d'établir un contact de petites dimensions avec la face supérieure du voile sans l'endommager.

1. Observations qualitatives :

a. Aucune modification du voile ne se produit tant que la chaîne CuS | SO^4Cu | Cu reste ouverte, mais dès la fermeture du circuit, l'auréole caractéristique se développe autour du point de contact de l'or et du voile de CuS. Corrélativement, le galvanomètre indique le passage d'un courant *allant de* CuS *à* Cu *dans le circuit extérieur*, ce qui correspond bien, *dans la solution, à un transport d'ions* $\overset{++}{\mathrm{Cu}}$ *de* Cu *vers* CuS. Sauf dans les premiers instants qui suivent la fermeture du circuit, l'intensité du courant reste sensiblement constante au cours du développement de l'auréole. Celle-ci cesse de s'agrandir dès qu'on coupe le courant.

b. L'adjonction d'un générateur dont la f. é. m. s'ajoute à celle de la pile CuS | SO^4Cu | Cu accélère l'extension de l'auréole. On observe de plus un phénomène nouveau : *la formation au centre de l'auréole d'une parcelle de cuivre rouge épais, ce qui n'a jamais lieu en l'absence de f. é. m. extérieure.* Le diamètre de cette parcelle varie de quelques dixièmes de millimètre à quelques millimètres suivant l'intensité du courant.

Mais ici, lorsqu'on coupe le circuit, *l'auréole continue de grandir tandis que le noyau de cuivre central se dissout progressivement et finit par disparaître.* On voit donc directement le transport d'une parcelle de cuivre métallique, et son étalement final en une couche assez mince pour être parfaitement transparente.

2. Étude quantitative du phénomène :

a. Force électromotrice de la chaîne CuS | SO^4Cu | Cu. — La mesure de cette f. é. m. par la méthode classique d'opposition nous a donné $e = 0{,}20$ V à 15° pour une solution de SO^4Cu à 10 pour 100.

b. Épaisseur moyenne de l'auréole. — La mesure de la quantité d'électricité transportée par le courant permet de calculer le poids de cuivre

constituant l'auréole et par suite *l'épaisseur moyenne* ε de l'auréole. J'ai trouvé pour cette épaisseur une valeur *remarquablement constante* (¹) 18,5 Å ± 2,5 Å *indépendante du diamètre de l'auréole* et *de l'intensité du courant* pour des diamètres variant de 5 à 45^{mm} et des intensités variant de 25 à 250 µA. Cette épaisseur ne change pas quand on fait varier la concentration de la solution de sulfate de cuivre, ni quand on lui substitue une solution d'azotate de cuivre.

c. Loi de croissance de l'auréole (²). — J'ai mesuré le diamètre D d'une même auréole aux différents stades de son développement et j'ai trouvé que, *lorsque l'intensité du courant demeure constante*, la croissance du diamètre en fonction du temps s'effectue suivant la loi

$$\frac{D}{t} = \text{const.}$$

Cette relation exprime précisément que le quotient du poids de cuivre déposé $p = \mathrm{K}It$ par la surface S de l'auréole est une constante, c'est-à-dire que l'épaisseur $\varepsilon = p/\mathrm{S}\,\delta$ de l'auréole est indépendante de son diamètre. Il en résulte que la vitesse d'accroissement radial de l'auréole a pour valeur

$$\frac{d\mathrm{D}}{dt} = \frac{2\mathrm{K}}{\pi\varepsilon\,\delta}\,\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{D}} \qquad \text{ou} \qquad \frac{d\mathrm{D}}{dt} = \sqrt{\frac{\mathrm{KI}}{\pi\varepsilon\,\delta}}\,\frac{1}{\sqrt{t}}.$$

Conclusions. — Les expériences précédentes sont en plein accord avec l'explication donnée par H. Devaux d'un transport électrolytique de cuivre sur le voile de CuS. Elles montrent en outre que l'épaisseur de la couche constituant l'auréole est constante et voisine de 20 Å. Restent à expliquer : 1° l'extension centrifuge de l'auréole; 2° la limitation de l'auréole en épaisseur.

La propagation centrifuge de l'auréole paraît avoir pour cause la très grande résistance du voile ($\rho \neq 10^{-1}\Omega.\text{cm}$). Celle-ci limiterait pratiquement le courant et par suite le dépôt de cuivre à la zone du *sulfure* confinant extérieurement au pourtour de l'auréole bonne conductrice. Quant à la limitation spontanée de l'épaisseur de l'auréole elle semble résulter de ce que le courant de cuivrage, qui a pour cause la dissymétrie des électrodes de la pile CuS | SO^4Cu | Cu, ne saurait subsister entre le cuivre et les

(¹) Calculée en prenant pour la densité du cuivre $\delta = 8,70$. Les poids de cuivre mis en jeu sont donc de $1,6.10^{-6}$ g/cm².

(²) Sans f. é. m. extérieure.

régions du voile déjà cuivrées, lorsque l'épaisseur de la couche de cuivre est devenue suffisante pour que ses propriétés *se rapprochent* de celles du cuivre massif.

ÉLECTRICITÉ. — *Remarques sur la mesure et la production des hauts potentiels.* Note de M. **Marcel Pauthenier** et Mme **Marguerite Moreau-Hanot**, présentée par M. Aimé Cotton.

Mesure absolue des hauts potentiels. — Quand le collecteur est une sphère de rayon R, la mesure absolue du potentiel V est facile : il suffit de déposer au pôle supérieur de la sphère un petit disque de platine de même courbure qui se soulève quand la pression électrostatique l'emporte sur son poids. Il se trouve en effet que, pour des valeurs du champ superficiel $E = V/R$ au plus de l'ordre de 30 000 V/cm l'épaisseur maxima $E^2/8\pi\delta g$ d'un tel disque (δ, densité du platine; g, accélération de la pesanteur) est inférieure à 2/10 de millimètre : le disque ne constitue donc à la surface de la sphère qu'une aspérité négligeable.

Les potentiels inférieurs à la limite seront mesurés par des lames encore plus minces constituant une boîte de poids pour hauts potentiels.

Quand le potentiel correspondant à un disque est atteint, on voit celui-ci se soulever brusquement, glisser et tomber à terre. On peut projeter le phénomène sur un écran lointain. Quand la sphère est de grand rayon, on a le droit de juxtaposer plusieurs disques dans la région polaire.

Cette méthode permet de graduer un appareil à lecture continue plus commode pour l'usage courant. Pour le réaliser, on peut penser à rendre élastique un disque faisant partie de la surface de la sphère, disque remplaçant la partie pendulaire de l'électromètre Abraham et Villard et à commander ainsi la *rotation* d'un petit miroir convenablement monté pour n'introduire aucune fuite électrique.

Fuites dues aux conducteurs voisins. — Dans les générateurs de hauts potentiels, le résultat atteint n'est souvent limité que par les fuites : outre la conductibilité des supports et l'ionisation de l'air à la surface de la sphère chargée, on doit considérer les aigrettes émises par les conducteurs voisins reliés à la terre quand leur champ superficiel devient trop grand.

Soit un conducteur à la terre et assimilable à une sphère de rayon r; s'il est à la distance d de la charge influençante Q portée par la sphère de rayon R, on trouve que le champ à sa surface est de l'ordre de Q/rd; pour qu'il reste inférieur au champ limite que nous supposons régner à la surface

de la sphère soit Q/R^2, il faut que l'on ait

$$rd < R^2.$$

L'inconvénient est d'autant plus réduit que l'objet est plus près d'une paroi. Le champ superficiel est plus petit aussi lorsqu'il s'agit d'un cylindre de rayon r, sans qu'on puisse donner ici au résultat une forme simple; mais on peut dire d'une façon générale, qu'une base raisonnable de discussion est donnée par la comparaison de R^2 et rd où r désigne le rayon de courbure minimum d'un objet quelconque.

Forme du collecteur de haute tension. — Si la condition précédente est satisfaite, la principale cause de fuites provient des défauts du conducteur chargé lui-même, particulièrement des trous qu'on a dû y pratiquer.

Ces trous peuvent être de grand diamètre, de l'ordre du rayon de la sphère par exemple pour les machines à courroies. Leurs bords sont le siège d'émissions ioniques importantes. Dans ces conditions le meilleur collecteur n'est pas la sphère, mais le *tore*, où le champ électrique est nul dans la région centrale : c'est dans cette région, et suivant l'axe du tore, que doit arriver la canalisation où se déplacent les charges.

Pour simplifier la construction du collecteur on peut remplacer le tore par le solide compris entre les deux plans tangents normaux à l'axe et la surface torique extérieure; la canalisation électrique sera normale à la partie plane, où, entre autres avantages, la pression électrostatique est notablement plus faible que dans la région périphérique.

Toutefois cette forme ne permet plus la mesure *absolue* du potentiel signalé au paragraphe I et l'appareil à lecture directe doit être gradué par une méthode moins satisfaisante utilisant par exemple un pendule lointain.

ÉLECTRICITÉ. — *Compteur à couples thermoélectriques compensés pour la mesure des calories dispersées par une installation de chauffage central à eau chaude.* Note (¹) de MM. **André Égal** et **Robert Chevalier**, transmise par M. Jules-Louis Breton.

L'expérience montre que le courant fourni par des couples thermoélectriques compensés (²), dont les deux séries de soudures sont soumises à des

(¹) Séance du 9 mars 1936.

(²) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 332; 197, 1933, p. 910; 198, 1934, p. 1134; 200, 1935, p. 812.

températures différentes de quelques degrés seulement, est suffisant pour actionner un compteur magnétoélectrique du genre O'K, pourvu que le nombre des couples mis en jeu soit suffisamment grand (100 ou 200).

L'une des deux séries de couples d'un élément à couples thermoélectriques compensés est au contact thermique de la canalisation de départ d'une

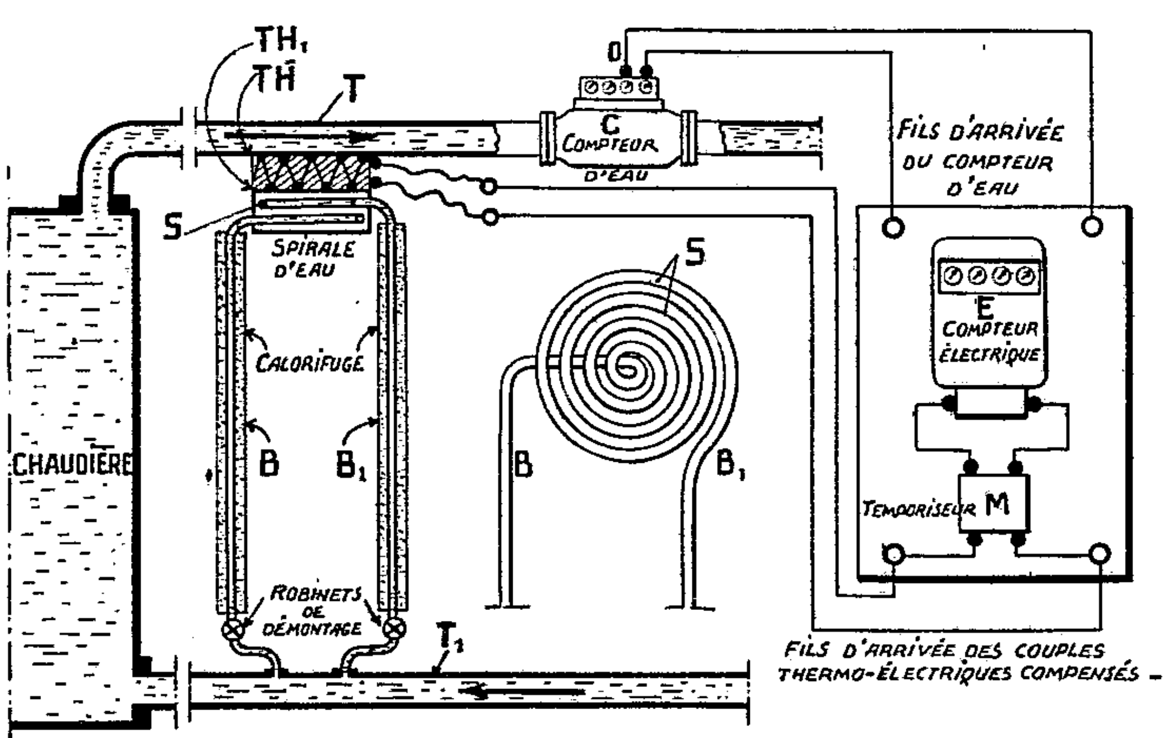


Fig. 1. — Type à un élément.

C, compteur d'eau à contact O; E, compteur électrique enregistreur des calories; M, temporiseur de durée du contact O; TH, TH_1, un élément de couples thermoélectriques compensés mesurant $T - T_1$; S, spirale alimentée par le by-pass, B, B_1.

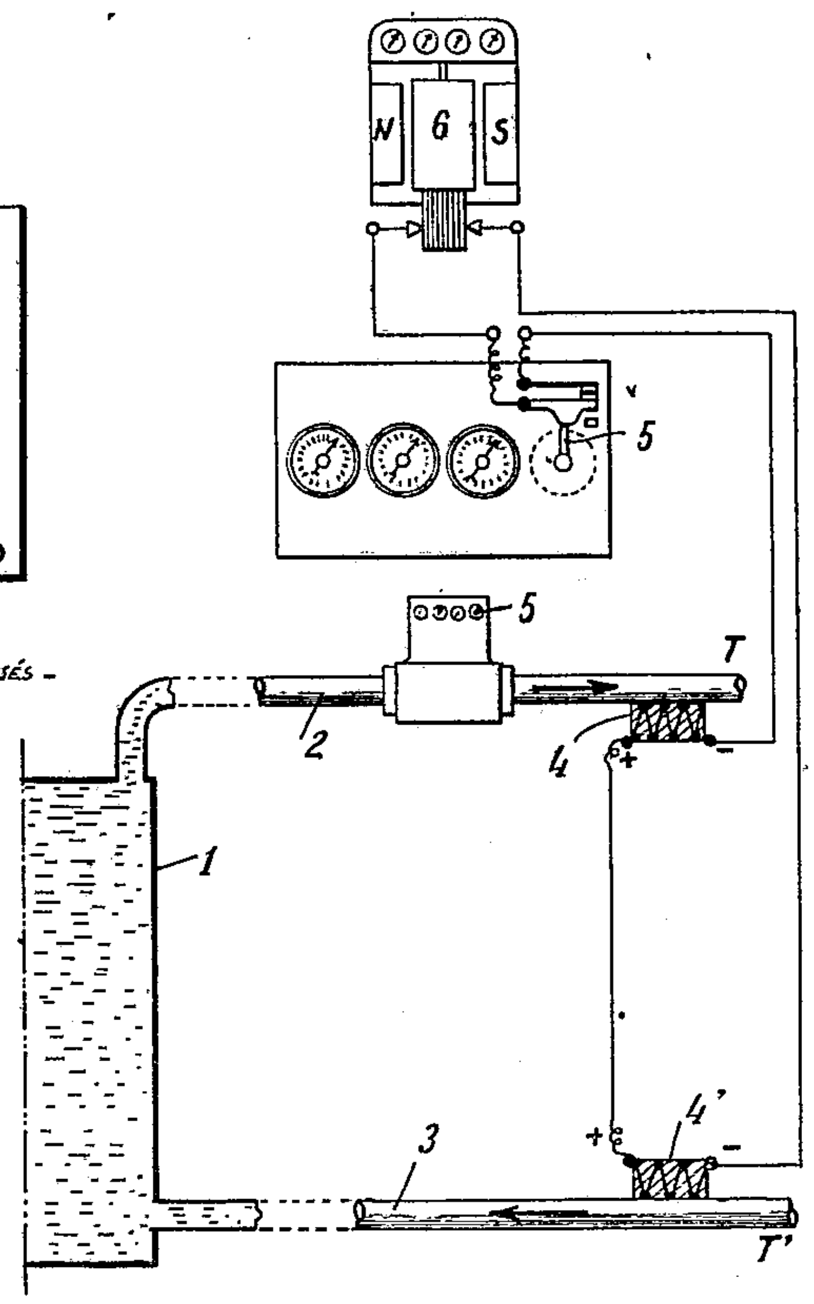


Fig. 2. — Type à 2 éléments thermoélectriques. 1, chaudière; 2, départ d'eau chaude; 3, retour d'eau chaude; 4 et 4', éléments thermoélectriques; 5, compteurs à eau; 6, compteur électrique enregistreur des calories.

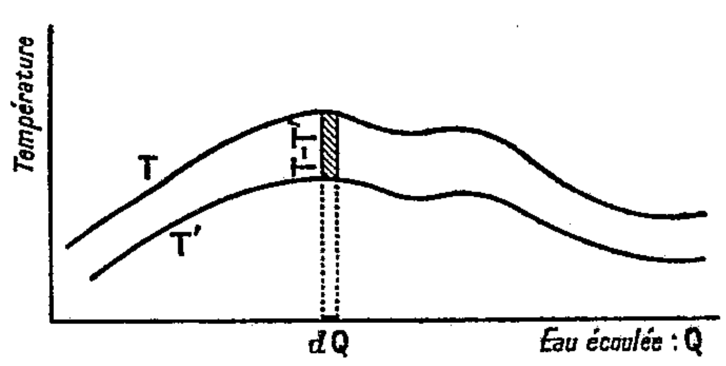


Fig. 3.

installation de chauffage à eau chaude, et la deuxième série du même élément est au contact thermique de la canalisation de retour de cette installation (*fig.* 1 et 2). Si l'on ferme alors le circuit formé par les deux séries de ces couples compensés sur un compteur magnétoélectrique par l'intermédiaire d'un interrupteur actionné par l'hélice ou le moulinet d'un compteur d'eau placé sur l'une ou l'autre de ces canalisations, on constitue un compteur des calories dispersées par cette installation de chauffage.

En appelant dQ une certaine quantité d'eau assez faible s'écoulant à un moment donné, T la température de l'eau de la canalisation de départ à ce moment, et T′ celle de l'eau dans la canalisation de retour au même instant, la quantité de calories C dispersées par l'installation sera

$$C = \int (T - T')\, dQ.$$

Si l'on trace deux courbes (*fig.* 3) ayant pour ordonnées l'une à la tempé-

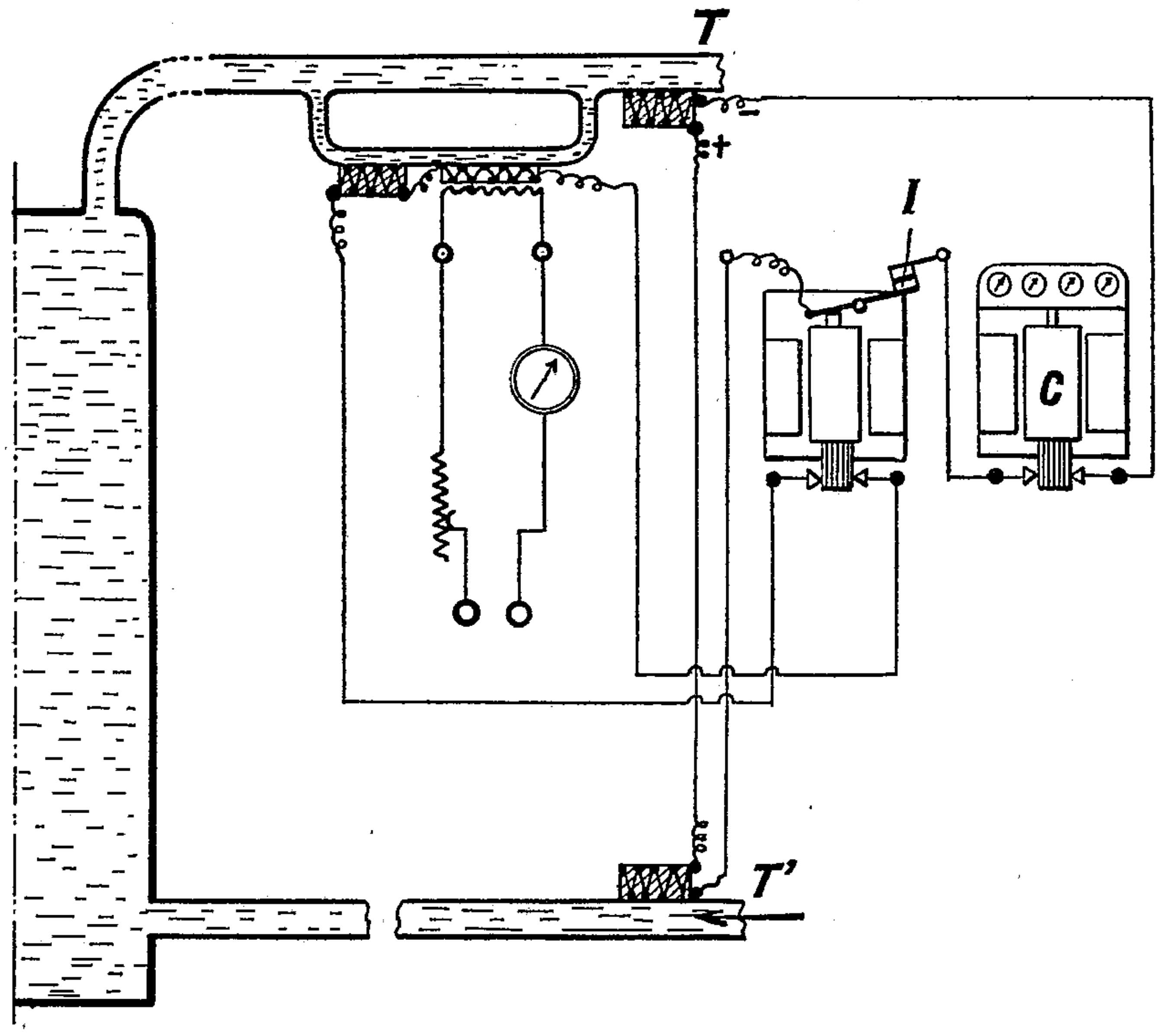


Fig. 4. — Dispositif analogue, mais dans lequel la mesure du débit est faite au moyen des couples thermoélectriques compensés. L'interrupteur du compteur d'eau est alors remplacé par l'interrupteur I commandé par un compteur électrique genre OK. Le compteur C enregistre les calories.

rature T, l'autre T′ et toutes deux pour abscisse en valeur absolue la quantité d'eau Q qui s'écoule, l'aire comprise entre ces deux courbes représentera la quantité C à mesurer.

On peut facilement intégrer cette aire en rendant dQ constant et en totalisant la somme des différences T — T′, car on a bien

$$C = dQ \sum (T - T').$$

Pour ce faire, chaque fois que le compteur d'eau aura enregistré un certain débit (100 ou 500 litres par exemple), il déclenchera l'interrupteur du circuit de l'élément à couples thermoélectriques compensés, cet interrupteur fermera ce circuit sur le compteur pendant une durée de quelques secondes, *durée maintenue rigoureusement constante par une minuterie*, quel que soit le nombre des manœuvres de l'interrupteur.

Le compteur électrique fera alors un certain nombre de tours proportionnel à l'intensité du courant fourni par l'élément thermoélectrique, donc à l'écart de température $T - T'$. Cette opération se répétant chaque fois que la même quantité d'eau s'est écoulée, le compteur électrique totalisera la somme des écarts de température $T - T'$ et donnera, en définitive, une indication proportionnelle à la quantité de calories dispersées par l'installation de chauffage (*fig.* 4).

Ce compteur de calories ne nécessite aucun mécanisme et emploie seulement des appareils connus tels qu'un compteur d'eau et un compteur magnétoélectrique.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur une conséquence de la nouvelle électrodynamique non linéaire*. Note de MM. **Bernard Kwal** et **Jacques Solomon**, transmise par M. Paul Langevin.

Nous nous proposons d'étudier les modifications qu'apporte la nouvelle électrodynamique non linéaire de Born et Infeld [1] à l'expression de la densité totale d'énergie du rayonnement du corps noir à une température donnée (loi de Stefan-Boltzmann).

Prenons pour vecteurs indépendants les vecteurs $\vec{D}$ et $\vec{B}$. Dans ce cas la densité d'énergie s'écrit

$$U = \frac{b^2}{4\pi}\left[\sqrt{1 + \frac{1}{b^2}(D^2 + B^2)} - 1\right] \tag{1}$$

et l'on a

$$\vec{E} = 4\pi\frac{\partial U}{\partial \vec{D}} = \frac{\vec{D}}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2}(D^2 + B^2)}}, \qquad \vec{H} = 4\pi\frac{\partial U}{\partial \vec{B}} = \frac{\vec{B}}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2}(D^2 + B^2)}}. \tag{2}$$

(1) M. Born, *Proc. Roy. Soc.*, **143**, 1934, p. 410; M. Born et L. Infeld, *Proc. Roy. Soc.*, **144**, 1934, p. 425 et **147**, 1934, p. 622; *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1297.

La pression de radiation est donnée par

$$(3)\quad 4\pi p = (\vec{H}\vec{B}) + (\vec{D}\vec{E}) - D_z E_z - H_z B_z - 4\pi U = \frac{D^2 + B^2 - D_z^2 - H_z^2}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2}(D^2 + B^2)}} - 4\pi U.$$

Par suite de l'isotropie du rayonnement, on a $D_z^2 + H_z^2 = 1/3(D^2 + B^2)$.

D'autre part, pour le travail élémentaire dA, les variations élémentaires d'énergie dU et d'entropie dS, on peut écrire

$$dA = p\,d\tau, \qquad dU = U\,d\tau + \tau\frac{\partial U}{\partial T}\,dT, \qquad dS' = \frac{dU + dA}{T}$$

où τ est le volume du corps noir. On en tire

$$dS = \frac{1}{6\pi}\,\frac{1}{T}\,\frac{D^2 + B^2}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2}(D^2 + B^2)}}\,d\tau + \frac{\tau}{T}\,\frac{\partial U}{\partial T}\,dT$$

et, en tenant compte de (1),

$$dS = \frac{4}{3} \times \frac{1}{T}\,\frac{U\left(\frac{2\pi}{b^2}U + 1\right)}{\frac{4\pi}{b^2}U + 1}\,d\tau + \frac{\tau}{T}\,\frac{\partial U}{\partial T}\,dT.$$

En écrivant que dS est une différentielle totale, on obtient la relation

$$T\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{4U\left(\frac{2\pi}{b^2}U + 1\right)\left(\frac{4\pi}{b^2}U + 1\right)}{\left(1 - \frac{8\pi}{b^2}U\right)\left(\frac{2\pi}{b^2}U + 1\right) - \frac{2\pi}{b^2}U},$$

d'où, par intégration,

$$(4)\qquad \frac{U\left(\frac{2\pi}{b^2}U + 1\right)}{\left(\frac{4\pi}{b^2}U + 1\right)^4} = \sigma T^4,$$

où σ est une constante.

Il n'est pas nécessaire ici d'envisager toutes les conséquences de (4). Il semble raisonnable de penser que la théorie de Born-Infeld doit donner, au moins lorsqu'on se limite au premier terme du développement suivant les puissances de $1/b^2$, une meilleure approximation de la réalité que ne le fait la théorie de Maxwell, d'où un terme supplémentaire à la formule de Stefan

$$U = \sigma T^4\left(1 + \frac{14\pi\sigma T^4}{b^2}\right).$$

Ce nouveau terme ne devient appréciable qu'aux environs de 10^9 degrés absolus.

OPTIQUE. — *Sur la théorie de la diffraction par un écran métallique à bord rectiligne*. Note de M. **Jean Savornin**, présentée par M. Aimé Cotton.

1. Le problème de la diffraction par le bord aigu et rectiligne d'un écran a été traité par Sommerfeld et Poincaré sur les bases de la théorie électromagnétique. La nécessité d'introduire l'effet de l'écran par des conditions aux limites de forme simple, imposées aux vibrations lumineuses à sa surface, conduit à considérer l'écran comme parfaitement conducteur, c'est-à-dire parfaitement réfléchissant. La forme géométrique de l'écran est d'un demi-plan indéfini pour Sommerfeld, d'un dièdre plein (coin) pour Poincaré. Dans tous les cas, à une vibration incidente polarisée rectilignement correspondent des vibrations diffractées également rectilignes, mais orientées de façon différente par rapport à l'arête diffringente.

2. L'expérience montre que ces théories sont insuffisantes : la nature de l'écran (lequel est en pratique toujours métallique) intervient pour modifier, suivant la longueur d'onde, la forme des vibrations diffractées. Cet effet est d'autant plus marqué que l'angle d'observation est plus grand (diffraction éloignée). En lumière incidente blanche, la lumière diffractée est colorée, sa teinte dépend du métal qui constitue l'écran.

Raman et Krishnan ont proposé en 1927, dans une Note qui n'a pas assez attiré l'attention [1], de tenir compte du fait que l'écran modifie l'amplitude et la phase des vibrations lumineuses qu'il réfléchit. Le terme correspondant à la réflexion dans l'expression mathématique de la lumière diffractée est donc à multiplier par un facteur dont la valeur résulte des lois de la réflexion métallique. Les auteurs ont effectué les calculs numériques dans le cas du demi-plan indéfini; ils décomposent la vibration incidente en deux autres, respectivement parallèle (π) et perpendiculaire (σ) au bord diffringent, et déterminent dans la lumière diffractée les intensités de ces composantes et leur différence de phase.

Les variations des propriétés optiques du métal (acier, or, etc.), à travers le spectre expliquent qualitativement la coloration de la lumière par diffraction, observée par Gouy. De plus, à une vibration incidente rectiligne correspond une vibration diffractée elliptique, ce qui est conforme à l'expérience.

3. J'ai repris les calculs numériques dans le cas du coin, qui me paraît

[1] *Proceedings Roy. Society*, 116, 1927, p. 254.

plus proche de la forme réelle d'un écran à bord aiguisé. D'autre part, au lieu de considérer les valeurs des composantes π et σ diffractées, j'ai supposé [comme je le réalise dans mes expériences ([1])], que la vibration incidente est rectiligne et orientée à 45° du bord de l'écran. Dans ces conditions, la vibration diffractée dans une direction quelconque étant elliptique, je la caractérise par la *rotation* ρ (angle du grand axe avec la direction de vibration primitive) et l'ellipticité ψ (définie comme à l'ordinaire par le rapport des axes $b/a = \text{tang}\psi$). Les métaux choisis sont : l'acier (qui est le plus apte à fournir des écrans à bords particulièrement aigus), l'or et le cuivre (les seuls métaux connus qui présentent une *bande de transmission* dans le visible).

J'ai traité le cas d'une déviation moyenne (20°) des rayons diffractés : les résultats sont d'autant plus caractérisés que l'on s'éloigne davantage de la limite ombre-lumière, mais il convient de ne pas augmenter trop la déviation, les vérifications expérimentales qu'il s'agit de faire devenant très difficiles à cause du manque de lumière. Les valeurs de ρ et ψ sont calculées pour différents angles d'incidence en fonction de la longueur d'onde dans le spectre visible ; elles seront publiées dans un prochain Mémoire plus détaillé. Je me bornerai à indiquer ici les principaux résultats.

L'acier donne des rotations qui augmentent légèrement d'un bout à l'autre du spectre, tandis que les ellipticités vont en diminuant.

L'or et le cuivre au contraire présentent des valeurs de ρ qui, croissant légèrement ou même décroissant au début, augmentent très rapidement à la traversée de la bande de transmission ; la courbe s'infléchit, puis croît moins vite, et reprend ensuite son allure générale. Les ellipticités présentent un maximum accentué au centre de la bande de transmission, ce maximum correspondant à la même longueur d'onde que le point d'inflexion de la courbe des rotations ; les valeurs de ψ sont nettement plus grandes que celles données par l'acier.

Les courbes gardent la même allure quel que soit l'*angle d'incidence* de la lumière sur l'écran ; les angles ρ et ψ deviennent cependant plus grands lorsqu'on s'éloigne de l'incidence normale, en même temps que leurs variations s'accentuent. A l'incidence normale, pour $\lambda = 0^{\mu},54$, les valeurs de ρ sont de l'ordre de 8° pour l'acier et l'or, 7° pour le cuivre ; les ellipti-

([1]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 647.

cités maxima sont de l'ordre de 7° pour l'or, 6° pour le cuivre, 4° pour l'acier.

On remarque l'analogie étroite entre les courbes représentant ρ et ψ, et celles que l'on obtient au voisinage d'une *bande d'absorption* d'une solution douée de *dichroïsme circulaire*. Naturellement, dans ce dernier cas les rotations sont indépendantes de l'azimut de la vibration incidente, tandis que pour la diffraction le bord de l'écran impose une symétrie particulière.

Quoi qu'il en soit, ces résultats ne sont que les déductions d'hypothèses théoriques. Il reste à les confronter avec l'expérience : ce travail est en cours.

SPECTROSCOPIE. — *Nouvelle bande de l'oxyde azotique.* Note [1] de MM. **Michel Duffieux** et **Léon Grillet**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons signalé dans le spectre de première décharge à travers le peroxyde d'azote [2] une bande dont la raie nulle est voisine de 6000 Å. Nous avons pu la résoudre et en étudier la structure de rotation en substituant au train de prismes de notre spectrographe un réseau plan de Rowland de 14408 traits obligeamment prêté par M. H. Buisson. La dispersion dans le second spectre est de 6,6 Å par millimètre. Pour ramener le temps de pose à une valeur acceptable, nous avons apporté au dispositif que nous avons décrit les modifications suivantes :

1° L'ouverture utile de l'objectif de chambre a été portée à $f/7$ grâce à une lentille cylindrique convergente placée devant la plaque;

2° La fente a été ouverte à 30μ et éclairée uniformément sur toute sa hauteur [3].

3° La pression du gaz et l'intensité du courant ont été accrues jusqu'au point où le premier groupe positif de N^2 fut devenu gênant.

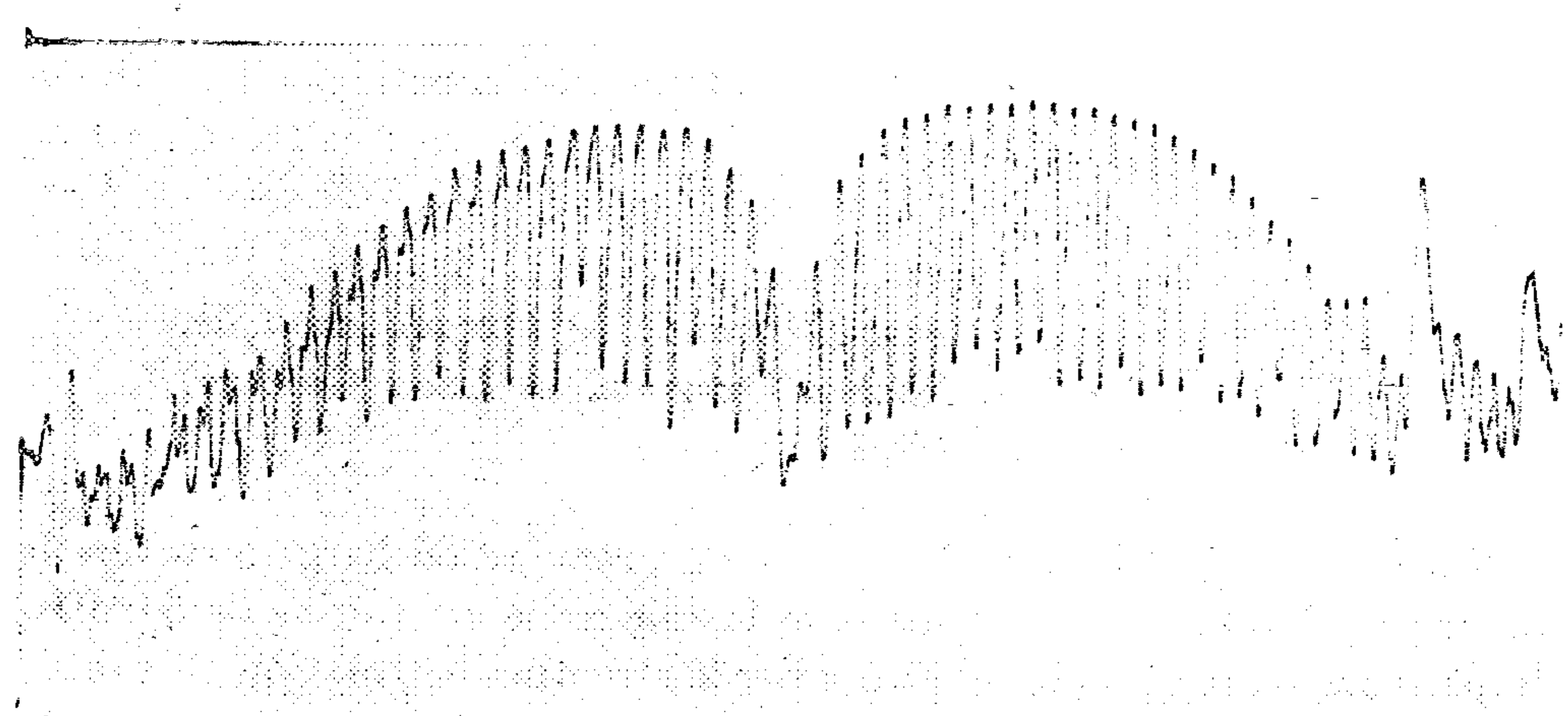
Dans ces conditions une pose de 30 heures a été suffisante. Malgré l'introduction de la lentille cylindrique et la largeur de la fente, les raies sont assez fines et parfaitement symétriques. Nous avons pris comme spectres de référence ceux du néon et du fer..

(1) Séance du 3 mars 1936.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1338.

(3) *Revue d'Optique*, 12, 1933, p. 425.

Structure de rotation. — La bande est composée de deux suites P et R presque symétriques par rapport à l'origine (raie nulle). Dans chacune de ces suites, les trente premiers termes sont bien distincts. La variation de l'intensité y est régulière. Cette structure est bien visible sur l'enregistrement microphotométrique (voir figure). Quoique la dispersion soit encore



insuffisante pour résoudre complètement la structure fine, on distingue que chaque terme est un triplet dont les composantes paraissent avoir des intensités peu différentes; l'intensité exceptionnelle de la composante médiane résulte probablement de la superposition avec la lumière aberrante des composantes latérales.

Les pointés micrométriques étant beaucoup plus précis sur ces composantes médianes, c'est pour elles que nous avons calculé les coefficients de la structure de rotation. La fréquence est donnée en fonction de l'ordre m des termes, avec des écarts du même ordre que les erreurs de mesures, par une formule limitée au second degré.

$$\nu = 16669{,}75\,(\pm 0{,}05) + 3{,}913\,(\pm 0{,}005)\,m - 0{,}00807\,(\pm 0{,}0001)\,m^2,$$

m variant de -1 à -30 pour la suite P et de $+1$ à $+30$ pour la suite R. La longueur d'onde de la raie nulle est donc 5998,9 Å.

Il existe au voisinage de l'origine, un groupe de raies faibles qui représente peut être un embryon de suite Q.

Attribution de la bande. — Étant donné la symétrie presque parfaite des suites P et R et le signe du terme en m^2, il nous paraît naturel de classer

cette bande parmi les bandes de vibration : les moments d'inertie initial et final ne diffèrent en effet que du 1/480 de leur valeur moyenne. Nous croyons pouvoir l'attribuer à la molécule NO ionisée pour les raisons suivantes :

1° Cette bande apparaît immédiatement dans un tube alimenté en oxyde azotique. Dans un tube alimenté en peroxyde d'azote elle évolue comme les spectres des produits immédiats de la dissociation.

2° Le moment d'inertie déduit de la structure de rotation est $14,1.10^{-40}$ correspondant à $B_0 = 1,956$. Ces valeurs ne correspondent à aucune de celles qui ont été calculées pour les molécules d'azote et d'oxygène neutres ou ionisées, dont les niveaux énergétiques sont assez bien connus. Ces deux molécules n'apparaissent d'ailleurs que très tard dans la décharge à travers NO et NO^2.

3° Parmi les états électroniques connus de la molécule NO, seul l'état $C^2\Sigma$ a un moment d'inertie qui concorde avec celui que nous avons calculé ($B_0 = 1,955$). Malgré cette coïncidence presque parfaite, il nous paraît difficile d'attribuer à cet état la bande 5998,9. L'état $C^2\Sigma$ paraît peu stable et seul son premier niveau de vibration est connu. D'autre part, l'existence de triplets est incompatible avec la parité du nombre des électrons de la molécule NO neutre. Les états $^2\Sigma$ donnent des suites de doublets et non de triplets. La multiplicité correspondrait à un nombre pair d'électrons extérieurs, c'est-à-dire à la molécule ionisée NO^+. Cette attribution est en parfait accord avec le rôle que la molécule émettant la bande paraît jouer dans la décharge électrique à travers les oxydes de l'azote.

Nous n'avons pas trouvé dans le voisinage de la bande 5998,9 d'autre bande de même structure, tout au moins aucune bande ayant une intensité comparable.

OPTIQUE. — *Sur deux propriétés des sources de lumière polarisée.* Note de M. **Yves Le Grand**, présentée par M. Charles Fabry.

I. *Aspect.* — Si l'on fait abstraction des célèbres houppes décrites par Haidinger en 1844, une source de lumière polarisée présente le même aspect qu'une source de lumière naturelle; un sujet assez jeune pour que les houppes ne se produisent pas dans son œil serait dans l'impossibilité de reconnaître la lumière rectilignement polarisée.

Cette conclusion classique est en défaut pour les sources brillantes dont le diamètre apparent n'excède pas quelques degrés, lorsque le reste du champ visuel est obscur. Regardons une telle source en vision monoculaire et de façon que l'image rétinienne se forme sur la tache aveugle; la source elle-même devient invisible, mais on voit une abondante lumière diffusée par la tache aveugle vers les régions rétiniennes voisines [1]; cette lumière diffusée présente un maximum très net d'intensité dans le plan perpendiculaire au vecteur électrique de l'onde lumineuse incidente. On peut donc, avec un peu d'entraînement, reconnaître que la lumière est polarisée, et même indiquer l'orientation du plan de polarisation.

II. *Brillance.* — Dans les appareils d'optique, l'éclairement E de la surface sensible (rétine, plaque photographique, couche photoélectrique) est proportionnel à $B\Omega n^2$; B désignant la brillance de la source étendue que vise l'appareil, Ω l'angle solide final des rayons qui concourent à former l'image d'un point, et n l'indice du milieu où se trouve la surface sensible. Pour accroître E, on augmente Ω en utilisant un objectif de plus grande ouverture; on peut aussi augmenter n par immersion, mais cette technique présente divers inconvénients.

Dans le cas de l'œil, n est l'indice de l'humeur vitrée et Ω sera déterminé par le diamètre de la pupille (et accessoirement par l'état d'accommodation de l'œil). L'éclairement E de la rétine semble donc, pour un état donné de l'œil, ne dépendre que de B; l'adjonction devant l'œil d'un dispositif optique quelconque ne pourra que diminuer E. Bref, quand on regarde une source étendue, c'est l'œil nu qui procurerait l'éclairement rétinien maximum, et la *clarté* de tout appareil serait inférieure à l'unité.

Cette conclusion classique peut être mise en défaut si la source émet de la lumière partiellement polarisée. Il est facile alors d'imaginer un appareil dont la clarté soit supérieure à l'unité, et voisine de 2 si la lumière émise est totalement polarisée. Plaçons-nous dans ce cas et regardons à travers un biréfringent la source; on en voit deux images S et S′ que nous supposerons empiéter l'une sur l'autre; orientons le biréfringent de façon à éteindre S′, la brillance de l'image S est alors celle de la source vue à l'œil nu, aux pertes par réflexion près; plaçons maintenant entre S′ et le biré-

---

[1] Cette région de la rétine est spécialement diffusante, parce que très blanche. Il en résulte qu'une source dont l'image se forme sur la tache aveugle peut, de ce fait, éblouir davantage. Cette conséquence paradoxale a été vérifiée expérimentalement par P. W. Cobb (*American Journal of Physiology*, 29, 1911, p. 76).

fringent une lame L ayant un pouvoir rotatoire de 90° : S′ réapparaît avec la même brillance que S. Si l'on a disposé la lame de façon à voir son image L′ sur la région commune à S et S′, cette image L′ et S superposés posséderont une brillance double de celle de la source vue à l'œil nu. C'est ce que l'on vérifie aisément en prenant comme lame L un quartz perpendiculaire à l'axe de 3mm d'épaisseur environ.

Ce dispositif simple pourrait peut-être rendre quelques services dans l'étude des lumières diffusées, où la polarisation est fréquente et la brillance faible, en permettant d'abréger de moitié des poses photographiques fastidieuses.

RADIATIONS. — *Sur l'émission de rayonnement ultraviolet dans l'effet Reboul*, Note [1] de M. **Otakar Viktorin**, présentée par M. Jean Perrin.

Ainsi que Reboul [2] l'a montré, si l'on applique au moyen de deux électrodes dont l'une a la forme d'une grille, une différence de potentiel élevée à des substances considérées comme semi-conductrices, cette grille est le siège de phénomènes divers : en premier lieu on observe une émission de rayonnement électromagnétique très absorbable ionisant l'air et en second lieu une émission de centres électrisés chargés négativement ou positivement suivant la polarité. Des mesures de coefficient d'absorption et l'examen avec spectrographe à vide [3] montrent que le rayonnement émis est complexe; il comprend deux groupes de photons allant suivant les cas, l'un de 10 à 30 Å et l'autre de 200 à 400 Å.

Certains auteurs ont considéré comme possible, en outre, l'émission de radiation ultraviolette allant de 2000 à 3000 Å. Et en effet, tout récemment R. Audubert [4] a mis qualitativement en évidence l'existence d'un rayonnement ultraviolet accompagnant l'effet Reboul grâce à l'emploi de compteur photoélectrique à haute sensibilité.

---

[1] Séance du 9 mars 1935.

[2] G. Reboul, *Journal de Physique et le Radium*, 6e série, 3, 1922, p. 20, 341; 6e série, 7, 1926, p. 275; G. Reboul, G. Déchêne, R. Jacquesson, 6e série, 8, 1927, p. 199; G. Reboul, *Journal de Physique et le Radium*, 7e série, 4, 1933, p. 73; 7e série, 5, 1934, p. 287, 329.

[3] G. Déchêne, *Thèse*, Paris, 1934; *Journal de Physique et le Radium*, 7e série, 5, 1934, p. 553.

[4] *Journal de Physique et le Radium*, 7e série, 6, 1935, p. 441.

Je me suis proposé d'étudier un certain nombre de semi-conducteurs (papier noir, chlorure de sodium, chlorure mercureux, fluorure de sodium, iodure de plomb) au moyen de photocompteurs de sensibilités spectrales différentes. M. R. Audubert [1] et ses collaborateurs ont effectivement montré que l'on peut apprécier le domaine spectral d'émission lumineuse de très faible intensité (10^{-8} — 10^{-10} erg/cm². sec) avec des photocathodes variées.

A cet effet j'ai utilisé une photocathode d'aluminium dont la sensibilité présente un maximum vers 2350 Å environ et une photocathode de cuivre ioduré dont la sensibilité croît pratiquement sans maximum depuis 2400 à 2000 Å.

L'expérience a été faite en déterminant l'augmentation (ΔN) du nombre de décharges du compteur pour une durée de 3 minutes sous l'influence du rayonnement émis par le semi-conducteur soumis à une différence de potentiel qui, suivant les cas, a varié de 450 à 900 volts.

Les résultats suivants ont été obtenus avec les substances étudiées :

1. Seule la face positive de la pastille donne lieu à une émission de rayonnement ultraviolet décelable par les photocompteurs utilisés. Ainsi que le montre le Tableau ci-dessous, aux erreurs d'expériences près, on n'obtient aucun effet au voisinage de la cathode.

	L'extrémité de la pastille tournée vers la photocellule est												
	positive					négative				positive			
Pastille.	N_0.	N.	N_0.	N.	N_0.	N.	N_0.	N.	N_0.	N.	N_0.	N.	N_0.
ClNa........	20	115	26	105	21	26	24	19	25	46	21	118	25

2. Les valeurs suivantes mettent en évidence l'influence de la tension appliquée :

Pastille.	Tension (volts).	ΔN.	Pastille.	Tension (volts).	ΔN.	Photo-cathode.
ClNa.........	450	6	Papier noir......	630	27	CuI
»	603	7	»	720	49	»
»	720	10	»	810	86	»
»	810	18				

Comme on peut le voir l'effet croît avec ce facteur. Aux erreurs d'expé-

[1] R. Audubert et van Doormaal, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1883; R. Audubert, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 918; R. Audubert et C. Riethmuller, *Comptes rendus* 200, 1935, p. 389; R. Audubert et O. Viktorin, *Coll. Trav. Chim. Tchecoslov.*, 7, 1935, p. 261.

riences près les valeurs obtenues vérifient une relation de la forme $\log \Delta N = a + bv$, où a et b sont deux constantes caractéristiques de la substance considérée et v la différence de potentiel appliquée.

3. Si l'on considère la quantité d'électricité qui passe à travers la pastille pendant un temps donné, exprimée en nombre d'électrons ($n\varepsilon$), le quotient $n\varepsilon/\Delta N$ diminue en fonction du temps :

Pastille.	Tension (volts).	ΔN.	$n\varepsilon$.	$\frac{n\varepsilon}{\Delta N}$.
FNa........	729	1	$8,8.10^{16}$	$8,8.10^{16}$
»	–	8	$7,5.10^{16}$	$9,3.10^{15}$
FNa........	810	6	$6,8.10^{16}$	$1,1.10^{16}$
»	–	10	$5,1.10^{16}$	$5,1.10^{15}$
»	–	10	$3,5.10^{16}$	$3,5.10^{15}$
ClNa........	810	66	$7,2.10^{16}$	$1,1.10^{15}$
»	–	108	$3,1.10^{16}$	$3,0.10^{14}$

Pour des expérience de l'ordre de dix minutes l'effet croît au cours du fonctionnement et particulièrement quand celui-ci est coupé de périodes de repos; mais pour des durées dépassant cette limite on n'obtient que des résultats irréguliers. Aux erreurs d'expériences près on n'observe par ailleurs aucune relation entre l'intensité du rayonnement et l'intensité du courant qui traverse la cellule semi-conductrice.

En résumé ces premières expériences mettent nettement en évidence l'émission d'un rayonnement ultraviolet de longueur d'onde comprise entre 2600 à 2000 Å accompagnant l'effet Reboul.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur l'existence de la raie α_5 et la décomposition du spectre magnétique du* ThC *en deux séries.* Note (1) de M. **Salomon Rosenblum**, présentée par M. Aimé Cotton.

On avait signalé (2) 6 composantes pour le spectre magnétique α du ThC. Les différences énergétiques trouvées pouvaient s'expliquer par l'émission γ qui accompagne la transformation radioactive $ThC \alpha/\gamma > ThC''$, (les différences entre les énergies α et les énergies des quanta γ correspondants étaient les mêmes à 1 pour 100 près).

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) Rosenblum et M. Valadarès, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 967.

Nos résutats ont été confirmés par Rutherford, Wynn-Williams, Lewis et Bowden (¹) pour les raies α_0, α_1, α_2 et α_3. Dans un deuxième travail, Lewis et Bowden (²) les ont également confirmés pour la raie faible α_4 et un accord plus parfait (à la précision de 0,3 pour 100) avec l'émission γ correspondante a été démontrée. La méthode du dénombrement individuel des particules α, employée par ces auteurs, a de plus permis de déterminer plus exactement l'intensité relative des différentes composantes de structure fine : leurs résultats sont en accord satisfaisant avec les nombres moins précis obtenus par l'étude photométrique des clichés (³).

Par contre, ces auteurs n'ont pas pu confirmer l'existence de α_5 (appartenant au groupe de structure fine de ThC) que nous avions trouvée au cours des travaux sur les rayons α de long parcours, où nous avions l'occasion d'opérer avec des sources particulièrement intenses (équivalentes à 5-7 millicuries de radium-élément, les temps d'exposition variant de 10 à 15 heures). La raie α_4, dont l'intensité rapportée à α_0 est de 2/1000ᵉ environ, n'est, dans la courbe des intensités de Lewis et Bowden (*loc. cit.*, p. 241, fig. 2), qu'environ trois fois plus haute que le fond qui provient du ralentissement des groupes intenses du ThC′ et ThC plus rapides. On conçoit qu'une raie de l'ordre de 1/10000ᵉ serait très difficile à détecter dans ces conditions. Or, l'intensité de α_5 est justement de cet ordre, son intensité étant plus faible que le groupe le plus intense de long parcours qui existe sur le même cliché et dont l'intensité est de 6/10000ᵉ environ rapportée à α_0 de ThC. Le fait que α_5 n'a pas été décelée par Bowden et Lewis indiquerait, d'après ces auteurs, que son intensité est inférieure à 1/7000ᵉ.

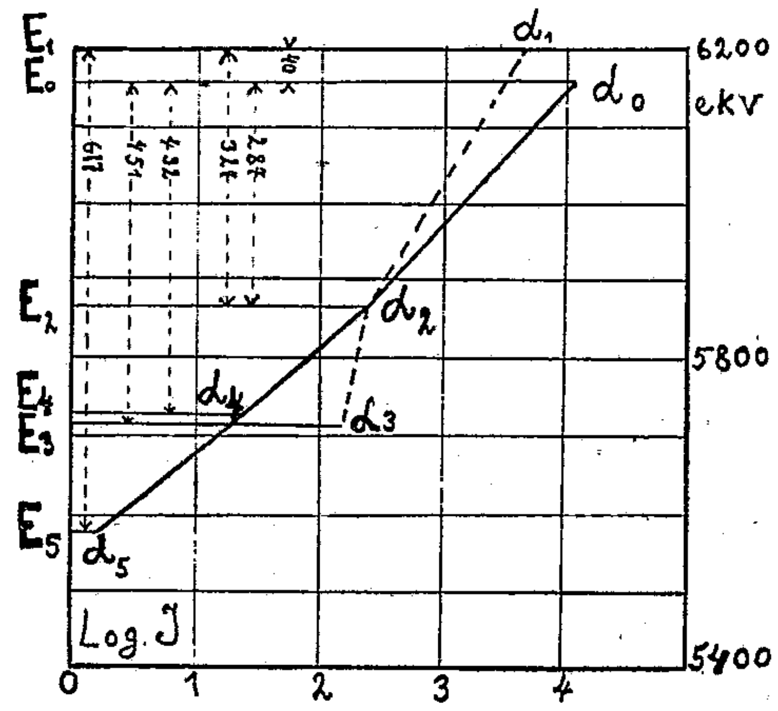
Bien que l'existence de α_5 qui, d'ailleurs, est nettement visible sur trois clichés, soit à notre avis indiscutable, nous croyons utile de remarquer qu'elle se situe d'une façon très naturelle dans le spectre.

On peut en effet classer les spectres α du ThC en deux séries (voir figure ci-contre) dont les intervalles énergétiques obéissent très exactement à des relations numériques simples. On a :

(¹) *Proc. Roy. Soc.*, A, 139, 1933, p. 617.
(²) *Proc. Roy. Soc.*, 145, 1934, p. 235.
(³) Rosenblum, *Origine du rayonnement γ* (*Actualités scientifiques*, 34, Paris, 1932).

Passage entre les niveaux donnés par le rayonnement α.	Énergies des rayons γ en EKV [1].	EKV.
$E_2 \rightarrow E_1$	327	$= 2 \times 164$
$E_2 \rightarrow E_0$	287	$= 2 \times 144$
$E_4 \rightarrow E_0$	432	$= 3 \times 144$
$E_3 \rightarrow E_1$	$451 + 40$	$= 3 \times 164$
$E_5 \rightarrow E_0$	$617 - 40$	$= 4 \times 144$

Nous rapprochons la différence $E_{\alpha_5} - E_{\alpha_1} = 629$ EKV et qui correspond



au passage $E_5 \rightarrow E_1$ au rayonnement γ de 617 EKV; en effet, tous nos nombres sont systématiquement plus élevés que les γ correspondants, d'autre part la raie faible α_5 est difficile à mesurer avec précision. On voit que cette raie entre bien dans le groupe $\alpha_0 \alpha_2 \alpha_4$ à la fois par son intensité et par sa position dans l'échelle des énergies.

Dans un de mes premiers articles sur la question j'ai observé que les différences énergétiques dans le cas du ThC seraient peut-être des multiples simples de la petite différence $\alpha_1 - \alpha_0$ [2].

On a

$$164 = 4 \times 41, \qquad 144 = 7/2 \times 41.$$

D'après la précision de nos mesures d'alors, on pourrait en effet

---

[1] Sze Shih Yuan, *Ann. de Phys.*, 119, 1933, p. 82; Ellis, *Proc. Roy. Soc.*, 138, 1932, p. 318; Ellis, *Proc. Roy. Soc.*, 143, 1934, p. 350.

[2] Rosenblum, *J. Phys.*, 1, 1930, p. 444.

admettre $\alpha_1 - \alpha_0 = 41$ EKV. D'après les mesures plus récentes de Lewis et Bowden, par contre, on a

$$\alpha_1 - \alpha_0 = 40 \text{ EKV (à la précision de 0,3 pour 100).}$$

Quoi qu'il en soit, la précision accrue des mesures, et la coordination parfaite des rayons γ dans le schéma des niveaux, montre d'une façon indiscutable l'intervention des nombres entiers dans la classification des spectres nucléaires. Des faits analogues ([1]) ont été signalés d'ailleurs pour le rayonnement γ du RaC', lié probablement à un mécanisme d'excitation nucléaire différent.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude quantitative de la combustion lente du benzène et de quelques hydrocarbures.* Note ([2]) de M. **Jean Amiel.**

J'ai montré ([3]) que, dans la combustion lente du benzène chauffé avec de l'oxygène dans des tubes scellés en pyrex, le pourcentage de carbone transformé en CO et CO^2, que je désignerai par γ, peut servir à mesurer avec une précision suffisante la quantité d'hydrocarbure oxydée. Soient t la durée du chauffage exprimée en heures et T la température absolue pendant la réaction. J'ai déterminé expérimentalement le graphique situé à gauche sur la figure et j'en ai déduit une vitesse de réaction globale $v = \partial\gamma/\partial t$. J'ai publié ([3]) le réseau de courbes isothermes donnant v en fonction de γ; ces courbes présentent un palier pour la vitesse maxima V qui satisfait à

$$\log V = -\frac{12300}{T} + 18,21.$$

On a donc une vitesse V indépendante du temps t dans un certain domaine qui est la région comprise entre les deux courbes de la figure de droite.

Dans ce même domaine, on a $\gamma = Vt + f(T)$. Pour $t = 0$, $\gamma = 0$; mais comme la valeur $t = 0$ est en dehors du domaine de validité, $f(T)$ n'est pas nul et j'ai cherché une formule empirique pour l'exprimer. Avec une précision suffisante, $\log[-f(T)]$ est une fonction linéaire de T et non

---

([1]) Rutherford et Ellis, *Proc. Roy. Soc.*, 132, 1931, p. 687.

([2]) Séance du 9 mars 1936.

([3]) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1122; 197, 1933, p. 984. *Thèse de doctorat*, Paris, juillet 1933.

de $1/T$. J'ai obtenu ainsi

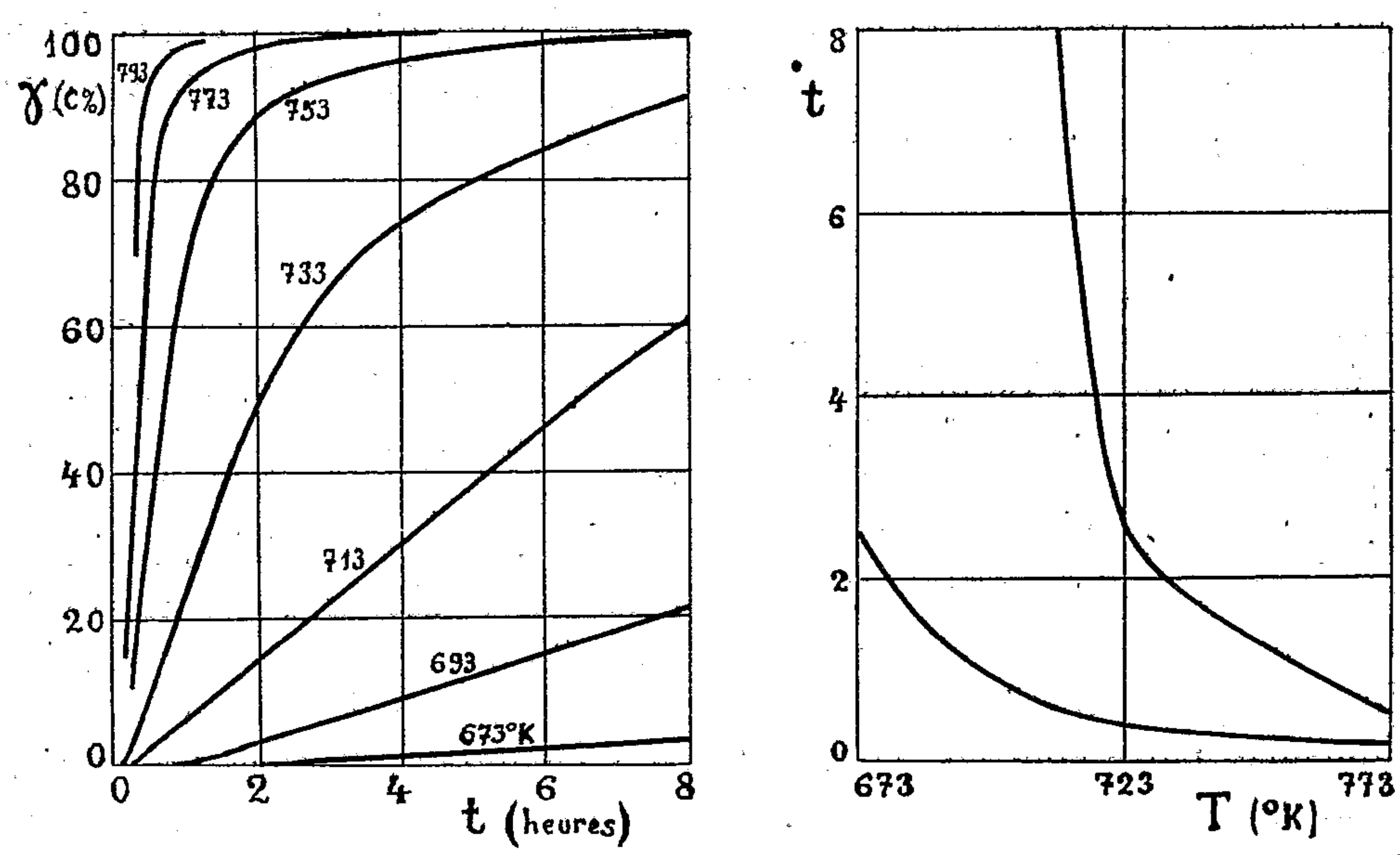
$$\gamma = 10^{-\frac{12300}{T}+18,21}\,t - 10^{0,0105T-6,81},$$

c'est-à-dire une expression de la forme

$$\gamma = 10^{\frac{A}{T}+B}\,t - 10^{CT+D}.$$

Quatre expériences suffisent pour déterminer A, B, C, D.

Cette formule rend compte des 26 mesures que j'ai faites dans le domaine où elle est valable, avec des écarts inférieurs aux erreurs expérimentales.



J'ai cherché si des formules empiriques semblables ne pouvaient pas convenir aux résultats de la combustion lente d'autres hydrocarbures. L'existence d'un domaine à vitesse d'oxydation indépendante de la durée de contact a été bien vue par Charlot ([1]) dans son étude sur l'oxydation catalytique de corps organiques en vapeur, en particulier pour le toluène, de 200 à 460° C., en présence de MoO^3, mais ces expériences ne permettent ni de délimiter ce domaine, ni de calculer A, B, C, D. Pour l'éthylène, les mesures de Lenher ([2]) m'ont permis seulement de vérifier qu'à 653° K.,

---

([1]) *Annales de Chimie*, 11e série, 2, 1934, p. 429. *Thèse de doctorat*, Paris, 1934.

([2]) *Journ. Am. Chem. Soc.*, 53, 1931, p. 3737.

γ est une fonction linéaire de t (mélange $C^2H^4 + O^2$). Pour l'acétylène, à partir des expériences de Kistiakowsky et Lenher [1] effectuées sur le mélange $C^2H^2 + O^2$, de 528 à 583° K., avec des durées de contact de 50, 100 et 200 secondes, j'ai obtenu

$$\gamma = t.10^{-\frac{7300}{T}+15,05} - 10^{0,0068T-3,80}.$$

Cette formule empirique rend très bien compte des 9 expériences distinctes. Pease et Munro [2] ont obtenu des résultats beaucoup plus complexes dans le cas du propane et ils ont dosé des produits d'oxydation assez divers. J'ai néanmoins cherché une formule empirique analogue pour représenter γ, pourcentage de carbone transformé en CO et CO^2, en fonction de la température absolue T et de θ, inverse de la vitesse du courant gazeux exprimé en litres par heure. L'expression

$$\gamma = \theta, 10^{-\frac{1200}{T}+3,52} + 10^{0,0016T-0,64}$$

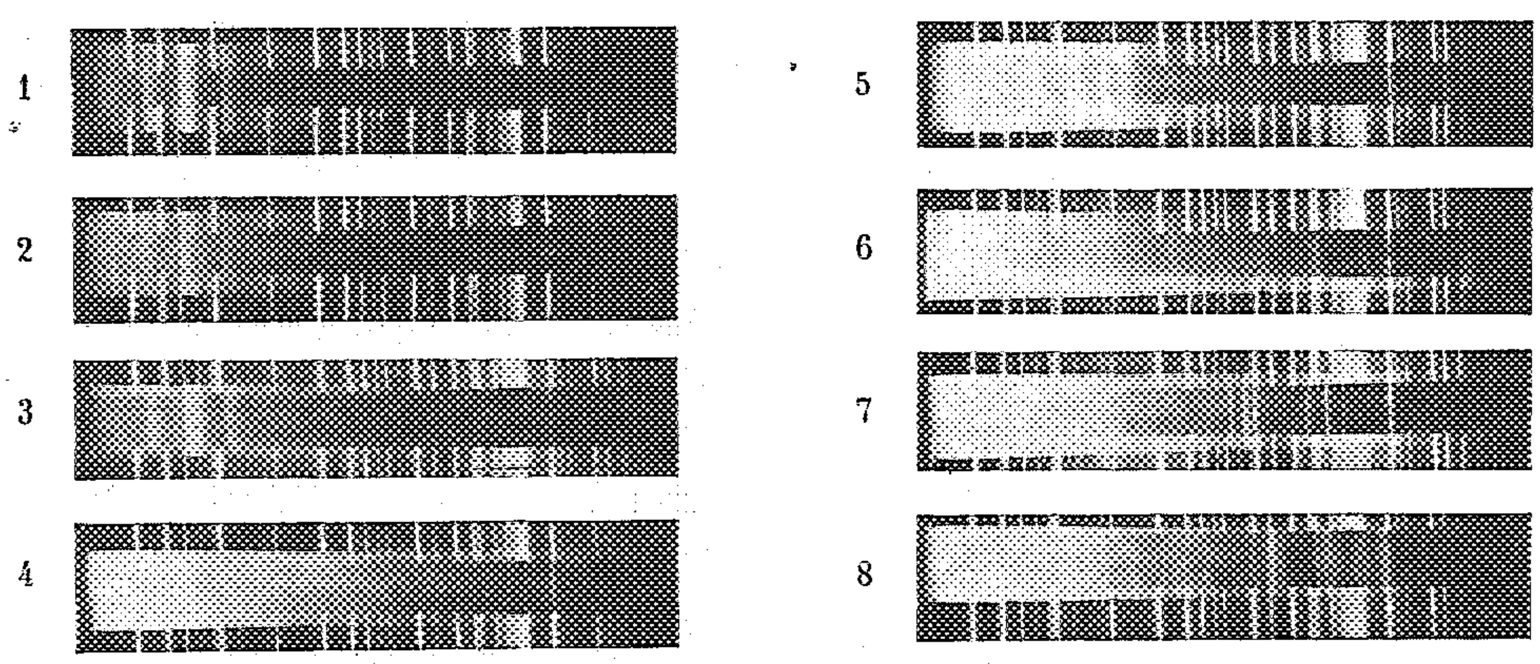
rend compte des mesures expérimentales, pour le mélange $C^3H^8 + O^2$.

Conclusion. — Je rappelle que ces formules sont empiriques. Vernotte [3] a insisté avec raison sur le fait qu'en pareil cas la nature de l'expression ne signifie rien et que toute interprétation est en général illusoire, sauf lorsqu'on a sur le phénomène une idée préconçue très précise. Mais ces expressions condensent très simplement un vaste tableau à double entrée donnant les valeurs de γ en fonction de t et T. De plus l'étude des variations des quatre coefficients A, B, C, D doit permettre de comparer numériquement entre elles les actions de divers facteurs : influence des parois, catalyseurs, etc. Actuellement les expériences ne sont assez nombreuses pour avoir de bonnes déterminations que dans le cas du benzène. Les exemples donnés en utilisant quelques travaux récents montrent l'intérêt de tels calculs pour dépouiller les résultats de ces réactions à chaînes.

(1) *Journ. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 3785.
(2) *Journ. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 2034.
(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 809.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'obtention de spectres de métaux par rencontre d'ondes de choc.* Note (1) de MM. HENRI MURAOUR et ALBERT MICHEL-LÉVY.

Nous avons précédemment admis que les fortes luminosités qui accompagnent la détonation des explosifs ont pour origine non les gaz émis mais l'onde de choc et, en particulier, les rencontres d'ondes de choc. Après l'étude spectrale préliminaire de ces luminosités (2) il était tout indiqué de chercher à obtenir par cette méthode les spectres des différents métaux. La théorie formulée implique cette conséquence que pour obtenir ces spectres le métal doit être introduit non dans l'explosif, mais, à l'état de fine division,



1, explosif sans métal; 2, explosif + Ba; 3, explosif + Pb; 4, explosif + Fe; 5, Ag dans l'argon; 6, Ba dans l'argon; 7, Pb dans l'argon; 8, Fe dans l'argon.
Spectre de référence : arc au mercure. Spectrographe : Hilger-quartz.

dans le gaz environnant. L'expérience a confirmé cette déduction théorique.

Les expériences ont été exécutées avec le mélange de tétranitrométhane et de toluène suivant la technique antérieurement décrite (3). L'explosif liquide ($0^{cm},4$) était introduit dans la rainure du bloc de laiton, placé au centre d'un cylindre de cellophane de 100^{mm} de diamètre dans lequel circulait un courant d'argon. En vue de diminuer l'intensité du fond continu

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 828.

(3) *Journ. de Physique*, 7e série, 6, 1935, p. 496.

on visait avec la fente horizontale du spectrographe non la région du maximum de lumière, située à 20^{mm} au-dessus de la surface de l'explosif, mais une région située à 60^{mm} au-dessus de cette surface. Dans une première série d'expériences le métal a été introduit dans l'explosif (addition de fulminate de mercure, d'azotures de plomb, de baryum ou de sodium, de picrate de fer).

Les spectres obtenus dans ces conditions ne se distinguent pas des spectres obtenus avec l'explosif seul (voir spectres 1, 2, 3, 4). En dehors des bandes du cyanogène et de la raie 2479 du carbone (raie et bandes dont l'origine doit être probablement recherchée dans la présence de la vapeur de tétranitrométhane eutraînée par l'argon) *on n'y distingue aucune raie du métal ajouté*, sauf parfois, pour le sodium par exemple et à peine visibles, les raies de flamme les plus sensibles. Dans une seconde série d'expériences nous avons fait brûler dans l'argon, avant la détonation et en ayant soin de masquer la fente du spectrographe pendant cette opération, soit du fulminate de mercure, soit des azotures de baryum ou de sodium, soit un mélange d'hexogène (dérivé nitré de l'hexaméthylènetétramine) avec différents composés métalliques (bioxyde de plomb, picrate de fer, etc.). Nous avons ainsi obtenu des spectres de raies s'étendant fort loin dans l'ultraviolet, jusqu'à l'absorption par la gélatine de la plaque (voir spectres 5, 6, 7, 8). Ces spectres ont été obtenus avec une seule détonation, c'est-à-dire avec un temps de pose voisin de 4 millionièmes de seconde. Ils présentent la particularité remarquable d'être apparentés non aux spectres de flamme ou aux spectres d'arc, mais aux spectres d'étincelles (c'est ainsi que dans le spectre du baryum on distingue les raies 2304, 2335, 2348, 2529, 2635 du barium ionisé). Il y a dans ce fait une preuve nouvelle de la haute température atteinte par la rencontre des ondes de choc au sein de l'argon.

CHIMIE PHYSIQUE. — *De l'existence de l'acide titane-4-chlorhydrique; spectre Raman.* Note (¹) de Mme Marie-Élisa P. Rumpf, présentée par M. Georges Urbain.

De nombreux auteurs ont admis l'existence de l'acide titanichlorhydrique dans les solutions chlorhydriques de tétrachlorure de titane; mais

(¹) Séance du 9 mars 1936.

on n'a jamais pu isoler cette substance à la température ordinaire, alors que le composé analogue de l'étain $SnCl^6H^2$ est, dans ces conditions, un corps cristallisé. Par contre, récemment, A. Chrétien et G. Varga (1) isolèrent vers — 80° $TiCl^4 2ClH$ solide. D'autre part, une présomption en faveur de l'existence de $TiCl^6H^2$ en solution à la température ordinaire a été donnée par des mesures de conductibilité (2). Nous avons cherché à mettre en évidence cet acide par observation du spectre Raman.

1. *Spectre Raman du tétrachlorure de titane.* — Bien que ce spectre ait été déjà décrit (3), nous en avons repris l'étude. Nous distillions directement la substance à étudier dans le tube Raman; les poses étaient de 24 à 30 heures sur plaque Superfulgur. Nous avons ainsi obtenu les quatre raies connues de Cl^4Ti et avons en outre observé l'existence de trois raies extrêmement faibles pour $\Delta\nu = 631,5\ cm^{-1}$, $784,5\ cm^{-1}$, $926\ cm^{-1}$ (mesurées avec la raie excitatrice $22938\ cm^{-1}$). Ces raies se retrouvent, qu'on opère à la température ordinaire ou à 45°, 70°, 90°; elles ne proviennent donc pas d'associations moléculaires, car dans ce cas, elles devraient disparaître par chauffage. La suite de cette étude montre qu'il est légitime de les attribuer à des traces de produits d'hydrolyse, formés malgré les soins pris pendant la distillation.

2. *Spectre Raman de solutions de tétrachlorure de titane dans l'acide chlorhydrique concentré.* — Nous avons préparé, dans un courant d'azote, des solutions à concentration variable de Cl^4Ti redistillé dans ClH pur pour analyse. Les solutions obtenues sont jaunes, fument à l'air et sont décolorées par addition d'eau. Nous avons fait le spectre de mélanges correspondant aux proportions suivantes (en volume) de Cl^4Ti par rapport à ClH : 1/9, 2/8, 3/7, 4/6; l'hydrolyse empêche d'étudier des mélanges plus concentrés en Cl^4Ti. A cause de la coloration jaune, les poses doivent être prolongées; elles sont au minimum de 170 heures.

Nous n'avons pas observé les raies de Cl^4Ti, mais trois raies nouvelles confirmées par l'enregistrement microphotométrique et correspondant à $\Delta\nu = 251,7\ cm^{-1}$, $340\ cm^{-1}$, $463\ cm^{-1}$, mesurées avec la raie excitatrice $22938\ cm^{-1}$ (4). Les deux premières se placent entre les deux groupes de

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 558.

(2) KOWALEWSKY, *Zeit. f. anorg. Chem.*, 25, 1900, p. 189.

(3) Entre autres TRUMPY, *Zeit. f. Phys.*, 66, 1930, p. 790.

(4) En se servant comme raie excitatrice de la raie verte du mercure, on peut réduire quelque peu les poses, mais les résultats sont alors incertains, étant donné la faible dispersion dans cette région du spectre et la petitesse des $\Delta\nu$ observés.

deux raies du tétrachlorure de titane, la troisième entre les deux raies 386 cm^{-1} et 497 cm^{-1} ; la raie intermédiaire est large et semble se dédoubler vers les plus grandes fréquences (confirmation microphotométrique). Or, on sait que l'acide stannichlorhydrique $SnCl^6H^2$ possède également trois raies Raman dont la position est intermédiaire entre les deux groupes de deux raies de $SnCl^4$; la raie intermédiaire est particulièrement large et semble se dédoubler (1).

Nous voyons donc apparaître une analogie évidente entre le spectre des solutions chlorhydriques de Cl^4Ti et le spectre de $SnCl^6H^2$. La position de la troisième raie du spectre étudié, relativement plus éloignée de la raie excitatrice que la troisième raie du spectre de $SnCl^6H^2$, est explicable par le fait que l'atome de titane est plus léger que l'atome d'étain. Nous concluons, en raison de cette analogie, à l'existence de $TiCl^6H^2$ dans les solution étudiées.

3. *Spectre des solutions de* Cl^4Ti *dans l'acide chlorhydrique dilué.* — Si l'on ajoute de l'eau aux mélanges jaunes précédents, on observe une décoloration. Nous avons fait le spectre des solutions obtenues; les raies de $TiCl^6H^2$ disparaissent, alors que le groupe des trois raies lointaines signalées plus haut est renforcé et les raies élargies. Il semble donc que, dans ces solutions, il n'y ait plus que des produits d'hydrolyse.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Mesures de constantes diélectriques pour les ondes très courtes à l'aide d'un dispositif enregistreur.* Note de M. **René Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

La deuxième méthode de P. Drude (2) permet d'effectuer de façon simple et sur de faibles quantités de substance, la mesure des constantes diélectriques et de l'absorption pour les ondes très courtes. Nous avons mis au au point un dispositif enregistreur qui facilite l'emploi de cette méthode (3); cet appareil a été utilisé pour l'étude de quelques dérivés de l'azote.

Dispositif expérimental. — Deux tiges de laiton parallèles ll' peuvent coulisser dans deux tubes horizontaux LL' distants de 4^{cm} et court-circuités à leur extrémité; les parties libres des tiges sont reliées à un petit condensateur C_L contenant le liquide

(1) J. Guéron, *Ann. de Chim.*, 3, 11e série, 1935, p. 309.

(2) *Ann. der Phys.*, 61, 1897, p. 466.

(3) Un dispositif semblable a été réalisé simultanément par W. Muller (*Ann. der Phys.*, 5, 1935, p. 99).

étudié. Un circuit composé d'un thermocouple et d'un galvanomètre est couplé convenablement au système précédent.

Le condensateur C_L est porté par un socle d'ébonite solidaire d'une planche horizontale sur laquelle est fixé le papier photographique (6×30). L'ensemble peut être déplacé parallèlement à la direction des tiges à l'aide d'une vis sans fin mue par un moteur; cette vis métallique, placée à 15^{cm} environ des tiges, est isolée à ses extrémités par deux supports d'ébonite.

De la sorte, le galvanomètre étant convenablement disposé, et un miroir à 45° projetant le spot ponctuel sur le papier photographique, les abscisses correspondront sur l'enregistrement au tirage des fils ll', les ordonnées aux élongations du galvanomètre. On obtient ainsi une *courbe de résonance* dont le maximum peut être repéré par rapport à un trait vertical tracé préalablement sur le papier, pour un tirage connu des tiges.

Les oscillateurs, du type Gutton ou Mesny, sont situés à 2^m environ du circuit récepteur; la longueur d'onde est déterminée à l'aide d'un système de fils de Lécher couplé lâchement à l'émetteur.

Pour effectuer une mesure, on enregistre successivement les courbes de résonance pour une série de mélanges acétone-benzène dont la constante diélectrique a été déterminée par Drude; on mesurera ensuite la constante diélectrique d'une substance quelconque peu absorbante en interpolant sur la courbe $\varepsilon = f(l)$ déduite des mesures précédentes; pour les substances absorbantes on utilise la méthode de la *courbe de résonance* de P. Abadie [1].

Le montage précédent permet de rendre les mesures moins pénibles et plus précises; il évite l'influence perturbatrice de l'observateur (due à des variations de capacité); enfin, il facilite l'emploi de la méthode d'Abadie pour la détermination de l'absorption. Les courbes obtenues sont parfaitement symétriques; l'erreur commise sur la détermination de ε est de l'ordre de $\pm 0,5$ pour 100.

Mesure de la constante diélectrique de quelques dérivés de l'azote. — Comme l'indique le tableau ci-après, nous avons déterminé la constante diélectrique de l'aniline, de la mono- et de la diméthylaniline, de l'ortho- et de la métatoluidine et du pyrrol pour $\lambda = 3^m,72$, $3^m,64$ et $2^m,41$ (température comprise entre 18 et 19°C.). Pour toutes les substances étudiées l'absorption est suffisamment faible pour que la méthode d'interpolation ait pu être employée. Étant donné les désaccords entre les résultats des divers auteurs sur les valeurs des constantes diélectriques, nous avons repris plusieurs fois les mesures en employant dans chaque cas trois condensateurs de capacité différente; les écarts sont inférieurs à 2 pour 100.

---

[1] *Thèse*, Paris, 1936.

λ.	Aniline.	Monométhylaniline.	Diméthylaniline.	Orthotoluidine.	Métatoluidine.	Pyrrol.
3,72 m	6,78	6,02	4,90	6,35	5,95	7,48
3,64.......	6,80	6,05	4,92	6,32	5,95	7,45
2,41.......	6,85	6,05	4,92	6,35	5,95	7,50

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Influence de la pression, de la concentration et de la température sur la vitesse d'oxydation lente et l'aptitude à l'inflammation spontanée des mélanges d'oxygène et de pentane normal en-dessous de* 300° C. Note (¹) de M. **Marcel Prettre.**

Il est connu que la réaction explosive ne se produit spontanément dans un mélange d'oxygène ou d'air et d'un carbure d'hydrogène porté à la température d'inflammation qu'après un certain délai, durant lequel le mélange est le siège d'une oxydation lente peu importante. MM. Dumanois, Laffitte et moi-même avons signalé (²) la valeur anormalement élevée, parfois supérieure à la minute, du retard à l'inflammation vers 260° C. des mélanges d'air et d'un excès d'hydrocarbure paraffinique sous la pression atmosphérique.

L'étude cinétique de l'oxydation lente des mélanges de pentane normal et d'oxygène à des températures comprises entre 250 et 300° C. et sous des pressions variant de 100 à 760^{mm}, permet de préciser les facteurs régissant l'apparition spontanée du phénomène explosif dans ces conditions. Il a été fait appel pour cette étude à la méthode statistique habituelle, qui consiste à introduire successivement des quantités connues de combustible et d'oxygène dans un récipient préalablement vidé maintenu à une température constante, et à mesurer en fonction du temps, à l'aide d'un manomètre à mercure, l'augmentation de pression provoquée par la transformation.

L'oxydation des mélanges titrant un fort excès de comburant est toujours moins rapide que celle des mélanges plus riches en combustible et semble obéir à d'autres lois. Les conclusions suivantes sont valables uniquement pour les mélanges contenant de 10 ou 15 à 50 volumes pour 100 de pentane.

1° *Influence de la pression.* — L'élévation de la pression initiale aug-

(¹) Séance du 9 mars 1936.

(²) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 329 et 414. Voir aussi M. Prettre, *Ann. Off. Nat. Comb. Liqu.*, 6, 1931, p. 7, 269 et 533; 7, 1932, p. 699.

mente considérablement la vitesse de l'oxydation, comme le montre la figure 1, qui représente les variations de pression en fonction du temps de quatre mélanges contenant tous à peu près 36 pour 100 de pentane, introduits dans le récipient maintenu à 260° sous des pressions initiales de 400, 500, 580 et 750^{mm}. La vitesse de réaction, toujours nulle durant les premiers instants, atteint une valeur très élevée et souvent le mélange s'enflamme, au bout d'un temps qui diminue rapidement quand s'élève la pression initiale. Dans les essais 3 et 4, la combustion explosive s'est

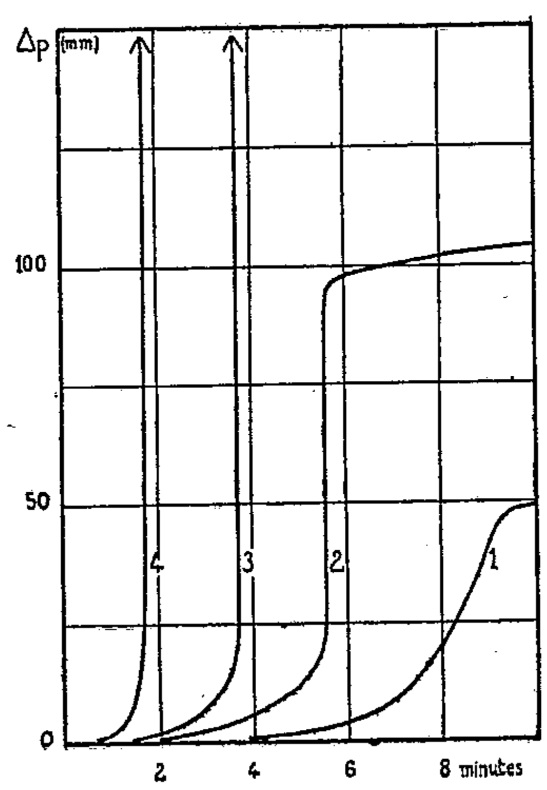


Fig. 1.

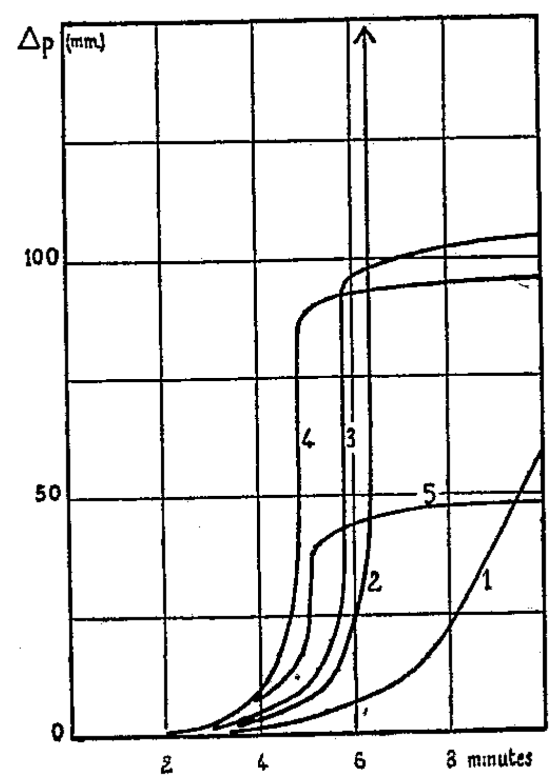


Fig. 2.

produite après 218 et 105 secondes. Dans l'essai 2, la réaction a atteint encore une vitesse extrêmement grande à la 335e seconde (*pseudo-inflammation*). La vitesse de l'essai 1 passe seulement par une valeur assez considérable vers la 9e minute (*réaction rapide*). *Il est donc possible d'observer des retards à l'inflammation spontanée de l'ordre de* 200 *ou* 300 *secondes*, ainsi que le passage graduel d'une réaction de vitesse mesurable à l'inflammation.

2° *Influence de la concentration en pentane.* — A toute pression et dans tout le domaine de température examiné, l'inflammation, la pseudo-inflammation ou la réaction rapide se produit toujours dans le délai le plus réduit pour le mélange de composition $C^5H^{12}+O^2$. Ce fait est mis en évidence par les courbes de la figure 2, qui représentent encore les variations de pression en fonction du temps pour des mélanges portés à 260° sous 500^{mm} environ et titrant, dans l'ordre de la numération : 20,65, 30,93, 36,23, 45,92 et 52,28 pour 100 de pentane. Pidgeon et Egerton [1] avaient con-

[1] *J. Chem. Soc. London*, 1932, p. 661 et 676.

staté que ce mélange équimoléculaire a, dans des conditions analogues, la plus grande vitesse d'oxydation lente. Ces résultats tendent à confirmer *le rôle important joué dans cette combustion par le peroxyde résultant de l'association d'une molécule de combustible et d'une molécule d'oxygène.*

3° *Influence de la température.* — Une élévation de la température augmente la vitesse d'oxydation; elle étend vers les basses pressions et les faibles concentrations en pentane le domaine de l'inflammation spontanée. Ainsi à 260°, seuls s'enflamment vraiment à la pression de 500^{mm} les mélanges titrant environ 30 pour 100 de combustible; le retard est alors supérieur à 6 minutes (courbe 2, *fig.* 2). A 280°, l'inflammation se produit sous 300^{mm} avec un retard de quelques dizaines de secondes dans un domaine de concentrations plus étendu que celui obtenu à 260° aux pressions de 600 ou 750^{mm}.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Chloro-alcoylation de l'anisol : synthèse des vinylanisols.* Note [1] de M. **Raymond Quelet**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai montré, dès 1933 [2], qu'il était possible de réaliser la chloro-alcoylation directe de l'anisol par la réaction générale

$$CH^3O - C^6H^5 + R - CHO + ClH \rightarrow H^2O + CH^3O - C^6H^4 - CHCl - R$$

et j'ai indiqué par la suite un mode opératoire permettant de préparer les dérivés α-chloro-éthylés de l'anisol et de ses homologues [3].

La présente Note se rapporte à la mise au point de la chloro-éthylation de l'anisol et à la préparation synthétique de ses dérivés α-chloropropylé et α-chlorobutylé.

Ces chlorures, comme le dérivé α-chloroéthylé, sont peu stables et ne peuvent être distillés, même sous pression réduite; ils ne se conservent à la température ordinaire qu'en présence d'eau; dès qu'ils sont anhydres, ils se condensent sur eux-mêmes avec libération d'acide chlorhydrique. Chauffés avec la pyridine, ils se transforment quantitativement en vinylanisols [4].

---

[1] Séance du 9 mars 1936.

[2] Pli cacheté du 19 juillet 1933, ouvert et lu dans la séance du 13 juillet 1934, de la Société chimique de France (*Bull. Soc. chim.*, 1, 1934, p. 1026).

[3] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 150.

[4] Klages, *D. chem. G.*, 36, 1903, p. 3592.

Chloro-éthylation de l'anisol : synthèse du paraméthoxyvinylbenzène. — Le mode opératoire initialement employé pour réaliser la chloro-éthylation de l'anisol consistait à saturer par le gaz chlorhydrique un mélange d'anisol, de paraldéhyde acétique, d'eau et de chlorure de zinc au sein d'éther de pétrole. De meilleurs résultats sont obtenus en supprimant le solvant et le chlorure de zinc, l'agent de condensation étant constitué par l'acide chlorhydrique seul.

Un mélange de deux molécules d'anisol, de deux molécules de paraldéhyde acétique et de 200^g d'acide chlorhydrique concentré est saturé à 0° par le gaz chlorhydrique. Le produit est lavé à l'eau glacée, extrait à l'éther de pétrole, séché rapidement sur du sulfate de sodium et chauffé 6 heures avec un excès de pyridine. On obtient ainsi 110 à 120^g de vinylanisol, Éb./16 : 91-94° (rendement 40 pour 100 du rendement théorique) et 70^g de produits supérieurs constitués surtout par du diméthoxy-4.4'-α-méthyldiphénylméthane.

L'oxydation permanganique du vinylanisol obtenu ne fournit que de l'acide paraméthoxybenzoïque; j'en avais conclu que la chloroéthylation donnait exclusivement le dérivé para. Cette conclusion est erronée; il se forme, en réalité, un mélange d'ortho et de para α-chloroéthylanisol, dans les proportions approximatives de 10 pour 100 du premier pour 90 pour 100 du second. Le mélange Éb./16 : 91-94°, obtenu par déchlorhydratation se prend en masse et se laisse fractionner en deux phases : un produit F./2°, $n_D^{15} = 1,564$; $d_D^{15} = 1,002$, constitué par du para-méthoxyvinylbenzène pur et un liquide incristallisable constitué par un mélange de deux isomères. L'ozonisation de ce dernier fournit des aldéhydes qui, par oxydation à froid, conduisent à un mélange de 75 pour 100 d'acide para-méthoxybenzoïque et de 25 pour 100 d'acide ortho-méthoxybenzoïque.

Chloropropylation : synthèse de l'anéthol. — La chloropropylation de l'anisol est plus difficile à réaliser que la chloroéthylation. La condensation effectuée sous l'influence de l'acide chlorhydrique seul, est très lente et s'accompagne toujours de réactions secondaires. Dans tous les essais effectués les rendements n'ont jamais dépassé 20 pour 100.

Le chlorure de zinc, ajouté en petite quantité, accroît la vitesse de la réaction mais fait apparaître des quantités importantes de diméthoxy-4.4'-α-éthyldiphénylméthane Eb./9 : 197-200°, F. : 44° [1].

Les meilleurs résultats ont été obtenus en utilisant comme catalyseur l'acide phosphorique à 60° B. et en opérant dans les conditions suivantes : on sature, à 0°, par le gaz chlorhydrique un mélange de deux molécules d'anisol, deux molécules d'aldéhyde propionique, 150^g d'acide chlorhydrique concentré et 50^g d'acide phosphorique. Par

---

(1) LUNJAK, *J. phys. et chim. Russ.*, 40, 1908, p. 466 : méthylation du diphénol correspondant.

déchlorhydratation avec la pyridine, le chlorure obtenu fournit 70^g d'un liquide à odeur anisée, bouillant de 106 à 112° sous 16^{mm}. Par cristallisation dans un mélange glace-sel, on peut extraire de ce produit 80 pour 100 de son poids d'anéthol pur fondant à 22° et il reste un liquide incristallisable constitué par un mélange en proportions sensiblement égales d'anéthol et d'ortho-méthoxy-Δ_1-propénylbenzène.

Chlorobutylation : synthèse du para-méthoxy-Δ_1-buténylbenzène. — Plus stable que le dérivé α-chloropropylé, l'α-chlorobutylanisol s'obtient avec un rendement de 30 pour 100 par condensation du butanal avec l'anisol sous l'influence de l'acide chlorhydrique seul. Les rendements sont meilleurs et peuvent atteindre 50 pour 100 en opérant en présence d'une proportion convenable d'acide phosphorique.

Après déchlorhydratation du chlorure par la méthode de Klages, on obtient, dans de très bonnes conditions, un produit Éb./16 : 123-127° qui se solidifie par refroidissement et fournit 80 pour 100 de son poids de para-méthoxy-Δ_1-buténylbenzène F. : 19°,5; $n_D^{20} = 1,553$; $d_4^{20} = 0,9718$; dérivé dibromé F. : 75-76° (¹). La phase incristallisable résiduelle renferme un mélange d'ortho et de para-Δ_1-buténylbenzène.

Ces recherches sont poursuivies et les résultats déjà obtenus dans d'autres voies me permettent d'affirmer que la condensation chlorhydrique des aldéhydes aliphatiques avec les composés aromatiques constitue la base d'une méthode générale et féconde de synthèse des dérivés α-chloroalcoylés aromatiques.

MINÉRALOGIE. — *Le manganèse de la région du Siroua (Sud marocain).* Note (²) de MM. **F. Blondel** et **J. Bondon**.

La région montagneuse du Siroua entre Grand Atlas et Anti-Atlas présente cette particularité de contenir de nombreux gisements de minerai de manganèse, répartis presque régulièrement sur un cercle de 25 à 30^{km} de rayon autour du point culminant. Ces gisements ont été décrits avec beaucoup de détails par L. Neltner (³). Notre voyage récent dans ce pays nous conduit à présenter les quelques remarques suivantes :

(¹) Moureu et Chauvet, *Comptes rendus*, 124, 1897, p. 405 : à partir de l'aldéhyde anisique : point de fusion indiqué pour le *p*-méthoxy-buténylbenzène : 17°.

(²) Séance du 24 février 1936.

(³) *Le manganèse* in *Les ressources minérales de la France d'outremer*, II, 1934, p. 90 et suiv.

Les gisements de manganèse sont, quant à l'âge, de deux types : cambriens et crétacés.

Les gisements cambriens sont soit dans des laves géorgiennes (par exemple Bachkoun, el Bordj), soit dans les conglomérats géorgien (par exemple Tiouine). Ces derniers ont été généralement décrits comme résultant de remaniements du manganèse contenu dans les laves cambriennes; cependant, leur dureté, leur compacité, leur pureté, la netteté avec laquelle ils se distinguent des conglomérats dans lesquels ils sont interstratifiés, s'opposent à une telle interprétation; d'ailleurs, dans les conglomérats, on trouve fréquemment des nodules du minerai sous-jacent. L'origine du manganèse interstratifié dans ces conglomérats est particulièrement obscure; l'apparence est celle de véritables coulées et l'on n'en douterait pas s'il s'agissait d'une roche éruptive ordinaire; on ne pourra donner des précisions qu'après des études ultérieures qui sont en cours (1).

Les gisements crétacés (par exemple : Imini et Aoulouz) sont dans les couches de base de cet étage qui est immédiatement transgressif sur le Primaire (Ordovicien et Permo-Trias à l'Imini, Cambrien à Aoulouz), et il est naturel de considérer ces gisements crétacés comme des remaniements liés à la trangression crétacée, étant donné la continuité de la minéralisation dans les mêmes strates pendant plusieurs dizaines de kilomètres; le mécanisme même de ces remaniements est encore, cependant, l'objet de discussions. Toutefois, l'allure friable du minerai, ses relations avec les roches sous-jacentes, notamment sur les bords des lentilles, là où il est moins abondant, donnent l'impression d'une concentration latéritique à laquelle d'ailleurs L. Neltner avait déjà fait allusion d'après Moret, tout en penchant plutôt pour une origine sédimentaire nette; en tous cas, ces mêmes relations semblent difficilement compatibles avec l'idée d'une substitution dans la dolomie encaissante.

Ces gisements crétacés offrent cette particularité de contenir du plomb, parfois en quantité assez notable sous une forme minéralogique (coronadite) étudiée par J. Orcel. La présence du plomb est assez facile à comprendre si les gisements proviennent de concentrations latéritiques.

Par ailleurs, la localisation du manganèse qui semble bien être sous la forme de longues lentilles allongées peut se comprendre également dans la même hypothèse d'une latéritisation : elle correspondrait à des rides parfois émergées comme l'indique la sédimentation encaissante de nature côtière.

---

(1) Signalons que certains échantillons de manganèse de Tiouine montrent des quartz corrodés dans la pâte opaque.

STRATIGRAPHIE. — *Le* Cervus Somonensis *du Muséum national d'Histoire naturelle.* Note de M. **Léon Aufrère**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Le *Cervus* (*Dama*) *Somonensis* Desm. a été défini d'après un bois incomplet décrit par G. Cuvier et conservé au Muséum national d'Histoire naturelle. La pièce a été trouvée par Traullé « dans les sables qui couvrent le penchant des collines, à droite de la vallée de la Somme, tout près d'Abbeville [1] ». Nous avons pu retrouver la lettre d'envoi [2].

« Il vous sera remis » écrit Traullé « une petite boëte contenant divers ossemens trouvés dans un faubourg d'Abbeville, celui de *Menchecourt*. Les plus petits, ceux qui sont de couleur blanche, ont été trouvés il y a un an. Ils sont restés exposés au soleil pendant plusieurs mois. Le plus considérable qui est encore de couleur rougeâtre a été trouvé, moi présent, il y a cinq semaines. On a extrait les premiers, d'un point A, beaucoup au-dessus du niveau des eaux de la vallée. Ils sont tous sous des *sables* que la mer elle-même a charriés *bca* et sous des *terres sableuses et argilieuses* que les eaux... de la Somme ont déposées sur les flancs des collines. Il est constant que les eaux qui ont apporté les terres sablonneuses et les sables F C E D et qui les ont portés à d'aussi grandes hauteurs ont déposé sur le roc qui sert de base à ces mêmes sables des animaux qu'elles charrioient. Celui des animaux auquel appartenoient les moindres ossemens étoient sans doute un cerf ou un quadrupède de cette famille. Il est gissant sur le roc, tout à fait au-dessous des terres sableuses. La boëte qui vous est adressée contient *les extrémités de ses andouillers*. Il pourroit se faire cependant que ce fut un daim ou un rhene. On va sous peu parvenir au point où repose le surplus de l'animal. Les ouvriers m'ont promis d'y apporter le plus grand soin. Une portion de son bois, la *portion inférieure* est dans la boëte. »

Dans le merrain et le haut de l'empaumure de l'exemplaire du Muséum, on reconnaît sans peine « la portion inférieure du bois » et « les extrémités des andouillers » qui se trouvaient dans la « boëte » envoyée à Cuvier « j'ai vu, lui écrivait Traullé, avec un plaisir infini que mes recherches venoient de vous procurer la 24e espèce d'animaux que les deux continens ont perdu [3] ». On a voulu compléter la pièce avec du plâtre. La reconstitu-

---

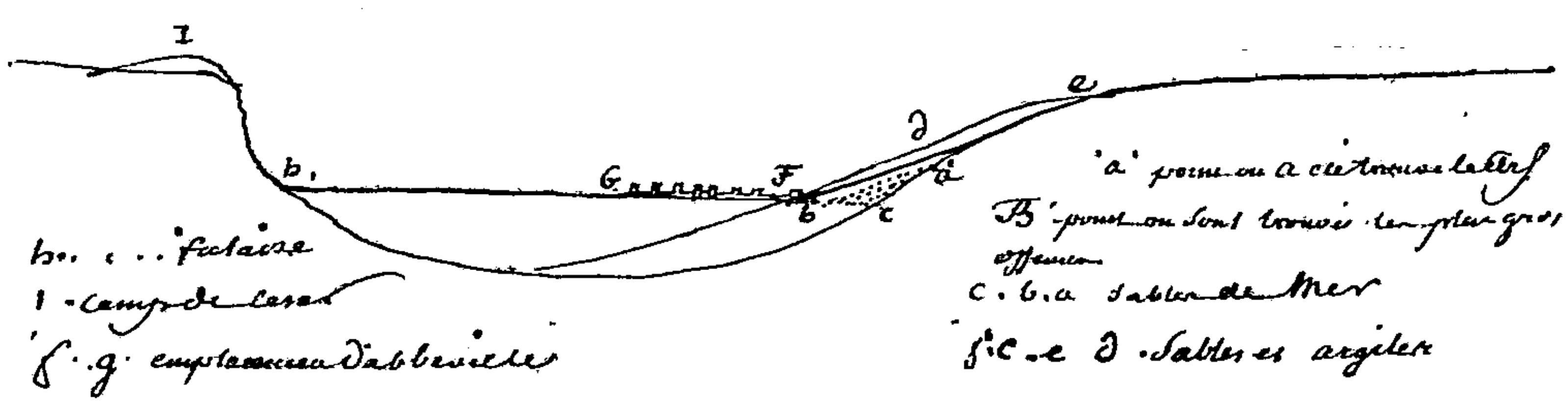
(1) *Ann. du Mus. Hist. nat.*, 12, 1808, p. 360.

(2) Mss. du fonds Cuvier, *Bibl. Mus. Hist. nat.*, n° 634, 25 messidor an IX.

(3) *Id.* (thermidor an IX).

tion a donné lieu à des critiques de la part de Falconer [1] : « The horn base is very close to the orbit. The summit is united with plaster and is evidently a misfit, probably not even of the same species, or certainly turn the wrong way ». La seconde éventualité peut être retenue, mais les renseignements donnés par L. Traullé nous apportent l'assurance que la première peut être résolument écartée.

Sur les documents cadastraux, les exploitations portent le nom de *terrières*. Les « terres sableuses et argilieuses » qu'on en retirait correspondaient au loess qu'on utilisait comme « sable à plaquer » et au loehm qui pouvait servir de terre à briques. Au-dessous venait un banc de sable



Coupe de la vallée de la Somme et des sablières de Menchecourt, par L. Traullé. 25 messidor an IX (Bibl. Mus. Hist. nat., Mss. Cuvier, n° 634). Le bois du cerf trouvé au point *a* est l'exemplaire-type du *Cervus* (*Dama*) *Somonensis* Desm.

blanc très pur, contenant des coquilles fluviatiles et des coquilles marines; il surmontait habituellement un lit de cailloux, mais du côté du versant, il reposait directement sur la craie. Le cerf se trouvait « gissant sur le roc, tout à fait au-dessous des terres sableuses », c'est-à-dire semble-t-il, dans le sable fluvio-marin qui s'amincissait entre le loess et la craie. C'est ce que suggère le croquis de Traullé où les deux points fossilifères, A et B, sont placés « sous les terres sableuses et argilieuses ». La découverte a dû être faite dans les « terrières » Mathurel, à l'Est du faubourg, car il n'y a que là que les exploitations se trouvaient à la fois du côté de la vallée, comme au point B, et du côté du plateau, comme au point A; de part et d'autre de la rue de Haut.

(1) *Paleontological Memoirs* II, p. 479.

GÉOLOGIE. — *Répartition du Flysch dans le subbétique selon la transversale de Londa (Andalousie).* Note de M. **Albert Robaux**, présentée par M. Charles Jacob.

J'avais mis en évidence ([1]) dans le Flysch de la province de Cadiz un terme ancien Sénonien, suivi d'Éocène moyen transgressif, d'Éocène supérieur et d'Oligocène.

Continuant mes observations vers l'Est, dans la province de Malaga, j'ai cherché le prolongement de ces niveaux en particulier au Nord de Ronda le long de la route de Séville ([2]), c'est-à-dire dans le domaine subbétique qui s'étend entre le Pénibétique externe de Ronda défini par M. Blumenthal ([3]) et le Trias du Sud-Est de la province de Séville. L'intérêt de ces coupes réside non seulement dans la faune abondante recueillie, mais surtout dans la relative tranquillité des assises de ce secteur, qui permet, fait assez rare dans le Flysch, des observations plus faciles sur la succession des niveaux.

Je retiendrai ici trois profils stratigraphiques relevés à partir du bord du Néogène de Rondo, savoir : A, au km 97; B au km 93; C au km 91 de la route. Certains de leurs éléments se retrouvent jusqu'à Algodonales, soit sur une distance de 12^{km}. Les grès ont été étudiés en plaques minces que M. Doncieux a bien voulu revoir et les marnes furent lavées selon le procédé connu.

Profil A. — La colline située au km 97 montre sur son versant Sud un synclinal avec la série suivante de bas en haut : 1° Marnes rouges, vertes ou bleues avec quelques rares *Rosalina Linnei* d'Orbigny, *Globigerina Gümbelina;* 2° Marnes blanches très riches en *Rosalina* cf. *Stuarti* de Lapp., petites Globigérines, *Gümbelina*, *Planoglobulina* et *Pulvinulinella* (12^{m}); 3° Grès gris calcaires fins avec *Rosalina Stuarti* J. de Lapp. très belles, une grande quantité de prismes d'Inocérames, des Rotalidés, des loges isolées de *Rosalina*, des *Nodosaria* (50 à 70^{m}). — Les trois niveaux précédents sont nettement du Crétacé supérieur. — 4° Brèche calcaire à grosses Nummulites : *Num. atacicus* Leym., *Num.* cf. *atacicus*, *Num. irregularis* Desh., *Num. montefriensis* R. Douv., *Num. globulus* Leym., *Assilina granulosa* d'Arch., *Assilina exponens* Sow., *Orthophragmina* sp. Lutétien (20^{m}); 5° Calcaires plus

---

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 478, 685 et 955.

([2]) *Mapa militar de España* au 1/100 000e, feuille 327, et Carte géologique de la province de Cadiz, par J. Gavala (non en vente), mais sur ce document le Miocène s'avance trop loin aux abords de la route de Séville.

([3]) *Eclogæ Geologicæ Helvetiæ*, 126, n° 1, 1933, p. 43-90.

fins avec : toutes petites Nummulites du groupe d'*incrassatus* de la Harpe, *Numm. Bouillei* de la H., *Globigerina* nombreuses, *Gypsina globulus* Reuss., *Amphistegina* sp., *Bolivina* sp., *Orthophragmina* sp., Algues, et une section de *Rosalina* remaniée. Éocène supérieur (15^m).

On note ici, en particulier dans les grès, une passée bréchoïde de 1^m d'épaisseur remaniant les éléments gréseux du Crétacé supérieur, sans Jurassique ni débris de silex du Crétacé inférieur, bien que les chaînes calcaires de Grazalema-Algodonales ne soient distantes que de 4^{km}.

Profil B. — Un nouveau synclinal un peu oblique par rapport au précédent et axé suivant la route, montre des grès bruns très durs et très siliceux rappelant le type « Aljibe » du pays gaditan, intercalés dans des marnes versicolores à *Rosalina*, puis des grès calcaires à *Rosalina*. Cet ensemble inférieur est donc bien Crétacé.

L'Éocène moyen est transgressif avec la même faune que plus haut.

Profil C. — Après un anticlinal qui ramène des grès durs et cristallins, une nouvelle série présente encore à sa base le Sénonien, puis l'Éocène moyen. Mais ensuite tout le Flysch repose sur un premier bombement de marnes gypseuses attribuées au Trias.

Le contact de ces formations n'est pas net : on passe des marnes gypseuses aux marnes à Rosalines et je n'ai pas vu le Lutétien transgressif reposer ici sur le Trias, comme c'est le cas plus au Nord, au km 88, pour un îlot de grès de l'Aljibe certains.

Les coupes étudiées permettent plusieurs constatations :

1° Le faciès Flysch du Crétacé supérieur, général vers Ronda, passe vers le Nord à un type marneux, blanc, très riche en Foraminifères, homologue de celui que j'ai signalé à hauteur de Cadix, mais ici l'épaisseur de ce niveau est réduite à 12^m ; on doit donc se trouver aux abords de la limite Sud de la zone à faciès pélagique. Plus à l'extérieur des chaînes, j'ai trouvé dans le Rio Guadalete, par delà le bombement de Trias, une passée plus puissante de Crétacé marneux blanc, qui semble confirmer que le prolongement de la zone de Cadiz passait plus au Nord. Vers Algodonales, par contre, ce niveau a dû être enlevé par érosion, car seules les marnes versicolores de base sont visibles dans le Rio. Au delà de cette ville, le Trias occupe tout le territoire.

2° La présence de loges isolées de Rosalines dans des grès des niveaux supérieurs du Sénonien souligne le caractère moins profond, détritique, du Crétacé supérieur.

3° Le caractère transgressif de l'Éocène est encore souligné par une légère discordance que j'ai pu noter localement, à la coupe A, entre les grès crétacés et les calcaires à Nummulites (elle ne paraît pas d'origine tectonique) et par la présence de Rosalines remaniées dans certains niveaux de l'Éocène supérieur.

Ainsi se confirme le prolongement vers l'Est jusqu'à la transversale de Ronda, des termes du Flysch, sénonien à la base, nummulitique au sommet, observés dans la Province de Cadiz. Nulle part je n'ai trouvé d'indice de l'existence d'Éocène inférieur continental ou marin.

GÉOLOGIE. — *Chaîne armoricaine et chaîne varisque* (*Contribution à l'étude des rebroussements de faisceaux de plis*). Note de M. **Armand Renier**, présentée par M. Charles Jacob.

En 1888, dans le second tome de l'*Antlitz der Erde*, Ed. Suess introduisit, à la suite de la distinction des chaînes armoricaine et varisque, les notions de rebroussement (rencontre de deux directions différentes de la force qui engendre le plissement) et de plis posthumes (ridement de dépôts plus récents, conformément à la direction des anciens plis). Ses descriptions de la Belgique étaient basées sur celles données par Gosselet et sur la carte de Dewalque, qui permettaient de reconnaître la concavité de la zone de déversement de la Belgique, où les bords externes des deux systèmes montagneux viennent se réunir, le raccordement, d'ailleurs ménagé par une courbe concave, se faisant entre Douai et Valenciennes. Cette concavité était tenue par Suess pour frappante et caractéristique : les bords externes des autres chaînes de montagnes sont toujours plus ou moins convexes par rapport au sens du mouvement tangentiel.

Le développement des explorations, joint au perfectionnement des méthodes de levé, a, principalement au cours des dernières années, permis de constater que les relations des chaînes armoricaine et varisque sont assez différentes de celles vues par Suess : *La chaîne varisque n'est pas l'exact prolongement de la chaîne armoricaine*. Depuis le Boulonnais, à travers les régions du Pas-de-Calais et du Nord français (si bien étudiées par M. Ch. Barrois dès 1905 et ensuite par ses collaborateurs du Musée houiller de Lille), puis le Hainaut belge jusqu'à Namur et peu au delà, le sillon houiller est constitué d'un empilement très compliqué de massifs charriés les uns sur les autres. Ce n'est qu'à l'Est du Samson que le synclinal de Liége est net et, quoique disloqué, constitue, à lui seul, le sillon houiller sur certaine distance; il peut être tenu pour parautochtone.

Dans l'Est de la Belgique, les nappes armoricaines occupent une situation méridionale par rapport aux nappes varisques. A l'Ouest d'un alignement qui court de Martelange (près Arlon) à Samson (sur la Meuse, entre

Namur et Andenne) et se poursuit par delà vers NNW suivant une direction hercynienne (au sens primitivement donné à ce vocable par L. von Buch), *les nappes armoricaines se dirigeant vers le NW, chevauchent les nappes varisques, qui s'enfoncent, par dessous, vers le SW ou le SSW.* Le mouvement est particulièrement net entre la Meuse et les abords de Charleroi où l'anticlinal très dissymétrique de Puagne, parallèle à celui de Samson, forme le véritable seuil oriental de la vaste aire d'ennoyage dont dépend le bassin de Paris et où la chaîne varisque se prolonge souterrainement par la vallée de la Sambre, plus franchement qu'elle ne fait, dès Namur, suivant la vallée de la Meuse de Dinant.

Du coup s'efface le caractère exceptionnel de l'ensemble des deux chaînes ; l'une et l'autre sont convexes par rapport au sens du mouvement. *Le rebroussement des plis n'est qu'une apparence*, qui s'évanouit dès qu'on connaît la constitution, la délimitation et la disposition des diverses nappes. En même temps se précise l'influence des plis transversaux de direction hercynienne qui, dans l'Europe occidentale, déterminent les aires de surélévation et d'ennoyage de la chaîne varisque, et par contre-coup, de la chaîne armoricaine et de leurs avant-pays, et qui, dans la suite des temps, (l'étude des mouvements posthumes en fournit la preuve) ont nettement orienté les mouvements du sol de nos régions.

PALÉONTOLOGIE. — *Un oiseau géant dans les dépôts éocènes du Mont-d'Or lyonnais.* Note [1] de M. **Claude Gaillard.**

Aux environs de Lyon les gisements de vertébrés tertiaires sont nombreux et d'époques différentes. Dans le massif du Mont-d'Or les dépôts fossilifères se présentent sous l'aspect sidérolithique [2]. Ce sont des remplissages des fentes de la roche, par un limon ferrugineux mêlé de grains d'oxyde de fer.

Le gisement le plus ancien de la région est aussi le plus riche en ossements fossiles. Il est situé sur les pentes nord-ouest du Mont-d'Or, dans la commune de Lissieu, au voisinage du hameau de la Clôtre. Depuis plus de trente ans le Muséum de Lyon a recueilli dans ce gisement des centaines de dents et de fragments osseux parmi lesquels ont été reconnues la plupart des

(1) Séance du 24 février 1936.

(2) Cl. Jourdan, *Comptes rendus*, Paris, 53, 1861, p. 95.

espèces de mammifères caractéristiques du niveau lutétien de l'éocène moyen. Aux espèces mentionnées antérieurement nous avons pu ajouter un petit lémurien voisin de *Necrolemur zitteli* autrefois signalé d'après des fossiles du gisement sidérolithique d'Egerkingen, dans le Jura de Soleure. Quelques années plus tard on trouvait, dans les mêmes dépôts sidérolithiques de la Clôtre, une mandibule et un maxillaire de petit primate de forme tout à fait nouvelle qui fut décrite comme type du nouveau genre *Anchomomys* (1). Enfin nous avons récolté récemment, toujours dans les formations éocènes de Lissieu, non plus des restes de petits mammifères, mais plusieurs ossements d'un très grand oiseau. Il s'agit de phalanges et de fragments de tarso-métatarsiens d'un oiseau de la taille du Casoar noir qui habite de nos jours l'Australie.

Les ossements trouvés à la Clôtre ne permettent point d'indiquer d'une manière précise la place de l'oiseau fossile dans la classification naturelle. On constate seulement qu'il est voisin d'un oiseau géant découvert dans l'éocène inférieur de Monthelon, près d'Epernay, et décrit sous le nom de (?) *Diatryma sarasini* (2). Le grand oiseau fossile du Mont-d'Or appartient au groupe des Diatrymides par son tarso-métatarsien lourd, massif, doublement perforé. En attendant d'avoir découvert d'autres restes osseux autorisant une identification générique, l'oiseau de Lissieu sera nommé provisoirement *Diatryma* (?) *côtei*, nov. sp.

Le nouvel oiseau fossile est représenté par plusieurs phalanges et deux fragments de l'os du pied, c'est-à-dire l'extrémité distale d'un tarso-métatarsien à trois doigts et la trochlée du doigt médian d'un second individu de même espèce. Sur les deux fragments on remarque une double perforation : l'une donnait passage au tendon adducteur du doigt externe, l'autre était traversée par un vaisseau. Avec les fragments de tarso-métatarsiens ont été trouvées plusieurs phalanges unguéales et deux grandes phalanges. Celles-ci se rapportent au doigt interne et au doigt médian ; elles mesurent la première 62^{mm} de longueur et 24^{mm} de diamètre transverse au niveau de l'articulation proximale, la seconde a 66^{mm} de longueur et 25^{m} de largeur à sa base. Le tarso-métatarsien mesure 51^{mm} de largeur à son extrémité distale.

---

(1) H. G. Stehlin, *Abhandlungen der Schweizerischen Paläontologischen Gesellschaft*, Zurich, 41, 1916, p. 1406.

(2) S. Schaub, *Abhandlungen der naturforsch. Gesell. in Basel*, 40, 1929, p. 588.

D'après les particularités anatomiques des divers ossements on voit que *Diatryma* (?) *côtei* n'offre qu'une lointaine ressemblance avec les ratites. Par la structure de son tarso-métatarsien il appartient au groupe des carinates normaux. La trochlée digitale médiane montre qu'on est en présence d'un genre spécial ayant des rapports soit avec divers ciconides des Phosphorites du Quercy, soit avec un certain palmipède de la faune actuelle d'Australie tel que *Cereopsis novæ Hollandiæ* [1].

La découverte de *Diatryma* (?) *côtei* apporte une précieuse contribution à la connaissance des êtres qui habitaient le Mont-d'Or à une époque où le relief de la région était tout à fait différent de celui qui nous est connu.

Bientôt nous donnerons une étude détaillée du grand oiseau éocène de Lissieu.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Relation entre l'activité solaire et l'amplitude diurne des courants telluriques Nord-Sud enregistrés à l'Observatoire de l'Èbre.* Note de M. **Paul Rougerie**, présentée par M. Charles Maurain.

Nous avons utilisé au cours de cette étude les valeurs mensuelles de l'amplitude diurne déduites des moyennes horaires mensuelles des différences de potentiel enregistrées dans la ligne Nord-Sud à l'Observatoire de l'Èbre. Ces valeurs exprimées en mv/k correspondent à des journées calmes et se répartissent entre les années 1910 et 1933. La lacune de l'année 1921 a été comblée en prenant pour les différents mois les valeurs moyennes des deux années les plus voisines.

Pour ces 24 années d'observations la courbe représentative de l'amplitude diurne des courants telluriques présente dans son ensemble une similitude de forme visible avec le graphique tracé à l'aide des nombres de Wolf et Wolfer caractéristiques de l'activité solaire. Le rapprochement de ces deux courbes montre un décalage de quelques mois, bien marqué au voisinage des années 1917 et 1918 pour lesquelles l'activité solaire a passé par un maximum. Le maximum de l'amplitude électrique a eu lieu après le maximum des taches solaires. Le résultat de cette comparaison indique donc qu'une certaine relation existe entre les deux phénomènes considérés.

Nous avons soumis les valeurs de l'amplitude diurne des courants ter-

(1) A. Milne-Edwards, *Recherches anatomiques et paléontologiques pour servir à l'histoire des oiseaux fossiles de la France*. Paris, 1867-1869, pl. 12, fig. 13 à 17

restres à l'analyse harmonique. La méthode de M. Labrouste nous a permis d'isoler des composantes ayant respectivement pour périodes : 3, 4, 6, 8, 12, 17,2, 24, 33 mois, 4 ans 3 mois et 9 ans et demi environ. La somme de ces diverses composantes reproduit de façon satisfaisante la courbe représentative des données. L'écart subsistant entre ces deux groupes de valeurs indique que ce reste renferme une composante de 2 mois ainsi qu'une ou plusieurs ondes de très grandes périodes.

La plupart des composantes fournies par cette analyse correspondent à des composantes des taches solaires de périodes égales ou voisines mises en évidence par M. et Mme Labrouste [1]. En particulier les composantes de 9 ans et demi et de 4 ans 3 mois se rapportent à la période undécennale et à son harmonique. Celles-ci ne sont pas toujours rigoureusement constantes, mais beaucoup plus régulières aux époques pour lesquelles ces ondes passent par des maxima d'amplitude. Nous avons d'ailleurs retrouvé, avec les nombres de Wolf et Wolfer pour ces mêmes années, deux composantes dont les périodes ont sensiblement les valeurs ci-dessus.

Il y a donc entre l'évolution des taches solaires et les variations de l'amplitude diurne des courants telluriques Nord-Sud à Tortosa une grande analogie de structure. Sans expliquer la cause de cette remarquable corrélation, les résultats de cette analyse harmonique contribuent à préciser directement une relation entre l'activité solaire et les courants électriques terrestres.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Absorption ultraviolette de la cellophane et de tissus et organes végétaux.* Note de M. **Edmond Gilles**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Le présent travail concerne l'absorption de la cellophane et de matériel végétal vivant, dans l'ultraviolet émis par la lampe à vapeur de mercure. Les résultats sont fournis par deux séries de recherches :

1° étude qualitative au moyen d'un spectrographe en quartz, où le spectre ultraviolet est projeté sur un écran fluorescent;

2° étude quantitative par une méthode photoélectrique. Nous utilisons pour cela (après comparaison de 6 cellules diverses) : *a*, pour la région 3650-3130 Å, une cellule d'un type ordinaire, au potassium hydruré, à

(1) 66e *Congrès des Sociétés savantes*, 1933, p. 468.

paroi de verre recouverte extérieurement d'une couche fluorescente, selon la méthode préconisée par J.-F. Thovert [1] et mise au point par Chevallier et Dubouloz [2] : mélange de dextrine et de salicylate de soude; *b*, pour la région 3021-2262, une cellule au cadmium, en quartz (type Pressler). La mesure du courant photoélectrique est faite à l'aide d'un électromètre à fil du type Grebe-Kohl ou par l'intermédiaire d'un amplificateur à lampe, suivi d'un microampèremètre (l'amplification obtenue avec notre montage dépasse 1000). On mesure I_0, énergie incidente, puis I, énergie transmise par l'objet étudié, d'où on tire le coefficient de transparence β défini par la relation

$$\beta = \frac{I}{I_0}.$$

L'utilisation de deux cellules, d'une série d'écrans et de deux sources d'ultraviolets permet de mesurer β dans diverses régions de l'ultraviolet sans employer de monochromateur (nous ne pouvons donner ici le détail de ce procédé).

Résultats. — La cellophane est une substance remarquablement transparente à l'ultraviolet, dans le cas général; certains chercheurs l'utilisent dans des expériences physiologiques (en remplacement du quartz). Mais il est nécessaire de connaître d'une façon suffisamment précise la transmission du type employé; nos recherches nous ont révélé, en effet, des différences considérables entre divers échantillons de cellophane, ce qui doit mettre en garde les auteurs se servant de cette substance sans en vérifier *quantitativement* l'absorption ultraviolette. Nous avons étudié, en particulier, deux types de cellophane incolore; le type 1, nacré, brillant, clair, légèrement cassant, est extrêmement transparent : le spectre transmis est semblable au spectre témoin (à l'intensité près); au contraire, le type 2, grisâtre et souple, limite le spectre à 2536 Å, cette raie très affaiblie. Ces deux échantillons ne diffèrent pas par leur épaisseur qui est de $0^{mm},06$. Les mesures quantitatives effectuées sur ce matériel peuvent se résumer ainsi :

	Coefficients de transparence pour			
	3650.	3021-2894.	2536.	2397-2262.
Cellophane 1	0,85	0,70	0,60	0,20
Cellophane 2	0,80	0,65	0,01	0,002

En ce qui concerne les végétaux, nous avons étudié, dans ce travail

---

(1) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1058.
(2) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 174 et 552.

préliminaire, des épidermes d'écailles d'Oignon. Nos résultats montrent que des cellules végétales peuvent être beaucoup plus transparentes qu'on ne l'a trouvé ou supposé jusqu'à maintenant. L'épiderme inférieur transmet, en effet, tout le spectre émis par la vapeur de mercure, jusqu'à 2397; l'épiderme supérieur est un peu moins transparent. Les coefficients moyens, obtenus sont les suivants :

	3650.	3021-2894.	2536.	2397.
Épiderme inférieur......	0,65	0,40	0,25	0,03 à 0,1
Épiderme supérieur.....	0,25	0,16	0,10	0,005 à 0,01

L'alcool à 95° ne modifie pas sensiblement ces chiffres, la dessiccation de l'épiderme diminue légèrement la transparence alors que le lavage à l'eau l'augmente.

L'absorption par les feuilles est intense : de petites feuilles de *Begonia*, *Tradescantia*, *Oxalis*, *Plantago*, *Salvinia*, des extrémités de pinnules de *Cystopteris*, sont presque complètement opaques. On trouve les coefficients suivants : *Begonia*, 0,07 et inférieur à 0,001 pour 3650 et 2536; *Tradescantia* : 0,015 et très inférieur à 0,01; *Cystopteris* : 0,03 pour 3650. Les feuilles d'*Elodea* prises près du bourgeon, sont plus transparentes : 0,04 pour 2536 et 2482 est transmise faiblement. Un prothalle de Polypode de $0^{cm},5$ de diamètre transmet 15 pour 100 de l'énergie incidente pour 3650 A.

Des poils de *Salvinia* sont très opaques, ce qui explique, à notre avis, la grande absorption de feuilles, même minces, de ce genre. Des filaments de *Spirogyra* absorbent tout au-dessous de 2536; l'Algue tuée par les ultraviolets est opaque. Des téguments de graines d'*Ervum Lens* ne transmettent rien au-dessous de 3130; des téguments de *Pisum* sont légèrement transparents pour 2536.

En résumé, l'étude qualitative de l'absorption ultraviolette combinée à la mesure des coefficients de transparence nous a permis de constater et de mesurer la transparence remarquable de certains échantillons de cellophane pour l'ultraviolet, ainsi que l'existence de différences considérables entre les types examinés. Nous avons noté, d'autre part, la transparence d'épidermes d'écailles d'Oignon (mesures); au contraire, des feuilles d'épaisseur moyenne sont opaques pour les radiations de très courte longueur d'onde; des feuilles d'*Elodea* prises près du bourgeon, sont relativement transparentes. Les téguments de graines de Lentille et de Pois sont presque aussi paques que les feuilles. Nous poursuivons actuellement cette étude avec des matériaux variés.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la cyanogénèse foliaire chez les* Photinia *Lindl.* (*Sect.* Euphotinia *Focke*) (Rosac. Pomeæ). Note [1] de M. **René Salgues**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

La présence d'un glucoside à acide cyanhydrique a été signalée chez *Photinia serrulata* Lindl., par Guignard, mais cet auteur a fait remarquer que la quantité dégagée en était des plus variables. Sans doute, les conditions ambiantes, l'époque de récolte des matériaux et leur âge, l'heure même de la cueillette, les procédés de dosage utilisés interviennent-ils dans l'explication de ces différences ; cependant, je suis enclin à penser que la richesse en principes cyanogénétiques est aussi fonction de la variété de l'hôte. Guignard l'avait soupçonné et j'ai pu confirmer cette hypothèse. Relativement aux facteurs sol et climat, les *Photinia* francs de pied, sur lesquels ont été recueillies les feuilles qui ont servi à nos investigations, poussaient sur des pelouses entièrement désherbées, en terrains peu argileux, dosant de 0,96 à 1,15 d'azote, ne recevant aucune fumure organique ou minérale, ne prétendant même pas à l'humus des feuilles tombées puisqu'elles ne séjournaient pas au bas de l'arbuste. Ceux-ci, croissant à Brignoles, bénéficiaient d'un climat de basse altitude (luminosité moyenne, peu ou pas de neige, peu de gelées, pluies assez copieuses d'automne et hiver, sécheresse de l'air diminuée, transparence atmosphérique faiblement atténuée, vents du Sud-Est précédant les précipitations, ceux du Nord-Ouest en marquant la fin). Le taux d'acide cyanhydrique diminuant au cours de la dessiccation et les variations diurnes ne devant point être tenues pour négligeables, tous nos matériaux ont été traités immédiatement, au plus tard dans les deux heures qui ont suivi leur cueillette. Celle-ci, qui était effectuée au milieu de la journée, a permis l'obtention de résultats que je qualifierai de *moyen*, puisque l'on sait que la production d'acide cyanhydrique habituellement augmente du matin à la fin de l'après-midi : ce qui en l'occurrence est la règle, comme nous avons pu le constater.

Les deux espèces étroitement voisines qui ont fait l'objet de mes recherches sont les *Photinia serrulata* Lindl. et *P. davidsoniæ* Rehd. et Wils. Tous deux sont originaires de Chine.

Avant qu'ils n'éclatent, c'est-à-dire en mars, les bourgeons, chez l'une

[1] Séance du 9 mars 1936.

et l'autre espèce, sont d'un rose tendre, de même que la jeune feuille qui perd cette coloration au fur et à mesure de son accroissement jusqu'à tirer sur le vert sombre, dont l'optimum est atteint en hiver. A la fin du cycle vital, le limbe reprend une teinte rouge sang, mais son aspect et sa consistance coriace ne prêtent à aucune confusion. Quelques feuilles jaunissent, se séparant des rameaux, à l'automne principalement mais sans obéir à la destinée normale qui est de se détacher à partir de la deuxième année, fin hiver et début printemps.

L'acide cyanhydrique a été dosé dans les solutions aqueuses selon la méthode de Liebig, modifiée par Denigès et proposée par ce biochimiste pour la vérification du titre de l'eau distillée de laurier-cerise. Le distillat de beaucoup de végétaux à composés cyanogénétiques, et c'est le cas pour les *Photinia* examinés, contient de l'aldéhyde benzoïque. Au 15 mars, les bourgeons non épanouis donnaient, pour 100, 0g,130 de HCN pour *P. serrulata*, 0g,117 pour *P. davidsoniæ*.

	Cent feuilles de *Photinia serrulata*		Cent feuilles de *Photinia davidsoniæ*	
	pèsent.	contiennent HCN.	pèsent.	contiennent HCN.
	g	mg	g	mg
2 avril	82,15	0,103	74,18	0,101
10 mai	98,24	0,096	83,29	0,088
8 juin	103,56	0,081	94,18	0,083
12 juillet	115,13	0,077	101,16	0,068
17 août	119,22	0,052	109,16	0,057
13 septembre	121,34	0,044	113,18	0,051
16 octobre	129,56	0,058	113,20	0,053
17 novembre	130,61	0,068	113,18	0,063
18 décembre	132,06	0,084	120,14	0,071
6 janvier	132,01	0,067	118,83	0,073
2 mars	132,03	0,045	117,11	0,070
16 mai	130,56	0,042	114,26	0,049
20 juillet	130,33	0,029	113,17	0,033
13 septembre	130,54	0,017	112,26	0,021
15 novembre	129,06	0,015	108,24	0,007
28 décembre	128,11	0,007	»	»

Les derniers chiffres (15 novembre et 28 décembre) s'appliquent à des feuilles lustrées entièrement rouge vif qui se détachaient de leur support spontanément.

Je constate, chez des arbustes identiques d'âge, bénéficiant des mêmes conditions écologiques, peu éloignés sous l'angle taxonomique, que :

1° le parenchyme foliaire voit la teneur en composés cyanogénétiques du bourgeon, exprimée en HCN, diminuer progressivement pendant le développement rapide de l'organe, développement portant sur la surface d'assimilation et d'échanges et sur le poids, en même temps que sa teinte vire du rose au vert jaunâtre et au vert franc; cette déperdition en principe cyanhydrique atteint son maximum en septembre;

2° à partir de cette époque, le même tissu voit se reformer dans son sein les éléments générateurs de HCN, lesquels pondéralement augmentent avec régularité jusqu'au milieu de l'hiver; leur teneur suit alors un mouvement inverse; les variations déficitaires restant de même amplitude;

3° durant près de cinq mois, la constance de taux se maintient remarquable et celui-ci ne s'abaisse irrémédiablement qu'à l'approche de la chute des feuilles;

4° le parallélisme des échanges, exprimé par la similitude de leur valeur, est frappant pour les deux espèces;

5° sur un point concret, l'on doit conclure, en langage dépouillé de recherche, que dans un cycle vital de vingt mois, la feuille des *Photinia* est, pendant six mois, un centre d'échanges actifs et, durant les quatorze autres mois, un dépôt de matières de réserves qui s'appauvrit sans toutefois complètement s'épuiser.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la dégradation diastasique du ciment intercellulaire.* Note de M. **Henri Colin** et Mlle **Andrée Chaudun**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les extraits successifs, à l'eau chaude, des pulpes végétales préalablement dessucrées, diffèrent considérablement de l'un à l'autre, par leurs pouvoirs rotatoires, par leurs pourcentages en acides uroniques (évalués en CO^2), en furfurol, en alcool méthylique. Les données ci-après se rapportent à la Betterave (cossettes industrielles de diffusion, 100^g; durée des épuisements, 1 heure; eau 1250^{cm^3} chaque fois) :

Tout démontre que, dans le ciment intercellulaire, l'arabane n'est pas solidaire du pectate au point qu'on ne puisse dissoudre l'un sans entraîner simultanément une quantité, toujours la même, de l'autre.

Par voie diastasique, en utilisant comme ferment le suc digestif d'Escargot, très puissant, comme on sait, sur les matières pectiques, on obtient les résultats que voici : (cossettes dessucrées, 100^g; eau, 1250^{cm^3}; suc d'*Helix*, 1^{cm^3}; température, 15°).

	Température.	Poids.	$[\alpha]_D$.	CO^2.	Furfurol.	CH^3OH.
1.......	95°	12^g,5	+150	14,1	12,5	5,2
2.......	»	13,9	+126	–	13,8	–
3.......	»	15,5	+124	–	19,0	–
4.......	»	13,4	+116	–	19,0	–
5.......	»	12,6	+105	–	20,0	–
6.......	»	11,4	+101	13,8	21,0	5,1
7.......	»	10,6	+ 76	–	24,0	–
8.......	110	9,4	+ 69	–	24,0	–
9.......	»	5,3	+ 46	–	24,0	–
10.......	»	2,5	+ 30	–	24,0	–
11.......	120	5,3	+ 21	–		–
12.......	»	4,7	+ 20	7	26,0	3,1
13.......	135	16,9	— 18	–	26,0	–
14.......	»	10,7	— 18	6	21,0	1,5

Les matières solubilisées après 48 heures de contact sont, en majeure partie, de nature glucidique, leur teneur en N est inférieure à 1 pour 100 du sec. Ces glucides sont réducteurs pour la plupart. Il s'agit de sucres et non d'acide galacturonique; la réaction de ce dernier à l'acétate basique de Pb est négative, ce n'est qu'ultérieurement, et de plus en plus, qu'elle sera positive. Par contre, les liqueurs, dès le début, donnent nettement la réaction des produits uroniques à la naphtorésorcine; elles renferment, à côté des sucres réducteurs, le noyau polygalacturonique de l'acide pectique; tout le prouve, aussi bien leur facile gélification que leur pouvoir rotatoire élevé; le rapport $100\alpha : pl$ ($l=1$; p, en glucose, d'après G. Bertrand, pour 100^{cm^3}) se tient vers 130, très supérieur à celui d'un mélange de galactose (84), d'arabinose (102), d'acide galacturonique (73).

Les liqueurs une fois séparées de la pulpe, leur pouvoir réducteur augmente avec lenteur, tandis que le quotient $100\alpha : pl$ diminue pour se fixer, l'équilibre atteint, vers $+75$. L'acide galacturonique est alors à l'état libre.

Les choses changent d'aspect vers le dixième épuisement. Le pouvoir rotatoire baisse d'un extrait à l'autre et tend vers zéro; les liqueurs donnent avec moins d'intensité les réactions de l'orcine chlorhydrique d'après G. Bertrand et de la naphtorésorcine; distillées en présence d'HCl, elles livrent beaucoup moins de CO^2 et de furfurol; la cristallisation des osazones, à chaud et à froid, est bien plus facile que précédemment lorsque les corps uroniques étaient prépondérants. De toute évidence, il y a désor-

mais, dans les liqueurs, d'autres glucides que les produits d'hydrolyse des matières pectiques; nous y reviendrons plus tard.

Tout cela est condensé dans le Tableau ci-dessous (T, durée, en jours, du contact avec la pulpe; R_1, R_2, sucre réducteur total, en glucose, par réduction, dans les liqueurs, au moment de la décantation et au terme de leur évolution; $[\alpha_1]$ et $[\alpha_2]$, valeurs correspondantes du pouvoir rotatoire; E, extrait sec total; CO^2, gaz carbonique pour 100 du sec; F, furfurol pour 100 de sucre) :

	T.	R_1.	$[\alpha_1]_D$.	R_2.	$[\alpha_2]_D$.	E.	CO^2.	F.
	j	g		g		g		
1................	2	2,0	+130	2,8	+75	3,37	-	10,6
2................	2	1,8	+135	2,2	+75	2,66	-	12,1
3................	2	1,7	+138	2,1	+71	2,70	-	12,5
4................	2	1,5	+136	2,2	+69	2,55	9,6	11,7
5................	3	2,1	+135	3,6	+78	-	-	15,6
6................	2	1,6	+130	2,5	+76	2,86	9,2	15,9
7................	3	1,6	+139	3,1	+73	-	-	13,6
8................	4	1,7	+141	3,1	+81	3,37	8,4	15,0
9................	7	1,3	+131	2,1	+73	-	-	17,6
10................	7	1,3	+ 99	1,5	+83	-	-	13,6
11................	12	0,7	+ 69	0,8	+58	-	-	8,2
12................	24	0,5	+ 24	0,6	+45	0,68	2,0	4,1
13................	40	0,6	+ 28	0,6	+45	0,89	-	2,2
14................	38	0,4	+ 19	0,4	-	0,50	-	-

En comparant les deux séries d'épuisements, on voit que la dégradation est poussée beaucoup plus loin par voie diastasique; de 100g de cossettes dessucrées, à 11 pour 100 d'eau, on a obtenu 27g,6 de sucre réducteur, soit un rendement de 60 pour 100 contre 40 pour 100 de pectine brute par extraction aqueuse. Les produits de queue, dans les deux cas, diffèrent sensiblement des premiers; leur composition glucidique, surtout dans les extraits fermentaires, ne correspond plus exactement à celle de la pectine. La solubilisation du ciment intercellulaire va de pair avec la saccharification de l'arabane et la mise en liberté des sucres, arabinose et galactose, fixés au noyau pectique; il n'y a pas de débâcle préalable, sous l'action d'une *propectinase* hypothétique.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les Diatomées et la pigmentation bleue.* Note [1] de M[lles] **Eudoxie Bachrach** et **Madeleine Simonet**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Lorsqu'on fait vivre des Diatomées pennées d'eau douce sur un milieu de culture favorable contenant des subtances organiques complexes, en les réensemençant à intervalles réguliers, la multiplication se fait très normalement et l'aspect des Diatomées ne se modifie guère.

Il n'en est plus de même lorsqu'on cultive les mêmes organismes sur ledit milieu, déséquilibré par addition d'un sel (chlorure de calcium par exemple), ou sur des solutions artificielles relativement simples. On constate sur ces milieux une *modification dans la pigmentation des Diatomées*.

La Diatomée normale présente, à côté d'un protoplasme incolore, des endochromes vert-brunâtres. Sur les milieux déséquilibrés ou carencés, la pigmentation change : une substance bleue apparaît. Le bleuissement affecte d'abord faiblement les extrémités, puis s'étend à une grande partie de la cellule. Chez certains individus, le pigment bleu est diffus; chez d'autres, il finit par se localiser sous forme de globules aux extrémités et au centre de la Diatomée. Au fur et à mesure que le bleuissement s'étend, les pigments normaux régressent, les endochromes se rétractent.

Mais ces mêmes constatations ont été aussi faites sur milieu favorable. Lorsqu'on laisse les individus normaux dans un tel milieu sans les réensemencer, c'est-à-dire dans un milieu confiné, ils bleuissent à la longue.

Ainsi, ces expériences faites sur un grand nombre d'espèces d'eau douce, et aussi marines, conduisent à la conclusion que *la présence du pigment bleu n'est pas spécifique de* Navicula ostrearia [2]. *C'est un phénomène d'ordre général dans la grande famille des Diatomées.*

Le bleuissement est un *signe de dégénérescence*, l'indice d'un organisme sénile, malade, mourant. Au début de ce processus, l'algue possède cependant encore son pouvoir de multiplication, qu'elle perd dans la suite.

Comme la pigmentation bleue peut être réalisée chez toutes les Diato-

---

[1] Séance du 3 février 1936.

[2] G. Hinard (*Notes et Mémoires, Office des pêches maritimes*, n° 31, 1923) cite dans les fonds ostréicoles la présence de Diatomées bleues appartenant à d'autres genres que *Navicula ostrearia*.

mées pennées d'eau douce ou marines étudiées par nous, nous croyons devoir rejeter la dénomination de *Diatomée bleue* appliquée à *Navicula ostrearia*, pour ne parler dorénavant que de *Diatomées bleuies*.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Sur un organe épithélial non décrit, le paraganglion infra-orbitaire*. Note de M. **Jacques Mawas**, présentée par M. Louis Lapicque.

Il existe dans la partie inféro-externe de l'orbite, entre le droit externe et le droit inférieur, un muscle lisse puissant connu de quelques anatomistes sous le nom de muscle orbitaire inférieur.

Or ce muscle contient dans sa partie la plus profonde, c'est-à-dire dans celle qui est la plus proche du plancher de l'orbite et dans une région bien délimitée des espaces conjonctifs interfasciculaires, un organe épithélial non décrit jusqu'à présent et qui semble avoir complètement échappé à tous ceux qui ont étudié l'orbite et son contenu chez l'homme et les animaux.

Matériel d'étude et technique. — Nos recherches ont été faites sur des orbites d'enfant nouveau-né, fixés immédiatement après la mort, dans le liquide de Bouin, déshydratés dans les alcools successifs et inclus dans la celloïdine. La décalcification a été faite après l'inclusion au moyen de l'acide nitrique à 2 pour 100. Les coupes sériées d'une épaisseur de 15 à 20^{μ} sont colorées par différentes techniques. Celle qui nous semble la plus appropriée pour l'étude de l'organe en question est la suivante : coloration des noyaux par l'hématéine ou l'hématoxyline ferrique, suivie du réactif de Van Gieson, du picro-ponceau ou du mélange rubine-orange après différenciation picriquée.

Rapports. — Sur les coupes transversales d'orbite passant par un plan situé à trois ou quatre millimètres en arrière de la capsule de Tenon, et s'étendant en avant sur une longueur de plusieurs millimètres, on note la présence dans les plans profonds du muscle lisse orbitaire inférieur autour des vaisseaux, d'un véritable organe épithélial plus ou moins étendu suivant les coupes. Les cellules qui les constituent condensées en amas, ou en ruban autour des vaisseaux, semblent par endroits, situées loin d'eux, formant des îlots plus ou moins diffus. Cet organe se voit encore sur les coupes qui dépassent la papille. Ces points de repère indiqués, il sera facile de le trouver.

Description. — Si nous considérons une région où les cellules sont centrées par un vaisseau, voilà ce que nous constatons. Autour de la lumière, dans le tissu conjonctif fibrillaire environnant, il existe de nombreuses cellules de forme arrondie ou ovalaire, d'aspect épithéloïde. Quelques-unes sont déformées par pression réciproque, elles ont alors une forme rectangulaire allongée. Le protoplasma de ces cellules est dense, sombre, d'apparence homogène, ou faiblement granuleux. Chaque cellule possède un noyau parfaitement arrondi. Il est parfois ovalaire avec une encoche. Un gros nucléole et un riche réseau chromatinien, complètent cette structure. Chaque cellule est isolée de sa voisine par une fine lamelle conjonctive. A côté de ces grosses cellules, il en existe d'autres, plus petites à noyau fortement chargé en chromatine. Il est difficile de dire s'il s'agit d'une seule et même espèce cellulaire ou s'il s'agit de cellules différentes. Chaque espèce cellulaire forme un amas homogène, parfois les cellules sont mélangées. Les petites cellules ressemblent à celles qui constituent le glomus carotidien.

Signification histologique. — L'aspect, la structure, les rapports des cellules que nous venons de décrire avec les vaisseaux, en font vraisemblablement un organe à sécrétion interne. Si nous voulons faire une comparaison plus précise, et essayer de classer cet organe, nous ne saurons mieux le comparer qu'aux organes chromaffines, aux paranganglions dont il possède certaines caractéristiques. Nous proposons donc, en attendant que des recherches ultérieures nous renseignent d'une façon plus complète sur l'embryologie et le rôle physiologique de cet organe, de le nommer le *paraganglion infra-orbitaire.*

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *La vie latente de quelques Algues et Animaux inférieurs aux basses températures et la conservation de la vie dans l'univers.* Note de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Des Algues provenant de cultures sur papier filtre sans cendres dans des milieux synthétiques stérilisés et des terres contenant diverses Algues et microorganismes, ont été desséchées graduellement dans le vide avec de la baryte anhydre, à la température de 35°, pendant 3 mois. Avec ces Algues et ces terres desséchées, trois lots d'échantillons comparables ont été constitués et placés dans des tubes de verre stérilisés; un lot, conservé à la

température ordinaire, servait de témoin, un autre lot était destiné à être au contact direct des gaz liquifiés. Les tubes de ces deux lots étaient seulement fermés avec du coton peu serré permettant la pénétration des gaz et des liquides. Enfin, le troisième lot était placé dans des tubes fermés à la flamme après qu'un vide voisin du 1/100000e de millimètre eût été fait avec la pompe en quartz de Langmuir. Deux tubes de ces deux derniers lots, auxquels nous avions joint un de nos anciens tubes contenant, desséchés dans le vide depuis 1910, des *Pleurococcus* et des *Tribonemas*, qui avait déjà été trempé dans l'hélium en 1932, ont été envoyés au laboratoire cryogène de Leyde, le 20 juin 1935. Le Professeur de Haas a fait plonger ces tubes dans l'hélium liquide pendant 7 heures et demie —269° à —271° C.

De retour dans mon laboratoire, le 10 juillet dernier, tous ces tubes ont été plongés dans l'azote liquide pendant 20 jours à la température de —190°. Ensuite les échantillons sortis des tubes, avec toutes les précautions nécessaires, furent ensemencés dans des milieux nutritifs stérilisés. Au bout de six mois à la lumière diffuse et à la température du laboratoire, les cultures furent étudiées au microscope. Les cultures ayant subi soit l'action directe des gaz liquéfiés, soit celle du vide et des basses températures nous ont redonné *Oscillatoria princeps*, *Pleurococcus vulgaris*, *Euglena viridis*. De même, une terre desséchée d'un gazon a fourni : *Oscillatoria subtilissima*, *Chlorella vulgaris*, *Glœotila protogenita*, *Stichococcus bacillaris*, *Hormidium stichococcus*, *Hantzschia amphioxys*, *Pinnularia viridis*; Animaux inférieurs : *Amœba limax*, *Paramecium bursaria*, un Rotifère, *Adineta gracilis*. Une terre du col de Tende me présenta : *Siphonema Geitler*, *Oscillatoria minima*, *Hormidium flaccidum*, *H. pseudostichococcus*; une faune avec *Amœba proteus*, *Amœba dactylifera*, *Chætoniae longata*, un héliozoaire, *Actinophrys sol*, *Rotifer vulgaris*. D'une autre terre du bord d'un étang recommencèrent à vivre : *Chlorococcum humicolum*, *Stichococcus baccillaris*, *Palmella miniata*, *Pediastrum simplex*, *Oscillatoria minima* et quelques Paramecies.

Enfin une terre sableuse de Clamart donna *Palmella botryoïdes Chlorella vulgaris*, *Gloeotila protogenita*, *Tribonema vulgare*, *Oscillatoria subtilissima* et une faune : *Amoeba proteus*, des Paramecies : *Callidina angusticollis*, *Macrobiotus Hufelandi*.

Quant aux Algues séchées dans le vide d'un des tubes préparés en 1910 et qui venait d'être replongé dans l'hélium liquide, ils fournirent de nouveau, une belle végétation.

De ces observations découlent les conclusions suivantes :

1° Les Cyanophycées, Chlorophycées, et Diatomés précitées, en s'enkystant et en formant des aplanospores ou des hypnospores, passent graduellement de la vie active à la vie ralentie de l'anhydrobiose.

2° Cette vie ralentie pouvant se continuer dans le vide non seulement pendant plusieurs mois, mais pendant 25 ans, comme cela s'est produit pour les Algues desséchées en 1910, n'est pas une anhydrobiose aérobie, comme on l'enseignait avant mes recherches, mais une anaéroanhydrobiose.

3° Lorsque les Algues ont été soumises aux actions simultanées de la déshydratation la plus poussée, des hauts vides et des plus basses températures, 480 heures dans l'azote liquide, de 7 heures 30 minutes à 16 heures dans l'hélium liquide, entre — 269 et — 271°, 16, celles-ci passent à l'état de vie suspendue, à l'anabiose.

4° Les mêmes conclusions s'appliquent aux Animaux reviviscents de nos cultures, aux Anguillules, aux Rotifères, aux Tardigrades, à leurs œufs, aux kystes des Amibes, des Héliozoaires, des Infusoires.

Ces résultats, joints à ceux que nous avons publiés ici depuis 30 ans, sur la vie latente des graines, des spores, des Bactéries, des Moisissures, des Mousses, des Fougères, des grains de pollen, des germinations déshydratées, nous montrent qu'il s'agit d'une propriété générale de la matière vivante. Le protoplasme des Végétaux et des Animaux, lorsqu'il échappe à l'action de la plasmolyse pendant la déshydratation, peut passer de l'état semi-fluide à l'état solide, perdre son état colloïdal et conserver ainsi indéfiniment dans le vide et aux basses températures, à l'abri de la lumière pendant l'anabiose, la puissance de revivre. Il est donc possible de suspendre expérimentalement tous les phénomènes physicochimiques de la vie sans provoquer la mort.

D'autre part, ces expériences projettent quelque lumière sur l'avenir de la vie dans l'univers. En effet, cette suspension expérimentale de la vie se trouvera un jour réalisée sur la Terre, lorsque le Soleil s'éteindra. A ce moment régneront les basses températures, la liquéfaction des gaz de l'air, s'ils existent encore, la déshydratation, le vide des espaces célestes. Alors sur cette planète refroidie, errant dans la nuit des espaces cosmiques, que deviendront ses germes en vie suspendue ? Si la planète se trouve captée par une nouvelle étoile, se produira-t-il, sous l'action de ses radiations, une atmosphère, de l'eau, un réveil de la vie, début d'une nouvelle évolution des êtres ? Cette éventualité n'arrivant pas, la planète se morcelant à la

suite d'un choc d'une explosion, ses débris chargés de germes, ensemenceront-ils d'autres mondes ? S'il en est ainsi, la vie latente, l'anabiose, véritable providence pour la conservation de la vie sur la Terre, serait le meilleur procédé que la nature pourrait employer pour conférer à certaines espèces végétales et animales une sorte d'immortalité dans le Ciel.

PHYSICOCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Quelques constantes chimiques et physico-chimiques du milieu intérieur de crabe sacculiné* (Carcinus mœnas). Note de Mme **Andrée Drilhon**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Si l'on ajoute à des hémolymphes de crabes (*Carcinus mœnas*) normaux et sacculinés des quantités croissantes et connues :

1° *de soude :* on observe un trouble important avec les sérums de crabes sacculinés, les autres restant clairs ou à peine opalescents;

2° *d'acide chlorhydrique :* on constate une nette floculation dans les tubes contenant les sérums normaux, les autres restant limpides.

C'est ainsi qu'en 1924, M. Robert Lévy a défini un curieux sérodiagnostic de la sacculine chez le crabe.

En dosant dans l'hémolymphe de tels animaux les cathions alcalins et alcalino-terreux d'une part et d'autre part les protéines on constate les résultats suivants :

1° Le taux des alcalins reste inchangé;

2° Les alcalino-terreux sont sensiblement doublés;

3° Les protéines sont nettement augmentées et la variation constatée est autant *qualitative* que *quantitative*.

Nous avons réuni dans le tableau ci-dessous nos résultats qui expriment la moyenne de quatre déterminations :

Analyse du milieu intérieur.
(Teneurs exprimées en grammes pour 1000cm² d'hémolymphe.)

	Crabes normaux.	Crabes sacculinés.
Abaissement du point de congélation	−2°	−2°,3
Sodium	13,5	13,5
Potassium	0,660	0,665
Calcium	0,600	0,980
Magnésium	0,584	1,108
Protéines	40,00	48,0

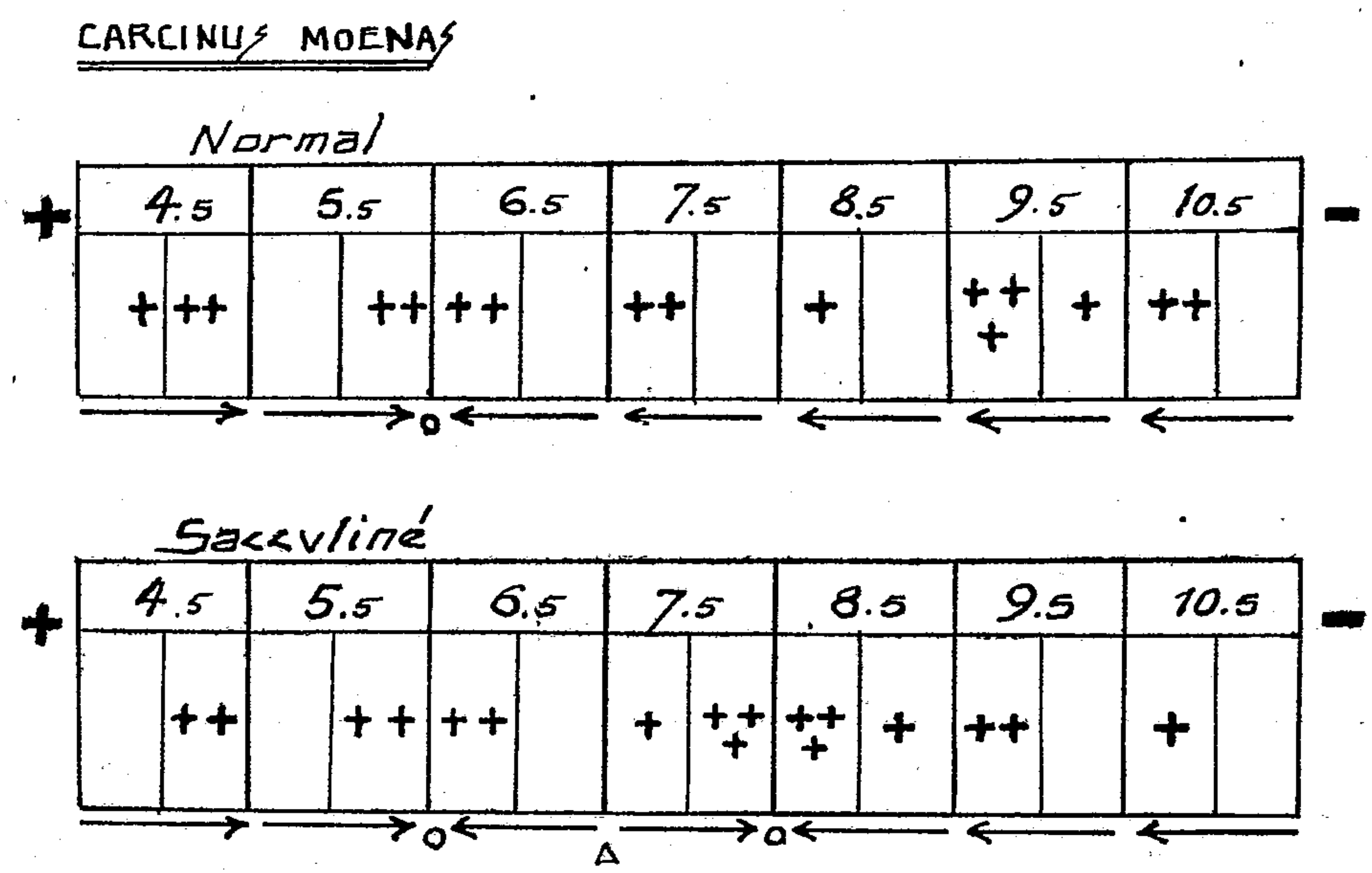
L'augmentation du taux des protéines dans les hémolymphes de crabes

sacculinés nous a incité à étudier leur point iso-électrique par la méthode cataphorétique de Vlès.

La figure cataphorétique des protéines de crabes normaux se présente d'une façon simple et régulière avec un seul point iso-électrique à pH $= 6$. Le déplacement des protéines au delà du pH*i* est régulier vers l'anode.

Il n'en est plus de même chez les crabes sacculinés : le point α se retrouve à pH $= 6$, un autre point γ apparaît à pH $= 8$ ainsi qu'un point neutre à pH $= 7$.

La quantité de protéines transportée par le courant est beaucoup plus importante dans le cas des hémolymphes d'animaux parasités; les deux figures ci-dessous illustrent mieux ces résultats :



Conclusions. — 1° L'augmentation très forte des alcalinoterreux (calcium et magnésium) ne paraît s'expliquer ni par les besoins de l'animal pour sa calcification propre ni par ceux du parasite.

Le mécanisme régulateur qui joue au moment de la mue semble inhibé par le parasite, l'hôte sacculiné augmente sans raison apparente ses réserves en calcium et en magnésium *circulant :* leur hémolymphe se rapproche en ce sens de celle de crabes normaux aux approches de la mue.

2° Le taux des protéines ainsi que les modifications de leur point iso-électrique sont comparables aux perturbations observées dans de nombreux cas pathologiques et paraissent traduire une *véritable souffrance de l'animal.*

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Nouvelles expériences sur l'action des dérivés sulfurés vis-à-vis de la fermentation du glucose par des bactéries propioniques.* Note de Mme **Paulette Chaix** et de M. **Claude Fromageot**, présentée par M. Georges Urbain.

Il a été montré (¹) comment l'action de quelques dérivés sulfurés sur la fermentation du glucose par Propionibacterium pouvait être mise en évidence en employant ces bactéries en quantités inférieures à la *quantité active limite*. Nous croyons utile, pour l'interprétation ultérieure du phénomène d'activation observé, de donner ici de nouveaux résultats obtenus dans ce sens avec les substances suivantes : *l*-cystine; *d*, *l*-méthionine, glutathion (forme réduite), glutathion (forme oxydée), acides thiolactique et thioglycolique; et en utilisant, pour suivre le cours de la réaction, non plus la disparition du glucose, mais la méthode manométrique de Barcroft-Warburg.

L'intérêt de cette étude consiste essentiellement en ce que : 1° la méthionine [$CH^3.S.CH^2.CH_2.CH(NH^2).COOH$] par suite de sa structure ne semble pas pouvoir intervenir, tout au moins directement et sans subir de décomposition simultanée dans des phénomènes d'oxydo-réduction ou de transfert d'oxygène; 2° la comparaison entre les deux formes réduites et oxydées, du glutathion doit donner des indications précieuses; 3° les acides thiolactique et thioglycolique, ne renfermant pas d'azote, permettent d'éliminer toute action qui pourrait être attribuée à la présence de cet élément.

Quant à la cystine, son action est maintenant fort bien établie (²), et elle sert ici de témoin indiquant l'aptitude des bactéries à être activées.

La supériorité de la méthode manométrique de Barcroft-Warburg sur la méthode de dosage du glucose disparu, réside dans la possibilité de faire des mesures rapides, d'une durée d'une centaine de minutes, ce qui élimine à la fois les risques d'infection par les organismes étrangers et l'influence éventuelle d'une croissance des bactéries en expérience; cette méthode élimine encore les erreurs de dosage, ainsi que celles qui pourraient être dues à un manque d'homogénéité du milieu ; mais elle ne pouvait être mise en

(¹) P. Chaix, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 857.

(²) P. Chaix et Cl. Fromageot, *Bull. Soc. Chim. biol.* (sous presse).

œuvre qu'après que des expériences préliminaires eussent précisé les conditions de son application aux organismes étudiés ici.

Les expériences sont faites sur 5^{cm^3} de solution de glucose à 0,5 pour 100 en présence de bicarbonate de soude, et contenant en suspension une quantité déterminée des bactéries. La solution renferme en outre un poids défini de la substance dont on recherche l'action activatrice. L'atmosphère surmontant la solution est constituée par du CO^2 pur ce qui assure à cette solution un pH bien constant de 6,4. La température est de 28°,8 C.

Les résultats sont exprimés en millimètres cubes de CO^2 dégagé par heure et par milligramme (poids sec) de bactérie :

Numéro des expériences.	Poids des bactéries.	Substance introduite.	CO^2 dégagé.
214	1,31	o (témoin)	0,00
»	»	Cystine 1^{mg},0	25,2
»	»	» 0^{mg},5	25,7
»	»	» 0^{mg},2	27,1
»	»	» 0^{mg},1	25,0
219	1,50	o (témoin)	8,4
»	»	Cystine 0^{mg},2	21,5
»	»	Méthionine 0^{mg},5	22,2
229	1,26	o (témoin)	−3,0
»	»	Acide thiolactique 0^{mg},5	20,2
»	»	» thioglycolique 0^{mg},5	21,0
»	»	Glutathion réduit 0^{mg},4	19,6
»	»	» oxydé 0^{mg},3	21,0

Ces chiffres viennent ainsi confirmer les résultats obtenus précédemment en ce qui concerne la cystine ; ils montrent en outre que : 1° cette substance, même à la dose de 0^{mg},1 pour 5^{cm^3}, soit à 1/50000e suffit pour que les bactéries présentent leur métabolisme maximum ; 2° la méthionine, le glutathion, aussi bien sous forme oxydée que sous forme réduite, et les acides thiolactique et thioglycolique, présentent une action en tous points comparable à celle de la cystine.

Enfin la mise en évidence de ce phénomène par la technique manométrique permet d'écarter toutes les objections concernant son existence, objections qui aurait pu naître de l'emploi de la technique analytique utilisée antérieurement.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le sort des glucides dans les extraits musculaires des chiens normaux et diabétiques*. Note de MM. **Théophile Cahn** et **Jacques Houget**, présentée par M. Richard Fosse.

Bien que le muscle reçoive *in vivo* les hydrates de carbone sous forme de glucose, l'opinion s'est faite peu à peu que ce glucose n'est utilisé qu'après polymérisation préalable en glycogène. Une telle conception se transpose facilement au cas de l'animal diabétique : c'est parce qu'il serait incapable d'effectuer la transformation des glucides en glycogène qu'il perdrait la possibilité de dégrader les hydrates de carbone et qu'il éliminerait intégralement le glucose devenu inutilisable. Les expériences que nous avons rapportées dans une précédente Note ([1]) s'accordaient avec une telle manière de voir, puisque le muscle diabétique est capable de dégrader les glucides si on les lui fournit sous forme de glycogène. Pour confirmer pleinement la théorie il reste à montrer que les muscles normaux et diabétiques ne peuvent pas dégrader directement le glucose et que le muscle diabétique est incapable de polymériser le glucose en glycogène. Nous croyons que l'étude des extraits fermentaires de muscles est la méthode de choix pour répondre sans ambiguïté sur ces divers points.

La préparation des extraits a été décrite dans une Note précédente; nous les avons fait réagir cette fois-ci sur du glucose et nous avons dosé en fonction du temps d'incubation à 37° le glucose, le glycogène ([1]) et l'acide lactique. 100^{cm^3} d'extrait fermentaire provenant de muscles normaux produisent en 2 heures 104 à 126^{mg} d'acide lactique et font disparaître 133 à 153^{mg} de glucides ([2]); 100^{cm^3} d'extrait fermentaire provenant de muscles diabétiques produisent en 2 heures 70 à 84^{mg} d'acide lactique et font disparaître 95 à 119^{mg} de glucides ([3]). En fonction du temps le développement de la glycolyse est toujours analogue à celui que nous avons indiqué antérieurement. Ces expériences nous montrent que le muscle normal est capable d'effectuer la glycolyse si on lui fournit le glucide sous forme de glucose; il en est exactement de même pour le muscle diabétique, à ceci

---

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 354.

([2]) Le glycogène est obtenu par différence entre le glucose après hydrolyse et le glucose libre.

([3]) Comme dans les expériences antérieures, nous ignorons le sort de la fraction des glucides, qui ne se retrouve pas sous forme d'acide lactique. Nous n'avons trouvé que des traces d'acide pyruvique, d'acide phospho-pyruvique, de méthylglyoxal et d'aldéhyde acétique.

près que la vitesse de réaction est 33 pour 100 plus faible. Si nous rapprochons maintenant ces résultats de ceux que nous avons obtenus en présence de glycogène, nous pouvons affirmer que les extraits de muscles normaux et diabétiques agissant sur du glucose effectuent la glycolyse sans transformation obligatoire préalable en glycogène. La vitesse de la glycolyse à partir du glucose est en effet plus grande qu'à partir du glycogène : pour les extraits de muscles normaux, le rapport

$$\frac{\text{acide lactique à partir du glucose}}{\text{acide lactique à partir du glycogène}}$$

est égal à 1,35; pour les extraits de muscles diabétiques, la valeur de ce rapport est de 1,47.

Cependant, si la glycolyse n'exige pas la transformation obligatoire du glucose en glycogène, il est des cas où cette transformation peut être mise en évidence dans les extraits fermentaires. Ce phénomène doit être régulier mais il est masqué si la vitesse de transformation du glucose en glycogène est inférieure à la vitesse de dégradation du glycogène en acide lactique. Dans deux expériences sur trois faites sur des extraits de muscles normaux, il est apparu au cours des quinze premières minutes d'incubation un surplus de $42^{mg},5$ et de 6^{mg} de glycogène pour 100^{cm^3} d'extrait; de même dans deux expériences sur trois faites dans des extraits de muscles diabétiques, il est apparu plus tardivement $13^{mg},5$ et 11^{mg} de glycogène. Ceci nous permet d'affirmer que le muscle normal ainsi que le muscle diabétique sont parfaitement capables de polymériser le glucose en glycogène. Cette conclusion est confirmée par la composition de l'extrait du muscle diabétique qui dès sa préparation contient toujours du glycogène (3 à 14^{mg} pour 100^{cm^3}) en quantité, il est vrai, beaucoup plus faible que l'extrait du muscle normal (48 à 53^{mg} pour 100^{cm^3}).

En conclusion, l'étude du système fermentaire qu'on peut extraire du muscle normal montre la possibilité d'effectuer la glycolyse à partir du glycogène et mieux encore à partir du glucose. Le système fermentaire du muscle diabétique possède exactement les mêmes propriétés; la vitesse des réactions qu'il détermine est seulement 30 à 40 pour 100 plus faible. Le muscle diabétique est encore parfaitement capable de polymériser le glucose en glycogène. Par conséquent diverses étapes du métabolisme des hydrates de carbone s'effectuent normalement chez l'animal diabétique et nous ne pensons pas qu'une simple diminution de 30 à 40 pour 100 de la vitesse de dégradation des glucides suffise à expliquer tous les troubles métaboliques du diabète.

PARASITOLOGIE. — Dermomycoides armoriacus *n. sp.*, *parasite cutané de* Triturus palmatus (*Schneider*) (*Batracien urodèle*). *Structure de la zoospore*. Note de M. **Raymond Poisson**, présentée par M. Charles Pérez.

On a décrit chez les Batraciens deux types de protistes parasites des téguments, déterminant sensiblement les mêmes lésions : les uns appartiennent au genre *Dermocystidium* Ch. Pérez (1907-13) ([1]) et ne sont connus que sous la forme de kystes sous-épidermiques (Batraciens et Poissons) (Ch. Pérez, *op. cit.*; Moral, 1913; L. Léger, 1914; Dunkerly, 1914; Guyénot et Naville, 1922; Gambier, 1924; P. Remy, 1931) ([2]), les autres se rapportent au genre *Dermomycoides* Granata (1919) ([3]). Ces deux parasites, qui représentent effectivement, semble-t-il, des genres différents, ont été parfois confondus au cours de ces dernières années. Il ne sera question dans cette courte Note que du genre *Dermomycoides*.

Les *Dermomycoides*, dont l'espèce-type *D. beccarii* Granata est parasite de *Tr. vulgaris* (L.), offrent *a priori* des caractères communs avec *Dermocystidium*; les kystes, ainsi que les lésions cutanées, se ressemblent et la segmentation à l'intérieur du kyste montre également des processus comparables. Mais l'évolution des kystes aboutit chez *Dermomycoides* à la formation de spores flagellées chytridiennes; à aucun stade, d'autre part, on n'observe l'existence des grosses inclusions si spéciales des spores des *Dermocystidium* qui, elles, ne sont pas flagellées. D'après Granata (*op. cit.*), *D. beccarii* forme des pustules blanchâtres, cratériformes, de 1^{mm} à $1^{mm},5$, renfermant un stroma à mailles larges et inégales où les spores se différencient à la périphérie; à l'intérieur du stroma on distingue des éléments à 1, 2, 3, 4, ... noyaux et plus dont les dimensions varient de 2 à 8^{μ}. Les spores mesurent 1^{μ}; leur structure n'a pas été précisée.

Nous résumerons ici nos observations sur un *Dermomycoides* qui parasite aux environs de Rennes (I. et V.) *Triturus palmatus* (Schn.) et que nous désignerons sous le nom de *Dermomycoides armoriacus* n. sp. ([4]).

([1]) *Arch. Zool. exp. et gén.*, 52, 1913, p. 343.
([2]) *Ann. paras. hum. et comp.*, 9, 1931, p. 1.
([3]) *Monit. Zool. ital.*, 30, 1919, p. 153.
([4]) Les observations de P. de Beauchamp (*Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1359), ainsi que celles de H. Harant (*in* P.-P. Grassé, *Arch. Zool. exp. et gén.*, 65, 1926, p. 426) se rapportent vraisemblablement à cette espèce.

Les plus grosses pustules atteignent $1^{mm},5$ à 2^{mm} et il peut en exister en n'importe quelle région du corps. Dans la station contaminée, en mars-avril 1935, 25 à 30 pour 100 des *Tr. palmatus* étaient porteurs de kystes, à l'exclusion des autres espèces. Mais on sait que des individus de ce Triton s'observent à l'eau toute l'année et, en fait, j'ai constaté la présence du parasite en toute saison. Les exemplaires de printemps, très infectés, sont amaigris et lents. Le kyste offre 3 régions : une centrale, d'éléments vacuolaires en dégénérescence; une moyenne, de multiplication; une périphérique, où s'observent les stades terminaux de la sporulation. Je reviendrai ailleurs sur ces faits d'une manière plus détaillée, ainsi que sur les processus de phagocytose.

Le kyste est rempli d'une substance interstitielle, creusée de cavités plus ou moins vastes, contenant des éléments allongés ou presque arrondis, possédant un à plusieurs noyaux du type protocaryon. Leur multiplication se fait par plasmotomie, mais les noyaux s'y divisent d'une manière quelconque et sont souvent de taille inégale. Ces éléments, qui mesurent de 2 à 20^{μ} dans leur plus grande dimension, contiennent des gouttelettes graisseuses, des sphérules de nature albuminoïde ; ils possèdent aussi un abondant chondriome : mitochondries, longs chondriomites et chondriocontes. Leur membrane, d'abord très fine, va en s'épaississant. L'intérieur des kystes évolués se résout ainsi en une masse centrale de reliquat et en un grand nombre de petits kystes secondaires (sporanges) périphériques, dont la fragmentation du contenu en éléments mononucléés est l'indice du début de la sporogénèse. Ces éléments (sortes de « sporoblastes ») à membrane peu nette, mesurent $3^{\mu},5$ à 4^{μ}. Le noyau de chacun d'eux doit se diviser (une ou deux fois), car d'autres kystes secondaires de cette série renferment des éléments plus petits, issus certainement des précédents, et qui sont de jeunes spores de 1^{μ} à $1^{\mu},5$. Ces spores grossissent et au-dessus de leur noyau se différencie un organite discoïde qui bientôt le coiffe; cette formation n'est mise en évidence qu'après fixation osmique; sa parenté remonte à un granule juxta-nucléaire, osmiophile, visible dans les « sporoblastes » et sans doute d'origine centriolaire; je l'assimile à un parabasal. La spore mûre atteint $2^{\mu},5$ à 3^{μ} et montre encore d'autres détails : *a*, une sphérule saillante, apparaissant avant le flagelle, très réfringente *in vivo* et non colorable par le rouge neutre ou le vert janus, pas plus d'ailleurs que le parabasal; *b*, une vacuole prenant le rouge neutre; *c*, quelques fines mitochondries colorables au vert janus; *d*, le flagelle, épais et comparativement long.

Ces zoospores, d'une mobilité extrême, se déplacent poussées par leur flagelle en tourbillonnant. Leur noyau est positif au Feulgen, tandis que les noyaux de tous les autres stades ne le sont pas.

Bien que l'on puisse capturer aux environs de Rennes la plupart des espèces de Tritons de la faune française seul, jusqu'à maintenant, *Tr. palmatus* a été trouvé parasité par *Dermomycoides*. Des *Tr. palmatus* provenant de stations apparemment non infestées et placés en aquarium avec un individu porteur de kystes, ont contracté le parasite. La même expérience effectuée avec *Tr. vulgaris*, et d'autres espèces, n'a donné jusqu'ici aucun résultat. Indépendamment de la différence de taille de la zoospore des *D. beccarii* (1^{μ}), et *D. armoriacus* (2^{μ}, $5\text{-}3^{\mu}$), il semblerait donc que cette dernière espèce soit plus spécialement spécifique des *Tr. palmatus*.

Nous discuterons, dans un autre travail, des affinités du genre *Dermomycoides*, dont les deux espèces connues actuellement pourraient constituer la famille des *Dermomycoidaceæ*, sans doute plus voisine des *Olpidiaceæ* et *Synchytriaceæ* que des Chytridiales *sensu stricto*.

SÉROTHÉRAPIE. — *Obtention d'un sérum actif contre le venin de Scorpion.* Note de M. **Étienne Sergent**, présentée par M. Félix Mesnil.

Les piqûres de scorpions causent chaque année en Algérie beaucoup plus de cas de mort que les morsures de serpents venimeux (vipère à cornes, vipère lébétine, naja, etc.). C'est pourquoi nous avons instauré la préparation à l'Institut Pasteur d'Algérie d'un sérum antiscorpionique.

Le scorpion le plus venimeux de l'Afrique du Nord est *Prionurus australis* L. Viennent ensuite *Buthus occitanus*, *Pr. Liouvillei*. Comme il est impossible d'obtenir en quantités pondérables du venin pur de scorpion, nous utilisons la poudre obtenue par le broyage des telsons. Nous faisons macérer les telsons broyés d'une centaine de scorpions de même espèce dans de l'eau salée à 9 pour 1000, stérile, additionnée de glycérine. La macération est conservée à la glacière. La dose mortelle de venin de *Pr. australis* pour une souris de 20^{g} est d'un quarantième de telson.

Nous nous sommes servi de l'âne pour préparer avec ces macérations un sérum antiscorpionique.

L'âne est très sensible au venin de scorpion : un âne a été tué par un dixième de telson (4 doses mortelles pour la souris), un autre par un cinquième de telson. On commence l'immunisation en injectant sous la

peau de l'âne une goutte de macération (2 doses mortelles pour la souris), et l'on augmente progressivement les doses dans les injections suivantes. Au bout de quelques mois, on obtient un sérum qui sauve plus de 80 souris sur 100 ayant reçu une quantité de venin qui tue toutes les souris témoins en moins de deux heures (expérience faite sur 173 souris sérumisées et 78 témoins). La même dose de sérum sauve des souris ayant reçu trois doses mortelles de venin.

Le sérum préparé contre le venin de *Pr. australis* est également actif contre le venin de *Buthus occitanus* et celui de *Pr. Liouvillei*. Il peut donc être employé contre tous les venins de scorpions en Afrique du Nord.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Lactogélification des protéides sériques dans le cancer*. Note de M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Nous avons constaté récemment que le cancer humain s'accompagne de l'accumulation de certaines fractions des protéides sériques et que cette accumulation n'est pas parallèle à l'accélération de la lactogélification du sérum d'origine; on pouvait donc supposer que non seulement le taux des protéides sériques mais aussi leur état physique seraient responsables de l'accélération, parfois intense, de la lactogélification sérique dans le cancer (1). Nous avons essayé de vérifier cette hypothèse.

1° *Technique expérimentale*. — Les protéides furent isolés par M. Piettre à l'aide de la méthode à l'acétone, à froid.

Étant donné la difficulté de séparer les globulines des myxoprotéines dans les divers états pathologiques, ainsi que cet auteur l'a remarqué déjà (2), on a soumis, dans quelques cas, les myxoprotéines isolées à une purification : dispersion dans une solution de NaCl à 0,9 pour 100, séparation du résidu indispersible et son évaluation gravimétrique. A l'état, présumé normal, l'entraînement des globulines peut atteindre 7,9 à 19,0 pour 100 du produit sec; dans le cancer, nous avons observé le chiffre 28,0 pour 100. Dans certains cas, on a pu isoler une deuxième fraction des myxoprotéines; elle servait alors de comparaison avec la première.

Les expériences de lactogélification des trois protéides ont été faites toujours en concentration triple de celle décelée dans du sérum d'origine; leur mélange restituait

(1) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1229; 199, 1934, p. 324; *C. R. Soc. Biol.*, 116, 1934, p. 932.

(2) M. Piettre, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 311.

la concentration primitive des protéides sériques totaux. Les dispersions ont été faites dans une solution de NaOH M/100.

La gélification de ces dispersions sodiques a été effectuée par l'acide lactique officinal, en concentration finale 2M à 25°C.

2. *Lactogélification des protéides sériques normaux*. — Nous avons effectué ces déterminations, soit sur des sérums provenant des individus dont les réactions sérologiques étaient négatives et l'état clinique apparemment normal, soit sur des mélanges faits à raison de 5$^{cm^3}$ pour chaque individu; la lactogélification de ces mélanges était toujours normale. Voici les résultats observés :

TABLEAU I. — *Temps de gélification des protéides sériques humains normaux à* 25°C. (en heures, à la concentration de 7,5 pour 100).

Sérum.	Globulines.	Myxoprotéines I.	Myxoprotéines II.	Albumines.
Mélange I	1,0	3,0	–	380,0
» II	0,5	0,5	–	510,0
» III	1,5	1,0	66,0	720,0
» IV	2,5	1,2	60,0	960,0
» V	2,0	3,0	–	810,0

Ainsi, à concentration égale, ce sont les globulines et la première fraction des myxoprotéines qui se gélifient le plus rapidement, tandis que la gélification de la seconde fraction, très tardive, se rapproche de celle des albumines.

En tenant compte de l'entraînement des globulines par la première fraction des myxoprotéines au cours de leur séparation, on peut supposer que, en réalité, cette fraction se gélifie plus lentement encore, à en juger par le temps de la gélification de la seconde fraction.

Or que voyons-nous dans le cancer ? (Tableau II).

En examinant ces résultats, on constate que le cancer s'accompagne d'une accélération très importante de la gélification des myxoprotéines; même en admettant que cette fraction des protéides sériques soit mélangée à des globulines, l'accélération en question ne pourrait s'expliquer par cette impureté puisque, à l'état présumé normal, les globulines se gélifient dans un laps de temps identique ou, parfois, légèrement inférieur à celui des myxoprotéines.

A quoi cette accélération est-elle due ? Est-ce à la seule augmentation du taux des myxoprotéines sériques au cours du cancer, ou bien à un changement concomitant du degré de leur hydrophilie ? Il est impossible d'y répondre, étant donné qu'à partir des concentrations 7,0 pour 100 environ, tous les protéides sériques accusent une accélération frappante de leur

gélification, les différences tendent à se niveler et les écarts subsistant peuvent, peut-être, s'expliquer par les erreurs expérimentales.

TABLEAU II. — *Gélification des protéides sériques dans le cancer.*

Globulines.			Myxoprotéines.			Protéides totaux.		
Concentration (%).	Indice de néoformation.	Gélification (heures).	Concentration (%).	Indice de néoformation.	Gélification (heures).	Concentration (%).	Indice de néoformation.	Gélification (heures).
3,12	6,0	1630	5,46	3,5	90	4,76	7,0	120
3,45	»	312	6,12	5,0	210	5,40	40,0	208
»	3,0	360	6,30	4,0	23	5,54	3,0	210
3,66	40,0	560	6,69	7,0	2	5,60	5,5	240
3,75	7,0	570	6,84	40,0	0,9	6,00	6,0	130
4,05	5,0	410	6,87	3,0	1,0	6,03	7,0	180
4,14	4,0	840	7,77	»	0,2	6,54	6,0	208
4,26	5,5	550	8,31	6,0	0,4	»	5,0	54
4,42	8,0	430	9,00	5,5	0,6	7,19	4,0	36
4,53	3,0	144	9,30	40,0	presque instantanée	7,25	8,0	16,0
6,75	4,0	0,3	9,90	7,0		7,33	2,0	3,0
7,14	40,0	1,2	10,77	2,0		7,38	7,0	19,0
–	–	–	11,34	8,0		7,42	4,0	20,0
–	–	–	–	–	–	7,61	40,0	0,8
–	–	–	–	–	–	–	3,5	28,0

Par ailleurs, la rapidité de la lactogélification des protéides sériques totaux, notamment des globulines et des myxoprotéines dans le cancer n'évolue pas parallèlement aux indices de néoformation. Il semble donc, qu'en dehors de l'accumulation des myxoprotéines, d'autres facteurs y interviennent, facteurs sur lesquels nous avons déjà attiré l'attention (¹) : ce sont la richesse en lipides, en cholestérols, en peptones et autres substances tensioactives, en certains cations, etc.

Conclusions. — 1° Le cancer s'accompagne de l'accélération frappante de la lactogélification des myxoprotéines sériques.

2° Cette accélération n'est pas parallèle aux indices de néoformation.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

A. Lx.

(¹) W. KOPACZEWSKI, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1947.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 MARS 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **ÉMILE PICARD**, en présentant à l'Académie, de la part de M. CH. ADAM et de M. G. MILHAUD, le premier volume de la *Correspondance de Descartes*, s'exprime comme il suit :

Cette édition est extraite en partie de la grande édition ADAM-TANNERY, mais elle contient en outre cent vingt et une lettres de la Correspondance de Descartes et de Constantin Huygens, qui ne s'y trouvent pas. Pour plusieurs lettres, les noms des destinataires ou les dates sont indiqués. Signalons encore que, le but proposé étant de mettre cet Ouvrage à la portée de tous les lecteurs, on a abandonné l'orthographe si personnelle de Descartes, et imprimé les lettres avec l'orthographe actuelle; de plus, on trouvera ici une traduction des lettres latines assez nombreuses dans la Correspondance du philosophe, le texte latin ayant d'ailleurs été reproduit. On a donné enfin, à la fin du volume, un index des noms propres des correspondants de Descartes avec des renseignements biographiques sur chacun d'eux.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application du principe de relativité à l'étude d'un problème dynamique*. Note de M. **ERNEST ESCLANGON**.

J'ai montré [1] que, par le seul principe de relativité et sans aucune considération mécanique, on pouvait étudier le mouvement d'un point matériel soumis à une traction constante de *direction invariable*. Si celle-ci est regardée comme étant la même dans les deux systèmes S et S′ en mou-

---

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 708 et 885.

vement relatif uniforme, on arrive à une contradiction mécanique. Si l'on suppose toutefois la traction réalisée matériellement par un *fil*, par exemple, et par l'intermédiaire d'un ressort fixé au point matériel en mouvement, les directions relatives apparentes du fil dans les deux systèmes ne sont pas exactement les mêmes. Si l'on appelle direction du fil dans S, *à l'instant t*, le lieu des divers points du fil à cet instant, et, de même, direction du fil dans S′ à l'instant t' correspondant à t dans le mouvement du point matériel, le lieu des points du fil dans ce système à l'époque t', ces deux directions diffèrent. Si la première est invariable dans S, la deuxième dans S′ dépend même du mouvement du point matériel. Elle reste invariable toutefois, bien que différente de la première, lorsque le mouvement du point dans S, comporte une composante constante de la vitesse dans la direction normale à la direction du fil.

En tenant compte de cet écart des directions, les équations données ne sont plus rigoureusement valables, sauf dans le cas où la traction dans S est dirigée parallèlement à Oy, auquel cas la direction correspondante dans S′ est toujours parallèle aussi à Oy. Les équations du mouvement sont donc dans ce cas :

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{du}{dt} = \left(1 - \dfrac{u^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}} \varphi(\mu), & u = \dfrac{dx}{dt}, \\[2ex] \dfrac{d\mu}{dt} = \left(1 - \dfrac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}} \theta(\mu), & \mu = \dfrac{\dfrac{dy}{dt}}{\left(1 - \dfrac{u^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}. \end{cases}$$

Pour déterminer les fonctions $\varphi(\mu)$, $\theta(\mu)$, on peut choisir des conditions initiales particulières. Si le mouvement est *rectiligne* suivant Oy, on a $u = 0$, $\mu = dy/dt$; ce qui donne d'abord $\varphi(\mu) = 0$, et ensuite $\theta(\mu) = k(1 - \mu^2/C)^{3/2}$, puisque nous connaissons la loi du mouvement dans ce cas.

Il résulte de là que, même dans le cas d'un mouvement non rectiligne, la composante de la vitesse, perpendiculairement à la traction, est constante. Mais dans S considéré isolément, l'axe Oy ne jouit pas de propriétés particulières. On en conclut que, lorsque la traction constante a une direction invariable quelconque représentée par ses cosinus directeurs α, β (dans S), le mouvement est défini par

$$(2)\quad \begin{cases} x = x_0 + \alpha \dfrac{C}{k}(\sqrt{U} - 1) - h\beta(t - t_0) \\[1ex] y = y_0 + \beta \dfrac{C}{k}(\sqrt{U} - 1) + h\alpha(t - t_0) \end{cases} \qquad \left[U = 1 + \frac{k^2\gamma}{C^2}(t - t_0)^2\right],$$

où h représente la composante constante de la vitesse perpendiculairement à α, β et $\gamma = C - h^2$, x_0, y_0, le sommet de la trajectoire.

Dans S′ le mouvement est donné par les formules de transformation de Lorentz. La direction apparente du fil de traction a ici ses cosinus directeurs proportionnels à $p = \alpha\sqrt{1 - v^2/C}$, $q = \beta + vh/C$, v étant la vitesse de translation des systèmes. La composante de la vitesse, perpendiculairement à p, q est aussi constante (dans S′), égale à $(h + \beta v)/\sqrt{p^2 + q^2}$. Il resterait maintenant à examiner le point de savoir si dans S′ la composante du mouvement dans la direction p, q, déduite des formules de transformation, est exactement, comme il devrait être, l'analogue de celle du mouvement dans S correspondant à la direction α, β.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation des composés carbonylés par le nickel Raney, recouvert des métaux de la famille du platine. Influence des alcalis.* Note de MM. **Marcel Delépine** et **Alain Horeau**.

Nous avons indiqué ([1]) succinctement que quelque métaux de la famille du platine déposés sur le nickel Raney augmentaient la vitesse d'hydrogénation des composés carbonylés, surtout en présence de minimes quantités de soude. Nous apportons aujourd'hui quelques données relatives aux résultats obtenus avec les six métaux de la famille du platine.

Nous avons employé, en général, $4^g,5$ de nickel environ, provenant de la destruction de 15^g d'alliage Ni-Al à 30 pour 100 de Ni et les avons recouverts du métal précieux envisagé en faisant écouler une solution étendue d'un chlorosel de ce métal, en l'espace de 5 à 10 minutes, sur le nickel placé sous une cinquantaine de grammes d'eau, et agité vivement au moyen d'un petit moteur électrique. On décantait ensuite la liqueur surnageante qui contenait du chlorure de nickel et le chlorure alcalin du chlorosel. On le lavait deux fois avec 100^{cm^3} d'eau pour finir avec un peu d'alcool. On ajoutait 60^{cm^3} d'alcool, puis la substance à hydrogéner, ordinairement en quantité capable de fixer 2 à 3 litres d'hydrogène, pris dans les conditions ambiantes. Les lavages du nickel initial étaient tels que l'eau surnageante, rougissant encore la phtaléine, était décolorée par une ou deux gouttes d'acide acétique; on lavait de nouveau (avec agitation) deux fois.

Un tel liquide reste incolore avec la phtaléine pendant quelques heures

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1301.

ou plus, mais après 24 heures, la phtaléine redevient rouge, par suite de la désorption de traces de soude retenues par le nickel. Ce sont peut-être ces traces, plus ou moins fortes, qui font que l'action hydrogénante est variable au début, avec le nickel seul. Ce qui est certain, c'est que si l'on ajoute une goutte d'acide acétique, on réduit fortement ou annule l'hydrogénation.

Pour le plus grand nombre d'expériences, on prit un poids de sel correspondant à $0^g,1$ de métal précieux ; dans chacune d'elles, on suivait l'absorption pendant trois minutes, après la dissolution de l'hydrogène qui accompagne les premières secondes d'agitation ; au bout de ces trois minutes, l'appareil étant au repos, on ajoutait quelques dixièmes de centimètre cube de lessive de soude, environ 10 N, et continuait jusqu'à cessation d'absorption, tout ceci à la température et à la pression ordinaires.

Après l'addition de soude, on note une vitesse d'absorption beaucoup plus élevée qu'auparavant, vitesse qui se maintient ordinairement sans grande variation, jusqu'à la fixation des deux tiers de l'hydrogène, puis décroît; fréquemment, en moins de 10 minutes après ce décroissement, la réaction est finie quand les vitesses ont dépassé 150^{cm^3} à la minute.

Nous rapporterons d'abord la série d'expériences faites sur la méthyléthylcétone et l'éther acétylacétique. On prenait 10^g de méthyléthylcétone (butanone-2) pouvant fixer $0^{mol},14$ d'hydrogène et on ajoutait la soude parfois en deux étapes, $0^{cm^3},1$ d'abord, puis $0^{cm^3},3$; lorsqu'on eut reconnu que la deuxième addition ne changeait guère la vitesse d'absorption, on mit presque régulièrement $0^{cm^3},2$, ce qui représente une dose plus que suffisante, mais qu'on peut dépasser sans inconvénient notable.

Les résultats sont consignés en ce qui concerne la méthyléthylcétone dans le tableau ci-contre.

On voit que tous les métaux : Ru, Rh, Pd, Os, Ir et Pt, à la dose de $0^g,1$, augmentent la vitesse. On constate que le palladium est le moins efficace, ensuite viennent le ruthénium et le rhodium; l'osmium, l'iridium et le platine sont notablement plus actifs. Nous avons été plutôt surpris de la place de l'iridium, qui n'est que rarement mentionné comme catalyseur d'hydrogénation et nous avons expérimenté ce métal d'une façon un peu plus étendue. Il peut servir plusieurs fois; les doses de $0^g,25$, $0^g,1$, $0^g,056$ ont des efficacités à peine différentes; la dose de $0^g,022$, et même une dose moitié moindre, répartie sur les $4^g,5$ de nickel lui confèrent une activité qui dépasse certainement de 40^{cm^3} à la minute celle du nickel seul. On retrouve qualitativement ce que nous disions du platine dans notre première Note. A titre de curiosité, nous avons cuivré et doré du nickel; le cuivre est sans action, l'or semble en avoir une légère.

Méthyléthylcétone $CH^3.CO.C^2H^5$.

Catalyseur.	Vitesse au début sans soude (en cm³).	Soude ajoutée (en cm³).	Vitesse nouvelle (en cm³).	Durée de l'opération (en minutes).
Ni seul............	39	0,1	85	–
»	24	0,2	95	72
»	47	0,1	90	78
Ni + Ru 0g,1.......	14	0,2	130	49
Ni + Rh 0g,1.......	34	0,2	145	54
Ni + Pd 0g,1.......	15	0,2	110	60
Ni + Os 0g,1.......	60	{ 0,1 / +0,3 }	{ 175 / 180 }	28
Ni + Os 0g,1.......	22	0,2	210	29
Ni + Ir 0g,25 (a)...	130	0,1	190	23
» (b)...	–	{ – / +0,3 }	{ 190 / 200 }	26
» (c)...	–	–	200	18
Ni + Ir 0g,1	33	0,2	195	28
Ni + Ir 0g,1 (d)....	43	0,2	200	30
Ni + Ir 0g,05......	105	{ 0,1 / +0,3 }	{ 180 / 180 }	29
Ni + Ir 0g,022.....	95	{ 0,1 / +0,3 (h) }	{ 150 / 140 }	34
Ni + Ir 0g,011.....	70	{ 0,1 / +0,3 (h) }	{ 145 / 130 }	37
Ni + Pt 0g,1.......	20	0,2	185	28
Ni + Cu 0g,2	20	0,4	75	–
Ni + Au 0g,1	11	0,2	110	60
Ni + Ir 0g,25 (e)...	167	0,4	195	22
» (f)...	–	–	215	22
» (g)...	–	–	190	29

Nota. — (a), (b), (c) On a ajouté à la fin de (a) une nouvelle dose de cétone et, au cours de l'opération (b), on a introduit 0cm³,3 de soude. Puis, pour (c), on a ajouté une troisième dose de cétone sans changer la dose de soude.

(d) L'iridium a été déposé en milieu très dilué, soit 1l,5 à la fin pour le décigramme.

(e), (f), (g) A la suite de l'opération (e), on ajoute une nouvelle dose de cétone pour exécuter l'opération (f); de même pour (g), à la suite de (f). La soude du début sert aux trois hydrogénations.

(h) La nouvelle dose de soude ayant été ajoutée, alors que la fixation était avancée, la vitesse pouvait être déjà dans la période de décroissance.

Le tableau ci-après renferme les résultats relatifs à l'acétylacétate d'éthyle

dont on a pris 13^{g}, capables de fixer 1/10e de molécule d'hydrogène; dans toutes les expériences, on a mis 0$^{cm^3}$,4 de lessive de soude 10 N.

Acétylacétate d'éthyle $CH^3.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5$.

Catalyseur.	Vitesse initiale.	Vitesse nouvelle.	Durée.	Catalyseur.	Vitesse initiale.	Vitesse nouvelle.	Durée.
	cm³	cm³	min	g	cm³	cm³	min
Ni seul........	48	80	60	Ni + Ir 0,050...	85 ([a])	170	20
Ni + Ru 0^{g},1..	20	75	60	» 0,025...	([b])	180	19
Ni + Rh 0^{g},1..	24	115	35	» 0,010...	42	90	50
Ni + Pd 0^{g},1..	22	85	56	» 0,010...	40	105	37
Ni + Os 0^{g},1..	43	180	21	» 0,017...	45	120	36
Ni + Ir 0^{g},1..	48	180	26	Ni + Pt 0,1 ([c])..	54	175	21
Ni + Pt 0^{g},1..	60	215	17	Ni + Au 0,1....	23	72	60

([a]) Il était resté accidentellement de la soude dans le tube d'amenée de l'hydrogène. — ([c]) La soude fut mise dès le début. — ([c]) On s'est servi d'un chloroplatinate rougeâtre impur, provenant des queues de préparation d'une grande quantité de chloroplatinate de sodium.

D'autres hydrogénations que celles déjà mentionnées ont été effectuées, savoir : β-cholestanone (4^{g},5 Ni + 0^{g},1 Pt), changée principalement en dihydro-épicholestérol; furfurol (4^{g},5 Ni + 0^{g},1 Pt), en alcool furylique; *d* et *r* acides pinoniques (4^{g},5 Ni + 0^{g},1 Pt), en les acides alcools correspondants; *d*, *l* et *r* hydroxy-céto-pinanes, en dihydroxypinanes (pinèneglycols); *d*-camphre (9^{g} Ni + 0^{g},2 Pt), surtout en *l*-isobornéol; dimère de l'aldéhyde crotonique; etc.

De ces hydrogénations, certaines étaient réputées fort difficiles. Ici, elles ont été régulières, toujours à froid et sous la pression atmosphérique. Nous avons même hydrogéné une cétone $C^{26}H^{44}O$ provenant d'un diacide $C^{27}H^{46}O^4$, issu de la cholestérine, qui avait résisté au platine seul.

Un examen sommaire du nickel recouvert de platine, d'iridium ou de rhodium, montre que ces métaux sont unis à une petite quantité de nickel. Après attaque par l'acide chlorhydrique étendu en excès, il reste des poudres qui ne dégagent plus d'hydrogène et dans lesquelles l'analyse décèle à côté du métal précieux un peu de nickel qui n'est plus attaqué par suite de la formation d'un alliage.

Quoi qu'il en soit, pour les hydrogénations des composés carbonylés en alcools, on peut recommander l'emploi du nickel Raney, en présence de soude. On aura intérêt à le recouvrir de platine ou d'iridium, si l'on désire encore favoriser davantage l'hydrogénation. Ce sera affaire d'expérience de déterminer les doses convenables.

M. **Julien Costantin** fait hommage à l'Académie de deux opuscules qu'il vient de publier, intitulés *Le problème des rouilles du Blé à l'heure présente* et *Faits nouvellement découverts par* M. Joseph Bouget *concernant la Pomme de terre.*

M. **Charles Fabry** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. G.-A. Boutry : *Les phénomènes photoélectriques et leurs applications*, dont il a écrit la *Préface*.

M. **H. Perrier de la Bâthie** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Biogéographie des plantes de Madagascar*, dans lequel il a résumé ce qui est actuellement connu sur la végétation de la Grande-Ile, les familles des plantes qui y sont représentées et les origines de la Flore malgache.

NOMINATIONS.

M. **Eugène Fichot** est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du *Centenaire* de la fondation de la Société Eduenne des Lettres, Sciences et Arts, à Autun, le 7 juin 1936.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **É. Picard**, **A. d'Arsonval**, **L. Lecornu**, **P. Janet**, **L. Lumière**, **J. Perrin**, **Ch. Fabry**, **Ch. Maurain**, **L. Lapicque**, **É. Jouguet** sont réélus; MM. **A. Lacroix**, **E. Leclainche**, **É. Borel**, **R. Fosse** sont élus Membres du *Conseil national de l'Office national des Recherches scientifiques et industrielles et des Inventions*.

M. **Ludovic Mrázec** est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie, en remplacement de M. Osborn, décédé, par 45 suffrages contre 3 à M. *Paul Fourmarier*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Général commandant l'École Polytechnique** adresse un Rapport relatif à l'emploi qui a été fait de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1935.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le Milieu et la Vie en commun des Plantes. Notions pratiques de Phytosociologie, par Mme M.-A. Reynaud-Beauverie. (Présenté par M. A. Guilliermond.)

M. **Robert Esnault-Pelterie** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *Jean Rey*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les probabilités en chaîne.* Note (1) de M. **B. Hostinský**, transmise par M. Émile Borel.

1. Supposons que la suite illimitée d'expériences $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ satisfait aux conditions suivantes. Le résultat de la $n^{\text{ième}}$ expérience $A_n (n = 1, 2, 3, \ldots)$ est un des r événements $E_1, E_2, \ldots, E_r$ et, étant donné que A_{n-1} ait pour résultat E_i, il y a une probabilité déterminée p_{ik} pour que A_n donne le résultat E_k. Les probabilités de passage p_{ik} définissent ainsi une chaîne simple. Nous nous proposons de montrer que ce schéma convenablement généralisé convient à certains problèmes sur les tirages d'une urne à composition variable considérés par plusieurs auteurs. Pour cela nous admettrons 1° que les probabilités de passage $p_{ik}^{(n)}$ dépendent de l'indice n et 2° que le nombre r d'événements E_i est infini (ou bien qu'il dépend de n et qu'il augmente indéfiniment avec n). Les probabilités $p_{ik}^{(n)}$ relatives au résultat de A_n (étant donné celui de A_{n-1}) satisfont aux condi-

(1) Séance du 9 mars 1936.

tions

$$p_{i1}^{(n)} + p_{i2}^{(n)} + \ldots + p_{ik}^{(n)} + \ldots = 1 \qquad (p_{ik}^{(n)} \leqq 0;\ i, k, n = 1, 2, 3, \ldots). \tag{1}$$

Nous désignerons par $P_{ik}^{(n)}$ la probabilité pour que A_n donne le résultat E_k, si une expérience préalable (exécutée avant A_1) a donné le résultat E_i.

2. Une urne contient, avant le premier tirage A_1, a boules blanches et b noires. Le $n^{\text{ième}}$ tirage A_n consiste à extraire une boule et à remettre avec elle, si c'est une blanche, $f_1(n)$ blanches et $g_1(n)$ noires; si c'est une noire, on remet avec elle $f_2(n)$ blanches et $g_2(n)$ noires. Nous supposons que $f_1(n) + g_1(n) = f_2(n) + g_2(n)$. Le nombre total de boules augmente, par le $n^{\text{ième}}$ tirage, de $h(n) = f_1(n) + g_1(n)$ unités; il est donc égal, après A_n, à $a + b + \sum_{s=1}^{n} h(s)$. Soit i le nombre de boules blanches qui se trouvent dans l'urne après A_{n-1} et soit $p_{ik}^{(n)}$ la probabilité pour qu'il y ait k boules blanches après le changement de composition de l'urne qui résulte de A_n. Les $p_{ik}^{(n)}$ satisfont à (1); pour qu'un $p_{ik}^{(n)}$ soit différent de zéro, il faut et il suffit : 1° que i soit au plus égal au nombre maximum de boules blanches contenues dans l'urne après A_{n-1} $\left(\text{ce maximum est inférieur à } a + b + \sum_{s=1}^{n-1} h(s)\right)$ et 2° que la différence $k - i$ soit égale à $f_1(n)$ ou à $f_2(n)$. Nous avons dans ces deux cas

$$p_{ik}^{(n)} = \frac{i}{a + b + \sum_{s=1}^{n-1} h(s)}, \qquad \text{si} \quad k = f_1(n), \tag{2}$$

$$p_{ik}^{(n)} = 1 - \frac{i}{a + b + \sum_{s=1}^{n-1} h(s)}, \qquad \text{si} \quad k = f_2(n). \tag{2 bis}$$

Pour une valeur fixe de i la série (1) ne contient que deux termes différents de zéro; ils sont donnés par les formules (2) et (2 *bis*). La probabilité $P_{ik}^{(n)} (n = 2, 3, 4, \ldots)$ pour qu'il y ait k boules blanches dans l'urne après A_n est donnée par la formule de récurrence.

$$P_{ak}^{(n)} = \sum_i P_{ai}^{(n-1)} p_{ik}^{(n)}, \tag{3}$$

la somme étant étendue à toute les valeurs de i que peut avoir le nombre de boules blanches contenues dans l'urne après A_{n-1}. La probabilité d'extraire une blanche au $n^{\text{ième}}$ tirage est égale au second membre de (3) où il faut remplacer $p_{ik}^{(n)}$ par la valeur (2), P_{ai} ayant la valeur définie plus haut.

3. Le cas où $f_1(n) = f_2(n) = 1$, $g_1(n) = g_2(n) = 0$ (on remet la boule extraite avec une autre de même couleur) a été considéré par Markoff en 1907 (1), le cas $f_1(n) = f_2(n) = \text{const.}$, $g_1(n) = g_2(n) = 0$ par Markoff (2) et par Eggenberger-Pólya (3) et le cas $f_1(n) = 2^{n-2}(a+b)$, $g_1(n) = 3.2^{n-2}(a+b)$, $f_2(n) = 5.2^{n-3}(a+b)$, $g_2(n) = 3.2^{n-3}(a+b)$ par Onicescu-Mihoc (4).

4. Dans le cas de la chaîne simple (n constant, p_{ik} indépendants de n) la limite

$$\lim_{n=\infty} \frac{1}{n}(p_{ik} + P_{ik}^{(2)} + P_{ik}^{(3)} + \ldots + P_{ik}^{(n)})$$

existe toujours (5). On peut se demander si cette limite existe encore dans le cas général du n° 1. Sans résoudre cette question générale remarquons que, dans le problème considéré au n° 2, cette limite existe et qu'elle est égale à zéro quelles que soient i et k; en effet, i et k ayant valeurs fixes, la suite $P_{ik}^{(2)}$, $P_{ik}^{(3)}$, ... ne contient qu'un nombre fini de termes différents de zéro. Rappelons enfin que la limite existe dans le cas où tous les $p_{ik}^{(n)}$ sont positifs et indépendants de n (6).

TOPOLOGIE. — *Les recouvrements des espaces topologiques : espaces complets, espaces bicompacts.* Note (7) de M. **André Weil**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit E un ensemble fondamental; soit R une famille quelconque d'ensembles sur E; je désignerai par A^R la réunion de tous les ensembles

(1) *Bull de la Soc. phys. math. de Kasan*, 2e série, 15, 1907, p. 135.

(2) *Bull. de l'Ac. Imp. de Saint-Pétersbourg*, 6e série, 11, 1917, p. 177.

(3) *Zeitschrift für anjew. Math. u. Mech.*, 3, 1923, p. 279; *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 870.

(4) *Bull. des Sc. math.*, 2e série, 59, 1935, p. 174.

(5) Voir Fréchet, *Annali della R. Scuola Norm. sup. di Pisa*, 2e série, 2, 1933, p. 131.

(6) Voir R. Fortet, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 184.

(7) Séance du 16 mars 1936.

de R qui ont au moins un élément commun avec le sous-ensemble A de E; si A se réduit au seul élément p, on écrira p^R pour A^R; on écrira A^{R^2} pour l'ensemble $(A^R)^R$. On dira qu'une famille R est *incluse* dans une famille R′, et l'on écrira $R < R'$, si l'on a $p^R \subset p^{R'}$ quel que soit p; on écrira $R \ll R'$ si tout ensemble de R est contenu dans un ensemble de R′, ce qui entraîne évidemment que $R < R'$. Enfin on écrira $R^2 < R'$ si $p^{R^2} \subset p^R$ quel que soit p.

Cela posé, supposons que E soit un espace topologique, c'est-à-dire un espace accessible au sens de Fréchet. On dira que la famille R est un *recouvrement* de E si, quel que soit p, p^R contient un ensemble ouvert contenant p. Si R se compose d'ensembles ouverts, ou bien si R se compose d'ensembles fermés en nombre fini, il suffira pour cela que E soit la réunion des ensembles de R.

Soit C une famille de recouvrements R. On dira que C est une *classe régulière de recouvrements* si les axiomes suivants sont satisfaits :

I. *Quels que soient p et l'ensemble ouvert* $\Omega \supset p$, *il y a un* R *dans* C *tel que* $p^R \subset \Omega$.

II. *Quels que soient* R *et* R′ *dans* C, *il y a* R″ *dans* C *tel que l'on ait* $R'' < R$ *et* $R'' < R'$.

III. *Quel que soit* R *dans* C, *il y a* R′ *dans* C *tel que* $R'^2 < R$.

Dans un espace métrique, on satisfera à ces axiomes en prenant pour R la famille des sphères de rayon r et en donnant à r un ensemble de valeurs admettant le point d'accumulation o; dans un groupe topologique, on prendra pour R la famille $s\Omega$ déduite d'un même ensemble ouvert Ω par toutes les translations à gauche, et l'on obtiendra C en prenant pour Ω un système de voisinages de l'élément unité.

On peut d'ailleurs aussi se servir des classes régulières pour définir des topologies. Soit en effet E un ensemble fondamental quelconque; soit C une classe de familles R telles que E soit la réunion des ensembles de R, quelle que soit R dans C; supposons de plus que C satisfasse aux axiomes II et III, et qu'à tout couple d'éléments p, q de E corresponde au moins un R de C tel qu'aucun ensemble de la famille R ne contienne à la fois p et q. Dans ces conditions, on pourra définir une topologie dans E en prenant pour voisinages de p tous les ensembles p^R : tous les axiomes des espaces topologiques sont satisfaits, et C est une classe régulière de recouvrements dans l'espace topologique ainsi défini.

Grâce à un raisonnement qui m'a été communiqué par Pontrjagin pour le cas des groupes, on démontre que tout espace qui possède une classe

régulière de recouvrements est complètement régulier, et est donc, d'après Tychonoff ([1]), l'image homéomorphe d'un sous-ensemble d'un tore à un nombre convenable de dimensions (a étant un nombre cardinal quelconque, fini ou non, dénombrable ou non, le tore à a dimensions est le produit direct de a groupes clos à un paramètre; c'est un groupe bicompact). La réciproque est évidente.

Soit F une famille d'ensembles fermés; on dira qu'elle satisfait au critère de Cauchy, ou que c'est une *famille de Cauchy*, si 1° l'intersection d'ensembles F *en nombre fini* n'est jamais vide et 2° quel que soit R dans C, il y a un F de la famille tel que $F \subset p^R$ pour tout $p \subset F$. Deux famille F, F′ sont équivalentes si les réunions d'un F et d'un F′ forment une famille de Cauchy. Alors, E sera dit *complet* par rapport à C si toute famille de Cauchy est équivalente à une famille réduite à un point; sinon, on démontre qu'on peut, d'une manière et d'une seule, *compléter* E par adjonction de points correspondants aux classes de familles de Cauchy équivalentes ([2]).

Un ensemble A est dit *relativement bicompact* par rapport à C si, quel que soit R dans C, A peut être recouvert par des ensembles p^R en nombre fini. On a alors le théorème suivant (dont la démonstration repose sur le raisonnement de Pontrjagin mentionné ci-dessus).

Pour que l'espace complet déduit de E *au moyen de la classe régulière* C *soit bicompact, il faut et il suffit que* E *soit relativement bicompact par rapport à* C.

Observons pour terminer que sur les bicompacts, les classes régulières ont des propriétés particulièrement simples, qui justifient le rôle important joué par ces espaces dans la topologie moderne. Convenons en effet de dire que deux classes de recouvrement C, C′ d'un espace E sont équivalentes si, quel que soit R dans C, il y a R′ dans C′ tel que $R' < R$, et inversement. Alors on démontre facilement que *sur un bicompact, toutes les classes régulières sont équivalentes : la classe de tous les recouvrements ouverts, et celle de tous les recouvrements ouverts finis sont régulières*. L'étude de cette dernière classe conduit directement à la théorie des spectres projectifs

([1]) *Math. Annal.*, 102, 1930, p. 544.

([2]) Pour le cas d'un espace linéaire, qui rentre dans la théorie exposée ici, puisque c'est un espace de groupe abélien d'un type particulier, cette notion (ainsi que la notion d'ensemble relativement bicompact) avait déjà été définie par von Neumann (*Trans. Am. Math. Soc.*, 37, 2935, p. 1). La notion de groupe complet, mais définie au moyen de suites, apparaît déjà chez van Dantzig (*Math. Ann.*, 107, 1932, p. 587).

d'Alexandroff et à l'extension qu'en a donnée Kurosh [1] pour les bicompacts non séparables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Formules asymptotiques pour les polynomes de Jacobi et sur le développement suivant ces polynomes.* Note [2] de M. **Nikola Obrechkoff**, transmise par M. Émile Borel.

Les polynomes $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ de Jacobi sont définis par le développement

$$\frac{1}{\sqrt{\Delta}}(1-t+\sqrt{\Delta})^{-\alpha}(1+t+\sqrt{\Delta})^{-\beta}=\sum_{n=0}^{\infty} t^n P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$$
$$(\Delta=1-2xt+t^2,\ \alpha>-1,\ \beta>-1).$$

Je démontre la formule suivante :

I. *Pour chaque valeur de* φ *entre* o *et* π, α, $\beta>1$, *on a uniformément pour* n *et* φ

$$(1)\quad P_n^{(\alpha,\beta)}(\cos\varphi)=\frac{2c_n}{\pi\sqrt{2\sin\varphi}}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)^{-\alpha}\left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^{-\beta}$$
$$\times\left\{\cos\left[\varphi\left(n+\frac{\alpha+\beta+1}{2}\right)-\frac{\pi}{2}\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\right]+O\left(\frac{1}{n\sin\varphi}\right)\right\},$$

où

$$\varepsilon_n=\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(n+\alpha+\beta+1)}{\Gamma\left(n+\alpha+\beta+\frac{3}{2}\right)}=O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

Pour $\varepsilon\leqq\varphi\leqq\pi-\varepsilon$, $\varepsilon>0$ étant fixé, on obtient la formule classique de Darboux. De (1) découle l'inégalité suivante :

II. *Soit* $\lambda>0$ *un nombre fini*, α, $\beta>-1$. *Pour chaque* n *et* x

$$(2)\qquad -1+\frac{\lambda}{n^2}\leqq x\leqq 1-\frac{1}{n^2},$$

on a

$$(3)\qquad |P_n^{(\alpha,\beta)}(x)|\leqq M\frac{n^{-\frac{1}{2}}}{(1-x)^{\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{4}}(1+x)^{\frac{\beta}{2}+\frac{1}{4}}},$$

où M *est une constante indépendante de* n *et* x.

[1] *Compos. Math.*, 2, 1935, p. 471.

[2] Séance du 16 mars 1936.

Dans le cas $\beta \geqq -1/2$ l'intervalle (2) peut être remplacé par

$$-1 < x \leqq 1 - \frac{\lambda}{x^2}.$$

Si α, $\beta \geqq -1/2$, l'inégalité (3) est valable dans l'intervalle $-1 < x < 1$. Dans ce cas elle a été démontrée par M. H. Rau [1] à la suite des recherches de M. Kogbetliantz.

Soit maintenant $f(x)$ une fonction définie pour $-1 \leqq x \leqq 1$ et telle que l'intégrale

$$\int_{-1}^{1} (1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta} f(x)\, dx \tag{4}$$

existe. La série correspondante de Jacobi est la suivante :

$$f(x) \sim \frac{2n+\alpha+\beta+1}{2^{\alpha+\beta+1}} \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n+\alpha+\beta+1)}{\Gamma(n+\alpha+1)\Gamma(n+\beta+1)} \times P_n^{(\alpha,\beta)}(x) \int_{-1}^{1} f(t)(1-t)^{\alpha}(1+t)^{\beta} P_n^{(\alpha,\beta)}(t)\, dt. \tag{5}$$

Je démontre pour la série (5) les théorèmes suivants :

III. *Soit $\alpha < -1/2$ et supposons que l'intégrale*

$$\int_{-1}^{a} |f(x)| \frac{dx}{(1+x)^{\frac{1-\gamma}{2}}} \qquad (1 > a > -1)$$

est convergente, où γ est un nombre > -1, qui satisfait aux conditions $\gamma < 2\beta + 1$, $\gamma \leqq \beta - \alpha$ si $\beta > -1/2$ et $\gamma < 2\beta + 1$ si $\beta \leqq -1/2$. Supposons encore qu'il existe une constante A telle que l'on ait

$$\int_{0}^{h} |f(\cos\varphi) - A|\, d\varphi = o(h) \qquad (h \to 0).$$

La série (5) est convergente pour $x = 1$ avec la somme A.

IV. *Soit k un nombre arbitraire, $0 < k < 1$. Supposons dans le cas α, $\beta \geqq -1/2$ que l'intégrale*

$$\int_{-1}^{1} (1-x)^{\frac{\alpha+k}{2}-\frac{1}{4}} (1+x)^{\frac{\beta+k}{2}-\frac{1}{4}} f(x)\, dx$$

est absolument convergente. Dans le cas $k \geqq \alpha + 1/2$ on suppose de plus que

---

[1] *Journal für die reine und angew. Mathematik*, 161, 1929, p. 237-254.

l'intégrale

$$\int_b^1 (1-x)^\alpha f(x)\,dx \qquad (-1 < b < 1)$$

est absolument convergente, et analogiquement pour $k \geqq \beta + 1/2$. *Alors, si la fonction* $f(x)$ *est continue pour* $x = x_0$, *la série* (5) *est sommable* (C, k) *pour* $x = x_0$ *avec la somme* $f(x_0)$.

Pour $\alpha = \beta = 0$ on obtient les résultats de M. Gronwall (¹) et pour $\alpha = \beta = \lambda - 1/2$, $0 < k < 1$, le théorème de M. Kogbetliantz (²).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Calcul des variations dans les espaces distanciés généraux.* Note (³) de M. **Karl Menger**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous appellons *espace à distances réelles* un ensemble A tel qu'à tout couple ordonné d'éléments (de *points*) de A corresponde un nombre $d(p, q)$ assujetti à la seule condition $d(p, p) = 0$. L'espace A est dit *triangulaire au point p* lorsque pour tout couple de points q, r de A on a

$$d(p, q) + d(q, r) \geqq d(p, r).$$

Soit D un espace distancié au sens de M. Fréchet, c'est-à-dire un espace triangulaire en tout point p et tel de plus que

$$d(p, q) = d(q, p) > 0 \quad \text{si} \quad p \neq q.$$

Supposons donné pour chaque point p de A et pour tout couple de points distincts q et r de A (⁴) un nombre réel $f(p; q, r)$. Nous posons

$$qr = f(q; q, r)\, d(q, r) \quad \text{si} \quad q \neq r \quad \text{et} \quad qq = 0.$$

Nous appelons D(f) l'espace à distances réelles obtenu à partir de D en prenant qr comme distance. Par *espace tangent* à D(f) au point p nous entendons l'espace à distances réelles $D_p(f)$ obtenu à partir de D(f) en prenant comme distance le nombre

$$d_p(q, r) = f(p; q, r)\, d(q, r) \quad \text{pour} \quad q \neq r \quad \text{et} \quad d_p(q, q) = 0.$$

(¹) *Mathematische Annalen*, 75, 1914, p. 321-375.

(²) *Bulletin de la Société mathématique de France*, 51, 1923, p. 244-295.

(³) Séance du 16 mars 1936.

(⁴) Il suffirait de dire : pour tout couple q, r ($\neq q$) d'un voisinage de p.

Évidemment on a $d_q(q, r) = qr$. Nous désignerons, ρ étant un nombre > 0, par $\sigma(p, \rho)$ la borne supérieure des nombres $|f(p; q, r) - f(p'; q, r)|$ pour tous les points p', q, $r\ (\neq q)$ dont la distance à p est $< \rho$. Nous appelons

$$\sigma(p) = \lim_{\rho=0} \sigma(p, \rho)$$

variation de f au point p.

Soit p un polygone $\subset$ D, c'est-à-dire un sous-ensemble fini ordonné $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ de D. (Si $p_1 = p_n$ le polygone est dit fermé.) Nous posons

$$l(\mathrm{P}) = \Sigma\, d(p_i, p_{i+1}), \qquad l(\mathrm{P}, f) = \Sigma p_i p_{i+1}, \qquad l_p(\mathrm{P}, f) = \Sigma\, d_p(p_i, p_{i+1}).$$

Nous désignons par $\tau(p)$ la borne supérieure (finie ou infinie) des nombres τ pour lesquels il existe un polygone $\mathrm{P} = \{p_0, p_1, \ldots, p_n = q\}$ avec $p_0 = p$ tel que $pq - l_p(\mathrm{P}, f) \geqq \tau |pq|$. Il est clair que l'on a $\tau(p) > 0$ pour tout point p, car $l_p(\mathrm{P}, f) = pq$ pour $\mathrm{P} = \{p, q\}$. Nous disons que p est *régulier* lorsque $\tau(p) = 0$. Pour que p soit régulier il faut et il suffit que l'espace tangent $\mathrm{D}_p(f)$ soit triangulaire au point p.

Par courbe C de l'espace D, nous entendons une représentation continue particulière d'un intervalle fermé $[a, b]$ sur un sous-ensemble de D ; par sous-polygone de C l'image (par la même représentation) ordonnée $\{p(t_1), p(t_2), \ldots, p(t_n)\}$ d'un ensemble ordonné fini de nombres $a = t_1 < t_2 < \ldots < t_n = b$. Le plus grand des nombres $t_{i+1} - t_i$ sera désigné par $\nu_{\mathrm{C}}(\mathrm{P})$. Une suite de sous-polygones $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \ldots$ de C telle qu'on ait $\lim \nu_{\mathrm{C}}(\mathrm{P}_k) = 0$, sera appelée suite distinguée. Comme distance $\delta(\varphi, \varphi')$ des courbes C et C' correspondant respectivement aux intervalles $[a, b]$ et $[a', b']$, nous prenons la borne inférieure des nombres δ pour lesquels il existe une transformation biunivoque et continue $t' = \varphi(t)$, $a \leqq t \leqq b$ avec $a' = \varphi(a)$ et $b' = \varphi(b)$ réalisant $d(p, p') \leqq \delta$ pour chaque t de $[a, b]$, où p désigne le point de C correspondant à t et p' le point de C' correspondant à $t' = \varphi(t)$. On a $\delta(\mathrm{C}, \mathrm{C}') = 0$ dans le cas, et dans le cas seulement où il existe une transformation $t' = \varphi(t)$ telle que p et p' soient identiques.

Faisons maintenant les hypothèses suivantes sur la fonction f : 1° *f est bornée sous chaque sous-ensemble borné de* D ; 2° *pour toute courbe* C *et pour tout nombre* $\sigma > 0$ *l'ensemble des points p de* C *tels que* $\sigma(p) > \sigma$ *est de mesure linéaire nulle au sens étroit* (c'est-à-dire peut être couvert par un nombre fini de sphères dont la somme des diamètres est arbitrairement petite) ; 3° *pour toute courbe* C *et pour tout nombre* $\tau > 0$ *l'ensemble des points p de* C *tels que* $\tau(p) > \tau$ *est de mesure linéaire nulle au sens étroit* ; 4° *p décrivant une courbe* C, *l'ensemble des nombres* $\tau(p)$ *est borné ;* 5° *si* $\sigma(p) > 0$, *il existe*

un voisinage V *de p tel qu'on ait* $l(\mathrm{P}, f) \geqq 0$ *pour chaque polygone fermé* P *contenu en* V. Alors on démontre le théorème suivant :

Étant donné une courbe C *de longueur finie et une suite distinguée de sous-polygones* $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \ldots$ *de* C, *les nombres* $l(\mathrm{P}_1, f), l(\mathrm{P}_2, f), \ldots$ *convergent vers une limite finie ou infinie qui est la même pour toutes les suites distinguées de sous-polygones de* C *et qui sera désignée par* $l(\mathrm{C}, f)$. *Pour tout nombre* Λ *donné, la fonctionnelle* $l(\mathrm{C}, f)$ *est semi-continue inférieurement sur l'ensemble des courbes de longueur* $\leqq \Lambda$. A l'aide d'un théorème du calcul fonctionnel (1), on déduit de ce résultat immédiatement un théorème extrêmement général sur l'existence d'une courbe C pour laquelle la fonctionnelle $l(\mathrm{C}, f)$ atteint son minimum.

La théorie esquissée s'applique en particulier au cas d'un *espace à directions* (D, Θ). Par là nous entendons un espace distancié D où l'on a réalisé une application des couples ordonnés de ses points q, $r\,(\neq q)$ sur les éléments $\mathfrak{I}_{qr}$ d'un ensemble Θ. La fonction $f(p;\, q,\, r)$ sera dite *fonction des éléments linéaires* p, $\mathfrak{I}$ de (D, Θ) lorsque $\mathfrak{I}_{qr} = \mathfrak{I}_{q'r'}$ implique

$$f(p;\, q,\, r) = f(p;\, q',\, r')$$

pour tous les points p, q, $r(\neq q)$, q', $r'(\neq q')$. Elle sera dite *complète* si étant définie pour les éléments linéaires $(p, \mathfrak{I})$ et $(p', \mathfrak{I}')$, elle l'est de même pour $(p, \mathfrak{I}')$ et $(p', \mathfrak{I})$ (2). Ce cas comprend les fonctions de point et de direction d'un espace vectoriel distancié, en particulier d'un espace euclidien à un nombre de dimensions quelconque et d'un espace hilbertien.

Cette théorie semble destinée à réunir, en les généralisant, plusieurs résultats dus à la méthode des fonctions réelles de M. Tonelli d'une part et des recherches du calcul des variations géométrique, comprenant une partie de la théorie des espaces de Finsler, d'autre part. Dans le cas d'une fonction $f(p, \mathfrak{I})$ positive, continue et régulière dans un espace euclidien, une méthode semblable a été développée par M. Bouligand.

---

(1) Mentionné dans les *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 706.

(2) On pourrait excepter un ensemble de points p appartenant à ce que nous appellerons *frontière métrique* de l'espace D.

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES. — *Sur le problème de Cauchy pour un système d'équations aux dérivées partielles dans le domaine réel.* Note de M. I. **Petrowsky**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous considérons les systèmes de la forme

$$\frac{\partial^{n_i} u_i}{\partial t^{n_i}} = F_i \qquad (i = 1, \ldots, N), \tag{1}$$

toutes les variables étant réelles, les F_i dépendant des variables $t, x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_N$ ainsi que des

$$\frac{\partial^{k_0+k_1+\ldots+k_n} u_j}{\partial t^{k_0} \partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}} \qquad \left(j = 1, \ldots, N;\ \sum_{s=0}^{n} k_s \leqq n_j;\ k_s \geqq 0;\ k_0 < n_j;\ n_j > 0\right).$$

Suivant une idée de M. J. Hadamard ([1]), nous dirons que le problème de Cauchy pour le système (1) est *correctement posé* dans un certain domaine $\mathcal{G}$ adjacent à l'hyperplan $t = 0$ aux données initiales $\varphi_i^{(j)}(x_1, \ldots, x_n)$ $(i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, n_i - 1)$ ($\varphi_i^{(j)}$ étant continues avec leurs dérivées partielles jusqu'à un certain ordre L), si les conditions suivantes sont remplies :

1° Il existe dans le domaine $\mathcal{G}$ une solution et une seule du problème de Cauchy pour le système (1) et pour toutes les fonctions $\bar{\varphi}_i^{(j)}$ qui avec toutes leurs dérivées partielles jusqu'à l'ordre L diffèrent des $\varphi_i^{(j)}$ et de leurs dérivées correspondantes au plus d'une constante $c > 0$.

2° Cette solution dépend d'une manière continue des fonctions initiales et d'un nombre fini de leurs dérivées.

Je démontre que le problème de Cauchy est correctement posé pour le système (1) dans un domaine $\mathcal{G}' \subset \mathcal{G}$, les données initiales étant toutes nulles, si dans le domaine $\mathcal{G}$ pour tous les u_j qui, avec toutes leur dérivées dont dépendent les F_i, ne dépassent pas en valeurs absolues une certaine constante $c_1 > 0$, les conditions suivantes sont remplies :

1° Les fonctions F_i admettent des dérivées partielles jusqu'à l'ordre $6n + 4$ par rapport à tous leurs arguments.

([1]) *Le problème de Cauchy*, Paris, 1932.

2° Pour des nombres réels arbitraires $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \left(\sum_{s=0}^{n} \alpha_s^2 = 1\right)$, la matrice

$$\left\| \sum_{k_0, k_1, \ldots, k_n} \frac{\partial F_i}{\partial \left\{ \frac{\partial^{k_0+k_1+\ldots+k_n} u_j}{\partial t^{k_0} \partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}} \right\}} \lambda^{k_0} \alpha_1^{k_1} \ldots \alpha_n^{k_n} \right\| - \left\| \begin{matrix} \lambda^{n_1} & & & \\ & \lambda^{n_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda^{n_N} \end{matrix} \right\|,$$
$$\sum_{s=0}^{n} k_s = n_j$$

est de la forme

$$\left\| \begin{matrix} M_1 & & & \\ & M_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & M_e \end{matrix} \right\|.$$

où tous les éléments qui ne sont renfermés dans aucun des carrés M_k sont identiquement nuls; les racines (λ) des déterminants de toutes les matrices M_k sont toujours réelles et la différence de deux racines quelconques d'une même matrice surpasse en valeur absolue une certaine constante $\delta > 0$ (¹).

Dans la démonstration j'ai utilisé essentiellement les évaluations des intégrales de la somme des carrés des solutions et de leur dérivées pour des systèmes approximatifs, ainsi que l'on fait MM. Courant, Friedrichs et Lewy (²), et plus tard M. Schauder (³).

D'autre part, on peut démontrer pour le système linéaire

$$\frac{\partial^{n_i} u_i}{\partial t^{n_i}} = \sum_{j, k_0, k_1, \ldots, k_n} a_{ij}^{(k_0, k_1, \ldots, k_n)}(t) \frac{\partial^{k_0+k_1+\ldots+k_n} u_j}{\partial t^{k_0} \partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}} + f_i(t, x_1, \ldots, x_n)$$
$$\left(i, j = 1, \ldots, N; \sum_{s=0}^{n} k_s \leq n_j;\ k_s \geq 0;\ k_0 < n_j;\ n_j > 0\right),$$

(¹) Pour le cas d'un système linéaire

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \sum_{j,k} a_{ij}^{k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \sum_j b_{ij} u_j + f_i,$$

où $a_{ij}^{k} = a_{ji}^{k}$, ce théorème a été démontré récemment par M. G. Chworostin.

(²) *Math. Annalen*, 100, 1929, p. 58-67.

(³) *Fundamenta Mathematicae*, 24, p. 213-246.

dont les coefficients ne dépendent que de t, le théorème suivant : *Si, pour* $t=0$ *et pour un système au moins de nombre réels* α_j *le déterminant de l'une des matrices* M_k *admet une racine complexe, le problème de Cauchy n'est pas correctement posé.*

Dans le cas, où les déterminants des matrices M_k pour des nombres arbitraires réels $\alpha_s(\Sigma\alpha_s^2=1)$ admettent des racines réelles, tandis que certaines de celles-ci sont égales, on peut donner des exemples, dans lesquels le problème de Cauchy n'est pas correctement posé.

THÉORIE DES GROUPES. — *Un schéma unifiant la théorie des groupes abstraits avec la théorie des groupes infinitésimaux de Lie.* Note de M. **Pierre Rachevsky**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Il est connu que, malgré une différence apparemment essentielle entre la théorie des groupes abstraits et la théorie des groupes infinitésimaux de Lie, les notions et les théorèmes de ces deux théories sont souvent analogues en leur développement. En effet ces deux théories peuvent être considérées comme cas particuliers d'une théorie plus générale des *groupes renforcés.*

2. Nous appelons *groupe renforcé* tout groupe pour lequel une loi supplémentaire de composition est établie qui fait correspondre univoquement à tout couple d'éléments a, b (donnés dans un ordre déterminé) un troisième élément que nous désignerons par (a, b); cette loi de composition doit satisfaire aux conditions

$$(a, b).(b, a)=e \qquad (e \text{ unité du groupe}) \tag{1}$$

$$(a, b).b.(a, c).c=(a, bc).bc. \tag{2}$$

Conséquence

$$(a, e)=e. \tag{3}$$

3. *Cas particuliers.* — 1° $(a, b)=aba^{-1}b^{-1}$. Dans ce cas la loi supplémentaire de composition dérive de la loi fondamentale et ne mène à aucune conséquence nouvelle; 2° l'espace des transformations infinitésimales (opérateurs) d'un groupe de Lie est un groupe abélien dont l'addition

$$Z=X+Y$$

est l'opération fondamentale; introduisons, comme opération supplémen-

taire, la parenthèse de Poisson

$$(XY) = XY - YX.$$

Les conditions 1°, 2° sont évidemment remplies, donc les notions et les théorèmes établis pour les groupes renforcés valent en particulier pour les groupes abstraits et pour ceux de Lie.

4. Nous appelons *sous-groupe* d'un groupe renforcé un ensemble de ses éléments fermé par rapport aux deux lois de composition; il est évident que c'est un groupe renforcé.

Un sous-groupe est dit *invariant* si, a étant un élément de ce sous-groupe et b un élément quelconque du groupe, $aba^{-1}b^{-1}$ et (a, b) appartiennent à ce sous-groupe. Le groupe-quotient d'un sous-groupe invariant se définit de la façon habituelle. On voit sans peine qu'il est aussi un groupe renforcé, car, étant donné les classes auxquelles les éléments a, b appartiennent, la classe de (a, b) est bien déterminée.

Nous dirons que les éléments a, b, sont commutatifs, si

$$aba^{-1}b^{-1} = e, \qquad (a, b) = e.$$

Alors les notions d'un groupe abélien, du centre d'un groupe, du produit direct des groupes se définissent comme d'habitude.

Pour les groupes renforcés les théorèmes de Jordan-Hölder et de Remak ont lieu (leurs énoncés étant analogues aux usuels).

5. Les théorèmes de Jordan-Hölder et de Remak valent toujours si les sous-groupes qui figurent dans leurs énoncés appartiennent à un système S. Nous entendons par système S tout système de sous-ensembles du groupe contenant la partie commune et le produit de deux ensembles quelconques de ce système (un produit de deux ensembles est l'ensemble de tous les produits, au sens de l'opération fondamentale, d'un élément du premier ensemble par un élément du second).

Les ensembles fermés relativement à un domaine donné d'homomorphismes (opérateurs) du groupe forment en particulier un système S.

En considérant un groupe de Lie comme un groupe renforcé, nous envisagerons le système S formé de tous les ensembles de transformations infinitésimales qui sont fermés par rapport à la multiplication par un nombre. Les théorèmes sur les groupes renforcés se transforment alors en théorèmes de la théorie des groupes infinitésimaux de Lie.

MÉCANIQUE. — *Sur les petits mouvements d'un système soumis à des forces gyroscopiques.* Note (¹) de M. **F.-H. van den Dungen**, transmise par M. Émile Borel.

1. Les mouvements d'un système linéaire soumis à des forces gyroscopiques échappent aux propriétés qui découlent du *principe de la moindre sollicitation* sous la forme dont il a été fait mention daus notre Note du 27 janvier 1936. Nous allons montrer quelle forme il convient de donner à ce principe pour retrouver des propriétés similaires.

2. *Mouvement forcé.* — Soit à chercher un système d'intégrales particulières du système d'équations

$$\sum_j m_{ij}\frac{d^2y_j}{dt^2}+\sum_j g_{ij}\frac{dy_j}{dt}+\sum_j c_{ij}y_j=\mathrm{F}_i e^{\alpha t}, \tag{1}$$

où nous supposons que

$$m_{ij}=m_{ji},\qquad g_{ij}=-g_{ji},\qquad c_{ij}=c_{ji} \tag{2}$$

dans le cas où un seul second membre n'est pas nul, F_h par exemple. Il nous suffit de résoudre le système algébrique

$$\sum_j (m_{ij}\alpha^2+g_{ij}\alpha+c_{ij})y_j=\mathrm{F}_i, \tag{3}$$

qui admet pour système adjoint

$$\sum_j (m_{ji}\alpha^2+g_{ji}\alpha+c_{ji})z_j=\mathrm{F}_i. \tag{4}$$

Or, si nous posons

$$\left\{\begin{array}{l}\mathrm{T}(y,z)=\frac{1}{2}\sum_i\sum_j m_{ij}z_iy_j,\qquad \mathrm{A}(y,z)=\frac{1}{2}\sum_i\sum_j c_{ij}z_iy_j,\\ \mathrm{G}(y,z)=\frac{1}{2}\sum_i\sum_j g_{ij}z_iy_j,\end{array}\right. \tag{5}$$

nous obtenons l'identité

$$\mathrm{A}(y,z)+\alpha\mathrm{G}(y,z)+\alpha^2\mathrm{T}(y,z)=\frac{1}{4}\mathrm{F}_h(y_h+z_h). \tag{6}$$

(¹) Séance du 9 mars 1936.

Si nous choisissons *à priori* les valeurs de y_h et z_h, nous calculerons au moyen de (6), F_h en fonction des valeurs attribuées à y_i et z_i; les variations de F_h, défini par (6), sont nulles pour les valeurs exactes de y_i et z_i, c'est-à-dire que l'on a

$$\delta_y F_h = 0, \qquad \delta_z F_h = 0, \tag{7}$$

l'indice des deltas désignant les variables par rapport auxquelles il convient de prendre les variations partielles. Les conditions (7) constituent l'extension, au cas des forces gyroscopiques, de notre principe de la moindre sollicitation.

3. *Mouvements propres.* — Rendons les équations homogènes en annulant F_h; les nombres fondamentaux α sont les mêmes pour les systèmes (3) et (4), ils sont deux à deux égaux et de signe contraire; si à α correspond la fonction fondamentale y_i, on peut faire correspondre à $-\alpha$ une fonction fondamentale z_i égale à y_i. Comme on a l'identité

$$A(y, z) + \alpha G(y, z) + \alpha^2 T(y, z) = 0, \tag{8}$$

on possède une équation du second degré en α dont une racine tend vers un nombre fondamental si y_i et z_i tendent vers les valeurs exactes des fonctions fondamentales associées à α; pour ces valeurs, les variations partielles de cette racine sont nulles, à savoir,

$$\delta_y \alpha = 0, \qquad \delta_z \alpha = 0. \tag{9}$$

Telle est l'extension au cas où les forces gyroscopiques entrent en jeu, d'une proposition de Lord Rayleigh, établie pour les systèmes conservatifs sans forces gyroscopiques.

4. *Observations.* — La méthode précédente s'étend au cas de coefficients m_{ij}, g_{ij}, c_{ij} dissymétriques d'une façon quelconque, comme on le vérifie aisément.

Alors que le système (1) est son propre adjoint, il n'en est pas de même du système (3); au contraire, si les coefficients g_{ij} sont symétriques (forces de viscosité), le système (3) est son propre adjoint, mais il n'en est plus de même du système (1); toutes les difficultés qui peuvent apparaître dans les résolutions, reposent au fond sur cette remarque.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur un chronographe piézoélectrique.* Note [1] de M. **Edgar-Pierre Tawil**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Tout milieu cristallin soumis à une déformation voit ses propriétés optiques modifiées. Il se produit notamment une biréfringence accidentelle qu'il est facile de mettre en évidence, en lumière polarisée. Si le cristal est déjà biréfringent ou s'il est doué du pouvoir rotatoire, on peut, par des moyens appropriés, établir une compensation. J'ai signalé [2] qu'un cristal piézoélectrique en vibrations, quels que soient du reste la nature du cristal, son mode de vibrations et la façon dont celles-ci sont entretenues, subit une modification dans ses propriétés optiques, du fait des déformations qu'entraînent ses vibrations mécaniques. J'ai songé à utiliser cette propriété intéressante pour la constitution d'un chronographe de haute fréquence.

Soit un parallélipipède de quartz taillé suivant la méthode utilisée pour établir un résonateur piézoélectrique. Deux de ses faces seront normales à l'axe optique, deux autres à un axe électrique. Soumettons-le à des vibrations longitudinales entretenues électriquement par résonance. L'examen se fera par exemple dans une direction normale à l'axe optique, direction dans laquelle la lame est biréfringente.

Soit maintenant un faisceau de radiations (lumière monochromatique ou autre), un polariseur rectiligne, la lame de quartz piézoélectrique (dont l'axe sera incliné à 45° sur la section principale du polariseur) une deuxième lame de quartz croisée avec la première, destinée à compenser la biréfringence et enfin un analyseur à l'extinction. Grâce à la lame compensatrice le champ est obscur. Si l'on vient à faire vibrer la lame piézoélectrique, il se produira aux régions nodales une biréfringence accidentelle intermittente et, une partie de l'énergie lumineuse, dont la valeur sera fonction de l'amplitude des vibrations, traversera l'analyseur. Cette énergie est considérable car les efforts auxquels est soumis le cristal, grâce à la résonance, peuvent atteindre des valeurs dépassant facilement sa limite d'élasticité. La biréfringence est une fonction sinusoïdale du temps de même période que la vibration mécanique qui lui donne naissance. On aura donc à la sortie de l'analyseur une succession d'éclairs avec la même fréquence. Examinés au miroir tournant, on les aperçoit très distinctement sous la

---

[1] Séance du 9 mars 1936.

[2] *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1099.

forme de zones alternativement claires et obscures nettement délimitées. Pour enregistrer le phénomène il suffit de reprendre le faisceau lumineux à la sortie de l'analyseur et de le concentrer sur une pellicule sensible en mouvement de translation.

On sait que le cristal piézoélectrique peut vibrer à des fréquences extrêmement élevées atteignant facilement plusieurs millions de périodes secondes et qu'il constitue à l'heure actuelle l'étalon par excellence des fréquences radioélectriques. La détermination de sa fréquence se fait couramment avec une approximation supérieure au millionième en se mettant dans de bonnes conditions. Le chronographe que je présente comporte à la fois l'avantage d'une grande subdivision de la seconde et celui de son enregistrement avec une haute précision sans aucun intermédiaire matériel. Sans précautions spéciales particulières au point de vue thermique ou électrique, on peut déjà tabler sur une stabilité pour le moins égale à celle des meilleurs diapasons. La basse fréquence des diapasons nécessite pour l'analyse de phénomènes de courte durée, le recours à l'interpolation. Les relevés et les calculs longs et pénibles qu'elle nécessite ne compensent pas toujours le résultat qui est souvent sujet à caution. Le chronographe piézoélectrique subdivise ainsi la seconde en très courts intervalles, et cette subdivision directement accessible à la lecture n'a pour limite pratique que la vitesse de translation du film et sa sensibilité. En ce qui concerne le déplacement linéaire, des vitesses de 100 m/sec sont d'un emploi courant. On pourrait employer les rotors mus par l'air comprimé imaginés par MM. Henriot et Huguenard ou le miroir tournant. Mais une vitesse de 100^m permet déjà l'inscription très lisible de 200000 alternances secondes à raison de deux par millimètre, et il ne semble pas qu'il y ait intérêt à les espacer davantage.

J'ai pu enregistrer, avec des moyens de fortune, sur film cinématographique Superchrome, les alternances d'un cristal vibrant à 50000 périodes. L'intervalle de temps correspondant à deux points successifs inscrits sur le film était donc égal à $1/100000^e$ de seconde. Dans les premiers enregistrements, j'ai utilisé comme source lumineuse une lampe à arc, mais une simple lampe à incandescence m'a fourni des inscriptions encore très lisibles.

Indépendamment du sujet traité, on peut signaler que la mesure à l'aide d'une cellule photoélectrique de l'intensité de la lumière recueillie à l'analyseur peut permettre de déterminer l'amplitude des vibrations d'un cristal piézoélectrique.

CALCUL MÉCANIQUE ET NOMOGRAPHIQUE. — *Sur le calcul de transformations linéaires, rencontrées en Astronomie, par l'emploi combiné de la machine et du procédé des bandes mobiles.* Note de M. E. DE LA VILLEMARQUÉ, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Dans le problème des corrections d'orbites par la méthode de M. Banachiewicz (¹), les formes linéaires se présentent pour faire les changements de coordonnées, établir, puis résoudre les équations différentielles de condition. Si 3 *décimales* suffisent, nous employons l'abaque transparent tournant à marques mobiles ; s'il en faut 7 *ou* 8, le procédé des *bandes mobiles*, destiné à *guider le calcul à la machine* nous semble pratique.

Le principe est celui de M. d'Ocagne : « la *seule relation précise de position* qui puisse être jugée à vue *est le contact de deux éléments*, au sens large du mot » (²).

EXEMPLES : *a. Substitutions linéaires.* — Pour *multiplier deux tableaux* (cracoviens), on met *chaque tableau sur une seule colonne* (ou bande) formée par les colonnes (ou sections) mises à la file. Les éléments de la diagonale principale sont pointés et deviennent les chefs de section. On fait défiler, à contre-bord verticalement, les bandes. Quand deux sections se font face, on fait, en cracovien, le produit des éléments : on l'inscrit en face du chef de section.

Si les *substitutions* sont *orthogonales*, les cracoviens sont *rotationnels* : deux bandes successives (cracoviens mis sur une seule colonne) ont une disposition inversée, se lisant de bas en haut, ou de haut en bas, pour un angle et un côté successifs cos, sin, 0/—sin, cos, 0/0, 0, 1.

b. Les *équations* de condition *surabondantes* se ramènent, de même, au chiffre normal, par la méthode des moindres carrés.

c. La résolution des équations se fait par *éliminations successives.* Un premier carton porte, sur une colonne, les coefficients de la première inconnue ; le $p^{ième}$ carton, les coefficients de la $p^{ième}$ inconnue et p-1 colonnes vides. On fait glisser verticalement le carton 1 le long des cartons 2, 3, 4. On inscrit les mineurs dans la première colonne vide. On recommence avec le second carton. A la fin, on n'a que deux nombres, et, par division, l'inconnue.

(¹) *Cracow Reprint* 1, Circ. 17, B. A. 7, 1931, p. 1.

(²) *Traité de Nomographie*, 1re édition, p. 391 ; 2e édition, p. 430.

d. Développement d'un déterminant. — C'est la somme de produits (cf. *a*). S'il est du quatrième ordre, soit O, T, E, A les quatre colonnes. Par permutation, on forme deux autres déterminants ayant pour colonnes O,EAT et O,ATE. Si M, N, P, Q sont les mineurs, le résultat est Σ (MN + PQ), par multiplication en croix des mineurs.

Chaque colonne est inscrite sur une bande ; chaque bande désignée par une lettre. La combinaison correcte (ici, TEA, ATE, EAT) a seule un sens dans la langue employée. Pas de retranscription.

AÉRODYNAMIQUE. — *Étude de certaines discontinuités dans la détermination expérimentale des polaires d'ailes.* Note (¹) de M. **L. Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

Je poursuis depuis quelques mois l'étude expérimentale de maquettes d'ailes d'avion en ayant surtout pour but de contrôler une balance aérodynamique que je viens de mettre au point.

Le principe de cette balance permet de mettre en évidence des particularités qu'une méthode de zéro serait incapable de déceler. C'est ainsi que j'ai été amené à étudier certaines discontinuités dans le tracé des polaires. J'ai appris tout récemment que M. Lafay avait de son côté observé un phénomène analogue (²). Je pense cependant que la présente Note ne sera pas inutile, car tout en confirmant les résultats de M. Lafay, elle y apporte quelques précisions.

En déterminant sans précautions particulières la polaire d'une aile, on trouve d'abord la partie ascendante normale C_0, puis, après avoir atteint le maximum de portance, les qualités de l'aile diminuent brusquement et la polaire se continue par la branche C_E. (cf. figure, courbe en trait plein.)

Il existe une incidence bien déterminée I à laquelle correspondent deux points de la polaire P_0 et P_E. Notre balance donne de façon directe l'inverse de la finesse de l'aile, soit $\operatorname{tang}\theta = C_x/C_z$, si bien que pour la valeur critique I l'aile fait de véritables bonds dans le courant d'air, l'angle θ passant alternativement de la valeur θ_0 à la valeur θ_E. La valeur critique I est parfaitement déterminée pour un profil donné et est

(¹) Séance du 9 mars 1936.

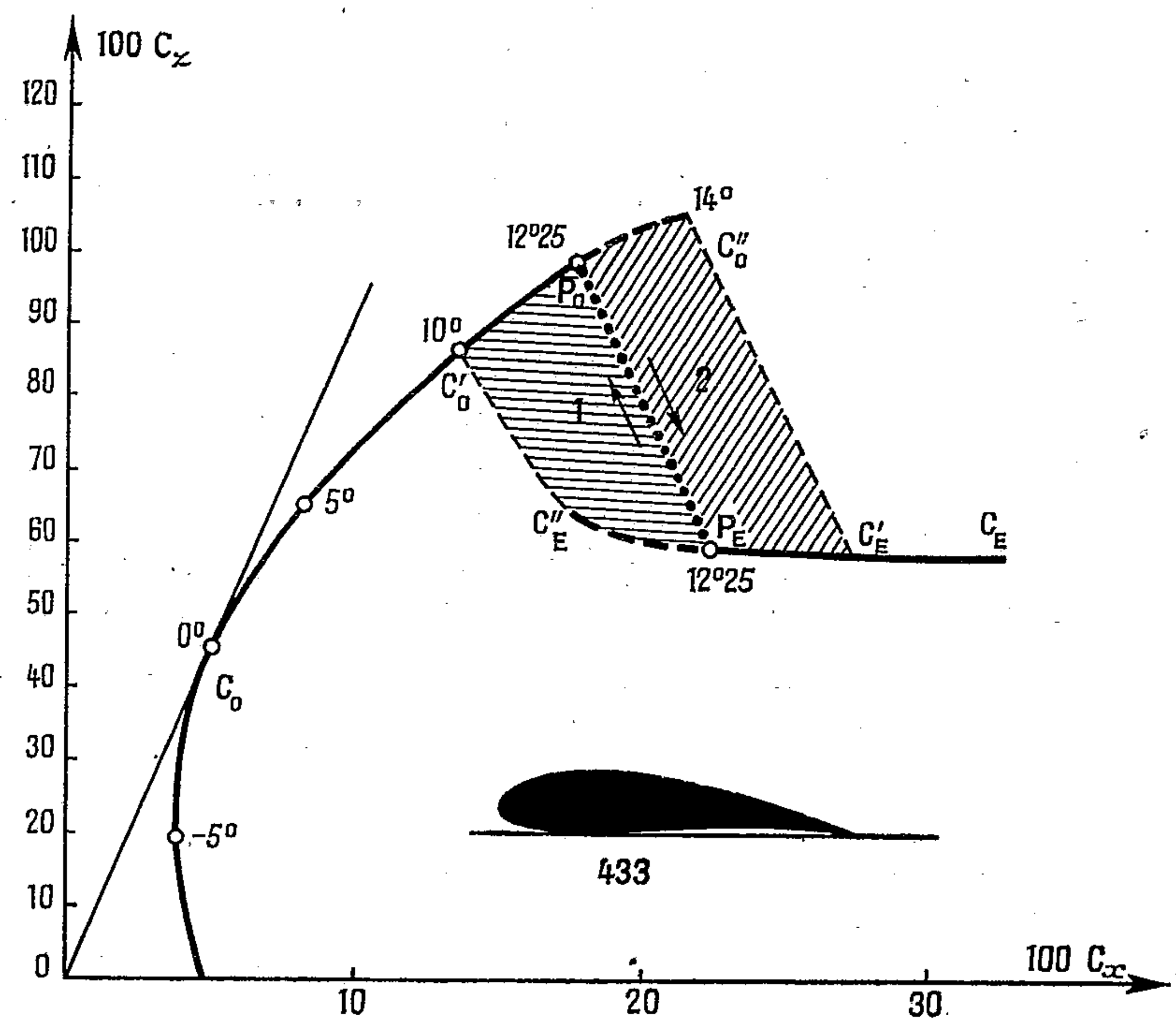
(²) A. Lafay, *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'air*, 9, 1935, p. 7.

indépendante de la pression dynamique ou du nombre de Reynolds.

En étudiant le phénomène plus en détails au voisinage de l'angle I, j'ai pu mettre en évidence l'existence de deux branches de la polaire :

1° la branche $C_0 C'_0 P_0 C''_0$, branche d'utilisation usuelle ou *ordinaire*;
2° la branche $C_E C'_E P_E C''_E$, branche *extraordinaire*.

Ces deux branches définissent à leur jonction une région de transition à deux domaines 1 et 2 de caractères nettement opposés.



Vitesse 28,50 m/sec.

J'ai fait les essais avec une maquette d'aile (profil Joukowsky 433) d'allongement 3. On peut préciser le phénomène comme suit :

1° $i < 10°$, branche $C_0 C''_0$ de la polaire. — Le phénomène a son caractère ordinaire : croissance continue de la portance, équilibres très stables de la balance aérodynamique.

2° $10° < i < 12°,25$, branche $C'_0 P_0$ de la polaire (et $C''_E P_E$). — Le phénomène est toujours stable et du type ordinaire, mais il peut, momentanément tout au moins, devenir brusquement du type extraordinaire sans y demeurer (domaine 1).

3° $i = I = 12°,25$, points P_0 et P_E de la polaire. — Le phénomène est tout à fait

irrégulier et les deux positions d'équilibre P_0 et P_E se succèdent d'une façon brusque et désordonnée.

4° $12°,25 < i < 14°$, branche $P_E C'_E$ de la polaire (et $P_0 C''_0$). — Le phénomène est maintenant du type extraordinaire, il peut comme plus haut devenir brusquement du type ordinaire, mais sans y demeurer.

5° $i > 14°$, branche $C'_E C_E$ de la polaire. — Le phénomène a acquis définitivement son caractère extraordinaire : équilibres stables et non réversibles, portance réduite et traînée très forte (perte de vitesse).

Le domaine 1 avec les branches homologues $C'_0 P_0$ et $C''_E P_E$ correspond à la stabilité de l'écoulement ordinaire (polaire ordinaire, le décollement sur l'aile est très peu prononcé).

Le domaine 2 avec les branches homologues $P_E C'_E$ et $P_0 C''_0$ correspond à la stabilité de l'écoulement nouveau (polaire extraordinaire, le décollement sur l'aile est avancé vers le bord d'attaque).

En d'autres termes, si l'on fait pour chaque angle un grand nombre de mesures, la probabilité pour qu'on obtienne des points de l'arc $C'_0 P_0 C''_0$ varie de 1 à 0 lorsque l'angle d'incidence i varie de 10° à 14°, celle d'obtenir des points sur l'arc $C''_E P_E C'_E$ varie naturellement de 0 à 1, c'est au point P_0 (ou P_E) que les deux probabilités sont égales à 0,5.

En ce qui concerne la nature de l'air de la soufflerie, on sait que la turbulence peut empêcher le décollement des filets fluides et retarder ainsi un changement de régime, mais il semble que les sauts de l'aile définissant les domaines de transition 1 et 2 sont provoqués par des irrégularités accidentelles et locales dans la veine.

Remarquons enfin qu'il est très difficile d'atteindre les limites extrêmes des domaines de transition ; néanmoins il me semble qu'en ce qui concerne le domaine 1, le dédoublement de la polaire prend naissance à partir d'une incidence bien déterminée (10° environ), tandis que pour le domaine 2, les deux branches restent distinctes (il est très délicat de pousser les expériences au delà de 14°).

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les tourbillons de Bénard-Kármán derrière un obstacle, en mouvement dans un canal rectiligne.* Note de M. PAUL SCHWARZ, présentée par M. Henri Villat.

On peut faire la théorie des tourbillons alternés dans un canal, en partant de deux hypothèses différentes. On peut supposer $I_1 = I_2$, en négligeant toute action amortissante; ce système oscillera transversalement

dans le canal (¹). On peut supposer aussi l'inverse et déterminer $\gamma = I_2/I_1 \neq 1$ de manière à avoir une *rue équilibrée*. Toutefois, si l'on a

$$\wp(\omega_3 + h) + \sqrt{\frac{g_2}{12}} < 0,$$

il existe une valeur critique a^* de a telle que si $a > a^*$, γ sera négatif (²). Dans ce cas, on ne peut pas avoir un système permanent.

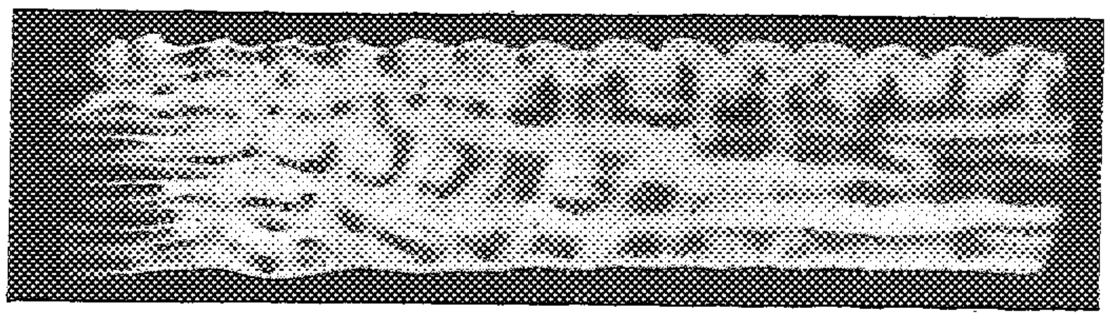


Fig. 1.

L'expérience confirme-t-elle l'une de ces hypothèses? Les deux figures représentent la surface libre d'un liquide, enregistrée avec un appareil, conçu par H. Bénard (³). L'obstacle qui se meut de droite à gauche, en haut sur les figures, engendre des tourbillons qui correspondent aux sommets des angles de la ligne brisée blanche. L'examen de ces figures permet de constater les phénomènes suivants :

1° les tourbillons *existent* très près d'une paroi, lorsqu'on *peut* avoir $a > a^*$ (*fig.* 1);

2° leur mouvement transversal est insignifiant;

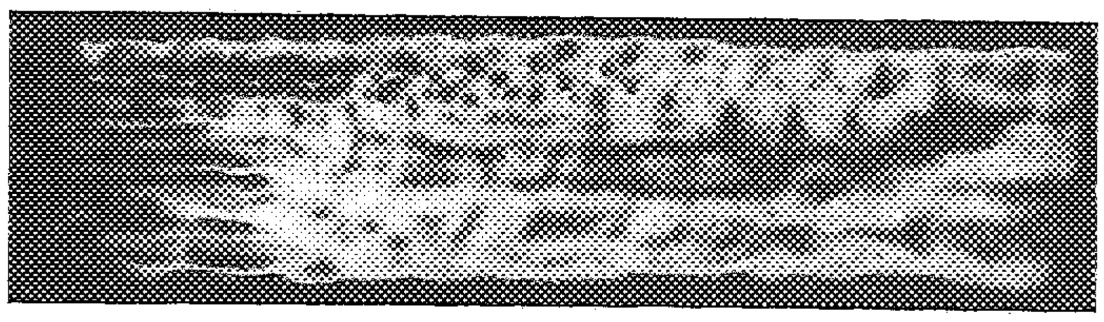


Fig. 2.

3° les files de tourbillons s'écartent l'une et l'autre, en aval de l'obstacle (*fig.* 2).

(¹) P. Schwarz, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 629.

(²) P. Schwarz, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 824.

(³) *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 970 et 156, 1913, p. 1003; *Comptes rendus du 3ᵉ Congrès int. de Méca. Appl.* (Stockholm); 1930, p. 318.

Or *l'existence* des tourbillons pour $a > a^*$ et *l'absence pratique* de leur mouvement transversal est incompatible avec mes hypothèses émises.

Quelle est donc la valeur du paramètre γ, imposée par les *expériences?* Je garde les notations de mes Notes citées et je suppose $0 < \gamma < 1$, *sans préciser*. On obtient

$$(1)\quad \frac{4\pi}{I_2} u_A = \frac{4\pi}{I_1} u_B = \frac{1}{i} \wp'(1 + 2\theta)\,\omega_3 \left[\frac{1}{\wp h - \wp(1+2\theta)\omega_3} - \frac{1}{\wp(2a+\omega_1) - \wp(1+2\theta)\omega_3}\right],$$

$$(2)\quad g(\gamma) = \frac{4\pi\omega_3}{i}\frac{d\theta}{dt} = \frac{\delta}{2}\wp' h \left[\frac{1}{\wp h - \wp(2a+\omega_1)} - \frac{1}{\wp h - \wp(1+2\theta)\omega_3}\right]$$
$$+ \Delta \wp'(2a+\omega_1)\left[\frac{1}{\wp h - \wp(2a+\omega_1)} + \frac{1}{\wp(2a+\omega_1) - \wp(1+2\theta)\omega_3}\right],$$

$$(3)\quad u_B - u_A = \frac{dh}{dt} = \frac{\delta}{2\Delta}(u_B + u_A) = \frac{\delta}{\Delta}\frac{da}{dt}$$

avec $\delta = I_1 - I_2$ et $2\Delta = I_1 + I_2$. Soit d'autre part γ' le rapport I_2/I_1, correspondant à la « *rue équilibrée* ». γ étant < 1, nous voyons d'après (1) que $|u_A| < |u_B|$; et comme u_A et u_B sont toujours de même signe, nous serons conduit à l'un où à l'autre des cas (α) et (β) que voici

$$(\alpha)\qquad 0 < u_A < u_B,\qquad \frac{dh}{dt} > 0 \quad\text{et}\quad \frac{da}{dt} > 0,$$

$$(\beta)\qquad 0 > u_A > u_B,\qquad \frac{dh}{dt} < 0 \quad\text{et}\quad \frac{da}{dt} < 0.$$

La discussion de (1), (2) et (3) devient alors aisée. Nous devons distinguer deux cas.

Premièrement : $a > a^*$. — Comme $\gamma' < 0$, on a certainement $\gamma > \gamma'$, puisque γ doit être positif; l'étude de (2) nous montre alors que $d\theta/dt > 0$, à cause de $g(\gamma) > g(\gamma')$, facile à vérifier. Or, si θ croît à partir de zéro, en restant $< 1/2$, $-i\wp'(1+2\theta)\omega_3$ est positif. Et, comme d'autre part, la quantité entre crochets de (1) est négative, nous aurons $0 < u_A < u_B$. Nous sommes donc dans le cas (α) : *la rue a tendance à se contracter, à s'écarter des parois et subir un décalage longitudinal* $2\theta\omega_3$ *positif.*

Deuxièmement : $a < a^*$. — γ' étant positif et γ aussi, seule l'expérience peut nous dire si $\gamma' - \gamma$ est positif ou négatif. Si $\gamma > \gamma'$, on a les conclusions de tout à l'heure. Si par contre $\gamma < \gamma'$, on arrive de la même manière au cas (β), ce qui veut dire que *la rue se dilate, se rapproche des parois et aura un décalage longitudinal* $2\theta\omega_3$ *négatif.* D'après les expériences, la dilatation de la rue nous amène à supposer $\gamma < \gamma'$. Remarquons également que si $\gamma \ll 1$, on a d'après (3) $|da/dt| \ll |dh/dt|$.

A titre d'indication numérique, on a pour $\omega_1 = 7{,}75$ et $a = 2{,}28$,

$h_{n+20}/ \approx 1,8$, l'indice étant le rang des tourbillons, compté dans le sens amont-aval (*fig.* 1); de même, pour $\omega_1 = 7,75$ et $a = 1,88$, on a $h_{n+20}/h_n \approx 8,8$! (*fig.* 2). Dans les deux cas, la variation de a est insignifiante.

En résumé, comme nous ne pouvons admettre ni $\gamma = 1$ ni $\gamma = \gamma'$, *seules* hypothèses capables d'assurer la constance de h : *toutes* les fois que $a \neq 0$, on aura *nécessairement* une rue de largeur variable, en contraction ou dilatation, suivant la valeur de γ qui caractérise nos expériences.

AVIATION. — *Sur le tonnage optimum des grands avions de transport ou de bombardement.* Note [1] de M. **Louis Breguet**, présentée par M. Émile Jouguet.

Je comparerai ici des avions de même allongement et de même charge au mètre carré, répondant à des programmes analogues, c'est-à-dire volant aux mêmes vitesses, aux mêmes altitudes, sur de mêmes étapes, munis de groupes moteurs de rendement thermique et de poids spécifique identiques. Je supposerai également que ces avions possèdent les meilleures qualités aérodynamiques et que, de ce fait, celles-ci ne pourront que fort peu s'améliorer par l'accroissement des dimensions.

P étant le poids au départ de l'appareil à pleine charge, soient :

$P_p = \alpha P$, le poids du planeur;

$P_m = k_m P$, le poids des groupes moteurs avec hélices et tous accessoires;

$P_c = k_c P$, le poids de combustible emporté, essence et huile, avec réservoirs;

$P_u = P_e + P'_u$, la charge utile enlevée, somme de la charge fixe P_e (équipage, instruments et équipements) et de la charge mobile P'_u (passagers, fret ou bombes et leurs aménagements).

k_m et k_c se calculent facilement par les formules que j'ai données dans un article sur les avions de transport [2]. Ces coefficients ne dépendent que du programme et des données, mais non du poids P. Par contre, le rapport α est une fonction de ce poids que j'ai explicitée par l'expression

$$\alpha = \frac{P_p}{P} = k_p 10^{-\frac{4}{n}} P^{\frac{1}{n}}, \tag{1}$$

dans laquelle k_p et n sont deux coefficients constructifs *indépendants* l'un

---

(1) Séance du 16 mars 1937.

(2) *Science aérienne*, 4, XVIII, 1935, p. 141.

de l'autre. J'ai constaté l'exactitude de cette formule pour des tonnages compris entre 7 et 50 tonnes. En utilisant les meilleurs matériaux actuellement connus (duralumin, électron, aciers à haute résistance), pour une construction très soignée, une charge alaire de 130 à 150 kg/cm², un allongement de 8 à 9 et un coefficient de sécurité de 5,5, j'ai vérifié qu'on pouvait prendre $k_p = 0,25$. Ce chiffre, *optimum*, bien que rarement atteint jusqu'ici, pourra sans doute être réduit dans l'avenir, avec des matériaux nouveaux de légèreté spécifique accrue. Pour déterminer la valeur à donner à n, il faut remarquer que l'agrandissement des avions permet une certaine évolution de l'architecture et une meilleure répartition des charges suivant l'envergure. J'ai ainsi constaté que l'on pouvait prendre $n = 4$, alors qu'une stricte homothétie conduirait à $n = 2$. Cependant, j'adopterai $n = 4,5$, pour tenir compte de ce que les qualités aérodynamiques, supposées constantes et excellentes dans mes calculs, peuvent s'améliorer pour des dimensions croissantes, par une légère diminution des résistances passives relatives des corps.

Ceci étant exposé, comme P'_u est proportionnel aux *recettes* et P à la majeure partie des *dépenses*, le *tonnage économique* P_E sera celui rendant maximum

$$\frac{P'_u}{P} = 1 - \alpha - k_m - k_c - \frac{P_e}{P}.$$

On l'obtient donc en annulant la dérivée de ce rapport par rapport à P, k_m et k_c étant indépendants de P et P_e une *constante donnée*. On trouve

$$P_E = 10^{-\frac{4}{n+1}} \left(\frac{n}{k_p} P_e\right)^{\frac{n}{n+1}}, \tag{2}$$

$$\frac{P'_u}{P_E} = 1 - (n+1)\frac{P_e}{P_E} - k_m - k_c. \tag{3}$$

Le tonnage économique ainsi défini ne dépend donc que de la charge fixe imposée et des coefficients constructifs admis, quelles que soient les autres conditions d'utilisation.

La formule (2) conduit, en outre, à ce résultat curieux que, *pour l'avion économique, le poids P_p du planeur est toujours n fois la charge fixe P_e, quel que soit le coefficient k_p.*

Il me paraît résulter des formules qui précèdent qu'il n'y a pas intérêt, au point de vue économique, à recourir à des tonnages aussi élevés que ceux que l'on envisage couramment. En effet, avec $n = 4,5$ et $k_p = 0,25$, j'ai obtenu :

Charge fixe P_e (kg) ..	400	600	800	1000	1300	1600	2000	2500
Charge écon. P_E (kg).	7400	10600	13400	16000	20000	23700	28600	34000

Pour la traversée directe de l'Atlantique Nord, avec un équipage de cinq hommes et tous les équipements requis, le poids fixe obligatoire sera de l'ordre de 1300^{kg}, conduisant à l'avion économique de seulement 20 tonnes. Cet avion serait aussi celui de rayon d'action maximum, pour la charge fixe de 1300^{kg}, et une charge mobile nulle. Si l'on avait donné à n les valeurs successives $n=4$, $n=5$, et $n=5,5$, ce tonnage économique serait devenu 17800, 22200 et 24500^{kg}. Il est évident qu'il peut être légèrement dépassé, sans que le rendement de l'appareil en soit notablement affecté, le rapport P'_u/P restant *voisin de son maximum* pour une charge P'_u accrue, mais à condition qu'une telle majoration n'excède guère 25 pour 100. Même dans ce cas, et avec le coefficient constructif le plus favorable $n=5,5$, il appparaît qu'il n'y a aucun intérêt technique à adopter un poids total de plus de 30 tonnes. Seules, d'autres considérations, telles que l'amélioration du confort, des qualités marines, de la sécurité par un plus grand nombre de moteurs placés dans les ailes, pourraient justifier l'emploi d'un tonnage encore plus élevé.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème de diffraction.* Note de M. **Jean Delsarte**, présentée par M. Henri Villat.

Nous utilisons les notations d'une précédente Note [1]. Nous nous proposons cette fois de reprendre le problème de la diffraction par un plan indéfini, au point de vue de la théorie de Maxwell.

yOz est le plan diffractant, il sépare l'espace en deux régions 1 et 2, ε_1 et μ_1 d'une part, ε_2 et μ_2 de l'autre, sont les constantes diélectriques et les perméabilités magnétiques de ces deux milieux, supposés non conducteurs; c est la vitesse de la lumière dans le vide,

$$V_1=\frac{c}{\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}} \quad \text{et} \quad V_2=\frac{c}{\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}}$$

sont les vitesses de propagation des ondes électromagnétiques dans 1 et dans 2; les inconnues sont les champs électriques et magnétiques dans tout

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 826.

l'espace, et à tout instant, ils sont soumis aux équations de Maxwell, et l'on connaît leurs valeurs à l'instant initial, ce qui équivaut aux données de Cauchy; de plus, les composantes tangentielles de ces champs doivent rester continues à la traversée du plan diffractant, alors que les composantes normales sont discontinues, de façon à assurer la continuité des mêmes composantes des inductions électrique et magnétique.

Nous prendrons comme inconnues auxiliaires les composantes, suivant Oy et Oz, du champ électrique, dans le plan diffractant et à tout instant; il est alors possible, en résolvant des problèmes mixtes hyperboliques de type Dirichlet et Neumann dans les régions 1 et 2, de calculer les valeurs des champs dans tout l'espace-temps; on écrit ensuite les conditions de continuité pour $x=0$; ce qui conduit à deux équations intégro-différentielles que voici :

$$(1)\qquad \frac{1}{\mu_1}\mathcal{J}_1\left[\frac{\partial F}{\partial y}\right]+\frac{1}{\mu_2}\mathcal{J}_2\left[\frac{\partial F}{\partial y}\right]-\frac{1}{\mu_1}\mathcal{O}_1[f]-\frac{1}{\mu_2}\mathcal{O}_2[f]=A(y,\ z,\ t),$$

$$(2)\qquad \frac{1}{\mu_1}\mathcal{J}_1\left[\frac{\partial F}{\partial z}\right]+\frac{1}{\mu_2}\mathcal{J}_2\left[\frac{\partial F}{\partial z}\right]-\frac{1}{\mu_1}\mathcal{O}_1[g]-\frac{1}{\mu_2}\mathcal{O}_2[g]=B(y,\ z,\ t);$$

A et B sont des fonctions connues ne dépendant que des conditions initiales, $f(y, z, t)$ et $g(y, z, t)$ sont les valeurs inconnues des composantes suivant Oy et Oz du champ électrique, on a posé

$$F(y;z;t)=-\left(\frac{\partial f}{\partial y}+\frac{\partial g}{\partial z}\right),$$

les opérateurs linéaires $\mathcal{O}_1$ et $\mathcal{O}_2$ ont été définis antérieurement; quant aux opérateurs linéaires $\mathcal{J}_1$ et $\mathcal{J}_2$, les relations ci-dessous précisent leur signification :

$$\mathcal{J}_1\left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right]=-\frac{\partial}{\partial V_1}\{V_1\mathcal{O}_1[F]\},\qquad \mathcal{J}_2\left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right]=-\frac{\partial}{\partial V_2}\{V_2\mathcal{O}_2[F]\}.$$

Les équations (1) et (2) ont pour conséquence

$$(3)\quad \frac{1}{\mu_1}\mathcal{J}_1\left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right]+\frac{1}{\mu_2}\mathcal{J}_2\left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right]+\frac{1}{\mu_1}\mathcal{O}_1[F]+\frac{1}{\mu_2}\mathcal{O}_2[F]=\mathcal{G}(y,z,t)$$

avec

$$\mathcal{G}(y,z,t)=\frac{\partial A}{\partial y}+\frac{\partial B}{\partial z}.$$

Si l'on calcule maintenant

$$\mathcal{G}_1(y,z,t)=\frac{1}{\mu_1 V_1^2}\mathcal{O}_1\mathcal{O}_2\mathcal{O}_2[\mathcal{G}]-\frac{1}{\mu_2 V_2^2}\mathcal{O}_2\mathcal{O}_1\mathcal{O}_1[\mathcal{G}],$$

on trouve, compte tenu de (3) et par toute une série de transformations,

$$\left(\frac{1}{\mu_1 V_1^2} - \frac{1}{\mu_2 V_2^2}\right) F(y, z, t) - \left(\frac{V_2^2}{\mu_1 V_1^2} - \frac{V_1^2}{\mu_2 V_2^2}\right) \int_0^t (t-\tau) \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) F(y, z, \tau)\, d\tau$$
$$= V_1^2 V_2^2 \mathcal{G}_1(y, z, t),$$

ou encore

$$(4) \qquad \frac{1}{\mu_1 \mu_2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\left[\frac{\partial^2 F_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2}\right] - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_2}{\mu_2}\right)\frac{\partial^2 F_1}{\partial t^2} + V_1^2 V_2^2 \mathcal{G}_1(y, z, t) = 0$$

avec

$$F_1(y, z, t) = \int_0^t (t-\tau)\, F(y, z, \tau)\, d\tau.$$

La fonction F_1 est nulle à l'instant initial ainsi que sa dérivée première par rapport au temps, sa dérivée seconde par rapport à cette même variable redonne F. Supposons cette dernière fonction déterminée, les équations (1) et (2) permettent alors de calculer f et g qui sont données par

$$f = \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2}, \qquad g = \frac{\partial^2 g_1}{\partial t^2},$$

les fonctions f_1 et g_1 étant nulles ainsi que leurs dérivées premières par rapport au temps et satisfaisant aux deux équations

$$(5) \qquad \left(\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu_2^2}\right)\left[\frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial z^2}\right] - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_2}{\mu_2}\right)\frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2} = A_1(y, z, t),$$

$$(6) \qquad \left(\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu_2^2}\right)\left[\frac{\partial^2 g_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g_1}{\partial z^2}\right] - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_2}{\mu_2}\right)\frac{\partial^2 g_1}{\partial t^2} = B_1(y, z, t),$$

où les seconds membres sont maintenant connus.

On est donc conduit à un problème de Cauchy pour les équations (4), (5) et (6). C'est une question relevant de procédés classiques si ces équations sont hyperboliques; c'est au contraire un problème impossible et mal posé, au sens de Poincaré et de M. Hadamard, si l'une au moins de ces équations est elliptique. Une discussion simple montre qu'on se trouve dans la première éventualité pour

$$k = (\mu_1 - \mu_2)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \leqq 0$$

et dans la seconde pour k positif.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la diffraction des neutrons lents par les substances cristallines.* Note [1] de M. **Walter M. Elsasser**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons examiné, au point de vue théorique, à quel degré peuvent intervenir dans les phénomènes de la diffusion élastique des neutrons lents les effets d'interférence dus à l'arrangement régulier des atomes dans les cristaux. La longueur d'onde d'un neutron ayant l'énergie $\varkappa T$ de l'agitation thermique est de 1.8×10^{-8} cm, donc très près des constantes réticulaires de quelques substances simples.

Les réflexions sélectives des ondes dans un cristal sont données par les conditions bien connues de Laue-Bragg

$$k \sin \vartheta = \pi \,|\, l_1 \vec{b}_1 + l_2 \vec{b}_2 + l_3 \vec{b}_3 \,| = \pi B.$$

Ici k est le nombre d'ondes, ϑ l'angle de réflexion de Bragg qui est la moitié de l'angle de la déviation du neutron; les $\vec{b}$ sont les axes réciproques du réseau, les l des nombres entiers quelconques. Nous admettrons par la suite qu'il s'agit d'une poudre polycristalline sur laquelle tombe un faisceau parallèle de neutrons de différentes vitesses. Un noyau seul produit une diffusion isotrope; le nombre de neutrons diffusés par la poudre dans un élément d'angle solide $d\omega$ est donné par [2]

$$I = \sum_{(l)} \frac{\pi^2 |S_{(l)}|^2 M [\bar{\sigma}]}{V k_{(l)}^2 \sin^2 \vartheta} f(k_{(l)}) \frac{d\omega}{4\pi}.$$

La somme comprend tous les ordres (l) de réflexions qui donnent une contribution pour un certain angle ϑ, $S_{(l)}$ étant le facteur de structure de chaque réflexion. M est le nombre de cellules réticulaires que contient le corps diffuseur, V le volume d'une cellule, $[\bar{\sigma}]$ la somme des sections efficaces contenues dans une cellule et, lorsque plusieurs isotopes du même élément existent, la somme moyenne; enfin $f(k)\,dk$ le nombre de neutrons compris dans l'intervalle spectral dk.

Pour faire un calcul approximatif, nous avons remplacé la somme par

---

(1) Séance du 16 mars 1936.

(2) M. v. Laue, *Zeits. f. Kristallogr.*, 64, 1926, p. 115.

une intégrale sur l'espace des B (espace réciproque du réseau), intégrale qui s'étend sur l'extérieur d'une sphère du rayon B_0. Admettons maintenant que $f(k)$ soit une répartition de Maxwell, ce qui s'accorde aux faits expérimentaux à une certaine approximation près ([1]). La formule qui suit donne le nombre de neutrons diffusés $\mathcal{J}_{\mathrm{I}}$ divisé par le nombre de neutrons incidents $\mathcal{J}_{\mathrm{I}}^0$. Or on ne mesure en général que l'activité induite dans une couche superficielle assez mince de la substance utilisée comme indicateur et dans ce cas la probabilité d'un effet produit par le neutron sera en première approximation inversement proportionnel à la vitesse de celui-ci. Nous avons fait un calcul semblable en introduisant d'abord un facteur $1/k$ dans l'expression de l'intensité diffusée, celle-ci sera finalement désignée par $\mathcal{J}_{\mathrm{II}}$. On trouve à la suite de calculs simples :

$$\frac{\mathcal{J}_{\mathrm{I}}}{\mathcal{J}_{\mathrm{I}}^0} = 8\sqrt{\pi}\,\mathrm{N}\bar{\sigma}\left[\int_{B_0\sqrt{\alpha}}^{\infty} e^{-y^2}\,dy + B_0\sqrt{\alpha}\,e^{-\alpha B_0^2}\right]\frac{d\omega}{4\pi},$$

$$\frac{\mathcal{J}_{\mathrm{II}}}{\mathcal{J}_{\mathrm{II}}^0} = \mathrm{N}\bar{\sigma}\,e^{-\alpha B_0^2}\,d\omega, \qquad \alpha = \frac{h^2}{8\sin^2\vartheta\, m\varkappa \mathrm{T}},$$

m étant la masse du neutron, N le nombre de centres diffuseurs présents et $\bar{\sigma}$ la section efficace moyenne du centre. Pour B_0 on peut, au moins dans le cas de réseaux cubiques simples, prendre la valeur correspondant à la réflexion sélective la plus basse qui a lieu. On déterminera un angle critique par la condition $\alpha B_0^2 = 1$. Ceci donne $\vartheta = 26°$ pour le Fe, $\vartheta = 26°$ pour le Ni, $\vartheta = 25°$ pour le Cu, tandis que pour la plupart des autres métaux les constantes réticulaires sont plus grandes et partant les angles critiques plus petits. Pour des angles inférieurs à ceux-ci, $\mathcal{J}_{\mathrm{II}}$ devient rapidement très petit. Des expériences commencées par MM. von Halban et Preiswerk semblent en effet indiquer l'existence d'un tel phénomène.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Nouveau moteur électrostatique.* Note ([2]) de M. **Pierre Jolivet**, présentée par M. Paul Janet.

Les génératrices électrostatiques des types Tœpler et Holtz paraissent les plus simples. Leurs organes essentiels se réduisent à deux armatures AB

([1]) Dunning, Pegram, Fink, Mitchell, Segré, *Phys. Rev.*, 48, 1936, p. 704.

([2]) Séance du 16 mars 1936.

et deux peignes A'B' par plateau et les deux moitiés chargées de celui-ci travaillent en parallèle. Chaque peigne joue deux rôles, A' par exemple capte les charges positives du plateau et y dépose des charges négatives.

Si l'on excepte le mode d'auto-excitation intermittente dit à charges résiduelles ayant fait l'objet d'une précédente Note [1], l'excitation offre des difficultés parce que, conformément à la solution trouvée par Holtz et consistant à employer les languettes bien connues, la différence de potentiel entre les armatures A et B doit être supérieure à la différence de potentiel entre les peignes A' et B'. Or, celle-ci ayant un sens donné, on passe de la génératrice au moteur en inversant les champs excitateurs entre A et A' et entre B et B'. Dans un moteur électrostatique composé des organes fondamentaux : un plateau, deux armatures A et B, deux peignes A' et B', la différence de potentiel entre les armatures est inférieure à la différence de potentiel entre les peignes et de même sens.

Il est aisé d'assurer l'excitation en reliant par exemple avec une résistance chaque armature au peigne situé en face d'elle. Cependant la chute de tension ainsi obtenue volontairement et dépendant des fuites du conducteur résistant et des armatures est mal définie.

Aussi est-il préférable de disposer entre les armatures d'une tension qui soit une fraction déterminée et réglable de la tension d'alimentation.

Pour y parvenir, il suffit de considérer comme armatures deux régions également éloignées des extrémités d'une bande semi-conductrice, sans fuite extérieure par effluve, dont les extrémités sont reliées aux peignes.

Le nouveau moteur comporte un anneau de carton verni à la gomme laque, dit stator, de surface égale à la surface du plateau balayée par les deux peignes diamétralement opposés et situés de l'autre côté du plateau.

Deux points A'' et B'' du carton, situés sur un même diamètre et à mi-largeur, sont reliés respectivement aux peignes A' et B' grâce à des conducteurs sous caoutchouc traversant l'anneau isolant sur lequel est collé le carton.

Pour une tension d'alimentation donnée, les champs excitateurs à travers le plateau en face les peignes, nuls lorsque A'' et B'' sont en face les peignes, A' et B', croissent lorsqu'on tourne le stator d'un angle $\alpha < \pi$ dans un sens opposé au sens de rotation du plateau.

En face les peignes, pour chaque angle α correspondent des régions A et B du stator assimilables à des armatures. Non seulement ces armatures sont

(1) PIERRE JOLIVET, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 744.

placées dans les conditions requises pour un moteur mais la variation continue du potentiel d'une région à l'autre de leur surface favorise le fonctionnement. Le moteur, et cela le distingue essentiellement de celui de MM. H. Chaumat et E. Lefrand (¹) ne démarre pas seul, il faut le lancer.

La suppression de la rondelle de carton réduit le stator à la seule rondelle isolante. Dans ce cas, les fils sous caoutchouc doivent pénétrer dans la rondelle isolante sans la traverser, ce diélectrique, de conductivité nulle jouant pour les lignes de force un rôle analogue à celui joué par le fer dans un circuit magnétique. Aussi est-il désirable d'employer un anneau massif à très grande constante diélectrique si l'on veut obtenir un couple aussi grand qu'avec le semi-conducteur. Dans les deux cas la valeur propice de l'angle α est environ 20°.

Avec deux plateaux jumelés en ébonite de 10^{cm} de diamètre pesant ensemble, mais sans l'axe, 20^{g} et des stators en prespahnn de $0^{mm},3$ le moteur consomme 45 μA sous 45000 volts, soit une puissance électrique de 2 watts et fournit un couple de 17 g.cm à 3000 t/m, soit une puissance mécanique disponible sur l'axe de 0,52 watt avec un rendement de 26 pour 100.

ÉLECTRICITÉ. — *Ionisation et luminescence de jets atomiques dans un vide élevé.* Note de M. **René Planiol**, présentée par M. Aimé Cotton.

1. Nous avons décrit (²) une méthode de production d'ions positifs dans un vide poussé utilisant le bombardement d'un jet atomique par un faisceau d'électrons normal au jet. Les ions positifs sont collectés dans la direction perpendiculaire aux deux précédentes.

L'appareil utilisé donnait déjà des courants relativement intenses. Avec 300 milliampères de courant électronique, on recueillait 30 microampères comme courant d'ions positifs.

Pourtant il avait un défaut très gênant : après un fonctionnement de 2 à 3 minutes, la vapeur sortant du four venait obstruer le diaphragme froid délimitant le jet et le courant d'ions s'annulait très rapidement.

Nous avons entrepris la réalisation d'un ensemble à la fois plus puissant que le premier et exempt du défaut signalé. Le nouvel appareil fournit un

---

(¹) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 305.

(²) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 539 et 730.

jet atomique d'un débit considérable. En outre un dispositif protecteur permet de ralentir beaucoup l'obstruction du diaphragme et avec les ouvertures actuellement employées pour celui-ci, la durée de fonctionnement correct dépasse une heure aux régimes les plus poussés. Nous avons alors repris les essais de production d'ions positifs en utilisant encore un faisceau d'électrons de 300 milliampères sous 1000 volts pour permettre une comparaison des résultats avec ceux qui avaient été fournis par le précédent montage. Les effets observés ont été sensiblement plus intenses : le courant d'ions d'abord très petit (quelques microampères) a pu être augmenté jusqu'à 100 μA puis 500 μA, puis environ 1 milliampère. Le gain est donc considérable puisque le dispositif antérieur n'avait permis de travailler que pendant 2 à 3 minutes avec 30 μA.

2. Grâce à ces perfectionnements, nous avons pu observer en détail avec le nouveau montage des phénomènes qu'il était impossible d'étudier précédemment.

Le passage d'un faisceau d'électrons à travers le tube très bien vidé ne donne lieu par lui-même à aucun phénomène visible.

Lorsque le jet atomique est mis en action, le passage des électrons est marqué par une luminosité d'abord faible qui croît très notablement quand on augmente le débit du jet. Le phénomène est aisément visible dans une salle éclairée et malgré la très vive lumière émise par le fil. Nous avons pu le photographier aussi bien dans la région visible que dans la région ultraviolette. Une pose de 10 minutes avec un spectrographe Féry à optique de quartz fournit des clichés d'une intensité satisfaisante.

3. En augmentant encore l'intensité du jet, nous avons constaté un changement complet du mode de fonctionnement. La quantité de lumière émise augmente dans de grandes proportions, le temps de pose pour une spectrographie descendant à moins d'une minute. La couleur du jet change aussi : de violet il devient bleu. Le courant d'ions positifs augmente beaucoup et peut dépasser plusieurs dizaines de milliampères. Le passage d'un des régimes à l'autre semble se produire de façon discontinue et l'on peut même obtenir, en choisissant les conditions, un fonctionnement instable, le jet passant de l'un des régimes à l'autre plusieurs fois par seconde.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Mesure de tension d'un générateur électrostatique Van de Graaf à courroies.* Note de M. **Moshé Feldenkrais**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai entrepris l'étude des méthodes de mesure de la tension d'un générateur du type Van de Graaf (1). Le principe de ce générateur consiste à élever la tension d'une sphère conductrice en lui apportant des charges électriques par des courroies isolantes montées sur poulies métalliques, ou par des poussières préalablement chargées (2). Dans l'appareil que j'ai utilisé (3) les courroies en tissu caoutchouté (toile à ballon) sont chargées par « effet corona » à l'aide des fils en platine irridié portés à une tension de 10000 volts tendus le long des courroies. La mesure des très hautes tensions (la tension obtenue à l'aide de ce générateur peut atteindre 1200 kV) fournie par des appareils de petite puissance présente de nombreuses difficultés. La méthode consistant à mesurer la longueur d'étincelle éclatant entre la sphère du générateur et une sphère au potentiel du sol donne des indications très imprécises. Elles sont en particulier faussées par les pertes de charge dues aux effluves qui apparaissent lorsqu'on approche du générateur une sphère mise au sol. Si les charges apportées par les courroies sont insuffisantes pour compenser ces pertes, la tension du générateur baisse avant d'obtenir l'étincelle entre les sphères. Les voltmètres électrostatiques d'attraction ou de répulsion ne sont pas malheureusement d'une maniabilité facile, leurs échelles ne sont pas linéaires, de sorte que l'extrapolation pour de très hautes tensions est peu précise, leur étalonnage n'étant pas absolu.

Ayant observé des étincelles d'au moins 150^{cm} de long à partir de la sphère de l'appareil vers le sol on a estimé la tension à un million de volts environ. La capacité de la sphère dont le diamètre est de un mètre étant 50 U. C. G. S., elle se trouve alors chargée de

$$Q = CV = \frac{50}{9.10^{11}} \times 10^{6} = 56.10^{-6} \text{ coulomb.}$$

Le reste de la charge apportée par les courroies s'échappe par les effluves

---

(1) *Phys. Rev.*, 43, 1933, p. 149.

(2) Pauthenier, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1332.

(3) F. Joliot, M. Feldenkrais et A. Lazard, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 291.

qui prennent naissance aux aspérités et poussières toujours présentes sur la sphère et surtout à l'entrée de son support. En régime permanent les courroies apportent donc des charges constituant un courant égal à la totalité des pertes de la sphère. Pour remonter ces charges du potentiel du sol dans le champ créé par la sphère chargée qui la repousse, les courroies accomplissent un travail fourni par le moteur. La mesure de la différence des puissances fournie par le moteur pour entraîner les courroies, lorqu'elles sont chargées et lorsqu'elles tournent à vide, donnent le produit $W = iV$ du débit des charges i apporté dans la sphère par la différence de potentiel V entre la sphère et le sol. On estime le débit i en mesurant la différence de débit des fils de platine, les courroies étant en mouvement et au repos. La valeur de i ainsi déterminée est une limite supérieure de ce débit, car des pertes de charge par conductibilité ou par effluves peuvent se produire pendant la montée des courroies. Dans tout les cas la valeur de $V = W/i$ fournie par cette méthode très simple est une limite inférieure de la tension du générateur. Voici un exemple des mesures que j'ai faites : 1, l'appareil étant dans l'atmosphère ambiante; 2, l'appareil étant dans l'air contenant des traces de vapeurs de tétrachlorure de carbone (*loc. cit.*).

	I.	II.	III.
1	50	34	680
2	51	59,5	1190

Nota. — I. Débit de charges emportées par les courroies en microampères. — II. Puissance absorbée par le moteur (multipliée par son rendement) pour remonter ces charges du potentiel du sol à celui de la sphère; en watts. — III. Tension de la sphère $V = W/i$ en kilovolts.

Dans des appareils de dimensions suffisantes pour permettre la présence d'une personne dans la sphère pendant le fonctionnement de l'appareil on mesurerait la valeur exacte des charges introduites dans la sphère par les courroies en intercalant un microampèremètre dans le circuit des fils collecteurs de charge dans la sphère. On déduirait alors la tension exacte et non plus la limite inférieure. Dans des appareils de dimensions plus réduites un milliampèremètre à miroir projetant la lecture à travers une petite ouverture dans la sphère, ou à travers son support, donnerait les mêmes résultats.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le comportement anodique des sels organiques de cuivre*. Note de M. **G. Kravtzoff**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous nous sommes proposé d'étudier systématiquement le comportement anodique des sels organiques de cuivre en solution aqueuse et en utilisant des anodes de cuivre. Nous donnons ici les premiers résultats obtenus.

Les facteurs étudiés ont été : 1° la densité de courant; 2° la concentration en cuivre de l'électrolyte; 3° le temps.

Le tableau ci-dessous donne en fonction de la densité de courant et de la concentration les valeurs du rapport

$$R = \frac{\text{perte apparente de poids de l'anode}}{\text{poids du cuivre déposé au voltamètre}}.$$

Les résultats obtenus avec les sels organiques de cuivre ont été comparés à ceux provenant du sulfate de cuivre :

	g/litre.	pH.	Valeurs de R pour densités de courant en ma/dm². 15.	25.	100.	125.	250.	500.
Sulfate de cuivre....	57,01	3,68	0,84	–	0,98	–	0,98	0,99
	28,55	3,97	0,89	–	0,95	–	0,98	0,97
	14,27	4,22	0,89	–	0,95	–	0,98	0,98
	7,13	4,45	0,95	–	0,97	–	0,98	0,98
Formiate de cuivre..	15,84	4,4	–	0,7	1,00	–	1,00	–
	7,92	4,8	–	0,7	1,00	–	0,93	–
	3,96	4,9	–	0,79	1,00	–	0,86	–
	1,98	5,1	–	0,76	1,00	–	0,91	–
Acétate de cuivre....	13,95	5,3	–	0,64	0,94	0,89	0,95	0,95
	6,98	5,5	–	0,70	–	0,94	0,95	–
	3,49	5,7	–	0,80	–	1,00	0,97	–
	1,75	5,8	–	0,76	–	1,00	1,00	–
Propionate de cuivre.	18,4	5,3	–	0,57	0,81	–	0,99	0,98
	9,2	5,5	–	0,60	0,77	–	1,00	–
	4,6	5,6	–	0,64	0,80	–	1,00	–
	2,3	5,8	–	0,72	0,72	–	1,00	–

L'examen du tableau ci-dessus montre : 1° que $R \leq 1$; quand $R = 1$ la valence apparente du cuivre est $= 2$; quand $R < 1$ la valence apparente est comprise entre 1 et 2, cela implique que sur l'anode il s'est déposé de

l'oxyde cuivreux provenant de l'hydrolyse d'un sel cuivreux; 2° que l'augmentation de la densité de courant tend à réduire la formation des sels cuivreux; 3° l'augmentation de la dilution tend, sauf dans le cas du formiate et du propionate (pour 100 ma/dm²) à diminuer la proportion de Cu_2O formé.

Au cours de cette étude nous avons constaté que la durée d'électrolyse jouait un très grand rôle dans le calcul du rendement anodique, nous avons résumé nos observations dans le tableau ci-dessous :

Électrolytes.	Conc. en Cu (gr/par l.).	pH.	Densités de Ct. (en ma/dm²).	Valeurs de R pour différentes durées d'électrolyse.	
Sulfate de cuivre.....	57,01	3,68	100	0,98 (1h)	0,98 (2h)
Formiate de cuivre...	15,84	4,4	100	1,00 (1h)	0,86 (2h)
	»	»	200	1,00 (45m)	0,98 (75m)
Acétate de cuivre.....	13,95	5,3	25	1,00 (1h47m)	0,63 (10h30m)
	»	»	100	0,94 (1h)	0,85 (3h)
Propionate de cuivre.	18,4	5,3	25	0,81 (5h)	0,57 (10h30m)
	»	»	100	0,97 (1h)	0,86 (2h)

Nous avons eu quelques difficultés à calculer ces rendements dans le cas d'électrolyse prolongée par suite de la desquamation de l'anode, due sans aucun doute à la formation d'une couche d'oxyde empêchant la dissolution normale de l'anode; en choisissant convenablement les temps d'électrolyse et la densité de courant, nous sommes arrivé à une reproductibilité satisfaisante.

Les valeurs des rendements montrent que le temps est un facteur prédominant dans l'électrolyse des sels organiques de cuivre tant au point de vue comportement anodique qu'au point de vue comportement cathodique. Au début de l'électrolyse tout se passe comme si l'anode se dissolvait sous l'action de courant avec formation d'ions cuivriques, cette augmentation, comme nous l'avons montré plus haut, facilite la formation d'oxyde cuivreux.

On aurait *en gros* les processus suivants :

$$Cu + 2\oplus \rightarrow Cu^{++},$$
$$Cu + \oplus \rightarrow Cu^{+} \xrightarrow{H^2O} Cu^2O.$$

L'hydrolyse rétrograde dans le temps par suite de l'augmentation de l'acidité.

L'étude des courbes potentiel-temps semble confirmer cette manière de

voir, mais elle ne permet pas encore de choisir entre la théorie de Luther [1] et celle de Briggs.

MAGNÉTISME. — *Influence de la variation thermique du champ moléculaire sur la constante de Curie.* Note [2] de M. L. **Néel**, présentée par M. Pierre Weiss.

Entre deux atomes voisins d'un métal ferromagnétique existe une énergie d'interaction w, positive, qui varie avec la distance des deux atomes considérés. J'ai pu établir [3] les lois expérimentales de cette variation par la comparaison des propriétés magnétiques des métaux et confirmer [4] ces résultats par l'analyse des propriétés dilatométriques des ferromagnétiques. Il en résulte que la température modifie le coefficient n du champ moléculaire. En effet, lorsque la température s'élève, la substance magnétique se dilate et la distance moyenne de deux atomes voisins augmente d'où une première cause de modification de l'énergie d'interaction : effet de dilatation. En même temps, l'agitation thermique fait osciller les deux atomes autour d'une position moyenne et, comme l'énergie d'interaction n'est pas une fonction linéaire de la distance, un effet d'oscillation va modifier en outre l'énergie d'interaction. En première approximation, ces deux effets sont proportionnels à la température absolue et dépendent, le premier, de la dérivée première de l'énergie d'interaction par rapport à la distance, et, le second, de la dérivée seconde. On peut ainsi poser

$$n = n_0(1 + \rho T) \quad \text{(T, température absolue)}. \tag{1}$$

---

(1) Luther (*Z. phys. Chem.*, 34, 1900, p. 488; 36, 1901, p. 391) considère que l'anode peut être le siège de trois réactions, savoir :

(1) $Cu + \oplus \rightarrow Cu^{+}$ .... $\varepsilon_0 = 0,51$

(2) $Cu + 2\oplus \rightarrow Cu^{++}$ .... $\varepsilon_0 = 0,33$

(3) $Cu^{+} + \oplus \rightarrow Cu^{++}$ .... $\varepsilon_0 = 0,15$

tandis que Briggs (*Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 40, 1921, p. 231) réduit le mécanisme aux processus (1) et (3).

(2) Séance du 16 mars 1936.

(3) Néel, *Annales de Physique*, 5, 1936, p. 232.

(4) Néel, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 742.

Pour simplifier, supposons qu'il ne faille tenir compte que des énergies d'interaction entre un atome et ses $2p$ plus proches voisins, situés à la distance l; posons $u = w/N\mu^2$ (N, nombre d'Avogadro; μ, magnéton de Bohr). Soit mT le carré moyen de l'amplitude des oscillations relatives de deux atomes voisins; le coefficient ρ de la formule (1) s'écrit

$$n_0\rho = 2\alpha p l \frac{\partial u}{\partial l} + pm \frac{\partial^2 u}{\partial l^2} \qquad (\alpha, \text{ coefficient de dilatation}).$$

On en déduit qu'au-dessus du point de Curie, l'inverse de la susceptibilité atomique χ est toujours une fonction linéaire de la température donnée par une formule du type

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T - \Theta}{C} \qquad (\Theta, \text{ point de Curie}),$$

mais le coefficient C de cette formule n'est pas égal à la constante de Curie atomique C_0 que posséderait la substance si on la privait de ses interactions magnétiques; on a

$$C = C_0(1 + \rho\Theta). \tag{2}$$

L'expérience donne C. On possède les éléments nécessaires au calcul de C_0 dans le cas du nickel et dans le cas du cobalt. On a ainsi

	$\rho\Theta$.	C.	C_0.
Nickel	−0,146	0,323	0,379
Cobalt..................	+0,148	1,14	0,99

on remarquera que les corrections sont de signes contraires dans les deux cas.

Or la théorie quantique montre que, pour un spin non compensé par atome, la constante de Curie est égale à 0,372 et que, pour deux spin non compensés, elle est égale à 0,993. Ces deux valeurs sont très voisines des valeurs de C_0 obtenues respectivement pour le nickel et le cobalt. Il paraît donc séduisant d'admettre que le nickel et le cobalt possèdent respectivement 1 et 2 spin non compensés par atome, soit des configurations électroniques du type $3d^9 4s$ et $3d^8 4s$, la couche magnétique étant la couche $3d$ et l'électron $4s$ n'introduisant qu'un petit paramagnétisme indépendant de la température du type Pauli. Par analogie, le fer qui possède un électron de moins que le cobalt doit avoir la configuration $3d^7 4s$ avec trois spin non compensés par atome. La constante de Curie correspondante est 1,862. Sans qu'il soit possible, comme dans le cas du nickel et du cobalt, de cal-

culer avec précision la correction à apporter à la constante de Curie apparente 1,23, on peut affirmer que la correction nécessaire pour la ramener à la valeur 1,862 est compatible avec ce que l'on sait déjà des valeurs des dérivées de l'énergie d'interaction.

Indépendamment de toute interprétation, même si les conclusions du paragraphe précédent sont inexactes, il n'en reste pas moins que, pour tous les paramagnétiques à fort champ moléculaire, ce que l'on a appelé jusqu'ici constante de Curie n'est pas une vraie constante de Curie et ne doit pas être interprété comme telle. La formule 2 permet de calculer la valeur réelle C_0 qui doit être à la base des interprétations possibles.

SPECTROSCOPIE. — *Élargissement des raies du rayonnement des arcs sifflants.* Note (1) de M. **Thadée Peczalski**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude des concentrations des vapeurs de métaux dans les sels vaporisés dans l'arc électrique (2) nous a conduit à l'étude des rayonnements des arcs où se produisent des sifflements. Dans ces arcs des décharges électriques qui ont un caractère disruptif produisent des vaporisations rapides et discontinues des sels fondus sur l'anode.

Dans nos expériences l'anode était une baguette en charbon de 3^{mm} de diamètre qui passait par le centre d'une cuvette en porcelaine de 5^{cm} de diamètre. La cuvette contenait le sel à étudier qui couvrait l'électrode. La cathode en charbon était placée au-dessus du sel. A proximité de l'arc on avait mis une baguette en charbon perforée suivant sa longueur. Le rayonnement de l'arc passant par le canal de la baguette éclairait la fente du spectrographe. On a fait passer 10 ampères dans l'arc et le sel fondait dans la coupelle. Si le bout de l'anode est maintenu au niveau du liquide le débit du sel vaporisé est constant, la décharge électrique n'est pas troublée, l'arc est silencieux.

Si le sel liquide recouvre l'anode d'une couche de 1 à 2^{mm}, le liquide s'évapore rapidement au-dessus de l'anode, le sel fondu afflue des régions environnant l'anode qui fournissent à leur tour des vapeurs. L'arc siffle par suite des interruptions assez régulières de l'arc qui se produisent. En même

---

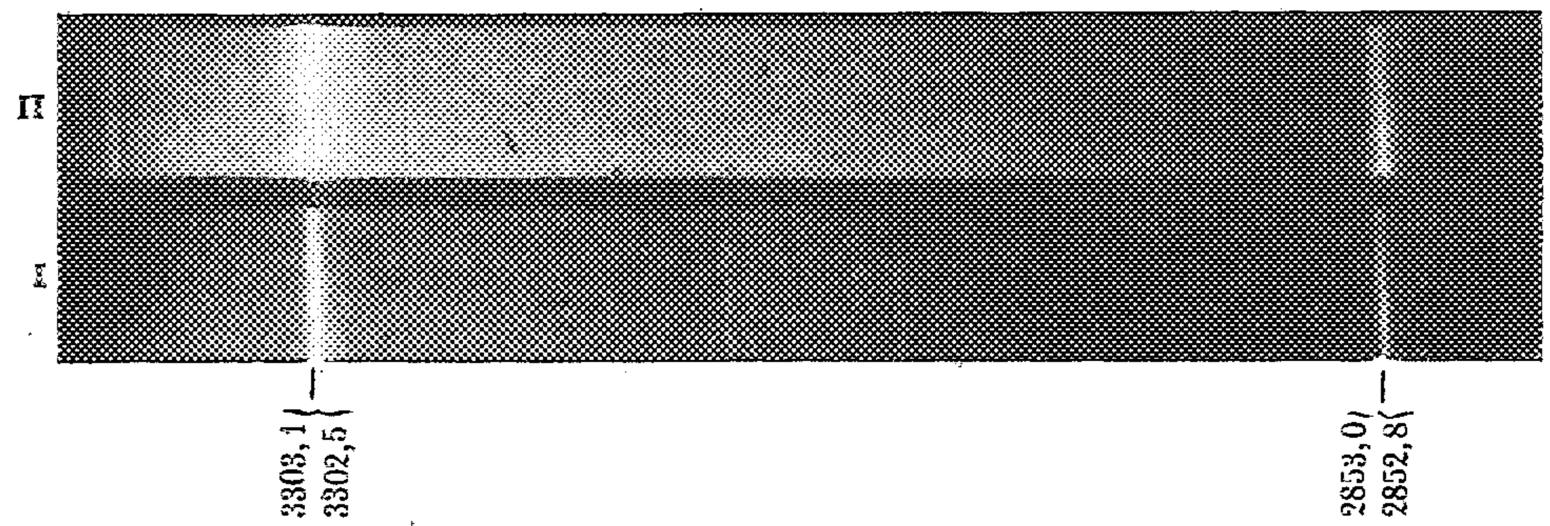
(1) Séance du 16 mars 1936.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1335.

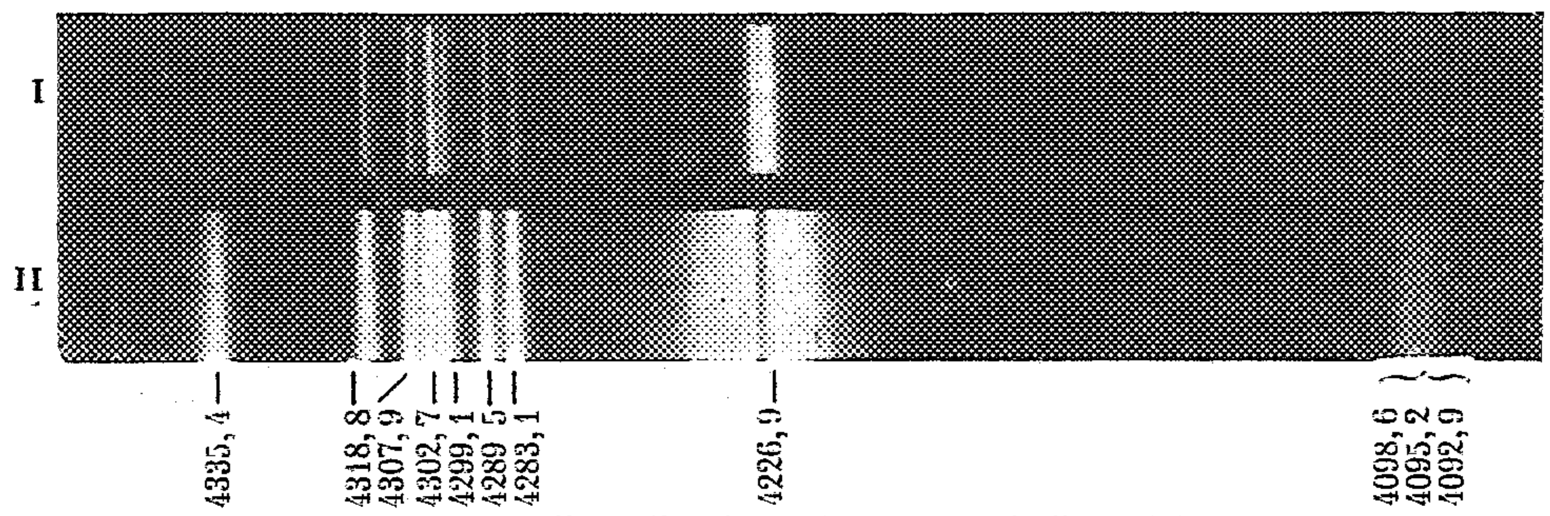
temps la quantité du sel vaporisé étant plus forte les concentrations des vapeurs des métaux des sels dans ces arcs sont plus grandes que dans le cas des arcs silencieux.

Les photographies des spectres (faite avec l'aide de M. Zahraj) montrent les élargissements des raies de Na et de Ca dans le rayonnement des arcs à NaCl et à $CaCl^2$.

Spectres des arcs à Na Cl.



Spectres des arcs à Ca Cl^2.



I, spectre de l'arc silencieux; II, spectre de l'arc sifflant.

Les vapeurs rayonnantes dans les régions très chaudes voisines de l'anode étant entourées de celles qui se trouvent dans les autres régions de l'arc, on observe dans les spectres des raies élargies entourées chacune d'un large fond d'une brillance plus faible qui est due au rayonnement des vapeurs à une plus forte concentration atomique.

Les spectres des arcs silencieux contiennent outre des raies des métaux du sel des raies de CN et d'autres encore; la vitesse de vaporisation du sel liquide dans ces arcs n'est pas suffisante pour que l'air ambiant n'y pénètre pas.

Les élargissements des raies de la série principale de Na dans les arcs

sifflants ont été observés jusqu'à 2512 Å (7e raie de la série $S_{1/2} - P_{1/2,3/2}$) et ceux des raies de Ca sont surtout observables sur les raies de résonance (4226,9 Å) et celles des triplets.

Des valeurs des élargissements observés, on conclut que la concentration des vapeurs de Na et de Ca dans l'arc sifflant étudié est une vingtaine de fois plus grande que dans l'arc normal.

Lorsque l'arc fonctionnait avec une intensité de courant I de 10 ampères, la tension V entre les électrodes était de 25 volts. Pendant les sifflements de l'arc, V passe de 25 à 35 volts, I de 10 à 9 ampères. Lorsque le niveau de NaCl liquide dépasse l'anode de 3mm, V est de 100 volts environ et I se réduit à 5 ampères.

L'énergie dissipée dans l'arc augmente quand l'arc siffle, cette énergie est employée en partie à volatiliser une plus grande quantité de sel et il en résulte des accroissements spontanés de V ou du gradient de potentiel dans l'arc. En conséquence, le spectre est plus riche en raies des vapeurs étudiées et ces raies sont plus intenses, l'énergie n'étant pas employée à exciter des atomes dans l'atmosphère environnante.

SPECTROSCOPIE. — *Isolement du triplet* 4358 Å *de l'arc au mercure pour l'obtention des spectres Raman.* Note de MM. Charles Sannié, Lucien Amy et Vladimir Poremski, présentée par M. Charles Fabry.

On utilise le plus souvent en chimie, pour l'obtention des spectres de Raman, la raie 4358 Å du triplet de l'arc de Hg; elle doit, pour cela, être isolée aussi parfaitement que possible. La plupart des auteurs ont cherché surtout à éliminer les raies 4046 et 4077 Å, qui provoquent l'apparition de bandes Raman de fréquences comprises entre 1500 et 3200 cm^{-1} dans la région même où s'observe une partie du spectre excité par 4358.

L'emploi de la raie 4358 présente par lui-même un inconvénient important. Les bandes Raman lointaines excitées par cette raie se trouvent dans une région spectrale (4700-5200 Å) noyée dans un fond continu plus ou moins intense, propre à l'arc de Hg. D'autre part, les raies 4916 et 4960 Å, assez intenses, diffusent sur la plaque et peuvent masquer certaines bandes. Enfin la sensibilité des plaques ordinaires décroît fortement à partir de 4900 Å, et les bandes lointaines peuvent passer inaperçues.

Le plus souvent, on évite ces inconvénients en faisant deux poses, l'une avec 4358 en filtrant 4046 et 4077, l'autre en éliminant seulement les longueurs d'onde plus courtes que 4046.

Il serait de beaucoup préférable d'obtenir le spectre Raman complet sur un seul cliché. Nous avons pu y parvenir en réalisant un filtre qui isole aussi parfaitement que possible le triplet 4358, à la fois du côté des courtes et des grandes longueurs d'onde. On supprime ainsi l'excitation par 4046 et 4077, le fond continu de l'arc de Hg et les raies 4916 et 4960 Å.

La valeur d'un tel filtre peut se définir par le rapport entre sa densité pour 4358 et celles pour chacune des raies à éliminer, 4046 et 4916.

Élimination des courtes longueurs d'onde. — Pour le nitrite de soude, fréquemment employé, le rapport des facteurs de transmission pour les deux raies 4358 et 4046 est d'environ 20. Les autres filtres proposés : verre red purple extra (Corning) et GC 3 (Schott), métadinitrobenzène, ne sont pas meilleurs, ainsi que de nombreuses autres substances dont on connaît l'absorption pour 4047 et que nous avons essayées : phosphotungstate de Na, $Cr^2O^7K^2$, $FeCl^3$ en solutions aqueuses, hydroquinone, nitraniline dans l'alcool, etc.

Le verre Corning Noviol A est excellent; le rapport ci-dessus défini est de 70 environ. Mais il faut l'employer sous une épaisseur de $0^{mm},2$, difficile à réaliser. A son défaut, nous avons adopté le *nitrobenzène* pour lequel le rapport est de 60.

Élimination des grandes longueurs d'onde. — Nous avons pris comme critère l'affaiblissement de la raie 4916, auquel correspond celui du fond continu situé de part et d'autre de cette raie.

Après essai de nombreuses substances déjà connues : chlorure de didyme, fluorescéine, sulfocyanure de cobalt, bleu Victoria, sulfate de praséodyme, nous avons essayé toute une série de corps bleus en solution : complexes phospho et arsénocéruléomolybdiques, MnO^4K, SO^4Cu ammoniacal, bleus d'aniline et d'helvétie, cristal-violet, violets de méthyle et de gentiane, verre bleu purple Corning, etc. Le rapport le plus élevé est de 10,8 avec le violet de gentiane.

Nous avons alors songé à utiliser des colorants rouges violacés. Ce sont les *rhodamines* S, 5G et 5G *extra* qui donnent les meilleurs résultats; les rapports sont égaux respectivement à 15, 20 et 19. La rhodamine 5G n'étant plus fabriquée, nous avons adopté la rhodamine 5G extra, qui est le chlorure de diméthyl-diamino-*o*-chlorophényldiméthylxanthylium. Ce colorant présente deux maxima d'absorption, le principal à 5312 Å, un second à 4954 Å; il est transparent dans le jaune et le rouge.

Utilisation du filtre. — Le filtre est constitué par une solution de nitrobenzène à 6 pour 100 et de rhodamine 5G extra à environ 1 pour 10000, dans

l'alcool éthylique à 96°. Cette concentration correspond, lorsqu'elle est utilisée sous 1^{cm} d'épaisseur, à une transmission de 1/1000 pour les raies 4046 et 4916 et 0,95 pour 4538.

On peut, du reste, obtenir telle densité que l'on désire vis-à-vis de l'une ou l'autre des raies 4046 et 4916. Une densité 1 pour chacune de ces raies correspond respectivement à une concentration de 2 pour 100 en nitrobenzène et de 0,03 pour 100 en colorant. Des concentrations doubles, triples, quadruples, ... permettent d'obtenir, indépendamment, les densités deux, trois ou quatre pour chaque raie.

Le filtre s'altère lentement sous l'influence du temps et surtout de la lumière. La transparence du nitro-benzène pour 4358 s'abaisse et le rapport des transmissions pour 4358 et 4046 diminue considérablement. En fait, même pour des poses donnant le spectre Raman complet de l'acétate de soude en solution aqueuse à 40 pour 100, cette altération est négligeable.

L'emploi de ce filtre avec des plaques orthochromatiques permet d'obtenir en une seule pose des clichés sur lesquels on ne voit, en dehors du spectre Raman, que le triplet d'excitation 4358, les raies jaunes de Hg et parfois, mais très faiblement la raie 4916 sans fond continu autour d'elle. L'interprétation d'un tel spectre est des plus aisée.

OPTIQUE. — *Température de l'hélium dans la décharge en haute fréquence.* Note de M. **Jean Roig**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. L'étude de la largeur des raies émises par un tube de Geissler donne pour le gaz la même température que pour le milieu extérieur ([1]). La décharge en haute fréquence produit au contraire un échauffement notable des tubes à gaz raréfié. Je me suis proposé de déterminer les températures atteintes par les atomes émetteurs; les mesures n'exigent pas une grande précision car la température de l'enceinte n'est pas absolument uniforme.

II. Les tubes sont placés au centre d'un solénoïde parcouru par des courants de haute fréquence; la longueur d'onde est de 14^{m}; il est difficile, dans ces conditions, d'employer un thermomètre à mercure ou un couple thermoélectrique; j'ai utilisé un thermomètre à air.

Le tube à décharge est à double enceinte : un réservoir central en verre mince communique avec l'air extérieur par un capillaire; le tube extérieur

([1]) Buisson et Fabry, *J. de Phys.*, 2, 1912, p. 450.

est relié à une installation à vide; le gaz s'illumine dans l'espace annulaire compris entre les deux parois. Durant le passage de la décharge le réservoir central se met en équilibre thermique avec le gaz; une partie de l'air qu'il renferme s'échappe; je mesure au refroidissement les variations de volume à pression constante (pesées de mercure) ou les variations de pression à volume constant.

III. Il est intéressant de contrôler ces mesures par des mesures optiques : les anneaux à l'infini produits par une radiation s'estompent et disparaissent quand on fait croître la différence de marche.

Le mouvement thermique des atomes détermine ainsi par effet Doppler un élargissement des raies qui brouille les anneaux pour l'ordre d'interférence limite

$$N = 1,22 \times 10^6 \sqrt{\frac{m}{T}},$$

m est la masse de l'atome émetteur, T la température absolue du gaz.

Il existe encore d'autres causes d'élargissement dont l'effet s'ajoute au précédent; pour diminuer leur influence, il faut étudier un gaz léger sur lequel l'action de la température sera prépondérante. J'ai employé l'hélium; la raie 6678 est simple; la raie 5876 est un doublet, mais l'une des composantes est très faible et ne gêne pas dans les mesures.

Les anneaux ont été observés avec un interféromètre de Michelson; la séparatrice est assez fortement argentée, pour éliminer un système parasite d'anneaux produits par l'autre face de la séparatrice. Ces mesures comportent deux causes d'erreur :

D'une part, il faut disposer d'une quantité suffisante de lumière; audessous d'un certain éclat l'œil apprécie mal la disparition des anneaux. D'autre part, il faut éviter de prendre des sources trop poussées; l'absorption élargit alors les raies et peut même renverser la raie jaune (1).

La pureté du gaz a une grande importance dans ces mesures : des traces d'eau ou d'hydrogène gênent considérablement l'illumination de l'hélium; or le tube à réservoir intérieur est très difficile à dégazer, même par chauffage en haute fréquence; j'ai obtenu des résultats satisfaisants en laissant le tube en permanence sur l'installation à vide; les impuretés sont condensées dans les pièges à air liquide, à mesure qu'elles se dégagent.

IV. Le tableau ci-après donne les résultats des mesures; les trois premières colonnes concernant le fonctionnement de l'oscillateur.

---

(1) BURGER, *Zeits. für Physik*, 38, 1926, p. 437.

Tension de plaque (volts).	Courant de grille (milliamp.).	Courant de plaque (amp.).	Pression du gaz (mm).	Température mesurée (degrés).	Ordre d'interférence calculé.	Ordre d'interférence mesuré	
						raie jaune.	raie rouge.
1760...	19	0,190	0,057	187	114000	108000	103000
1840...	15	0,200	0,930	250	106500	104000	"
1880...	7	0,160	0,190	210	111000	108000	106000
1800...	12	0,180	0,326	196	113000	105000	104500
2160...	9	0,190	0,318	205	111500	108000	104000
" ...	"	"	0,088	215	110500	108000	"

Bien que les conditions du tube aient varié dans d'assez larges limites, la température est toujours demeurée au voisinage de 200° centigrades; les raies sont légèrement élargies, vraisemblablement par absorption; les écarts entre les ordres d'interférence trouvés par les deux raies sont systématiques et du même ordre que l'écart avec les nombres calculés.

FLUORESCENCE. — *Polarisation de la radiation* $\lambda = 2139$ Å *émise par résonance optique d'un jet d'atomes de zinc.* Note (1) de MM. **Paul Soleillet** et **Serge Nikitine**, présentée par M. Pierre Weiss.

Lors de recherches (2) sur la résonance optique de la vapeur de zinc sous l'influence de la radiation $\lambda = 2139$ Å ($1\,{}^1S_0 - 2\,{}^1P_1$), l'un d'entre nous avait pu affirmer, dans l'observation à angle droit du faisceau excitateur non polarisé, l'existence d'une polarisation imparfaite.

La mesure a été reprise par les auteurs. La lumière provenant d'un arc au zinc dans le vide, excite, sans filtrage préalable, un jet d'atomes de zinc dans le vide. Dans ces conditions, la résonance de la radiation $\lambda = 2139$ Å est seule observable (3). Dans un champ magnétique faible de 0,53 gauss, dirigé suivant la direction du faisceau excitateur, la polarisation des faisceaux émis à angle droit de ce dernier est de 74 pour 100, l'orientation du maximum étant dans le plan des vibrations excitatrices. Il est à présumer, comme le laisse croire un travail préalable (4) sur une raie de réso-

(1) Séance du 16 mars 1936.

(2) P. Soleillet, *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 723.

(3) P. Soleillet, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 372.

(4) P. Soleillet et S. Nikitine, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 201.

nance d'un autre métal, que le nombre serait le même dans le cas de l'excitation de vapeur non dirigée.

Ce nombre, rapproché de celui, 67 pour 100, trouvé (1) pour la polarisation dans des conditions analogues de la radiation $\lambda = 3076\,\text{Å}$ ($1\,{}^1S_0 - 2\,{}^3P_1$) du zinc, pose la question de la raison de cette polarisation imparfaite. Faut-il en conclure, comme pour le cadmium, l'existence d'isotopes impairs dont la structure hyperfine des niveaux énergétiques serait responsable de la dépolarisation observée. Mais la proportion exigée de ces isotopes paraît peu compatible avec ce que l'on sait des isotopes du zinc.

PHOTOCHIMIE. — *Sur le rayonnement émis dans la déshydratation et l'hydratation du sulfate de quinine.* Note de MM. **René Audubert** et **M. Prost**, présentée par M. Jean Perrin.

La déshydratation et l'hydratation du sulfate de quinine sont accompagnées de phénomènes complexes. A côté de la faible luminescence visible on observe une émission de petits ions très facilement absorbables (parcours de l'ordre du micron à la pression atmosphérique) (1).

Nous nous sommes demandé s'il n'y avait pas aussi émission de rayonnement ultraviolet. L'expérience a été faite en utilisant comme dispositif de détection un compteur photoélectrique à CuI, qui, ainsi que l'un de nous l'a montré (2), est sensible à des énergies de l'ordre de 10^{-10} erg/sec/cm² dans un domaine spectral s'étendant environ de 2500 Å à 2000 Å; la couche de sulfate de quinine étant étendue sur un disque chauffant de 4^{cm} de diamètre, à 2^{cm} de la cellule.

Au cours des transformations du sulfate, on observe un très fort accroissement du nombre de décharges dans la photocellule (nombre qui est au minimum plusieurs dizaines de fois supérieur à celui de la fréquence spontanée à l'obscurité).

Les résultats essentiels que nous avons obtenus sont les suivants :

1° Pour une préparation donnée, dans des conditions de chauffage et de

---

(1) M. Curie et M. Prost, *Comptes rendus*, 192, 1930, p. 1729; M. Prost, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 143.

(2) René Audubert, *Comptes rendus*, 200, 1934, p. 389; *Journal de Physique*, 6, 1935, p. 451.

refroidissement déterminées, le phénomène est bien reproductible ([1]) tant dans sa grandeur que dans son allure, aussi bien à la déshydratation qu'à l'hydratation.

2° L'émission qui accompagne l'hydratation est 6 à 8 fois plus grande que celle liée à la déshydratation.

3° Si l'on compare entre elles des préparations d'épaisseur différentes, l'intensité de l'émission est sensiblement constante, du moins pour des couches continues, qui ne peuvent, du reste, être obtenues qu'à partir d'une densité supérieure à $2,5.10^{-3}$ g/cm². Aussi est-on amené à conclure que le rayonnement enregistré provient des couches superficielles.

4° Comme on pouvait s'y attendre, l'action d'un champ magnétique même intense n'exerce aucune influence sur le phénomène.

On peut songer que des modifications dans la structure cristalline peuvent pour une part, particulièrement lors de la déshydratation, être responsables de l'émission de rayonnement ultraviolet; mais, en ce qui concerne l'hydratation, il est normal d'admettre que la majeure partie de l'effet est liée à la fixation des molécules d'eau par la molécule de sulfate de quinine. Dans cette hypothèse, il est intéressant de comparer l'énergie du rayonnement à celle due à la chaleur de la réaction.

Dans un calcul d'ordre de grandeur, si l'on considère une couche d'épaisseur assez mince pour pouvoir négliger l'absorption par les parties profondes, on peut, à partir de la sensibilité absolue de la cellule ([2]), évaluer l'énergie ultraviolet W_1 émise; d'autre part, la chaleur d'hydratation étant 14900 calories, on peut calculer l'énergie W_2 correspondant au poids de substance utile.

On trouve ainsi pour le rapport W_1/W_2 des valeurs comprises entre 10^{-13} et 10^{-14}. L'effet ultraviolet ne représentait donc qu'une fraction extrêmement petite de l'énergie libérée dans l'hydratation. Il est intéressant de remarquer que l'on obtient un ordre de grandeur analogue dans le rendement des émissions dues à des phénomènes très différents tels que les réactions chimiques, les oxydations anodiques et l'effet Reboul.

Si les deux effets correspondant à l'hydratation et à la déshydratation ne sont pas de même origine, il y a de grandes chances pour que les rayonnements émis dans ces deux cas aient des domaines spectraux

---

([1]) A condition de tenir compte des variations, toujours possibles, de la sensibilité du compteur au cours du temps.

([2]) René Audubert, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 918.

d'émissions différentes. Quoi qu'il en soit, ces premières expériences mettent en évidence d'une manière indiscutable l'existence parmi les effets complexes accompagnant les transformations du sulfate de quinine d'un rayonnement ultraviolet compris entre 2500 et 2000° Å.

RADIOCHIMIE. — *Influence de la nature et de la position des groupements sur le photopotentiel des amines aromatiques substituées.* Note de Mlle **Hoang Thi Nga**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une étude précédente sur l'effet photovoltaïque des substances organiques, nous avons constaté que le photopotentiel instantané existe seulement pour certaines molécules, notamment celles qui contiennent un groupement ayant un ou plusieurs atomes d'azote ([1]), telles que les amines, les amides, les oximes, les semi-carbazones. D'autre part l'expérience a montré que c'est surtout avec les amines que l'effet est net et reproductible, ce qui nous a amené à regarder la fonction NH^2 comme un groupement photoélectroactif sélectionné ([1]). En partant de cette considération, nous avons voulu voir ce qui arriverait pour des amines aromatiques substituées, telles que les anilines halogénées, méthylées, nitrées selon que le deuxième groupement est en position ortho, méta ou para par rapport à la fonction NH^2.

Ces substances ont été étudiées à l'état pur, en solution N/20, sur support de Pt. Comme elles absorbent toutes dans le proche ultraviolet, nous avons employé comme source lumineuse une lampe à vapeur de Hg. D'autre part, les courbes d'absorption d'une même série ont généralement leurs maxima voisins, on est assuré, pour une même source de lumière, que les quantités d'énergie absorbées sont pour toutes les substances sensiblement les mêmes, ce qui donne un sens à la comparaison des photopotentiels instantanés mesurés. Les mesures ont été faites à la température de 18° dans des solutions aqueuses de IK, ClK, SO^4K^2, SO^4Cu, HCO^2Na, ClO^3K à N/200.

A part les iodanilines, tous ces corps se sont révélés stables pendant les mesures, et nous avons constaté, pour toutes les séries de substances étudiées, que l'effet augmente nettement quand on passe des composés ortho aux composés méta, mais entre ces derniers et les composés para, le photopotentiel ne présente presque pas de différence ; aux erreurs d'expériences

---

([1]) Mlle Hoang Thi Nga, *J. Chim. phys.*, 32, 1935, p. 734.

près, les composés méta et para ont pratiquement la même sensibilité photovoltaïque. Si l'on cherchait à rapprocher ces faits des propriétés chimiques de ces molécules, on pourrait se demander s'il n'y aurait pas un lien entre l'effet photovoltaïque d'une part et la réactivité chimique d'autre part. On sait, en effet, que dans les composés ortho, l'influence mutuelle des deux groupements voisins retentit souvent profondément sur le processus réactionnel, lequel est différent quand les groupements sont loin les uns des autres, comme c'est le cas dans les composés méta et para.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Radioactivité artificielle de l'étain.* Note [1] de M. **M. E. Nahmias**, présentée par M. Jean Perrin.

En dehors de quelques éléments légers (Li, Be, B, C, N, O) et des gaz rares il existe quelques éléments lourds, dont l'étain et le plomb qui jusqu'ici n'ont montré aucune activité induite à la suite d'irradiation par des neutrons. Certains éléments, dont le bismuth [2], donnent des effets encore discutés, mais pour le plomb et l'étain rien n'avait encore été observé.

Je me proposais, pour étudier les gaz rares, d'irradier un compteur Geiger-Muller en étain et rempli avec différents gaz. En essayant le compteur, rempli d'air à la pression de 5^{cm} de mercure, au point de vue de son fonctionnement, j'ai voulu vérifier que l'étain était bien inactif après irradiation par une source de 300-200 millicuries de (Radon + Be). J'ai au contraire constaté qu'il présentait une activité faible mais non négligeable décroissant avec une période d'environ 6 minutes.

J'avais utilisé comme paroi du compteur du tube d'étain commercial (compteur 1) de 2^{mm} d'épaisseur, d'un diamètre extérieur de 16^{mm} et long de 55^{mm}. Les isolants étaient constitués par de l'ambre, le fil intérieur était en tungstène et les bornes sur les bouchons d'ambre en laiton. Désirant éliminer une activité possible de tous ces accessoires j'ai fait un compteur semblable en plomb. Aucune activité induite n'a pu être décelée avec ce compteur. J'ai alors fait un autre compteur avec une paroi d'étain chimiquement pur (compteur 2). Le phénomène est resté absolument identique.

---

(1) Séance du 16 mars 1936.

(2) L. Sosnowski, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1027; P. Preiswerk et von Halban jun., *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 722.

Différentes pressions d'air à l'intérieur du compteur pas plus que la substitution à cet air de l'argon ([1]) n'ont eu d'effet sur l'activité observée. Celle-ci est donc bien due à l'étain et non aux autres éléments du compteur. Quant aux impuretés de l'étain, le fait d'avoir observé une activité identique avec le compteur 1, certainement moins pur que le compteur 2 rend cette hypothèse très peu probable. D'ailleurs les impuretés possibles ne donnent pas une activité décroissant avec une période de 6 minutes.

J'ai irradié les compteurs 1 et 2, soit dans l'air soit en les plaçant avec la source au centre d'un cylindre en paraffine de 20^{cm} de haut et 20^{cm} de diamètre. Avec la paraffine l'effet résiduel est environ trois fois plus important que dans l'air. Le compteur 1 donne comme mouvement propre 30 impulsions ([2]) par minute dues au rayonnement cosmique, à l'activité du laboratoire et aux impuretés radioactives de longues périodes ayant contaminé le compteur. A la suite d'une irradiation dans la paraffine le compteur donne une activité supplémentaire de 70 impulsions par minute. Pour l'irradiation dans l'air, cette activité n'est que de 25 impulsions par minute immédiatement après l'enlèvement de la source. J'ai fait des irradiations variant de une minute à 12 heures. Après une demi-heure d'irradiation l'activité induite n'augmente plus.

L'effet protonique tend à prouver qu'il y a capture du neutron ralenti. La réaction suivante est par conséquent la plus probable :

$$^{122}_{50}\mathrm{Sn} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{123}_{50}\mathrm{Sn} \rightarrow ^{123}_{51}\mathrm{Sb} + e_{-}.$$

L'isotope 122 de l'étain existant en faible proportion (5 pour 100) expliquerait le faible rendement de cette émission.

Vu la faible activité ([3]) du détecteur, ici constitué par le compteur lui-même [un électron par minute par centimètre carré avec 100 mc. de (Rn + Be) dans la paraffine], on comprend pourquoi on n'observe pra-

([1]) Cette partie des expériences a été faite en collaboration avec M. La Goldstein, comme préliminaire pour l'étude des gaz rares.

([2]) L'enregistrement est fait au moyen d'un amplificateur du type Rossi, à deux étages, transformateur, thyratron et numérateur téléphonique convenablement modifié.

([3]) A titre de comparaison je signale qu'un compteur d'aluminium semblable, irradié dans les mêmes conditions, sans paraffine, pendant 5 minutes, donne 200 impulsions en plus du mouvement propre, et que 1$^{cm^2}$ d'argent activé dans le cylindre de paraffine pendant une minute et amené devant le compteur en Al (paroi 0^{mm},2) 20 secondes après l'éloignement de la source, donne encore 250 impulsions dans la première minute.

tiquement rien en irradiant de l'étain que l'on amène ensuite devant un compteur. Il se peut aussi que des électrons émis soient peu énergiques.

La faible émission observée a l'inconvénient de donner des courbes de décroissance à partir desquelles on ne peut pas déduire une valeur précise de la période T. Ainsi pour cinq décroissances logarithmiques on trouve des périodes allant de 5,5 à 12 minutes (moyenne 8,5 minutes). Par contre en employant la méthode suivante [1] on a une meilleure précision. On compte le nombre n d'impulsions de t_0 à t_1 (en prenant $t_1 - t_0 = \tau$, environ 1,6 fois la valeur de la période déduite des courbes de décroissance). Si N représente le nombre total d'impulsions enregistrées jusqu'à la décroissance pratiquement complète du produit (quatre fois la période) on a

$$\frac{n}{N} = e^{-\frac{\tau}{T}}.$$

Je trouve ainsi des périodes comprises entre 5,3 et 7,1 minutes, avec une moyenne de 6 minutes.

RADIOACTIVITÉ. — *Entraînement du protactinium par le titane et méthode de fractionnement.* Note de Mme **Emmanuel-Zavizziano**, présentée par M. Jean Perrin.

Purification chimique du précipité de titane protactinifère. — Nous avons montré [2] qu'on peut réaliser l'entraînement de Pa en hydrolysant une solution acide protactinifère de sulfate de titane en présence de SO^2. Mais, lorsqu'on opère avec une solution de minerai (pechblende) contenant des métaux tels que Sn, Bi, Pb, etc., ceux-ci sont également entraînés dans l'hydrolyse. Nous avons donc essayé de les éliminer, en les précipitant à l'état de sulfures par H^2S en milieu acide, avant d'effectuer l'hydrolyse du sulfate de titane; mais la perte en Pa que nous avons constatée nous a fait renoncer à ce procédé. Cette perte est due bien plutôt à une adsorption qu'à la formation d'un *sulfure* insoluble de Pa. Nous avons pu voir, en effet, que la formation d'un précipité quelconque dans un milieu acide autre que FH (le meilleur solvant de Pa) comportait toujours une perte en Pa.

Nous avons alors tâché de mettre en solution les impuretés chimiques en

(1) R. Peierls, *Proc. Roy. Soc.*, **149**, 1935, p. 467.
(2) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1843.

gardant insoluble l'hydrate de titane protactinifère. Comme c'était l'étain qui constituait la principale impureté, nous comptions l'enlever en transformant son hydrate en stannate soluble par une solution normale de soude agissant à douce température. Mais il n'est ainsi que partiellement éliminé. Aussi avons-nous traité l'ensemble des hydrates de Ti, Sn, Bi, Pb par du sulfure d'ammonium jaune, qui laisse l'hydrate de Ti intact et transforme celui de Sn en polysulfure soluble et ceux de Bi et de Pb en sulfures insolubles. De cette manière, la totalité de Sn passe en solution en abandonnant tout le Pa dans le précipité d'hydrates et de sulfures. Si l'on acidule, en effet, la solution de sulfhydrate d'ammonium, le sulfure de Sn précipité se montre tout à fait inactif.

Le mélange d'hydrates et de sulfures est traité sur filtre par FH dilué; les hydrates de Ti et de Pa s'y dissolvent, tandis que les sulfures de Bi et de Pb restent isolubles. On n'a plus qu'à débarrasser cette solution fluorhydrique des impuretés radioactives.

Purification radioactive. — Nous avons apporté une certaine variante à la méthode indiquée dans la précédente Note. Au lieu d'ajouter les entraîneurs des radioéléments autres que Pa dans la solution fluorhydrique elle-même, dans laquelle ils sont insolubles (ce qui l'en débarrasse assez mal), nous avons préféré opérer de la façon suivante : à la solution fluorhydrique, on ajoute 1^{cm^3} de SO^4H^2 concentré, on évapore complètement FH, on reprend par l'eau et l'on précipite par AmOH. On dissout l'hydrate obtenu dans ClH, et c'est dans cette solution qu'on ajoute quelques gouttes de solutions à 1 pour 100 de nitrates de La, Bi, Th, Pb, Ba. On précipite alors le tout par AmOH et SO^4Am^2 à chaud, on lave, et l'on ne dissout sur filtre par FH que l'hydrate de Ti et celui de Pa. On répète trois à quatre fois toute la suite des opérations : redissolution dans $FH + SO^4H^2$, évaporation de FH, et l'on débarrasse ainsi complètement la préparation protactinifère des autres corps radioactifs.

N. B. — Lors de la redissolution dans FH des hydrates précipités par AmOH, il faut laver ces derniers très soigneusement au moyen de SO^4Am^2 à 2 pour 100, de façon à ne laisser aucune trace d'AmOH. Celle-ci donnerait en milieu fluorhydrique des fluorures doubles de Pa et d'Am d'une part, de Ti et d'Am d'autre part, qui ne seraient ensuite ni hydrolysables ni complètement précipitables par AmOH. En pareil cas, on décomposerait ces fluorures, après évaporation de FH de la solution, en continuant à les chauffer en présence de SO^4H^2, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de dégagement de FH.

Concentration en protactinium. — Nous avons essayé au début d'enrichir nos préparations protactinifères en Pa par des hydrolyses successives dans des milieux de plus en plus acides. Nous avons dû renoncer assez tôt à ce mode de fractionnement, parce que les solutions qui accompagnaient les précipités étaient colloïdales et retenaient une grosse partie de Pa.

Nous avons alors choisi un autre procédé : lorsqu'on peroxyde par H^2O^2 du titane, en solution sulfurique plus ou moins acide et étendue, et qu'on chauffe jusqu'à l'ébullition, on constate qu'une partie seulement du titane précipite à l'état de peroxyde jaune, en entraînant une certaine proportion de Pa. Les quantités de Ti et de Pa précipitées varient avec la concentration en acide, la proportion de H^2O^2 employée et le temps de chauffage.

Nous avons commencé par n'ajouter que très peu de H^2O^2, deux ou trois gouttes de perhydrol pour 900^{cm^3} de solution, mais dans des solutions d'acidités différentes.

1° Partis d'une préparation de TiO^2 — Pa d'activité 40 fois plus forte que U^3O^8, nous avons obtenu en solution 0,03 N environ, portée à 85° pendant une demi-heure, une nouvelle préparation d'activité 52, après avoir éliminé 23 pour 100 de TiO^2 inactif;

2° Dans une solution d'acidité normale, après 3/4 d'heure d'ébullition, la préparation précédente, d'activité 52, a donné un produit dont l'activité était de 135, soit 2,6 fois plus forte que celle dont on était parti; 69 pour 100 de TiO^2 étaient éliminés, mais retenaient par contre 12 pour 100 de Pa.

Lorsqu'on ajoute un excès de H^2O^2, on constate au bout d'un certain temps de chauffage que la coloration jaune-orangé s'atténue très fortement et demeure pâle, malgré la présence de H^2O^2. Celle-ci doit jouer, probablement, le rôle de réducteur et décomposer à nouveau le complexe formé. Le titane précipite alors en grande quantité, ce qui n'offre aucun intérêt au point de vue du fractionnement.

Nous poursuivons en détail la mise au point complète de ce mode d'enrichissement.

RADIOACTIVITÉ. — *Mesures calorimétriques de l'énergie de désintégration dans la famille de l'actinium.* Note [1] de M. ALEX SANIELEVICI, présentée par M. J. Perrin.

1. J'ai mesuré, à l'aide d'un microcalorimètre adiabatique [2], l'effet thermique du rayonnement de l'Ac en équilibre, contenu dans un oxyde de lanthane actinifère radioactivement pur. Le produit était étalé sur une surface de 5^{mm} de rayon, au centre d'un disque d'Al de 40^{μ} d'épaisseur qui constituait le plan équatorial d'une coquille hémisphérique en Al de 1^{mm} de paroi et 11^{mm} de diamètre. Dans ce système, les rayons α et de recul sont complètement absorbés; les rayons β sont totalement absorbés dans l'angle 2π, l'absorption dans 40^{μ} Al étant négligeable; l'énergie des rayons γ émis dans le même angle est absorbée en partie. On a donc

$$\Delta Q_1 = E(\alpha + r) + \frac{1}{2} E_\beta + \frac{x}{2} E_\gamma.$$

La sphère est ensuite complétée à l'aide d'une deuxième coquille. Le débit de chaleur observé sera évidemment

$$\Delta Q_2 = E(\alpha + r) + E_\beta + x E_\gamma.$$

Ces équations donnent immédiatemment $E(\alpha + r)$ et $E_\beta + x E_\gamma$. Les moyennes de trois séries de mesures sont, par milligramme de produit,

$$E(\alpha + r) = 7,15 \cdot 10^{-3} \text{ calg}, h^{-1},$$

$$E_\beta + x E_\gamma = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ calg} \cdot h^{-1} = 3,9 \text{ pour } 100\ E(\alpha + r)$$

2. J'ai mesuré l'effet thermique du rayonnement de Ac → Ac C″ absorbé dans des écrans sphériques [3] de P*b*, de 2, 5, 8, 10, 20 et 35^{mm} de paroi. Les débits de chaleur observés dans ces conditions représentent l'énergie $E(\alpha + r) + E_\beta$ des rayons α, de recul et β, plus une proportion de plus en plus grande d'énergie γ. Les différences entre les débits thermiques expérimentaux et $E(\alpha + r)$, calculables d'après les résultats du paragraphe 1, permettent de tracer la courbe d'absorption de l'énergie γ dans des épaisseurs croissantes de P*b*. Cette courbe fournit par extrapolation la limite supé-

---

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) AL. SANIELEVICI, *J. Chim. phys.*, 30, 1930, p. 513-527.

(3) I. ZLOTOWSKI, *J. de Phys. et le Radium*, 6, 1935, p. 242-252.

rieure de $E(\beta+\gamma)$, correspondant à l'absorption totale des rayons γ. On trouve

$$\text{lim. sup. } E(\beta+\gamma) = 10{,}0 \text{ pour } 100\ E(\alpha+r).$$

D'autre part, le rayonnement γ de Ac $\rightarrow$ Ac C″ filtré à travers 20^{mm} Pb se comporte comme pratiquement homogène, avec un coefficient $\mu/\rho=0{,}08$. Mme P. Curie et P. Savel [1] ont trouvé par la méthode d'ionisation : $\mu/\rho=0{,}076$.

3. J'ai mesuré le débit thermique du rayonnement de (AcB + C + C″) absorbé dans un écran hémisphérique en Al de 1^{mm} de paroi. Les sources préparées par activation dans An, donnent $T_{AcB} = 35{,}8$ minutes (± 2 pour 100) en bon accord avec la période 36,0 minutes actuellement admise. La différence entre le débit thermique mesuré à un instant donné et l'énergie des rayons α et de recul émis au même instant par l'actinium C de la source (énergie calculable à partir du nombre et de l'énergie connus des particules α) représente l'énergie des rayons β de AcB + C″, plus celle de la fraction de rayonnement γ absorbée dans 1^{mm} Al. L'énergie moyenne des rayons β de AcC″ étant $4{,}7.10^5$ eV [2], on calcule que l'énergie moyenne des rayons β de AcB est $3{,}7{,}10^5$ eV (± 3 pour 100) (M. Lecoin a trouvé, d'après détente Wilson $3{,}6{,}10^5$ eV). Notre calcul néglige la fraction d'énergie du rayonnement γ associé qui est absorbée dans 1^{mm} Al; l'excellente concordance des nombres ci-dessus montre que cette fraction d'énergie est inférieure aux erreurs expérimentales. En définitive l'énergie $E\beta$(AcB + AcC″) des rayons β primaires de Ac $\rightarrow$ AcC″ représente 2,6 pour 100 de l'énergie $E(\alpha+r)$ des rayons α et de recul émis par cette famille radioactive.

4. Les résultats ci-dessus permettent de répartir comme suit l'énergie du rayonnement total de Ac $\rightarrow$ AcC″ :

Rayons α et de recul	90,9	pour 100
» β primaires	2,4	»
» γ et β secondaires	6,7	»
	100,0	»

Un calcul approximatif basé sur la structure fine α de Ac $\rightarrow$ AcC″ [3]

---

(1) *J. de Phys. et le Radium*, 8, 1933, p. 457-458.

(2) M. Lecoin, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1931.

(3) Mme P. Curie et S. Rosenblum, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1598.

permet d'évaluer à 2 pour 100 $E(\alpha + r)$ au maximum, l'énergie γ correspondant à l'excitation des noyaux, consécutive à l'émission des particules α moins rapides. La grande importance de la structure fine α dans la famille de l'actinium rendrait donc compte d'un peu moins du tiers de l'énergie γ effectivement émise.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le spectre continu β de l'actinium* B. Note [1] de M. **Marcel Lecoin**, présentée par M. Jean Perrin.

Le spectre continu des rayons β de l'AcB a été étudié au moyen de l'appareil Wilson selon une méthode déjà décrite [2].

L'AcB pur est déposé par activation sur une languette de cellophane de $0^{mm},08$ d'épaisseur : cette languette était substituée pendant une seconde environ à une plaque métallique de grande surface, placée à 1^{cm} au-dessus d'un produit d'actinium; une tension de 800 v. étant établie entre la languette ou la plaque et le produit. On obtient ainsi de l'actinium B initialement pur ainsi qu'on le contrôle en suivant la croissance du rayonnement α de l'AcC à l'électroscope.

La languette est ensuite introduite à l'intérieur de la chambre de Wilson et la détente effectuée aussitôt; l'intervalle de temps séparant l'activation de la détente étant toujours inférieur à 45 secondes. Le calcul montre que dans ces conditions le rapport du nombre de désintégrations α de l'AcC au nombre de désintégrations β de l'AcB dans l'intervalle de temps dt doit être inférieur à 20 pour 100 et qu'il en est de même pour le rapport du nombre de désintégrations β de l'AcC″ au nombre de désintégrations β de l'AcB. Ce résultat est confirmé expérimentalement par la statistique du nombre de rayons α dus à la désintégration de l'AcC apparaissant sur les clichés : 200 rayons α ont été photographiés pour 1150 rayons β n'ayant pas traversé la cellophane.

Pour s'assurer d'autre part que l'AcB déposé ainsi s'est bien toujours trouvé initialement pur, 2 statistiques différentes ont été faites ; la première avec les clichés comportant moins de 1 α pour 4 β, la seconde avec ceux pour lesquels la proportion de α est supérieure : les deux statistiques qui

---

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 405; 200, 1935, p. 1931.

portent à peu près sur le même nombre de rayons coïncident aux erreurs statistiques près.

La figure 1 représente en pointillé la courbe de répartition spectrale des rayons β de AcB accompagnée de 20 pour 100 d'AC″ telle qu'elle résulte de la statistique; la courbe en traits pleins correspond au spectre de l'AcB

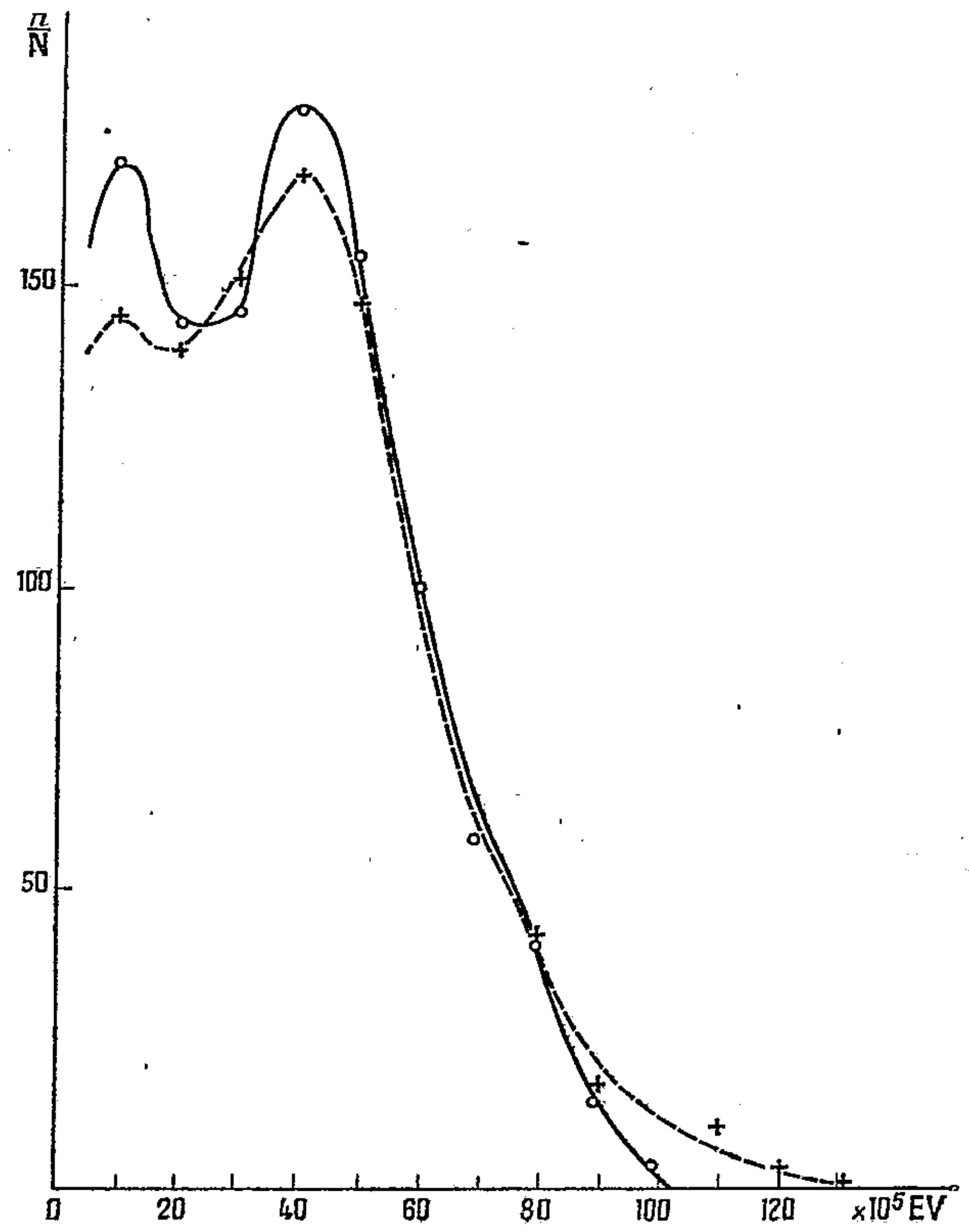


Fig. 1.

pur, la correction de 20 pour 100 d'AcC″ étant faite à partir du spectre continu que j'ai déjà publié (1). Cette courbe montre un maximum pour $E = 5.10^5$ eV. La figure 2 représente la courbe obtenue en portant en ordonnées le nombre représentant le produit n/N par l'énergie moyenne de ces n rayons. Cette courbe délimite une surface mesurant l'énergie moyenne des désintégrations pour l'AcB. Cette énergie est de $3,6.10^5$ eV.

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1931.

en accord avec le nombre obtenu par M. Sanilievici par une méthode calorimétrique (voir la Note ci-dessus). Cette courbe se termine comme celle de l'AcC″ et celle du MTh_2 par une partie rectiligne coupant l'axe

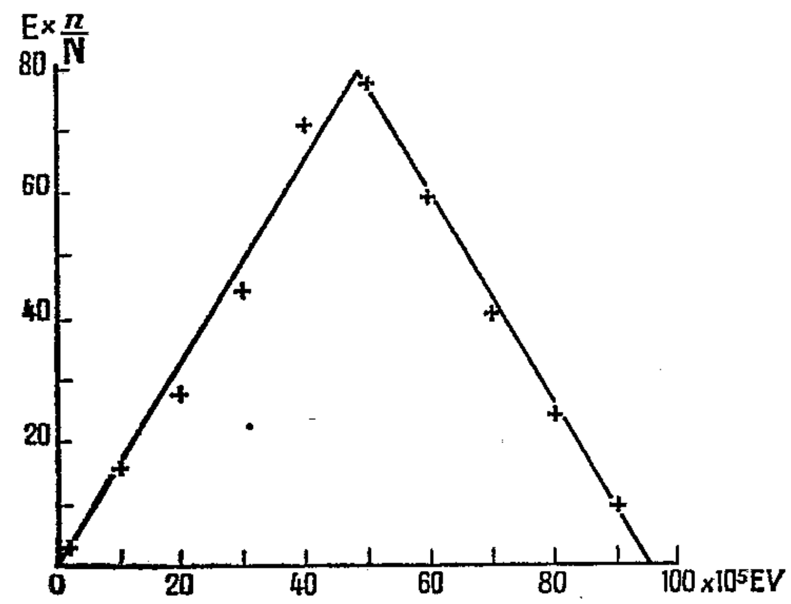


Fig. 2.

des abscisses au point $E = 9{,}5 . 10^6$ eV. Par analogie avec ce qui se passe avec l'AcC″ et le MTh^2, nous admettons que ce point caractérise la limite supérieure du spectre de l'AcB.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une constante générale de Van der Waals.* Note (1) de M. **Raymond Lautié**, présentée par M. Georges Urbain.

Van der Waals (2) avait admis, d'après la théorie des états correspondants, que la tension de vapeur P était reliée à la température absolue T, par

$$\text{(1)} \qquad \log \frac{P_c}{P} = a_1 \left(\frac{T_c}{T} - 1 \right).$$

Si la valeur expérimentale de (a_1) n'était pas comprise entre 2,8 et 3,2 il fallait en conclure que le liquide n'était pas normal. Cette façon de voir n'est pas suffisamment correcte. En partant de la formule classique de W. Nernst (3) :

$$\text{(2)} \qquad M\lambda = RT^2 \frac{\frac{dP}{dT}}{P} \left(1 - \frac{P}{P_c} \right),$$

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) *Kontinuitat des gasförmigen und flüssigen zustandes*, 1899, p. 147.

(3) *Gött. Nachr.*, Heft I, 1906.

où $M\lambda$ est la chaleur latente moléculaire de vaporisation et en remarquant qu'au voisinage et au-dessous de la température absolue d'ébullition normale T_e, (1) représente bien les phénomènes, pourvu qu'on ne suppose rien sur (a_1), j'obtiens

$$a_2 = \frac{M_e \lambda_e}{4,571 T_c \left(1 - \frac{1}{P_c}\right)}, \tag{3}$$

où M_e, λ_e, T_c et P_c sont respectivement la masse moléculaire de la vapeur à T_e, la chaleur latente de vaporisation à T_e, la température absolue critique et la pression critique en atmosphères. Si la théorie est exacte $a_1 = a_2$.

	H^2.	Ar.	O^2.	S^2C.	C^6H^5F.	$O(C^2H^5)^2$.	H^2O.	C^2H^5OH.	C^3H^7OH.
a_2...	1,55	2,16	2,40	2,63	3,06	3,10	3,34	4,0	4,1
a_1...	1,60	2,20	2,45	2,60	3,10	3,30	3,50	4,2	4,8
K...	4,0	4,3	4,1	4,4	4,3	4,3	4,3	4,8	4,2

L'accord est satisfaisant même pour les liquides anormaux (eau, alcools) bien qu'on remarque une légère polymérisation de la vapeur; mais la règle de Van der Waals ne s'applique pas aux liquides normaux à température critique au-dessous de 300°K. ou au contraire trop élevée.

P_c étant grand, on a en général sensiblement

$$K = \frac{M_e \lambda_e}{a_1 T_c}, \tag{4}$$

avec K voisin de 4,3.

Par ailleurs, j'ai trouvé empiriquement que

$$\frac{M_e \lambda_e}{T_c} = 3,589 \log T_c + 1,13 + 0,00559 T_c, \tag{5}$$

relation quelque peu analogue à celle de R. de Forcrand [1] relative à $M_e \lambda_e / T_e$ et qui pourra être étendue aux liquides normaux dont $T_c > 800$°K. par addition d'un terme en T_c^2 quand les données expérimentales le permettront. Par introduction de (5) dans (3) ou (4), on voit que (a_2) et donc (a_1) sont des fonctions croissantes de T_c. A partir de ce fait et de la relation de Guldberg $T_c/T_e = 3/2$, j'ai été amené à rechercher une formule empirique de même domaine de validité

$$a_3 = 0,7621 \log T_e + 0,5822 + 0,001322 T_e, \tag{6}$$

d'un usage plus commode que (1) et que celle dérivée de (3) et (5), parce que T_e est mieux connu que T_c.

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, 28, 1903, p. 384.

	a_2.	a_3.		a_2.	a_3.
He	1,44	1,06	C^6H^6	2,96	3,0
H^2	1,55	1,60	$CHCl^3$	3,0	2,95
N^2	2,39	2,15	H^2O	3,34	3,05
Ar	2,16	2,20	Acétate de propyle.	3,5	3,05
O^2	2,40	2,2	C^6H^5F	3,06	3,06
CH^4	2,26	2,3	Aniline	3,3	3,25
Cl^2	2,65	2,7	Naphtaline	3,2	3,3
$O(C^2H^5)^2$	3,10	2,9	C^2H^5OH	4,0	3,0
S^2C	2,63	2,9	C^3H^7OH	4,1	3,0

L'accord est bon entre a_1, a_2 et a_3. La constante générale de Van der Waals est une fonction croissante de T_e, en réalité. Les liquides associés donnent des valeurs expérimentales directes supérieures aux valeurs calculées à partir des relations (3) et (5) ce qui permet d'utiliser ces dernières pour la recherche de la polymérisation. En conclusion, la constante (a_1) n'est pas une constante parce que la théorie des états correspondants ne s'applique qu'au *domaine moyen* défini par R. de Forcrand (*loc. cit.*). Les résultats précédents rappellent l'histoire de la règle de Trouton (¹) à laquelle d'ailleurs ils sont liés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La variation de volume de l'eau lourde à la congélation.* Note (²) de MM. **J. Timmermans**, **M. Hennaut-Roland** et **D. Rozental**, présentée par M. Georges Urbain.

Notre but a été de déterminer la grandeur de la variation de volume de l'eau lourde à la congélation Δv; de calculer par la formule de Clapeyron-Clausius, la variation de la température de fusion par rapport à la pression dT/dp, et de comparer ces valeurs avec celles fournies par l'expérience directe et avec les constantes de l'eau ordinaire.

Connaissant la densité d'un corps à l'état liquide, il suffit pour connaître la grandeur de Δv, de déterminer la densité solide, à une température voisine de la température de fusion.

Nous avons eu à notre disposition un échantillon d'eau lourde qui a déjà servi aux expériences de J. Timmermans en collaboration avec L. Deffet

(¹) *Philosophical Magazine*, 18, 1884, p. 54.

(²) Séance du 24 février 1936.

et avec G. Poppe (T. F. : 3°,82) (1). La densité à l'état liquide déterminée par la méthode du dilatomètre est la suivante :

$$d_{4°,30} = 1,10573, \quad d_{11°,60} = 1,10621, \quad d_{20°} = 1,10556,$$
$$d_{3°,82} = 1,1057 \text{ (extrapolé)}, \quad \text{Vol. spéc. } 3°,82 = 0,9044.$$

Les valeurs d'autres auteurs pour l'eau lourde à 100 pour 100 sont les suivantes : H. S. Taylor et P. W. Selwood, $d_{20°} = 1,1059$; G. N. Lewis et R. T. Macdonald, $d_{20°} = 1,1056$ [cité par P. W. Selwood et A. A. Frost (2)]. Notre résultat est donc concordant avec ceux des autres auteurs.

La méthode que nous avons employée pour la mesure de la densité des cristaux, consiste à introduire une quantité connue de substance dans un picnomètre à tige graduée, calibré au moyen de Hg, en opérant à la température de la glace fondante.

Par des cristallisations et fusions successives dans le vide, on débarrasse le produit de l'air dissous, expulsé lors de la cristallisation et retenu entre les cristaux. L'appareil est pesé avec la substance seule, puis est rempli de Hg jusqu'au trait et ensuite repesé. On connaît donc par différence le volume du Hg introduit. En soustrayant celui-ci du volume total du picnomètre on obtient le volume des cristaux. Connaissant leur poids, on en déduit leur densité. Les calculs sont faits en ramenant tous les poids au vide. La précision des mesures atteint le millième. A cause de la grande hygroscopicité de l'eau lourde, nous avons pris des précautions spéciales pour que celle-ci ne vienne pas en contact avec l'air humide.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

1° Eau lourde : $d_{0°} = 1,01475$; vol. spéc. $= 0,9855$.
2° Eau ordinaire : $d_{-5°} = 0,9159$; vol. spéc. $= 1,0920$.

D'après W. H. Roth (3), la meilleure valeur de la littérature pour la glace est celle de R. W. Bunsen (0,9168) (4), qui concorde pratiquement avec la nôtre.

La différence des volumes spécifiques de l'eau lourde, à l'état solide et à l'état liquide, Δv, est la suivante : 0,0811. Notre résultat est supérieur aux résultats antérieurs, obtenus par des méthodes indirectes, de

(1) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1661 et **201**, 1935, p. 524 et 908.
(2) *J. amer. chem. Soc.*, **56**, 1934, p. 998 et **55**, 1933, p. 4335.
(3) *Zeits. f. phys. Chem.*, **63**, 1908, p. 441.
(4) *Pogg. Ann. d. Phys.*, **81**, 1850, p. 562.

P. W. Bridgman (¹) : $\Delta v = 0{,}0779$, et de Megaw [cité par E. Bartholomé et K. Clusius (²)] : $\Delta v = 0{,}0790$.

Si nous calculons la valeur de dT/dp avec notre Δv, en prenant comme grandeur de la chaleur latente de fusion la moyenne de deux auteurs : $L = 76{,}07$ [E. Bartholomé et K. Clusius, *loc. cit.*, $L = 76{,}00$ et L. Jacobs(³) $L = 76{,}15$], nous obtenons

$$\frac{dT}{dp} = \frac{T\Delta v}{L} = \frac{276{,}97 . 0{,}0811 . 10^6}{76{,}07 . 418{,}6 . 10^5} = 0{,}00705 \text{ degré C°/kg.}$$

Les valeurs de L. Deffet (1 à 250 kg/cm²) et de P. W. Bridgman (extrapolées à la pression atmosphérique) et la valeur calculée par Megaw, sont les suivantes : Deffet, 0,0074; Bridgman, 0,00665; Megaw, 0,0070.

Notre valeur calculée de dT/dp est donc assez concordante avec celle de Megaw et avec les valeurs expérimentales obtenues par L. Deffet et par P. W. Bridgman :

Δv.	Nos val.	Bridgman.	Megaw.
D^2O...	0,0811	0,0779	0,0790
H^2O...	0,0917	0,0900	0,0910

dT/dp.	Nos val.	Deffet.	Bridgman.	Megaw.
D^2O...	0,00705	0,0074	0,00665	0,0070
H^2O...	0,0075	0,0077	0,0072	0,0076

Nous voyons que la vérification de la formule de Clapeyron-Clausius pour l'eau lourde et pour l'eau ordinaire est satisfaisante dans ce cas et que la valeur de dT/dp de l'eau lourde ne diffère guère de celle de l'eau ordinaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Spectres ultraviolets de dérivés bromés de l'aniline.* Note de Mme **Marie-Élisa P. Rumpf** et de M. **Paul Rumpf**, présentée par M. Georges Urbain.

A l'aide d'un spectrographe de Hilger et d'un microphotomètre de Lambert et Chalonge, nous avons étudié, dans la région comprise entre le visible et 2750 Å, le spectre ultraviolet de l'aniline et l'influence de la substitution des hydrogènes du noyau par du brome.

1. *Spectre de l'aniline.* — En solution dans l'*hexane*, ce spectre présente une série de bandes étroites et voisines, d'intensités diverses, déjà indiquées par F. W. Klingstedt (⁴).

Dans l'*alcool*, on n'observe plus qu'une large bande unique (maximum à 2845 Å).

(¹) *J. of Chem. Phys.*, **3**, 1935, p. 597.

(²) *Zeits. f. phys. Chem.*, **28**, 1935, p. 167.

(³) *Trans. of the Farad. Soc.*, **31**, 1935, p. 813

(⁴) *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 248-250.

2. *Spectre des dérivés bromés.* — Tous les dérivées dibromés en *ortho* (et, moins nettement, la 3.4.5-tribromaniline) ont plusieurs bandes dans l'hexane; dans un solvant polaire tel que l'alcool, on observe, au contraire, dans tous les cas, une seule bande plus floue dont le maximum occupe une position intermédiaire,

Comme l'indique le tableau ci-dessous, la substitution du brome, à un ou à plusieurs hydrogènes du noyau, déplace le maximum d'absorption vers les grandes longueurs d'onde, d'une manière régulière mais non additive. Cette influence est particulièrement marquée pour la position *para*, plus faible en *ortho*, encore plus faible en *méta* (à l'exception des dérivés *ortho* et *métamonobromés* dont le maximum d'absorption occupe la même position aux erreurs d'expérience près).

L'influence d'un atome de chlore paraît sensiblement égale à celle d'un atome de brome en même position, alors qu'un groupement nitré déplace davantage le maximum vers les grandes longueurs d'onde.

(Concentration : M/1000; épaisseur : 4^{mm}.)

Amine.	Solvant.	Maxima d'absorption en Å.	Remarques.
Aniline	hexane	2990, 2950, 2912 2875, 2840, 2808, 2776	A
»	alcool	2845	
o-bromaniline	hexane	2914	
»	alcool	2914	
m-bromaniline	hexane	2914	B
»	alcool	2914	B
p-bromaniline	hexane	2942	C
»	alcool	2948	C
p-chloraniline	hexane	2960	
3.5-dibromaniline	hexane	2946	
2.4-dibromaniline	hexane	3038	
»	alcool	3c68	
2.6-dibromaniline	hexane	3013, 2937	D
»	alcool	2980	
3.4.5-tribromaniline	hexane	3090, 3049, 2954	E
2.4.6-tribromaniline	hexane	3146, 3078	F
»	alcool	3138	
p-chloro-2.6-dibromaniline	hexane	3148, 3072	G
pentabromaniline	hexane	3180, 3075, 2894	H
»	alcool	3140	
p-nitro-2.6-dibromaniline	hexane	3210	

Remarques. — A. Les maxima les plus accentués sont : 2875, 2840 et 2810 Å. —

B. Les maxima sont plus aplatis que pour l'o-bromaniline. — C. Les maxima sont très aplatis. — D. Le maximum 2937 est plus intense que l'autre. — E. Le deuxième maximum (3049) est beaucoup plus accentué que les deux autres. — F. Les deux maxima sont d'égale intensité. — G. Les deux maxima sont d'égale intensité. — H. Le deuxième maximum (3075) est plus accentué que les deux autres.

3. *Acétylation.* — Nous avons vérifié, sur la parabromacétanilide et sur la 2.4.6-tribromacétanilide, que l'acétylation fait disparaître les bandes précédentes. Cependant, dans la soude alcoolique, on constate une absorption très intense : les sels de sodium de ces deux amides, en solution M/1000, présentent, sous 4^{mm}, un fond d'absorption continu depuis les faibles longueurs d'onde jusque vers 3000 Å.

4. *Sels d'ammonium.* — Nous avons examiné en outre les trois dérivés monobromés et les trois dérivés dibromés en 2.4, 2.6, 3.5, en solution M/1000, dans l'alcool aqueux à 50 pour 100, normal en acide chlorhydrique. La bande étudiée disparaît dans tous les cas, sauf pour la 2.6-dibromaniline.

De nombreux auteurs ont en effet signalé que cette bande est caractéristique de l'azote tricoordonné. Toutefois, lors d'une étude antérieure du spectre ultraviolet des trois monobromanilines, J.-E. Purvis [1] a trouvé, pour les anilines substituées en *ortho* et *méta*, des spectres à peine différents de ceux de leurs chlorhydrates en solution alcoolique : ce résultat est évidemment dû à une alcoolyse presque totale des deux sels. C'est ce que nous avons cherché à éviter au moyen d'un excès d'acide, insuffisant toutefois dans le cas de la 2.6-dibromaniline, extrêmement peu basique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les constantes de dissociation de la réductone et de son produit d'oxydation par l'iode.* Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Georges Urbain.

La réductone, préparée suivant Euler et Martius [2], a déjà fait l'objet d'un certain nombre de recherches. Sa formule paraît être solidement établie par Euler lui-même, qui se base surtout sur l'identification du produit d'oxydation

$$\underset{\text{Réductone.}}{CHOH = COH - CHO} \;-\; H^2 \;\rightarrow\; \underset{\substack{\text{Mésoxaldialdéhyde}\\ (=\text{oxyréductone}).}}{CHO - CO - CHO.}$$

(1) *J. Chem. Soc.*, 1913, **103**, p. 1638-1652.
(2) *Liebigs Ann. Chem.*, **505**, 1933, p. 73.

Euler et Martius (*loc. cit.*) ont obtenu pour la constante de dissociation de la réductone, la valeur $k_r = 1.10^{-5}$. La constante de l'oxyréductone k_0, n'a pas encore été mesurée. Comme la connaissance de ces données thermodynamiques est essentielle (en particulier les équations des équilibres d'oxydo-réduction contiennent les valeurs k_r et k_0), il nous a paru utile d'entreprendre leur détermination précise. Les résultats de ces mesures font l'objet de la présente Note.

Les mesures ont été effectuées électrométriquement, à la température de $20° \pm 0°,5$, au moyen d'une électrode normale à H^2. Les potentiels ont été mesurés à 0,2 mv. près, à l'aide d'un amplificateur à lampe triode et d'un montage potentiométrique habituel. La réductone avait un indice d'iode voisin de 98 pour 100. Les concentrations des solutions étaient les suivantes : réductone 0,02 M; Na OH 0,1 M; HCl 0,1 M.

Réductone. — La courbe de titrage a la forme caractéristique de celle d'un acide organique faible (comme l'acide acétique). Un point d'inflexion unique à tangente horizontale indique une seule fonction acide : $P_k = 4,93$. La constante de dissociation est par conséquent $k_r = 1,17.10^{-5}$ à $\pm 0,05$ près, valeur légèrement différente de celle donnée par Euler [1]. Le calcul de la constante k_r par la formule $k_r = [R^-][H^+]/\{[RH] - 1/\gamma\,[R^-]\}$, où les quantités entre crochets représentent des concentrations et où l'on suppose le coefficient de dissociation du sel de Na : $\gamma = 1$, donne $1,14.10^{-5}$, en excellent accord avec la valeur précédente déduite de la courbe. Il est à remarquer que, au cours du titrage, la réductone est stable : son indice d'iode est, en fin d'opération, identique à celui du début.

Réductone oxydée. — Une solution aqueuse d'iode oxyde la réductone avec libération de 2HI. Dans la solution ainsi obtenue, on peut, électrométriquement, déterminer les constantes de dissociation de l'oxyréductone, sans erreur notable de sel. La courbe titrimétrique obtenue indique une première fonction acide, très nette, dont le P_k moyen $= 3,7$; ce qui donne $k_{0_1} = 2.10^{-4}$. Cette valeur concorde bien avec les courbes de potentiel d'oxydo-réduction en fonction de l'activité des ions H^+, obtenues par R. Wurmser, N. Mayer et O. Crepy (*loc. cit.*).

Une particularité frappante intervient cependant à partir de $pH \cong 4,6$: les potentiels initiaux, après chaque addition de réactif (NaOH), tombent

(1) R. Wurmser, N. Mayer et O. Crepy (*Journ. Chim. Phys.*, 33, 1936, p. 101) donnent la courbe du maximum d'absorption ultraviolette en fonction du pH. La valeur de k_r qu'on peut en déduire s'accorde très bien avec notre résultat.

plus ou moins rapidement suivant une loi sensiblement exponentielle de la forme $E = E_0 - (E_0 - E_\infty) e^{-\frac{b}{t}}$, où E_0 et E_∞ représentent respectivement les potentiels aux temps zéro et ∞, et b une constante. Ces diminutions de potentiels sont très faibles (de l'ordre de 2 à 20 mv.) au début (pH = 4,6 à 5) et à la fin (pH = 10,4 à 11) de la région d'instabilité, mais très fortes (de l'ordre de 100 à 200 mv.) entre pH = 6 — 9,5. La courbe obtenue après établissement de l'équilibre (ce qui nécessite environ 24 à 48 heures après chaque addition de réactif), montre une deuxième inflexion à tangente horizontale correspondante à une deuxième fonction acide : $P_k \cong 5{,}6$, $k_{0_2} \cong 2{,}5 \cdot 10^{-6}$. De plus, un titrage en retour par HCl, fait apparaître une courbe entièrement nouvelle, définitive (un nouveau titrage par NaOH ne la modifie plus), qui, tout en gardant le rapport stœchiométrique correspondant à deux fonctions acides, révèle une exaltation des acidités avec modification des constantes, qui passent de $k_{0_1} = 2 \cdot 10^{-4}$ à $k'_{0_1} = 5 \cdot 10^{-4}$ et de $k_{0_2} \cong 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ à $k'_{0_2} = 6{,}8 \cdot 10^{-5}$.

Quelle que soit l'hypothèse que l'on puisse faire pour expliquer ces faits, les résultats expérimentaux conduisent à admettre deux transformations : une première, très lente, se produisant par alcalinisation progressive de pH = 4,6 à environ 11, et une deuxième, plus rapide, qui intervient au contraire par acidification ultérieure.

Ce phénomène, peut-être caractéristique d'une transformation interne particulière, a été aussi observé avec l'acide ascorbique oxydé et il est probable qu'il y ait là *une nouvelle et intéressante méthode d'analyse, susceptible de déceler et d'expliquer, par analogie, certaines transformations moléculaires qui modifient l'activité des ions* H^+.

PHYSICOCHIMIE. — *Sur l'analyse quantitative par l'effet Raman des mélanges sulfonitriques.* Note de M. **Jean Chédin**, présentée par M. Charles Fabry.

L'étude qualitative par l'effet Raman des mélanges H^2SO^4, HNO^3 et H^2O, nous a montré [1] que dans les mélanges qui contiennent peu d'eau, l'acide nitrique est, en tout ou en partie, déshydraté en son anhydride N^2O^5. Nous n'avons trouvé d'association moléculaire sulfonitrique qu'au

---

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1937.

sein de mélanges à teneur négative en eau, obtenus à partir de HNO^3 et d'oléum sulfurique ([1]). Les mélanges sans oléum contiennent donc en équilibre les formes moléculaires suivantes : HNO^3 (ou mieux la forme homopolaire NO^2-OH), N^2O^5 et H^2SO^4 plus ou moins hydraté. Étant donné le rôle nitrant très puissant de N^2O^5, il est important de connaître la répartition de N^2O^5 dans les sulfonitriques. Nous poursuivons cette étude quantitative par la mesure de l'intensité d'émission des raies Raman.

Principe de la méthode. — Avec les mêmes temps de pose et les mêmes ouvertures de la fente du spectrographe, on produit sur chaque cliché les spectres suivants : spectre Raman du sulfonitrique étudié, spectre Raman du sulfonitrique de comparaison. Ces deux spectres sont pris dans les mêmes conditions d'excitation; le sulfonitrique de comparaison reste le même pour toute une série de sulfonitriques étudiés. On produit ensuite une série de spectres continus émis par une source lumineuse que l'on affaiblit dans des rapports connus; ceux-ci permettent de tracer la courbe de noircissement de la plaque. N^2O^5 présente entre autres, une raie particulièrement fine et intense ($\Delta\nu = 1398\ cm^{-1}$), qui se prête bien aux mesures. Ce sont les intensités de cette raie dans les deux spectres que l'on compare, grâce à la courbe de noircissement. Les spectres ont été étudiés avec un microphotomètre enregistreur.

Mélanges binaires $H^2SO^4-HNO^3$. — Quand on ajoute HNO^3 à H^2SO^4, l'étude spectrale révèle que jusqu'à une teneur de 15 pour 100 environ, HNO^3 est entièrement déshydraté. On a comparé tous les mélanges binaires au mélange à 10 pour 100 de HNO^3. Comme dans ce dernier mélange tout le HNO^3 est déshydraté, on obtient ainsi, pour chaque mélange, la proportion de HNO^3 déshydraté qu'il contient; par différence, on a la quantité de HNO^3 libre, sous la forme NO^2-OH. En particulier, on devait trouver entre les intensités d'émission de la raie N^2O^5, dans les mélanges à 5 et 10 pour 100 de HNO^3, un rapport égal à 2. Plusieurs mesures nous ont donné de ce rapport la valeur moyenne expérimentale 1,9.

De plus, comme le volume de substances illuminé par l'arc à mercure reste constant, il faut tenir compte des variations de densités avec les concentrations et tout ramener à un poids constant de substance excitée. Nous utilisons le travail de Pascal, qui a tracé le diagramme ternaire des densités des sulfonitriques.

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 274.

Sur les enregistrements, on constate que le fond continu des spectres, aux environs de la raie 1398, donne lieu à un segment de droite assez incliné, mais la grande finesse de la raie permet de lui assigner une valeur moyenne suffisamment définie.

Résultats. — Les chiffres suivants sont corrigés des variations de densités. Nous avons attribué la valeur 10 à l'intensité du mélange à 10 pour 100 de HNO^3, qui a servi de terme de comparaison. Il en résulte que les chiffres indiquent directement, en grammes pour 100^g de sulfonitrique, le poids d'acide nitrique déshydraté contenu dans les mélanges.

Mélanges HNO^3	5.	10.	15.	20.	40.	50.	60.	70.	80.	90.	100.
Mélanges H^2SO^4	95.	90.	85.	80.	60.	50.	40.	30.	20.	10.	0.
HNO^3 (déshydraté)	5	10	13	15	11,5	11	10	8,4	7,8	5,3	ε
HNO^3 (libre)	0	0	2	5	28,5	39	50	61,6	72,2	84,7	–

On voit que, dans les binaires, HNO^3 est totalement déshydraté jusqu'à une teneur de 15 pour 100 environ. Signalons que, dans les mélanges d'oléum sulfurique et de HNO^3, la déshydratation est totale pour des teneurs en HNO^3 bien supérieures.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Diffusion et azéotropisme dans les mélanges binaires.* Note de M. **Henri Lemonde**, présentée par M. Maurice de Broglie.

J'ai proposé (1) une interprétation des courbes de diffusion et de viscosité, en ce qui concerne la structure des mélanges. Je voudrais montrer maintenant que cette interprétation conduit aux mêmes résultats que l'étude de l'azéotropisme.

1° La diffusion de deux solutions étant fonction de l'énergie cinétique des molécules, la comparaison des isothermes de tension de vapeur et de diffusion de chaque mélange binaire peut fournir une indication utile sur la nature des forces intermoléculaires.

En l'absence de documents relatifs aux tensions de vapeur des mélanges binaires étudiés aux basses températures, on peut se référer utilement aux indications données par l'étude de l'azéotropisme, en considérant que les isothermes de tension de vapeur, tout en variant progressivement avec la température, conservent leur allure générale. L'incertitude ne concerne

(1) H. Lemonde, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 468 et 731.

que les isothermes s'écartant peu d'une droite et appartenant aux mélanges sans azéotrope.

Dans le tableau suivant sont indiquées succinctement les formes des isothermes de tension de vapeur, T. V., de diffusion D et de force motrice de diffusion f.

Mélanges binaires.	T. V.	D.	$f = D\eta$.
Chloroforme-acétone	minimum	pos. sans max.	maximum
Chloroforme-éther	nég. sans min.	maximum	maximum
Eau-alcool éthylique	maximum	minimum	2 max., 1 min.
Eau-alcool propylique	»	»	1 max., 1 min.
Eau-alcool isopropylique	»	»	»
Chloroforme-alcool éthylique	»	»	minimum
Benzène-alcool méthylique	»	»	»
Benzène-alcool éthylique	»	»	»
Toluène-alcool éthylique	»	»	»
Benzène-hexane	»	nég. sans min.	»
Eau-alcool méthylique	presque droite	minimum	2 maxima
Benzène-chloroforme	»	presque droite	minimum très peu accusé

On constate que, pour chaque mélange, la courbure de l'isotherme de diffusion est de sens inverse de celle de l'isotherme de tension de vapeur, quand celle-ci s'éloigne d'une droite.

Par suite, le sens de variation du coefficient D avec la concentration est l'inverse de celui de l'isotherme de tension de vapeur (à condition que celle-ci ne se rapproche pas trop de la droite d'additivité) : D croît ou décroît avec la concentration si la tension de vapeur diminue ou augmente.

On peut étendre cette comparaison aux mélanges électrolytes binaires eau avec SO^4H^2, HCl, NO^3H qui sont des cas d'azéotropisme négatif.

En effet, J. Thovert a indiqué que, pour ces mélanges, le coefficient de diffusion D croissait avec la concentration.

2° *L'action des forces intermoléculaires interprétée par la diffusion ou par l'azéotropisme.* — Lecat [1] montre que la tendance à la solvatation explique la négativité des isothermes de tension de vapeur (azéotropisme négatif) et que les isothermes positives (azéotropisme positif) ne peuvent exister, dans les mélanges binaires, sans polymérisation préalable de ceux-ci et sans dissociation du corps le moins polymérisé.

Si nous comparons maintenant les isothermes de tension de vapeur des

(1) *Traité de Chimie organique de Grignard*, **1**, 1935, p. 122.

divers mélanges aux isothermes de force motrice de diffusion f, nous classerons ces mélanges en trois groupes : selon qu'ils présentent un azéotropisme négatif, positif, ou qu'ils n'ont pas d'azéotrope.

Premier groupe. — Mélange acétone-chloroforme. La force f passe par un maximum explicable, comme pour l'azéotropisme, par une association de molécules. On peut ranger dans ce groupe le mélange chloroforme-éther, dont l'isotherme de tension de vapeur n'a pas de minimum à 35°, mais celui-ci doit probablement exister au-dessous de 30° (Lecat). L'isotherme f a un maximum très accusé. Il y a d'ailleurs solvatation.

Deuxième groupe. — Les mélanges : benzène avec les alcools méthylique et éthylique, toluène-alcool éthylique, chloroforme-alcool éthylique, présentent des isothermes f à minimum très accusé dont l'interprétation est en accord avec la théorie de l'azéotropisme. Le mélange benzène-hexane dont l'azéotrope est peu prononcé a, au contraire, une isotherme f à faible minimum.

Les alcools éthylique, propylique, isopropylique, forment avec l'eau des mélanges dont les isothermes f présentent le minimum attendu, d'après l'azéotropisme, mais aussi des maxima. Or la contraction de volume et l'échauffement lors du mélange eau-alcool éthylique sont des indices d'association dans les mélanges à azéotropisme négatif. Ainsi l'étude de la variation de contraction de volume semble être en accord avec une association de molécules indiquée par la présence d'un maximum.

Troisième groupe. — Mélanges eau-alcool méthylique, benzène-chloroforme. Dans ces mélanges, à la température de 15°, l'isotherme de tension de vapeur se rapproche beaucoup d'une droite et ne permet pas de tirer de conclusions relatives à la nature des forces intermoléculaires. Seule la force motrice de diffusion qui, dans ce cas, reflète l'allure de l'isotherme de viscosité, permet une interprétation. Pour le premier mélange on a des associations de molécules des deux constituants; dans l'autre mélange, une légère dissociation du chloroforme.

En résumé : 1° le sens de variation de D avec la concentration, inverse de celui de l'isotherme de tension de vapeur, est un phénomène général pour tout mélange contenant un azéotrope; 2° force motrice f : l'azéotropisme conduit à une interprétation indécise quand l'isotherme de tension de vapeur se rapproche de la droite, et la variation de la force motrice de diffusion permet seule, alors, l'interprétation de la nature des forces intermoléculaires.

MÉTALLURGIE. — *La résistance mécanique de la peau d'alumine et son influence sur la tension superficielle du métal fondu.* Note (¹) de MM. **Albert Portevin** et **Paul Bastien**, présentée par M. Léon Guillet.

La formation, par oxydation spontanée ou provoquée, d'une pellicule d'alumine à la surface de l'aluminium, solide ou liquide, a une grande importance pratique en raison de ses propriétés chimiques, mécaniques et isolantes électriquement : cela entraîne des conséquences défavorables (difficultés de réaliser des contacts entre conducteurs électriques, difficultés de fonderie, etc.) ou, au contraire, utilisables (protection contre la corrosion et l'oxydation, isolement des bobines conductrices). Or on a des données, au moins qualitatives, sur l'épaisseur, la porosité, les propriétés isolantes, la protection chimique de cette pellicule, mais, par contre, on n'en possède pas sur sa résistance mécanique et sur l'influence qu'elle exerce sur la tension superficielle du métal fondu, ce qui est important tant au point de vue de l'effet protecteur que des propriétés de fonderie.

1° Résistance mécanique. — La résistance mécanique de la peau d'alumine a été déterminée par les deux procédés suivants :

a. Fil suspendu à une extrémité. — Un fil d'aluminium vertical est suspendu à son extrémité supérieure et un centre chaud, une flamme par exemple, est déplacée régulièrement le long de ce fil, qui fond sur une certaine longueur et conserve sa forme grâce au tube d'alumine qui se forme : ce tube se rompt au moment où le poids de métal qu'il supporte dépasse la résistance mécanique de la gaine d'alumine. Les essais furent faits sur des fils de $0^{mm},5$, 1^{mm}, 2^{mm} et $2^{mm},5$ de diamètre.

b. Fil suspendu par ses deux extrémités. — Un fil d'aluminium est suspendu par ses deux extrémités à l'aide d'un dispositif le laissant librement prendre sa position d'équilibre dans un plan vertical. Chauffé par effet Joule, il prend la forme d'une chaînette lorsqu'il est fondu dans sa gaine d'alumine. En faisant varier la portée de cette chaînette et en mesurant sa flèche au moment où elle se rompt, on peut calculer l'effort supporté par le tube d'alumine à l'endroit de sa rupture. Les essais furent faits sur des fils de $0^{mm},5$ et 1^{mm} de diamètre.

Les deux méthodes donnent pour résistance mécanique de la peau

(¹) Séance du 30 décembre 1935.

d'alumine formée par un chauffage d'environ 1^mn vers 700°C. :

$$R_1 = 0{,}20 \text{ g/mm} = 1960 \text{ dynes/cm}.$$

L'épaisseur se déduit du poids d'alumine déterminé par volatilisation de l'aluminium dans un courant de chlore sec, à température élevée. On trouve : $e_{moy.} = 10^{-5}$ cm $= 0^{\mu},01$ (1), ce qui donne pour résistance de l'alumine à la traction $R_2 = 2$ Kg/mm².

On voit que cette résistance mécanique est bien supérieure à celle que l'on pouvait attendre d'après les résultats obtenus sur alumine cristallisée (2).

2° Tension superficielle. — *a. Tension de l'aluminium oxydé.* — Il est relativement facile d'obtenir une large goutte d'aluminium fondu à l'air et de déterminer la tension superficielle du métal recouvert de sa peau élastique d'alumine. Nous avons ainsi trouvé A = 840 dynes/cm.

b. Tension de l'aluminium non oxydé. — Il est, par contre, beaucoup plus difficile, étant donné la tension de dissociation extrêmement faible de l'alumine, de mesurer la tension superficielle de l'aluminium en l'absence d'oxydation. En particulier, la valeur de la tension superficielle de l'aluminium donnée par Smith (3) (A′ = 520 dynes/cm) nous semble douteuse, car l'auteur dans ses essais s'est borné, suivant le cas, soit à faire passer un courant de gaz réducteur dans son four de fusion, soit à faire flotter du charbon de bois à la surface du métal, ce qui est insuffisant pour éviter toute formation d'alumine.

Pour déterminer la tension superficielle de l'aluminium exempt de toute oxydation, nous avons fait appel à deux méthodes mettant à profit les propriétés des larges gouttes :

α. En formant à l'intérieur d'aluminium fondu et sous un plan horizontal, une bulle d'argon. — Il faut avoir soin de former la bulle au-dessous de la région de retassure du métal. Cette méthode nous a donné A′ = 300 dynes/cm. Il est à remarquer que cette valeur de la tension super-

(1) Pilling et Bedworth, *J. of the Institute of Metals*, 29, 1923, p. 529; Vernon, *J. Chemical Soc.*, II, 1926, p. 2273-2282; Sutton et Willstrop, *J. of the Institute of Metals*, 38, 1927, p. 259-263.

(2) Ridgway (*The Electrochemical Society*, proprint 66/27, 1934, p. 293-308) donne pour résistance à la compression de l'alumine cristallisée, R = 5,3 kg/cm².

(3) *J. of the Institute of Metals*, 12, 1914, p. 168-209.

ficielle de l'aluminium concorde de façon satisfaisante avec celle qui peut être déduite du parachor calculé de ce métal.

β. *En étudiant l'équilibre aluminium-cryolithe-air.* — La tension superficielle de l'aluminium dans la cryolithe fut déterminée en formant une large goutte de métal dans celle-ci; elle fut trouvée égale à $A_1 = 170$ dynes/cm. La tension superficielle de la cryolithe dans l'air fut déterminée en formant une bulle d'air dans le sel fondu; nous avons trouvé $A_2 = 250$ dynes/cm. Si l'on considère une lentille de cryolithe flottant à la surface d'un bain d'aluminium non oxydé, le calcul, fait à partir des équations exprimant d'une part l'équilibre des forces de tension superficielle et d'autre part les lois de l'hydrostatique, montre que cette lentille est extrêmement mince et que l'on a sensiblement $A' = A_1 + A_2 = 170 + 250 = 420$ dynes/cm.

La valeur ainsi trouvée constitue une limite supérieure de la valeur de tension superficielle de l'aluminium non oxydé.

Par conséquent, la valeur de la tension trouvée pour l'aluminium oxydé est le double de celle trouvée pour l'aluminium rigoureusement exempt d'oxydation. Ceci met en évidence l'importance des peaux d'alumine et explique les difficultés rencontrées en fonderie d'aluminium.

Signalons enfin que l'équilibre alumine-cryolithe-air est impossible, puisque $840 > 170 + 250$, ce qui explique pourquoi la cryolithe s'étale instantanément sur la surface oxydée des bains d'aluminium.

La méthode de la large goutte nous a également permis de mettre en évidence l'influence de petites additions métalliques et de l'oxydation sur la tension superficielle de métaux, tels que le plomb et l'étain.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sulfatocarbonate basique de magnésium.* Note de Mme **Léone Walter-Lévy**, présentée par M. Georges Urbain.

Si l'on ajoute graduellement une solution de carbonate ou de bicarbonate de potassium à une solution de sulfate de magnésium portée à l'ébullition, il y a d'abord dissolution, avant précipitation des composés basiques. Il suffit de faire bouillir une telle solution, pour obtenir un sel d'un type nouveau : un sulfatocarbonate basique de magnésium.

Afin d'établir la formule de ce composé, nous avons essayé de mettre en évidence une zone de formation, en fonction de la concentration en sels de la solution. Nous avons, par suite, effectué une série d'essais dans les conditions suivantes :

1^{kg} de sulfate de magnésium à 7^{mol} d'eau, a été dissous dans des quantités d'eau, qui ont varié de 200 à 3500^{cm^3}. Les solutions obtenues ont été additionnées, à 70°, de bicarbonate de potassium deux fois normal, en quantité inférieure à celle qui amènerait la précipitation.

Le mélange obtenu était porté à 100°, et soumis à l'ébullition. Il commençait à précipiter au bout de temps variant de 1/4 d'heure à 1 heure et était alors maintenu à l'ébullition pendant 2 heures. Les précipités formés ont été étudiés, tant par examen aux rayons X, que par analyses chimiques. Ces analyses ont été effectuées par dosage gravimétrique de l'anhydride carbonique, de la magnésie, de l'acide sulfurique, et par dosage volumétrique de l'alcalinité (1); l'eau a été dosée par différence.

Les résultats obtenus ont été groupés dans le tableau suivant :

Volume d'eau ajouté au kilogramme de sulfate de magnésium en centimètre cube.	Volume de la solution deux fois normale de bicarbonate en centimètre cube.	Examen des précipités.			
			Analyse chimique.		
		Spectre de rayons X.	$\frac{CO^2}{MgO}$.	$\frac{SO^3}{MgO}$.	$\frac{H^2O}{MgO}$.
200	100	légèrement flou	0,426	0,191	1,79
300	100	net	0,504	0,245	1,70
400	100	très net	0,501	0,249	1,68
500	100	net	0,499	0,248	1,70
600	100	très net	0,494	0,245	1,68
800	100	très net	0,503	0,237	1,66
1000	100	net	0,519	0,236	1,65
1500	125	net	0,528	0,224	1,65
3500	150	amorphe	0,630	0,014	1,86

Ces résultats permettent d'établir que le sel basique a une zone de formation assez étendue, en fonction de la concentration en sulfate de magnésium de la solution (2) (de 2 à 5 mol./l.). Ils montrent aussi que le

(1) Lorsque le composé ne contient pas de potassium, la valeur de cette alcalinité se trouve égale à la différence entre la teneur en magnésie et la teneur en acide sulfurique. Nous avons vérifié qu'il en était bien ainsi dans les essais concernant les précipitations de sulfatocarbonate basique pur.

(2) Dans les eaux mères du sulfatocarbonate basique de magnésium, à côté du sulfate de magnésium à 7^{mol} d'eau, peuvent précipiter à froid des microcristaux présentant un spectre de rayons X caractéristique, et dont la composition répondrait à la formule $4MgO, SO^3, 11H^2O$.

composé répond à la formule

$$4MgO,\ 2CO^2,\ SO^3,\ 7H^2O\ \ (^1).$$

Ce sulfatocarbonate basique de magnésium présente le même rapport de la basicité à l'acidité que le carbonate basique

$$4MgO,\ 3CO^2,\ 3H^2O\ \ (^2).$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude des réactions prenant naissance au cours de l'absorption des vapeurs nitreuses par les solutions d'iodure de potassium.* Note [3] de M. **Maurice Dodé**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai montré [4] que l'action du peroxyde d'azote sur les solutions d'iodure de potassium donne lieu aux deux réactions simultanées

$$(1)\quad N^2O^4 + 2IK = 2NO^2K + 2I \qquad \text{et} \qquad (2)\quad N^2O^4 + H^2O = NO^2H + NO^3H,$$

la dernière étant immédiatement suivie d'une libération d'iode, d'un dégagement de nitrosyle et de la neutralisation de l'acide azotique

$$(3)\quad NO^2H + IK = NO + HOK + I \qquad \text{et} \qquad (4)\quad NO^3H + HOK = NO^3K + H^2O.$$

Une étude analogue, mais effectuée en présence soit d'oxygène, soit de nitrosyle, permet de montrer que le phénomène est en réalité plus complexe et que, si les équations (1) et (2) représentent bien les réactions principales, le nitrosyle dégagé par la réaction (3) intervient également dans le mécanisme de l'absorption.

L'introduction d'oxygène (ou de nitrosyle) modifie en effet le rapport final NO^2K/NO^3K, et dans un sens tel que l'on doit en conclure :

1° que, malgré la grande vitesse avec laquelle le peroxyde d'azote réagit sur l'iodure de potassium dissous, le nitrosyle dégagé par la réaction (3) réagit, tout au moins en partie, sur le peroxyde non encore attaqué, avec

(1) Il n'y a guère d'hésitation possible que pour le nombre de molécules d'eau. Ce nombre est en réalité égal à 6,75, si l'on considère les résultats analytiques relatifs aux meilleurs essais. Pour ceux-ci, le rapport H^2O/MgO est en effet égal à $1{,}69 \pm 0{,}01$, valeur qui correspond exactement à $6^{mol},75$ d'eau.

(2) Mme L. Walter-Levy, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1940.

(3) Séance du 16 mars 1936.

(4) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1378.

formation d'anhydride azoteux, lequel provoque ultérieurement la formation de nitrite, avec régénération du nitrosyle qui lui avait donné naissance,

$$(5)\quad 2N^2O^3 + 2H^2O = 4NO^2H, \qquad 4NO^2H + 2IK = 2NO^2K + 2NO + 2I + 2H^2O;$$

2° qu'en présence d'oxygène, l'oxydation du nitrosyle dégagé par la réaction (3) se fait principalement en phase gazeuse, avec formation de peroxyde d'azote NO^2, lorsque la quantité de solution aqueuse est faible vis-à-vis du nitrosyle formé, tandis que dans le cas contraire elle s'effectue en solution, au contact de l'oxygène dissous, en donnant directement de l'acide azoteux NO^2H.

Il résulte de ces faits que les nitrites présents dans la solution, lorsque l'absorption du peroxyde d'azote pur est terminée, ont une double origine : l'action directe (1) et l'hydrolyse de l'anhydride azoteux, suivant la réaction (5).

L'hydrolyse augmentant avec la dilution, on pouvait se demander jusqu'à quelle concentration en iodure de potassium la réaction directe (1 restait un peu importante. Il est difficile de le préciser exactement; on peut néanmoins affirmer qu'elle a lieu jusqu'à des dilutions très avancées, car l'action de l'azotyle sur une solution d'iodure de potassium à 1 pour 100 dans la potasse normale libère encore près d'un demi-atome d'iode par molécule de N^2O^4, iode qui ne peut alors provenir que de l'action directe (1).

Les résultats précédents sont à rapprocher de ceux fournis par l'hydrolyse comparative du peroxyde d'azote et du chlorure de nitrosyle, sous l'action de la potasse [1]. A concentration égale en potasse, l'azotyle fournit en effet une proportion de nitrosyle beaucoup moindre que ne le fait le chlorure de nitrosyle. L'action du nitrosyle dégagé sur le peroxyde n'ayant pas encore réagi me paraît pouvoir expliquer ce phénomène, l'acide azoteux se régénérant ainsi au fur et à mesure de sa destruction.

La quantité d'iode libérée est toujours d'un atome par atome d'azote fixé, en sorte qu'en opérant en présence d'oxygène, de façon à épuiser la totalité du peroxyde d'azote mis en œuvre, les réactions globales définitives peuvent s'écrire

$$N^2O^4 + 2IK = 2NO^2K + 2I \quad \text{et} \quad N^2O^4 + O^2 + 2IK = 2NO^3K + 2I.$$

---

[1] A. PERRET et R. PERROT, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 937.

Il doit par suite être possible d'utiliser l'iodure de potassium pour le dosage des vapeurs nitreuses. C'est un point qui se vérifie; les résultats obtenus sont très concordants entre eux, mais ils sont plus faibles (environ 0,5 pour 100) que ceux fournis par les méthodes habituellement utilisées, méthodes qui d'ailleurs ne permettent guère d'atteindre une meilleure précision. Il est par suite difficile de se prononcer de façon rigoureuse sur la valeur exacte de ce nouveau mode de dosage qui, en tous cas, offre l'avantage d'être très rapide.

Ces résultats sont en contradiction avec ceux de Raschig et Prahl (1), qui observèrent une libération d'iode supérieure de 10 pour 100 à celle correspondant à l'équivalence analytique précédente $NO^2 = I$. Aussi ai-je recherché des vérifications indirectes de cette équivalence. Je citerai :

1° Dosage de l'iode par le thiosulfate, en présence de nitrites, en dépit de l'oxydation induite de ces nitrites lors de l'action du thiosulfate sur l'iode (2). On obtient en effet

$$NO^2Na + 2I + H^2O = NO^3Na + 2IH, \tag{6}$$
$$NO^2Na + 2HI = INa + H^2O + I + NO,$$

puis

$$NO + 1/2\,O^2 + IK = NO^2K + I \quad \text{ou} \quad NO + O^2 + IK = NO^3K + I,$$

en sorte que l'iode consommé par la réaction (6) est entièrement régénéré;

2° Dosage des acides par iodométrie, par action de l'acide à titrer sur une solution mixte de nitrite et d'iodure de potassium, en présence d'oxygène (mêmes réactions que ci-dessus);

3° Dosage de la somme $Cl + NO^2$ dans un mélange gazeux contenant ces deux corps. Que le chlore agisse directement sur l'iodure, ou qu'il oxyde préalablement le peroxyde en acide azotique. Il y aura toujours libération de 1 atome d'iode par atome de chlore et de 1 atome d'iode par molécule NO^2.

Ces trois points se vérifient quantitativement.

---

(1) *Zeit. angew. Chem.*, 42, 1929, p. 256.

(2) A. Berthoud et W.-E. Berger, *J. Chim. Phys.*, 25, 1928, p. 562.

GÉOLOGIE. — *Remarques sur les dépôts quaternaires du littoral portugais entre le Cap d'Espichel et la presqu'île de Peniche.* Note de M. **Jacques Bourcart.**

J'ai montré ([1]) qu'il était très probable qu'aucun document ne subsistait pour retracer l'histoire quaternaire du littoral portugais entre le Cap Saint-Vincent et l'estuaire actuel du Sado (Setubal). Il n'en n'est pas de même sur la rive droite de ce fleuve que forme la Serra calcaire de l'Arrabida.

Cette chaîne constitue la fin de la bordure méridionale du bassin du Tage. Sur son flanc nord-ouest, le Miocène, le Pliocène inférieur et le Pliocène supérieur (qui atteint 127^{m}) sont fortement relevés; la surrection de la chaîne est donc très récente.

Depuis longtemps on connaît, au voisinage de son extrémité distale, le Cap d'Espichel, des plages soulevées signalées d'abord à la Praia dos Navigantes par Carlos Ribeiro : elles on fait l'objet d'une description plus précise de la part de P. Choffat et G.-F. Dollfus ([2]). Les gisements sont situés aux altitudes de 6^{m} et 15^{m} à 200^{m} du fort de Baral. Ces lambeaux sont constitués par un poudingue à ciment gréseux bistre englobant des galets de quartzite avec de nombreuses coquilles de Lamellibranches ou de Gastéropodes ([3]), faune chaude caractérisée notamment par *Patella safiana*, mollusque très abondant dans les dépôts de même âge du Maroc et vivant sur le littoral de ce pays. Le facies de la roche est identique aux *grès de Rabat*.

En outre il en existe des lambeaux à 62^{m} et 70^{m}. Ceux-ci ne contiennent plus, d'après Dollfus et Choffat, que des coquilles très brisées et la roche offre une stratification *dunaire*. Ils renferment une faune dont les éléments les plus caractéristiques sont : *Mactra solida* et *Donax vittatus*, faune que M. F. Dollfus qualifie de froide.

Ces deux Lamellibranches existent pourtant aussi bien dans la faune actuelle du littoral de l'Algarve ou du Maroc que dans celle des grès de Rabat.

En outre, fait très intéressant, un tuf rouge à *Helix* se trouve dans les

---

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 856.

([2]) *Bulletin de la Société géologique de France*, 4e série, 4, 1904, p. 739.

([3]) Les échantillons sont conservés dans la collection du Service géologique du Portugal.

cavités du lambeau gréseux de 62^m. On ne saurait ne pas être frappé de sa ressemblance avec les limons consolidés rouges du Maroc, inclus dans les cavités du *grès de Rabat*. Remarquons que des limons identiques, à petits cailloux de quartz, se trouvent sur toute la plateforme calcaire du Cap.

Ces différences d'altitude et de faune ont conduit les auteurs, notamment E. Haug, à qualifier ces gisements de *siciliens* et de *tyrrhéniens*. Nous avons vu plus haut que l'indication d'une faune froide ou chaude n'est nullement motivée. Quant à la différence d'altitude, même sans tenir compte de celle qui existait originellement entre un cordon et une dune, elle est de l'ordre de celle observée au Maroc, notamment au cap Cantin.

Des lambeaux analogues de grès dunaires ou de plage existent plus au Nord, depuis le Cap Roca (fortin de Guincho) jusqu'à Ericeira. Comme au Cap Saint-Vincent, ils recouvrent, en ce dernier point, les sables rouges du Pliocène supérieur qui remplissent des valleuses brusquement tranchées par l'érosion marine. Enfin, j'ai pu en récolter sur le *karst* liasique qui forme l'île de Peniche, actuellement rattachée à la côte. Ces lambeaux y sont nettement inclinés vers l'intérieur.

Cette presqu'île présente un intérêt très particulier, car c'est là que se trouve la grotte de Furninha qui a été fouillée par F. N. Nery Delgado et dont la faune a été étudiée par E. Harlé. Choffat, puis Lautensach, ont montré que cette petite presqu'île liasique avait été reliée aux îles Berlenguas, granitiques et gneissiques, et qu'elles en ont été séparées par l'ablation marine. La preuve en a été cherchée dans l'existence de galets de granite et de quartz dans les sables rouges de cette grotte.

Les limons rouges de la grotte de Furninha contiennent une faune de Mollusques et de Vertébrés *chaude* et un outillage acheuléen d'après M. Boule.

Les considérations tirées de l'altitude (15^m) de ces dépôts n'ont pas plus de valeur que pour ceux de la grotte du Cap Cantin près de Safi. Ce sont probablement des matériaux éboulés dans une fissure. De nombreuses traces de limons rouges existent d'ailleurs dans les cavités du karst, en partie déblayées par la mer.

Mes observations me montrent qu'en ce point, un fragment du littoral *chelléen* est donc conservé, mais qu'il représente le bord d'un chenal séparant Peniche (et les Berlenguas) du continent. A l'époque des limons rouges, cet ensemble aurait été surélevé puis aurait été l'objet d'une érosion vigoureuse qui a créé le karst et les grottes. Postérieurement, un système de fracture a abaissé les Berlenguas et facilité l'action de l'abrasion marine.

De cette phase de soulèvement date probablement le chenal si curieux par où la Mer de Paille débouche dans l'Atlantique en aval de Lisbonne, quand manifestement au cours plus ancien du Tage est marqué par la *ria* sous-marine qui limite au Nord la prolongation du Cap d'Espichel.

Je pense donc avoir mis en évidence : 1° l'existence d'une zone de surélévation littorale à l'extrémité de l'Arrabida d'une part, de Cascais à Peniche, ou peut-être à Nazare, d'autre part.

Cette zone de surélévation est limitée au Nord et au Sud par deux grandes flexures parallèles ENE-WSW : *a*, celle du Tage qui est des traits majeurs de la tectonique de la Péninsule hispanique et se prolonge de près de 100^{km} dans l'Atlantique : *b*, celle qui limite au Nord la zone de culmination transversale (*Hauptscheidegebirge*) de Theobald Fischer et que je prolonge jusqu'à la mer.

Au nord de Nazare et jusqu'à Espinho, la côte actuelle est basse, plate, due aux apports récents.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Accélération évolutive des radicelles dans des racines traumatisées*. Note de Mlle MADELEINE FOURCROY, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

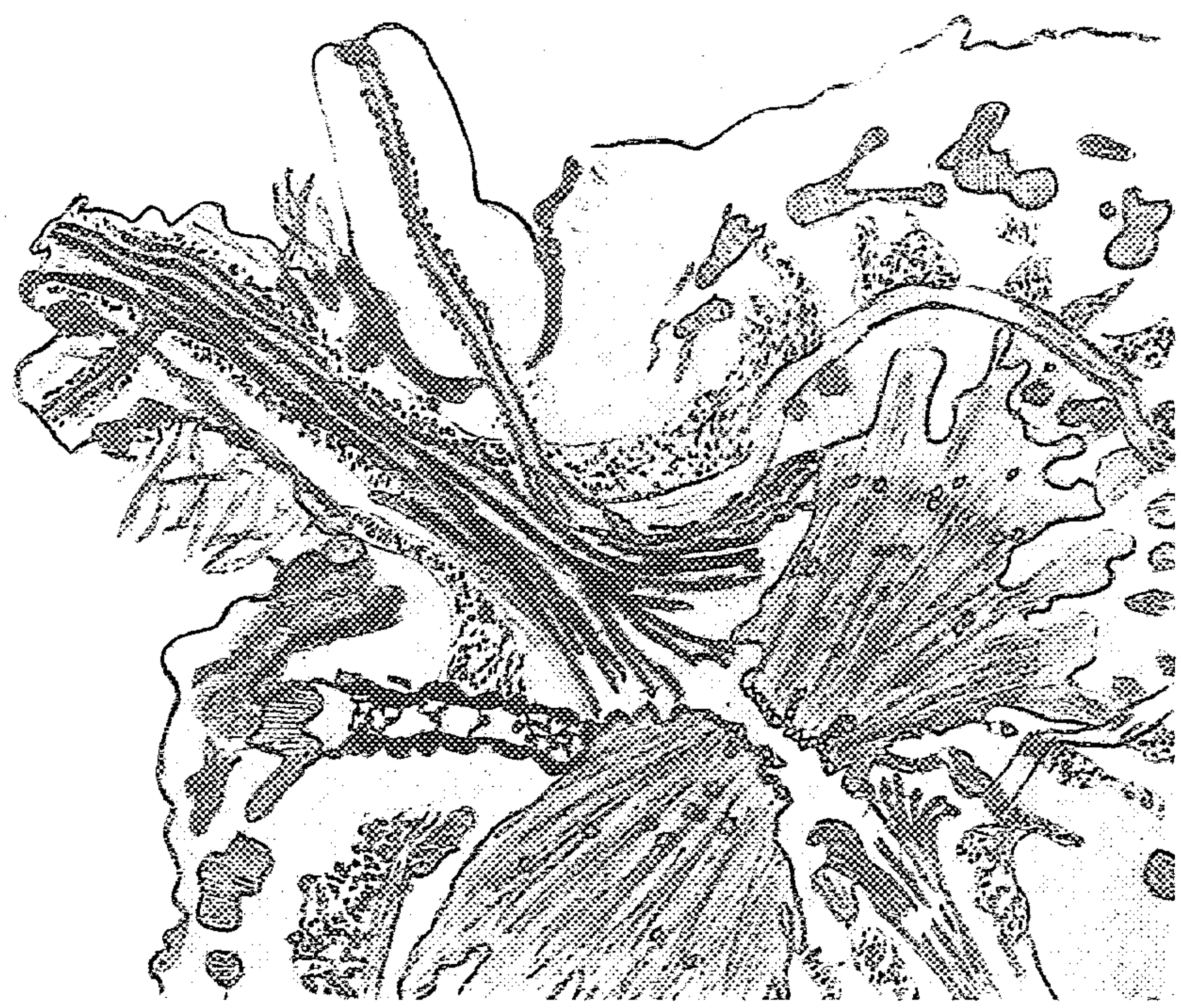
J'ai montré qu'une lésion dans le point végétatif d'une racine en voie de croissance provoque des modifications anatomiques non seulement dans le développement de cette racine jusqu'à des distances considérables du point lésé, mais encore dans le mode d'insertion de ses radicelles [1]. Dans les deux cas, les modifications se traduisent surtout par des phénomènes d'accélération dans l'évolution de l'appareil conducteur. En ce qui concerne les radicelles, au lieu de présenter un rapport *direct* assuré par les vaisseaux des phases alternes donc primitives, elles ont un raccord *latéral* assuré par des éléments superposés et secondaires précocement formés.

La présente Note étend ces résultats. Il ne s'agit plus pour la racine mère d'un traumatisme du point végétatif, mais d'une lésion située à la base de l'hypocotyle d'un Choux cultivé et produite par la piqûre d'un insecte qui y dépose ses œufs. Une zoocécidie se développe dont les effets se font sentir très loin au-dessous et au-dessus du point lésé. Je ne parlerai ici que des radicelles.

---

[1] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2213.

On sait que toute lésion de la racine a pour effet d'accroître le nombre des radicelles et de hâter leur apparition. Je vais montrer que les radicelles elles-mêmes, présentant dès leur naissance un développement vasculaire plus avancé que celui qu'elles ont dans une insertion normale, se comportent comme la racine mère. Extérieurement, la racine montre un chevelu de ramifications touffues et entremêlées. Les coupes successives révèlent une prolifération anormale en radicelles de second et troisième ordre dès que



la radicelle de premier ordre est libérée des tissus de la racine mère. La figure met en évidence un fait d'accélération beaucoup plus considérable encore; c'est à l'intérieur même des tissus de la racine mère qu'une radicelle de second ordre s'est constituée, dès l'insertion anormale de la radicelle de premier ordre. Cette radicelle première présente une accélération évolutive telle que le raccord vasculaire de la radicelle seconde est lui-même anormal, réalisé par les éléments superposés hâtivement différenciés. En effet, en coupe longitudinale axiale, ce raccord a l'aspect d'un cône vasculaire dont la base est remplie de parenchyme médullaire, parenchyme qui n'existe jamais dans une insertion normale. La figure montre d'ailleurs une autre radicelle de second ordre, née hors des tissus de la racine mère, et pour

laquelle, à cette distance, toute influence accélératrice a cessé; le raccord se fait normalement. C'est, à ma connaissance, la première fois qu'est signalée la ramification d'une radicelle avant sa sortie des tissus de la racine.

Or la coupe est faite à 3^{mm} au-dessous du niveau de la piqûre de l'insecte, à $0^{mm},5$ au-dessous de l'expansion gallaire. Une fois de plus, je constate une influence à distance des traumatismes. Non seulement le développement vasculaire de la racine mère se trouve accéléré, mais cette accélération évolutive intéresse les radicelles successives : d'une part, leur précocité et leur nombre augmentent, d'autre part, elles peuvent elles-mêmes donner naissance à des radicelles dont l'insertion présente un état évolutif accéléré.

De mes observations sur diverses familles, il résulte que traumatismes mécaniques, chimiques ou biologiques ont une même conséquence : modifier l'évolution vasculaire de la plante dans le sens d'une accélération. Le traumatisme biologique est à la fois mécanique par la piqûre et chimique par les produits injectés, mais il intéresse des tissus moins jeunes qui cependant réagissent dans le même sens et très loin du point lésé.

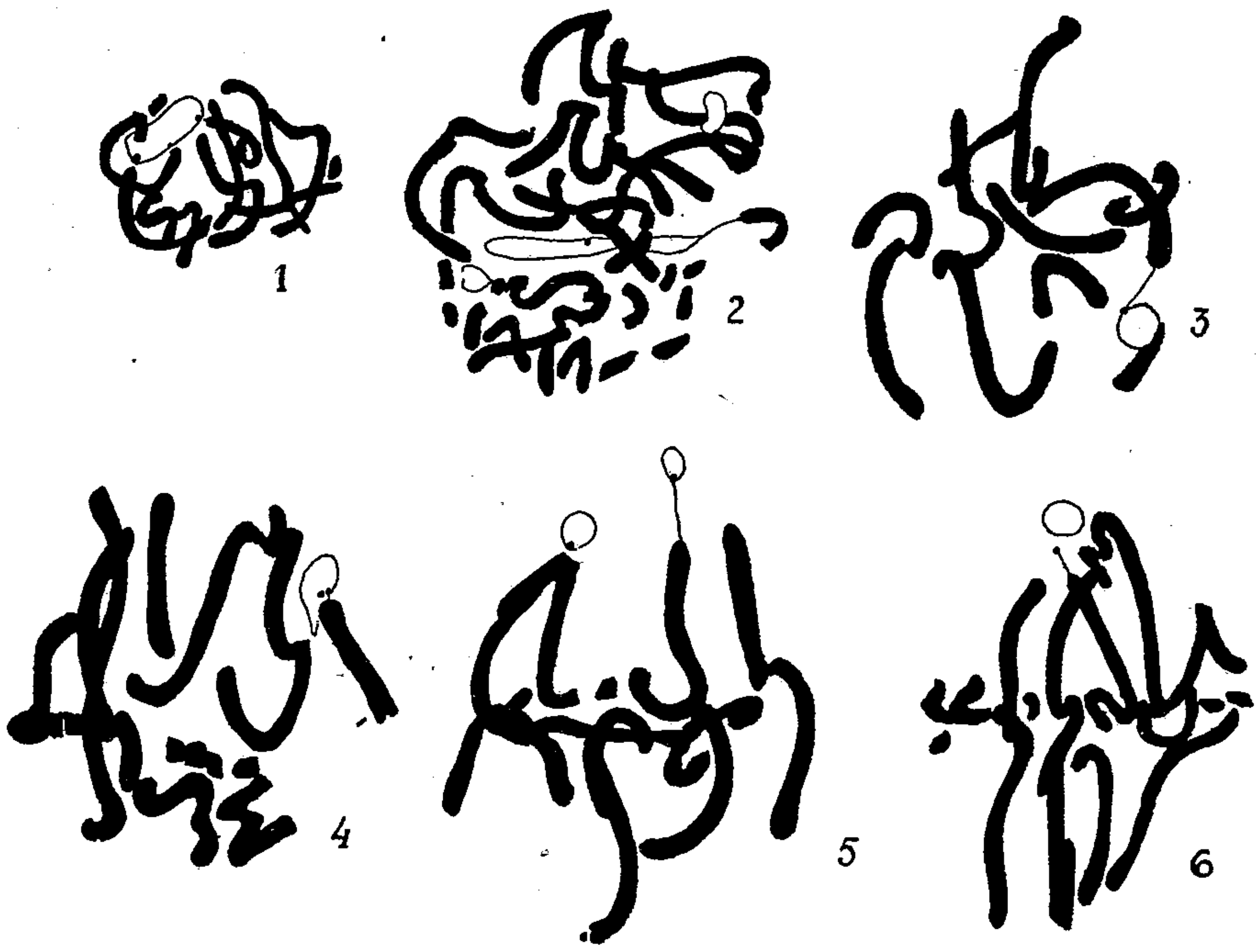
CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une nouvelle technique analogue à la réaction de Feulgen et son application à l'étude de l'évolution des éléments nucléolaires et des satellites.* Note de M. **YU CHIH-CHEN**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

On sait que l'hématoxyline au fer colore de façon identique nucléoles et chromosomes. D'autre part les colorations polychromes manquent en général de netteté dans le matériel végétal et leur électivité devient douteuse envers de très petits éléments pour lesquels la différenciation n'aboutit souvent qu'à des mélanges de teintes qui excluent toute précision dans des études très fines. La réaction de Feulgen est parfaitement élective des chromosomes et des satellites, mais le nucléole qui demeure incolore dans les techniques bien conduites est difficilement visible dès la fin de la prophase et son évolution ne peut plus être suivie à partir de la métaphase, stade où il se fragmente en général. Les conditions de visibilité du nucléole sont parfois améliorées par une coloration de fond au vert lumière, mais dans ce cas on a des images moins nettes qu'au Feulgen naturel et comportant même des mélanges de teintes.

La nouvelle technique proposée est destinée au matériel végétal : elle

relève de l'analyse chromatique et a été réalisée dans le but de compléter et non de remplacer la réaction de Feulgen, réaction microchimique des chromosomes muette sur l'évolution du nucléole. Elle permet de suivre exactement les rapports entre la chromatine thymonucléique et la substance nucléolaire pendant la cinèse.

Résumons sommairement cette technique avant d'exposer les premiers résultats qu'elle nous a permis d'obtenir. Les préparations coupées à 5µ et collées à l'albumine sont hydrolysées par l'acide chlorhydrique normal



à 60° pendant 15 minutes, puis soigneusement lavées à l'eau distillée pendant 20 minutes. On colore par la fuchsine acide anilinée à 2 pour 100 pendant une minute et demie, on passe quelques secondes dans une solution d'acide chlorhydrique à 2,5 pour 100, puis on différencie à fond par l'eau de robinet jusqu'à ce que les chromosomes restent seuls colorés. A ce moment on colore de une à une minute et demie par le vert lumière à 1,5 pour 100 et on lave à l'eau de robinet jusqu'à élimination de l'excès de vert lumière et réapparition des chromosomes.

La coloration réussit après toutes les fixations, mais particulièrement bien après le Flemming convenablement blanchi à l'eau oxygénée. Les

nucléoles sont en vert lumière franc, le protoplasme en vert pâle, les chromosomes en rouge ou rouge violet; les précipités vacuolaires peuvent parfois se colorer en vert jaunâtre, mais, même dans ce cas, toute confusion avec les nucléoles est impossible avec un peu d'habitude.

Nous avons appliqué cette coloration à l'étude des satellites dans les méristèmes radiculaires de *Tulipa*. A l'interphase, la chromatine thymonucléique (Feulgen) adhère toujours étroitement au nucléole en de nombreux points. Au cours de la prophase, le réseau chromatique se décolle du nucléole et, finalement, la chromatine thymonucléique n'est plus adhérente à ce dernier que par les satellites portés par quelques chromosomes. S. Navaschin cité par Ghimpu [1] a indiqué *Tulipa* comme le végétal où les satellites sont les plus beaux. D'après S. Navaschin également, les satellites ne séjourneraient pas sur les nucléoles. La question ne nous paraît pas résolue, car voici ce que nous avons observé. Chez *Tulipa* deux ou trois chromosomes paraissent posséder un corpuscule terminal assimilable aux satellites des auteurs. Ces corpuscules sont reliés aux chromosomes par un tractus de *longueur inconstante* (*fig.* 3 à 6). Les tractus peuvent faire défaut et les satellites apparaissent alors comme une simple protubérance terminale du chromosome. Dans un grand nombre d'images (*fig.* 1 à 5), *les satellites adhèrent nettement au nucléole ou aux résidus nucléolaires*. Ce phénomène peut être suivi de la prophase (*fig.* 1) à la métaphase (*fig.* 2 à 6). Dans un cas même (*fig.* 2), nous avons observé un résidu nucléolaire en bâtonnet relié directement à un chromosome par un tractus. (Dans les figures, les nucléoles sont indiqués par un contour.) En général, les auteurs, qui comme Heitz [2] ont minutieusement étudié les relations des satellites avec les nucléoles, n'ont pas pu suivre les phénomènes pendant la métaphase. Nous apportons une nouvelle preuve des importantes relations d'adhérence qui existent entre le nucléole et la substance chromosomique.

---

[1] *Recherches cytologiques sur les genres* Hordeum, Acacia, Medicago, Vitis *et* Quercus (*Thèse*, Paris, 1930, p. 183).

[2] *Planta*, 12, 1931, p. 775-844; 18, 1932, p. 571-636.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Action des sucres sur les Saprolégniées.* Note de M. et Mme **Fernand Moreau**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Nous avons appliqué les procédés décrits dans une Note récente [1] sur l'action de la glycérine sur les Saprolégniées à l'étude de l'influence qu'exercent les sucres sur ces mêmes Champignons. L'*Achlya colorata* Pringsh. a été soumis en cultures pures à des doses variées de lévulose, glucose, maltose et saccharose, ajoutées à un milieu témoin, le liquide de Sabouraud au maltose, appauvri au 1/50e; il a montré dans ces conditions des altérations de croissance et toute une gamme de morphoses qui rappellent celles produites par la glycérine et qui portent sur les filaments végétatifs et les organes reproducteurs.

La première indication d'une action toxique des sucres s'observe à des doses encore faibles, compatibles avec une croissance du Champignon comparable à celle qu'il offre dans le milieu témoin.

Les premières anomalies constatées concernent les organes reproducteurs. Les rameaux anthéridiens, devenus ondulants, se divisent en branches nombreuses, grêles, qui entourent d'un peloton mycélien les oogones. Le nombre des oogones diminue et beaucoup avortent, soit qu'ils forment une vésicule claire au protoplasme pauvre, soit qu'ils contractent leur contenu en une masse souvent riche en gouttelettes d'huile; leur surface, normalement ornée de quelques épines, devient à peu près lisse. Beaucoup d'œufs naissent anormaux, irréguliers, l'irrégularité étant due à une séparation incomplète des oosphères qui demeurent unies en masses grossièrement lobées.

Les sporanges offrent également des anomalies; ils sont capables de se développer en un filament ordinaire ou d'émettre un diverticule court qui se renfle en un oogone; ils peuvent aussi partager leur protoplasme en fragments irréguliers, plus volumineux que les spores ordinaires et susceptibles de germer dans la cavité du sporange.

Les filaments végétatifs de la périphérie des cultures offrent des formes tortueuses et produisent des rameaux grêles qui s'enroulent souvent autour de sporanges avortés, à la manière dont les rameaux anthéridiens entourent les oogones.

Une proportion de sucre plus élevée vaut aux cultures un développement

---

(1) M. et Mme F. Moreau, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 152.

moins exubérant. Les filaments mycéliens deviennent irréguliers, variqueux, trapus avec des rameaux grêles, boudinés, vésiculeux. Les anthéridies sont rares et souffrantes. Les oogones s'hypertrophient, atteignent un diamètre double du diamètre normal (110$^{\mu}$ au lieu de 50-60$^{\mu}$), forment des organes lisses, piriformes ou difformes, avec ou sans anthéridies.

Le développement n'est plus que très faible pour de plus fortes teneurs en sucres. Le mycélium, d'abord vésiculeux, fait place à des vésicules nombreuses et volumineuses (jusqu'à 400$^{\mu}$ de diamètre), capables de bourgeonnement, puis à des vésicules plus petites. Celles-ci se font plus rares quand la teneur en sucre s'élève et, bientôt, le développement devient nul. Il est d'abord seulement inhibé et se montre susceptible de reprendre si le Champignon est reporté dans le milieu témoin. Des concentrations très élevées déterminent la mort du Champignon.

Tel est, dans ses grandes lignes, le tableau général de l'action des sucres sur l'*Achlya colorata*.

Des différences s'observent dans leur action individuelle. Les plus évidentes sont d'ordre quantitatif. Ainsi, la dose qui provoque la formation d'un mycélium irrégulier est de 4-6 pour 100 pour le lévulose et le glucose, de 10-12 pour 100 pour le maltose et le saccharose. Les oogones fortement hypertrophiés apparaissent pour des teneurs de 3-6 pour 100 de lévulose ou de glucose et de 10 pour 100 de maltose ou de saccharose. Le développement des grosses vésicules correspond aux teneurs de 6 pour 100 en lévulose, 8 pour 100 de glucose, 12 pour 100 de maltose, 15 pour 100 de saccharose. Les petites vésicules se forment en présence de 10 pour 100 de glucose et de 25 pour 100 de maltose ou de saccharose. Elles se raréfient à la dose de 15 pour 100 de glucose et de 30 pour 100 de saccharose ou de maltose. Tandis qu'une proportion de 12 pour 100 de lévulose, et de 25 pour 100 de glucose, dans le milieu de base, entraîne la mort du Champignon, il faut 35 pour 100 de maltose ou de saccharose pour produire le même effet.

Les deux sucres en C^6, glucose et lévulose, ont des toxicités voisines, ainsi que les sucres en C^{12}, maltose et saccharose. Ces quatre sucres se rangent, selon leur toxicité croissante, dans l'ordre suivant :

Saccharose, maltose-glucose, lévulose.

La toxicité plus élevée des sucres en C^6 est peut-être liée à leur poids moléculaire plus faible. On serait tenté de le croire en observant que les anomalies que nous venons de décrire ne se rencontrent pas sur des milieux de haute teneur en amidon, polysaccharide de poids moléculaire élevé.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Une plante nouvelle à colchicine, le* lofout, *Liliacée saharienne.* Note de M. **Emile Perrot**, présentée par M. Marcel Delépine.

En 1933, M. Aug. Chevalier signalait une plante prédésertique de la tribu des Colchicées, rencontrée par lui dans le Sahara central et méridional et que les indigènes regardent comme une espèce mortelle pour les chèvres et les chameaux.

Le chef de bataillon Lelong, commandant les troupes de la région de Zinder, lui ayant fait un envoi d'échantillons récoltés par le capitaine Couturier, elle fut identifiée à l'*Androcymbium gramineum* Mac Bridge; or Aug. Chevalier s'aperçut qu'elle se trouvait déjà dans son herbier, comme envoi du docteur P. Ducellier, qui l'avait cueillie dans l'oasis de Bilma, en 1911. En effet, elle figure dans le livre de cet auteur sous le nom de *Erythrostictus punctatus* Schlecht., qui est lui-même synonyme de *Melianthium gramineum* Cav.

La détermination botanique de cette espèce est donc aujourd'hui précisée; elle porte en langue toubou, les noms de *lofout* et, en kanoun, celui d'*el bassal n'gaboubé*, ce qui signifie *oignon de corbeau*; elle a toutes les apparences d'un colchique.

En dehors de l'oasis de Bilma, elle existe dans les palmeraies sahariennes où l'eau est à fleur de terre, au Timnero, à Djado et Tedjéré et sans doute est-elle moins rare qu'on l'avait cru jusqu'à présent.

Désirant connaître la cause de la toxicité de cette espèce, nous avons pu, grâce au lieutenant-colonel Montangerand, commandant du Cercle militaire de Zinder, obtenir un lot de graines, de tubercules et de feuilles, pour en faire la description et l'analyse chimique; il fut recueilli dans l'oasis de Bilma par le commandant Londes.

Les bulbes, plus petits que chez le *Colchicum autumnale* et plus élargis que dans ce dernier, sont cordiformes, avec une gouttière profonde latérale, présentant à la partie inférieure un petit bulbe de remplacement; la structure anatomique est la même dans les deux espèces, qui renferment des grains d'amidon, toutefois légèrement plus volumineux dans la plante saharienne et groupés par deux ou trois, en forme de cloche, avec la face d'accolement aplatie et un hile en croix, très net dans la partie arrondie.

---

(1) *Exploration botanique de l'A. O. F.*, 1920, p. 657.

Les graines sont sensiblement de même forme dans les deux espèces, mais de couleur un peu plus claire dans l'espèce saharienne et un peu plus petites; le poids moyen de cent graines est de $0^g,36$ à $0^g,37$, tandis que dans l'espèce européenne, il est de $0^g,56$ environ.

L'examen microscopique ne fournit aucune particularité saillante, ni dans le tégument, ni dans l'albumen.

Examen chimique. — Toutes les parties de la plante, feuilles, fleurs, bulbes et semences, renferment un alcaloïde identifié par ses réactions à la colchicine, ce qui les rend toxiques et confirme les dires des indigènes. L'extraction de l'alcaloïde a été faite au laboratoire par mon collaborateur, le Dr Bourcet, par la méthode de Kremel et sa caractérisation par les réactions classiques de Zeissl-Führer.

Il a été obtenu $3^g,7$ de colchicine au kilogramme pour les graines et 2,9 pour les bulbes.

D'autres analyses faites sur ma demande au laboratoire de contrôle des médicaments ont donné : pour les semences, 5,4 pour 1000 en bases brutes, dont 3,75 de colchicine.

Quant aux feuilles et aux fleurs, elles sont également très toxiques, car l'analyse y décèle encore plus de 1 pour 1000 de colchicine.

En résumé, l'*Androcymbium gramineum* Mac Br., ou *lofout*, est une Colchicée des oasis prédésertiques du Sahara méridional, de tous points comparable au *Colchicum autumnale* L. de l'Europe et qui renferme de la colchicine en quantité voisine de la moyenne obtenue chez ce dernier dans les divers organes. Nonobstant les difficultés de transport, il pourrait servir à l'extraction industrielle de cet alcaloïde qui, cependant, paraît de conservation un peu difficile à l'air, surtout en solution, quand il provient de l'espèce saharienne.

BIOLOGIE VÉGÉLALE. — *Remarques sur quelques caractères de la sécrétion de* Primula obconica. Note de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Dans son travail sur la formation des huiles et des essences chez les végétaux, Mesnard [1] a émis l'idée, en ce qui concerne plus particulièrement les essences, que les gouttelettes internes sont formées d'une substance différente de celle qui, extravasée, s'accumule dans les espaces sous-cuticulaires

[1] Mesnard, *Ann. Soc. Nat.*, 7e série, *Bot.*, 18, 1893, p. 1.

ou dans des appareils spéciaux. Des hypothèses analogues ont été soutenues par Hanstein ([1]) et Tschirch ([2]).

Sans préjuger d'une analogie de composition chimique entre les corps sécrétés par *Primula obconica* et les substances étudiées par Mesnard, Hanstein et Tschirch, nous avons remarqué que le produit de sécrétion offre des caractères microchimiques différents suivant qu'on l'étudie, soit dans la cellule, soit lorsqu'il s'est accumulé dans le réservoir ou répandu à l'extérieur par rupture de la cuticule. Ces caractères se rapportent à la solubilité, à la colorabilité et à quelques réactions spéciales; nous n'indiquons ici que les réactions démontrant ces différences.

Le bleu d'indophénol s'étant, comme nous l'avons précédemment indiqué ([3]), montré un colorant favorable à l'examen des inclusions intracellulaires, nous nous en sommes servi pour contrôler leur disparition ou leur persistance dans la cellule après action de divers solvants. Les fragments d'organes portant des productions épidermiques ont été plongés, frais ou après fixation au formol sucré, dans les liquides et examinés à intervalles réguliers. Cette technique nous a donné les résultats suivants : la sécrétion intracellulaire est très soluble dans l'alcool éthylique à 100°, 90° et 70°, dans l'alcool amylique, l'alcool méthylique, l'éther de pétrole, le choroforme, l'acide acétique, l'alcool-éther, l'hydrate de chloral, le sulfure de carbone, la lessive de potasse diluée, assez soluble dans l'alcool éthylique à 50°, la benzine; peu soluble dans l'alcool isobutylique; *très lentement* soluble dans l'acétone et l'éther éthylique; insoluble dans l'acool éthylique faible et dans les carbonates alcalins. La sécrétion sous- et extra-cuticulaire est extrêmement soluble dans tous ces réactifs y compris l'acétone et l'éther à l'exception des alcools éthyliques faibles et des carbonates alcalins.

Faiblement et difficilement colorables par la plupart des colorants des corps gras, les inclusions cellulaires ne réduisent que très faiblement l'acide osmique qui les colore en brun clair et les insolubilise lentement; l'action ultérieure de l'alcool ne provoque pas de réduction secondaire. Au contraire, lorsqu'elle se trouve dans le réservoir ou à l'extérieur de la cuticule, la sécrétion se montre nettement réductrice vis-à-vis de l'acide osmique en prenant un ton noir.

La réaction d'Unwerdorben-Franchimont ou de Fichler, à l'acétate de

---

([1]) J. Hanstein, *Bot. Zeit.*, 21, 1868, p. 697.

([2]) A. Tschirch, *Die Harze und die Harzbehälter*, 2e édit., Leipzig, 1905.

([3]) M. Hocquette, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 234.

cuivre, n'est positive que pour la sécrétion extra-cytoplasmique; nous n'avons jamais observé de coloration verte des inclusions.

L'action d'une solution de cyanine teint le plus souvent les inclusions en bleu violacé; dans le réservoir et à l'extérieur, la sécrétion est presque toujours colorée en rouge pourpre violacé.

Le sulfate de bleu de Nil ne colore que très faiblement les inclusions qui apparaissent réfringentes et très légèrement bleutées; la sécrétion sous- ou extra-cuticulaire prend une teinte bleu violacé foncé.

La base du bleu Victoria ne colore en rouge que la sécrétion sous- ou extra-cuticulaire.

La saponification suivant la technique de Molisch fait apparaître, dans la cellule (nous avons surtout examiné la cellule terminale du poil), de rares amas de cristaux polarisant la lumière; les amas cristallins sont beaucoup plus abondants à l'extérieur des cellules au voisinage des poils, dans le liquide de la préparation. Après séjour dans l'acétone la saponification ne donne plus aucun résultat.

De ces réactions il est possible de déduire que la sécrétion n'a pas la même composition dans la cellule et hors de celle-ci. Elles mettent en particulier en évidence (réduction de l'acide osmique, réaction d'Unwerdorben-Franchimont, saponification, caractères de solubilité et de colorabilité), la présence probable dans le produit sécrété, alors qu'on ne trouve pas inclus dans le cytoplasme, d'acides gras ou d'un mélange de graisses neutres et d'acides gras. La présence d'acides gras expliquerait peut-être le virage de la cyanine. Les acides gras et graisses neutres à l'état libre feraient au contraire à peu près complètement défaut dans la cellule et n'entreraient pas d'une façon apparente dans la constitution des inclusions.

GÉNÉTIQUE. — *Comparaisons entre quelques Pois et leurs hybrides, relativement à la composition élémentaire des graines.* Note (¹) de Mme **Cécile Sosa-Bourdouil**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons examiné la teneur en carbone, hydrogène, azote et cendres des graines de diverses variétés de Pois (*Pisum sativum* L., *Pisum arvense* L. et *Pisum Jomardii* Schrank.) afin de les comparer entre elles et avec leurs hybrides. Les teneurs en carbone et hydrogène ont été déterminées par

(¹) Séance du 16 mars 1936.

semi-micro-combustion suivant la technique de Wahl et Sisley [1]; la teneur en azote par semi-micro-Kjeldahl, les résultats ayant été vérifiés, dans les cas des poudres moyennes, par la méthode de Dumas; les cendres par combustion à la plus basse température possible.

Toutes les graines proviennent de cultures effectuées à la station Berthelot de Bellevue (S.-et-O.) dans des conditions aussi semblables que possible. Dans quelques cas on a reproduit les analyses sur des graines récoltées les années antérieures à 1935. Les résultats suivants sont relatifs à des poudres moyennes obtenues à partir de 10 graines dépouillées de leurs téguments. Les résulats sont ramenés à 100^g de substance desséchée vers 105° dans le vide à l'appareil de Bouillot modifié par J. Rabaté.

Pour le carbone et l'hydrogène nous avons obtenu chez les variétés pures les chiffres suivants :

Pisum.	C.	H.
Pisum sativum var. ridée (Le Délicieux)	46,10	6,46
» lisse (Très hâtif d'Arras)	45,23	6,35
Pisum arvense	45,44	6,14
Pisum Jomardii	45,23	6,22

Nous remarquons que les teneurs en carbone et hydrogène sont très voisines les unes des autres. Si l'on calcule la différence entre la somme carbone + hydrogène + azote + cendres, on trouve des chiffres qui ne correspondent pas exactement à l'oxygène mais qui donnent une idée comparative de la teneur en oxygène des variétés examinées. Ces chiffres sont également très voisins entre eux : (Le Délicieux, 38,5; Très hâtif d'Arras, 40,5; *arvense*, 41,2; *Jomardii*, 41,5). Les deux derniers pois sont légèrement plus riches en oxygène.

Nous avons analysé, de la même manière, quelques graines hybrides prises individuellement et dépouillées de leurs téguments. Ces résultats sont les suivants :

		C.	H.
Le Délicieux × Très hâtif d'Arras	F_1 lisse	45,3	6,1
Le Délicieux × *P. Jomardii*	F_1 lisse	45,1	6,4
	F_3 lisse	45,2	6,2
	intermédiaire	45,6	6,2
Le Délicieux × *P. arvense*	F_1 lisse	45,4	6,2
	F_4 lisse	45,6	6,2
	ridé	46,0	6,3
	intermédiaire	45,7	6,3

(1) *Bull. Soc. chim. Fr.*, 4e série, 43, 1928, p. 1279 et suiv.

Chez les hybrides, comme chez les parents, les teneurs en carbone et hydrogène sont très voisines les unes des autres. Les différences de composition relatives à la qualité des glucides que nous avons mises en évidence pour les mêmes variétés n'affectent donc pas sensiblement leur composition élémentaire ni celle de leurs hybrides. D'ailleurs si l'on substitue la forme amidon à la forme saccharose, plus hydratée, proportionnellement à la teneur de chaque variété, les différences apportées par cette substitution sont inférieures à 1 pour 100, de l'ordre des erreurs d'expériences.

Par contre, la teneur en azote pour 100 de substance sèche présente, dans les cas étudiés, des différences qui ne peuvent être expliquées uniquement par des fluctuations, mais qui apparaissent liées à la variété. Voici les chiffres donnés par la même variété *Pisum sativum* (Le Délicieux) récoltée en 1931, 4,94; en 1933, 4,71; en 1935, 4,91. Dans l'ensemble j'ai trouvé pour : Très hâtif d'Arras, 4,6, 4,41, 4,5; pour *Pisum arvense*, 4,1, 3,8, 4,0; pour *Pisum Jomardii*, 3,8, 3,83.

Nous avons enfin examiné, de la même manière, la teneur en azote graine par graine de quelques hybrides choisis parmi les formes et couleurs disjointes :

Le Délicieux × Très hâtif d'Arras F_1 lisse, 4,6, 4,52; Le Délicieux × *arvense* F_1 lisse, 4,38, F_2 ridé, 4,44; lisse, 4,21, 4,1, 3,95.

P. arvense × Le Délicieux F_4 : lisse blanc, 4,15; blanc à hile noir, 3,8; lisse brun piqueté de violet, 4,1; ridé blanc, 4,2, 5,3, 3,88; intermédiaire, 4,2; brun, 4,6, 4,44.

Le Délicieux × *Jomardii* F_1 : 4,12; F_3 : lisse vert, 3,85, 3,8; lisse vert piqueté de violet, 4,16, 3,91; intermédiaire, 4,2; ridé, 4,48.

Chez les hybrides de *Pisum* on peut désormais admettre que la teneur en azote n'est pas liée directement à la couleur ni à la forme des grains.

Mais ces essais ne sont pas complètement négatifs; on constatera que les hybrides de la 1re à la 4e génération donnent souvent des taux d'azote notablement inférieurs à la moyenne des taux des parents : 10 cas sur 15 pour les descendants de la combinaison *P. arvense* × *P. sativum*; 6 cas sur 7 pour *P. Jomardii* × *P. sativum*. Ce résultat suggère l'hypothèse, qui ne peut être définitivement établie qu'après des analyses nombreuses et longues : à savoir qu'une ségrégation est possible dans le sens de la récessivité de la graine la plus riche en azote.

GÉNÉTIQUE. — *Nouveaux hybrides interspécifiques d'*Iris Pogoniris. Note de M. **Marc Simonet**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Ces dernières années, notre collection d'*Iris* s'étant très heureusement complétée d'espèces nouvelles, et celles-ci ayant abondamment fleuri en 1934 et 1935, nous en avons profité pour tenter les croisements les plus variés. Plusieurs hybrides ayant été réalisés entre espèces à nombres chromosomiques différents, il nous a été possible, dès la germination, de vérifier si les graines obtenues résultaient bien d'un véritable croisement, puisque l'hybride, d'une manière générale, possède exactement la somme des nombres chromosomiques haploïdes des parents.

Dans la présente Note, nous faisons connaître neuf nouveaux hybrides interspécifiques, actuellement en excellent état de végétation, qui ont été ainsi vérifiés caryologiquement; ce sont les combinaisons suivantes : $2n=20$, *I. attica* Boiss. et Held. $(n=8)\times$ *I. mellita* Janka $(n=12)$; $2n=24$, *I. pumila* L. $(n=16)\times$ *I. attica* Boiss. et Held. $(n=8)$; $2n=28$, *I. chamaeiris* Bert. $(n=20)\times$ *I. attica* Boiss. et Held. $(n=8)$; $2n=32$, *I. chamaeiris* Bert. $(n=20)\times$ *I. mellita* Janka $(n=12)$, *I. chamaeiris* Bert. $(n=20)\times$ *I. Reichenbachii* Heuff. $(n=12)$ et *I. chamaeiris* Bert. $(n=20)\times$ *I. pallida* Lamk. $(n=12)$; $2n=40$, *I. pumila* L. $(n=16)\times$ *I. macrantha* Hort. $(n=24)$; $2n=44$, *I. chamaeiris* Bert. $(n=20)\times$ *I. aphylla* L. $(n=24)$ et *I. chamaeiris* Bert. $(n=20)\times$ *I. Ricardii* Hort. $(n=24)$.

Ces hybrides sont tout à fait inédits et ont été obtenus entre espèces de la section *Pogoniris*, laquelle réunit tous les *Iris* ayant des fleurs à sépales ornés de barbes sur la ligne médiane, des graines sans arille et une garniture chromosomique polyploïde multiple de 4 : $n=8, 12, 16, 20$ et 24 (¹).

Les cinq premiers hybrides résultent du croisement d'espèces du groupe *Iris Pogoniris nains*, tandis que les quatre autres ont été obtenus entre espèces appartenant à deux groupes différents de la même section : *Pogoniris nains* et *Grand Pogoniris de l'Europe et de l'Asie*.

Fait intéressant, toutes les espèces intercroisées possèdent non seulement des nombres chromosomiques différents, mais sont encore originaires de centres géographiques distincts : *I. chamaeiris* (France et Italie); *I. attica*

(¹) M. Simonet, *Bull. Biol. France et Belgique*, 66, 1932, p. 255-444.

(Grèce et Caucase); *I. pumila* (Autriche, Hongrie et Russie); *I. mellita* (Thrace et Asie Mineure); *I. Reichenbachii* (Hongrie et Balkans); *I. Ricardii* et *I. macrantha* (Asie Mineure).

Ces hybrides montrent l'étroite parenté qui existe entre les différentes espèces *Pogoniris*, puisque celles-ci s'intercroisent sans grande difficulté; ce que confirme d'ailleurs leur organisation nucléaire, car c'est une même série polyploïde qui les caractérise, alors que nous avons déjà montré que l'aneuploïdie est prévalente chez les *Iris* (¹).

L'*I. chamaeiris* étant intervenu six fois dans les hybrides que nous signalons aujourd'hui, et si nous rappelons qu'il a déjà été croisé avec succès, non seulement avec d'autres *Pogoniris*, mais encore avec des plantes de sections botaniques bien différentes (*Oncocyclus*, *Regelia* et *Evansia*), on ne sera pas sans remarquer la facilité avec laquelle cette espèce subit l'hybridation. Ce fait doit être dû en partie à la complexité de sa composition génétique et de son organisation caryologique dans la série polyploïde ($n=20$), et en partie à ce que cette plante toujours abondante dans les collections, a été, plus qu'une autre, largement utilisée par les hybrideurs par suite de ses qualités particulières (plante naine et floraison hâtive). Pour toutes ces raisons, il se trouve qu'actuellement l'*I. chamaeiris* est le seul, parmi les *Iris*, à avoir contribué à la formation d'autant d'hybrides.

Ces hybrides n'offrent pas qu'un intérêt d'ordre botanique ou génétique, certains doivent même avoir quelque valeur horticole si, comme il y a tout lieu de le croire, ils sont intermédiaires entre leurs parents. Ainsi, sont à grandes fleurs et à floraison tardive (15 mai) les espèces *Ricardii* et *macrantha*, alors que les *I. pumila* et *chamaeiris* sont à fleurs de moyenne grandeur et à floraison hâtive (*I. chamaeiris*, 15-20 avril) ou très hâtive (*I. pumila*, 1-15 avril). Il existe donc une différence d'au moins un mois entre la floraison des plantes de ces deux groupes d'*Iris*, intervalle que sont déjà venu combler d'une manière heureuse les *Iris intermédiaires* (*I. chamaeiris* × *I. macrantha*) (²); mais les combinaisons que nous venons de réaliser seront probablement tout autres, certaines espèces employées étant fort différentes. Par exemple l'*I. pumila* × *I. macrantha* devrait être encore plus précoce et l'*I. chamaeiris* × *Ricardii* plus vigoureux, puisque, parmi les *Pogoniris*, l'*I. pumila* est le plus hâtif et l'*I. Ricardii* celui dont la taille est la plus élevée.

(¹) M. Simonet, *Ann. des Sci. Nat. Bot.*, 10ᵉ série, **16**, 1934, p. 229-383.

(²) M. Simonet, *Journ. Soc. Nat. Hort. France*, 6ᵉ série, **2**, 1935, p. 103-110.

Enfin, du point de vue caryologique, ces hybrides auront une méiose irrégulière, et seront en conséquence plus ou moins stériles, ayant été réalisés entre espèces à nombres chromosomiques différents. Toutefois, l'*I. pumila* ($n = 16$) $\times$ *I. macrantha* ($n = 24$) doit faire exception; en effet, ses parents ont tous deux un nombre de chromosomes double (tétraploïde) des types auxquels ils se rapportent directement : l'*I. attica* ($n = 8$) étant souvent considéré comme une simple forme de l'*I. pumila* ($n = 16$), alors que l'*I. macrantha* ($n = 24$) est apparenté à l'*I. pallida* ($n = 12$). Cet hybride se trouve donc exactement dans les mêmes conditions que l'*I. autosyndetica* (1) pour subir une conjugaison autosyndétique des chromosomes d'origine maternelle d'une part ($8 + 8$), d'origine paternelle d'autre part ($12 + 12$), lors de la maturation des cellules sexuelles, d'où vraisemblablement formation régulière de 20 gemini. Ainsi, bien que réalisé entre espèces à nombres de chromosomes différents, l'*I. pumila* $\times$ *I. macrantha* aura certainement une autre destinée que les huit autres hybrides que nous venons de signaler s'il se comporte comme l'*I. autosyndetica*, lequel est interfertile par suite de l'équilibre parfait dans lequel se trouve les deux garnitures chromosomiques parentes qui contiennent chacune un double complément d'éléments homologues, isochromosomiques, et dès lors susceptibles de s'apparier autosyndétiquement.

MYCOLOGIE. — *Sur un nouvel Entophyte du groupe des Harpellacées Lég. et Dub., parasite des larves d'Éphémérides.* Note (2) de Mlle **M. Gauthier.**

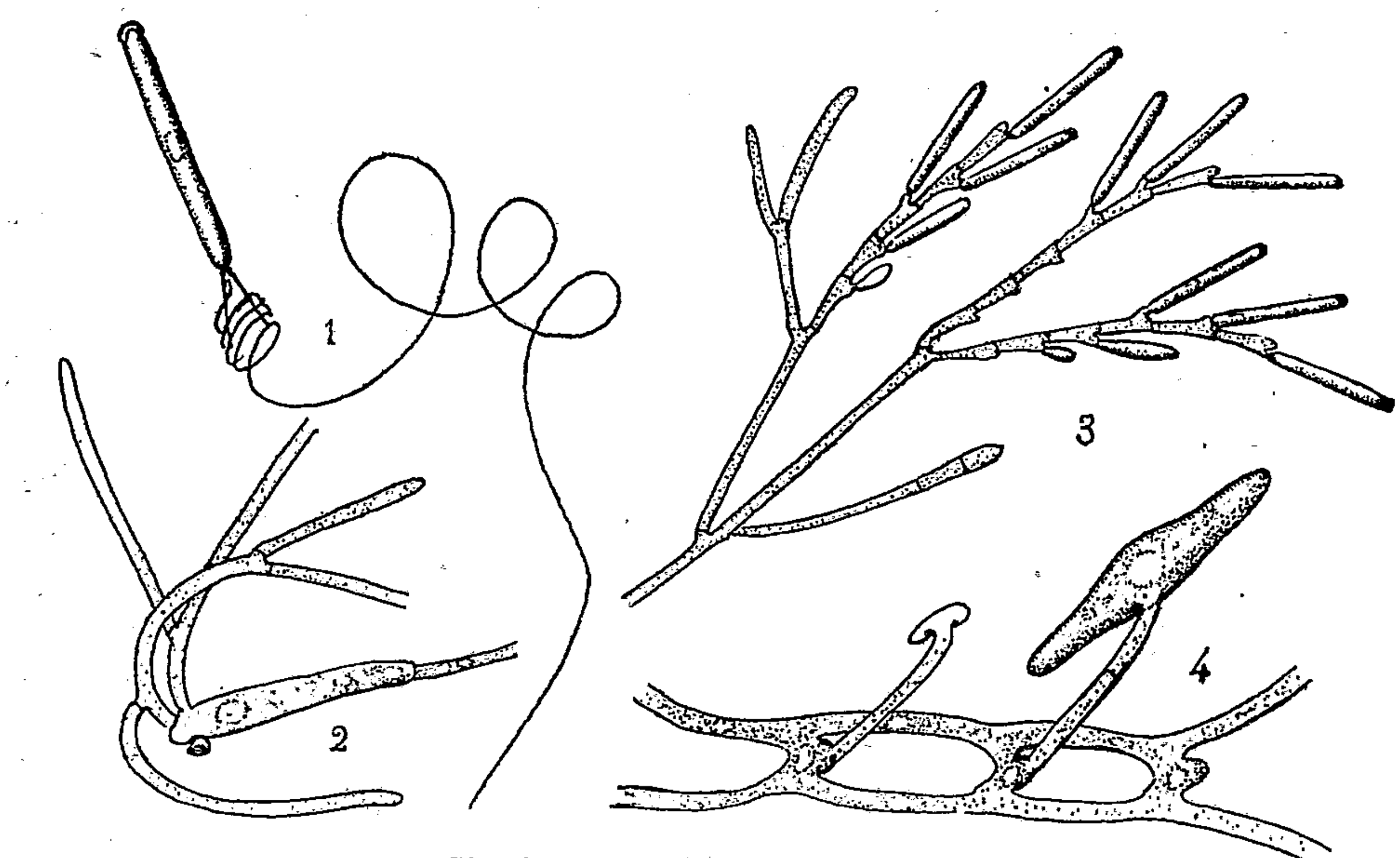
Le champignon parasite qui fait l'objet de la présente Note se rattache au groupe des Harpellacées Lég. et Dub. dont nous avons décrit précédemment plusieurs genres nouveaux en faisant connaître leur reproduction sexuelle ainsi que la singulière particularité de leurs spores asexuelles munies à l'un des pôles de longs filaments spirales caducs (3).

Comme ses congénères, cet Entophyte vit fixé et abrité dans le rectum d'une larve aquatique d'Insecte, la larve de *Centroptilum luteolum* Müll., où nous l'avons rencontré d'une façon presque constante dans divers étangs froids et rivières du Dauphiné. Voisin du genre *Genistellà* par sa morpho-

(1) M. Simonet, *Bull. Biol. France et Belgique*, 69, 1934, p. 178-212.
(2) Séance du 16 mars 1936.
(3) L. Léger et M. Gauthier, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1458.

logie générale, il s'en distingue cependant par la forme de ses spores asexuelles ce qui nous engage à créer pour lui un genre nouveau, *Glotzia*. Nous l'appellerons *Glotzia Centroptili* n. g. n. sp.

Glotzia se présente sous forme de gerbes rameuses composées de plusieurs pieds de 1 à 2^{mm} de hauteur plantés les uns à côté des autres sur la cuticule rectale à laquelle ils sont solidement fixés par un pavillon adhésif et terminés par des épis sporulés toujours tournés vers l'extérieur. Souvent de



Glotzia centroptili n. g. n. sp. *in vivo*.

Fig. 1. Spore asexuelle venant de se détacher × 600. — Fig. 2. Partie basilaire et fixatrice d'un pied × 350. — Fig. 3. Épis terminaux fructifères × 350. — Fig. 4. Sexualité; une zygospore mûre et une en voie de formation × 600.

gros *Amaebidium* se voient enroulant leur crosse autour des filaments du champignon et parfois même fixés sur celui-ci.

Comme la plupart des Harpellacées, l'Entophyte montre un axe principal et des rameaux secondaires, toujours formés par une seule file de cellules uninucléées de 80 à 150^{μ} de long sur 4 à 5^{μ} de large. La cellule basilaire de l'axe principal, plus large et relativement plus courte (60 à $70^{\mu} \times 10$ à 12^{μ}) est fixée au substratum par un pavillon callosique latéral et, à sa base, naissent 2 ou 3 grosses branches secondaires qui vont pousser dans la direction de l'axe central et donner comme lui des rameaux latéraux terminés généralement par des épis fructifères (*fig*. 2 et 3).

La formation des spores (azygospores) s'effectue, comme dans les autres représentants de ce groupe, selon le processus décrit par Léger et Duboscq dans *Harpella* et plus tard par Poisson ([1]) pour son *Dixidium* qui, croyons-nous, est à rapprocher de ce groupe. Dans notre genre *Glotzia* chaque épi sporulé peut atteindre 100 à 120$^{\mu}$ de long et comprendre jusqu'à 6 à 7 cellules sporogènes donnant par bourgeonnement des spores insérées suivant une hélice allongée (*fig.* 3).

Chaque spore, en forme de baguette cylindrique de 40$^{\mu}$ sur 4$^{\mu}$, est à paroi épaisse réfringente et présente à son extrémité libre un petit capuchon brillant. A maturité la spore se détache en entraînant deux courts appendices divergents, rigides et épais, de 10$^{\mu}$ environ, entre lesquels se déroule un filament extrêmement grêle, au moins 7 à 8 fois plus long que la spore (*fig.* 1).

Outre les azygospores que nous venons de décrire, certains thalles montrent de grosses zygospores biconiques d'origine sexuelle semblables à celles de *Genistella ramosa* et qui se forment, comme dans ce genre, de la manière suivante : deux filaments voisins, à protoplasma très vacuolaire, envoient, en regard, deux petits bourgeons qui vont se fusionner. A leur point de jonction légèrement renflé et au niveau duquel s'effectue une fusion nucléaire, apparaît bientôt un court prolongement de 30$^{\mu}$ sur 3$^{\mu}$ dont l'extrémité se renfle en une petite masse d'abord sphérique qui grossit rapidement en s'inclinant sur le pédicelle et prend peu à peu une forme en navette à grand axe presque parallèle au pédicelle (*fig.* 4).

A maturité, les zygospores de 50 à 60$^{\mu}$ sur 15$^{\mu}$, à paroi très épaisse et réfringente avec un noyau central, se détachent, entraînant avec elles leur petit pédicelle accolé latéralement, et sont expulsées à l'extérieur.

Diagnose. — *Glotzia centroptili* n. g., n. sp., Harpellacée à thalle rameux de 1 à 2^{mm} fixé à la cuticule rectale des larves de *Centroptilum luteolum* par un pavillon adhésif. Spores (azygospores) en bâtonnets cylindriques de 40$^{\mu}$ × 4$^{\mu}$ munies à l'extrémité proximale de deux pointes divergentes et d'un long filament spirale. Zygospores biconiques de 60$^{\mu}$ × 15$^{\mu}$ insérées très obliquement sur le pédicelle.

([1]) R. Poisson, *Ann. de Parasitologie*, 10, n° 5, septembre 1932, p. 435.

CYTOLOGIE — *Sur le noyau du* Diplocystis schneideri *Kunstl.* Note de M. **Georges Souché.**

Le *Diplocystis schneideri* Kunstl., parasitant la cavité générale de *Periplaneta orientalis* L., est composé de deux sphérules accolées d'à peu près égale dimension; chacune d'elles renferme un noyau. Les individus jeunes, non encore trop bourrés de granulations amyloïdes ont des noyaux visibles assez facilement, par transparence, en place.

Chaque noyau occupe à peu près le centre de sa sphérule. Une sphérule d'un exemplaire placé entre lame et lamelle ayant éclaté, son noyau en sort ainsi que ses granulations amyloïdes. Peu après le noyau de l'autre sphérule se déplace à l'intérieur de celle-ci, franchit, sans paraître rencontrer de résistance la partie étranglée placée au niveau de la surface d'accolement des deux sphérules, puis, arrivant dans la première, en sort, à son tour, par la partie éclatée. Il y a donc deux noyaux chez le *Diplocystis schneideri* Kunstl. : un par sphérule.

Les noyaux sortent toujours ainsi dès que les sphérules sont brisées; dans leur sortie ils sont accompagnés de granulations amyloïdes qui emplissent l'intérieur des sphérules; il ne reste sur place que l'enveloppe vide. L'ensemble forme, en dehors de la coque, un nuage opaque et blanc, dans lequel les noyaux sont visibles lorsque la couche des granulations s'est amincie, après son étalement. Dès que les noyaux sont libérés, ils se déplacent sans heurts, avec une très grande vitesse entre la lame et la lamelle, dans le liquide ambiant, en se faufilant entre les granulations amyloïdes.

Le noyau, sphérique, a un diamètre égalant environ le sixième de celui de la sphérule qui le contient. La taille du *Diplocystis schneideri* Kunstl. variant de $1^{mm},8$ à 2^{mm} au plus chez les très grands exemplaires, le noyau présente, en effet, un diamètre variant lui-même de $0^{mm},3$ à $0^{mm},33$. Cette proportion paraît très constante chez l'adulte; chez les jeunes, le noyau étant proportionnellement plus gros que chez l'adulte, elle approche le plus souvent le cinquième.

Le noyau est entouré d'une membrane très fine, à double contour. L'épaisseur de cette membrane est à peu près négligeable comparativement au diamètre du noyau lui-même. La membrane est très résistante car on peut faire subir au noyau des pressions relativement considérables sans en provoquer l'éclatement.

Ce n'est que grâce à sa membrane que l'on peut examiner le noyau, à l'état naturel, sans emploi de réactifs colorants; sans elle, étant donné sa transparence et l'absence de toute coloration propre, on ne pouvait l'étudier. Il se colore facilement avec le vert de méthyle, le violet de gentiane, la safranine; c'est cette dernière qui nous a procuré les résultats les plus satisfaisants.

A l'aide de réactifs colorants, on distingue à l'intérieur du noyau une tache sombre constituée par une masse chromatique entourée d'une mince membrane et comprenant le plus souvent plusieurs lobes groupés de façons diverses; ces lobes sont généralement au nombre de quatre; toutefois sur certains éléments on peut en compter cinq, six, sept et même une dizaine. Chaque lobe comprend un espace central clair nettement délimité et une couche limitante très nette, très sombre, et qui semble très épaisse.

Ces lobes sont disposés de façon très variable et leurs axes longitudinaux sont plus ou moins inclinés les uns par rapport aux autres : tantôt par leur disposition ils dessinent un Y, tantôt un X; une virgule, un crochet ou un amas de forme plus ou moins irrégulière; chacun des lobes est soit ovale, soit arrondi; ils ont à peu près tous la même dimension.

La masse chromatique est presque toujours placée excentriquement, au voisinage de la membrane; quelquefois même, elle paraît la toucher au point qu'on ne distingue entre elles aucune démarcation nette. Cette position excentrique de la masse chromatique est une règle bien constante.

Si l'on considère le noyau correspondant à chaque sphérule d'un *Diplocystis*, on s'aperçoit que la masse chromatique de l'un est loin d'être identique comme forme générale, comme situation, forme, nombre et dimensions des lobes, à celle de l'autre. Il peut arriver, par exemple, que l'on trouve quatre lobes dans l'un des noyaux et cinq ou six dans l'autre, ou même que l'on constate une masse indivise d'un côté et une masse divisée de l'autre.

Le nucléoplasme plus ou moins fluide selon les individus présente un aspect assez variable. Au milieu d'une masse paraissant uniforme, on voit souvent des séries de granulations de dimensions diverses et plus ou moins rapprochées les unes des autres; ces granulations ne semblent pas occuper la même place, dans le noyau, à tout instant; en outre elles ne sont pas réparties également et leur densité de répartition varie à la fois selon le lieu et le moment considérés. On observe parfois une sorte de fin réseau constitué par des lignes souvent rayonnantes, elles-mêmes constituées par des granulations et qui délimitent un certain nombre de petites masses polyédriques. Fréquemment, une masse réticulée rattache la masse chromatique à la membrane.

CYTOLOGIE. — *Sur la localisation de la vitamine A dans les globules rouges du sang des Vertébrés au cours de l'évolution de ces globules.* Note de M. **Philippe Joyet-Lavergne**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Tous les globules rouges d'une préparation de sang de Vertébrés ne sont pas exactement dans le même état au point de vue de leur teneur en vitamine A ([1]). Cette hétérogénéité est-elle l'expression de l'existence, parmi les globules, de stades divers dans l'évolution cellulaire? Pour essayer de répondre à cette question nous avons fait l'étude du sang du cœur du Triton crêté dans deux conditions différentes : 1° conditions normales : étude du sang d'un Triton normal; 2° conditions expérimentales : étude du sang d'un Triton qui, soit après un jeûne, soit après une blessure, a été soumis à une alimentation abondante. Les conditions expérimentales ont été réalisées conformément aux indications données par Jolly ([2]) et par Comandon, de Fonbrune et Jolly ([3]) pour obtenir, dans le sang, de nombreuses formes de globules jeunes.

Vitamine A du cytoplasme : 1° *Conditions normales.* — Les globules rouges du sang du cœur et des gros vaisseaux renferment peu de vitamine A. Sous l'action du trichlorure d'antimoine, il apparaît dans le cytoplasme d'un globule deux ou trois fines baguettes placées à proximité du noyau, souvent aux extrémités de son grand axe. Parfois, certains globules présentent en outre quelques rares baguettes ou quelques granules dans le reste du cytoplasme. A côté de ce type de globule, qui est le plus fréquent, on peut trouver, dans une même préparation, des globules plus riches en baguettes bleues répandues dans tout le cytoplasme et d'autres, au contraire, qui sont dépourvus de vitamine A. La recherche du chondriome par les méthodes que nous avons indiquées ([4]) fait apparaître des images semblables à celles que donne le chlorure d'antimoine. La vitamine A du cytoplasme et des globules est localisée au chondriome.

2° *Conditions expérimentales.* — Dans chaque expérience l'étude a porté sur le sang du cœur. Une partie du sang prélevé sert à la recherche de la

---

([1]) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1219.

([2]) *Archiv. anat. mic.*, **6**, 1904, p. 455-632.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, **117**, 1934, p. 975.

([4]) *La Cellule*, **63**, 1934, p. 45.

vitamine A, l'autre partie servant à la recherche du chondriome. Les conditions expérimentales ont provoqué l'apparition de nouveaux globules. On trouve, dans les préparations, à côté de globules adultes, des formes jeunes qu'il est facile de reconnaître grâce à la description donnée par Jolly (*loc. cit.*). Une action de courte durée du trichlorure d'antimoine sur ces formes jeunes met en évidence de nombreuses baguettes bleues dans le cytoplasme. La recherche du chondriome dans les globules jeunes décèle de nombreux chondriocontes et les images obtenues sont semblables à celles que donne le trichlorure. Nous retrouvons donc, chez les cellules qui viennent de se former, le caractère que présentent les globules plus âgés : aux diverses étapes de l'évolution d'un globule rouge, la vitamine A du cytoplasme se trouve sur le chondriome. La différence de teneur en vitamine A du cytoplasme des globules rouges du Triton est une conséquence de l'état du chondriome de ces globules.

La cause de l'hétérogénéité constatée dans une préparation de globules rouges de Vertébré au point de vue de la teneur en vitamine A [1] doit être interprétée comme l'expression du fait que tous les globules d'une préparation ne sont pas au même stade de leur évolution. *Les globules jeunes, ayant un chondriome plus abondant, ont leur cytoplasme plus riche en vitamine* A.

Vitamine A *du noyau.* — Dans les diverses préparations du sang de Triton (conditions normales et conditions expérimentales), chaque fois que le noyau d'un globule rouge présente un nucléole, ce nucléole contient de la vitamine A. Le nucléole présente parfois une certaine hétérogénéité dans sa structure, la disposition de la vitamine A rappelle cette hétérogénéité. Dans les formes jeunes des globules, certains noyaux présentent de la vitamine A à l'état diffus. Faut-il penser que la localisation de la vitamine A dans le nucléole n'est pas un fait général ou devons-nous considérer que l'état diffus correspond à une étape de l'évolution du nucléole ? En tenant compte des observations faites sur les noyaux de diverses cellules végétales, nous adoptons cette dernière interprétation.

ZOOLOGIE. — *Observations sur les cellules abortives et l'embryologie des larves fondatrices des Dicyémides.* Note ([1]) de M. Henri Nouvel, présentée par M. Charles Pérez.

J'ai signalé ([2]), dans la très jeune larve immigrante du nématogène fondateur de *Dicyemennea eledones*, la présence de cellules abortives à disposition axiale antérieure et postérieure. J'ai également indiqué que toutes les cellules antérieures contenaient de grosses boules éosinophiles qui ressemblent plutôt à des cellules phagocytées qu'à des substances de réserve. D'autre part Lameere (1916) a signalé, dans les larves fondatrices de *Pseudicyema truncatum* et de *Microcyema vespa*, l'existence, dans les cellules périphériques, de gros corpuscules contenant un ou plusieurs grains d'une substance que les réactifs colorent comme la chromatine.

J'ai repris l'examen de très jeunes larves de *Ps. truncatum* et de *M. vespa*. J'ai pu me rendre compte qu'il s'y trouvait des éléments cellulaires qui ont échappé jusqu'ici à l'investigation, peut-être à cause de leur petite taille, mais surtout par le fait qu'on ne peut les observer que dans les plus petites larves prélevées dans des Seiches âgées de quelques jours seulement et pêchées à peine depuis quelques heures.

Dans la larve fondatrice de *Ps. truncatum*, en plus de 28 cellules périphériques et des trois cellules axiales, entre ces deux catégories de cellules et presque toujours au niveau des trois cellules parapolaires, j'ai observé parfois deux petites cellules dont l'aspect témoigne d'une dégénérescence plus ou moins avancée. Le plus souvent l'une des deux cellules s'est divisée en deux éléments minuscules (*fig.* 3, *cv*). Dans un cas (*fig.* 4) l'une des deux cellules a englobé l'autre et il n'y a aucun doute qu'elle est en train de la résorber par digestion. Dans l'évolution qui paraît la plus normale il se forme quatre cellules qui sont phagocytées par les cellules périphériques : c'est là l'origine des quatre corpuscules éosinophiles signalés par Lameere.

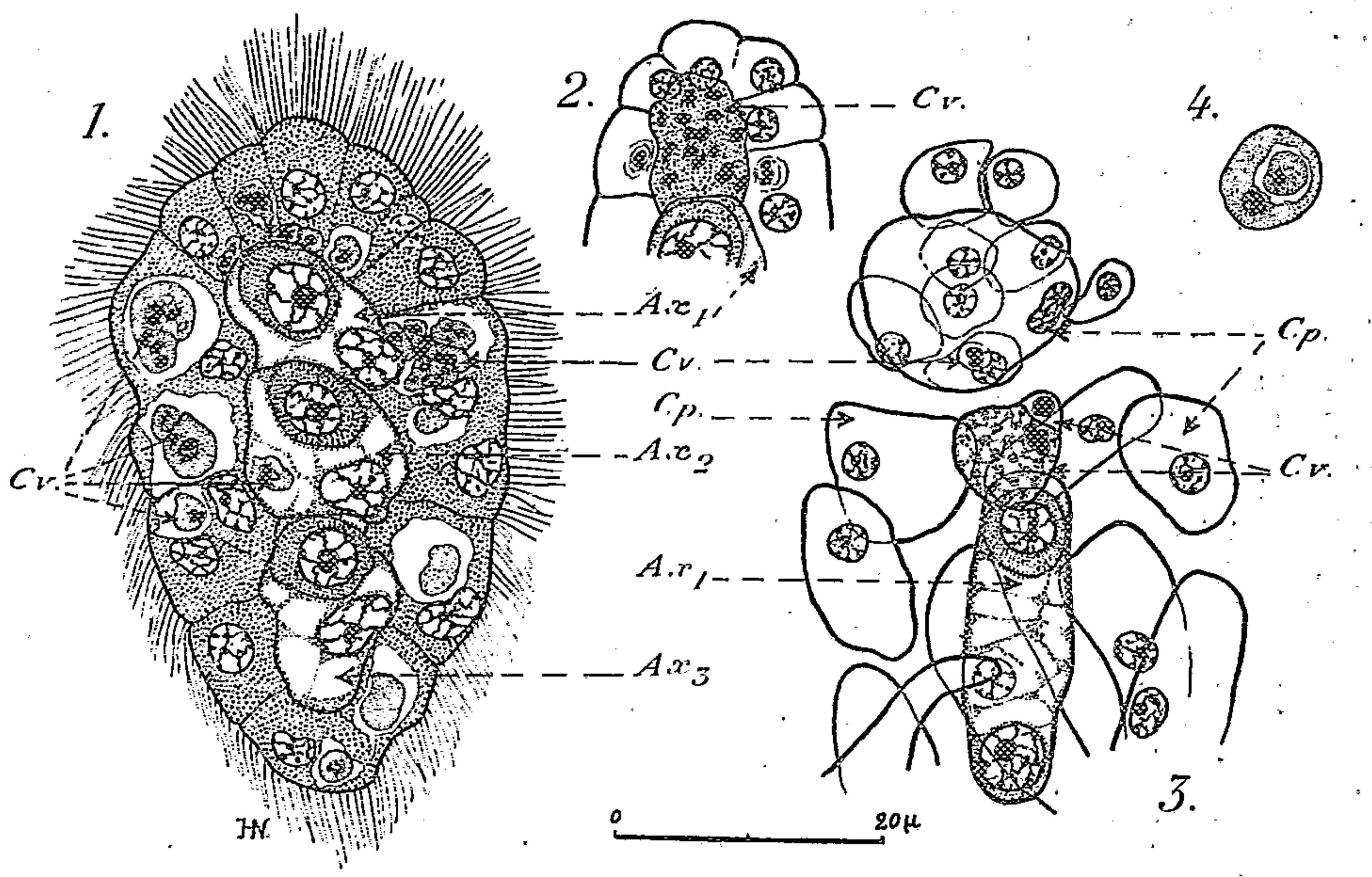
Dans les très jeunes larves fondatrices de *M. vespa*, le nombre des cellules abortives est considérable et doit être de l'ordre de 30 à 40 (*fig.* 1 et 2). Ces cellules n'atteignent généralement pas 2μ. On les trouve soit entre les cellules axiales et les cellules périphériques, soit en voie de résorption dans des vacuoles des cellules périphériques et même parfois

([1]) Séance du 16 mars 1937.

([2]) H. Nouvel, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1507.

des cellules axiales. Elles sont toujours plus abondantes dans la région antérieure. Dans un cas (*fig.* 2, *cv*), j'en ai observé une vingtaine constituant un amas entre les cellules de la tête, les cellules parapolaires et l'extrémité antérieure de la cellule axiale antérieure.

Dans tous les cas les cellules abortives sont très éosinophiles et le sont d'autant plus que leur état de cytolyse est plus avancé; les noyaux se



Les figures 1 et 2 sont relatives à des larves fondatrices de *Microcyema vespa*; les figures 3 et 4 à celles de *Pseudicyema truncatum*. Ax_1, Ax_2, Ax_3, cellules axiales numérotées dans l'ordre antéro-postérieur; *Cp*, cellules parapolaires; *Cv*, cellules abortives.

résolvent alors en granules très chromatiques. A un état de digestion plus avancé, toute trace nucléaire disparaît.

Ces observations permettent de conclure :

1° Chez les larves des nématogènes fondateurs, il n'y a pas de réserves trophiques figurées d'origine endocellulaire. Les réserves sont constituées par des cellules abortives. Je rappellerai que les larves vermiformes des autres phases ne contiennent jamais d'enclaves vitellines et accumulent seulement du glycogène. La vitellogénèse ne s'effectue que dans les cellules périphériques de l'organisme maternel adulte.

2° La larve des nématogènes fondateurs a un développement embryonnaire beaucoup plus compliqué que celui des autres phases vermiformes.

Dans la zone interne il se développe un nombre plus ou moins grand de cellules qui ont probablement toutes la même valeur embryologique. Parmi ces cellules, deux ou trois privilégiées deviennent les cellules axiales; chacune de ces dernières englobe une cellule qui devient cellule germe; quand elles en englobent plusieurs, l'une devient cellule germe et les autres sont résorbées. Toutes les autres cellules internes sont résorbées par les cellules périphériques et sont utilisées comme réserve alimentaire par la jeune larve.

PHYSIOLOGIE. — *Différence profonde entre le degré de nécessité des vitamines* A *et* B, *à une époque précise de la croissance du jeune Rat, et dans le cas d'un régime très riche en glucides.* Note de Mme **Lucie Randoin** et de M. **Roger Netter**, présentée par M. Émile Schribaux.

Les vitamines A et B sont-elles sans cesse, avec toutes les variétés de régimes, indispensables au même degré depuis le début jusqu'à la fin de la croissance? — Au cours de la croissance, y-a-t-il des époques où l'absence de vitamine A peut produire des effets beaucoup plus nocifs que ceux qui sont déterminés par l'absence de vitamines B, ou inversement?

Dans la vie des jeunes Mammifères, il est une époque particulièrement critique : c'est celle qui correspond au sevrage, au moment précis où le jeune devient capable d'utiliser les aliments qui sont mis à sa disposition. Ce moment, chez le Rat, est atteint lorsque l'animal est âgé de 25 jours environ; son poids est alors de 30 à 32^{g}.

Nos premières recherches effectuées en vue de répondre aux questions formulées plus haut, ont porté sur des Rats de 30 à 32^{g} répartis en quatre lots (de 6 individus chacun) soumis aux quatre régimes artificiels suivants, très riches en glucides :

Régime I. — Régime artificiel *renfermant à la fois les vitamines* B *et la vitamine* A : peptone de muscle, 18 pour 100; *saccharose pur*, 78 pour 100; mélange de sels, 4 pour 100; papier filtre et eau distillée, à volonté; 46^{mg} par animal et par jour d'huile de foie de morue (vitamine A), unique source de lipides [1]; 250^{mg} par animal et par jour d'extrait de levure de bière (vitamines B).

Régime II. — Régime *renfermant les vitamines* B, *dépourvu de vitamine* A,

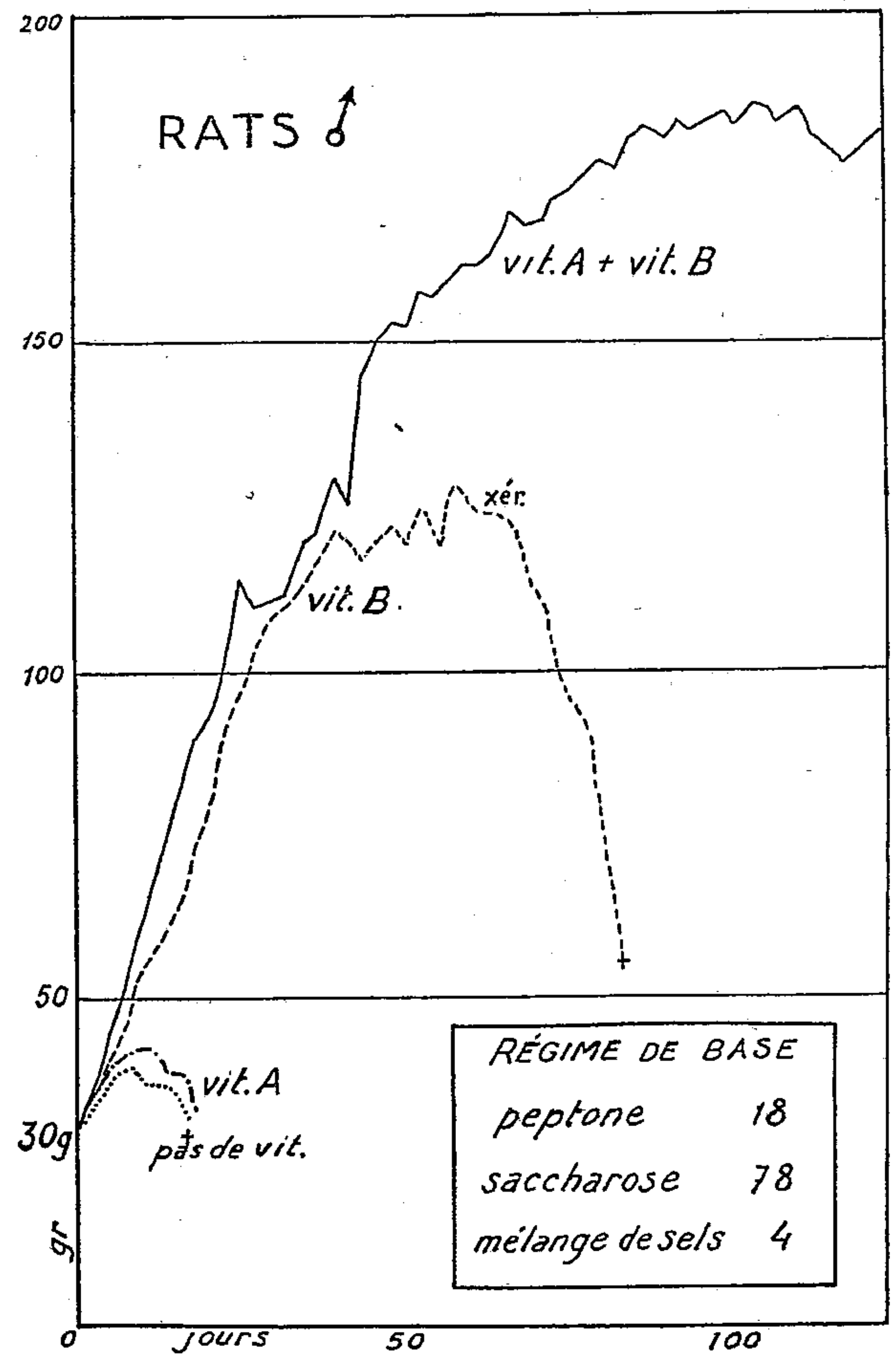
[1] Les Rats consommant chaque jour, selon leur poids, de 10 à 15^{g} du régime; l'huile qu'ils ingèrent tous, *dans les quatre lots*, correspond à des taux très minimes de lipides (de $0^{g},4$ à $0^{g},3$ pour 100^{g} du régime de base).

différant durégime I par la substitution, aux 46^{mg} d'huile de foie de morue, de 46^{mg} d'huile d'olive privée de vitamine A.

Régime III. — Régime *renfermant la vitamine* A, *dépourvu de vitamines* B, différant du régime I par la suppression de l'extrait de levure.

Régime IV. — Régime *dépourvu à la fois de vitamines* B *et de vitamine* A par suppression de l'extrait de levure et de l'huile de foie de morue, laquelle est remplacée par un poids égal d'huile d'olive privée de vitamine A.

Résultats. — I. Le régime artificiel renfermant les deux vitamines A et B assure aux jeunes Rats une croissance et une santé satisfaisantes.



II. Le régime renfermant les vitamines B et dépourvu de vitamine A, assure pendant 1 mois et 10 jours une croissance normale et provoque ensuite tous les symptômes d'une avitaminose A typique.

III. Le régime renfermant la vitamine A et dépourvu des vitamines B, ne permet pas la croissance et provoque la mort en moins de 20 jours.

IV. Le régime dépourvu à la fois de vitamines B et de vitamine A donne des résultats identiques au précédent (voir le graphique).

Conclusions. — Si l'on donne au très jeune Rat, *dès l'époque précise où il peut cesser de vivre aux dépens du lait maternel*, un régime de base très riche en glucides, c'est-à-dire dans certaines conditions d'équilibre alimentaire, on observe une différence profonde entre le degré de nécessité de la vitamine A et le degré de nécessité des vitamines B.

Effectivement, en l'absence des vitamines B, que la vitamine A soit présente ou non, le jeune Rat ne peut croître et il meurt rapidement : il ne possède donc pas de réserves de vitamines B à l'âge de 25 jours.

En présence des vitamines B, dans une première période, que la vitamine A soit présente ou non, le développement se poursuit d'une manière identique. Ce n'est qu'au bout de six semaines que l'absence de vitamine A commence à faire sentir ses effets (voir le graphique).

On est donc en droit de conclure que, vers l'âge de 25 jours, le jeune Rat qui reçoit un régime très riche en glucides et en vitamines B ne semble pas avoir besoin qu'on lui fournisse de la vitamine A. La vitamine A d'origine alimentaire, n'aurait, tout de suite après le sevrage, aucune fonction immédiate à remplir (elle se mettrait simplement en réserve), tandis que les vitamines B de la ration assureraient à ce moment sans répit l'utilisation des glucides.

S'il est démontré que ce fait peut être généralisé à tous les jeunes Mammifères au moment où ceux-ci sont en état d'abandonner le lait maternel, il serait indispensable, dans le cas où ils reçoivent un régime très riche en glucides, de leur fournir en même temps une quantité relativement forte de vitamines B pour assurer leur croissance et même leur existence.

PHARMACOLOGIE. — *Étude quantitative des phénomènes de synergie. Contribution à l'étude du mécanisme des phénomènes de potentialisation de l'action hypnotique chez le Rat.* Note de Mlle **Laïa Olszycka**, présentée par M. Charles Achard.

J'ai montré [1], qu'il est possible de mettre en évidence des phénomènes de potentialisation de l'action hypnotique, chez la Souris. Chez le Rat,

---

[1] Laïa Olszycka, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 796.

l'étude de l'association alcool-acide éthylbutylbarbiturique m'a permis non seulement de confirmer les phénomènes de synergie antérieurement observés, mais encore de tenter d'approfondir leur mécanisme.

A cet effet, j'ai injecté, par la voie intraveineuse, à des Rats, soit de l'alcool, soit de l'acide éthylbutylbarbiturique, soit des associations de ces deux substances en proportions variables.

Les associations utilisées ont été les suivantes : 1° $2^{mg},4$ d'alcool (en solution glucosée à 30 pour 100) par gramme, dose qui produit 2 à 3 minutes de sommeil et $0^{mg},045$ d'acide éthylbutylbarbiturique (en solution carbonatée à 1/200e par gramme, dose qui produit 11 minutes de sommeil; 2° $3^{mg},2$ d'alcool par gramme, dose qui produit 54 minutes de sommeil, et $0^{mg},045$ d'acide éthylbuthylbarbiturique par gramme.

Ces deux associations produisent respectivement 191 et 297 minutes de sommeil.

J'ai calculé pour chaque dose utilisée le quotient de la durée du sommeil produit par l'association (chiffre expérimental) par la somme des durées de sommeil produit par chacune des substances employée seule (chiffre théorique). Ce quotient [coefficient de potentialisation (*loc. cit.*)] atteint respectivement, dans ces deux cas, les valeurs de 14,7 et de 4,5.

D'autre part j'ai dosé, dans le sang et l'encéphale, de deux groupes de Rats recevant, soit de l'alcool, soit les asssociations décrites ci-dessus, les quantités d'alcool qui y étaient fixées, après des temps divers.

Ces deux groupes d'animaux ont été sacrifiés après des temps variant de 5 à 270 minutes; l'alcool a été dosé par la méthode de M. Nicloux ([1]) dans le sang et l'encéphale, comme il est consigné dans le tableau ci-après. Des animaux témoins recevant la même dose d'alcool, $2^{mg},4$ par gramme et $3^{mg},2$ par gramme, ainsi que la même quantité de carbonate de soude ([2]) que les animaux recevant l'association sont sacrifiés après des temps identiques variant de 5 à 270 minutes.

Les résultats obtenus montrent : 1° qu'une association de doses actives d'alcool et d'acide éthylbutylbarbiturique produit un sommeil dont la durée est nettement supérieure à la somme des durées de sommeil produit par chaque substance utilisée seule; 2° qu'il n'y a aucune différence dans la fixation de l'alcool dans le sang, et l'encéphale des animaux recevant, soit uniquement de l'alcool, soit l'association alcool-acide éthylbutylbarbiturique, bien qu'au moment des dosages l'état des animaux soit nettement

([1]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 13, 1931, p. 857.

([2]) L'acide éthylbutylbarbiturique est dissous dans une solution de carbonate de sodium à 1/200e. Or, ce carbonate agit sur le centre bulbaire et provoque une diminution de la fixation de l'alcool; pour opérer comparativement, la même dose de carbonate a été injectée aux animaux témoins.

différent : veille chez les animaux recevant l'alcool, sommeil chez les animaux recevant l'association des hypnotiques; 3° que la potentialisation de l'action hypnotique chez le Rat, due à l'association alcool-acide éthylbutylbarbiturique, n'a pas pour cause la pénétration plus complète ou plus rapide de l'alcool.

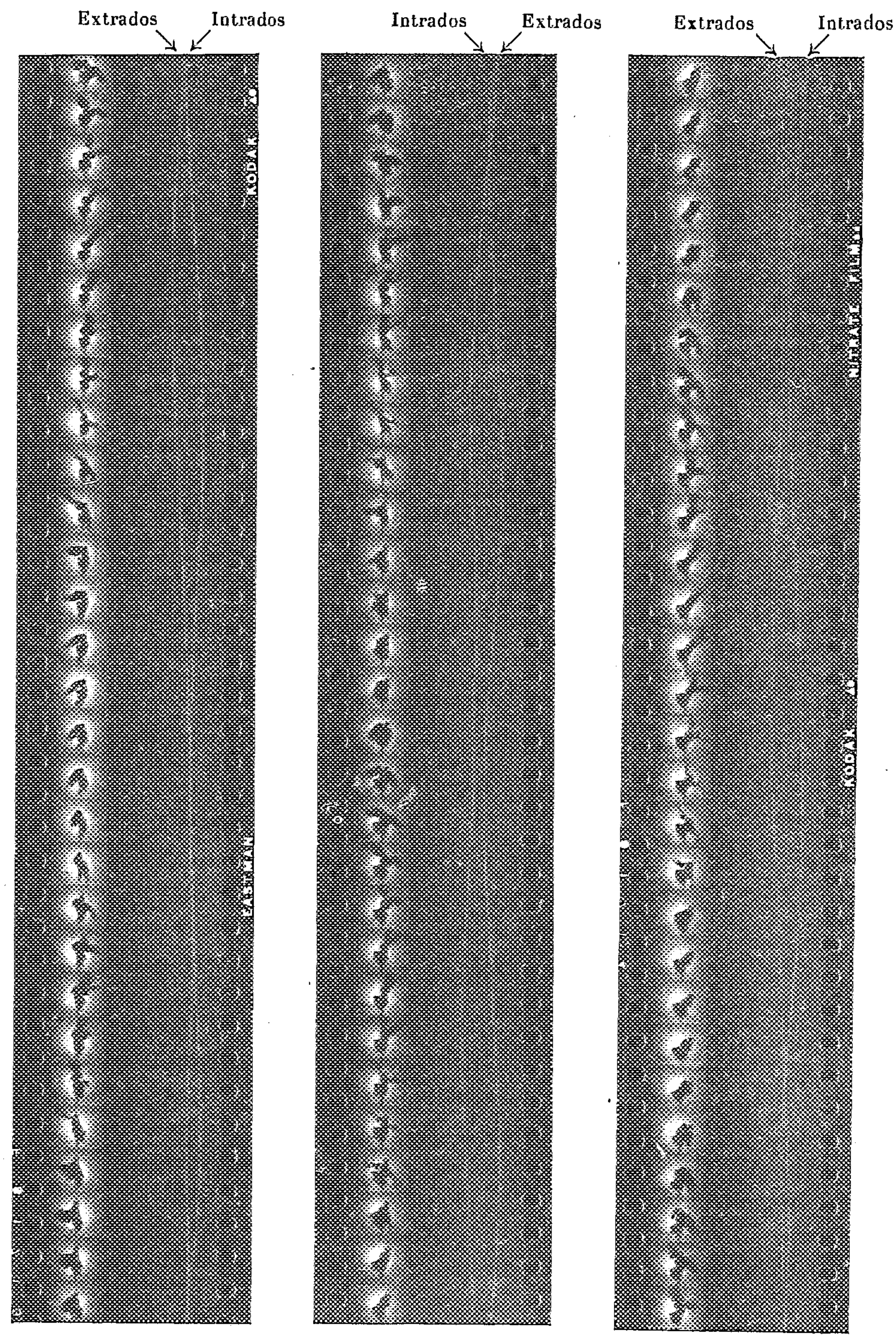
Animaux recevant 0mg,045 de carbonate de soude par gramme. — Quantité moyenne (dans 5 expériences) (gramme) d'alcool pour 100 fixée par le sang.	l'encéphale.	État des animaux au moment du dosage.	Temps après lequel les animaux sont sacrifiés (minutes).	Animaux recevant 0mg,045 d'ac. éthylbarbiturique et 0mg,045 de carbonate de soude par gramme. — Quantité moyenne (dans 5 expériences) (gramme) d'alcool pour 100 fixée par le sang.	l'encéphale.	États des animaux au moment du dosage.
a. Injection de 2mg,4 d'alcool par gramme (dose qui produit 2 à 3 minutes de sommeil).						
0,304	0,321	veille	5	0,295	0,303	sommeil
0,238	0,252	»	60	0,218	0,241	»
0,192	0,187	»	95	0,203	0,208	»
b. Injection de 3mg,2 d'alcool par gramme (dose qui produit 54 minutes de sommeil).						
0,412	0,389	sommeil	5	0,411	0,397	sommeil
0,324	0,304	veille	60	0,306	0,291	»
0,300	0,286	»	95	0,297	0,278	»
0,181	0,175	»	270	0,168	0,159	»

MÉCANIQUE ANIMALE. — *Essais d'enregistrements des attitudes successives des ailes d'un pigeon et des variations de pression correspondantes.* Note de MM. Antoine Magnan et Henry Girerd, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Nous avons déjà signalé les résultats obtenus en étudiant les variations de pression autour d'un Pigeon battant des ailes [1]. Pour donner plus de valeur à ces résultats, il nous a paru indispensable de chercher à lier ces variations, mises en évidence par nous, aux positions correspondantes des ailes de l'oiseau.

Nous avons utilisé à cet effet l'ultra-cinéma Magnan à deux objectifs [2] modifié pour les besoins particuliers de cette étude.

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1145 et 1221.
(2) A. Magnan, *Le vol des Insectes*, Paris, 1934.



Enregistrements des attitudes successives des ailes d'un pigeon et des variations de pression correspondante.

Rappelons que, dans ce cinématographe, la pellicule se déplace d'un mouvement continu et sensiblement uniforme devant les objectifs et que les images photographiques sont obtenues grâce à un obturateur tournant rapidement et portant plusieurs séries de deux fentes convenablement disposées.

Pour nos expériences, l'un des objectifs employés avait 35^{mm} de distance focale et était obturé par un disque à six fentes radiales, ce qui nous a permis d'obtenir d'un pigeon situé à 4^{m} de l'appareil des images placées sur une moitié de la pellicule et ayant environ 6^{mm} de côté, à une fréquence variant de 100 à 1000 vues par seconde.

L'autre objectif de 150^{mm} donnait sur la seconde moitié du film les images des spots fournis par les miroirs des manomètres servant à mesurer les dépressions provoquées par le coup d'aile, soit sur l'extrados, soit sur l'intrados et réfléchis sur une règle graduée.

Les spots avaient sur cette règle un peu plus de 2^{mm} de diamètre et étaient occultés par les graduations de celle-ci. On prenait donc sur la pellicule quand celle-ci était entraînée, et à côté des vues du pigeon, des enregistrements continus des deux spots; lorsque la mise au point était convenable, les images de ces spots étaient striées par les graduations, ce qui permettait des lectures directes sur les agrandissements photographiques sans avoir à tenir compte des échelles.

La reproduction d'une partie d'un film ainsi obtenu montre de façon très nette la variation des pressions suivant les différentes phases du battement. On constate en effet que la dépression d'extrados, c'est-à-dire celle qui existe sur la face supérieure de l'aile, se produit durant l'abaissée, alors que la dépression d'intrados, c'est-à-dire celle qui existe sur la face inférieure de l'aile, a lieu pendant la relevée.

Il y a lieu de noter que nous n'avons pu encore mesurer de cette façon les variations de pression que sur la partie de l'aile voisine de l'articulation de la main, partie pour laquelle les variations de vitesse sont plus faibles qu'à l'extrémité du fouet. On peut cependant penser que les variations de pression doivent se produire, à l'amplitude près, tout le long de l'envergure et que l'articulation de la main peut être considérée comme une région de dépression moyenne, aussi bien sur le dessus que sur le dessous de l'aile.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur le sort définitif d'une* femelle par induction hormonale. Note (1) de Mme **Véra Dantchakoff**, transmise par M. Maurice Caullery.

L'ovaire induit par la folliculine et réalisé aux dépens de l'ébauche testiculaire est capable d'exercer des influences féminisantes, l'organisme (2) témoignant la faculté acquise de produire lui-même de la folliculine. Mais le fonctionnement de l'ovaire induit se montre à la longue insuffisant dans un organisme à déterminisme génétique mâle et l'ovaire lui-même incapable de se maintenir. Par conséquent la phase femelle induite chez un oiseau à déterminisme génétique mâle est transitoire. Il manque à l'ovaire induit une conformité entre les structures histologiques réalisées et le déterminisme sexuel génétique. L'ovaire non seulement disparaît (en laissant, toutefois, des traces indélébiles et indubitables de la réalité de son existence antérieure; cf. *infra* les résultats de l'autopsie), mais ses tissus sont entièrement remplacés par un tissu testiculaire fonctionnel.

Dans le conflit entre *le déterminisme génétique mâle* et les structures femelles induites malgré lui, c'est le premier qui *triomphe en fin de compte*. Ceci a été illustré par une nouvelle phase subie par l'oiseau, dont la cinétique sexuelle nous a donné des preuves d'effets féminisants déployés par un ovaire induit. Au mois de février, l'oiseau fournit une *réaffirmation complète de son sexe réel*. Il développa une crête longue de 13^{cm}, haute de 8 et épaisse à sa base de 3^{cm}. Deux faucilles commençaient à pousser et l'oiseau fécondait des poules.

J'ai sacrifié l'oiseau le 11 février, à l'âge de 10 mois et 7 jours. A l'autopsie, deux gonades ont été trouvées, dont la gauche avait 5^{cm} de longueur sur 3 de largeur et la droite $3^{cm},5$ de longueur. La gonade gauche, bosselée, présentait à son rebord médio-caudal plusieurs lobes délimités par des incisures profondes. L'empreinte de la phase ovarique subie antérieurement se manifestait nettement par la configuration de la gonade. La gonade se continuait en un organe aplati, piriforme, l'épidydime, qui passait à un canal en tire-bouchon, le canal déférent; celui-ci s'ouvrait dans le cloaque. La gonade droite, plus grande et plus lisse, et son canal excréteur présentaient la même disposition. En outre deux beaux oviductes,

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 879.

sous la forme de gros boyaux fortement froncés et fixés à leurs ligaments, se trouvaient de chaque côté. L'oviducte gauche, très long, ouvert à son bout céphalique, se trouvait séparé du cloaque par une très mince membrane. L'oviducte droit était d'un tiers moins long et fermé à ses deux extrémités.

Le jus des gonades à l'état frais contenait des myriades de spermatozoïdes vivants, et leur structure, à part quelques particularités, était celle de testicules, avec canalicules séminifères et spermatogenèse intense. Des travées conjonctives assez larges, séparaient les canalicules et contenaient de nombreuses cellules interstitielles (cette fois à caractère mâle). Les canalicules de l'épididyme étaient tapissés d'un épithélium cylindrique, muni de beaux cils. Dans la partie caudale, les canaux déférents, plus particulièrement du côté gauche, contenaient dans leurs parois des amas de tissu lymphoïde.

La *forme étrange de la gonade gauche* et la présence des *oviductes* constituaient un *document authentique de la phase femelle* que ce coq en pleine activité sexuelle mâle avait subie. Les oviductes avaient atteint un degré de haute perfection; à leurs extrémités caudales, ils présentaient une structure très différenciée : une muqueuse, particulièrement riche en tissu glandulaire et une forte musculaire. Tapissée d'un épithélium à gros replis, à cellules cylindriques munies de cils, la muqueuse contenait de gros amas de glandes, les unes à cellules claires, les autres bourrées de petites granulations sécrétoires. La persistance des oviductes, dont la structure correspondait à celle d'une jeune poule, et qui maintenant accompagnaient les organes sexuels d'un mâle, témoignait de l'existence de stades limites dans la plasticité et la réversibilité des structures différenciées.

La cinétique sexuelle de l'oiseau, avec les trois phases qu'elle comprend (mâle, initiale, à la suite du déterminisme acquis au moment de la fécondation; femelle, par induction; et mâle de nouveau, à la suite de la réaffirmation du déterminisme génétique), nous permet-elle de le considérer, avec d'autres *femelles par induction hormonale* comme un *intersexué*, dans le sens de Goldschmidt, qui introduisit ce terme? Je ne le crois pas. Pas même, en raison des deux points de virage, que l'oiseau avait subis et de *symptômes* d'*intersexualité* ou plutôt d'inversion et de réinversion sexuelles, qu'il avait révélés. L'*intersexualité* est basée sur des *anomalies génétiques*, sur des ruptures d'équilibre dans les chromosomes ou dans les valences de gène, tandis que, *dans l'inversion sexuelle hormonale, l'oiseau garde son déterminisme génétique intact.*

Nous n'avons fait que mettre à l'épreuve son déterminisme génétique et nous avons appris : que celui-ci peut être *inhibé* et *longtemps contrebalancé* par les effets de la folliculine; que le substratum cellulaire, dont il est le siège, peut, malgré lui, *être induit* à développer des structures histologiques non conformes; que les structures femelles, induites et hétérologues pour l'organisme mâle, peuvent devenir une *source d'énergies nouvelles* dans l'organisme mâle; que certaines des structures induites, après avoir passé un stade limite dans leur différenciation, peuvent *se maintenir*.

Or les *corrélations germino-somatiques*, réalisées dans une gonade *à doubles milieux tissulaires, pour être stables*, exigent une *conformité entre les structures réalisées et le déterminisme sexuel génétique*. Le déterminisme génétique, n'étant aucunement modifié dans un embryon folliculinisé, finit par s'accuser. L'oiseau ne devient pas *intersexué* par le fait d'avoir manifesté des oscillations sexuelles temporaires. Il reste un *mâle génétique normal*. Son déterminisme n'est que temporairement contrebalancé dans ses effets par l'action féminisante que possède la folliculine sur la morphogenèse des gonades d'un jeune embryon. Le *sort définitif d'une* femelle par induction hormonale est une *réaffirmation de son sexe génétique mâle normal*.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Irradiation localisée du myonème du pédoncule des Vorticelles par micropuncture ultraviolette*. Note de M. **Serge Tchakhotine**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le pédoncule des Vorticelles est un organite constitué d'une gaine transparente et d'un filament contractile, le myonème, dans la structure duquel on peut déceler une fine striation transversale. C'est une des structures contractiles les plus différenciées chez les Protozoaires. Les recherches sur le mécanisme de la contraction dans cet appareil ont montré jusqu'ici que la gaine elle-même n'est pas contractile, mais élastique et, quand le myonème se contracte, la gaine se met en tire-bouchon; c'est l'élasticité de la gaine qui redresse ensuite le pédoncule entier et la dilatation du myonème n'est alors qu'un phénomène passif. Chez les cellules mortes naturellement, c'est-à-dire non fixées au moment de la contraction, le pédoncule est toujours en position distendue. Une fois isolé, il ne se contracte plus.

En poursuivant mes recherches sur les fonctions des organites cellulaires

chez les Protozoaires, avec ma méthode de micropuncture ultraviolette (1), il me parut intéressant de voir si on arriverait à provoquer une contraction du pédoncule en irradiant localement le myonème. Des recherches antérieures (2) sur certains Infusoires et Flagellés m'ont montré qu'il était parfaitement possible de provoquer des contractions généralisées du corps entier, ou des contractions localisées, en appliquant la micropuncture ultraviolette dans quelque point de la surface du corps de ces êtres unicellulaires. C'était par exemple, le cas avec *Paramecium*, *Blepharisma*, *Spirostomum*, *Climacostomum*, *Stentor*, *Euglena*.

En irradiant dans sa totalité une *Vorticella nebulifera* avec les rayons ultraviolets (c'est-à-dire que tout le corps, le pédoncule inclus, était dans la zone d'action des rayons), on la voit se contracter violemment et le pédoncule se mettre en tire-bouchon. Mais, si l'on irradie un point quelconque du pédoncule, on constate, non sans surprise, que ce dernier ne se contracte point. En irradiant pourtant un point quelconque du corps, surtout du péristome et de la zone des membranelles adorales, la contraction se fait aussitôt. Même si l'irradiation est localisée de telle manière qu'elle n'affecte que les extrémités seules des membranelles, sans toucher le corps cellulaire, la contraction survient tout de même. Si l'on irradie le corps dans la zone d'insertion du myonème du pédoncule, la contraction se produit. En irradiant longuement (2 à 3 minutes) cette zone, on voit parfois le corps de la Vorticelle se détacher du pédoncule, qui se redresse alors et ne réagit plus, par une contraction, aux secousses mécaniques ou à la micropuncture ultraviolette, même si celle-ci est appliquée à l'extrémité du myonème, qui était tout à l'heure en contact avec le corps.

J'ai irradié ensuite une zone limitée, vers le milieu du pédoncule en extension d'une Vorticelle, qui répondait normalement par contraction aux secousses ou à la micropuncture ultraviolette de son corps. Après 2 minutes d'irradiation, en faisant subir une secousse à l'animal, on voit la contraction du pédoncule s'opérer seulement dans les portions placées en dessus et en dessous de la zone irradiée, cette dernière restant distendue et incapable de se contracter. L'action photochimique des rayons a donc affecté la substance même du pédoncule. Si on applique alors la micropuncture sur le corps, on provoque la contraction du pédoncule, qui prend la forme caractéristique de deux portions spiralées, séparées par une portion droite;

(1) S. Tchakhotine, *Revue générale des Sciences*, 46, 1935, p. 571 et 596.
(2) S. Tchakhotine, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2217.

la partie basilaire non irradiée du pédoncule se contracte donc aussi; ceci prouve que la transmission de l'excitation se fait quand même à travers la zone rectiligne et paralysée. Cette transmission se fait évidemment dans la substance même du myonème et non par la propagation dans ce dernier d'une onde de contraction, qu'on pourrait supposer incomplète dans la zone irradiée, à cause d'une rigidité de la gaine, survenue à la suite de l'irradiation. En effet, il me fut impossible de déceler nulle trace, même la plus minime, de contraction du myonème dans cette zone.

Si l'on irradie longuement (2 à 3 minutes et plus) le point d'intersection du pédoncule à la base du corps, on voit que ce pédoncule, après quelques contractions, finit par ne plus se contracter et reste distendu et rigide; le corps, irradié alors sur le péristome, répond par des contractions, qui restent localisées sur lui seul : le mécanisme de liaison entre le cytoplasme et le myonème est donc détruit. Parfois on voit même qu'à son insertion, le myonème dans la gaine est détaché du corps, la continuité entre celui-ci et la gaine restant pourtant intacte. Mais après quelque temps, dans ce dernier cas et dans le cas où le pédoncule est détaché, on voit le pédoncule commencer à s'enrouler lentement et à se raccourcir vers sa base en spirale. Ce phénomène est dû évidemment à une réaction tardive de la gaine : sa substance se dégonfle, se rétrécit et la gaine prend la forme qui est conditionnée par sa structure moléculaire, qui ne peut être autre que fibrillaire.

Dans le myonème, même après une irradiation très prolongée, je n'ai jamais pu observer de modifications morphologiques, ni à la lumière ordinaire ni à l'ultramicroscope.

Les expériences décrites ci-dessus démontrent que : 1° la substance contractile du myonème n'est pas sensible aux rayons ultraviolets de $280^{m\mu}$, en ce qui concerne sa contractilité; 2° pour que la réaction de contraction du myonème à la micropuncture ultraviolette, qui est déclenchée par l'irradiation du corps, survienne, il faut que la liaison entre la masse cytoplasmique du corps qui se montre sensible aux rayons et le myonème, reste intacte (ce qui constitue une analogie avec la synapse entre les nerfs et les muscles des animaux supérieurs); 3° les rayons ultraviolets, en modifiant l'état colloïdal du myonème, lui enlèvent la faculté de se contracter; 4° néanmoins la faculté de transmettre le stimulus de la contraction n'est pas détruite par les rayons dans le myonème paralysé.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude des hétérosides flavonoliques des fruits de* Sophora japonica (*L.*). Note [1] de MM. **Jacques Rabaté** et **Jean Dussy**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

C. Charaux et J. Rabaté ont découvert et étudié récemment un nouvel hétéroside retiré des fruits de *Sophora japonica* (L.), le sophoricoside [2] insoluble dans l'eau, qui fournit par hydrolyse acide ou fermentaire du *d*-glucose et du génistéol [3]. Les solutions extractives aqueuses qui ont abandonné par repos le sophoricoside cristallisé sont privées de cet hétéroside par filtration. Elles contiennent encore un certain nombre d'hétérosides flavonoliques et, après de nombreuses tentatives, nous avons pu en retirer deux hétérosides : l'un bien connu et déjà extrait des feuilles de *Sophora*, le *rutoside ;* l'autre, que nous avons nommé le *Sophoraflavonoloside*, est un hétéroside nouveau dont nous étudierons les propriétés.

Préparation. — Elle consiste : 1° en une défécation à l'acétate neutre de plomb, qui prive la solution d'un certain nombre de produits non hétérosidiques; 2° en une précipitation des hétérosides flavonoliques par l'acétate de plomb ammoniacal; 3° en une régénération de ces hétérosides à partir du précipité plombique.

Un litre de solution aqueuse correspondant à 1^{kg} de gousses fraîches de *Sophora*, privé de tout le sophoricoside par un long repos en lieu frais et filtration, est acidifié par 5^{cm^3} d'acide acétique. L'addition de 200^{cm^3} d'acétate neutre de plomb (solution à 30 pour 100) amène la formation d'un précipité verdâtre (A). L'addition au liquide filtré de 180^{cm^3} d'ammoniaque en deux fractions de 130^{cm^3}, puis de 50^{cm^3}, provoque la formation de deux précipités jaune d'or (B) et (C) qui sont recueillis séparément. On effectue encore une addition d'acétate neutre de plomb (50^{cm^3} de la solution précédente), qui donne un précipité (D) et une addition d'ammoniaque (précipité E). Chacun de ces précipités est lavé, délayé dans 200^{cm^3} d'eau et décomposé par l'hydrogène sulfuré. Les solutions, après essorage du précipité de sulfure de plomb, sont évaporées dans le vide, à sec, à basse température. Les extraits qui en résultent sont dissous dans 50^{cm^3} d'eau et abandonnés en lieu frais.

La solution (A) n'a rien donné. Au bout de 2 à 3 jours de repos, la solution (B) laisse déposer des cristaux jaune verdâtre. Puis au bout d'une

---

[1] Séance du 16 mars 1936.

[2] C. Charaux et J. Rabaté, *Journ. Pharm. Chim.*, 8e série, 21, 1935, 546.

[3] C. Charaux et J. Rabaté, *Jour. Pharm. Chim.*, 8e série, 22, 1935, 32.

semaine environ, des cristaux jaune pâle apparaissent dans les solutions (C), (D) et (E).

Caractérisation du rutoside. — Les cristaux recueillis dans la solution (B) sont lavés et l'on effectue leur purification par cristallisation dans l'eau (rendement : 2^g par kilogramme de fruits frais). C'est le rutoside, ainsi que nous l'a montré l'étude de ses propriétés physiques et chimiques.

Étude du sophoraflavonoloside. — Les cristaux recueillis dans les solutions (C), (D) et (E), sont purifiés par cristallisation dans l'eau.

On obtient alors le *sophoraflavonoloside* pur (rendement 5^g par kilogramme de fruits frais), sous forme de fines aiguilles jaunes, perdant 6,6 pour 100 d'eau par chauffage à 110° dans le vide, fondant au bloc Maquenne à 207-208°.

$[\alpha]_D = -61°$ ($p = 0^g,0597$, $v = 20$, $l = 2$, $\alpha = -44'$) dans l'alcool à 50°.

La vitesse d'apparition de l'aglycone (1) est de 1^{m}50^s.

Il est facilement dédoublable par l'émulsine; mais l'hydrolyse acide est plus intéressante, car elle permet de déceler dans la molécule de cet hétéroside un diholoside. Si l'on chauffe 0^g,20 de cet hétéroside avec 20$^{cm^3}$ d'acide sulfurique à 2 pour 1000 pendant 1 heure à l'ébullition, on observe la formation d'aglycone (46,9 pour 100) et d'un glucide réducteur (30 pour 100 exprimé en glucose), à pouvoir rotatoire très faible, qui, soumis à l'hydrolyse par l'acide sulfurique à 3 pour 100, pendant 2 heures, à l'ébullition fournit une solution renfermant 57,9 pour 100 d'un ose réducteur dont le pouvoir rotatoire est de +52°,8 et dont la phénylosazone fond à +230°. C'est du glucose. L'hydrolyse de l'hétéroside peut être effectuée en un seul temps par l'acide sulfurique à 3 pour 100, mais, dans ces conditions, on n'observe pas le stade intermédiaire du diholoside. Ces hydrolyses s'expliquent fort bien si l'on admet la présence dans le sophoraflavonoloside d'un diholoside formé de l'union de 2^{mol} de *d*-glucose. Nous avons obtenu ce diholoside à l'état cristallisé et nous en poursuivons l'étude.

Étude de l'aglycone. — Les cristaux jaune d'or obtenus en cours de l'hydrolyse fondent à +292° et renferment 5,9 pour 100 d'eau de cristallisation. Fondus avec de la potasse, ils fournissent, d'une part, du phloroglucinol, d'autre part, un acide fondant vers 213°.

Les analyses élémentaires de ces divers produits permettent d'établir

(1) C. Charaux, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 6, 1924, p. 641.

les équations d'hydrolyse suivantes:

$$\underset{\text{Sophoraflavonoloside.}}{C^{27}H^{30}O^{16}} + H^2O = \underset{\text{Aglycone.}}{C^{15}H^{10}O^6} + \underset{\text{Diholoside.}}{C^{12}H^{22}O^{11}} \overset{H^2O}{\rightarrow} \underset{\text{Glucose.}}{2C^6H^{12}O^6}$$

$$\underset{\text{Aglycone.}}{C^{15}H^{10}O^6} \overset{HOK}{\longrightarrow} \underset{\text{Phloroglucinol.}}{C^6H^6O^3} + \underset{\text{Acide parasalicylique.}}{C^7H^6O^3}$$

La formule et les propriétés chimiques de l'aglycone permettent de l'identifier au Kæmpferol ou 3,5.7.4'-tétraoxyflavone. Le diholoside est *probablement* relié à l'OH en position 3. Le sophoraflavonoloside est donc un hétérobioside nouveau le 3,5.7.4'-tétraoxyflavone-*d*-(di)-glucoside.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le métabolisme du brome dans l'organisme humain.* Note [1] de M. **Pierre** et Mlle **Camille Chatagnon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

H. Zondek et A. Bier [2], utilisant la microméthode de Roman pour le dosage du brome sanguin, établissent que les chiffres normaux s'étagent autour de 730 à 1100$^{\gamma}$ pour 100 et que dans une maladie, la Maniaco-Dépressive, ces chiffres se trouvent de 40 à 60 pour 100 au-dessous de la normale. Dosant le brome dans divers organes ils donnent pour l'hypophyse des chiffres autour de 15 à 30^{mg} pour 100.

Reprenant l'étude du brome sanguin et des tissus à l'aide de la méthode de A. Damiens [3] nous consignons nos résultats dans les deux tableaux ci-après.

Depuis la date d'entrée les malades ont été sevrés de médicaments bromés. La bromémie, dans 23 cas sur 31, est supérieure au taux donné comme normal par Zondek et Bier; elle est très variable même pour le même cas pathologique. La diminution caractéristique de 40 à 60 pour 100 pour la Maniaco-Dépressive n'a pas été retrouvée. La teneur en brome de l'hypophyse n'atteint pas les taux donnés par Zondek et Bier. En réalité les variations de la bromémie semblent dues aux apports alimentaires variables et médicamentaux et sont soumises à des lois qui lui sont particulières comme le font soupçonner les variations du rapport Br/Cl.

Dans ces conditions il semble bien que les conclusions de Zondek et Bier ne peuvent pas être maintenues.

---

(1) Séance du 16 mars 1937.

(2) *Klin. Woch.*, 1932-1933.

(3) *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 779; *Bull. Sc. Pharm.*, 27, 1920, p. 609, et 28, 1921, p. 37 et 85.

Maladie.	Entrée.	Nom et âge.	Examen du sang. Date :	Matière sèche en γ pour 100.	Rapport Br/Cl.
Maniaco-dépressive typique.	oct. 1935	Du..., 50 ans	26 déc. 1935	2382	0,00121
			7 fév. 1936	3223	0,0023
»	oct. 1935	Ca..., 39 »	26 déc. 1935	1461	–
			4 fév. 1936	3730	0,0024
»	déc. 1935	Bo..., 49 »	26 déc. 1935	2927	0,0027
			4 fév. 1936	2728	0,00193
»	déc. 1935	Pl..., 42 »	20 déc. 1935	2020	–
			26 déc. 1935	2385	0,00035
»	juil. 1935	Ju..., 60 »	10 janv. 1936	1028	0,00083
			17 janv. 1936	1782	0,00130
»	déc. 1935	Sa..., 63 »	9 janv. 1936	1697	0,00119
			15 janv. 1936	1516	0,00086
			17 janv. 1936	1501	0,00119
»	janv. 1936	Bru..., 39 »	14 janv. 1936	710	0,00056
			17 janv. 1936	1238	0,00089
»	juil. 1933	Bon..., 52 »	17 janv. 1936	1165	0,0008
			24 janv. 1936	791	0,00059
»	nov. 1933	Ha..., 44 »	9 janv. 1936	720	–
			17 janv. 1936	1574	0,00083
»	janv. 1936	An..., 27 »	28 janv. 1936	315	0,00022
			6 fév. 1936	1000	0,00059
»	oct. 1934	Be..., 25 »	15 fév. 1936	3885	0,0026
D. P.	sept. 1935	Za..., 26 »	24 janv. 1936	730	0,000526
»	août 1933	As..., 35 »	24 janv. 1936	752	0,000506
»	fév. 1936	Hi..., 31 »	5 fév. 1936	1606	0,00097
»	sept. 1930	Ja..., 47 »	11 fév. 1936	1980	0,00121
»	oct. 1934	Va..., 44 »	7 fév. 1936	3165	0,00196
Arriérés.	oct. 1934	Pa..., 20 »	12 fév. 1936	2020	0,0013
»	oct. 1934	Mo..., 18 »	24 janv. 1936	923	0,00036
»	oct. 1934	Ne..., 17 »	24 janv. 1936	769	0,00036
Psyc. hall.	oct. 1934	Po..., 46 »	11 fév. 1936	3634	0,0028

Maladie.	Date d'entrée.	Nom et âge.	Organe.	En mg. °/₀ de mat. sèche.	Rapport Br/Cl.
Démence précoce	Juill. 1926	Le..., 49 ans; Décès : janv. 1936	Hypophyse	6,7	
			Lobe occipital	2,518	0,0022
			Lobe frontal	3,051	0,0036
Syphilis cérébrale	Juin 1935	Be..., 63 ans; Décès : sept. 1935	Hypophyse	6,6	0,010
			Lobe occipital	4,42	
Démence vésanique	Oct. 1934	Pe..., 58 ans; Décès : janv. 1936	Hypophyse	0,9554	0,00099
Démence	Août 1935	Ro..., 51 ans; Décès : sept. 1935	Lobe frontal	7,04	0,0023

SÉROTHÉRAPIE. — *Titrage de divers sérums thérapeutiques par neutralisation des anticorps* in vitro. Note de MM. **Louis Cotoni** et **Jacques Pochon**, présentée par M. Félix Mesnil.

Nous avons montré qu'on peut classer les sérums antipneumococciques (1) et antistreptococciques (2) à l'aide d'une méthode nouvelle de neutralisation des anticorps *in vitro*, fournissant en général des résultats parallèles à ceux des titrages chez les animaux. Il était vraisemblable que cette méthode conviendrait au titrage d'autres sérums thérapeutiques. Parmi ceux-ci, les uns, préparés contre le pneumocoque, les échantillons de streptocoque pathogènes au laboratoire, le bacille du rouget du porc, la bactéridie charbonneuse, sont titrables *in vivo*; les autres (méningocoque, gonocoque) ne sauraient être titrés *in vivo* par la méthode classique, puisque le pouvoir pathogène expérimental fait défaut à ces espèces bactériennes. Nous avons étudié, dans le premier groupe, le titrage du sérum anti-rouget.

Technique. — On dispose l'expérience comme pour le titrage du sérum antipneumococcique, en modifiant les points suivants. L'émulsion de bacilles du rouget tués par l'alcool-éther contient par centimètre cube 0g,0015, ou moins s'il le faut, de poudre bactérienne, et demeure 4 heures à 35° avant l'emploi. L'extrait microbien, utilisé pour déceler les anticorps libres du sérum, est le centrifugat d'une macération du même antigène 4 heures à 35° (0g,002 par centimètre cube d'eau salée). On ajoute 1^{cm^3} d'extrait dans chaque tube. Les filtrats de cultures liquides donnent de moins bons résultats. La lecture se fait après 15 minutes à 35°, de préférence sur fond noir : on cherche le tube le moins opaque, se différenciant du tube limpide témoin, qui contient le sérum normal. Pour certains échantillons de sérum opalescents, on rend la lecture plus aisée par l'adjonction, à chaque tube de la série, d'un tube où 1^{cm^3} d'eau salée remplace 1^{cm^3} d'extrait bactérien.

Cinq échantillons divers de sérum équin anti-rouget ont été titrés parallèlement *in vitro* et *in vivo*. Des souris blanches, le plus souvent 20 par sérum, recevaient chacune sous la peau 1/10e de centimètre cube de sérum, puis le lendemain, sous la peau du flanc du côté opposé, 1/100e de centimètre cube de culture de bacille du rouget capable de tuer les souris-témoins à la dose de 1/1000000e de centimètre cube en 5 jours environ. Le tableau suivant résume les résultats des deux méthodes.

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2039.
(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 100.

Échantillons de sérum.	Doses de sérum injectées. Pourcentage des souris survivantes. 1/50 cm³.	1/20 cm³.	1/10 cm³.	Doses de sérum neutralisant 0g,001 d'antigène.
	%	%	%	cm³
1..............	50	100	75	0,16
2..............	0	25	100	0,28
3..............	0	0	75	0,60
4..............	0	0	75	0,80
5..............	0	0	60	1,20

La méthode *in vivo* exige l'observation de précautions minutieuses et multiples. Il faut déterminer d'abord les doses respectives de culture et de sérum dont l'injection permettra la survie d'un certain pourcentage de souris. On doit posséder une culture de pouvoir pathogène connu et stable. Il faut utiliser pour chaque dose de sérum un grand nombre de souris, afin de niveler les différences de sensibilité individuelle. Deux expériences consécutives identiquement disposées fournissent souvent des pourcentages différents de survie et l'emploi d'un sérum étalon s'impose pour raccorder les expériences. On doit conserver parfois pendant une quinzaine de jours les animaux qui peuvent succomber tardivement, et des infections secondaires (*B. typhi murium*) risquent de fausser les résultats; la surinfection des souris par le b. du rouget lui-même est une autre cause d'erreur possible; en un mot, on peut reprocher à la méthode *in vivo* d'être lente, onéreuse, irrégulière dans ses résultats.

Avec la méthode *in vitro*, rien de tel. On élimine des facteurs aussi variables que la résistance des animaux et le pouvoir pathogène des cultures. Deux expériences consécutives fournissent des chiffres identiques ou très voisins. Le sérum-étalon n'est pas indispensable. Les résultats, obtenus rapidement et à peu de frais, se classent d'eux-mêmes et mettent en lumière des différences qu'on ne peut apercevoir *in vivo*. Un poids constant d'antigène neutralise le plus souvent des volumes d'autant plus faibles de sérums, que ces derniers permettent la survie d'un pourcentage de souris plus élevé.

Dans le même groupe de sérums titrables *in vivo*, le *sérum anticharbonneux* n'a pu être jusqu'ici titré par notre méthode, l'antigène sec étant d'un maniement dangereux. Dans le groupe des sérums impossibles à titrer *in vivo*, nous avons pu nous assurer que le titrage de certains *sérums antiméningococciques* est réalisable *in vitro* par notre méthode. Les sérums préparés avec les méningocoques A et B neutralisent les antigènes alcool-

éther homologues (premier temps de la méthode) et précipitent (deuxième temps) les extraits méningococciques. Pareillement, un *sérum antigonococcique* s'est montré capable, à la dose de $0^{cm^3},35$, de neutraliser $0^{g},001$ d'antigène gonococcique sec.

Si l'on a soin d'utiliser pour chaque espèce microbienne un antigène sec étalon ou, au besoin, un antigène pour chaque groupe d'une espèce, cette méthode *in vitro* peut donc nous renseigner sur l'activité thérapeutique de sérums qu'on ne titrerait *in vivo* qu'à grand peine et sans précision suffisante. D'autre part, nous croyons, par analogie, que la méthode mérite d'être employée pour des sérums échappant jusqu'à ce jour à tout procédé efficace de contrôle. Ajoutons que nous avons pu l'utiliser dans l'étude de sérums concentrés.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 17 février 1936.)

Note de M. *Alfred Leman*, Acétylation comparée des naphtols :

Page 581, ligne 12, *au lieu de* dihydroxy-2.7, *lire* dihydroxy-1.7.

(Séance du 2 mars 1936.)

Note de M. *Édouard Chatton* et Mlle *Simone Brachon*, Le cinétome de l'*Opalina ranarum*, sa continuité génétique et son importance eu égard à l'évolution des appareils ciliaires :

Page 714, figure 7. Dans les trois lignes longitudinales, les points devraient être à droite des lignes. La courbe des lignes transversales devrait être inversée.

(Séance du 9 mars 1936.)

Note de MM. *Richard Fosse* et *Paul De Graeve*, Synthèse de la cyanamide par oxydation du formol et de l'ammoniaque :

Page 801, ligne 11, *au lieu de* NO^3HSN, *lire* NO^3HN.
Page 802, ligne 11, *au lieu de* NO^3H^5N, *lire* NO^3H5N.
Page 803, ligne 4, *après* ($0^{cm^3},5$, d'où cyanamide $0^g,0105$); *ajouter :* eau (14^{cm^3}); ammoniaque concentrée (2^{cm^3}); nitrate d'argent N/10 ($0^{cm^3},4$); ....

Note de M. *G. Tanret*, Sur les vitesses d'hydrolyse comparées de quelques glucosides :

Page 882, ligne 8 à partir du bas, *au lieu de* Hydrolyse de 24 heures, *lire* Hydrolyse de 48 heures.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 MARS 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Luc Picart** pour occuper, dans la Division des Membres non résidants, la place vacante par le décès de M. *Victor Grignard*.

Il est donné lecture de ce décret.

THÉORIE DE LA RELATIVITÉ. — *Sur les champs d'accélération uniforme en Relativité restreinte.* Note de M. **Élie Cartan**.

M. Esclangon [1] a posé quelques problèmes se rapportant aux principes de la Relativité restreinte. J'ai pensé à ce propos qu'il y aurait intérêt à élucider dans cette théorie la notion de champ d'accélération uniforme.

1. En Mécanique classique le mouvement d'un point placé dans un champ d'accélération uniforme d'intensité g est, par un choix convenable du système de référence galiléen, réductible à la forme

$$x = 0, \qquad y = 0, \qquad z = \frac{1}{2} g t^2. \tag{1}$$

Tous ces mouvements peuvent être caractérisés par la propriété d'admettre un sous-groupe à deux paramètres du groupe de la Relativité

---

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 885-889, 993-995.

newtonienne, à savoir, dans le cas des équations (1),

$$(2) \quad \begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha, & y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha, \\ z' = z + \beta t + \dfrac{\beta^2}{2g}, & t' = t + \dfrac{\beta}{g}, \end{cases}$$

α et β étant des constantes arbitraires. Les mouvements d'accélération constante donnée g se partagent d'autre part en ∞^2 classes correspondant aux différents champs d'accélération uniforme, chacun de ces champs étant caractérisé par la direction et le sens de l'accélération, c'est-à-dire par un vecteur libre de longueur g.

2. Si l'on cherche à généraliser ces notions et ces résultats en Relativité restreinte, on est conduit à une famille de mouvements bien connus, dont chacun est réductible, par un choix convenable du système de référence galiléen, à la forme

$$(1') \quad x = 0, \qquad y = 0, \qquad z = -\frac{c^2}{g} + \sqrt{\frac{c^4}{g^2} + c^2 t^2} = \frac{1}{2} g t^2 + \frac{1}{8}\frac{g^3}{c^3} t^4 + \ldots.$$

Ces mouvements sont également caractérisés par la propriété d'admettre un sous-groupe à deux paramètres du groupe de la Relativité restreinte, à savoir

$$(2') \quad \begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha, \qquad y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha, \\ z' = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\beta^2}{c^2}}}(z + \beta t) + \dfrac{c^2}{g}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\beta^2}{c^2}}} - 1\right), \quad t' = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\beta^2}{c^2}}}\left(t + \dfrac{\beta}{g} + \dfrac{\beta}{c^2} z\right). \end{cases}$$

On passe manifestement des équations (1′) et (2′) aux équations (1) et (2) en faisant tendre $1/c^2$ vers zéro.

Il est naturel de se poser la question suivante : est-il possible de partager en ∞^2 classes tous les mouvements précédents, de telle sorte que le principe de relativité soit respecté, c'est-à-dire que deux mouvements appartenant à la même classe appartiennent encore à la même classe quand on effectue sur eux une même transformation du groupe de la Relativité restreinte? Chaque classe ainsi obtenue sera regardée comme constituant l'ensemble des mouvements qu'un point matériel est susceptible de prendre dans un même champ d'accélération uniforme d'intensité donnée g. *A priori* il n'est pas sûr qu'une telle classification soit possible. Nous allons voir que le problème comporte deux solutions, dont une est physiquement à préférer à l'autre.

3. Le groupe de Lorentz G dépendant de 10 paramètres et transformant

entre elles les ∞^2 classes cherchées, chacune d'elles est invariante par un sous-groupe g à $10-2=8$ paramètres. Or, il n'existe dans G qu'une seule famille de sous-groupes à 8 paramètres, dont chacun est constitué par l'ensemble des transformations de G qui laissent invariante une direction d'univers fixe (X, Y, Z, T), cette direction étant isotrope (direction de lumière) [1]. Celle qui correspond à la classe dont fait partie le mouvement (1') se trouve immédiatement, car elle doit être invariante par les transformations (2'), qui appartiennent au sous-groupe g correspondant; deux directions et deux seulement jouissent de cette propriété; elles sont définies par

$$\frac{X}{0}=\frac{Y}{0}=\frac{Z}{c}=\frac{T}{\pm 1};$$

celle qui correspond au signe + est la direction limite de la vitesse du mobile pour $t=+\infty$, celle qui correspond au signe − est la direction limite pour $t=-\infty$. Il est naturel de choisir la première direction. On arrive ainsi à l'énoncé physiquement très simple, le même qu'en Mécanique classique :

Un champ d'accélération uniforme est caractérisé par son intensité g et la direction (et le sens) de la vitesse limite que tend à prendre tout mobile plongé dans ce champ.

Nous remarquerons que dans un tel champ il existe un mouvement et un seul correspondant à un état initial donné (position dans l'espace-temps et vitesse).

4. On peut trouver les équations différentielles du mouvement dans un champ d'accélération uniforme donné en partant de la remarque que le vecteur d'Univers $\overrightarrow{dM}/d\tau$, où M désigne le point mobile et τ son temps

---

(1) Dans l'espace euclidien proprement dit à quatre dimensions, il existe au contraire deux familles de groupes de déplacements à huit paramètres : ce sont ceux qui se traduisent, dans l'hyperplan de l'infini considéré comme un espace elliptique dont l'absolu serait la quadrique ombilicale, par les déplacements elliptiques laissant fixe une congruence paratactique de droites (il y en a de deux espèces correspondant aux deux parallélismes de Clifford, droit ou gauche). Les lignes qui jouent le rôle des mouvements (1') sont les circonférences de rayon donné a. Il existe donc, dans l'espace euclidien à quatre dimensions, deux classifications intrinsèques en ∞^2 classes des circonférences de rayon donné; dans chaque classe il existe deux circonférences et deux seulement passant par un point donné et y admettant une tangente donnée; elles sont symétriques l'une de l'autre par rapport à cette tangente.

propre, est de la forme

$$\frac{dM}{d\tau} = \vec{A} e^{\frac{g}{c}\tau} + \vec{B} e^{-\frac{g}{c}\tau}; \tag{3}$$

le vecteur d'Univers isotrope $\vec{A}$, défini à un facteur positif près dû à l'indétermination de l'origine du temps propre, caractérise le champ. Faisons choix d'un système de référence galiléen; on peut supposer que $\vec{A}$ a 1 pour composante de temps; sa composante d'espace est de la forme $c\vec{I}$, où $\vec{I}$ est un vecteur d'espace unitaire. Les équations (3) permettent alors facilement, par élimination de τ et de $\vec{B}$, d'obtenir les équations cherchées. On trouve

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = g \frac{\vec{I} - \frac{1}{c}\vec{V}}{1 - \frac{1}{c}\vec{I}.\vec{V}} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}, \tag{4}$$

où $\vec{V}$ désigne le vecteur vitesse, v la grandeur de cette vitesse. On peut encore introduire la quantité de mouvement $V/(\sqrt{1 - v^2/c^2})$, ce qui donne

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) = g \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{1}{c}\vec{I}.\vec{V}} \vec{I} - \frac{g}{c}\vec{V}. \tag{5}$$

Si, comme cela est toujours possible, on choisit le système de référence de manière que le mouvement devienne rectiligne, le second membre de (5), qui représente le quotient de la force par la masse au repos, se réduit à $g\vec{I}$.

Les équations (4) et (5) sont naturellement invariantes par le groupe de Lorentz : on aura simplement à remplacer $\vec{I}$ par $\vec{I}'$, en supposant que le vecteur d'Univers $(\vec{I}, 1/c)$ soit transformé à un facteur positif près en $(\vec{I}', 1/c)$. On remarquera qu'il est impossible de caractériser le champ par un vecteur d'Univers déterminé; ce n'est qu'une fois la séparation entre l'espace et le temps effectuée par un choix du système de référence que le champ peut se caractériser complètement par un vecteur d'espace déterminé, par exemple le vecteur $g\vec{I}$.

EFFET RAMAN ET CHIMIE ORGANIQUE. — *Application de l'effet Raman à l'étude de quelques dérivés méthylcyclopentaniques.* Note [1] de M. **Marcel Godchot**, Mlle **Germaine Cauquil** et M. **Raymond Calas**.

Nous avons comparé les spectres Raman de quelques dérivés du méthylcyclopentane : la 1-méthylcyclopentanone-3-*d* et les deux alcools *cis* et *trans* qui en dérivent, la 1-méthylcyclopentanone-3-($d+l$) et les alcools secondaires *cis* et *trans* qui s'y rattachent.

La 1-méthylcyclopentanone-3-*d*, préparée en partant de la pulégone et hydrogénée par le sodium en milieu éthéro-aqueux, produit principalement le 1-méthylcyclopentanol-3-*d-trans*, tandis que, soumise à l'action de l'hydrogène en présence de noir de platine, elle donne uniquement l'isomère *cis*.

La 1-méthylcyclopentanone-3-($d+l$), issue de la cyclisation de l'acide β-méthyladipique-($d+l$), fournit successivement par les deux procédés d'hydrogénation indiqués plus haut le 1-méthylcyclopentanol-3-($d+l$)-*trans* et le 1-méthylcyclopentanol-3-($d+l$)-*cis*.

Ces quatre alcools *cis* et *trans* ont été purifiés respectivement par passage par leur paranitrobenzoate ; leurs propriétés et différentes constantes seront indiquées dans un autre Recueil.

Raies Raman (en cm^{-1}).

1-*Méthylcyclopentanone*-3-*d*. — 294 (f), 361 (f), 407 (f), 488 (aF), 543 (aF), 588 (aF), 673 (f), 733 (aF), 791 (af), 811 (F), 840 (f), 875 (tf), 929 (f), 990 (TF), 1077 (f), 1155 (af), 1221 (f), 1276 (f), 1314 (f), 1351 (f), 1413 (F), 1460 (TF, large), 1744 (TF), 2876 (F), 2934 (F), 2968 (F).

1-*Méthylcyclopentanone*-3-($d+l$). — 294 (f), 361 (f), 407 (f), 488 (aF), 588 (aF), 672 (af), 733 (aF), 789 (f), 812 (aF), 840 (f), 930 (f), 990 (F), 1075 (tf), 1130 (tf), 1156 (f), 1198 (f), 1229 (af), 1271 (af), 1313 (af), 1353 (af), 1408 (aF), 1460 (F, large), 1744 (F), 2876 (TF), 2906 (F), 2930 (aF), 2966 (TF). M. L. Piaux [2] avait déjà étudié le spectre Raman de cette cétone et nos mesures sont en plein accord avec celles de cet auteur.

1-*Méthylcyclopentanol*-3-*trans*-*l*. — 294 (f), 424 (f, large), 548 (f), 794 (F, large), 831 (F, large), 893 (f), 957 (f); 1007 (aF), 1107 (f), 1138 (f, large), 1208 (f, large),

---

(1) Séance du 16 mars 1936.

(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1647.

1316 (f, large), 1363 (f), 1460 (TF), 2873 (F), 2906 (aF), 2948 (aF), 3035 (aF), 3224 (aF).

1-*Méthylcyclopentanol-3-trans-*(*d* + *l*). — 294 (f), 424 (f, large), 548 (f, large), 795 (f), 831 (F, large), 897 (f), 957 (f), 1007 (aF), 1106 (f, large), 1138 (f, large), 1208 (f, large), 1316 (f), 1363 (f), 1460 (F, large), 2873 (F), 2906 (aF), 2948 (aF), 3035 (aF), 3244 (aF).

1-*Méthylcyclopentanol-3-cis-l*. — 294 (f), 413 (f), 521 (aF), 583 (f), 795 (f, large), 831 (F, large), 893 (f), 957 (f), 1007 (aF), 1107 (f, large), 1138 (f, large), 1208 (f, large), 1316 (f, large), 1363 (f, large), 1460 (F, large), 2873 (F), 2906 (aF), 2948 (aF), 3035 (aF), 3244 (aF).

1-*Méthylcyclopentanol-3-cis-*(*d* + *l*). — 294 (f), 413 (f, large), 521 (aF), 583 (aF), 794 (f, large), 831 (F, large), 893 (f), 957 (f), 1005 (aF), 1108 (f, large), 1138 (f, large), 1208 (f, large), 1316 (f, large), 1363 (f, large), 1460 (F, large) (raies de l'hydrogène, idem avec celles des alcools *trans*).

Acétate du 1-*méthylcyclopentanol-3-trans-l*. — 243 (f), 289 (f), 330 (f), 412 (f, large), 457 (f), 630 (f), 634 (f), 795 (f), 831 (F, large), 893 (f), 957 (f), 1007 (f), 1108 (f), 1138 (f, large), 1208 (f, large), 1316 (f), 1363 (f), 1460 (F, large), 1744 (TF) (raies de l'hydrogène, idem avec celles des alcools).

Acétate du 1-*méthylcyclopentanol-3-cis-l*. — 294 (f), 330 (f), 558 (f), 643 (f), 795 (f, large), 832 (F, large), 893 (f), 957 (f), 1007 (F, large), 1106 (f), 1138 (f), 1208 (f), 1316 (f), 1363 (f), 1460 (F, large), 1744 (TF) (raies de l'hydrogène, idem avec celles des alcools).

Conclusions. — 1° Les raies principales du noyau méthylcyclopentanique déjà indiquées par nous [1] se conservent dans tous les dérivés étudiés. Nous retrouvons dans les cétones et les esters acétiques la raie caractéristique du groupement ($C = O$) à 1744 cm^{-1};

2° Les spectres du composé actif et de son racémique peuvent être considérés comme identiques;

3° Les alcools *cis* dans la région comprise entre 200 et 800 cm^{-1} ont un spectre assez peu différent des alcools *trans* correspondants. Cependant les esters acétiques des alcools *cis* et *trans* présentent des différences assez marquées dans la même région, ce qui est en accord avec les observations faites récemment par Tabuteau [2] dans le cas des alcools méthylcyclohexaniques.

---

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1574.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 897.

M. **Maurice d'Ocagne** fait hommage à l'Académie des deux Ouvrages suivants :

1° *Ampère*, dont il est lui-même l'auteur, courte biographie illustrée du grand physicien, parue, à l'occasion du centenaire de sa mort, dans la collection *Anniversaires*.

2° *Le général Poncelet*, par Henri Tribout, dont il a écrit la *Préface*. Cette biographie de l'illustre fondateur de la géométrie projective et de la mécanique industrielle est, et de beaucoup, la plus complète et la plus développée qui ait été publiée jusqu'ici. Grâce à ses relations personnelles avec la famille du savant général, l'auteur a pu faire usage d'importants documents non encore utilisés, ce qui lui a permis de rendre son livre singulièrement vivant. Il a, en outre, joint à son volume une liste complète, établie avec le plus grand soin, de toutes les publications, courtes notes aussi bien que gros ouvrages, de Poncelet.

ÉLECTIONS.

M. **Jean Bosler** est élu Correspondant pour la Section d'Astronomie en remplacement de M. *Willem de Sitter* décédé, par 33 suffrages contre 5 à M. *Edmond Rothé*, 1 à M. *Jean Dufay*, 1 à M. *André Danjon*.

Il y a 1 bulletin blanc.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

The explosive Theory of the Universe, by William Henry Chambers.

Mme **Louise Nouvel** adresse un Rapport relatif à l'emploi d'une subvention accordée sur le *Fonds Loutreuil* en 1934.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les surfaces de mortalité.* Note ([1]) de M. **Herman Wold**, présentée par M. Emile Borel.

Dans cette Note nous développons quelques points théoriques qui se sont présentés dans le cours d'une recherche rigoureuse du mouvement séculaire de la mortalité, que nous avons eu l'occasion de faire en collaboration avec M. H. Cramér ([2]).

Prenons par exemple l'intensité $\mu(x)$ comme mesure de la mortalité à l'âge x et rapprochons $\mu(x)$ par une courbe $\mu = f(x, a_1, a_2, \ldots, a_n)$ à n paramètres arbitraires convenablement choisis. Alors on a, pour *la surface de mortalité* $\mu = \lambda(x, t)$ la représentation approximative

$$\mu(x, t) = f(x, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots, \mathbf{a}_n), \tag{1}$$

où les $\mathbf{a}_k$ sont des fonctions empiriques du temps t.

En considérant dans (1) les $\mathbf{a}_k$ comme des fonctions arbitraires, on obtient ce que nous appelons *la classe des surfaces* $\mu(x, t)$ *générées en périodes par des courbes* f. Une classe analogue se définit en partant de l'intensité de mortalité $\eta(x, \tau)$ d'une personne à l'âge x appartenant à la génération née à l'instant τ. Posons comme représentation approximative

$$\eta(x, \tau) = \varphi(x, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu), \qquad \alpha_K = \alpha_K(\tau). \tag{2}$$

En considérant ici les α_K comme des fonctions arbitraires, on obtient au moyen de l'identité $\mu(x, t) = \eta(x, t - x)$ *la classe des surfaces* $\mu(x, t)$ *générées en génération par des courbes* φ.

Soient maintenant f et φ deux courbes de mortalité données. Nous nous proposons de déterminer *la classe* (f, φ) *des surfaces de mortalité générées en périodes par des courbes* f *et en générations par des courbes* φ. Une surface (f, φ) sera dite *monotypique* si $f \equiv \varphi$, *bitypique* si $f \not\equiv \varphi$.

L'identité $x = t - \tau$ étant évidente, il s'agit du problème purement mathématique suivant : *Déterminer les fonctions paramétriques* $\mathbf{a}_k(t)$ et $\alpha_K(\tau)$ *telles que* $f(t - \tau, \mathbf{a}_k) = \varphi(t - \tau, \alpha_K)$. Ce problème n'est qu'une extension de la question suivante, posée par M. H. Cramér dans son Cours en 1931 et complètement résolue par G. Arfwedson : *Quelle est la forme générale de la surface de mortalité qui tant pour des périodes fixes que pour des générations donne des courbes de mortalité de Makeham* (pour la solution, d'ailleurs obtenue par une méthode différente, voir le Mémoire cité).

([1]) Séance du 17 février 1936.

([2]) *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 18, 1935, p. 161-241.

Supposons que les équations différentielles auxquelles satisfont les courbes f et φ soient de la forme

$$(3)\qquad f^{(n)} = \mathrm{F}[x, f, f', f'', \ldots, f^{(n-1)}]; \qquad \varphi^{(\nu)} = \Phi[x, \varphi, \varphi', \varphi'', \ldots, \varphi^{(\nu-1)}].$$

Cela posé, on obtient pour la fonction $z(t, \tau) = \mu(t-\tau, t)$ le système d'équations aux dérivées partielles

$$(4)\qquad \frac{\partial^n z}{\partial \tau^n} = \mathrm{F}\left[t-\tau, z, \frac{\partial z}{\partial \tau}, \ldots, \frac{\partial^{n-1} z}{\partial \tau^{n-1}}\right]; \qquad \frac{\partial^\nu z}{\partial t^\nu} = \Phi\left[t-\tau, z, \frac{\partial z}{\partial t}, \ldots, \frac{\partial^{\nu-1} z}{\partial t^{\nu-1}}\right].$$

Les solutions de ce système donnent des fonctions μ, parmi lesquelles on trouve facilement, s'il y en existe, les fonctions μ satisfaisant à notre problème (d'où résultent enfin les $\mathbf{a}_k$ et les $\mathbf{a}_K$).

Dans ce qui suit nous supposons que les dérivées $\mathbf{a}_k^{(\nu)}$ existent pour tout k. Il s'ensuit qu'en général *la surface de mortalité* (f, φ) *dépend des constantes arbitraires, celles-ci étant en nombre au plus égal à* $n\nu$. En effet, les $\mathbf{a}_k$ et leurs dérivées jusqu'à l'ordre $\nu - 1$ étant données arbitrairement pour $t = t_0$, les relations $\mu(x, t) = z(t, t-x) = \eta(x, t-x)$, (1), (2) et (3) nous permettent d'exprimer successivement μ et toutes ses dérivées partielles au point (x_0, t_0) au moyen des $n\nu$ constantes données.

Une méthode qui peut souvent être uilisée pour déterminer la surface (f, φ) est la suivante. Au moyen de (1) on exprime $z(t, \tau) = f(t = \tau, \mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_n)$ et ses dérivées par rapport à t jusqu'à l'ordre ν en termes des fonctions inconnues $\mathbf{a}_k(t)$ et leurs dérivées jusqu'à l'ordre ν. Introduites dans la seconde équation (4), ces expressions donnent une identité en t et τ. Dans les cas d'importance, cette identité donne un système d'équations différentielles ordinaires, qui suffit pour déterminer les $\mathbf{a}_k$, d'où μ et les α_K. Ainsi il vient les quatre formules alternatives suivantes pour les fonctions paramétriques $\mathbf{a}_k$ de la surface monotypique assez générale définie par $f = a_1 + a_2 x + a_3 e^{a_4 x} + a_5 e^{a_6 x}$:

$$(1)\quad \begin{cases} \mathbf{a}_1 = a_1 + (a_2 - b_1)t - b_2 t^2, \quad \mathbf{a}_2 = b_1 + b_2 t, \quad \mathbf{a}_3 = c_1 e^{(\alpha_1 - c_2)t - c_3 t^2}, \\ \mathbf{a}_4 = c_2 + c_3 t, \quad \mathbf{a}_5 = d_1 e^{(\alpha_2 - d_2)t - d_3 t^2}, \quad \mathbf{a}_6 = d_2 + d_3 t; \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} \mathbf{a}_1 = a_1 + (a_2 - b_1)t - b_2 t^2, \quad \mathbf{a}_2 = b_1 + b_2 t, \quad \mathbf{a}_3 = (c_1 e^{\alpha_1 t} + c_2 e^{\alpha_2 t}) e^{-(c_3 + c_4 t)t}, \\ \mathbf{a}_4 = c_3 + c_4 t, \quad \mathbf{a}_5 = (d_1 e^{\alpha_1 t} + d_2 e^{\alpha_2 t}) e^{-(d_3 + c_4 t)t}, \quad \mathbf{a}_6 = d_3 + c_4 t; \end{cases}$$

$$(3)\quad \begin{cases} \mathbf{a}_1 = a_1 + (a_2 - b_1)t - b_2 t^2 + a_3 e^{\alpha_1 t} - b_3 t e^{\alpha_1 t}, \quad \mathbf{a}_2 = b_1 + b_2 t + b_3 e^{\alpha_1 t}, \\ \mathbf{a}_3 = (c_1 + c_2 t + c_3 e^{\alpha_1 t}) e^{-c_4 t}, \quad \mathbf{a}_4 = c_4, \quad \mathbf{a}_5 = d_1 e^{(\alpha_2 - d_2)t - d_3 t^2}, \quad \mathbf{a}_6 = d_2 + d_3 t; \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \mathbf{a}_1 = a_1 + (a_2 - b_1)t - b_2 t^2 + (a_3 - b_3 t) e^{\alpha_1 t} + (a_4 - b_4 t) e^{\alpha_2 t}, \\ \mathbf{a}_2 = b_1 + b_2 t + b_3 e^{\alpha_1 t} + b_4 e^{\alpha_2 t}, \quad \mathbf{a}_3 = (c_1 + c_2 t + c_3 e^{\alpha_1 t} + c_4 e^{\alpha_2 t}) e^{-c_5 t}, \\ \mathbf{a}_4 = c_5, \quad \mathbf{a}_5 = (d_1 + d_2 t + d_3 e^{\alpha_1 t} + d_4 e^{\alpha_2 t}) e^{-d_5 t}, \quad \mathbf{a}_6 = d_5. \end{cases}$$

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines variétés orthogonales dans* R_n.
Note de M. **Dimitri Perepelkine**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit V une variété à m dimensions dans l'espace euclidien R_n. Il s'agit de trouver une variété V^* à m^* dimensions jouissant de la propriété suivante : à chaque point M de V il correspond un point ou des points de V^* tels que :

1° la droite MM^* est une normale commune aux deux variétés;

2° l'espace tangent à V^* en M^* est complètement orthogonal à l'espace tangent à V en M, c'est-à-dire qu'une direction quelconque du premier espace tangent est orthogonale à toutes les directions du second espace tangent.

Appelons pour abréger une telle variété V^* une *variété orthogonale* à V.

Attachons à chaque point M de V un repère orthogonal formé par des vecteurs $I_i (i = 1, \ldots, m)$ tangents à V, des vecteurs $I_\alpha (\alpha = m+1, \ldots, m_2)$ orthogonaux à V et situés dans le second espace osculateur σ_2 de la variété V en M, et des vecteurs $I_\lambda (\lambda = m_2 + 1, \ldots, n)$ orthogonaux à σ_2 s'il en existe (la longueur de tous les vecteurs étant égale à un) (¹). On obtient les équations suivantes pour les cordonnées $(\chi_\alpha, \chi_\lambda)$ par rapport à ce repère d'un point M^* de V^*

$$\sum_\alpha \gamma_{i\alpha j} \chi_\alpha = \delta_{ij} \qquad (\delta_{ii} = 1;\ \delta_{ij} = 0,\ i \neq j), \tag{1}$$

$$\sum_\alpha \chi_\alpha^2 + \sum_\lambda \chi_\lambda^2 = \text{const.}, \tag{2}$$

les $\gamma_{i\alpha j}$ étant les coefficients des $m_2 - m$ secondes formes quadratiques *linéairement indépendantes* de la variété V (²).

Les équations (1) et (2) donnent le théorème suivant :

Si l'espace σ_2 *est un espace à* $1/2\, m(m+3)$ *dimensions et ne coïncide pas avec l'espace ambiant* R_n, *il existe une simple infinité de variétés orthogonales* V^* *à* $m^* = m + n - m_2 - 1$ *dimensions* (il pourrait y avoir une réduction de ce nombre dans des cas particuliers); *on obtient ces variétés*

(¹) Voir pour ce repère le Mémoire de l'auteur *Sur la courbure et les espaces normaux d'une* V_m *dans* R_n (*Recueil math. de Moscou*, 42, 1935, p. 81-100).

(²) Pour les secondes formes quadratiques linéairement indépendantes voir le Mémoire cité, p. 85.

par des différentiations et des calculs algébriques quand on se donne les équations de V.

Les coordonnées χ_α étant définies par les équations (1), le point

$$P = M + \sum_\alpha \chi_\alpha I_\alpha \tag{3}$$

est le sommet de la *Krümmungsspur* de Kühne correspondant au point M de V (*loc. cit.*, p. 98). On a ainsi une construction géométrique simple des variétés V^* : les ∞^{n-m_2-1} points M^* d'une variété V^* qui correspondent à un point M de V sont les points d'intersection d'une R_{n-m_2} orthogonale à σ_2 passant par le point P et d'une hypersphère de l'espace R_n ayant son centre en M et un rayon constant en tous les points de V (on obtient les différentes variétés V^* en faisant varier le rayon de cette hypersphère).

L'exemple le plus simple est fourni par deux V_1 dans R_3 dont les points correspondants M et M^* sont situés respectivement sur les axes de courbure en M^* et M, la distance MM^* étant constante.

Considérons maintenant le cas où l'espace σ_2 est encore un espace à $1/2\, m(m+3)$ dimensions et coïncide avec l'espace ambiant ($n = m_2$). Alors il n'existe pas en général de variétés orthogonales à V. Il en existe une seule, à savoir le lieu du point P considéré ci-dessus, si la distance MP est constante en tous les points de V.

Si le nombre de dimensions de l'espace σ_2 est moindre que $1/2\, m(m+3)$, il n'existe pas également en général de variétés orthogonales à V, le nombre des équations du système (1) étant plus grand que le nombre des inconnues. Il peut y avoir exception si les $\gamma_{i\alpha j}$ sont liées par des relations particulières.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la transformation des plis dans la transformation conforme au voisinage d'un point frontière.* Note [1] de M. **Alexandre Ostrowski**, présentée par M. Gaston Julia.

Soit Γ un domaine simplement connexe du plan de ζ avec un point frontière accessible π_0 à l'infini. Dans une représentation conforme

$$z = \varphi(\zeta), \qquad \zeta = f(z), \tag{T}$$

[1] Séance du 23 mars 1936.

de Γ sur le demi-plan H: $\mathcal{R}z > 0$ soit $z=\infty$ l'image de π_0. Supposons que T conserve les angles en π_0 et Γ soit tourné de manière qu'à la direction de l'axe positif de z à l'infini corresponde la direction de l'axe positif de ζ en π_0.

Soit D : $\zeta > a_0$ une partie de l'axe positif de ζ, située à l'intérieur de Γ et telle que, pour $a_0 \neq 0$, a_0 est un point frontière de Γ. Pour tout $\rho > a_0$ désignons par β_ρ le plus grand arc de la circonférence $|\zeta| = \rho$ contenu à Γ et contenant $\zeta = \rho$.

Nous formons *le noyau* Γ^* de Γ de la manière suivante : Γ^* est en général l'ensemble de tous les points de tous les arcs β_ρ. Si cependant cet ensemble possède l'origine comme un point frontière isolé, on y ajoute l'origine.

Le noyau Γ^* de Γ ainsi formé est un domaine simplement connexe dont la frontière consiste en partie des points frontière de Γ, et en partie d'un ensemble fini ou dénombrable des arcs (ouverts) de cercle $\gamma_1, \gamma_2, \ldots$, avec l'origine comme centre. Chacun de ces arcs γ_ν est une coupure de Γ, le long de laquelle Γ^* est limitrophe d'une partie F_ν de Γ. F_ν est naturellement un domaine simplement connexe. Nous appelons ces domaines F_ν *les plis du domaine* Γ.

Si ζ est un point frontière ou intérieur d'un des plis F_ν de Γ, nous désignons par ρ_ζ le rayon de l'arc-coupure correspondant γ_ν. Si ζ est un point frontière ou intérieur de Γ^*, nous posons $\rho_\zeta = |\zeta|$. Alors :

I. *Si* ρ_ζ *tend vers l'infini on a*

$$|\varphi(\zeta)| \sim |\varphi(\rho_\zeta)|. \tag{1}$$

Ce théorème, d'une précision bien inattendue, permet de ramener l'étude du comportement de T pour ζ tendant vers π_0 par le domaine Γ tout entier, à l'étude du cas ou ζ tend vers π_0 sur l'axe positif de ζ.

Considérons maintenant l'arc de cercle L_r^+ : $|z|=r$, $0 \leq \arg z < \pi/2$ et son image Λ_r^+ dans le plan de ζ. Quant aux points de Λ_r^+ situés dans le noyau Γ^* de Γ, on voit immédiatement par I, que leurs distances de l'origine pour $r \to \infty$ sont équivalentes entre elles et donc avec $|f(r)|$. Mais pour étudier l'allure de la ligne Λ_r^+ dans toute son étendue, il faut introduire l'image ζ_0 de $z = ir$. (ζ_0 est ou bien un point ou bien un ensemble de points.)

Soit C_r *le chemin le plus court* du point $f(r)$ à ζ_0, situé à l'intérieur et sur la frontière de Γ et dont l'image dans le plan de z est une ligne continue.

Alors les points de Λ_r^+ diffèrent des points correspondants de C_r par des multiplicateurs, dont les modules sont contenus entre limites positives

convergentes pour $r \to \infty$ vers

$$e^{-\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)\pi} \quad \text{et} \quad e^{\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)\pi}.$$

Si la partie considérée de la frontière de Γ possède en π_0 une tangente au sens usuel, les modules des multiplicateurs en question convergent vers *un*.

Ces résultats découlent immédiatement du théorème suivant, dont l'énoncé utilise la notion d'un *pli secondaire de* Γ. Nous appelons pli secondaire de Γ une partie d'un pli F_ν, détachée de F_ν par une coupure K qui est un arc de cercle avec l'origine comme centre. Alors, on a :

II. *Soient* $\mathfrak{f}$ *un pli secondaire de* Γ *et* θ *la mesure angulaire de l'arc-coupure* K *correspondant. Soit* λ *un arc de Jordan faisant une partie de* Λ_ν^+ *et contenu en* $\mathfrak{f}$, *sauf ses deux bouts* ζ_1, ζ_2 *situés sur* K. *Alors, pour* $r > r_0$, λ *est contenu dans l'anneau circulaire*

$$|\zeta_1|\, e^{-\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)\theta} < |\zeta| < |\zeta_1|\, e^{\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)\theta}. \tag{2}$$

Notre première démonstration du théorème I se servait d'une inégalité connue de M. Ahlfors qui conduit, en particulier, très aisément au but, si la frontière de Γ possède une tangente en π_0. Depuis, nous avons trouvé deux autres démonstrations de ce théorème, dont l'une emploie le théorème IV de notre Note précédente (1), tandis que l'autre, particulièrement simple, fait usage d'un résultat contenu dans un Mémoire connu de M. E. Lindelöf (2).

Notre démonstration du théorème II utilise aussi le théorème IV de la Note citée plus haut. Cependant on obtient un résultat analogue, bien qu'avec des constantes plus faibles, en modifiant et approfondissant la méthode de l'intégrale de Dirichlet, utilisée dans un Mémoire de M. J. Wolff (3).

Pour la classe des domaines à frontière d'un caractère spécial (linear-unbewallt) considérée par M. Warschawski (4), nos théorèmes fournissent les théorèmes de MM. Warschawski (4) et J. Wolff (3), en les précisant considérablement.

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 726.

(2) *Acta Soc. Scient. Fennicae*, 46, n° 4, 1915, p. 1-35.

(3) *Compositio Math.*, 1, 1935, p. 217-222.

(4) *Math. Zeitschr.*, 35, 1932, p. 361-376; *Compositio Math.*, 1, 1935, p. 320-325.

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'aire de la surface $z=f(x, y)$.*
Note (¹) de M. **Stefan Kempisty**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Considérons une surface continue $z=f(x, y)$, définie dans un rectangle R_0. Soient R un rectangle $(a, b; a+h, b+h)$ et $|R|$ son aire hk. Nous dirons que R est régulier, lorsque $1/2 \leqq h/k \leqq 2$. Posons

$$F_1(R)=[f(a+h, b)-f(a, b)]k, \qquad F_3(R)=[f(a+h, b+k)-f(a, b+k)]k,$$
$$F_2(R)=[f(a, b+k)-f(a, b)]h, \qquad F_4(R)=[f(a+h, b+k)-f(a+h, b)]h,$$
$$F(R)=\frac{1}{2}\left\{\sqrt{|R|^2+[F_1(R)]^2+[F_2(R)]^2}+\sqrt{|R|^2+[F_3(R)]^2+[F_4(R)]^2}\right\}.$$

On voit bien que les nombres $|F_i(R)|$ sont les doubles des aires des projections de deux triangles inscrits dans la surface et $F(R)$ est la somme des aires de ces deux triangles.

Soit S un système fini des rectangles $R_1, R_2, \ldots, R_n$, sans points intérieurs communs. Posons

$$F(S)=F(R_1)+F(R_2)+\ldots+F(R_n).$$

Lorsque les rectangles R_i remplissent R_0, S est une subdivision de R_0 et $F(S)$ est l'aire d'un polyèdre triangulaire inscrit dans la surface.

Désignons respectivement par

$$\overline{\int_{R_0}} F(R) \quad \text{et} \quad \int_{R_0} F(R)$$

l'intégrale supérieure régulière et l'intégrale régulière de F dans R_0, c'est-à-dire la limite supérieure et la limite unique de $F(S)$, quand les dimensions des rectangles de la subdivision S tendent uniformément vers zéro.

2. Nous dirons que la surface $z=f(x, y)$ est *régulièrement quarrable* lorsque

$$\overline{\int_{R_0}} F < \infty$$

ou, ce qui revient au même, lorsque

$$\overline{\int_{R_0}} |F_i| < \infty \qquad (i=1, 2, 3, 4),$$

c'est-à-dire quand les F_i sont *à variation régulière bornée.*

(¹) Séance du 23 mars 1936.

Il résulte d'un théorème de Mlle Young [1] que, dans ce cas, les dérivées régulières extrêmes [limites extrêmes de $F(R)/|R|$ pour R régulier tendant vers son point (x, y)] sont sommables donc presque partout finies.

Mais en un point (a, b), où ces dérivées sont finies, nous avons

$$\limsup_{h,k\to 0} \frac{|f(a+h, b+k) - f(a, b)|}{\sqrt{h^2+k^2}} < \infty,$$

h et k étant les nombres positifs dont le rapport est borné par $1/2$ et 2.

Donc, d'après un théorème de M. Haslam-Jones [2], $f(x, y)$ est presque partout totalement différentiable. Il s'ensuit que les F_i sont presque partout régulièrement dérivables et il en est de même de F. De plus on a presque partout

$$D_{xy}F = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}.$$

En vertu du théorème cité de Mlle Young, nous avons enfin

$$\overline{\int_{R_0}} F \geqq \int\int_{R_0} D_{xy}F\,dx\,dy = \int\int \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy.$$

3. Supposons que $F(R)$ est *absolument* et *régulièrement continue* dans R_0, c'est-à-dire que $F(S)$, ou bien les quatre sommes $F_i(S)$, tendent vers zéro en même temps que la somme des aires du système S. Dans ce cas la surface est régulièrement quarrable et nous avons, en étendant un théorème de M. Burckill aux fonctions de rectangles réguliers [3], l'égalité

$$\lim F(S_{R_0}) = \int_{R_0} F = \iint_{R_0} D_{xy}F\,dx\,dy = \iint_{R_0} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy,$$

S_{R_0} étant une division régulière de R_0.

Comme f est, dans le cas considéré, absolument continue au sens de Tonelli, cette intégrale est aussi égale à l'aire de la surface au sens de Lebesgue. Ainsi l'aire de la surface peut être calculée au moyen des aires $F(S_{R_0})$ des polyèdres inscrits. Ce procédé est plus général que la méthode triangulaire de Zoárd de Geöcz [4] ainsi que celle de M. Rade-

(1) *Math. Ann.*, 29, 1928, p. 187, th. I.

(2) *Quart. J. Math.*, Oxford. Ser., 3, 1932, p. 120-132.

(3) *Proc. Lond. Math. Soc.*, 2e série, 22, 1924, p. 309, th. 7-6.

(4) *Quadrature des surfaces courbes* (thèse); *Math. u. nat. Berichte von Ungarn*, 26, 1910, p. 1-88.

macher (¹), puisqu'il peut être appliqué aux fonctions f qui ne satisfont pas à la condition de Lipschitz.

GÉOMÉTRIE DES ENSEMBLES. — *Physique et métrique des ensembles. A propos d'une Note de M. Paul Lévy.* Note de M. **Arnaud Denjoy.**

I. Je voudrais signaler l'intérêt que peuvent présenter les modèles géométriques totalement dicontinus pour figurer une matière étendue.

Si les points d'un corps occupant une certaine région R de l'espace sont supposés former un ensemble mesurable E, et si l'on entend par homogénéité du corps l'existence de périodes géométriques infiniment petites dans les apparences offertes par le corps, celui-ci ne saurait être homogène, à moins que la mesure de E ne soit ou bien nulle, ou bien égale à celle de R. Si donc on rejette l'une et l'autre de ces deux hypothèses, les périodes du corps auront des minimums positifs. E se répartira sous forme identique entre des cellules parallélipipédiques égales, à l'intérieur desquelles n'existera aucune période. *A priori*, seuls se propageront à travers le corps des phénomènes dont la période appartiendra au corps. La notion de quanta semble dès lors s'introduire naturellement.

II. M. Paul Lévy (²) commente la seconde de deux Notes (³) que je consacre aux propriétés des développements en fractions continues. Dans la première de ces Notes, je reconnais avoir été devancé dans mon étude par MM. Kuzmin, P. Lévy et Khintchine, et je déclare me borner à signaler des résultats ou des méthodes me paraissant différer de ceux de mes prédécesseurs. Toutefois, à la fin de ma seconde Note, en guise d'application de ma démonstration de la formule de Gauss, j'en obtiens une autre qui, je viens de le constater, se rattache simplement aux résultats de M. Paul Lévy.

Mes recherches datent du moment (les premiers mois de 1935) où, ayant entrepris la rédaction d'un travail sur la fonction minkowskienne $\chi(x, \alpha)$ (⁴), j'ai eu à résoudre divers problèmes de statistique des développements en fraction continue. Mes investigations ont été circonscrites aux questions en connexion directe avec l'étude qui les avait suscitées.

(¹) *Math. Ann.*, 81, 1920, p. 54-57.
(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 812.
(³) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 371 et 540.
(⁴) *Comptes rendus*, 202, 1935, p. 373.

Dix mois auparavant, M. Paul Lévy m'avait fait connaître par lettre un résultat que j'avais beaucoup admiré sur l'impossibilité de sommer, par quelque procédé que ce soit et hors d'un ensemble de mesure nulle, la série $\chi(x, \alpha)$ pour $\alpha = e^{i\frac{\pi}{3}}$. La lettre de M. Paul Lévy se terminait par une allusion, visant la loi de Gauss et devenue aujourd'hui très claire pour moi, mais qui, formulée dans le langage des probabilités, assez peu expressif pour mon esprit, ne m'avait, je l'avoue à regret, laissé aucun souvenir. S'il est vrai, comme M. Paul Lévy en fait état, que je lui aie immédiatement répondu combien sa lettre m'avait intéressé, peut-être la courtoisie due à mon très éminent correspondant m'avait-elle entraîné à user de termes dont la réelle portée m'apparaît aujourd'hui trop tard. Je pense que la lettre de M. Paul Lévy n'a en rien provoqué mes recherches. Cependant nul ne saurait affirmer n'avoir pas à son insu acquis d'une œuvre antérieure l'impulsion initiale d'une étude qu'il croit originale.

Je partage avec beaucoup de mathématiciens (je citerai entre autres le célèbre probabiliste A. Khintchine dans *Compositio matematica*, 1, III, p. 362, note 1) cette opinion que l'étude métrique des ensembles de nombres w dont les quotients incomplets a_n vérifient une loi donnée, relève uniquement des théories usuelles de la mesure et des fonctions de variables réelles, tandis que le calcul des probabilités, malgré l'intérêt de certaines formes synthétiques frappantes que sa langue donne aux énoncés, intervient artificiellement dans ce sujet.

Un ensemble de la nature considérée est formé d'une famille d'intervalles. Pour concevoir la probabilité correspondante, on ne peut éviter de penser ces intervalles et la somme de leurs longueurs, celle-ci étant équivalente à la probabilité. On ne voit pas ce que la clarté gagne à évoquer cette probabilité. La probabilité continue se définit toujours par une mesure et jamais la mesure par une probabilité. Si donc nous suivons le conseil de Pascal de substituer la définition au défini (et comment nous autres mathématiciens pourrions-nous ne pas suivre cet avis), c'est imposer gratuitement à l'esprit un supplément d'effort que d'introduire le langage des probabilités à la place du langage métrique.

Mais l'inconvénient le plus grave me paraît de substituer aux notions si nettes et si rigoureuses de l'analyse, les méthodes souvent trop intuitives du Calcul des probabilités. Par exemple, si un ensemble variable dépend d'un paramètre x, un probabiliste trouvera naturel de désigner *a priori* par $f(x)\,dx$ la différence des mesures de l'ensemble correspondant aux

valeurs x et $x+dx$ du paramètre. La mesure de l'ensemble vient ensuite par une intégration. Pour un analyste, c'est au contraire de cette mesure évaluée d'abord que résultera éventuellement l'existence et la valeur de la différentielle $f(x)\,dx$.

Je ne doute pas que M. Paul Lévy ne puisse traduire en démonstrations analytiques impeccables l'exposition, bien synthétique à mon sentiment, qui justifie ses très beaux et très profonds résultats. Au XVIIIe siècle, les meilleurs mathématiciens savaient eux aussi raisonner correctement sur les limites, sur la convergence des suites. Mais ces notions restaient subjectives. Les conclusions prêtaient à la controverse indéfinie. Cauchy et Abel, par leurs critères formulés en inégalités à constater entre des nombres, ont donné aux thèses de l'analyse un caractère objectif, irréfutable. Ils nous ont créé des habitudes et des besoins auxquels nous aimons rester fidèles.

TOPOLOGIE. — *Sur quelques propriétés des réseaux.*
Note de M. **René Harmegnies**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Un important problème de la technique téléphonique conduit au problème de topologie suivant : un réseau connexe, sans boucles et sans impasses, ayant l branches et s sommets, étant donné, peut-on trouver un second réseau connexe, ayant le même nombre l de branches et $(l-s+2)$ sommets, et qui corresponde branche à branche au premier de manière que toutes les branches qui sont issues d'un sommet quelconque de l'un des réseaux correspondent à des branches de l'autre formant un sous-réseau, connexe ou non, sans isthmes et sans impasses ? Deux tels réseaux seront dits réciproques.

Représentons, d'après H. Poincaré, un réseau donné, par deux tableaux de coefficients, le tableau T_1, à s lignes et l colonnes, qui exprime les relations d'incidence entre les sommets et les branches, et le tableau M, à $(l-s+1)$ lignes et l colonnes, qui exprime les relations d'incidence entre les branches et $(l-s+1)$ circuits fermés indépendants. Il est facile de voir qu'à tout sous-réseau, sans isthmes et sans impasses, on peut faire correspondre une ligne de coefficients qui soit une combinaison linéaire des $(l-s+1)$ lignes du tableau M, et où les seuls coefficients non nuls soient ceux qui correspondent aux branches du sous-réseau. Une telle ligne de coefficients est, comme toute ligne du tableau M, orthogonale à chacune des lignes du tableau T_1. Nous dirons qu'elle représente un circuit algébrique.

Le problème énoncé plus haut revient donc à faire correspondre, à chaque sommet de l'un quelconque des deux réseaux, un circuit algébrique de l'autre réseau. On peut l'énoncer en fonction d'un seul réseau : peut-on trouver $(l-s+2)$ circuits algébriques tels que chaque branche appartienne à deux de ces circuits et tels que deux quelconques de ces circuits puissent être le premier et le dernier d'une suite où deux circuits consécutifs aient au moins une branche commune ? La deuxième condition traduit l'hypothèse que le second réseau soit connexe; nous l'exprimerons en disant que les $(l-s+2)$ circuits considérés forment un ensemble connexe.

Les deux conditions auxquelles sont assujettis les $(l-s+2)$ circuits algébriques entraînent :

1° que les $(l-s+1)$ circuits obtenus en supprimant l'un quelconque d'entre eux, sont indépendants;

2° que chacun de ces circuits est simple ou qu'il est formé de plusieurs circuits simples pouvant avoir des sommets communs, mais pas de branches communes; chacun des sommets d'un tel circuit est d'ordre pair, c'est-à-dire qu'il est commun à un nombre pair de branches du circuit.

Le problème est alors assez facile à résoudre, et l'on trouve

1° que les deux réseaux peuvent être tracés sur un plan de manière que leurs branches n'aient pas d'autres points d'intersection que les sommets (réseaux plans);

2° que si l'un des circuits de la correspondance n'est pas un circuit simple, les deux réseaux sont décomposables, et le sommet correspondant au circuit considéré est un sommet de décomposition (c'est-à-dire que l'on peut, en ce sommet, scinder les branches du réseau en deux groupes de manière à obtenir deux réseaux entièrement séparés);

3° que les deux réseaux, s'ils sont décomposables, le sont en un même nombre de réseaux partiels indécomposables, deux à deux réciproques.

II. Le fait que l'on considère des circuits algébriques dont le nombre est égal à $(l-s+2)$ joue un rôle prépondérant dans les démonstrations des propriétés précédentes. Cela tient au fond à ce que ce nombre est un maximum. Si l'on peut extraire d'un réseau donné c circuits algébriques, formant un ensemble connexe, et tels que chaque branche appartienne à deux d'entre eux, on a

$$c \leqq l - s + 2,$$

le problème étudié ci-dessus correspond au cas où l'égalité est atteinte.

Ce théorème est un cas particulier du théorème suivant, qui m'a été indiqué par M. E. Cartan :

On considère un réseau connexe (pouvant contenir des boucles et des impasses); si l'on peut en extraire c sous-réseaux, sans isthmes ni impasses, tels que chaque branche appartienne à deux au plus d'entre eux, et qui satifassent à une certaine condition de connexité, si enfin il existe au moins une branche n'appartenant qu'à l'un deux, on a

$$c \leqq l - s + 1$$

et, si l'égalité est atteinte, le réseau est plan.

La condition de connexité dont il est question dans cet énoncé est la suivante : deux quelconques des sous-réseaux peuvent être le premier et le dernier d'une suite telle que deux sous-réseaux consécutifs aient une branche commune, ou renferment chacun une branche n'appartenant à aucun autre sous-réseau.

III. On peut démontrer des propriétés analogues en prenant dans un réseau connexe des sous-réseaux qui ne soient plus assujettis à ne pas renfermer d'isthmes, mais qui soient encore sans impasses. Les démonstrations sont alors plus difficiles, car la présence d'isthmes ne permet plus d'utiliser le tableau M.

Un cas particulier important est celui où le réseau est indécomposable; si l'on peut en extraire c sous-réseaux sans impasses, tels que chaque branche appartienne à deux d'entre eux, et formant un ensemble connexe, et si l'un au moins de ces sous-réseaux possède un sommet d'ordre impair, on a

$$c \leqq l - s + 1.$$

TOPOLOGIE. — *Les groupes de Betti des espaces localement bicompacts* (¹). Note (²) de M. A. Kolmogoroff, présentée par M. Gaston Julia.

Soit J un groupe discret abélien et Θ un groupe abélien bicompact (³). Soit de plus R un espace de Hausdorff localement bicompact; je me propose de donner ici, pour tout entier r non négatif, une définition de deux groupes de Betti $B_0^r(R, J)$ et $B_u^r(R, \Theta)$ que j'appelle respectivement

(¹) Consulter pour toutes les notions de topologie générale le Traité de MM. Alexandroff et Hopf, *Topologie*, 1, Berlin, 1935. La notion des espaces localement bicompacts est due à M. Alexandroff (*Math. Annalen*, 92, 1924, p. 294).

(²) Séance du 16 mars 1936.

(³) Voir E. R. van Kampen, *Annals of Math.*, 36, 1935, p. 448-463.

groupe o et *groupe u* de R par rapport à r (comme nombre de dimensions) et au champ des coefficients respectif J ou Θ. Dans le cas, où R est un *compactum* (espace métrique compact), les groupes u sont isomorphes aux groupes de Betti par rapport à Θ, au sens dit de M. Vietoris. Les groupes o sont isomorphes dans ce cas aux groupes définis en 1935 par M. J. W. Alexander [1].

1. *Définition des groupes* $B_u^r(R, \Theta)$. — Appelons *complexe* (plus précisément *complexe u à r dimensions*) toute fonction $\varphi^r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_r)$ vérifiant les conditions suivantes :

α. $\varphi^r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_r)$ est univoque et déterminée pour tous les systèmes de $r+1$ sous-ensembles $\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_r$ de R, bicompacts dans l'espace R;

β. La fonction $\varphi_r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_r)$ prends comme valeurs les éléments du groupe Θ;

γ. φ^r est alternée dans tous ses arguments;

δ. φ^r est additive dans tous ses arguments, c'est-à-dire

$$\varphi^r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}'_i + \mathcal{E}''_i, \ldots, \mathcal{E}_r) = \varphi^r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}'_i, \ldots, \mathcal{E}_r) + \varphi^r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}''_i, \ldots, \mathcal{E}_r);$$

ε. $\varphi^r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_r)$ est égale à l'élément zéro du groupe Θ, si les fermetures $\overline{\mathcal{E}_0}, \overline{\mathcal{E}_1}, \ldots, \overline{\mathcal{E}_r}$ des ensembles $\mathcal{E}_0, \mathcal{E}_1, \ldots, \mathcal{E}_r$ n'ont aucun point commun.

Les complexes φ^r forment, par rapport à l'addition, un groupe abélien Φ^r. Ce groupe admet une représentation homomorphe *dans* le groupe Φ^{r-1}, représentation produite par l'opérateur g_u que voici. Si R est bicompact, nous définirons g_u par la formule

$$g_u \varphi^r \equiv \varphi^{r-1}(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_{r-1}) = \varphi^r(R, \mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_{r-1}).$$

Si R n'est pas bicompact, nous remplacerons, dans la formule précédente, R par un ensemble ouvert $G \supset \overline{\mathcal{E}_0} + \ldots + \overline{\mathcal{E}_{r-1}}$ quelconque bicompact dans R; il résulte de ε que le résultat ne dépend pas du choix particulier de G. Le complexe $\varphi^{r-1} = g_u \varphi^r$ s'appelle *frontière* de φ^r. Les complexes à frontière nulle s'appellent *cycles* (*cycles u à r dimensions*). *Chaque frontière est un cycle* puisque

$$g_u g_u \varphi^r(\mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_{r-2}) = \varphi^r(G, G, \mathcal{E}_0, \ldots, \mathcal{E}_{r-2}) = 0.$$

Dans le groupe Z^r de tous les cycles r-dimensionnels, on a le sous-groupe Γ^r de tous les cycles *homologues à zéro* (c'est-à-dire tels qu'il existe

---

(1) *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.*, 21, 1935, p. 511-512.

un φ^{r+1} avec $g_u\varphi^{r+1} = \varphi^r$). Le groupe complémentaire (Faktorgruppe) $Z^r - \Gamma^r$ est, par définition, *le groupe de Betti* $B_u^r(R, \Theta)$.

Définissons dans Φ^r des voisinages; nous le ferons d'une façon à rendre Φ^r bicompact; de cette manière les groupes Z^r, Γ^r et $B_u^r(R, \Theta)$ seront aussi bicompacts (¹). Les voisinages de tout élément φ^r de Φ^r seront mis en correspondance avec les systèmes finis de sous-ensembles de R quelconques bicompacts dans R, et cela de la façon que voici. Soit $M_1, \ldots, M_p$ un système en question. A tout système de $r+1$ indices $i_0, \ldots, i_r$ dont aucun ne surpasse n, faisons correspondre un voisinage quelconque $U_{i_0 \ldots i_r}$ de l'élément $\varphi^r(M_{i_0}, \ldots, M_{i_r})$ de Θ. Un voisinage V de φ^r sera par définition constitué de tous les complexes ψ^r tels que, pour les $i_0, \ldots, i_r$ arbitrairement choisis parmi les nombres 1, 2, ..., n, l'élément $\psi^r(M_{i_0}, \ldots, M_{i_r})$ de Θ appartient à $U_{i_0 \ldots i_r}$.

2. *Définition des groupes* $B_0^r(R, J)$. — Considérons le système $\overline{F}^r$ de toutes les fonctions $\overline{f}^r(p_0, \ldots, p_r)$ vérifiant les conditions suivantes :

a. $\overline{f}^r(p_0, \ldots, p_r)$ est univoque et déterminée pour tous les systèmes de $r+1$ points $p_0, \ldots, p_r$ de l'espace R;

b. $\overline{f}^r$ prend comme valeurs les éléments du groupe J;

c. $\overline{f}^r$ est alternée dans tous ses arguments;

d. Il existe, pour chaque fonction $\overline{f}^r$, un système fini $S_{\overline{f}^r}$ de sous-ensembles disjoints et bicompacts dans R tels que : 1° on a

$$\overline{f}^r(p_0, \ldots, p_r) = \overline{f}^r(p'_0, \ldots, p'_r)$$

si, quel que soit i, les deux points p_i et p'_i appartiennent à un même élément du système $S_{\overline{f}^r}$.

Deux fonctions $\overline{f}_1^r$ et $\overline{f}_2^r$ sont dites *équivalentes*, s'il existe, pour tout point p de R, un voisinage $V(p)$ tel que $\overline{f}_1^r(p_0, \ldots, p_r) = \overline{f}_2^r(p_0, \ldots, p_r)$, pourvu que tous les points p_i appartiennent à $U(p)$. Nous désignons par f^r et appellons *complexes* o *à r dimensions* des classes de fonctions $\overline{f}^r$ équivalentes entre elles. Les complexes forment un groupe F^r qui n'est autre chose que le groupe complémentaire $F^r = \overline{F}^r - o^r$. Nous définissons maintenant comme *frontière* o de $\overline{f}^r$ la fonction

$$g_0\overline{f}^r \equiv \overline{f}^{r+1}(p_0, \ldots, p_{r+1}) = \sum_{i=0}^{r+1}(-1)^i\overline{f}^r(p_0, \ldots, p_{i-1}, p_{i+1}, \ldots, p_{r+1}).$$

(¹) Voir le Mémoire de M. van Kampen ci-dessus mentionné.

Les frontières de deux fonctions équivalentes étant elles-mêmes équivalentes, on définit comme frontière $g_0 f^r$ d'un complexe f^r le complexe des frontières des fonctions appartenant à f^r. La complexe f^r s'appelle *cycle* (cycle o à r dimension), si sa frontière est nulle (c'est-à-dire égale au complexe o^{r+1} contenant la fonction $\bar{o}^{r+1}$ nulle). Les complexes frontières (*homologues à zéro*) forment un sous-groupe H^r du groupe Z^r de tous les cycles à r dimensions (puisque $g_0 g_0 f^r = o^{r+2}$). Le groupe complémentaire $Z^r - H^r$ est par définition le groupe de Betti $B_0^r(R, J)$.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les groupes topologiques et les groupes mesurés.* Note (¹) de M. ANDRÉ WEIL, présentée par M. Élie Cartan.

J'ai défini (²), dans un espace topologique, ce qu'il fallait entendre par une classe régulière C de recouvrements R; j'ai défini aussi les notions de famille de Cauchy, d'espace complet, d'ensemble relativement bicompact par rapport à une classe C. Ces notions trouvent leur application naturelle dans les groupes topologiques : car dans un tel groupe, si V est un voisinage de l'unité, la famille des ensembles sV, s décrivant le groupe, est un recouvrement, et les recouvrements obtenus en prenant pour V tous les voisinages de l'unité (dans un système quelconque de voisinages définissant la topologie du groupe) forment une classe régulière. Si le groupe donné G n'est pas complet, par rapport à cette classe, on pourra le compléter, et l'on obtiendra ainsi un espace, qui en général ne sera pas un groupe, mais dans lequel opère un groupe de transformations isomorphe à G. Il y aurait lieu aussi de considérer la classe formée par les recouvrements Vs, et la classe formée par les recouvrements $s\mathrm{V} \cap \mathrm{V}s$: en complétant le groupe par rapport à celle-ci, on obtiendra bien un groupe. Mais le cas le plus intéressant est celui où l'un au moins des voisinages de l'unité est relativement bicompact par rapport à la classe sV : dans ce cas, en complétant le groupe par rapport à cette classe, on obtiendra un groupe, qui sera localement bicompact.

On peut démontrer, en approfondissant quelque peu un résultat très connu de A. Haar (³), que dans tout groupe localement bicompact il existe

(¹) Séance du 23 mars 1936.
(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1002.
(³) *Ann. of Math.*, 2ᵉ série, 34, 1933, p. 147.

une mesure invariante à gauche, et que cette mesure est unique. De plus, ce théorème admet une sorte de réciproque. J'appelle en effet *groupe mesuré* tout groupe (non pourvu *a priori* d'une topologie) où existe une mesure invariante à gauche telle qu'on puisse définir, au moyen de cette mesure, le produit de composition : il faut supposer pour cela que, x et y désignent deux éléments du groupe, et si $f(x, y)$ est une fonction mesurable quelconque définie sur le produit direct du groupe par lui-même, $f(y^{-1}x, y)$ est aussi mesurable. Je démontre alors que, si l'on se donne des fonctions $f_i(x)$ en nombre *fini* quelconque, appartenant respectivement aux espaces fonctionnels $L^{p_i}(1 \leqq p_i < +\infty)$, c'est-à-dire telles que $\int |f_i(x)|^{p_i}\, dx$ soit fini, et si l'on se donne d'autre part un ensemble E mesurable de mesure finie non nulle et un nombre $\varepsilon > 0$, il existe un sous-ensemble E′ de E, mesurable, de mesure non nulle, tel que l'on ait, quels que soient s, t dans E′,

$$\int |f_i(sx) - f_i(tx)|^{p_i}\, dx < \varepsilon \qquad (i = 1, 2, \ldots).$$

Appelons W l'ensemble des s qui satisfont à cette inégalité quand on prend pour t l'élément unité. Du théorème qui vient d'être énoncé résulte que si l'on considère, A étant un ensemble fixe, le recouvrement du groupe constitué par tous les ensembles sA, et qu'on prenne pour A tous les ensembles mesurables de mesure finie non nulle, la classe de recouvrements obtenue est régulière et permet de définir une topologie dans le groupe. Cette topologie peut être définie encore au moyen de l'un des systèmes de voisinages de l'unité suivants, qui sont équivalents en vertu de ce qui précède : 1° le système de tous les ensembles W; 2° le système de tous les ensembles $A.A^{-1}$ quand on prend pour A tous les ensembles mesurables de mesure finie non nulle. De plus, on vérifie facilement que, si le groupe étudié est localement bicompact et qu'on ait raisonné sur la mesure invariante de Haar, la topologie ainsi définie n'est autre que celle même dont on est parti; en particulier, sur un tel groupe, tout ensemble $A.A^{-1}$ contient un voisinage de l'unité : par exemple, s'il s'agit du groupe additif des nombres réels, et si l'on prend pour x et y tous les nombres d'un ensemble de mesure intérieure positive, les valeurs prises par $y - x$ recouvriront tout un voisinage de 0 : d'où résulte immédiatement que toute solution mesurable de $f(x+y) = f(x) + f(y)$ est bornée dans un voisinage de l'origine, donc continue, conformément à un théorème

connu; de même, sur un groupe mesuré, toute représentation mesurable est continue.

Revenant maintenant au cas d'un groupe mesuré quelconque, et à la topologie qu'on y a définie au moyen des voisinages W, on voit aussitôt que la fermeture $\overline{E}$ d'un ensemble E peut être définie de deux manières équivalentes : 1° $\overline{E}$ est l'ensemble des s tels que sA et EA aient au moins un point commun quel que soit A mesurable de mesure finie non nulle; 2° m étant la mesure invariante, $\overline{E}$ est l'ensemble des s tels que l'on ait $m(sA \cap EA) = mA$, quel que soit A mesurable de mesure finie non nulle.

Enfin, on démontre que pour qu'un ensemble E soit relativement bicompact, par rapport à la classe sW, il faut et il suffit qu'il existe un A mesurable de mesure finie non nulle telle que EA soit de mesure intérieure finie. On peut toujours trouver un W satisfaisant à cette condition, et par suite, si l'on complète le groupe donné G par rapport à la classe sW, on obtient un groupe localement bicompact $\hat{G}$; de plus, la mesure de Haar sur $\hat{G}$ est étroitement liée avec la mesure qu'on s'était donnée sur G, cette relation s'exprimant par le fait que toute fonction continue et intégrable sur $\hat{G}$ a même intégrale sur G et sur $\hat{G}$, l'intégrale étant prise dans un cas au moyen de la mesure donnée m et dans l'autre au moyen de la mesure de Haar. Si l'on se borne aux groupes complets, on voit qu'il y a équivalence entre la notion de groupe mesuré et celle de groupe localement bicompact, toute mesure déterminant d'une manière unique une topologie et réciproquement.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de polynomes harmoniques.* Note (¹) de MM. **M. Keldysch** et **M. Lavrentieff.**

Soit

$$P_1(x, y, z),\quad P_2(x, y, z),\quad \ldots,\quad P_n(x, y, z),\quad \ldots, \tag{1}$$

une suite de polynomes harmoniques, $\Delta P_n(x, y, z) = 0$, convergente en chaque point d'une sphère $S: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ de l'espace (x, y, z). Dans cette Note nous allons indiquer quelques propriétés de la fonction limite de la suite (1), ainsi que de l'ensemble des points irréguliers de cette même suite.

(¹) Séance du 24 février 1936.

Introduisons quelques notions géométriques [1].

Définition 1. — Nous disons que l'ensemble fermé et borné E est un ensemble M, si quel que soit l'ensemble E_1 fermé et contenu dans E, il existe toujours une portion de E_1, soit E_2, telle que : 1° E_2 est la frontière d'un domaine Δ qui contient le point ∞, 2° chaque point de E appartient ou bien à E_2, ou bien au domaine Δ.

Définition 2. — Nous disons que l'ensemble fermé et borné E est un ensemble M^*, si, quel que soit l'ensemble E_1, fermé et contenu dans E, il existe toujours une portion de E_1, soit E_2 qui ne morcelle pas l'espace.

Définition 3. — Soit E un ensemble M contenu dans la sphère S et soient $D_1, D_2, \ldots, D_n, \ldots$, tous les domaines contiguës à E [2]. Nous disons que dans la suite $D_{n_1}, D_{n_2}, \ldots, D_{n_k}, \ldots$ est de la première catégorie, si quel que soit l'ensemble fermé E_1, continu dans E, il existe toujours une portion E_2 de E_1 telle que chaque domaine D, dont la frontière appartient à E_2 n'appartient pas à la suite partielle D_{n_k}.

Cela posé on peut démontrer les théorèmes suivants :

Théorème I. — *Pour qu'un ensemble* E *de la sphère* $x^2+y^2+z^2 \leqq 1$ *soit l'ensemble des points irréguliers d'une suite de polynomes harmoniques convergente dans la sphère il faut et il suffit que :* 1° E *soit parfait partout non dense, continu et d'un seul tenant avec la surface de la sphère* [*condition de M. Montel* [3]]; 2° *que* E *soit un ensemble* M.

On obtient des résultats analogues si l'on considère les suites convergentes de fonctions harmoniques, régulières dans un domaine quelconque.

La démonstration de la première partie du théorème (les conditions sont nécessaires) est analogue à celle du théorème sur les ensembles des points irréguliers des suites de polynomes d'une variable complexe z [4]. Pour la démonstration de la deuxième partie du théorème, il est essentiel d'appliquer le résultat suivant :

Étant donnés m domaines $D_1, D_2, \ldots, D_m$ extérieurs les uns aux autres dont les frontières sont connexes et m fonctions harmoniques

$$U_1(x, y, z), \quad \ldots, \quad U_m(x, y, z);$$

---

(1) Les ensembles M et M^* ont été étudiés par MM. Hartogs et Rosenthal (*Math. Ann.*, 100, 1928, H 1/2, p. 260).

(2) C'est-à-dire qu'on obtient E en enlevant de S tous les domaines D_i.

(3) *Fund. Math.*, 25, 1935, p. 338.

(4) M. Lavrentieff, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1634; Hartogs et Rosenthal, *loc. cit.*

$U_i(x, y, z)$ régulière dans D_i; il existe une série de polynomes harmoniques, qui converge uniformément à l'intérieur de chaque domaine D_i et a pour somme U_1 dans D_1, U_2 dans D_2, ..., U_m dans D_m (¹).

Théorème II. — *Pour qu'une fonction* $U(x, y, z)$ *définie dans la sphère* $S : x^2 + y^2 + z^2 < 1$ *soit représentable par une suite de polynomes harmoniques il suffit qu'une des trois conditions suivantes soit réalisée.*

1° U est harmonique et régulière dans S, sauf aux points d'un ensemble E (ensemble singulier) qui est un ensemble M^*; la fonction U est représentable sur E par une suite de polynomes harmoniques.

2° U est harmonique et régulière dans S, sauf aux points d'un ensemble fermé E qui appartient à la somme d'une infinité dénombrable de surfaces jordaniennes; la fonction U est de première classe au sens de Baire sur E.

3° U est harmonique et régulière dans S, sauf aux points d'un ensemble E de mesure nulle, qui est un ensemble M^*; la fonction U est de première classe au sens de Baire sur E.

Dans les démonstrations de 2° et 3° nous utilisons les deux propositions préliminaires suivantes :

Lemme I. — Quelle que soit la surface jordanienne simple (²) et la fonction f définie et continue sur S, il existe une suite de polynomes harmoniques uniformément convergente vers f sur S.

Lemme II. — Quel que soit l'ensemble fermé E de mesure nulle, qui ne morcelle pas l'espace et la fonction f définie et continue sur E, il existe une suite de polynomes harmoniques uniformément convergente vers f sur E.

Théorème III. — *Soit* $U(x, y, z)$ *et* $V(x, y, z)$ *deux fonctions représentables par des suites de polynomes harmoniques dans* S, *ayant le même ensemble singulier* E. *Exception faite d'une suite partielle de domaines* $D_{n_1}, D_{n_2}, \ldots, D_{n_k}, \ldots$ *de première catégorie, si* U *et* V *coïncident sur* E, *elles coïncident dans les* D_n $(n \neq n_k)$.

Dans la démonstration de ce théorème, nous utilisons le résultat suivant : soit D un domaine quelconque et $P_1, P_2, \ldots, P_n, \ldots$ une suite de fonctions continues dans $\overline{D} = D + D'$ et harmoniques dans D. Dans ces conditions, si les fonctions P_n sont bornées dans leur ensemble dans $\overline{D}$ et convergent vers zéro sur la frontière de D, elles convergent vers zéro dans D.

(¹) Biernacki nous a informé que ce résultat a été obtenu, de même, par M. Saks.

(²) C'est-à-dire que S est homéomorphe à un cercle fermé plan.

MÉCANIQUE. — *Sur l'approximation fournie par certains dynamomètres de transmission, intégrateurs d'énergie.* Note de M. **Georges Bourdelle**, présentée par M. Émile Schribaux.

La présente Note a pour objet de fournir des indications sur l'approximation donnée par certains dynamomètres de transmission, intégrateurs d'énergie. L'intégration de l'énergie transmise est, dans les appareils étudiés, assurée au moyen d'un organe multipliant le couple par le déplacement angulaire instantané : un galet, perpendiculaire à un plateau tournant avec l'arbre, est constamment en friction avec ce plateau; il est écarté, à chaque instant, du centre de rotation, d'une longueur proportionnelle au couple d'entraînement, par torsion du ressort hélicoïdal du dynamomètre.

Les vérifications effectuées concernèrent plusieurs de ces dynamomètres dont les couples maximum respectifs étaient 1,5-10,5 et 40 m/kg. Le procédé de tarage utilisait, soit un frein à sangle, soit un frein de Prony parfaitement équilibré et, en général, à charge automatiquement réglable.

L'examen des chiffres obtenus montre qu'un très faible décalage, à vide, du galet totalisateur sur le centre du plateau perpendiculaire, produit, pour toutes les valeurs du couple en travail, une erreur absolue peu variable et, par conséquent, une erreur relative d'autant plus grande que le couple est plus faible; en particulier, durant des essais de machines à couples variables, comme les presses à fourrage, l'énergie intégrée par le dynamomètre ne sera pas faussée dans une proportion constante et la correction n'en sera pas aisée.

L'erreur relative minima qu'il nous a été possible d'obtenir avec de semblables dispositifs, a été de 1,29 pour 100 à l'indicateur instantané de puissance. L'intégration de l'énergie est fournie avec une précision moindre seulement lorsque l'opérateur effectue lui-même le produit du couple et du déplacement angulaire mesurés séparément. Le couple, enregistré graphiquement pendant un essai et mesuré au moyen du même ressort hélicoïdal de torsion, peut, en effet, être facilement calculé dans sa valeur moyenne avec une erreur relative possible de 0,5 pour 100. Le nombre de tours, et l'angle de rotation qu'on en déduit, peuvent être très exactement mesurés dans un essai assez prolongé. Cette méthode, quoique plus longue, est donc nécessaire quand la détermination finale d'une grandeur oblige à des opé-

rations multiples sur les résultats d'essais successifs, et quand les erreurs s'additionnent ainsi sur la grandeur à apprécier (détermination de rendement par séparation de différentes catégories de travaux).

Au contraire, dans les méthodes directes, où une seule mesure fournit la grandeur à évaluer, les appareils intégrateurs d'énergie, du type précédent, offrent, quand ils sont bien réglés, une précision normale (erreur possible : 2 à 3 pour 100).

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Contraintes imposées par le retrait à un corps inclus dans la masse du ciment. Étude dans un plan.* Note (¹) de M. **Maurice Lucas**, présentée par M. Albert Caquot.

Un cylindre de verre encastré dans une plaque rectangulaire de ciment normale à son axe se trouve soumis par suite du retrait à différentes contraintes. On les détermine par photoélasticité. A cet effet on utilise des cylindres de verre (diamètre 16^{mm}, hauteur 12^{mm}), percés d'un trou axial (diamètre 5^{mm}). Les contraintes principales au centre du cylindre se déterminent notamment par lecture directe [méthode de M. Tesar (²)].

On mesure d'autre part le retrait des plaques (longueur 333^{mm}, largeur 60^{mm}, hauteur 12^{mm}) avec un appareil à vis micrométrique.

Les résultats expérimentaux sont les suivants :

1° Par suite du retrait le cylindre se trouve soumis à une compression à peu près uniforme qui croît d'abord proportionnellement au retrait, puis se stabilise rapidement.

2° Une immersion ou une exposition à l'air humide fait tomber rapidement à zéro la compression du verre, tandis que le retrait du ciment ne perd qu'une faible partie de sa valeur (*fig.* 1).

3° Inversement, par exposition à l'air sec, on revient aux contraintes primitives.

Dans ce retour le coefficient de proportionnalité au retrait n'est plus le même : il augmente avec l'âge (*fig.* 1).

Si l'on prolonge l'immersion au delà du moment où les contraintes s'annulent, le retrait continue à décroître et le cylindre de verre se trouve

(¹) Séance du 3 février 1936.

(²) Ou méthode du trou (cf. Tesar, *La Science aérienne*, n° 5, septembre-octobre 1933, p. 380).

tendu. L'adaptation est encore plus sensible dans ce cas et se produit pour une tension très faible. Le point représentatif revient vers l'origine.

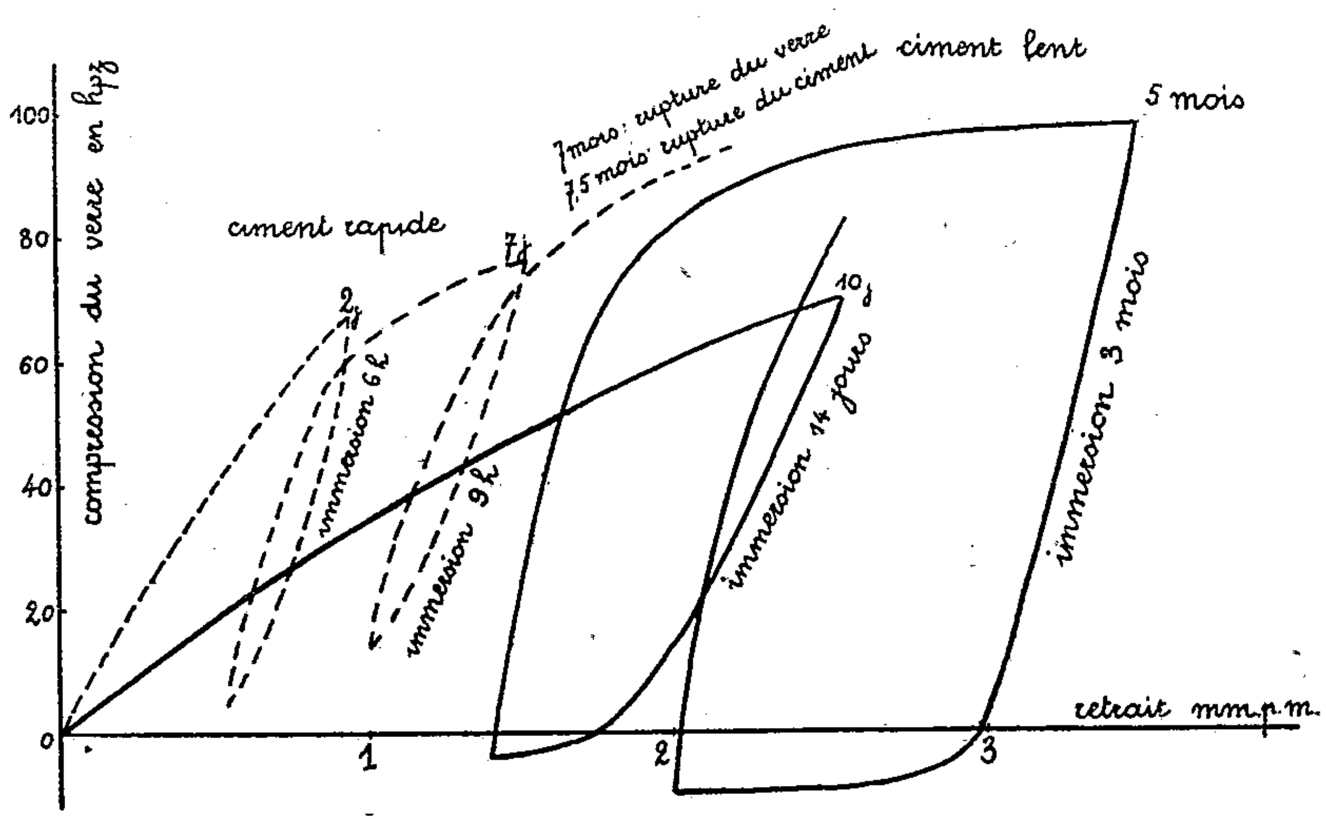


Fig. 1. — Courbes contrainte-retrait.

4° Dans une atmosphère de degré hygrométrique variable, les contraintes varient constamment et parallèlement à l'état hygrométrique.

Ces quatre points constituent la première phase du phénomène.

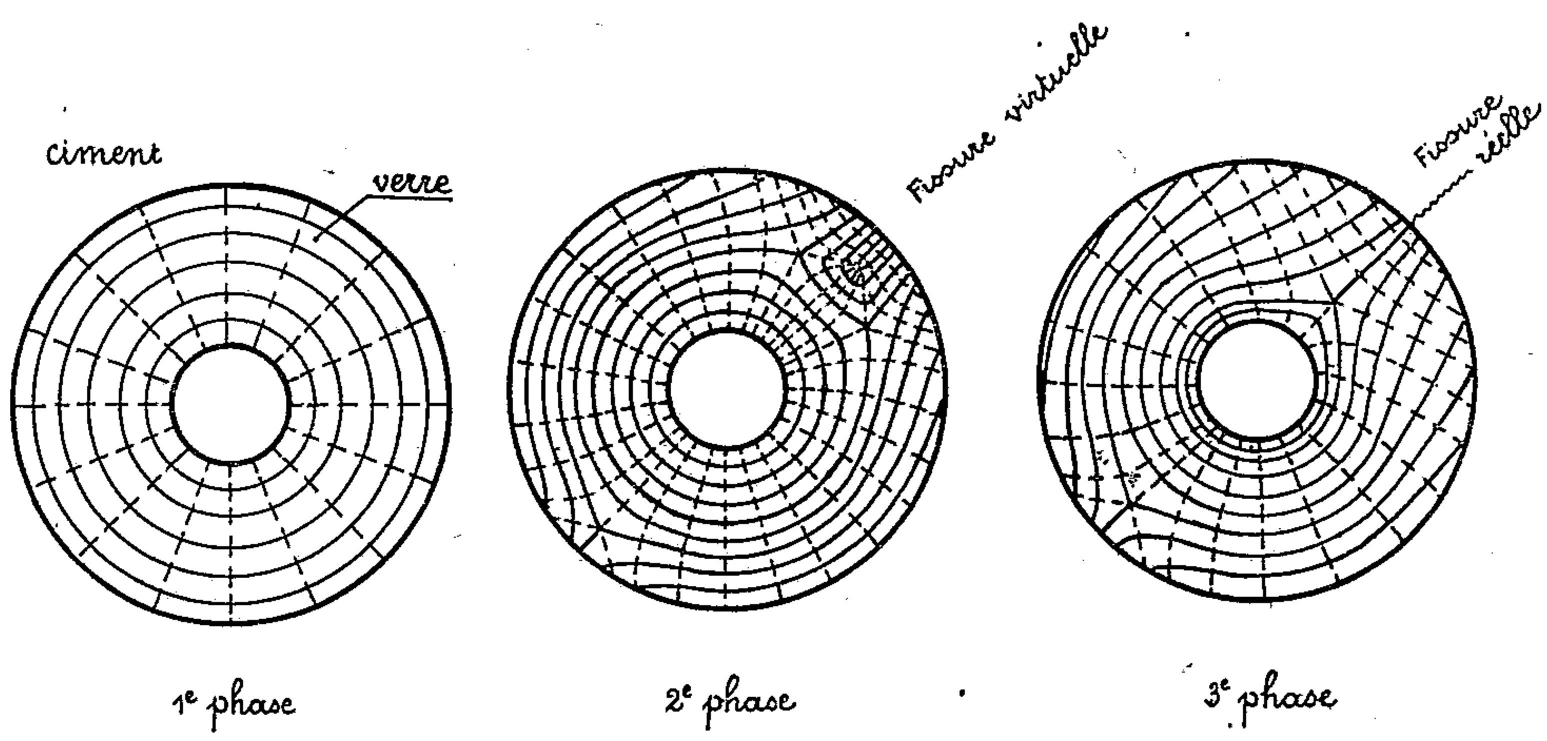


Fig. 2. — Formes des isostatiques dans un cylindre de verre soumis à l'action du retrait du ciment.

5° Au bout d'un temps variable suivant la vitesse de durcissement du ciment (quelques jours pour les ciments fondus, quelques semaines pour les ciments à hautes résistances initiales, quelques mois pour certains por-

tlands) des irrégularités naissent dans la répartition des efforts. Des points singuliers apparaissent à la périphérie du verre et se déplacent peu à peu vers le centre. Ils correspondent à des fissures virtuelles du ciment.

La contrainte tangentielle du verre en ces points est une tension de valeur extrêmement variable pouvant aller dans certains cas jusqu'à provoquer la rupture du verre.

C'est la deuxième phase (*fig.* 2).

6° Le ciment se fissure enfin suivant une ligne radiale correspondant exactement à l'un des points singuliers. La répartition des efforts change brusquement et évolue plus ou moins vite suivant la valeur de l'adhérence tangentielle verre-ciment. La partie voisine de la fissure est tendue, la partie opposée comprimée. Le verre tend à s'ouvrir comme sous l'action d'un coin.

C'est la troisième phase (*fig.* 2).

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la solution du problème à deux dimensions du courant stationnaire des eaux souterraines à surface libre.* Note [1] de M. **Valentin V. Vedernikov.**

Pour résoudre les problèmes de courant des eaux souterraines ne formant pas de surface libre sous les ouvrages hydrauliques, N. N. Pavlovsky [2] s'est servi de la méthode de représentation conforme par la formule de Christoffel-Schwarz.

N. E. Joukovsky [3], se basant sur la constance de la pression à la surface libre, a introduit un nouveau complexe $\varphi - ky + i(\psi + kx) = \theta$ ou, dans notre notation,

$$z - Z = x - X + i(y - Y) = \theta_1 + i\theta_2 = \theta, \tag{1}$$

où

$$Z = X + iY = i\frac{W}{k} = i\frac{\varphi + i\psi}{k}$$

et k, le coefficient de perméabilité (l'axe y est vertical). En représentant conformément la figure dans le domaine θ et dans le domaine $X + iY$, sur le demi-plan ζ positif, nous obtenons la solution cherchée [4].

---

(1) Séance du 30 décembre 1935.

(2) *Théorie du courant des eaux souterraines sous des ouvrages hydrotechniques* (en russe), Léningrad, 1922. Voir aussi *Ier Congrès des Grands Barrages* (Scandinavie, juin-juillet 1933, 4, question 2*b*, p. 179-192).

(3) *Infiltration des eaux à travers les digues* (en russe), Moscou, 1923.

(4) V. V. Wedernikov, *Wasserkraft und Wasserwirtschaft*, München, n° 21, 1935, p. 245-250.

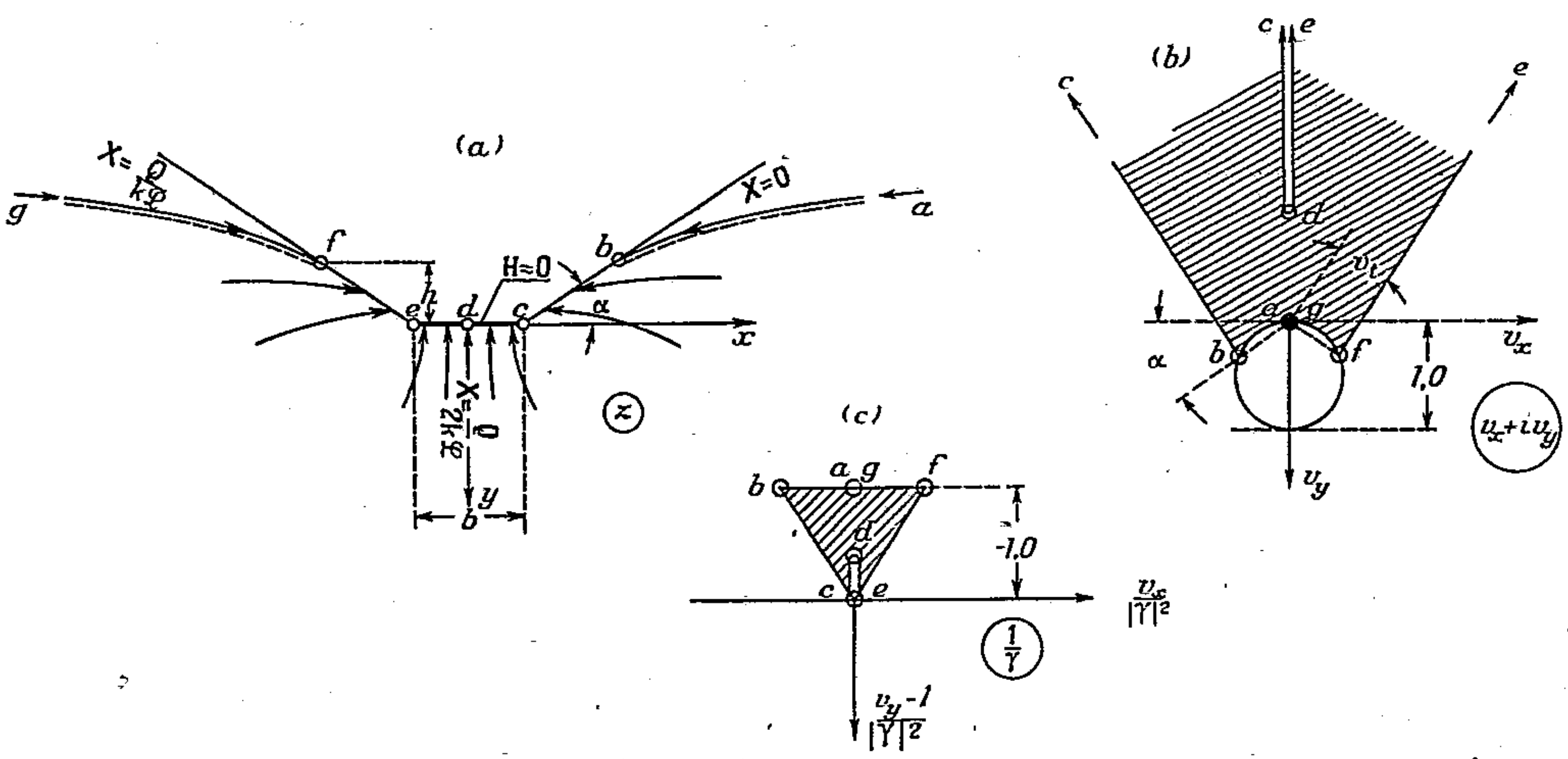
Dans la suite de l'exposé, nous ne considérons pas le vecteur complexe de la vitesse $V = u - iv$, mais le vecteur complexe de la vitesse réduite v_s, c'est-à-dire

$$v_s = v_x - i v_y = \frac{V}{k} = \frac{u}{k} - i\frac{v}{k}.$$

Ainsi que l'a montré B. B. Davison [1], à la surface libre

$$v_x^2 + \left(v_y - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2; \tag{2}$$

sur la surface plane de déversement faisant l'angle α avec l'horizon [*fig.* (*a*)], la projection de la vitesse dans la direction du talus sera $V_t = k \sin\alpha/k = \text{const}$.



Considérons, par exemple, l'infiltration des eaux souterraines dans un canal de drainage. Admettons que la profondeur H de l'eau dans le canal soit très peu considérable, soit $H \cong 0$. Alors, sur la surface libre, sur la surface de déversement et au fond du canal $\theta_2 = P/\gamma = \text{const}$. Introduisons l'expression

$$\gamma = v_s + i = v_x - i(v_y - 1) = \frac{i\,dz - i\,dZ}{dz} = i\frac{d\theta}{dz}.$$

Cela permet d'obtenir dans le domaine $1/\gamma$ moyennant une transformation par inversion un contour du problème [*fig.* (*c*)] qui n'est composé que de lignes droites. On peut alors représenter, en appliquant la formule de Christoffel-Schwarz, la figure du problème sur le demi-plan ζ positif. En représentant sur le même demi-plan ζ la figure dans le domaine θ, composé

---

[1] *Mémoires de l'Inst. hydr.*, Léningrad, 6, 1932, p. 121-130.

également de lignes droites, nous obtenons la solution

$$\frac{1}{\gamma}=f_1(\zeta),\qquad \theta=f_2(\zeta)\qquad \text{ou}\qquad \frac{1}{\gamma}=f(\theta).$$

Ensuite nous trouvons par (3)

$$z=i\int\frac{1}{\gamma}d\theta=\mathrm{F}(\theta),\tag{4}$$

d'où, finalement, la relation entre z et le potentiel $\mathrm{W}=-ik\mathrm{Z}$.

Pour l'exemple donné, α étant $=\pi/2$, nous obtenons

$$\theta=a\zeta-\frac{\mathrm{Q}}{2\mathrm{L}k}=\left(\frac{\mathrm{Q}}{2\mathrm{L}k}+\frac{b}{2}\right)\zeta-\frac{\mathrm{Q}}{2\mathrm{L}k},\tag{5}$$

$$\frac{1}{\gamma}=-\frac{2}{\pi}i\operatorname{arc\,tang}\frac{\sqrt{e^2-\zeta^2}}{e_1},\tag{6}$$

où

$$e=\sin\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{1}{1-\varphi_\alpha}\right)\qquad\text{et}\qquad e_1=\sqrt{1-e^2},$$

$$z=\frac{b}{\pi(1-e_1)}\left\{\zeta\operatorname{arc\,tang}\frac{\sqrt{e^2-\zeta^2}}{e_1}-e_1\arcsin\frac{\zeta}{e}\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2}\arcsin\left[\frac{e^2-\zeta^2(1+e_1^2)}{e^2(1-\zeta^2)}\right]+\frac{\pi}{4}\right\}.\tag{7}$$

La hauteur du déversement $h=b/\pi(1-e_1)\{e_1[\ln(1+e_1)-\ln e]+\ln e\}$.

La quantité d'eau d'infiltration dans le canal est $\mathrm{Q}=kb\mathrm{L}\,e_1/(1-e_1)$, où L est la longueur du canal.

3. Dans les cas de filtration sans surface de déversement ou bien avec une surface de déversement qui n'est qu'horizontale, si les parties du contour du problème dans le domaine z ne sont composées que de lignes droites (sauf évidemment la surface libre), on peut appliquer directement la méthode de Kirchhoff, avec la transformation correspondante. Cependant, ici, la vitesse sur la surface libre sera *une quantité* VARIABLE. Mais, dans le domaine $1/\mathrm{V}_s$, le contour du problème *sera rectiligne*. En représentant la figure du domaine $1/\varphi_s$ sur le demi-plan ζ positif à l'aide de la formule Christoffel-Schwarz et en représentant sur le même demi-plan ζ le domaine du complexe $\mathrm{Z}=i\mathrm{W}/k$, nous obtenons la relation

$$\frac{1}{\varphi_s}=f\left(\frac{\mathrm{W}}{k}\right)$$

et ensuite

$$z=\frac{1}{k}\int\frac{1}{\varphi_s}d\mathrm{W}=\frac{1}{k}\mathrm{F}(\mathrm{W}).$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Remarques sur la forme d'une fonction d'action.* Note de M[lle] **Marie-Antoinette Baudot**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous reprendrons les notations de Born

$$F = \frac{1}{2} f_{kl} f^{kl} = B^2 - E^2, \qquad P = \frac{1}{2} p^*_{kl} p^{*kl} = D^2 - H^2,$$

$$G = Q = \frac{1}{4} f_{kl} f^{*kl}, \qquad R = \frac{1}{2} f_{kl} p^{kl} = -\frac{1}{2} f^*_{kl} p^{*kl} = BH - DE.$$

D'après M. Infeld [1] toute fonction T(F, P, R) telle que

$$p^{kl} = \frac{\partial T}{\partial f_{kl}} \quad \text{implique} \quad f^{*kl} = \frac{\partial T}{\partial p^*_{kl}}$$

est une fonction d'action, et peut être explicitée sous la forme

$$T = \text{lagrangien} + \text{hamiltonien},$$

T doit donc remplir les conditions suivantes : être fonction de F/R, P/R, F/P et s'annuler dans le cas limite : $f_{kl} = p_{kl}$ et pour les valeurs faibles des champs.

Nous avons montré, d'autre part, que les lagrangiens proposés par Born et par Schrödinger étaient liés par l'expression [2]

$$2(L+1) = i\mathcal{L} - \frac{i}{2}[(\mathcal{F}\mathcal{G}) - (\mathcal{F}^*\mathcal{G}^*)]$$

ou

$$(1) \qquad 2(L+1) = i\mathcal{L} + \frac{1}{2} f_{kl} p^{kl} = i\mathcal{L} + R.$$

Or

$$(2) \qquad \mathcal{H} = L - R, \qquad \mathcal{H} = \sqrt{1 + P - Q^2} - 1 \quad \text{hamiltonien de Born}$$

et il résulte de (1) et (2)

$$i\mathcal{L} = 2 + L + \mathcal{H},$$

A une constante près, la fonction d'action de Schrödinger est la somme du lagrangien et de l'hamiltonien de Born (exprimés en tenant compte du terme en G^2).

---

(1) *Proc. of the Cambridge Phil. Soc.*, 32, 1936, p. 127.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 919.

Nous pouvons encore écrire

$$i\mathcal{L}=\sqrt{1+F-G^2}+\sqrt{1+P-Q^2}=\frac{F}{R}\sqrt{1-\frac{G^2R^2}{F^2}}+\frac{P}{R}\sqrt{1-\frac{G^2R^2}{P^2}},$$

en utilisant les relations

$$R^2=\frac{F^2}{F+1}=\frac{P^2}{P+1}.$$

Pour des valeurs faibles des champs nous obtiendrons en première approximation

$$i\mathcal{L}=\frac{F+P}{R}\left(1+\frac{G^2}{2}\right)\#\frac{F+P}{R},$$

$\mathcal{L}$ est une fonction homogène et de degré zéro en F, P, R. Elle s'annule pour $F=-P$ (cas de Maxwell). Elle remplit donc les conditions requises pour constituer, d'après Infeld, l'une des nombreuses fonctions d'action possibles, et c'en est un type particulièrement simple.

ÉLECTRICITÉ. — *Rectification à une Note sur le changement magnétique de la constante diélectrique des liquides.* Note de MM. **Arkadius Piékara** et **Maurice Schérer**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les expérience que nous avons poursuivies, de part et d'autre, sur l'action du champ magnétique sur la constante diélectrique des liquides ont montré que les nombres publiés par nous dans notre précédente Note (¹) sont erronés. L'effet recherché était masqué par un effet parasite: une déformation du condensateur sous l'action des forces que subit le liquide lorsqu'on établit le champ magnétique. Les liquides étudiés, tous diamagnétiques, n'étaient pas complètement compris dans la partie uniforme du champ. Nous n'avions constaté aucun déplacement visible sous l'action du champ du niveau du liquide : pourtant, malgré les petitesses des susceptibilités, la pression intérieure changeait légèrement sous l'action du champ; or cela suffisait pour produire des déformations des plaques extérieures du condensateur de l'ordre du micron.

L'un de nous a en effet repris à Bellevue cette expérience avec un condensateur plan plus rigide (épaisseur des plaques de laiton, 2^{mm} au lieu de $0^{mm},5$, cales de quartz fondu). Le calcul montre alors qu'un tel condensa-

(¹) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 335.

teur doit subir des déformations élastiques de 50 à 100 fois plus petites que le précédent. Le liquide se trouve complètement enfermé et placé dans l'entrefer. On a été amené à utiliser un entrefer de 11^{mm} avec les pièces polaires de 61^{mm} formant une saillie de 5^{mm}. Le champ était ainsi de 47,3 kilogauss (voisin des 50 kilogauss précédemment employés).

Les mesures ont été faites avec le montage décrit. On a utilisé une longueur d'onde de 690^{m}. Les résultats sont les suivants (à 18°):

Benzène	$\Delta\varepsilon < 5.10^{-4}$	Toluène	$\Delta\varepsilon < 3.10^{-4}$
Tétrachlorure de carbone.	$< 3.10^{-4}$	Sulfure de carbone	$< 5.10^{-4}$

IONISATION DES GAZ. — *Répartition des vitesses des électrons dans le champ magnétique*. Note de MM. **Théodore V. Ionescu** et **Constantin Mihul**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'appareil dont nous nous sommes servis se compose d'un tube en verre de 3^{cm}, 5 de diamètre, dans lequel se trouvent plusieurs électrodes disposées dans l'ordre suivant : un filament de tungstène est chauffé par une batterie d'accumulateurs de 6 volts, à côté de lui se trouve une grille à 0^{cm},5 de distance; le potentiel de la grille par rapport au filament est de 120 volts. A une distance de 4^{cm} plus loin se trouve une autre grille dont le potentiel peut varier de 120 volts jusqu'à 2800 volts par rapport à la première grille. Enfin une plaque de 2^{cm}, 8 est placée à une distance de 14^{cm} par rapport à la deuxième grille.

Le tube est relié à une pompe Leybold à vapeur d'huile, qui peut donner 10^{-7} mm. Hg de pression. Il est placé dans l'axe d'une paire de bobines à la Helmholtz. Le diamètre des bobines est de 26^{cm} et chaque bobine a 400 spires.

Les électrons accélérés par les deux grilles ionisent le gaz qui se trouve dans l'espace grille-plaque. Le potentiel de la plaque peut prendre par rapport à la deuxième grille des valeurs comprises entre $\pm$ 480 volts.

Pour des valeurs négatives du potentiel de la plaque les ions positifs forment une couche électrique qui annule le champ négatif créé par la plaque ; la vitesse des électrons n'est pas affectée : ceux qui touchent la plaque passent par un milliampèremètre et arrivent à la deuxième grille, ils donnent le courant de plaque i.

Les principaux résultats peuvent être vus sur les figures ci-après. En abscisses on porte la différence de potentiel entre la deuxième grille et la

plaque : elle est toujours négative par rapport à celle-ci. En ordonnée on porte le courant i qui passe par la plaque. Sur chaque courbe est indiqué le champ magnétique donné par les bobines pendant qu'elle a été prise. Enfin sur chaque figure est indiquée la différence de potentiel V_a entre le filament et la deuxième grille.

Pour $H = 0$ les courbes se composent de deux parties : une partie rectiligne et une partie qui peut être approximativement rectiligne et parallèle

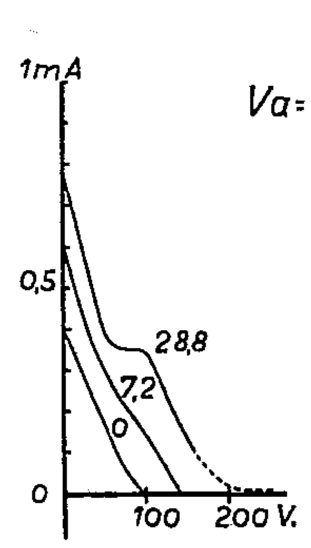


Fig. 1.

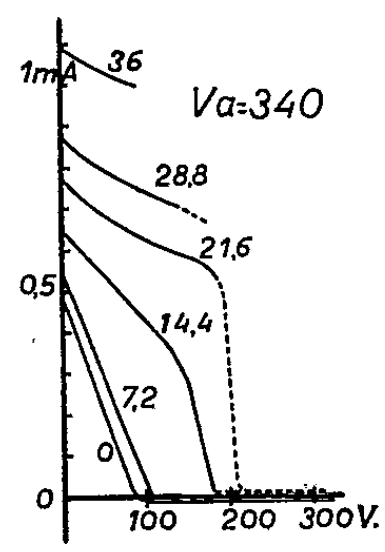


Fig. 2.

à l'axe des abscisses (*fig.* 1, 2, 3) ou bien présente pour les grandes valeurs de V_a une courbure accentuée (*fig.* 4).

Le calcul montre que la portion rectiligne correspond à des électrons de

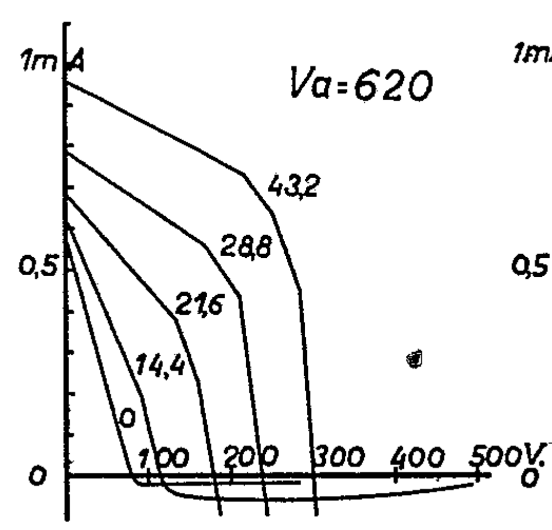


Fig. 3.

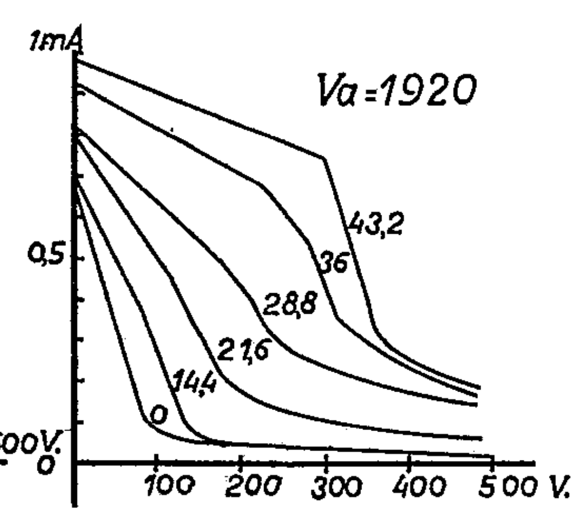


Fig. 4.

vitesse constante. On peut trouver leur nombre par centimètre cube par la formule

$$N_0 = \frac{4 i_0}{s.e.\sqrt{2\frac{e}{m}V_0}} = \frac{4 i_0}{s.e.v},$$

dans laquelle S est la surface de la plaque, e la charge électrique de l'électron et v la vitesse.

Sur les figures 1, 2 et 3, V_0 représente la différence de potentiel grille-plaque au moment où la portion rectiligne coupe la portion horizontale : i_0 le courant de plaque pour $v = 0$.

Les électrons accélérés par les deux grilles qui ont perdu seulement une partie de leur vitesse donnent les parties non rectilignes des courbes. Pour des grandes valeurs de Va et pour des pressions très faibles dans le tube (*fig.* 4), ces électrons donnent une portion importante du courant qui passe par la plaque.

Pour $H > 10$ gauss les portions rectilignes se divisent en plusieurs tronçons rectilignes. Ceci nous indique qu'il y a dans le tube plusieurs catégories d'électrons à vitesse constante. Dans la figure 1, courbe $H = 28,8$ gauss, on peut voir deux groupes d'électrons complètement séparés. La portion rectiligne supérieure est due à des électrons dont la vitesse correspond à 66 volts et qui se meuvent dans toutes les directions. La portion rectiligne inférieure est due à des électrons qui correspondent à 170 volts et dont les vitesses sont comprises dans un cône de 39°,40 d'ouverture, dont l'axe est parallèle aux lignes de forces magnétiques.

Une analyse plus complète sera donnée ailleurs.

SPECTROSCOPIE. — *Recherche des métaux alcalins dans les eaux naturelles.* Note de M. **Robert Bossuet**.

J'ai continué la recherche des métaux alcalins [1] dans une nouvelle série d'eaux minérales.

La volatilisation des traces de métaux alcalins rares dans la flamme oxyacétylénique a toujours lieu en présence de sels de potassium et de sodium. On utilise la propriété de ces sels d'exalter la sensibilité du rubidium [2] et du cæsium [3], qui ont pu être ainsi décelés à l'état de traces très faibles dans certaines eaux minérales. Les résultats obtenus sur des prises maxima de 1000^{cm^3} sont consignés dans les tableaux suivants :

---

[1] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 131.

[2] Gooch and Phinney, *Am. J. Sc.*, 3e série, 44, 1892, p. 392.

[3] R. Bossuet, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1094. Pour un même poids de Rb — Cs, les volumes limites (ou de disparition des raies ultimes du Rb — Cs) des liqueurs synthétiques varient de 1 à 20 environ selon leur teneur en KCl — NaCl.

I. Sources dans lesquelles ont été décelés les cinq métaux alcalins.

Le Plateau Central (Sources en relation avec les terrains volcaniques et des terrains divers) :

Eaux bicarbonatées sodiques, mixtes, chlorobicarbonatées. — Abrest (Allier), Source du Dôme (66°), Source Les Lys, Source Cornélie; Bellerive (Allier), Source Boussanges; Hauterive (Allier); Cusset (Allier); Montbrison (Loire), Source des Romains; Châteauneuf (Puy-de-Dôme), Source du Pavillon; Chaudesaigues (Cantal), Source Moulin-du-Ban (72°); La Chaldette (Lozère); Saint-Sauveur-de-Montagut (Ardèche), Source Dupré; Saint-Laurent-les-Bains (Ardèche); Sauxillanges (Puy-de-Dôme), Source La Réveille; Le Pestrin (Ardèche), Source Pauline, Source Ventadour; Châteldon (Puy-de-Dôme), Source Sergentale; Renaison (Loire), Source Chanteret; Sail-les-Bains (Loire), Source du Hamel, Source des Romains; Sainte-Marguerite-les-Bains (Puy-de-Dôme), Source Brissac. Source Héron, Source La Chapelle; Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme), Source Saint-Alyre, Source Sainte-Claire; Saint-Honoré (Nièvre), Source des Romains, Source de la Crevasse; Coren (Cantal), Source Font-de-Vie; Bagnols (Lozère), Grande-Source (45°).

Eau sulfatée sodique. — Decize (Nièvre), Saint-Aré (Source Gallo-Romaine).

Les Alpes (Sources en relation avec les terrains triasiques) :

Eaux chlorurées sodiques, chlorosulfatées calciques. — Salins-de-Moutiers (Savoie); l'Échaillon (Savoie), Source Thermale (40°); Gréoux (Basses-Alpes), Source Gravier; Propiac (Drôme), Source Salée; Pontamafrey (Savoie); Lamotte-les-Bains (Isère), Source du Puits, Source de Madame; La Léchère (Savoie), Source Radiana; Plan-de-Phazy (Hautes-Alpes); Le Monetier-de-Briançon (Hautes-Alpes); Digne (Basses-Alpes), Source Les Vertus, Source les Étuves (42°).

Le Jura (Sources en relation avec les terrains triasiques) :

Eaux chlorurées sodiques. — La Mouillère-Besançon (Doubs), Eaux-mères; Lons-le-Saulnier (Jura), Eaux-mères.

Les Vosges (Sources en relation avec les terrains cristallins. Sources bicarbonatées. Sources triasiques) :

Eaux sulfatées sodiques. — Fontaines-Chaudes (Vosges); La Chaudeau (Vosges); Chaudes-Fontaines (Vosges), Source du Reherrey; Bains (Vosges), Source Saint-Colomban.

Eaux bicarbonatées. — Soulztmatt (Haut-Rhin), Source Nessel; Soultzbach (Bas-Rhin), Source Gonzenbach.

Eaux chlorurées sodiques. — Niederbronn (Bas-Rhin), Source Romaine; Morsbronn (Bas-Rhin); Châtenois (Bas-Rhin); Soultz-les-Bains (Bas-Rhin); Sierck (Moselle), Source Saint-Gérôme; Moyeuvre (Moselle), Source Pérotin; Pechelbronn (Bas-Rhin), Source Thermale (65°).

Les Pyrénées :

Eau chlorurée sodique. — Beaucens (Hautes-Pyrénées), Source Hount-Salado.

Le Languedoc :

Eau chlorurée sodique. — Balaruc (Hérault), Source Romaine (48°).

La Plaine :

Eaux chlorurées sodiques. — Amiens (Somme), Forage Cosserat; Abzac (Charente), Source Salée; Les Moutiers-les-Mauxfaits (Vendée), Fontaine Salée.

II. — Sources dans lesquelles ont été décelés les métaux alcalins à l'exclusion du cæsium ($Cs < 10^{-3}$ mg par litre).

Martigny, Saint-Vallier (Source Valère), Remoncourt, Norroy-sur-Vair, Hagecourt (Vosges); Pougues (Nièvre), Source Saint-Léger, Source Alice, Source Saint-Léon; Condillac (Drôme) (500^{cm^3}); Sondage de Montrond (Loire), Source Geyser n° 4 (500^{cm^3}); Aix-les-Bains [1] (Savoie), Source Saint-Simon, Source Deux-Reines; Barbotan (Gers); Saint-Boës (Basses-Pyrénées); Cransac (Aveyron) (500^{cm^3}); Feneyrols (Tarn-et-Garonne); Rennes (Aude) (500^{cm^3}); Aulus (Ariège) (500^{cm^3}); Montmirail (Vaucluse), Source Sulfureuse; Bilazais (Deux-Sèvres); Eaux de marais; Eaux d'étangs; Eaux de tourbières.

Certaines eaux, caractérisées par la prédominance du bicarbonate de calcium [Pougues [2], Condillac], ne contiennent pas de cæsium. La source artésienne de Montrond (bicarbonatée sodique), dont la teneur en chlorures de potassium et de sodium est très faible, n'en renferme pas.

Les eaux sulfatées calciques des Vosges (Groupe de Contrexeville-Vittel-Martigny), qui ont acquis leur minéralisation dans l'étage dolomitique de la partie supérieure du Muschelkalk, sont très pauvres en chlorure de sodium et ne contiennent pas de cæsium. Les eaux *chlorurées sodiques*, minéralisées dans les marnes et les argiles salifères des terrains triasiques, en renferment des traces.

---

(1) Les eaux thermales d'Aix-les-Bains (Sources Soufre, Alun) contiennent de très faibles traces de Cs. Peu minéralisées ($0^g,3$ environ), elles ne sont pas en relation avec les terrains triasiques.

(2) Les eaux de Pougues s'appauvrissent en alcalis dans le calcaire à entroques bajocien et s'enrichissent en chaux en se mélangeant à des eaux superficielles (Friedel, *Ann. d. M.*, 9e série, **12**, 1897, p. 589).

OPTIQUE. — *Sur la diffraction de la lumière par les ondes ultrasonores.* Note (¹) de M. **René Lucas**, transmise par M. Paul Langevin.

Depuis les premiers travaux signalant l'existence des phénomènes de diffraction de la lumière par les ultrasons (²) diverses théories ont été proposées pour l'évaluation quantitative des intensités lumineuses diffractées dans les différents ordres spectraux (³).

C. V. Raman et N. S. Nagendra Nath (⁴) développent une théorie séduisante par sa simplicité. Si un faisceau d'ondes lumineuses planes traverse un milieu liquide soumis aux ondes ultrasonores, les auteurs admettent que les diverses portions des ondes lumineuses conservent leur valeur d'amplitude mais présentent des changements relatifs de phase créés par la traversée d'un milieu dont l'indice de réfraction varie périodiquement sous l'action des ondes élastiques. Les changements de phase sont calculés en admettant que les rayons lumineux restent rectilignes. Dans ces conditions l'application du principe de Fresnel permet d'évaluer les intensités lumineuses diffractées à partir du plan de sortie du milieu soumis aux ultrasons.

Dans cette théorie, l'amplitude lumineuse est supposée constante pour les divers points du plan de sortie, seule la phase est modifiée. Ce point de vue diffère sensiblement de celui que j'avais admis et suivant lequel il y avait simultanément changement relatif de phase des diverses portions des ondes lumineuses incidentes et modification de l'amplitude par suite des phénomènes de courbure des trajectoires lumineuses (phénomènes de mirage).

J'ai voulu soumettre au contrôle de l'expérience, de manière simple, l'hypothèse de base de la théorie de C. V. Raman et N. S. Nagendra Nath. Si l'on s'arrange pour que le chemin optique suivi par des trajectoires lumineuses (et évalué comme le font ces auteurs) soit le même en présence

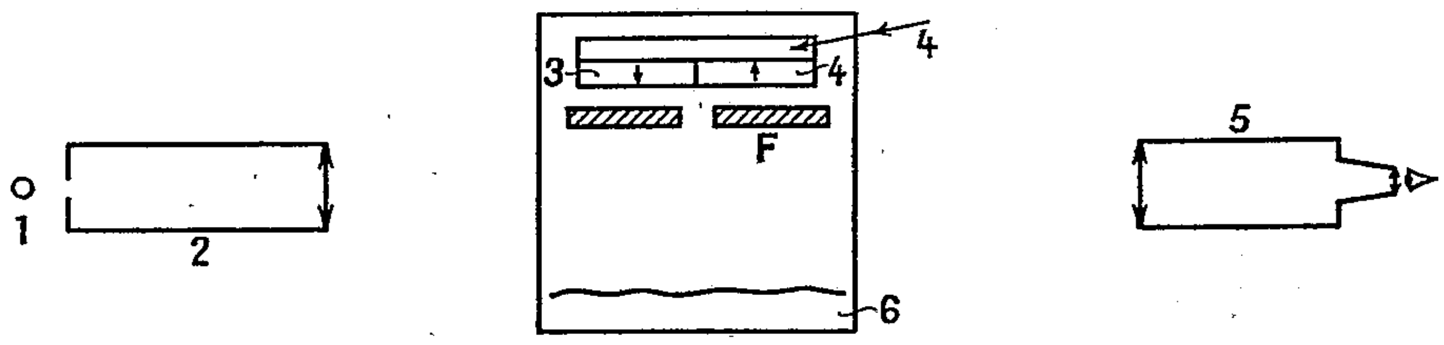
(¹) Séance du 16 mars 1936.

(²) R. Lucas et P. Biquard, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 2132; P. Debye et F. W. Sears, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 18, 1932, p. 409.

(³) Léon Brillouin, *La diffraction de la lumière par les ultrasons*, Paris, 1933; R. Lucas, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1066.

(⁴) *Proc. of Ind. Acad. Sc.*, 2, N. 4, 1935, p. 407; 3, N. 1, 1936, p. 75.

ou en l'absence d'ultrasons, les phénomènes de diffraction devraient disparaîtres. On peut réaliser cette condition en construisant un émetteur piézoélectrique constitué par deux lames de quartz de mêmes dimensions mais dont les axes é ectriques sont de directions opposées (les deux moitiés proviennent d'une même lame d'épaisseur uniforme). Les ondes élastiques émises par un tel dispositif sont d'amplitudes égales et de phases en opposition pour des points situés à la même distance des quartz. Pour des trajectoires lumineuses rectilignes parallèles au plan du biquartz le chemin optique dans la région soumise aux ultrasons est le même que si ceux-ci n'existaient pas [1]. L'expérience montre que les phénomènes de diffraction de la lumière ont dans ces conditions presque autant de netteté qu'avec un émetteur de quartz constitué par une lame de même dimension.



1, source de lumière; 2, collimateur; 3, émetteur à deux quartz; 4, chambre à air empêchant une émission par les faces postérieures; 5, lunette collimatrice réglée sur l'infini; 6, milieu absorbant de coton évitant les ondes stationnaires. Milieu utilisé : toluène, fréquence des ultrasons $N = 2.10^6$ et $0,66.10^6$. Puissance ultrasonore; fraction de watt par centimètre carré.

Si, au lieu d'utiliser la largeur totale du faisceau ultrasonore (5^{cm}), on diaphragme celui-ci à l'aide d'une fente mobile F assez étroite (4^{mm} par exemple) on constate en déplaçant cette fente dans son plan parallèlement à elle-même que la lumière diffractée passe par un minimum (non nul) lorsque la fente définit deux portions de faisceau d'égales largeurs.

En résumé, l'ordre d'approximation de la théorie de MM. C. V. Raman et N. S. Nagendra Nath, qui serait peut-être admissible si l'on avait des faisceaux ultrasonores de très faible largeur, cesse d'être valable dans les conditions expérimentales usuelles. Les seules théories qui tiennent compte de tous les éléments du problème sont ou celle de Léon Brillouin, ou celle que j'ai proposée.

---

(1) En considérant la vitesse du son comme négligeable vis-à-vis de celle de la lumière.

FLUORESCENCE. — *Applications de la théorie de la cohérence des vibrations.* Note de M. **Paul Soleillet**, transmise par M. Pierre Weiss.

M. A. Kastler (¹) a obtenu, par de remarquables expériences, la confirmation de ses calculs du taux de polarisation des radiations $\lambda = 4046$ Å, $\lambda = 4358$ Å, $\lambda = 5461$ Å émises après excitation par échelons de la vapeur pure de mercure, d'abord par $\lambda = 2537$ Å et ensuite par $\lambda = 4358$ Å.

Les cas étudiés par M. A. Kastler sont tels que les deux vibrations excitatrices possèdent un axe commun de symétrie. Les calculs se ramènent alors à la composition de vibrations élémentaires toutes incohérentes. Il n'en serait pas de même, si cette symétrie commune des radiations excitatrices n'existait pas. C'est le cas que M. A. Kastler se propose d'étudier expérimentalement, d'une excitation par des radiations polarisées chacune rectilignement mais à angle droit l'une de l'autre. M. Weisskopf (²) a montré que pour les isotopes pairs du mercure on pouvait admettre la symétrie du résultat par rapport à un axe perpendiculaire aux deux vibrations excitatrices et qu'on était ramené alors aux cas précédents. Le calcul général pour tous les isotopes peut être effectué si l'on fait intervenir la cohérence des vibrations élémentaires à composer, comme cela a été montré dans un travail antérieur de l'auteur (³).

Si la radiation 2537 vibre suivant l'axe Ox, la radiation 4358 suivant l'axe Oy, les composantes suivant Ox, Oy et Oz, L_1, L_2 et L_3 des radiations émises sont données par

$$L_1 = K_2, \qquad L_2 = K_3, \qquad L_3 = K_4 + K_5 - K_6,$$

les K_i étant les onze quantités qui définissent complètement une fluorescence excitée par échelons.

Ces quantités ont été calculées pour chacune des radiations 4046, 4358, 5461 d'abord en supposant l'absence de structure hyperfine (isotopes pairs) et ensuite en tenant compte des isotopes impairs, les raies d'excitation étant supposées larges (broad line excitation).

Les résultats sont les suivants :

(¹) *Thèse de doctorat*, Paris, janvier 1936.

(²) Lettre de M. Kastler à l'auteur.

(³) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 945, et *Journal de Physique*, 7, 1936, p. 118.

		K_1.	K_2.	K_3.	K_4.	K_5.	K_6.
Sans isotopes impairs	4046.....	0	0	0	0	10	0
	4358.....	0	5	5	0	0	0
	5461.....	0	3	3	0	4	0
Avec isotopes impairs	4046.....	0,0268	0,0398	0,0220	0,0078	0,4169	0,0220
	4358.....	0,0220	0,2123	0,2212	0,0194	0,0359	0,0244
	5461.....	0,0239	0,1433	0,1415	0,0147	0,1883	0,0234

		K_7.	K_8.	K_9.	K_{10}.	K_{11}.
Sans isotopes impairs	4046.....	0	0	10	0	0
	4358.....	0	0	5	0	5
	5461.....	0	6	1	0	3
Avec isotopes impairs	4046.....	0,0036	0,0078	0,4336	0,0351	0,0351
	4358.....	0,0057	0,0238	0,2278	0,0214	0,2260
	5461.....	0,0238	0,2628	0,0553	0,0080	0,1506

On voit que, en négligeant les isotopes impairs, $K_2 = K_3$ et par suite $L_1 = L_2$. La symétrie par rapport à Oz est réalisée. Au contraire, en tenant compte des isotopes impairs $K_2 \neq K_3$, $L_1 \neq L_2$. La symétrie par rapport à Oz n'est pas générale et la méthode de calcul basée sur elle ne conduit qu'à une moyenne.

Les coefficients K_i donnés dans le tableau permettent le calcul dans des cas quelconques d'excitation. Dans ceux étudiés par M. Kastler les résultats sont en parfait accord.

Une autre application du calcul de la composition des vibrations élémentaires cohérentes consiste en l'obtention de la courbe théorique de la dépolarisation en fonction d'un champ magnétique dans la direction de l'observation. Dans le cas étudié par M. Kastler (excitation par des radiations naturelles) et en négligeant les isotopes impairs, les formules pour les radiations 4046 et 4358 sont

$$-p = \frac{1}{1+y^2}\,\frac{1+45y^2}{1+100y^2}, \qquad p = \frac{1}{1+y^2}\,\frac{1+45y^2}{1+150y^2}$$

avec $y = 0{,}283\,H$.

Ces courbes s'éloignent assez de la courbe R de M. Kastler dans la portion médiane et se rapprochent sensiblement plus des points expérimentaux.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le spectre continu* β *du* RaC″. Note de MM. **Ladislas Goldstein** et **Marcel Lecoin**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons cherché à préparer le RaC″ aussi pur que possible en quantité suffisante pour étudier son spectre continu β au moyen de l'appareil de Wilson, suivant la méthode indiquée par l'un de nous (1).

Le RaC″ résulte de la désintégration α du RaC. Les différents auteurs qui ont étudié ce corps ont constaté que, par recul direct dans le vide, on observait une importante projection de RaC masquant la présence du RaC″. En opérant par activation à l'aide d'un champ électrique dans l'air, à partir de sources de RaC d'intensité variant entre 2 et 10 millicuries, ils ont observé une décroissance initiale correspondant à une période de 1,3 minute, la contamination en RaC restant importante.

Wertenstein, Danysz et Zyw (2) ont signalé que le bombardement de l'azote par les rayons α du RaC′ donnent naissance au radio élément synthétique R_0F. Ce corps, obtenu en quantité relativement importante à partir de sources de RaC, d'intensité comparable aux sources utilisées lors de la préparation de RaC″, se désintègre par émission de positons, sa période est de 1,2 minute, la période admise du RaC″ étant 1,3 minute. Nous avons pensé que l'existence de ce corps dans les préparations de RaC″ faites par activation dans l'air pouvait fausser la valeur de la proportion admise jusqu'à ce jour d'atomes de RaC se désintégrant en RaC″.

Les sources de RaC pur, que nous avons utilisées, étaient déposées électrolytiquement sur des surfaces de nickel parfaitement polies; l'intensité initiale variant de 10 à 100 millicuries.

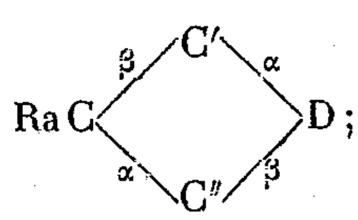
Nous avons activé par recul direct dans le vide des surfaces de cellophane; le temps d'exposition variant suivant l'intensité de la source de RaC de 1 seconde à 5 minutes. La décroissance de l'activité des surfaces de cellophane suivie à l'aide d'un compteur à électrons, a confirmé l'existence d'un corps de période de 1,3 minute, l'intervalle séparant la fin de l'activation du commencement de la mesure étant supérieur à 45 secondes environ. Introduites dans la chambre de Wilson, les surfaces ainsi activées présentaient, 1 minute après la fin de l'activation, un nombre de rayons variant de 25 à 5 par détente. Suivant l'intensité initiale de la source, nous opérions de 2 à 4 détentes successives à des intervalles

(1) M. Lecoin, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1931.
(2) *Nature*, 133, 1934, p. 564.

d'environ 45 secondes. Outre la décroissance constatée dans la chambre à détente, la même source en était retirée et suivie durant 3 à 5 minutes à l'aide d'un compteur à électrons. La disposition de la source dans la chambre permettait de distinguer les positons des électrons. Nous avons constaté ainsi la présence d'environ 1 positon sur 10 rayons β chaque fois que la formation du R_0F était possible lors de l'activation. En éliminant cette possibilité, la proportion des positons devenait inférieure à 1/100.

Le nombre des rayons photogaphiés ainsi est d'environ 650. Ils se répartissent en un spectre continu d'énergie moyenne $E = 4,7.10^5$ eV, de limite supérieure d'énergie $E = 17.10^5$ eV. 50 rayons α ont été photographiés au cours de ces détentes, correspondant à un nombre égal de désintégrations β de RaC en RaC′. Si l'on admet que le temps d'efficacité de la chambre de Wilson est approximativement le même pour les rayons β que pour les rayons α, 8 pour 100 des rayons β photographiés appartiennent au RaC. Nous avons fait la correction relative à ce corps en utilisant le spectre continu publié par Gurney ([1]). Un certain nombre d'expériences, faites à partir de sources de RaC pur de 3 millicuries, avec des temps d'activation de 5 à 6 minutes environ, dans des conditions géométriques bien définies, permettent de calculer approximativement la valeur de la proportion d'atomes de RaC se désintégrant en RaC″, à partir du nombre de rayons photographiés au cours d'une détente pour une source considérée. Ce nombre est d'environ 10^{-4}.

D'autre part, en admettant que le RaC se désintègre suivant le schéma



sachant que la limite supérieure d'énergie pour les désintégrations β du RaC est de $3,0.10^6$ eV, que l'énergie du rayonnement α émis par le RaC′ est de $7,6.10^6$ eV et que l'énergie du rayonnement α du RaC est de $5,5.10^6$ eV, il résulte de notre travail que la différence entre les bilans énergétiques RaC, RaC′, RaD et RaC, RaC″, RaD est de $3,4.10^6$ eV. On ne connaît pas jusqu'à présent de quantum γ émis par le dépôt actif du radium, d'énergie comparable. Il faudrait donc admettre qu'il y ait au moins deux quantas d'énergie totale d'environ $3,4.10^6$ eV émis lors de chaque désintégration du RaC″.

([1]) *Proc. Roy. Soc.*, 109, 1925, p. 540.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La constitution des sols d'oxyde de fer.* Note de MM. **Wilfried Heller**, **Otto Kratky** et **Hans Nowotny**, présentée par M. Aimé Cotton.

Cette étude (dont les résultats complets seront publiés ailleurs) a été faite par les méthodes magnétooptique et rœntgenographique combinées. Pour différentes raisons l'emploi simultané de ces deux méthodes présente des avantages particuliers.

Pour les observations rœntgenographiques, nous avons rempli avec les sols des capillaires en verre très mince. Les résultats obtenus sont d'accord avec l'idée que nous avions *a priori* : on peut se tromper sur la nature de la phase dispersée, si les recherches ont porté sur des précipités ou sur des sédiments séparés de leur milieu dispersif primitif.

1. *Les composés colloïdaux possibles.* — Nous avons étudié plus de 40 sols de caractères très variés et qui contenaient du chlore. Ils étaient préparés à partir de $FeCl_3$, soit par hydrolyse lente, soit par simple dialyse, soit d'après le procédé de Graham, soit enfin par peptisation d'un précipité par l'acide chlorhydrique. Dans tous ces cas nous avons seulement trouvé et identifié les composés colloïdaux : FeOCl [1], β-FeOOH, α — FeOOH. Le premier corps est identique à celui étudié récemment par H. Goldsztaub[2], le deuxième composé est pareil à l'oxyde indiqué entre temps par W. O. Milligan et H. B. Weiser [3]. Ces trois composés se sont très souvent présentés sous forme de minces tablettes (facteur de forme $\approx 10:1$). Dans les sols préparés à partir de $FeBr_3$, $Fe(CNS)_3$, $Fe(NO_3)_3$ et de six composés organiques différents nous n'avons jusqu'à présent, trouvé que α — FeOOH. Il faut excepter un seul sol (peptisation à l'acide propionique) qui contenait les cristaux d'un corps nouveau non encore identifié. Enfin, les sols préparés à chaud ou suffisamment chauffés, pouvaient encore renfermer α — Fe_2O_3. En somme, il convient d'abandonner des formules compliquées qu'on trouve encore dans la bibliographie des sols d'oxyde de fer.

---

(1) Le diagramme de chlorure basique présumé de J. Boehm (*Z. anorg. allg. Chem.*, **149**, 1925, p. 213) représente β — FeOOH.

(2) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 667.

(3) *Journ. Americ. Chem. Soc.*, **57**, 1935, p. 238.

2. *Transformations spontanées des composés.* — FeOCl et β — FeOOH ne sont que des composés intermédiaires. On observe avec le temps, l'évolution suivante dans les sols :

$$FeOCl \rightarrow \beta - FeOOH \rightarrow \alpha - FeOOH.$$

Préparation des sols.	Observations magnétooptiques.	Observations röntgenographiques.	
1928.	1929.	1933.	1936.
1° Sol de Graham dialysé 0,635 % Fe, 0,276 % Cl, pH = 1,372.	100 % (FeOCl+β-FeOOH) aucune trace de α-FeOOH.	≈90 % FeOCl ≈10 % β-FeOOH tr. de goethite (?)	0 % FeOCl ≈100 % β-FeOOH tr. de goethite.
2° Précipité peptisé par l'acide chlorhydrique, dialysé pendant 5 jours 0,275 % Fe, 0,107 % Cl.	Quantité dominante de composés étrangers à la goethite; présence de α-FeOOH.	0 % FeOCl ≈70 % β-FeOOH ≈30 % α-FeOOH	0 % FeOCl ≈ 0 % β-FeOOH ≈100 % α-FeOOH

La durée de vie de FeOCl était au maximum de 5 à 8 ans, celle du β — FeOOH peut varier entre quelques mois et plus de 25 ans [1]. La formation finale de α — FeOOH s'annonce par l'apparition intermédiaire d'un diagramme d'interférences très diffuses et incomplètes, même si le β — FeOOH précédent donnait des interférences très nettes et étroites. On ne sait pas encore s'il s'agit là d'une ténuité excessive des tablettes, d'un certain désordre initial du réseau ou même de la présence intermédiaire de γ — FeOOH.

3. *Mécanisme des transformations.* — Certains indices conduisent à admettre des métamorphoses intracristallines, d'autres favorisent plutôt l'hypothèse des distillations isothermes. Il se peut qu'on a à faire de tous les deux. Des études en cours trancheront la question. En considérant les paramètres, la densité et la taille souvent semblable des composés on comprendrait une métamorphose :

Composé.	*a.*	*b.*	*c.*	Densité.
FeOCl	3,75	7,95	3,3	3,60
(FeOOH virtuel à paramètres égaux	–	–	–	2,98)
β – FeOOH	5,28	10,24	3,34	3,25
α – FeOOH	4,60	10,01	3,04	4,17

Il s'agirait donc après l'échange théoriquement possible

$$Cl^- (\text{réseau } 3{,}60\ \text{Å}) + OH^- (\text{solution}) \rightarrow Cl^- (\text{solution}) + OH^- (\text{réseau } 2{,}70\ \text{Å})$$

[1] La non-existence apparente de β — FeOOH sous forme de minerai pourrait s'expliquer ainsi par son caractère de composé intermédiaire.

d'un rapprochement quantique des éléments des cristaux. L'existence d'une distillation isotherme d'autre part pourrait s'indiquer par la forte différence de grosseur que peuvent présenter plusieurs composés présents dans un sol en même temps.

Dans les mélanges FeOCl + β — FeOOH et β — FeOOH + α — FeOOH les cristaux de β — FeOOH étaient de préférence les plus petits. La composition de ces sols mixtes varie du haut en bas. Il y a là une possibilité pour changer la composition chimique d'un sol par coagulation partielle.

4. *Cinétique des transformations.* — La vitesse des transformations peut varier beaucoup. On observe qu'en descendant des sols non dialysés à leurs parties de plus en plus dialysées, on parcourt, pour un même vieillissement des systèmes, la suite

$$\mathrm{FeOCl} \rightarrow \beta - \mathrm{FeOOH} \rightarrow \alpha - \mathrm{FeOOH}\ (^1).$$

Dans les sols obtenus par hydrolyse lente et non dialysés, mais à concentration initiale en $FeCl^3$ comprise entre 120 μmol et 10 μmol, on observe, également après des temps pareils (en fait 2 et 5 ans) et en descendant vers les faibles concentration, la suite

$$[\mathrm{FeOCl}\ (^2) \rightarrow]\ \beta - \mathrm{FeOOH} \rightarrow \alpha - \mathrm{FeOOH}\ (^1).$$

Ces gradations des vitesses seront expliquées ailleurs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude des complexes plombiques des oxyacides.* Note de M. **Henry Pariselle**, présentée par M. Aimé Cotton.

Des recherches sur les complexes plombotartriques ont été faites par Kahlenberg ([3]) mais les conclusions en sont peu nettes. Nous nous sommes proposé dans ce travail d'étudier les diverses variétés de tartrate de plomb, de rechercher par voie polarimétrique les complexes définis que donne ce sel avec les alcalis et de comparer ces résultats à ceux obtenus avec l'acide saccharique.

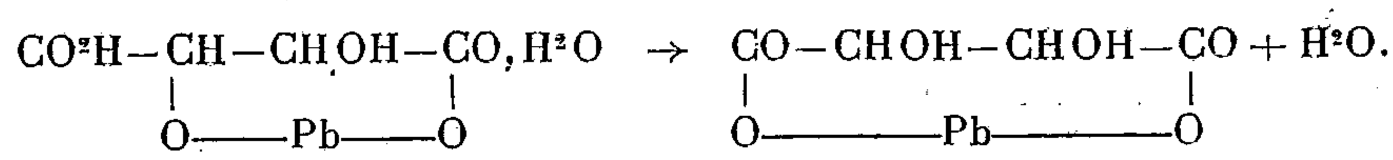
A. Lorsqu'on mélange des solutions étendues d'acide tartrique TH^2 et

([1]) Il s'agit ici des interférences diffuses et caractéristiques décrites plus haut.

([2]) Il nous manque encore une série débutant par FeOCl.

([3]) *Zeits. f. Phys. Chem.*, 17, 1895, p. 527.

d'azotate de plomb, il se forme très lentement de fines aiguilles d'un sel hydraté, TPb, H^2O qui, ultérieurement, se transforment en une poudre cristalline anhydre. Ces deux variétés ont des propriétés chimiques différentes; alors que la variété anhydre est sans action sur la phtaléine, rougie par une trace de soude, la première la décolore; les aiguilles se dissolvent, du reste, plus aisément dans la soude. Il semble donc rationnel d'attribuer à ces deux variétés des formules de constitution différentes, la transformation constatée pouvant se traduire par la réaction



B. Lorsqu'on ajoute de la soude à un mélange équimoléculaire d'acide tartrique et de nitrate de plomb, le précipité formé se dissout dans un excès de soude, la proportion d'alcali nécessaire pour la redissolution variant, selon la concentration, de 3,3 à $3^{mol},5$ de soude pour une de TH^2 et une de $(NO^3)^2Pb$.

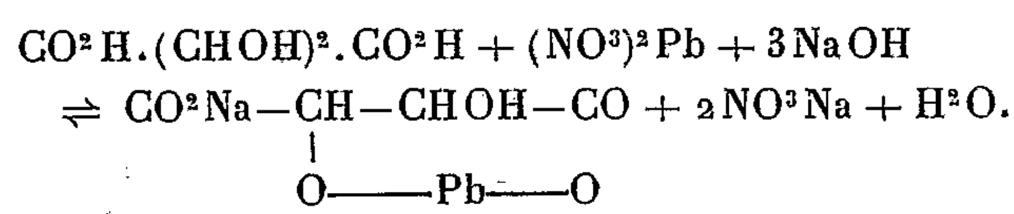
Dans le cas des solutions concentrées, la solution se gélifie presque immédiatement et, pour faire des mesures polarimétriques, on doit opérer en solution étendue.

Le complexe formé est fortement *lévogyre*, et cette formation est accompagnée d'un phénomène de *mutarotation* très net.

En continuant à ajouter de la soude, on obtient, si la solution est assez concentrée, un louche qui disparaît pour une proportion plus forte d'alcali ($5^{mol},5$ environ). En solution très étendue la liqueur reste limpide et on peut suivre les variations du pouvoir rotatoire en fonction de la quantité de soude ajoutée. La rotation passe par un maximum positif et redevient négative pour de très fortes proportions de soude.

L'étude systématique de l'influence de la dilution et des proportions des divers réactifs nous a conduit aux conclusions suivantes :

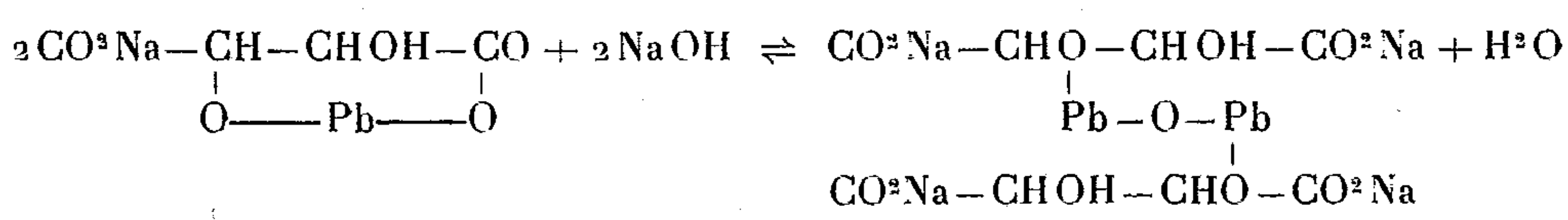
1° Le complexe lévogyre initial est formé d'après la réaction



Si la solution exige plus de 3^{mol} de soude (d'autant plus que la solution est plus diluée), cela tient à l'hydrolyse du complexe formé;

2° Un excès de soude donne le complexe dextrogyre tétrasodique par

une réaction également réversible



3° Un grand excès de soude, enfin, donne naissance à un complexe *lévogyre* hexasodique, la soude concentrée, en grand excès, salifiant les fonctions alcooliques.

Voici les résultats d'une série de mesures effectuées en ajoutant des proportions croissantes de soude normale à diverses solutions contenant initialement 2^{cm^3} de TH^2 et 2^{cm^3} de $(NO^3)^2Pb$ monomoléculaires :

NaOH (cm³)	7	8	10	20	20 (4N)
H^2O (cm³)	29	28	26	16	16
Rotation initiale ($L = 2^{dm}$, raie verte	$-1°,93$	0°	0°,63	1°,21 (max.)	$-1°,64$
Raie indigo Hg	$-4°,25$	$-0°,37$	0°,80	1°,82 (max.)	$-3°,34$

En solution plus concentrée, les rotations observées conduisent à des pouvoirs rotatoires supérieurs, l'hydrolyse étant moins forte, mais la courbe ne peut être tracée en entier. Voici quelques résultats relatifs à des concentrations doubles des précédentes :

NaOH	7	8	10	9 (2N)	16 (4N)
H^2O	9	8	6	7	0
Rotation ($L = 2$, raie verte	$-5°$	$-0°,40$	(louche)	2°,55 (max.)	$-4°,28$

Nous avons pu, dans le cas des solutions fortement alcalines, employer la méthode des variations continues de Job et nous avons constaté que la courbe présentait un minimum très net pour des proportions équimoléculaires d'acide et de nitrate de plomb.

En remplaçant, dans les expériences précédentes, la soude par l'ammoniaque, on obtient des résultats nettement différents. La solubilisation du tartrate de plomb a encore lieu pour une proportion moléculaire d'ammoniaque voisine de $3^{mol},5$, mais la rotation reste négative et augmente en valeur absolue lorsqu'on augmente la proportion d'ammoniaque; le premier complexe lévogyre se forme encore, mais il subsiste en présence d'un excès de la base faible.

C. Pour voir si les résultats précédents se généralisaient dans le cas d'un oxyacide de valence supérieure, nous avons, M. Chirvani et moi, étendu ces recherches à l'acide saccharique. Nous avons pu conclure à l'existence d'un complexe lévogyre monopotassique et d'un complexe dextrogyre dipotassique, mais ici ces corps contiennent 2^{at} de plomb par

molécule d'acide; comme dans le cas de l'acide tartrique, ces complexes sont partiellement hydrolysés et la formation du premier s'accompagne d'un important phénomène de mutarotation.

Par contre deux différences notables sont à signaler : *a*, le complexe dextrogyre est très stable en milieu alcalin, un excès de base ne changeant plus le sens de la rotation; *b*, l'ammoniaque se comporte, ici, exactement comme les bases fortes.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Lois régissant l'accélération initiale de la combustion lente et le retard à l'inflammation spontanée des mélanges de pentane normal et d'oxygène. Application au phénomène de choc dans les moteurs.* Note de M. **Marcel Prettre.**

Il a été montré [1] que certains mélanges de pentane et d'oxygène portés à une température comprise entre 260 et 300° C., sous une pression de 150 à 760mm, peuvent s'oxyder rapidement ou s'enflammer après une période d'induction très variable. Quand la teneur en pentane est comprise entre 10 ou 15 et 50 pour 100, on observe toujours que l'oxydation, dont la vitesse est nulle à l'instant initial, aboutit au temps τ, soit à l'inflammation, soit à une combustion pratiquement instantanée (pseudo-inflammation), soit à une réaction rapide. A température constante, ce temps τ varie avec la pression partielle P_c de combustible et la pression totale P_t des réactifs en accord avec l'expression

$$\tau . P_c . P_t^2 = \text{const.} \tag{1}$$

La valeur de cette constante diminue très rapidement quand la température s'élève de 260 à 280° C, plus lentement ensuite. Si τ est exprimé en secondes, P_c et P_t en millimètres de mercure, elle est de $1,40.10^{10}$ à 260°, $2,2.10^9$ à 270°, $1,7.10^8$ à 280°, $4,9.10^7$ à 290° et $2,2.10^7$ à 300°. Aux températures plus élevées, les retards à l'inflammation deviennent trop faibles pour que leur mesure, avec l'appareil utilisé, permette le contrôle de la relation précédente.

Le domaine de validité de l'expression (1) s'étend vers les basses pressions et les faibles concentrations en pentane, quand augmente la température. Dès 280°, cette formule devient valable, aux pressions de 600 et 700mm, même pour des mélanges titrant un léger excès de comburant.

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 954.

Durant le temps qui précède l'inflammation, la pseudo-inflammation ou la réaction rapide, la variation de pression Δp que provoque le début de combustion, satisfait en fonction du temps t, sauf pendant les tout premiers instants, à la relation approchée

$$\Delta p = k e^{\varphi t}. \tag{2}$$

Les pentes des droites obtenues en portant les logarithmes de Δp en fonction du temps, varient à température et pression constantes, comme la pression partielle P_c de carbure; à température et concentration en pentane constantes, elles varient comme la troisième puissance de la pression totale P_t. Il en résulte que

$$\varphi = k_1 P_c . P_t^2, \tag{3}$$

et que l'inflammation ou la réaction rapide a lieu au temps τ, tel que

$$\varphi\tau = \text{const.} \tag{4}$$

Les relations (2) et (4) ont été prévues par Semenoff (1) dans sa théorie des *réactions en chaînes ramifiées* et cet auteur (2) a prouvé leur validité dans une étude critique des résultats obtenus pour certaines transformations.

La loi du retard à l'inflammation peut être vérifiée par les mesures faites sous pression élevée sur les mélanges de pentane et d'air. Par la méthode de compression adiabatique, Tizard et Pye (3) ont obtenu l'inflammation spontanée à 295°C. avec un retard de 0,5 seconde pour le mélange titrant deux volumes pour cent de pentane. Abstraction faite de la pression partielle d'azote, le produit $\tau . P_c . P_t^2$ fourni par cette mesure est de $2,5 . 10^7$, valeur assez en accord avec les résultats résumés ici.

Il faut du reste faire des réserves sur une extrapolation à des températures élevées des résultats ayant fourni l'expression (1). La constante de cette formule décroît fortement entre 260° et 280°C., parce que la pression minimum d'inflammation des mélanges de pentane et d'oxygène diminue alors beaucoup plus rapidement qu'aux températures inférieures et supérieures, comme le montrent les mesures Neumann et Estrovitsch (4).

(1) *Zts. Phys. Chem.*, **11** B, 1931, p. 464; *Acta Physicochimica, U. R. S. S.*, **1**, 1934, p. 113.

(2) *Phys. Zts. Sowjetunion*, **1**, 1932, p. 546 et 561.

(3) *Phil. Mag.*, 7e série, **1**, 1926, p. 1094.

(4) *Nature*, **133**, 1934, p. 105.

Dès 290° et au-delà, cette pression limite ne diminue plus que lentement; il en est de même de la constante de la relation (¹), ce que confirment de nombreux résultats de Tizard et Pye. Il n'en demeure pas moins que l'influence considérable de la pression sur le retard à l'inflammation permet de prévoir que, vers 350° ou 400° C., le mélange théorique de pentane et d'air s'enflamme spontanément en quelques millièmes de seconde sous une pression d'une quinzaine d'atmosphères. Ce délai très bref est inférieur au temps de séjour du mélange carburé dans le cylindre d'un moteur. Le phénomène de *choc*, que provoque dans les moteurs à explosions un taux de compression trop élevé, doit être intimement lié à la rapidité d'apparition du phénomène explosif aux pressions élevées, dès que la température dépasse 350° C. environ.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode simple pour apprécier le taux d'oxyde de carbone dans une atmosphère.* Note de MM. **André Kling**, **Maurice Rouilly** et **Maurice Claraz**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans les atmosphères où l'oxyde de carbone n'intervient qu'à des taux compris entre le 1/100000ᵉ et le 1/1000ᵉ, la méthode dite *au sang*, telle qu'elle a été mise au point dans le laboratoire de l'un de nous, fournit des résultats très satisfaisants. Pour celles dans lesquelles ce taux s'élève et atteint l'ordre du 1/100ᵉ ou du 1/10ᵉ, la méthode au chlorure cuivreux s'applique avec une suffisante précision. Mais, lorsqu'il s'agit de doser l'oxyde de carbone dans des atmosphères où il figure à des teneurs intermédiaires entre le 1/1000ᵉ et le 1/100ᵉ, il n'existe guère de procédé à la fois simple et fidèle permettant d'effectuer ce dosage.

C'est dans le but de combler cette lacune que nous proposons de doser l'oxyde de carbone en l'oxydant, dans des conditions bien définies, au moyen de l'hopcalite, et d'apprécier ensuite la quantité de CO^2 résultant de cette oxydation, en utilisant la méthode colorimétrique décrite récemment par deux d'entre nous [1].

On sait que l'hopcalite, mise au contact de mélanges d'air et d'oxyde de carbone, oxyde ce dernier, même lorsqu'il ne se trouve dans ces mélanges qu'à des concentrations extrêmement faibles (de l'ordre du 1/100000ᵉ). Mais l'hopcalite n'agit pas seulement comme activeur d'oxydation, elle

[1] A. Kling et M. Rouilly, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 318.

fixe également, par adsorption, une certaine fraction du CO^2 produit. Cette fraction est variable suivant les valeurs respectives des masses de gaz et d'hopcalite mises en présence, suivant l'âge de cette dernière, le temps durant lequel elle a été utilisée, la température à laquelle on la fait agir, etc. Si, en particulier, utilisant une hopcalite fraîchement préparée, on la soumet, durant un temps suffisant, à l'action d'un courant d'air contenant du CO, on constate que, tout d'abord, elle fixe CO^2 puis, peu à peu, par suite de son vieillissement, on voit diminuer sa capacité de rétention vis-à-vis de ce dernier. A dater de ce moment elle se met à dégager des quantités progressivement croissantes d'acide carbonique, dans des proportions qui, au bout d'un temps suffisant, peuvent atteindre et même dépasser les quantités de CO^2 résultant de l'oxydation du CO que l'on se propose de doser.

Soumise, durant quelques minutes, à une température de 240°, dans un courant d'air exempt de CO^2, une hopcalite fatiguée reprend ses propriétés primitives.

Toutes choses égales d'ailleurs, les diverses variétés commerciales d'hopcalite sur lesquelles nous avons opéré, amenées à un même degré de granulation, possédaient des pouvoirs catalytiques sensiblement égaux vis-à-vis des mélanges d'air et de CO utilisés pour nos dosages, lorsqu'on les faisait réagir sur ces mélanges, après régénération des hopcalites à 240°.

Afin de nous mettre, dans l'application de notre méthode, à l'abri des perturbations qu'aurait pu introduire l'intervention de masses variables d'hopcalite à des états de vétusté également variables, nous avons utilisé le catalyseur sous forme de crayons constitués par des tubes de verre de 10^{cm} de long et de 4 à 5^{mm} de diamètre, dans lesquels nous avons tassé légèrement 2^g d'hopcalite, répartis sur une longueur de 5 à 6^{cm}. Avec un lot d'hopcalite, nous avons préparé un assez grand nombre de ces crayons dont chacun ne nous a servi que pour une seule opération, mais qui a pu ultérieurement être régénéré.

A travers la masse constante d'hopcalite de ce crayon, maintenue à la température ambiante, nous faisons passer les atmosphères dans lesquelles nous voulons doser le CO mais, avant de l'admettre au contact du catalyseur, nous dirigions le courant gazeux dans un barboteur contenant une solution de NaOH, puis dans un tube en U dont la première branche était garnie de pastilles de KOH et la seconde de fragments de chaux vive, afin de retenir CO^2 et vapeur d'eau. Au sortir du crayon d'hopcalite, les gaz se rendent dans le barboteur contenant les 5^{cm^3} de la solution de NaOH

N/1000, colorée par la phtaléine. L'appréciation du taux de CO du mélange gazeux est effectuée en mesurant le volume de ce mélange qu'il a fallu faire passer dans le barboteur pour provoquer le virage de la phtaléine.

Afin de tarer notre appareil, nous avons opéré sur une série d'atmosphères contenant CO à des taux variables, compris entre le 1/100ᵉ et les 5/10000ᵉ [1]. A l'aide des résultats obtenus nous avons tracé une courbe, grâce à laquelle il nous a été ensuite possible de remonter de la mesure d'un volume d'air ayant provoqué le virage de la phtaléine à la proportion de CO contenu dans cet air.

Cette méthode permet de reconnaître rapidement si, dans une atmosphère confinée, par exemple dans celle d'un abri, il se produit, à un moment quelconque, des émanations d'oxyde de carbone et d'en apprécier le taux dès que celui-ci atteint une valeur égale ou supérieure à celle du 1/2000ᵉ en volume.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les bleus de molybdène.*
Note de M. **Victor Auger**, présentée par M. Georges Urbain.

Le point de départ de ce travail a été l'étude de la solution du bleu de molybdène dans l'acide sulfurique concentré. G. Denigès [2] a donné au produit inconnu qu'elle contient le nom de bleu de molybdène instable, parce qu'il se décolore par dilution.

I. La solution sulfurique bleue n'est certainement pas un bleu de molybdène simple $Mo^2O^5(MoO^3)^n$, car sa coloration est très différente de la solution aqueuse du bleu de Berzélius. C'est à tort que R. Zinzadzé [3] et R. Lautié [4] ont cru, par épuisement avec l'alcool butylique, en retirer le colorant bleu primitif.

II. C'est seulement lorsqu'on prend comme point de départ des solutions sulfuriques bleues très riches en acide, que le phénomène de décoloration se produit par dilution.

Une solution de MoO^3, en SO^4H^2, dans la proportion de 1 à 2, par exemple, fournit par addition de sulfate de Mo^V une solution bleue qui,

---

(1) Au-dessous de cette teneur, nous avons été arrêtés par l'insuffisante sensibilité de la méthode que nous utilisons pour effectuer le dosage de CO^2.

(2) *Ann. de Chim.*, 13, 1930, p. 499.

(3) *Bull. Soc. chim.*, 49, 1931, p. 874.

(4) *Thèse*, 1933, p. 186.

étendue d'eau, ne se décolore pas, mais dont la nuance vire du bleu violet au bleu vert. Il est vrai que lorsque le rapport est de 1 à 20 (Denigès), ou 1 à 35 (Zinzadzé), la solution décolorée par l'eau peut être soumise à l'ébullition et même chauffée à 120°, sans qu'il y ait recoloration. On peut admettre que la solution contient à la fois, un sulfate de Mo^V du MoO^3 plus ou moins uni à SO^4H^2, et enfin de l'acide sulfurique libre en forte proportion. On sait que, par addition d'ion phosphorique, elle donne naissance à l'acide phosphocéruléomolybdique de Denigès, mais en outre il m'a été facile de faire réapparaître un complexe bleu, par des procédés variés, parmi lesquels je citerai les suivants : addition d'alcalis, d'alcools, d'acétone, d'acide acétique. Le premier procédé semble tout simple; nous savons en effet que le mélange des solutions chlorhydrique ou sulfurique d'acide molybdique et de Mo^V peu chargées en acide fournit du bleu de molybdène; mais M. Guichard [1] a constaté que ce complexe est décomposé par un excès de ClH ou de SO^4H^2 suffisamment concentrés. L'addition d'alcali, ramenant la solution à un taux faible d'acide libre, permet au bleu de se former.

L'action des alcools : méthylique, éthylique, butylique, et celle de l'acétone, peut être considérée comme due à un abaissement du taux d'ionisation de l'acide; cependant il semble que la réapparition du bleu doive être due à une autre cause, car les alcools réagissent à peine sur les solutions chlorhydriques, tandis que les solutions sulfuriques sont, à l'ébullition, très fortement recolorées. Il est plus difficile d'expliquer l'action de l'acide acétique; cependant nous verrons dans la suite, que celle-ci est liée à la formation d'hétéro-acide molybdo-acétique.

III. Quelle est la nature des bleus stables en solution acide, neutre ou légèrement ammoniacale, qui proviennent de la solution sulfurique instable? Un fait est dès maintenant acquis : ces bleus contiennent tous le groupe SO^4 fixé dans le complexe, comme l'est le groupe PO^4 dans l'acide phospho-céruléo-molybdique.

Les solutions bleues ne précipitent pas par addition de sel de baryum, et ce n'est qu'après qu'on les a oxydées que SO^4Ba apparaît. Il est facile de prouver que l'introduction du groupe SO^4 a lieu au moment de la formation du bleu, exactement comme cela se produit avec le complexe phosphorique : prenons une solution chlorhydrique assez riche en acide pour ne pas bleuir même à chaud; une partie de cette solution additionnée de Cl^2Ba, laisse

---

(1) *Ann. Phy. et Chim.*, 7e série, 23, 1901, p. 539.

précipiter tout l'ion SO^4 qu'elle contient; une autre partie, additionnée de sulfate alcalin en excès se colore au bain-marie, et le bleu formé, purifié par dissolution dans l'alcool butylique, contient le groupement SO^4 complexe.

L'étude des complexes sulfo-céruléo-molybdiques n'est pas suffisamment avancée pour nous permettre de les comparer aux produits analogues décrits par E. Péchard [1], mais il est évident qu'ils appartiennent au même groupe. Nous ne décrirons aujourd'hui qu'un seul des complexes que nous avons obtenus, et qui se sépare en beaux cristaux bleus d'apparence rhombique, en mélangeant la solution sulfurique d'un bleu instable avec quatre fois son volume d'acide acétique. Il est soluble dans l'eau bouillante. Il a donné à l'analyse des chiffres correspondant à la formule brute

$$SO^3.Mo^2O^5.4MoO^3.4CH^3CO^2H.7H^2O.$$

On a trouvé les rapports

$$\frac{Mo^{V}}{Mo^{VI}} = \frac{1}{2,25}\left(\text{théorie}\,\frac{1}{2}\right); \qquad \frac{SO^3}{Mo} = \frac{1}{6,16}\left(\text{théorie}\,\frac{1}{6}\right)$$

et

$$\frac{CH^3CO^2H}{MoO^3} = \frac{1,02}{1}\left(\text{théorie}\,\frac{1}{1}\right).$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Hydrolyse du sulfate basique de nickel.* Note de M. **Guy Gire**, présentée par M. Marcel Delépine.

Par action du magnésium sur les solutions de sulfate de nickel nous avons obtenu un sulfate basique insoluble répondant à la composition SO^3, $5NiO$, nH^2O. Nous avons montré [2] que la précipitation de ce sulfate, qui est très lente, s'accompagne d'un déplacement du métal d'autant plus abondant que la température de la solution est plus élevée. Pour avoir le sel basique pur, après dissolution du magnésium, on filtre puis on porte à l'ébullition la solution limpide exempte de métal. On obtient alors un dépôt abondant de sulfate basique pulvérulent. Les multiples analyses que nous avons faites de ce sel nous ont toutes conduit à la formule indiquée plus haut. Cependant la teneur en SO^3 est toujours très légèrement plus faible que le voudrait le rapport $SO^3/5NiO$. Cette différence est d'autant plus prononcée que le sel a été lavé plus longtemps.

---

[1] *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 628.
[2] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1213.

Nous avons étudié cette action de l'eau sur le sulfate basique et avons pu constater qu'il se dissout des quantités à peu près équivalentes d'oxyde de nickel et d'anhydride SO^3, avec formation d'hydrate $Ni(OH)^2$ insoluble, suivant l'équation

$$\underset{\text{solide.}}{SO^3, 5NiO, nH^2O} \rightarrow \underset{\text{dissous.}}{SO^4Ni} + \underset{\text{solide.}}{4Ni(OH)^2} + (n-4)H^2O.$$

Cette action, très lente à froid, plus rapide à chaud, conduit à un équilibre pour une concentration déterminée de nickel dans la solution. Elle est assez semblable à celle mise en évidence par E. Hayek [1] pour le chlorure basique de zinc, $ZnCl^2$, $Zn(OH)^2$.

Nous avons déterminé cette concentration d'équilibre à la température de 50°, en agitant un excès de sulfate basique en présence de solutions de sulfate de nickel de plus en plus concentrées, comprises entre 0,01 et 0,2 d'atomes de nickel par litre. Il y a dissolution de sulfate jusqu'à environ $0^{atm},08$ de nickel par litre. Pour des concentrations supérieures, il y a d'abord une légère diminution de la teneur en nickel, qui se rétablit bientôt à la concentration initiale. Ce dernier phénomène semble d'ordre purement physique et tiendrait à un manque d'homogénéité du liquide malgré l'agitation; les prises d'essais faites en égouttant le sel donnent en effet des résultats un peu forts.

Temps en jours.	Concentration des solutions en atomes de nickel par litre.				
	I.	II.	III.	IV.	V.
0	0,0097	0,0193	0,0483	0,0966	0,1938 (conc. init.)
4	0,0127	0,0222	0,0498	0,0952	0,1911
7	0,0157	0,0246	0,0508	0,0949	–
10	0,0187	0,0337	0,0544	0,0964	–
13	–	0,0491	0,0685	–	–
15	–	–	0,0709	–	–

La progression continue et régulière de la dissolution de sulfate de nickel pour les concentrations inférieures à $0^{at},08$ de Ni par litre ne permet pas de supposer la formation de sels plus basiques que SO^3, 5NiO.

Le tableau suivant montre cette progression pour 1^g de sulfate basique contenant 1,25 millimolécule de SO^3, en présence de 125^{cm^3} d'eau.

	Temps en jours.	2.	4.	6.	12.
SO^4Ni dissous en millimolécules	$t = 25°$	0,190	0,212	0,240	0,370
	$t = 35°$	0,227	0,285	0,364	0,606

---

[1] *Zeitschr. für anorg. Chem.*, **216**, 1933, p. 315, et **219**, 1934, p. 296.

Un gramme du même sel, maintenu à 25° mais dans une quantité d'eau plusieurs fois renouvelée, ne contient plus au bout du même temps que 0,017SO^3 pour 1NiO.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la constitution des composés organomagnésiens mixtes*. Note de M. **Clément Duval**, présentée par M. Georges Urbain.

Les composés découverts par Grignard, auxquels on donne dans l'enseignement la formule simplifiée RMgX, ont, à l'heure actuelle, deux sortes de formules de constitution :

1° la formule simple ou dissymétrique (pour laquelle l'oxygène a eu sa valence portée de 2 à 4 sans le secours d'aucune expérience d'oxydation) qui donne les deux schémas du type oxonium :

$$\begin{matrix} C^2H^5 \\ C^2H^5 \end{matrix} \!\!>\! O \!<\!\! \begin{matrix} MgR \\ X \end{matrix} \qquad\qquad \begin{matrix} C^2H^5 \\ C^2H^5 \end{matrix} \!\!>\! O \!<\!\! \begin{matrix} MgX \\ R \end{matrix}$$

(Baeyer et Villiger) (¹). (Grignard) (²).

2° la formule double ou symétrique $X^2Mg, R^2Mg, 2(C^2H^5)^2O$, due à Jolibois (³) et qu'on peut écrire, comme l'a fait Terentieff (⁴), sous forme de complexe de Werner

$$[MgR^2X^2\{(C^2H^5)^2O\}^2]Mg.$$

Ces deux formules *peuvent expliquer avec la même aisance les faits expérimentaux*. Les résultats qui suivent, basés seulement sur l'expérience, confirment les travaux de Jolibois, s'accordent avec la formule complexe, tout en étant difficilement interprétables par la formule simple.

Les organomagnésiens sont des complexes. — Ils conduisent très bien le courant dans l'éther; ils ne se laissent pas arracher leur halogène par le sodium, à l'ébullition; ils perdent leur éther difficilement, sous pression réduite et au-dessus de 100°.

Une solution éthérée de bromure de phénylmagnésium est disposée, avec prudence, dans le tube à robinets déjà décrit (⁵), bien desséché, rempli d'azote et maintenu à 0° dans une atmosphère d'azote refroidi par la

(¹) *Ber. d. chem. Ges.*, 35, 1902, p. 1201.
(²) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 29, 1903, p. 944.
(³) *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 213 et 353; 156, 1913, p. 172.
(⁴) *Z. anorg. Chem.*, 156, 1926, p. 79.
(⁵) Cl. Duval, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2175.

carboglace (et non par la glace). Le diamètre intérieur des branches est 4^{mm}; la tension aux bornes a été maintenue à 110 puis à 140 volts; le courant est 17 mA. Les branches renferment une solution de chlorure de sodium dans l'alcool absolu. En une heure, on obtient du magnésium à la cathode et sans matière organique. Dans la branche anodique, après avoir ajouté une goutte d'eau, on décèle du magnésium, du brome, du benzène et de l'éther. Le benzène est recherché par la coloration violette donnée avec le cyanure de nickel ammoniacal. L'éther est trouvé par la réaction de Bougault ([1]) ou par la réaction de l'acide perchromique, ou encore par l'essai au chlorure colbateux-sulfocyanure de potassium.

Remarquons déjà que le magnésien, donnant du magnésium dans chaque branche, renferme au moins deux atomes de ce métal par molécule. C'est donc un autocomplexe. On ne peut pas accuser le bromure de magnésium, éventuellement libre, de donner son métal à la cathode, car il n'est pas ionisé dans l'éther.

Si l'on recommence l'expérience, mais en disposant du réactif de Hahn (hydroxy-8 quinoléine) dans chaque branche, on observe la coloration jaune dans la branche cathodique seulement. On la trouvera, dans la suite, à l'anode, après hydrolyse. Ainsi, le magnésium cathodique est à l'état d'ion *libre* : le magnésium anodique est *dissimulé*.

Dans une troisième épreuve, le contenu de la branche anodique est soumis à un essai colorimétrique. Sur l'une des moitiés, on dose le magnésium et sur l'autre le brome. Le rapport Mg/Br s'est constamment montré égal à 1/2. On pourrait objecter que Jolibois a trouvé seulement du magnésium à la cathode, au cours de ses expériences. Cependant, ce savant a fait une électrolyse, c'est-à-dire une opération plus brutale que la mienne et qui ne comportait pas de pièges pour les anions et les cathions. Il a saisi la fin d'un phénomène dont j'ai observé seulement le début. Le magnésium anodique, dans l'expérience de Jolibois, a été libéré de son ion complexe puis, il a changé d'électrode. Je rappelle que dans mes essais, les ions de la substance ne peuvent pas aller au contact des électrodes.

Le magnésium posséde bien la coordinence 6; je l'ai établi dans le cas de la kaïnite, de la tachydrite, etc. On ne doit pas s'étonner non plus de trouver un groupement tel que C^6H^5 dans l'anion; il est en cela comparable aux amphotères tels que CN ou NO^2. Je n'ai dosé ni le benzène ni l'éther apparus à l'anode. C'est un problème possible à résoudre maintenant,

([1]) *Journ. Pharm. Chim.*, 6e série, 18, 1903, 116.

mais l'opération est inutile, puisque ces deux corps sont transportés intégralement dans l'anion et que la composition centésimale du composé organomagnésien est bien connue.

En conclusion de cette Note, un composé organomagnésien renferme le groupement MgX^2 dans son anion, plus du magnésium qui va vers la cathode.

Il reste à montrer qu'il n'y a que deux atomes de métal par molécule. J'y suis arrivé en mesurant le poids moléculaire par la méthode cryoscopique dans le benzène, puis en prouvant qu'un magnésien est un électrolyte binaire, en solution éthérée, à 0°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation de l'hydroquinone et de la chlorohydroquinone en présence de sulfite d'ammonium. Oxydation d'un acide hydroquinone-disulfonique en présence d'ammoniaque.* Note de Mlle **Yvonne Garreau**, présentée par M. Georges Urbain.

Une solution ammoniacale d'hydroquinone, de sulfite d'ammonium et d'hydroxyde cuivrique absorbe l'oxygène de l'air et donne un produit de synthèse, sel diammonique d'un acide diaminoquinone-disulfonique que j'ai décrit précédemment (1), $C^6O^2(NH^2)^2(SO^3NH^4)^2$.

Ce nom est provisoire, et dès maintenant, pour éviter des confusions, je le ferai précéder du préfixe α, en attendant qu'une étude en cours me permette de préciser la formule de constitution du composé auquel il se rapporte.

J'ai pu extraire des eaux mères une deuxième substance que j'appellerai β-diaminoquinone-disulfonatediammonique, dont la formule brute s'obtient en ajoutant $3H^2O$ à celle de l'α-diaminoquinone-disulfonatediammonique. Sur ces trois molécules d'eau, une seule est éliminée par chauffage prolongé à 120°. Les deux molécules d'eau restantes se conservent d'ailleurs aussi solidement fixées, quand on passe à l'acide correspondant, tandis que le sel monoammonique n'en contient qu'une seule. Tous ces corps, traités par une solution de potasse étendue, à chaud, donnent rapidement le même précipité cristallin de dioxyquinone-disulfonate de potassium, obtenu également par Joh. Pinnow (2) en oxydant une solution d'hydroquinone

---

(1) *Bull. Soc. Chim. fr.*, 5e série, 1, 1934, p. 1563.

(2) *Z. f. wiss. Phot. und Photoch.*, 27, 1930, p. 344-360.

et de sulfite de potassium par la liqueur cupro-potassique. Les α et β-diaminoquinone-disulfonate d'ammonium se forment encore simultanément par deux autres procédés :

1° Oxydation de la chlorohydroquinone dans les mêmes conditions que l'hydroquinone; l'élimination du chlore au cours de cette réaction mérite d'être remarquée; on le retrouve dans la solution à l'état d'ions Cl^-;

2° Oxydation par un courant d'air d'une solution ammoniacale additionnée de $Cu(OH)^2$ (sans SO^{3--}) d'un acide hydroquinone-disulfonique préparé lui-même par oxydation par l'air d'une solution ammoniacale d'hydroquinone et de sulfite d'ammonium [sans $Cu(OH)^2$] (1).

Pour l'instant, je n'ai pu transformer les composés α en composés β, ou inversement, et les données expérimentales ne permettent guère d'approfondir leurs relations; on voit par ce qui précède qu'elles doivent être cependant assez étroites, les groupements sulfonés ayant les mêmes positions relatives.

La différence de 1^{mol} ou 2^{mol} d'eau entre les formules des composés α et β évoque la propriété bien connue que possède quelquefois la fonction aldéhydique ou cétonique de former des hydrates très stables (chloral, $CCl^3 - COH + H^2O$; acide mésoxalique, $CO^2H - CO - CO^2H + H^2O$). On retrouve cette propriété pour la fonction quinone dans l'acide dioxyquinone-disulfonique de Pinnow.

J'ai signalé (2) que des diaminoquinone-disulfonates de composés basiques d'intérêt biologique (acides aminés, alcaloïdes, etc.) se forment facilement en milieu acide à partir de l'α-diaminoquinone-disulfonate diammonique. Dans des conditions identiques, le sel monoammonique de l'acide β-diaminoquinone-disulfonique donne des précipités cristallisés avec quelques-uns seulement des 50 composés expérimentés; ce sont : la diiodotyrosine, la créatine, l'adénine, l'hypoxanthine, la guanine, la putrescine, la cadavérine, la β-phényléthylamine, la brucine, la strychnine.

β-diaminoquinone-disulfonate monoammoniaque

$$C^6O^2(NH^2)^2(SO^3H)(SO^3NH^4),\ H^2O.$$

Prismes rouge sang, assez peu solubles dans l'eau froide, plus solubles à chaud, insolubles dans les autres solvants usuels. Ce produit, d'abord séché à l'air, puis porté à l'étuve à 120° pendant 26 heures, ne varie pas de poids.

(1) *Bull. Soc. Chim. fr.*, 5e série, 1, 1934, p. 1569.
(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1515.

Analyse. — C % 21,59; H % 3,33; N % 12,31; S % 19,21 (calculé pour $C^6H^{11}O^9N^3S^2$: C % 21,60; H % 3,32; N % 12,61; S % 19,24).

Acide β-diaminoquinone-disulfonique $C^6O^2(NH^2)^2(SO^3H)^2, 2H^2O$. — On l'obtient en faisant cristalliser le sel monoammonique dans l'acide chlorhydrique à 4 pour 100.

Paillettes brun doré, peu solubles dans l'eau froide, solubles dans l'eau chaude, insolubles dans les autres solvants usuels. Ce produit, porté à l'étuve à 120°, ne perd pas d'eau.

Analyse. — C % 21,58; H % 3,08; N % 8,86; S % 19,0 (calculé pour $C^6H^{10}O^{10}N^2S^2$: C % 21,54; H % 3,01; N % 8,38; S % 19,19).

β-diaminoquinone-disulfonatediammonique $C^6O^2(NH^2)^2(SO^3NH^4)^2, 5H^2O$. — On dissout le sel monoammonique dans un excès d'ammoniaque; on le précipite par l'alcool ajouté goutte à goutte. Le produit est ensuite essoré et séché dans un dessicateur à potasse, puis à l'air.

Aiguilles microscopiques jaunes pâles F = 240° déc., très solubles dans l'eau, même à froid, insolubles dans les solvants usuels.

Analyse. — C % 18,71; H % 4,66; N % 15,11; S % 16,93. (Calculé pour $C^6H^{18}O^{11}N^4S^2$: C % 18,63; H % 4,69; N % 14,50; S % 16,60.)

On voit que ce produit contient un léger excès d'ammoniac. Chauffé à 120°, il perd une molécule d'eau et devient alors très hygroscopique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude de l'oxydabilité réversible des composés organiques : sur le dihydroxyde du bis (p-bromophényl) diphénylrubène.* Note [1] de M. LÉON ENDERLIN, présentée par M. Marcel Delépine.

Parmi les termes intermédiaires d'oxydation des rubènes se trouvent les dérivés dihydroxylés $R(OH)^2$, qui présentent un intérêt spécial en raison de leurs relations particulièrement simples avec les rubènes d'une part et les autres termes d'oxydation d'autre part. On ne connaissait jusqu'à présent que deux de ces corps : le dihydroxydihydrotétraphénylrubène [2] et le dihydroxydihydro-bis (*p*-tolyl) diphénylrubène [3]. J'ai réussi à en préparer un nouveau : le dihydroxydihydro-bis (*p*-bromophényl) diphénylrubène.

Préparation. — La manière la plus simple d'obtenir ce produit consiste dans l'oxydation classique au permanganate du bis-*p*-bromophényldiphénylrubène. A cet effet on agite 1^g de rubène, dissous dans 500^{cm^3} de benzène, avec 500^{cm^3} d'une solution aqueuse de permanganate de potassium à 1 pour 1000, légèrement acide, jusqu'à décoloration complète ; l'opération

---

(1) Séance du 16 mars 1936.

(2) CHARLES DUFRAISSE et MARIUS BADOCHE, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 63.

(3) LÉON ENDERLIN, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 945.

peut demander plusieurs heures. Le produit est extrait par les méthodes habituelles et purifié par recristallisation dans le benzène. Le rendement atteint 80 pour 100.

Propriétés. — Le dihydroxydihydro bis (*p*-bromophényl) diphénylrubène se présente sous forme de longues aiguilles exemptes de solvant. Il correspond à la fixation de deux oxhydryles sur la molécule de rubène et répond donc à la formule $C^{42}H^{26}Br^2(OH)^2$. Les oxhydryles ont été caractérisés et dosés au moyen du réactif de Grignard; les déterminations ont donné 1,85 au lieu de 2.

Comme les deux autres dérivés dihydroxylés analogues déjà connus, il n'est pratiquement pas dissociable en ses constituants: rubène et oxygène; mais il peut être réduit quantitativement en rubène au moyen du fer et de l'acide acétique.

Il est très sensible aux agents de déshydratation. Sous l'influence de la chaleur seule, il se décompose déjà à 220°, avec perte d'une molécule d'eau pour se transformer en monoxyde

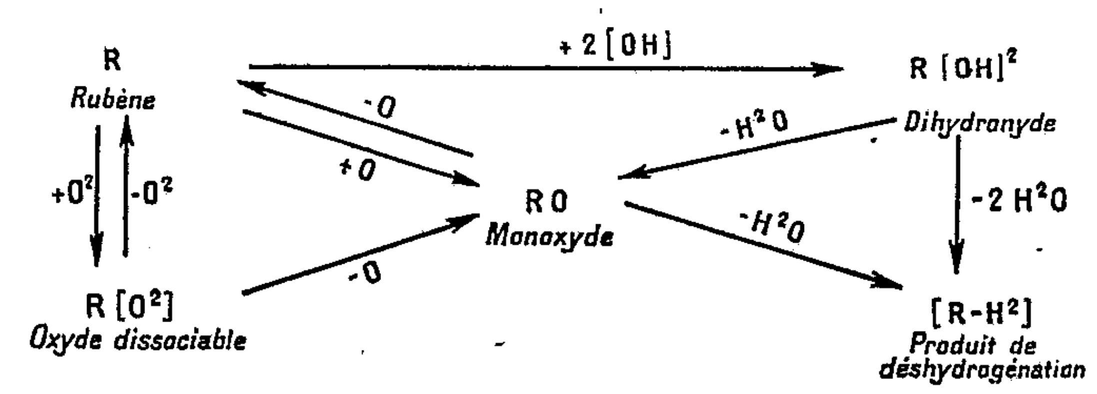
$$C^{42}H^{26}Br^2(OH)^2 - H^2O \rightarrow C^{42}H^{26}Br^2O.$$

Par suite de cette facile décomposition il est impossible de prendre le point de fusion du produit; ce que l'on observe, c'est le point de décomposition, qui est instantané à partir de 230°.

Cette facile déshydratation se manifeste encore dans l'action de l'acide acétique et de l'acide sulfurique. L'acide acétique bouillant et l'acide sulfurique froid, lui enlèvent 2 molécules d'eau pour le transformer en un produit $C^{42}H^{24}Br^2$ moins riche en hydrogène que le rubène et caractérisé par une belle fluorescence violette

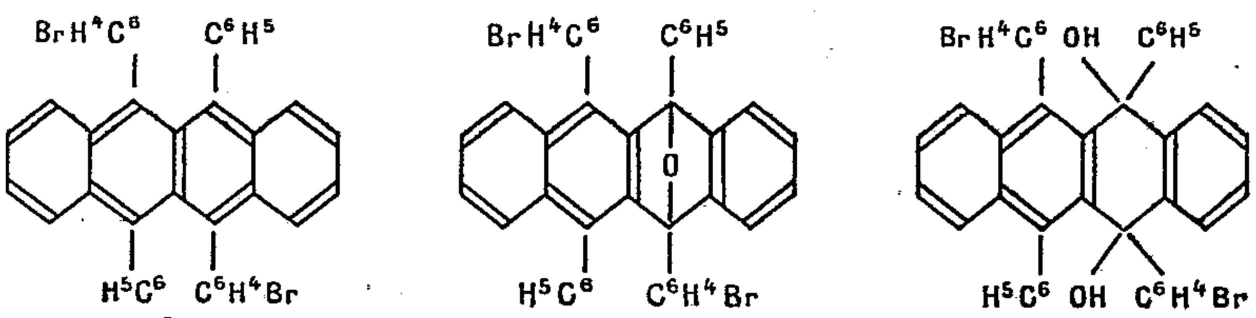
$$C^{42}H^{26}Br^2(OH)^2 - 2H^2O \rightarrow C^{42}H^{24}Br^2.$$

Constitution. — Toutes ces réactions d'oxydation et de réduction, dont on peut représenter celles qui ont été réalisées expérimentalement par le schéma suivant (où $R = C^{42}H^{26}Br^2$) :



permettent d'établir les relations du nouveau dérivé avec les autres oxydes de sa série et d'en déduire la constitution.

En effet, si nous adoptons pour le bis (p-bromophényl) diphénylrubène et son monoxyde les formules I et II, déjà établies ([1]), celle du dérivé dihydroxylé devra être de la forme III, dans laquelle les deux oxhydryles



I II III

sont placées en position 9.10, ce qui permet de rendre compte facilement de toutes les transformations indiquées. C'est cette formule que je propose également pour tous les autres dihydroxyrubènes déjà connus.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrolyse ménagée des dérivés acétylés des sucres réducteurs*. Note de M. **Marcel Frèrejacque**, transmise par M. Richard Fosse.

Dans les dérivés complètement acétylés des oses réducteurs, le groupe $OCOCH^3$ fixé en 1 jouit d'une mobilité particulière : c'est ainsi que le β-pentacétylglucose, traité par une solution acétique d'acide bromhydrique, donne naissance à l'acétobromoglucose par substitution de 1^{at} de Br au radical $OCOCH^3$ fixé en 1.

La labilité de ce groupe $OCOCH^3$ nous a conduit à penser qu'une hydrolyse ou une saponification ménagée permettrait peut-être de passer directement des pentacétylglucoses aux tétracétylglucoses. Après divers essais infructeux (emploi de bases très faibles ou de bases faibles en quantité calculée), nous sommes arrivé à réaliser l'hydrolyse désirée d'une manière un peu paradoxale : les solutions alcooliques des acétates d'amines aromatiqnes réagissent à froid sur les pentacétylglucoses *en présence d'un peu d'acide acétique*, pour donner non pas les tétracétylglucoses eux-mêmes, mais leurs produits de condensation avec les amines utilisées.

([1]) Léon Enderlin, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 669.

La réaction est facile à mettre en évidence dans le cas particulier suivant : on dissout, à 80°, 1g de β-pentacétylglucose dans 20^{cm^3} d'alcool à 95° contenant 1g d'acide acétique; à la solution tiède, on ajoute 1g de paratoluidine et abandonne à 20°. Au bout de 24 heures, il s'est déposé une abondante cristallisation d'un corps que nous avons identifié au paratoluidide du β-tétracétylglucose préparé par J. W. Baker (1) (par action de la paratoluidine sur l'acétobromoglucose) et que nous désignerons, suivant Pictet (2), sous le nom de β-tétracétylglucosylparatoluidine.

Si la réaction est particulièrement simple dans le cas précédent et permet de préparer avec un rendement de 85 pour 100 le dérivé de la toluidine, cela tient à ce que ce dérivé est peu soluble dans l'alcool froid; mais si l'on remplace, dans l'expérience précédente, la toluidine par l'aniline, on n'obtient aucune précipitation; l'étude des produits qui se séparent après addition d'eau glacée montre qu'il s'est fait un mélange d'α- et de β-tétracétylglucosylaniline que nous avons résolu en utilisant, d'une part, la faible solubilité dans le tétrachlorure de carbone froid d'une combinaison bien cristallisée du dérivé β avec une molécule de CCl^4 et, d'autre part, la faible solubilité relative du dérivé α dans CH^3OH froid. Si l'on désire préparer le dérivé α, il est plus avantageux de partir de l'α-pentacétylglucose, en arrêtant la réaction avant que l'équilibre $\alpha \rightleftharpoons \beta$ soit établi.

La réaction s'étend sans difficulté aux β-octacétyllactose et β-octacétylmaltose ainsi qu'à l'α-octacétylcellobiose; mais la faible solubilité dans l'alcool de ce dernier dérivé nous a contraint à effectuer la réaction à 80°.

Les amines substituées ainsi obtenues sont des corps qui cristallisent facilement; toutefois quelques dérivés, ceux du maltose en particulier, n'ont été primitivement obtenus que sous forme de sirops qui n'ont cristallisé qu'après des traitements réitérés avec l'alcool absolu. Les solutions chloroformiques de ces corps présentent le phénomène de la mutarotation. Ils sont aisément hydrolysés à froid par une solution alcoolique d'acide oxalique.

L'atome d'hydrogène fixé à l'atome d'azote de ces amines substituées peut être facilement remplacé par un groupe $COCH^3$, par traitement avec l'anhydride acétique à 120° en présence d'acétate de sodium ou plus commodément encore à 100° en présence de chlorure de zinc : les dérivés obtenus ne sont plus hydrolysables par l'acide oxalique; leurs solutions chlorofor-

(1) *Journal of the Chemical Society*, 1928, p. 1583.
(2) A. Pictet et P. Castan, *Helvetica Chemica Acta*, 4, 1921, p. 319.

miques ne présentent plus le phénomène de la mutarotation, observation analogue à celle faite par Baker (*loc. cit.*) sur la tétracétylglucosyl méthylaniline : pour qu'il y ait mutarotation, il faut qu'il reste un atome d'hydrogène libre.

Le tableau suivant résume les constantes de corps nouveaux préparés au cours de ce travail :

	F.	$[\alpha]_D^{22}$(CH Cl³).	$[\alpha]_{546}^{22}$.	$\alpha_{436}/\alpha_{578}$.	N °/₀.	N °/₀ Th.
α-tétracétylglucosylaniline	143°	+180°	+221°	2,01	3,37	3,31
β-tétracétylglucosylacétylaniline	100	+ 76,1	+ 94,7	2,17	2,94	3,01
β-tétracétylglucosylacétylparatoluidine	142	+ 64,2	+ 82,3	2,23	2,86	2,92
β-tétracétylglucosylacétylparabromoaniline	134	+ 48,4	+ 60,8	2,29	2,56	2,57
α-heptacétyllactosylaniline	197	+ 99,2	+123	2,06	1,90	1,96
β-heptacétyllactosylaniline	152	− 31	− 41,4	2,37	1,97	1,96
β-heptacétyllactosylparatoluidine	202	− ε	− ε	−	1,92	1,93
β-heptacétylmaltosylaniline	205	+ 36,9	+ 43,7	1,5	1,93	1,96
β-heptacétylmaltosylparatoluidine	182	+ 39,3	+ 47,2	1,5	1,95	1,93
β-heptacétylcellobiosylaniline	218	− 16	− 18,7	−	2,00	1,96
β-heptacétylcellobiosylparatoluidine	215	+ ε	+ 2	−	1,95	1,93

CRISTALLOGRAPHIE. — *Modifications du faciès des cristaux d'acide urique par les matières colorantes ajoutées à l'eau mère.* Note de M. **Paul Gaubert.**

Les cristaux d'acide urique ont été surtout étudiés par W. M. Ord [1], A. Brun [2] et P. Groth [3]. Ils appartiennent au système orthorhombique et se présentent sous des formes très variées, dues probablement à la présence de substances dissoutes dans l'urine ; c'est ce qui m'a amené à étudier l'action des matières colorantes sur ces cristaux.

Les cristaux purs sont en lamelles carrées rectangulaires ou losangiques. Groth note g^1 (010) la face d'aplatissement ; pour la facilité des descriptions je la prends pour p(001) et les faces limitant le rhombe deviennent m(110) et celles des lames carrées $a^x(10x)$ et $e^x(01x)$. L'angle des faces m étant voisin de 63°, le rapport $a : b = 0,613$.

Les propriétés optiques permettent non seulement d'orienter les lames,

---

(1) *The influence of colloides upon cristalline form and cohesion,* London, 1879.

(2) *Arch. Sc. phys. Nat.*, Genève, 7, 1899, p. 284.

(3) *Chemische Krystallographie,* 3, 1910, p. 593.

mais aussi de les distinguer de toutes les autres formations pouvant se produire à côté de l'acide urique. Le plan des axes optiques est dans la face $p(001)$ et c'est *np* qui coïncide avec l'axe *a*. Les indices de réfraction ont été déterminés par Brun. J'ai trouvé une valeur différente pour le petit indice :

$$n_g = 1{,}74,\ n_p = 1{,}57 \text{ au lieu de } 1{,}53 \text{ (Brun)};\ n_g - n_p = 0{,}17.$$

Le polychroïsme des cristaux colorés suivant la règle de Babinet, comme dans toutes les solutions solides, il est facile en considérant les teintes suivant les axes *a* et *b*, de voir dans quelle direction les lames sont allongées.

Je rappellerai que les cristaux purs, déposés d'une solution chaude, sont en lamelles rectangulaires aplaties suivant *p* et limitées latéralement par les faces a^x et e^x et parfois, aussi par *m*, ce qui leur donne une forme octogonale [1].

Toutes les matières colorantes dérivées des goudrons de houille n'agissent pas; voici celles qui m'ont donné les meilleurs résultats :

Fuchsine (sulfate de rosaniline). — Les cristaux d'acide urique formés dans une eau mère contenant moins de 1/10000e de fuchsine sont peu colorés, mais ils ont cependant un faciès particulier. Très allongés suivant l'axe *b* et aplatis suivant *p*, ils sont limités latéralement par les faces $m(110)$ et $a^x(10x)$ qui sont très étroites, à peine visibles.

Avec une quantité plus grande de colorant (1/2000e), les cristaux beaucoup plus colorés que les précédents sont aussi allongés suivant l'axe *b*, mais ils sont remarquables par leurs groupements et leurs ramifications très variées de forme, dus à la production de sous-individus cristallins.

Toutes ces formations peuvent être déduites du type suivant : d'une lame, plus ou moins allongée selon l'axe *a*, partent des sous-individus allongés suivant l'axe *b* et ayant tous l'orientation de cette lame les faces *m* et a^x les limitent sur les bords. Dans les cas les plus simples, l'ensemble a

(1) Avec les cristaux d'acide urique, il se produit parfois, par évaporation d'une solution pure, des lames rectangulaires plus minces et plus grandes que celles de ces derniers; les indices de réfraction surtout n_p sont plus faibles que ceux de l'acide urique et correspondent à ceux donnés par A. Brun. Ces lames étant chauffées au-dessus de 100°, conservent leur transparence et leur homogénéité, mais leurs indices sont alors ceux de l'acide urique. Il s'agit probablement d'un cas de dimorphisme ou d'un hydrate.

la forme d'un peigne dont les dents sont parallèles à l'axe b. Parfois, les dents sont très courtes et le cristal rappelle la forme d'une scie.

Rouge neutre. — Avec cette matière colorante, les cristaux sont très allongés suivant l'axe a, contrairement aux précédents, du moins quand la solution contient beaucoup de rouge, 1/1000e, par exemple. Ils ont presque toujours la forme d'un fuseau ou d'une lame très allongée. Chauffés au-dessus de 100°, ils se fendillent ou plutôt se clivent suivant un plan parallèle à h^1. On a donc là un nouvel exemple montrant l'influence des matières étrangères sur la production des clivages. La solution étant moins colorée, les cristaux ont la forme d'un hexagone régulier limité par g^1 et m (angle des faces m 117°) ou allongé suivant l'axe a.

Violet de méthylène. — Suivant la quantité de matière passant dans les cristaux, l'allongement est plus ou moins grand dans la direction de l'axe a. Parfois ils montrent des secteurs plus colorés que les autres et ayant pour base la face g^1. Quand les cristaux sont très colorés, ils sont petits et fusiformes, comme ceux déposés de l'urine.

La *safranine*, le *brun Bismarck* donnent des résultats voisins de ceux obtenus avec le violet de méthylène.

Le bleu de méthylène colore très légèrement les cristaux, mais les modifie à peine. Plusieurs matières colorantes sont décomposées par l'acide urique. Le bleu de toluidine m'a donné des résultats inattendus : il se produit un corps visqueux biréfringent, de couleur rougeâtre, dont les propriétés rappellent celles de la benzo purpurine, il s'agit certainement d'une solution colloïdale.

Le polychroïsme et le partage de la matière colorante entre les cristaux d'acide urique et l'eau mère indiquent qu'on a des solutions solides. Les cristaux colorés deviennent fluorescents sous l'influence des rayons ultra-violets.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Effet de l'acide β-naphtalène-sulfonique sur la cristallisation du sulfate de cuivre pentahydraté.* Note de M. **Francis Barillet**.

A l'échelle atomique, la composition superficielle des cristaux est variable (quantitativement ou qualitativement) avec les faces considérées; il en découle que les formes obtenues au cours de la cristallisation doivent

varier avec l'adjonction de substances ayant une affinité préférentielle pour certains ions du cristal.

Voici une première série de résultats, obtenus avec le sulfate de cuivre, sur les cristaux duquel l'acide β-naphtalène-sulfonique détermine d'importantes modifications de faciès.

En opérant sur des solutions contenant : eau, 100^g; SO^4Cu, 5 aq. 1250^g; SO^4H^2, 10^g; et refroidies en 12 heures, on obtient, avec différentes proportions d'acide β-naphtalène-sulfonique :

Zéro (témoin). — Cristaux $m(1\bar{1}0)$, $t(110)$, $h^1(100)$, $c^{\frac{1}{2}}(1\bar{1}\bar{1})$, $i^{\frac{1}{2}}(021)$, $e^{\frac{1}{2}}(0\bar{2}1)$. Les développements relatifs des interfaces, c'est-à-dire l'épaisseur du cristal comptée perpendiculairement aux faces [1], sont, en prenant la distance $h^1 h^1$ comme unité : m, 1,78; t, 1,25. Pas de clivage perceptible.

$0^g,3$ *par litre.* — Mêmes faces; développements relatifs des interfaces : m, 1,81; t, 1,24. Indice de clivage selon $g^1(010)$.

$0^g,6$ *par litre.* — Mêmes faces, avec g^1 (010), nacrée (souvent en escalier). Stries parallèles à g^1, fortement marquees sur $c^{\frac{1}{2}}$, $i^{\frac{1}{2}}$, $e^{\frac{1}{2}}$; nettes sur m, t, h^1. Développement des interfaces : m, 1,70; t, 1,22; g^1, 5. Clivage g^1 très facile.

$0^g,8$ *par litre.* — Mêmes faces (m est parfois absente). Profonds sillons parallèles à g^1 sur toutes les faces, mais plns accusés encore sur $c^{\frac{1}{2}}$, $i^{\frac{1}{2}}$, $e^{\frac{1}{2}}$. Développement des interfaces : m, 1,68; t, 1,25; g^1, 1,79. Clivage très facile et micacé sur g^1.

$1^g,25$ *par litre.* — Cristaux aplatis sur g^1 (la plus grande dimension atteint parfois 60^{mm} et l'épaisseur 1/20e à 1/50e de millimètre), limités par $c^{\frac{1}{2}}$, $i^{\frac{1}{2}}$, h^1 (parfois h^1 et t à la fois, rarement t). Développement interfacial pour g^1 : 0,001.

5^g *par litre.* — Les cristaux, d'un bleu pâle nacré, envahissent toute la solution. On peut retourner complètement le récipient qui la renferme sans qu'il s'écoule une goutte d'eau mère (dans l'essai témoin, on a séparé 140^g d'eau mère pour 100^g de cristaux environ). Par malaxage, on arrive à séparer quelques centimètres cubes d'eau mère et la masse abandonnée reprend comme un gel thixotropique, sur lequel on peut réitérer l'opération. L'épaisseur des cristaux est inférieure à 1/100e de millimètre, d'où l'on calcule que la surface de 1^g de sulfate, dans cette cristallisation, est au minimum de 869^{cm^2}, et celle du sulfate cristallisé, à partir de 1^{kg} de solution, de 36^{m^2}.

Dans les solutions de même composition et de même concentration, mais rapidement refroidies, les dimensions des cristaux sont beaucoup plus faibles et la thixotropie beaucoup plus marquée.

L'analyse des cristaux lamellaires, claircés, montre qu'ils sont constitués par SO^4Cu, 5 aq.

---

[1] On a pris la moyenne de *tous* les cristaux assez nets, dans tous les essais, sauf ceux qui ont donné des cristaux laminaires.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Structure du bromure double de cuivre et d'ammonium.* Note de M. **Alfred Silberstein**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons donné (1) les valeurs des paramètres cristallins du bromure double de cuivre et d'ammonium. Nous avons comparé ces paramètres à ceux du chlorure correspondant, dont la structure complète a été décrite par Hendricks et Dickinson.

Admettant l'isomorphisme des deux sels, on suppose que la structure du bromure se déduit de celle du chlorure par simple remplacement du chlore par le brome.

On rappelle que le groupe spatial est $P4/mnm$ (D_{4h}^{14}).

Les positions des atomes sont (2) :

	2Cu.	4NH⁴.	4Br.	4Br.	4H²O.
Positions...........	*a*	*d*	*f*	*g*	*e*
Paramètres.........	–	–	*u*	*v*	*w*

Les rayons atomiques du chlore et du brome sont (3) :

$$\rho_{Cl} = 1{,}81\,\text{Å}, \qquad \rho_{Br} = 1{,}95\,\text{Å}.$$

Nous avons, pour le bromure, calculé les valeurs des paramètres u, v, w de la structure. Pour chacun des plans réticulaires le facteur de structure dépend des paramètres, de l'angle θ et des pouvoirs réflecteurs f_{Hl} différents quand on remplace le chlore par le brome.

Après divers tâtonnements nous sommes arrivé à déterminer les paramètres u et v fixant la position des halogènes. Les intensités calculées sont en accord avec celles qu'on observe sur les clichés. Du fait que f_{Br} est plus grand que f_{Cl}, pour la plupart des plans le facteur de structure augmente. Le plan (031) est particulièrement intéressant; dans ce cas le facteur de structure baisse quand on passe du chlorure au bromure. Expérimentalement la tache (031) du bromure est comparativement plus faible que dans le chlorure.

---

(1) Silberstein, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 970.

(2) Les coordonnées sont données par les *Tables internationales pour la détermination des structures des cristaux*, Paris, p. 221.

(3) *Tables internationales*, p. 611.

Les tableaux suivants complètent celui donné dans la Note citée :

$CuCl^2$, $2NH^4Cl$, $2H^2O$ (Hendricks et Dickinson)	$u = 0,217$	$v = 0,221$	$w \sim 1/4$
$CuBr^2$, $2NH^4Br$, $2H^2O$	$u = 0,218$	$v = 0,222$	$w = 1/4$

Distances interatomiques en angströms.

$CuCl^2.2NH^4Cl.2H^2O$ (1).	Cu-Cl(*f*) = 2,326	Cu-Cl(*g*) = 3,00	Cu-O = 1,99
$CuBr^2.2NH^4Br.2H^2O$...	Cu-Br(*f*) = 2,46	Cu-Br(*g*) = 3,14	Cu-O = 2,20

Le fait que la structure du chlorure a pu être étendue à celle du bromure constitue une preuve en faveur de ces structures.

L'atome de cuivre a pour voisins 2^{at} d'oxygène et 4^{at} de brome de deux espèces différentes. La nature différente des atomes de brome du complexe est sans doute responsable de son instabilité. Dans l'eau il réagit comme les deux sels qui le composent. On remarque que l'eau entre dans la constitution du complexe.

$$\begin{bmatrix} CuBr^4 \\ 2H^2O \end{bmatrix}.$$

Ceci peut d'ailleurs se vérifier chimiquement parce qu'on peut remplacer l'eau par des molécules organiques.

MINÉRALOGIE. — *Remarques sur la répartition des principales minéralisations du Maroc.* Note (2) de MM. **F. Blondel** et **J. Bondon**.

Laissant de côté certains gisements d'origine encore douteuse (traces de cuivre dans le Cambrien et le Permo-Trias, fer silurien, graphite, étain et titane) et des substances d'origine non magmatique (charbon, pétrole et phosphate), on peut, en utilisant les renseignements contenus dans de nombreuses études antérieures et diverses suggestions auxquelles nous à conduits notre récent voyage, schématiser comme suit les principales minéralisations du Maroc :

1° Dans le *Précambrien* (Anti-Atlas), on trouve une minéralisation du type classique des zones précambriennes : cobalt, nickel (et accessoirement

(1) A partir des valeurs des paramètres *u* et *v* donnés par Hendricks et Dickinson, on ne peut pas retrouver les distances interatomiques donnés par ces auteurs et rappelés dans les *Strukturbericht*, p. 369 et 425.

(2) Séance du 24 février 1937.

cuivre et chrome), liée à des venues basiques; or, dans des filons ou des veines de quartz. Nous croyons avoir montré, en effet, que l'or qui est connu dans le cobalt a une origine indépendante de ce dernier.

2° Dans le *Cambrien*, des venues importantes de manganèse qui, vraisemblablement, par remaniements latéritiques, ont donné ultérieurement au Crétacé d'autres gisements du même métal; ces gîtes sont concentrés sur le pourtour du socle précambrien du Siroua, entre l'Anti-Atlas et le Grand Atlas.

3° Des venues *hercyniennes* de granite ont donné des gisements de molybdène dans le Grand Atlas occidental, notamment à Azegour et au Tichka.

4° Vers la *fin du Jurassique ou du Crétacé*, le Grand Atlas et le Moyen Atlas ont été envahis par une minéralisation en plomb que l'on peut penser être liée à des mouvements de cet âge. Cette minéralisation en plomb a deux aspects différents : un type filonien là où affleurent les terrains un peu anciens (et notamment dans l'ouest du Maroc); un type stratiforme dans le Lias, notamment bien représenté dans le Maroc oriental (région d'Oujda). Les deux formes coexistent dans le centre de la Chaîne (région de Midelt).

Ce schéma montre, une fois de plus, qu'à chaque âge de mouvements est liée une minéralisation bien spéciale. On remarquera en outre que, dans la description précédente qui suit l'ordre chronologique, on s'est déplacé géographiquement du Sud vers le Nord.

GÉOLOGIE. — *Le Dévonien moyen et supérieur du Léon (Espagne).* Note de M. **Pierre Comte**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Après avoir précédemment tracé les grandes lignes de la série dévonienne du Léon et donné les détails essentiels concernant le Dévonien inférieur [1], j'apporterai dans la présente Note quelques compléments sur le Dévonien moyen et supérieur.

La série mésodévonienne débute avec la partie culminante des *calcaires de Santa-Lucia* et se poursuit par les *schistes de Huergas* et les *calcaires de la Portilla*. Le Dévonien supérieur comprend les *grès de Nocedo*, les *schistes du Fueyo* et les *grès de l'Ermitage*.

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 337-339, et 202, 1936, p. 771-773.

La zone à *Spirifer cultrijugatus*, épaisse de 20 à 30^m, située au sommet des *calcaires de Santa-Lucia* renferme la faune suivante (¹) : *Spirifer cultrijugatus* Rœm. (abondant), *S. paradoxus f. Pellicoi* Vern., *S. subcuspitadus* Schn., *S. speciosus* Schl. (rare), *Cyrtina heteroclita* Defr. var., *Schizophoria striatula* Schl., *S. Beaumonti* Vern., *Dalmanella opercularis* var. *sacculus* Sand., *Stropheodonta piligera* Sand., *S. interstrialis* Phil., *S. tœniolata* Sand., *Schellwienella umbracula* Schl., *Uncinulus Orbignyanus* Vern., *Sieberella hercynica* Half., *Meganteris Archiaci* Vern., *Paracyclas rugosa* Gold., *Platyceras* sp., *Megistocrinus Waliszewskii* Œhl.

Les principaux éléments de la faune des *schistes et grès de Huergas*, abstraction faite de la zone supérieure, sont : *Spirifer elegans* Stei., *S. speciosus* var. *intermedia* Kay., *S. subcuspidatus* Schn.?, *Schizophoria striatula* Schl., *Stropheodonta interstrialis* Phil., *S.* cf. *subarachnoida* Vern., *Schellwienella umbracula* Schl., *Chonetes sarcinulatus* Schl., *Chonetes minutus* Schl., *Camarotœchia* cf. *hexatoma* Schn., *Cardiola subconcentrica* Beus., *Buchiola sexcostata* Roem. var., *Posidonomya Pargai* Vern., *Pterinea Paillettei* Vern., *Loxonema reticulata* Phil., *Tentaculites* sp., *Anarcestes* cf. *subnautilinus* Beyr., Orthoceres, *Phacops Potieri* Bayl., *Cryphaeus* sp., *Pleurodictyum* sp. — Cette faune et celle du sommet des *calcaires de Santa Lucia* sont typiquement *eifeliennes*.

Dans l'assise supérieure des schistes de *Huergas*, on trouve *Anarcestes Rouvillei* v. Kohn qui définit la base du *Givetien*. Les *calcaires de la Portilla* qui font suite ont d'ailleurs une faune *givetienne* bien caractérisée : *Spirifer mediotextus* A. V., *S. undifer* Roem., *S.* aff. *Verneuili* (en particulier des variétés très voisines de *S. tenticulum* et *S. orbelianus*), *Cyrtina heteroclita* Defr. var., *Athyris concentrica* v. Buch, *Merista plebeia* Sow., *Schizophoria striatula* Schl., *Rhipidomella Eifeliensis* Vern., *Stropheodonta nobilis* Mc Coy, *S. interstrialis* Phil., *Schellwienella umbracula* Schl., *Gypidula globa* Bron., *Stringocephalus Burtini* Defr., *Cupressocrinus crassus* Gold. On y trouve aussi de nombreux polypiers.

Les principaux fossiles rencontrés dans les *grès de Nocedo* sont : *Spirifer Verneuili* Murch (abondant, sauf à la base)., *S. Bouchardi* Murch., *Athyris concentrica* v. Buch., *Rhipidomella Dumontiana* Vern., *Stropheondonta* cf.

(¹) Dans son travail sur les *fossiles de Santa-Lucia* (*Bull. Soc. Géol. fr.*, 3e série, 24, 1897, p. 814-875 et 4e série, 1, 1901, p. 233 à 250) D. P. Œhlert décrit un certain nombre d'espèces provenant pour la plupart semble-t-il des *calcaires de Santa-Lucia* et en particulier de ce niveau.

Ferquensis Rig., *Strophonella retrorsa* Kay., *Productella productoides* Murch., *P. subaculeata* Murch., *Schellwienella umbracula* Schl., *Chonetes Hardrensis* Phil. Cette faune est inconstestablement *frasnienne*, mais il est possible que, dans le bassin du Bernesga, l'extrême base de cette formation soit encore *givetienne* car *Spiriffer Verneuili* y est rare et *Spirier Bouchardi* y manque.

Dans les *schistes du Fueyo*, et en particulier au gisement signalé par Ch. Barrois (¹), j'ai trouvé : *Camarotœchia letiensis* Goss., *Productella subaculeata* Murch., *Retzia* sp., *Buchiola palmata* Gold., *B.* cf. *dillensis* Bens., *Avicula bodana* Rœm., *Cardiola subradiata* Holt., *Posidonomya venusta* Mstr., des Gastéropodes, des Céphalopodes (*Orthoceras*, *Bactrites*) et des débris de végétaux appartenant au groupe des *Cyclostigma*.

Les fossiles des grès de l'Ermitage qui terminent ici la série devonienne sont : *Spirifer Verneuili* Murch. (peu abondant), *Athyris concentrica* v. Buch, *Dalmanella interlineata* Phil. (abondante dans les derniers bancs), *Camarotoechia letiensis* Goss. (commune), *Aviculopecten* sp. La présence de *Camarotoechia letiensis* n'est pas un argument suffisant pour affirmer ici la présence de *Fammennien*, car cette Rhynchonelle existe parfois à un niveau plus bas du Dévonien supérieur (²).

Les relations de ce Dévonien avec celui des *Asturies* (³) sont aisées à suivre : Les *grès inférieurs de Candas* (= *grès du Naranco*) correspondent approximativement aux *schistes de Huergas;* les *calcaires de Candas*, sauf leur sommet, aux *calcaires de la Portilla;* le sommet des *calcaires de Candas* et les *grès supérieurs de Candas* (désignés par erreur sous le nom de *grès de Cué*) aux *grès de Nocedo*. En *Bretagne*, les *schistes de Porsguen* (⁴), en majeure partie contemporains des *schistes de Huergas*, présentent un facies très voisin.

(¹) *Mém. Soc. Géol. Nord*, 2, Mém. 1, 1882, p. 506. Ces schistes avaient été attribués au Dévonien moyen.

(²) J. Laverdière, *Mém. Soc. Géol. Nord.* 10, Mém. 2, 1930, p. 95.

(³) Ch. Barrois, *Mém. Soc. Géol. Nord*, 10, Mém. 2, 1930, p. 95, et G. Delépine, *C. R. Soc. Géol. Fr.*, 15, 1932, p. 204-205; *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 238, et 195, 1932, p. 1401.

(⁴) Ch. Barrois, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 27, 1898, p. 239-243.

GÉOLOGIE. — *Sur l'apparence d'un rebroussement vers le chevauchement des nappes varisques par les nappes armoricaines dans le sillon houiller franco-belge.* Note de M. **Armand Renier**, présentée par M. Charles Jacob.

Pour qui chemine suivant le sillon houiller franco-belge ([1]), non pas d'Ouest en Est comme Ed. Suess, mais d'Est en Ouest, c'est aux abords de Charleroi, à Jamioulx, qu'est le premier rebroussement franc entre la chaîne varisque, poussée du Sud-Sud-Est au Nord-Nord-Ouest et la chaîne armoricaine, poussée du Sud-Sud-Ouest au Nord-Nord-Est et même du Sud-Ouest au Nord-Est.

Jamioulx est au sommet méridional d'un élargissement superficiel du sillon houiller qui, de forme triangulaire, est bordé au Sud-Est et au Sud-Ouest par de médiocres hauteurs constituées de Dévonien; d'où, au temps des conceptions fixistes, son nom d'*anse de Jamioulx*. De longue date, on sait que le Dévonien repose par faille sur le sillon houiller et, depuis vingt ans, grâce à des sondages, on ajoute qu'à l'Ouest de Jamioulx, cette faille est plissée, mais assez plate. A l'Ouest du rebroussement, en avant et parallèlement au *massif* (dévonien) *du Midi*, s'étale dans l'anse, sur une longueur de 11^{km}, de Fontaine-l'Évêque à la tombe romaine de Marcinelle, un massif comportant des formations antéhouillères en bandes de direction armoricaine, dont l'ensemble s'emboîte nettement, surtout à son extrémité Est, dans les allures assez chiffonnées des couches de houille exploitées immédiatement au-dessous.

Quand prirent corps les conceptions de tectonique dynamique, l'explication de cette situation trouva, en 1880, sous la plume de J. Smeysters, une forme d'expression qui reflète par avance celle adoptée par Ed. Suess quand il définit la notion nouvelle de rebroussement. « Ces accidents accusent l'existence de deux centres de compression du bord méridional du bassin, dont les efforts convergents ont amené les évolutions capricieuses et mouvementées des couches de la région centrale. Sous l'effort de cette double action, les parties fracturées ont subi une sorte de translation du Midi vers le Nord, et, pour plusieurs d'entre elles, un mouvement simultané de rotation auquel l'expansion du terrain houiller vers Jamioulx n'est pas *étrangère*. »

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 964.

D'après les tracés de la carte géologique détaillée (feuille Gozée-Nalinnes, parue en 1901), reproduite sur la carte d'ensemble à l'échelle du 160 000e, publiée en 1920, les allures de la partie Est de l'anse se poursuivent dans sa partie Ouest; *le Houiller y butte contre la faille du Midi avec une direction perpendiculaire à celle du massif du Midi.* Ces vues de L. Bayet ont, tout récemment, été confirmées et précisées. Des reconnaissances par puits et longues galeries ont été poussées à grande profondeur sous le massif du Midi : le Houiller se poursuit ainsi, au long de la vallée de la Sambre, pour le moins sur $5^{km},5$ avec une direction d'ensemble perpendiculaire à celle du massif du Midi : *le chevauchemenl est donc patent.*

Sans doute, pour compléter la démonstration, faudra-t-il faire voir, en outre, que le massif du Midi du bord Sud-Est de l'anse de Jamioulx, ayant manifestement partie liée avec le fond de cette anse, est, lui aussi, chevauché par le *massif du Midi,* du bord Sud-Ouest, c'est-à-dire que la trace de la faille du Midi du bord Sud-Ouest de l'anse, loin de se raccorder à celle du bord Sud-Est, donc de se poursuivre vers Nord-Est, se poursuit au contraire vers Sud-Est à l'Est de Jamioulx. Un coup d'œil sur les tracés de Bayet fait constater qu'ils sont hypothétiques, immédiatement à l'Est de Jamioulx : le plateau de Nalinnes est recouvert d'un manteau de sables éocènes. Par delà, dans l'Entre-Sambre-et-Meuse, les charriages sont nombreux et divers.

Il faut donc retenir que sur les bord de l'anse de Jamioulx se constate une sorte de « rencontre de deux directions différentes de la force qui engendre le plissement »; bien que, à l'extrémité Est du massif de la Tombe harmoniquement enchassé dans son substratum, il y ait quelque aspect de rebroussement, les efforts ne sont pas en définitive convergents; *dans l'ensemble, le chevauchement est net.*

L'existence sur une même verticale de directions perpendiculaires dans des massifs superposés ne peut être décevante. Quiconque s'applique à définir les traits structuraux d'un complexe sédimentaire, aboutit toujours au dessin d'un réseau grossièrement orthogonal : les plis les plus accentués seront régionalement qualifiés de longitudinaux; ceux de l'autre système, de transversaux. Analytiquement, il existe en tout point deux tendances dont la combinaison définit la direction locale d'un ensemble de strates. Mais la force qui engendre le plissement n'étant efficace que dans la direction normale à celle des strates, il n'en reste pas moins vrai que, là où des plis longitudinaux s'avèrent tellement indépendants qu'ils en viennent longuement à se trouver perpendiculaires les uns aux autres dans des massifs

superposés, ceux-ci doivent être tenus pour appartenant à deux chaînes distinctes. Leur ajustement dans les plissements postérieurs aux charriages ne se fait toutefois que moyennant broyage sur une certaine hauteur du sommet des massifs chevauchés. Preuve : l'existence en Hainaut d'une nappe failleuse épaisse de plusieurs centaines de mètres, qui jouant un rôle analogue à celui du Wildflysch dans les Alpes, se retrouve partout entre la chaîne armoricaine et la chaîne varisque.

Le tracé de cartes alors peu poussé du sillon houiller franco-belge m'a permis, dès 1919, de distinguer divers plis traversaux du sillon houiller. L'un d'eux dirigé Sud-Est-Nord-Ouest provoque un ennoyage rapide vers Sud-Ouest de l'ensemble jusque-là dirigé d'Est en Ouest et plutôt de système varisque; c'est l'anticlinal de Puagne. En 1932, grâce à la coupe du nouveau puits n° 3 de la houillère du Boubier, j'ai décrit les abords de ce pli; je puis aujourd'hui ajouter que l'avancée brutale des nappes armoricaines sur les nappes varisques dans l'*anse de Jamioulx* est l'effet paroxysmal de cet ennoyage brutal. Il est d'ailleurs aisé de faire voir, sur la base de quelques épures théoriques, que toutes les complications de structure consignées sur les cartes détaillées s'expliquent très simplement étant donné les faits nettement constatés. C'est par l'allure, prouvée relativement plate et nettement cisaillante, des nappes armoricaines, que se justifie leur avancée décisive, dans le sillon houiller avec le massif de la Tombe, sur sa bordure avec le *massif du Midi du Sud-Ouest de Jamioulx*.

GÉOLOGIE. *Présence de mylonites dans un conglomérat viséen au Sud de Tarare et interprétation des terrains anciens dans les Monts du Lyonnais.* Note de M. **Albert Michel-Lévy**, présentée par M. Charles Jacob.

Au lieu dit Le Pont, sur la route de Tarare à Affoux (Feuille de Lyon au 80000e), se rencontre un lambeau de conglomérat fin, dans lequel l'étude en plaques minces a montré la présence de nombreux fragments anguleux d'une belle mylonite; celle-ci, séricitoschisteuse, à épaves de quartz et de feldspaths, correspond au broyage d'un gneiss ou d'un granite. Le conglomérat fait partie d'un complexe où l'on rencontre des tufs dacitiques laminés, des scories vitreuses et des ponces dans lesquels apparaissent les lentilles calcaires du Goujet et de la Béruda; ces dernières, avec leurs fossiles, sont d'âge viséen.

Au Nord de Tarare (Feuille de Bourg), on voit le substratum du Viséen.

Sous un niveau presque horizontal d'un poudingue à galets de calcaire à *Endothyra* et parfois à galets de granite (La Croix-Nicelle), apparaissent, dans les fonds de vallée (Létra, vallée de l'Azergue), des roches à faciès cristallophyllien où l'on trouve de fins amphiboloschistes, des gneiss ou des granites à amphibole cataclasés, enfin un abondant matériel felsdpathique, très mylonitisé, allant jusqu'à des séricitoschistes à épaves. C'est dans ce substratum qu'il faut chercher l'origine des éléments du conglomérat viséen.

Donc, antérieurement au Viséen, à une époque que l'on ne saurait mieux préciser pour le moment, une phase tectonique importante a ramené au jour et broyé un granite ou un gneiss préformé.

Ultérieurement le Viséen lui-même a été laminé en certains points, comme cela est le cas au sud de Tarare, dans les gisements du Grand Saint-Pierre et du Goujet.

Je rappellerai que ce même Viséen, au nord des Écharmeaux (nord de la feuille de Bourg), est métamorphisé par un granite tardif dans le versant occidental du Saint-Rigaud.

Il y a donc au moins deux phases distinctes de genèse de granites et deux phases de tectonisation des roches dans le Primaire du Lyonnais.

A ces gneiss du versant Est de la chaîne des Monts du Lyonnais, du Beaujolais et du Mâconnais, on peut opposer les granites antéviséens et probablement tournaisiens, d'allure tranquille et non gneissifiés, qui affleurent sur le versant Ouest, vers Cuinzier (Feuille de Roanne); ces granites ont une bordure de schistes maclifères qui est remaniée en conglomérat dans le Viséen de Jarnosse; ils sont probablement à relier aux granites tournaisiens de la région de Luzy, dans le sud du Morvan.

En définitive, c'est à trois phases de mise en place de granite qu'il faudrait songer dans cette région; une phase ancienne allant avec les gneiss, puis une phase tournaisienne de grande ampleur, enfin une phase viséenne restreinte.

ZOOLOGIE. — *Sur la montée des Civelles.*

Note de M. **Georges Athanassopoulos**, présentée par M. Charles Pérez.

C'est un fait bien connu que la pénurie des montées de Civelles dans la Méditerranée orientale, en comparaison des abondantes montées de la Méditerranée occidentale. La montée a été jusqu'ici observée en deux points

de la Grèce, l'un à l'ouest du Péloponèse, l'autre dans le Golfe d'Eleusis, près d'Athènes. J'ai eu l'occasion de l'étudier dans cette dernière région. Mes observations se rapportent à la période janvier-mars de cette année.

Je me bornerai à donner ici les résultats numériques généraux et les conclusions qu'on en peut déduire, réservant les tableaux de détail pour une publication ultérieure.

Le 12 janvier, par exemple, la montée était très faible; les Civelles montantes peu nombreuses et clairsemées. Après une pêche de deux heures environ, sans instruments spéciaux, on a pu en récolter une quinzaine dont la longueur moyenne atteint $63^{mm},33$ et le poids moyen $0^{g},2054$.

Le 24 février, la montée est très forte. Dans les mêmes conditions de temps et de récolte, on a pu capturer 164 individus dont la longueur moyenne est de $64^{mm},30$ et le poids moyen $0^{g},201$.

Au 29 février, la montée est en décroissance, le nombre d'individus capturés, toujours dans les mêmes conditions, ne dépasse pas six douzaines; longueur moyenne $66^{mm},63$, poids moyen $0^{g},194$.

On peut ajouter que des recherches minutieuses pour la recherche des Civelles dans les embouchures de plusieurs fleuves du nord de la Grèce et spécialement de Macédoine (cours d'eau voisins de Salonique, fleuves Vardar, Loudias, Aliakmon, etc.) ont abouti à des résultats absolument négatifs.

1° Il apparaît donc dans le régime de la montée une différence importante entre la Grèce septentrionale et la Grèce méridionale. En pleine Mer Egée, nous ne connaissons aucun point de montée. Il y a également une différence notable entre la Mer Egée et la Mer Ionienne; la montée à l'ouest du Péloponèse étant malgré sa faible intensité bien plus importante que celle d'Eleusis.

2° Les Civelles montantes fin février (Eleusis) sont, en moyenne, notablement plus longues et plus lourdes que celles de janvier; d'où résulte que ce sont des individus plus âgés qui montent les premiers, fait déjà remarqué, sans précision d'ailleurs, par Grassi en Italie. Ici, l'allure du phénomène est beaucoup plus nette.

3° Des individus blancs, longs de plus de 70^{mm}, apparaissent en février avec des individus minces et bien pigmentés de $67\text{-}69^{mm}$.

4° Le pourcentage des Civelles longues de 70^{mm} et plus a été de 8 le 12 janvier, de 5 le 24 février et 26,5 le 29 février. Par contre celui des Civelles mesurant moins de 60^{mm} a été 8 le 12 janvier, 3,25 le 24 février et 2 seulement le 29 février.

5° Les individus complètement blancs, c'est-à-dire les plus immatures ont présenté un pourcentage de 0 le 12 janvier, 5,8 le 24 février et 2 seulement le 29 février.

Tous ces faits tendent à établir que la montée commence en janvier, atteint son maximum en février et diminue ensuite graduellement.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Duplications expérimentales de la région antérieure des têtards chez* Rana temporaria. Note de M. **Raymond Hovasse**, présentée par M. Charles Pérez.

On sait depuis G. Hertwig (1924) que la trypaflavine agissant en milieu alcalin fonctionne comme poison nucléaire et permet, par action sur l'un seulement des gamètes avant la fécondation, d'obtenir des troubles de développement comparables à ceux de la *maladie du radium* de G. Hertwig (1911). On produit ainsi des anomalies variées de la gastrula ou de la neurula, aboutissant à des *spina bifida*.

Par ailleurs, R. Hertwig a montré en 1898 que la courbe de la vitesse de développement de *Rana temporaria* en fonction de la température vient recouper l'axe horizontal au voisinage de 25°. J'ai indiqué en 1923 qu'une température voisine de celle-ci (21-23°), dimiminue le pouvoir régulateur des œufs de cette grenouille, et empêche l'obtention d'embryons parthénogénétiques diploïdes, fait que J. Rostand paraît avoir confirmé par ses expériences de gynogénèse chez le crapaud (1934).

Ayant tenté, en 1935, dans un but précis, de réunir l'action de ces deux facteurs, trypaflavine et température élevée, j'ai eu la surprise d'obtenir, dans une expérience dont je donne ci-dessous le protocole, une proportion relativement élevée d'ébauches présentant tous les degrés possibles de *duplicitas anterior*, depuis des individus monocéphales distomes, jusqu'à des ébauches doubles dans toute la région du tronc, soudées dorsalement par une extrémité caudale commune, et ventralement par la partie postérieure de la région vitelline.

Une ponte de grenouille est répartie en neuf lots, ayant chacun sensiblement 200 œufs. Ils sont fécondés au pinceau, c'est-à-dire avec le minimum de liquide, à l'aide de sperme traité pendant des temps croissants (de 5 en 5 minutes, entre 35 et 50 minutes) par 10 fois son volume d'une solution de trypaflavine à $1/20000^e$, dans l'eau de source (pH = 7,6). Cinq minutes après l'insémination, les lots sont lavés à l'eau courante pendant cinq

nouvelles minutes, et portés alternativement, un lot sur deux, soit à l'étuve à 23°, soit dans une pièce fraîche où la température oscille entre 9 et 11°.

Dans les lots élevés au froid, quelle qu'ait été l'intoxication du sperme, il ne se forme aucune ébauche double.

Parmi les lots élevés à 23°, il n'y en a pas davantage dans ceux où l'intoxication est minima (35 minutes) ou maxima (50 minutes). Par contre, dans le lot traité par du sperme intoxiqué 40 minutes, j'en compte 4 sur 150 œufs développés, et dans les deux lots fécondés au sperme intoxiqué 45 minutes, respectivement 6 et 9 sur 150 et 180 œufs développés : soit pour l'ensemble des trois lots sensiblement 4 pour 100.

L'expérience démontre nettement que deux facteurs ont agi : un certain degré d'intoxication des spermies, et une température élevée, voisine du maximum. Elle indique d'autre part que ni l'un ni l'autre de ces facteurs, pris isolément, ne sont capables de réaliser la formation d'ébauches doubles.

L'action de la trypaflavine n'est pas spécifique, car une irradiation du sperme par les rayons X, d'une durée également définie (anticatode de molybdène, tension de 40000 volts, sous 13 millis, temps d'irradiation efficaces compris entre 1 et 2 minutes), m'a fourni également des ébauches doubles en faible proportion (0,9 pour 100).

Ces expériences, faites en fin de saison de ponte, n'ont pu être renouvelées immédiatement. Je les ai donc reprises au cours de cette saison-ci, cherchant à préciser l'action des facteurs envisagés. Sans vouloir m'étendre sur les résultats obtenus, j'indiquerai seulement qu'ils confirment ceux de l'année précédente, mais indiquent que le phénomène est d'une grande inconstance. Traitées par le même sperme, trypaflaviné ou irradié, des pontes de grenouilles différentes peuvent réagir très inégalement. Chaque fois que la gastrulation est malaisée (gastrulas des types I ou II de Dalcq et Simon, 1931), il n'y a jamais d'ébauches doubles, mais par contre un nombre élevé de *spina bifida*, accompagnant une forte mortalité. Si le lot est peu intoxiqué, il y a peu de *spina bifida*, et les ébauches doubles apparaissent en proportion variant de 0,9 à 3 pour 100; les éclosions sont alors nombreuses et les larves bien viables. L'examen cytologique les montre diploïdes. Comme la température élevée de l'expérience positive exclut la possibilité d'une régulation d'un nombre chromosomique initialement haploïde, *il y a certainement eu amphimixie*, ce qui indique une intoxication réellement très faible de la chromatine mâle, et ne va pas sans suggérer un rapport d'analogie avec les mutations provoquées des généticiens.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la présence de d-catéchol dans l'écorce de Pêcher.* Note de Mlle **Anne-Marie Collot** et M. **Jacques Rabaté**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Au cours de nombreux traitements sur l'écorce de Pêcher ([1]), nous avons observé que l'éther enlève aux écorces une quantité importante d'un produit peu soluble dans l'eau froide, fournissant avec le perchlorure de fer dilué une intense coloration verte virant au violet par addition de quelques gouttes de solution de carbonate de sodium. Nous avons pensé à la présence dans ces écorces d'un catéchol (catéchine) que nous avons pu retirer et identifier au *d*-catéchol.

Préparation. — Elle peut se réaliser de deux façons, selon que l'on s'adresse à des tissus frais ou secs.

1° Les tissus frais (écorces de 5 à 6 ans) sont épuisés par l'alcool bouillant. Celui-ci est distillé et la solution aqueuse concentrée de telle sorte que 100^g d'écorces correspondent à 100$^{cm^3}$ de solution; celle-ci est épuisée par l'éther à plusieurs reprises, les solutions éthérées sont évaporées; l'extrait, repris par l'eau bouillante, fournit après filtration en présence de noir animal, des cristaux blancs de catéchol.

2° Les écorces séchées sont directement épuisées par l'éther dans un appareil de Soxhlet pendant six heures. La solution éthérée est alors abandonnée au frais pendant une semaine : l'amygdonitrile-glucoside et le persicoside contenus dans ces écorces cristallisent. La solution éthérée est alors décantée, évaporée à sec et l'extrait est repris par l'eau bouillante comme plus haut.

La seconde méthode fournit, d'emblée, un produit très pur; le rendement est aussi légèrement supérieur.

Purification. — Le produit brut ainsi obtenu est projeté dans 10 fois son poids d'eau bouillante additionnée de quelques gouttes d'acide acétique. On filtre en présence de noir animal et refroidit aussitôt la solution qui se prend en une masse cristalline que l'on essore et soumet à des purifications identiques jusqu'à constance du point de fusion. Le produit est alors séché et conservé dans le vide sec.

Les solutions de catéchol s'oxydent intensément, même à froid, en milieu faiblement alcalin. Des traces d'acide acétique permettent de limiter cette oxydation par l'air à la température de l'ébullition. Néanmoins, les

([1]) J. Rabaté, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **15**, 1933, p. 385; C. Charaux et J. Rabaté *Comptes rendus*, **200**, 1935, p 1689; *Journ. Pharm. Chim.*, 8e série, **21**, 1935, p. 495.

opérations de purification doivent être conduites très rapidement. Les cristaux de catéchol brunissent lentement à l'air humide. Ils sont stables dans l'air sec, ou mieux dans le vide.

Le rendement en produit pur est voisin de 2^g pour 100^g d'écorce sèche.

Propriétés physiques. — Cristaux blancs groupés en oursins. Saveur astringente et styptique. Odeur nulle. Le catéchol est soluble dans l'eau bouillante, l'alcool, l'acide acétique, l'acétone et l'éther. Le point de fusion au bloc Maquenne est de $+165^\circ$. Séché dans le vide, il perd 9,5 pour 100 de son poids d'eau et reprend 4,8 pour 100 d'eau à l'air humide.

En solution alcoolique le pouvoir rotatoire est très faible et n'a pu être déterminé.

Dans l'acétone à 60 pour 100, $[\alpha]_D = +16^\circ,8$ ($p = 0,2182$; $v = 10$; $l = 2$; $\alpha = +44'$);
Dans l'acétone à 30 pour 100, $[\alpha]_D = +14^\circ,5$ ($p = 0,2182$; $v = 20$; $l = 4$; $\alpha = +38'$);
Dans l'acide acétique, $[\alpha]_D = -7^\circ,5$ ($p = 0,22$; $v = 20$; $l = 2$; $\alpha = -10'$).

Le poids moléculaire, mesuré par cryoscopie dans l'acide acétique anhydre : 278 ($C = 1,035$; $\Delta = 0^\circ,145$).

Propriétés chimiques. — Une solution aqueuse, même très diluée, fournit, par addition de quelques gouttes de solution de perchlorure de fer diluée, une coloration verte intense virant au rouge violacé par addition d'une solution de carbonate de sodium à 10 pour 100. C'est une réaction caractéristique du groupe protocatéchique.

Le produit ne présente ni les réactions des acides, ni celles des aldéhydes ou des cétones; il ne renferme pas de fonctions méthoxylées. L'acétate neutre de plomb donne un précipité blanc.

Analyse élémentaire. — Elle est effectuée sur le produit stable à l'air; on a déduit des pesées l'eau d'hydratation.

Poids du corps.	CO^2.	H^2O.	C pour 100.	H pour 100.
0,1568...........	0,355	0,0733	61,8	5,2
0,1469...........	0,3359	0,0697	61,7	5,25

La formule $C^{15}H^{14}O^6$ correspond à ces analyses : poids moléculaire 290, C pour 100 = 62,2; H pour 100 = 4,83.

Fusion alcaline. — Elle est effectuée dans la potasse portée à 200° et fournit du phloroglucinol et de l'acide protocatéchique.

Nous avons également préparé, selon les méthodes de K. Freundenberg [1] le pentacétyl-*d*-catéchol (P. F. = 131°; $[\alpha]_D = +40^\circ,1$ dans le

[1] *Ber. d. chem. Ges.*, 54, 1921, p. 1204; *Ann. Chem.*, 437, 1924, p. 274.

tétrachloroacétylène) et le pentabenzoyl-*d*-catéchol (P. F. = 165°; $[\alpha]_D = +57°,6$ dans le tétrachloroacétylène).

Le tableau suivant permet de comparer les propriétés du catéchol que nous avons isolé de l'écorce de pêcher avec celles du *d*-catéchol de K. Freundenberg. L'identité des deux produits est certaine.

	Catéchol du pêcher.	*d*-catéchol.
Point de fusion hydraté	+165°	–
» anhydre	–	174°
$[\alpha]_D$: Alcool	± 0°	±0°
Acétone hydratée	+ 16°,8	+16°,8
Pentacétyl-*d*-catéchol : P. F.	131°	131°-132°
» $[\alpha]_D$	+ 40°,1	+40°,6
Pentabenzoyl-*d*-catéchol : P. F.	165°	167°-169°
» $[\alpha]_D$	+ 57°,6	+56°,7

BIOCHIMIE. — *Sur la présence à l'état dissimulé d'une substance acétylcholinique dans le sang normal.* Note de M. **Ernest Kahane** et Mlle **Jeanne Lévy**, présentée par M. Louis Lapicque.

En 1930, Kapfhammer et Bischoff annonçaient l'extraction d'acétylcholine à partir du sang de bœuf (28^{mg} par litre) (1). Cette observation ne put être confirmée, malgré leurs efforts répétés, par divers savants qualifiés, parmi lesquels Dale et Dudley.

Le crédit qu'il faut attribuer aux uns comme aux autres de ces auteurs, le caractère paradoxal des résultats enregistrés et leur inconstance nous ont amenés, par une étude critique, puis expérimentale, des phénomènes mis en jeu, à émettre l'hypothèse de l'existence à l'état normal d'une forme dissimulée pouvant jouer le rôle de précurseur de l'acétylcholine (2) et à approfondir le rôle que joue l'estérase du sang dans le processus d'extraction (3).

En dehors des recherches exécutées à Freiburg et de celles, asssez som-

(1) *Zeitsch. physiol. Chem.*, **191**, 1930, p. 179.

(2) E. Kahane, *Comptes rendus des Journées médico-pharmaceutiques franco-belges*, Lille, 1934, p. 155. Communication au 15e Congrès international de Physiologie, Léningrad-Moscou, août 1935.

(3) E. Kahane et Jeanne Lévy, *Bull. Soc. Chim. biol.*, **17**, 1935, p. 1646; *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 781.

maires, de Vogelfanger, il n'a jamais été trouvé dans le sang que des traces de substance parasympathomimétique. Comme ces traces étaient à la limite de sensibilité de la recherche physiologique, l'identification ne pouvait guère en être tentée et, en raison de l'irrégularité des phénomènes, les auteurs qui les ont observés ont évité de formuler des conclusions à leur sujet (Dale et Dudley). Si on les exprime en acétylcholine, les quantités maxima observées sont de l'ordre de 0$^{\gamma}$,1 par centimètre cube (1) et se rapprochent de celles qui sont libérées au cours de l'excitation du pneumogastrique (Feldberg, Minz, Binet, etc.).

Nous avons réussi à préparer des extraits de sang normal (homme, chien, cheval, lapin, cobaye, souris) qui présentent régulièrement une activité acétylcholinique variant dans de très larges limites avec le procédé de traitement. Si nous l'attribuons à l'acétylcholine, elle figure en quantité qui n'a jamais été inférieure à 0$^{\gamma}$,1 par centimètre cube et a atteint dans certains cas 15$^{\gamma}$ par centimètre cube.

Un volume de sang (2) est reçu dans un volume d'eau bouillante puis le mélange est additionné de deux volumes d'eau et centrifugé. Le liquide décanté est traité par au moins quatre fois son volume d'alcool à 95°, centrifugé et filtré. Le liquide est évaporé à froid, le plus rapidement possible, jusqu'à siccité. Le résidu est repris par l'alcool absolu et le liquide est filtré et évaporé de nouveau jusqu'à siccité. Le nouveau résidu est repris par l'eau

Physiologiquement et chimiquement cet extrait se comporte comme une solution d'acétylcholine; il est hypotenseur (chien), dépresseur cardiaque (grenouille), excitant des muscles lisses (intestin de rat, muscle dorsal de la sangsue), il est inactif après atropine (chien, grenouille) (3); *il est sensibilisé par addition d'ésérine (rat, sangsue)* (4); *il est rapidement inactivé par la soude, par la chaleur ou par l'estérase du sérum.*

Dans une deuxième série d'expériences, nous avons établi le caractère dissimulé de cette substance acétylcholinique : 1° nous nous sommes assuré que chacun des sangs étudiés renferme une estérase susceptible d'hydrolyser totalement les sels d'acétylcholine et d'inactiver progressivement nos extraits; 2° le sang laqué par trois volumes d'eau et centrifugé ne présente pas la moindre activité vis-à-vis du muscle de sangsue ésériné;

---

(1) Dale et Dudley, *Zeitsch. physiol. Chem*, **198**, 1931, p. 85.
(2) Des résultats analogues sont obtenus avec le plasma et le sérum.
(3) Le potassium agit après atropine.
(4) La choline n'est pas potentialisée par l'ésérine.

3° cette même dilution de sang, soumise à l'ultra-filtration, laisse passer un liquide sans activité acétylcholinique révélable, tandis que la partie non ultra-filtrable diluée par l'eau et traitée par l'alcool, fournit le même extrait actif que la dilution primitive.

De ces observations nous pouvons déduire : 1° que l'on peut extraire régulièrement du sang normal une substance à activité parasympathomimétique; 2° que les propriétés pharmacologiques et chimiques de cette substance, à défaut de l'isolement de l'un de ses sels, qui est en cours, la rapprochent de l'acétylcholine dont le taux atteindrait 15γ par centimètre cube; 3° que cette substance acétylcholinique existe dans le sang circulant sous une forme dissimulée, dans laquelle il faut peut-être voir le précurseur de la substance vagale; 4° que cette forme dissimulée est liée à un constituant non ultra-filtrable du sang et du sérum.

SÉROLOGIE. — *Réversibilité spontanée de la gélification sérique.* Note de Mlle **Irène Kopaczewska**, M. **W. Kopaczewski** et M. **Stanislas Marczewski**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

En étudiant la gélification du sérum humain, présumé normal, par les bases [1], nous avons remarqué que le gel formé par l'action de la soude caustique se liquéfie, parfois assez rapidement. Nous allons préciser les conditions expérimentales dans lesquelles apparaît ce phénomène.

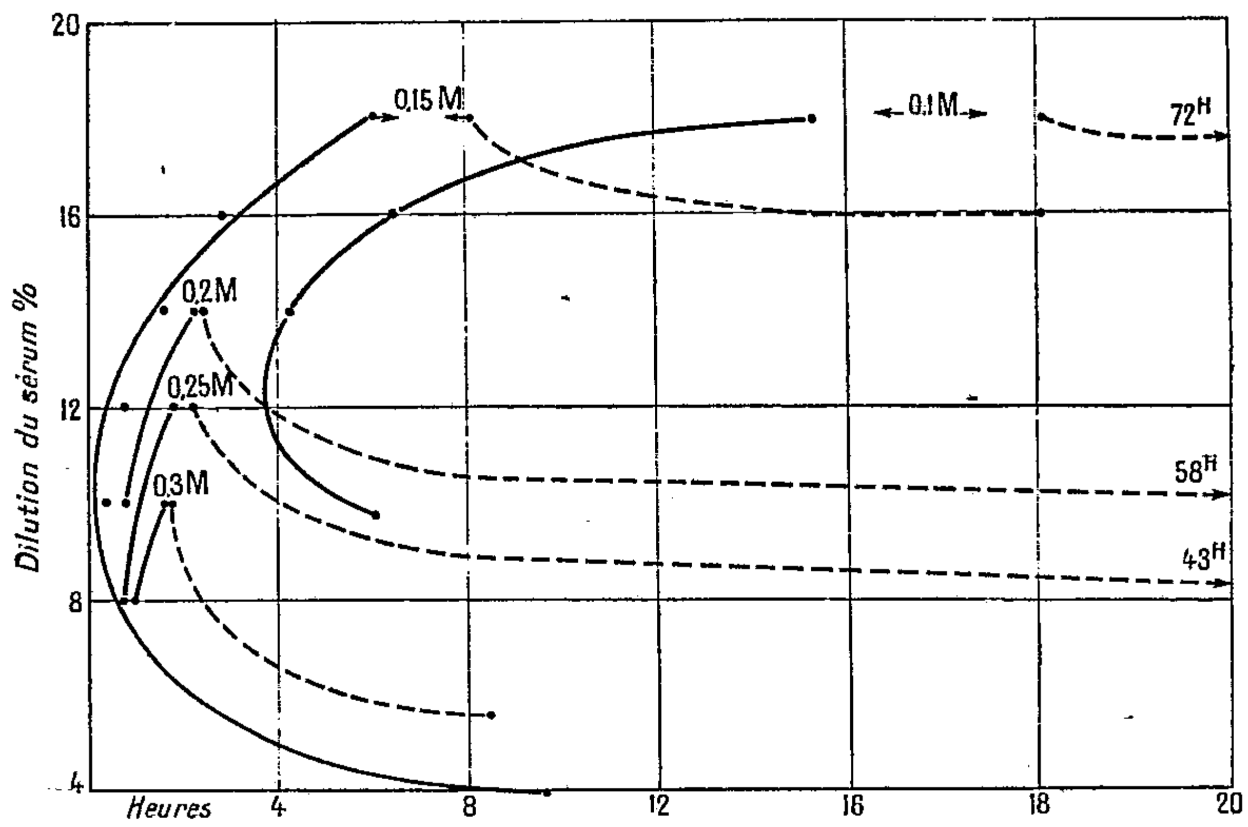
Technique. — On mélange les sérums provenant d'individus dont les réactions sérologiques, à la syphilis, à la tuberculose et au cancer, étaient négatives. On dilue ces mélanges sériques avec de l'eau distillée à raison de 4 à 20 pour 100, de sorte que le volume total des sérums dilués additionnés de NaOH était toujours de 5^{cm^3}; on ajoute alors de la soude caustique en concentrations finales s'échelonnant entre 0,1 M et 0,5 M; on bouche les tubes avec des bouchons de liège paraffinés, on les obstrue avec de la paraffine chaude et, immédiatement, on agite les tubes pour assurer un mélange parfait de la soude avec du sérum.

Soulignons deux points particulièrement délicats : 1° l'importance de la thixotropie (liquéfaction des gels par agitation mécanique), d'où la nécessité d'effectuer chaque série expérimentale en double et de procéder

(1) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 976; S. Marczewski, *ibid.*, 202, 1936, p. 510.

aux essais de renversement des tubes sur l'une d'elles; 2° l'existence des écarts sensibles entre divers mélanges sériques, d'où l'obligation de multiplier le nombre d'expériences, afin de choisir parmi elles une série la plus représentative.

Résultats. — La gélification du sérum humain par une concentration déterminée de NaOH présente un optimum pour un certain degré de dilution sérique; pour une dilution donnée, on observe un optimum pour



Gélification (————) et liquéfaction (— — — —) du sérum par la soude caustique (concentrations moléculaires finales).

une concentration appropriée : ainsi, pour la concentration finale de NaOH 0,15 M la gélification est la plus rapide avec du sérum dilué à 10 pour 100; pour la soude à 0,1 M, un optimum s'observe avec une dilution de 13 pour 100.

La gélification est suivie, plus ou moins rapidement, d'une liquéfaction progressive du gel formé; cette liquéfaction est d'autant plus rapide que la concentration finale de NaOH est plus élevée et la dilution sérique plus forte. Ces résultats sont illustrés par les courbes ci-dessus.

Soulignons, dès à présent, que si l'on concentre le sérum dans le vide et si l'on augmente les doses de NaOH, on voit apparaître une nouvelle zone de gélification sérique; enfin, si l'on concentre le sérum au delà de 50 pour 100, la rapidité de la gélification semble proportionnelle à la concentration de NaOH. Nous étudions actuellement ce côté du problème, en connexion étroite avec la conception connue du point isoélectrique.

La liquéfaction des gels sériques formés par l'action de NaOH se fait, dans nos conditions expérimentales, à l'abri de l'air ambiant : on ne peut donc pas incriminer la formation de carbonate de Na rendant réversible l'action de la soude caustique. De plus, la rapidité de la gélification et de la liquéfaction consécutive exclue l'intervention éventuelle des microorganismes. Nous sommes en droit de conclure que la liquéfaction en question est un phénomène spontané.

Par ailleurs, l'allure des courbes obtenues rappelle celle de solidification des mélanges binaires et, en général, celle des phénomènes observés dans des solutions hétérogènes. Il se peut donc très bien que la gélification et la liquéfaction ne soient, dans notre cas, que traduction des phénomènes d'hydratation de chacun des composants du mélange, à part : des micelles des colloïdes sériques, des molécules sodiques et des complexes moléculaires formés par les interactions entre certains composants du sérum et NaOH.

Conclusions. — La gélification du sérum humain, présumé normal, par NaOH, en concentration finale de 0,1M à 0,3M, est suivie, rapidement et progressivement, d'une liquéfaction du gel formé, sans que l'on puisse y faire intervenir l'action d'un facteur, extérieur au système étudié. Il s'agit, par conséquent, d'une réversibilité spontanée de la gélification sérique. Cette réversibilité diffère donc de celle que nous avons décrite au début de nos recherches (1) : pour liquéfier les gels sériques ou protidiques, obtenus par l'action de l'acide lactique par exemple, on devait faire intervenir soit le chauffage, soit la dialyse.

MICROBIOLOGIE. — *Évolution du virus de la peste aviaire dans les cellules hépatiques de la Souris.* Note (2) de MM. **Constantin Levaditi** et **Paul Haber**, présentée par M. Félix Mesnil.

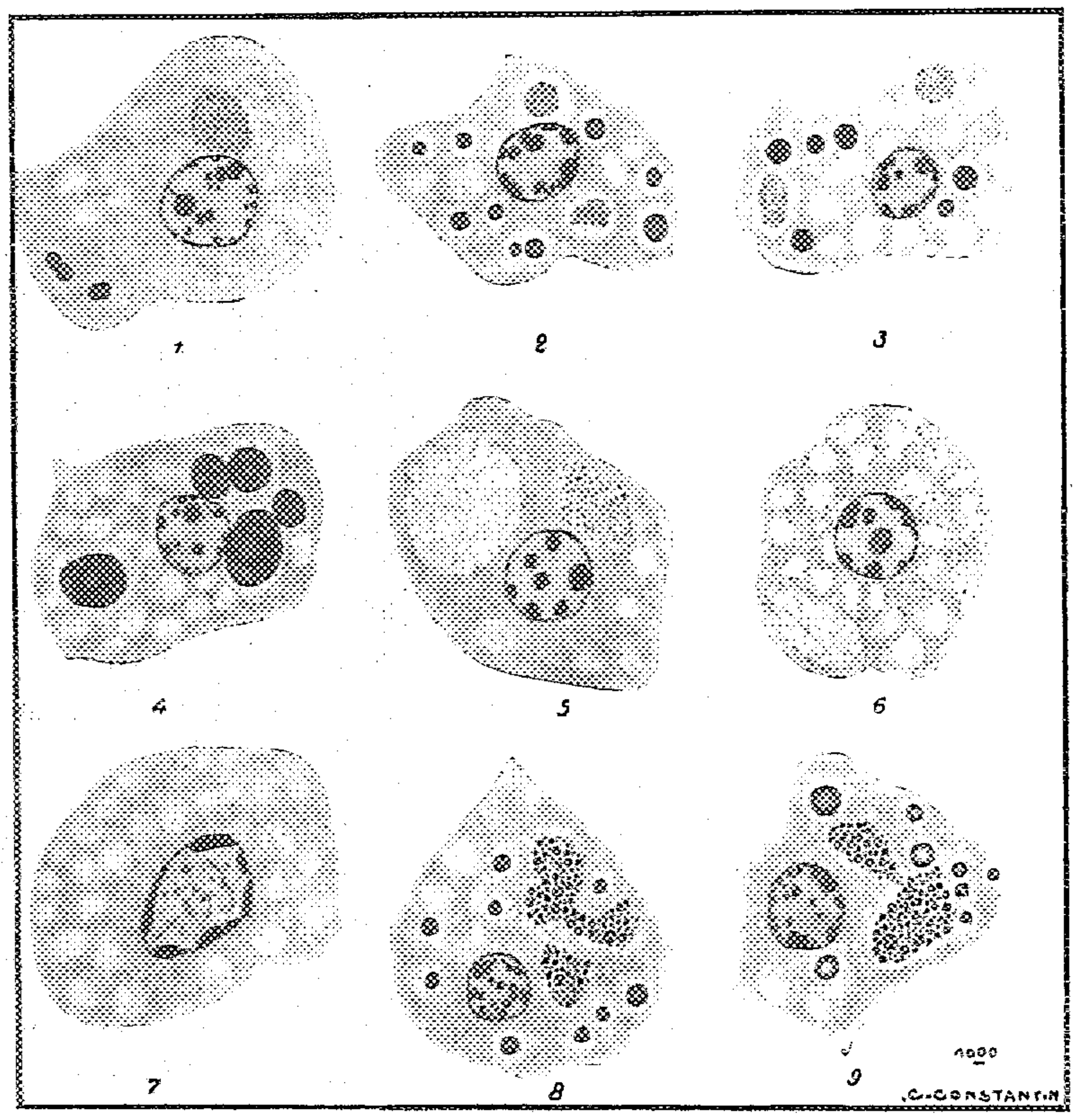
L'activité pathogène du virus de la peste aviaire pour des espèces animales autres que les Gallinacés, démontrée par nombre d'auteurs (3), vient

(2) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1947, et *Soc. Biol.*, 116, 1934, p. 869.

(2) Séance du 23 mars 1936.

(3) Entre autres Doerr, Seidenberg et Whitmann, *Zeit. f. Hyg.*, 112, 1931, p. 732; Doerr et Seidenberg, *ibid.*, 113, 1932, p. 671; Collier, *ibid.*, 113, 1932, p. 751; Jansen et Nieschulz, *Tijdschr. Diergeneeskd.*, 60, 1933, p. 245; Oerskov et Schmidt, *Rev. d'Immunologie*, 1, n° 4, 1935, p. 353.

d'être confirmée par P. Lépine [1]. Or, en examinant les altérations histopathologiques du foie, chez des souris inoculées, par voie intracérébrale ou cœlomique, avec une souche de virus de peste aviaire virulente pour cette espèce animale (souche Schmidt), il nous a été donné de constater des



Cellules hépatiques de souris mortes ou sacrifiées malades, inoculées par voie intrapéritonéale avec le virus de la peste aviaire. De 1 à 7 : coloration au Mann; 8 et 9 : coloration à l'hématoxyline ferrique. Gross. 1000/1.

formations cytoplasmiques particulières dans les cellules hépatiques, formations paraissant en relation étroite avec l'évolution de l'ultragerme.

1. *Altérations nucléaires et cytoplasmiques.* — La lésion initiale consiste en une accumulation discrète de leucocytes polynucléaires dans certains

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 121, 1936, p. 509.

capillaires intralobulaires. Sitôt après, un foyer dégénératif se constitue autour de cet amas de globules blancs. Les altérations nucléaires, rappelant celles décrites récemment par P. Lépine et Sautter ([1]), consistent en une fragmentation de la chromatine qui vient s'appliquer sur la membrane (*fig.* 2, 3, 6, 7). On constate, à l'intérieur des noyaux altérés, des granulations oxyphiles (méthode de Mann). Toutes ces modifications s'estompent et sont remplacées par une surcharge graisseuse considérable des éléments hépatiques.

2. *Inclusions cytoplasmiques* : *a*. *Corpuscules élémentaires*. — Le plus fréquemment, le cytoplasma des cellules hépatiques est farci de granulations excessivement fines (environ $0^{\mu},2$ à $0^{\mu},3$) et homogènes, se colorant en rouge par le Mann et en noir par l'hématoxyline ferrique; ces granulations sont visibles même sur des coupes en congélation teintées par la méthode des graisses (rouge écarlate), quoique, cependant, différentes d'elles. Les corps élémentaires oxyphiles sont soit dispersés (*fig.* 6) soit groupés en véritables colonies rondes (*fig.* 3), ovalaires (*fig.* 1), ou polygonales, et, çà et là entourés d'un halo clair. Dans certaines de ces colonies (coloration à l'hématoxyline ferrique : *fig.* 8 et 9), on assiste à une fusion des corps élémentaires en corpuscules plus volumineux, dont les dimensions et le nombre varient d'un amas à l'autre.

b. *Corps oxyphiles* (analogues aux corps de Negri de la rage). — A une phase plus avancée, des corps oxyphiles prennent naissance aux dépens des corpuscules élémentaires. Ils sont ronds ou ovalaires (on en compte de 2 à 8 par cellule), offrent une structure interne et sont entourés d'un halo clair (*fig.* 1, 2, 3, 8 et 9). Enfin, dans quelque rares cellules hépatiques, de véritables corps de Negri achèvent l'évolution intracytoplasmique du virus (*fig.* 4).

On ne peut manquer d'apercevoir la ressemblance entre ces inclusions cytoplasmiques et celles que le virus rabique des rues détermine dans certains neurones de l'encéphale (cf. Levaditi, Schoen et Mezger). D'ailleurs Kleine en avait décelé de semblables dans les cellules nerveuses cérébrales, chez les jeunes oies inoculées avec le virus de la peste aviaire. Mais, ce qui frappe encore plus, c'est la surcharge graisseuse massive des cellules hépatiques, s'effectuant en si peu de temps, sous l'influence d'un véritable

---

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, 121, 1936, p. 511.

ultraviurs. S'agit-il d'une exagération du processus qui préside normalement à la synthèse des graisses par la cellule hépatique, ou d'une inhibition dans la désintégration de ces lipoïdes, c'est ce que nous nous proposons d'élucider prochainement.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccination du lapin contre l'épithélioma sous-cutané.* Note [1] de MM. **Alexandre Besredka** et **Ludwik Gross**, présentée par M. Antonin Gosset.

L'injection de l'épithélioma de Pearce-Brown sous la peau du lapin a pour effet l'apparition, au bout de quelques jours, d'une tumeur sous-cutanée, multilobée, de consistance dure; celle-ci se développe en s'étalant en surface et en s'infiltrant dans les tissus avoisinants. Tandis que, dans les expériences de Pearce et Brown, le pourcentage des résultats nettement positifs sous la peau n'était que de 20 à 25 environ [2] et rendait de ce fait très difficiles des expériences suivies, nous fûmes plus heureux, nos lapins ayant répondu à l'inoculation sous-cutanée par de belles tumeurs dans presque 100 pour 100 des cas. Est-ce parce que nous avons injecté des doses dix fois plus fortes? Toujours est-il que, rapidement, ces tumeurs devenaient volumineuses, si bien que, plusieurs semaines après l'inoculation, elles ne pesaient pas moins de 100 à 250^g; chez quelques-uns, il nous a été donné d'observer des métastases. La résorption spontanée des petites tumeurs sous-cutanées n'a été observée que dans des cas isolés, comme c'est parfois aussi le cas pour les tumeurs intratesticulaires. En règle générale, une fois constituées, ces tumeurs sous-cutanées ne subissaient aucun arrêt dans leur évolution.

Ces tumeurs sous-cutanées sont donc de nature nettement maligne et diffèrent essentiellement des tumeurs intracutanées, lesquelles, comme nous l'avons déjà montré ailleurs, restent localisées au niveau de l'injection, dans la peau, et finissent toujours par disparaître. La facilité et la régularité avec lesquelles les lapins se prêtaient dans nos expériences à la reproduction des tumeurs sous-cutanées, nous ont incité à entreprendre des essais de vaccination.

---

(1) Séance du 23 mars 1936.

(2) *Journ. of exp. Med.*, 37, 1923, p. 811-828.

Rappelons que, en empruntant la voie intracutanée, nous avons réussi non seulement à créer chez les lapins une variété bénigne d'épithelioma, mais encore à les rendre, après la résorption de ce dernier, réfractaires à la réinoculation de la tumeur, même dans les testicules, ce qui constitue une épreuve particulièrement sévère [1]. La question qui s'était posée à nous était de savoir si la même préparation intracutanée était en mesure de préserver les lapins contre l'épithelioma sous-cutané, si impressionant autant par son volume que par son allure envahissante.

Voici, à titre d'illustration, une expérience-type :

Lapin n° 12. — 26 avril 1935 : inoculation d'épithélioma *dans la peau* en cinq points. — 6 mai : cinq tumeurs intracutanées. — 16 mai : début de résorption. — 4 juin à 15 juin : résorption complète. — 13 février 1936 : inoculation *sous la peau* de $2^{cm^3},5$ d'émulsion chargée (50 pour 100) d'épithélioma. — Pas de réaction.

Lapin n° 51 (Témoin). — 13 février : inoculation sous la peau de $2^{cm^3},5$ d'émulsion chargée (50 pour 100) d'épithélioma. — 17 février : apparition d'une tumeur sous-cutanée; elle augmente les jours suivants et atteint le volume d'un œuf de poule, le 5 mars.

Donc, des lapins ayant résorbé leur épithélioma intracutané depuis huit mois, demeurent indemnes lors de la réinoculation de la même tumeur sous la peau.

Cette immunité ne saurait-elle être réalisée au moyen d'une émulsion d'organes des lapins normaux, cerveau ou rate ?

Voici une de ces expériences :

Lapin n° 81. — 30 janvier 1936 : injection *dans la peau* de $2^{cm^3},5$ d'une émulsion chargée de cerveau de lapin normal. — 10 février : même injection. — 21 février : inoculation *sous la peau* de $3^{cm^3},4$ d'émulsion d'épithélioma. — 26 février : apparition d'une tumeur sous-cutanée qui augmente de jour en jour et atteint le poids de 82^g, le 13 mars.

Lapin n° 82. — 30 janvier 1936 : injection *dans la peau* de $2^{cm^3},5$ d'une émulsion chargée de rate de lapin normale. — 10 février : même injection. — 21 février : inoculation *sous la peau* de $3^{cm^3},4$ d'émulsion d'épithélioma. — 26 février : apparition d'une tumeur sous-cutanée, qui augmente progressivement et devient en peu de temps volumineuse.

Lapin n° 20. — 2 mars : injection *dans la peau*, en quatre points, de $2^{cm^3},5$ d'une émulsion chargée de rate de lapin normal. — 13 mars : inoculation *dans la peau*, en trois points, de 4^{cm^3} d'émulsion d'épithélioma. — 18 mars : trois tumeurs intracutanées caractéristiques, qui augmentent les jours suivants.

---

[1] *Ann. Inst. Pasteur*, 56, 1936, p. 125.

Donc, ni la rate, ni le cerveau d'un lapin normal ne préservent contre l'inoculation de l'émulsion tumorale sous la peau ou dans la peau.

Il ressort de l'ensemble de ces expériences que l'injection intracutanée de l'épithélioma permet d'immuniser le lapin contre la tumeur sous-cutanée maligne et que cette immunité est spécifique et durable.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Hypoglycémie au cours de l'intoxication par les champignons* (Amanita phalloides). Note [1] de MM. **Léon Binet** et **J. Marek**, présentée par M. Charles Achard.

Autant pour établir le mécanisme des accidents que pour en guider la thérapeutique, nous avons étudié les modifications sanguines que présentent les animaux soumis à l'intoxication par des champignons. Nous avons expérimenté avec l'Amanite phalloïde qui, après dessiccation, a servi à la préparation d'un extrait en sérum physiologique. Cet extrait a été administré par la voie sous-cutanée, quelquefois par la voie digestive. Nos expériences nous ont montré que l'intoxication par ce champignon déclenche diverses modifications sanguines, dont l'hypoglycémie semble la plus importante.

I. *Expériences sur le chien.* — Un chien de 15^{kg} reçoit, à 18^h, par la voie sous-cutanée, une dose d'extrait correspondant à 10^{mg} de poudre d'amanite desséchée par kilogramme d'animal. Le lendemain à 10^h l'animal est mourant et l'examen du sang montre en dehors d'une élévation de l'urée sanguine (de $0^g,25$ à $0^g,77$) une *hypoglycémie accentuée* : le glucose sanguin était tombé de 0,95 à 0,28 pour 1000.

Un chien de 11^{kg} reçoit une dose d'extrait répondant à la moitié de celle utilisée plus haut. Quarante-huit heures plus tard, l'urée est passée de $0^g,20$ à $0^g,57$ le chlore sanguin s'est abaissé (le chlore plasmatique est tombé de 4^g à $3^g,44$ pour 1000 et le chlore globulaire de 1,85 à 1,52 pour 1000) et le taux de la glycémie est alors de $0^g,48$ pour 1000; l'animal succombe dans la nuit.

D'autre part un chien ayant ingéré de l'amanite desséchée mélangée à de la viande est mourant le lendemain; on dose à 12^h $0^g,46$ et à 15^h, au moment de la mort, $0^g,16$ de glucose par litre de sang.

---

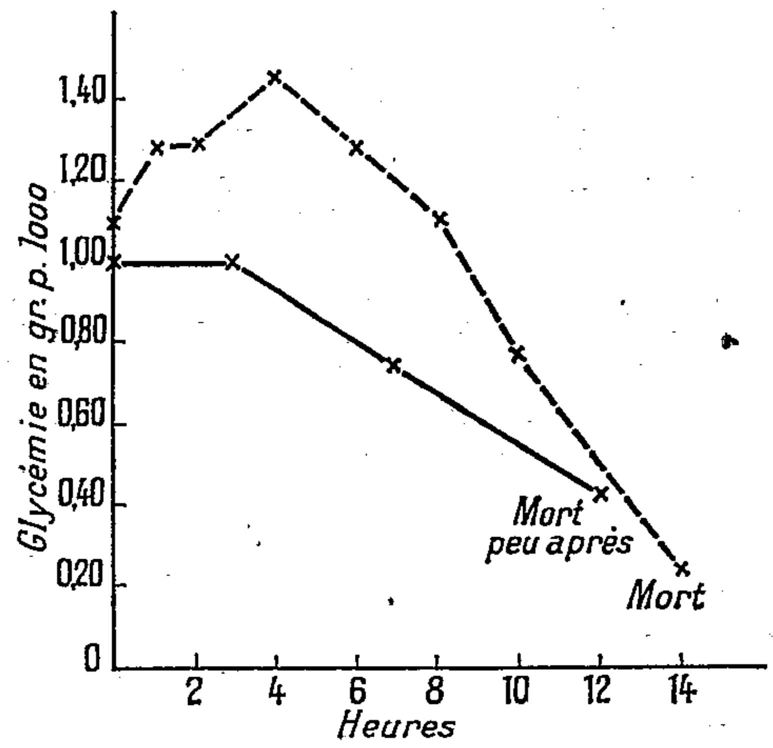
[1] Séance du 16 mars 1937.

II. *Expériences sur le lapin.* — Des lapins ont reçu, par voie sous-cutanée, des doses d'extrait correspondant à 20^{mg} de poudre par kilogramme. Au bout d'un temps variable suivant la dose, ils présentent une phase d'abattement avec chute de la tête; puis surviennent brusquement des convulsions violentes. L'analyse du sang montre qu'il s'agit de convulsions hypoglycémiques : en effet le taux du glucose est, à ce moment, tombé à des chiffres très bas : $0^g,43$, $0^g,21$, $0^g,24$ pour 1000.

La figure ci-dessous résume l'évolution de la glycémie chez deux de nos lapins intoxiqués.

Chez un autre lapin, dont le glucose était tombé de 0,99 à 0,31 à la 14e heure, on a cherché à doser le glycogène dans le tissu hépatique; mais la technique de Slosse n'a pas permis d'en déceler l'existence.

Ajoutons que des extraits de champignons non toxiques, tels que l'Amanite vineuse (*A. rubescens*) et le cèpe (*Boletus edulis*), ont été préparés et étudiés dans leurs effets sur la glycémie; les résultats ont été négatifs.



Courbes de glycémie de deux lapins intoxiqués par un extrait d'Amanite phalloïde.

Les recherches que nous rapportons nous permettent de conclure que l'intoxication par l'Amanite phalloïde amène une diminution considérable du taux du glucose sanguin. Les convulsions observées chez les lapins en expérience sont des convulsions hypoglycémiques. Cette hypoglycémie nous apparaît comme le signe majeur du syndrome humoral étudié, et appelle une médication correctrice.

CHIMIOTHÉRAPIE. — *Les septicémies streptococciques expérimentales et leur traitement par le p-amino-phénylsulfamide.* Note de MM. **Federico Nitti** et **Daniel Bovet**, présentée par M. Félix Mesnil.

G. Domagk (1) a décrit un dérivé azoïque, le sulfamido-1-phénylazo-4.1'-diamino-2'.4'-benzène, ayant la propriété de protéger la Souris blanche contre l'inoculation d'une dose de streptocoque hémolytique rapidement mortelle pour les témoins, dénué de toxicité pour cet animal, possédant une action antistreptococcique spécifique et n'agissant qu'*in vivo*.

Pour vérifier si d'autres substances ne seraient pas douées d'une action chimiothérapique analogue, nous avons essayé une centaine de produits sur la Souris et le Lapin; tout d'abord des dérivés azoïques à fonctions mono et polyphénoliques. La plupart des modifications apportées au deuxième noyau aboutissant à des composés d'activité comparable, il était logique d'attribuer le rôle prépondérant au noyau contenant le groupement sulfamide. Parmi tous les dérivés de ce noyau, le *para-amino-phénylsulfamide* s'est montrée particulièrement intéressante (2). Nous en avons donc poussé l'étude plus profondément, l'essayant non seulement par voie buccale sous forme d'amine libre, poudre cristalline insoluble dans l'eau, mais encore par voie intraveineuse sous forme de chlorhydrate soluble.

Par cette voie les doses actives pour le Lapin sont environ quatre fois moindres que les doses agissant *per os*. La toxicité n'a pu être déterminée, l'acidité de la solution ne permettant pas d'inoculer des doses très élevées de ce produit. En effet le *p*-amino-phénylsulfamide n'est pratiquement pas toxique pour les animaux et, malgré l'administration de doses considérables (5^g par kilogramme au Lapin par voie buccale par exemple), nous n'avons jamais pu déceler des troubles attribuables à une intolérance pour cette substance.

Le para-amino-phénylsulfamide a une action préventive et curative dans les septicémies streptococciques expérimentales du Lapin et de la Souris. Elle agit par voie buccale et parentérale.

Nous avons utilisé pour la Souris un streptocoque hémolytique extrê-

(1) *Deutsche Med. Wochenschr.*, 61, 15 février 1935, p. 250.

(2) J. et Mme J. Tréfouël, F. Nitti et D. Bovet, *C. R. Société de Biologie*, 120, 23 novembre 1935, p. 755.

mement virulent (souche Dig 7), tuant constamment par voie intrapéritonéale cet animal en 24 heures à la dose de 1/2000000e de centimètre cube d'une culture en bouillon ascite âgée de 24 heures. Dans ces essais, nous avons utilisé une dose de ce streptocoque dix fois plus forte.

Chez la Souris : l'ingestion de $0^g,0025$, répétée deux jours de suite, de para-amino-phénylsulfamide assure un retard constant de la mort vis-à-vis des témoins et dans la moitié des cas environ les animaux survivent indéfiniment.

Nous avons utilisé pour le Lapin un streptocoque hémolytique d'origine animale (souche Pion, collection du Dr Cotoni) tuant régulièrement à la dose de 1/10000e de centimètre cube par voie intraveineuse d'une culture âgée de 24 heures en bouillon-sérum au 1/4. Nous avons toujours utilisé une dose vingt fois plus forte.

Chez le Lapin : l'administration par voie buccale de 1^g par kilogramme de para-amino-phénylsulfamide, 24 heures avant l'inoculation streptococcique, assure un retard constant de la mort vis-à-vis des témoins. Administrée à la même dose 8 heures avant l'inoculation, cette substance assure soit un retard constant, soit une survie définitive dont le nombre varie entre la moitié et le tiers des animaux en expérience; et ces mêmes résultats s'obtiennent si l'on traite les animaux de 2 à 8 heures après l'inoculation.

L'hémoculture, chez les lapins traités, est généralement négative pendant un temps variable entre trois et six jours; puis, dans la moitié des cas environ, des germes apparaissent dans le sang et l'animal succombe le lendemain ou le surlendemain à la suite d'une septicémie streptococcique.

Si, quand l'hémoculture devient positive, on traite à nouveau ces animaux, il n'est pas exceptionnel de constater que le sang est stérilisé dès le lendemain. Néanmoins les lapins succombent généralement dans les deux ou trois jours qui suivent. A l'autopsie on ne trouve pas de lésions apparentes, la rate est petite et la culture du sang ne permet pas de déceler la présence de streptocoque.

Ce fait est dû probablement soit à des phénomènes toxiques produits par la lyse brutale des germes, soit à des lésions que la septicémie avait provoquées et auxquelles l'animal n'a pu survivre.

Les animaux guéris par le para-amino-phénylsulfamide se comportent comme des animaux neufs lors d'une nouvelle infection streptococcique et ils succombent dans les mêmes délais que les témoins. Ce fait, déjà très net pour la Souris, est particulièrement typique chez le Lapin. De même nous

n'avons jamais constaté que le sérum des animaux guéris agglutinait la souche de streptocoque correspondante.

De plus, nous n'avons jamais observé de phénomènes de chimiorésistance vis à vis du para-amino-phénylsulfamide chez les animaux guéris et ces derniers peuvent être protégés par cette substance contre une nouvelle infection streptococcique dans les mêmes limites que des animaux neufs.

En conclusion, le para-amino-phénylsulfamide constitue le noyau actif de tous les corps de cette série nouvelle de substances azoïques ayant une action antistreptococcique *in vivo* et gravitant autour du *prontosil* ou sulfamido-1-phénylazo-4-1'-diamino-2'-4'-benzène. Il en résulte que la fonction azoïque n'est pas indispensable et qu'elle est même inutile et gênante.

L'administration du para-amino-phénylsulfamide, par voie buccale ou parentérale, exerce une action constante dans les septicémies streptococciques expérimentales du Lapin et de la Souris. Cette action se manifeste, soit par un retard sensible de la mort des animaux traités vis à vis des témoins, soit par des survies totales dont le nombre ne dépasse cependant pas la moitié des animaux en expérience. Ces résultats, bien que partiels, méritent d'être signalés.

A $15^h 50^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 15^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 24 février 1936.)

Note de M. *Charles Blanc*, Le type des surfaces de Riemann simplement connexes :

Page 625, ligne 18, *au lieu de* hyperbolique, *lire* parabolique.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1936. (*Suite et fin.*)

Guide de contrôle et d'entretien de l'équipement électrique d'automobile et de motocyclette, par Henry Lanoy. Paris, « Auto-Volt », 1931; 1 fasc. 21cm.

Guide d'emploi des appareils électro-ménagers. Description, usage et entretien, pannes ou dérangements et moyens d'y remédier, par Henry Lanoy. Paris, Syndicat général des Installateurs électriciens français, 1932; 1 fasc. 21cm.

L'équipement électrique des véhicules automobiles à moteurs à huiles lourdes Diesel, par H. Lanoy. Paris, Librairie Centrale des Sciences, 1934; 1 fasc. 21cm,5.

Guide de l'électrification rurale, par H. Lanoy. Paris, Syndicat général des Installateurs électriciens, 1934; 1 fasc. 22cm.

T. S. F. Guide d'emploi et de dépannage des postes secteurs, par Henry Lanoy. Paris, Librairie Centrale des Sciences, 1935; 1 fasc. 24cm.

L'Encyclopédie de l'électricité automobile, par Henry Lanoy. Paris, Éditions « Auto-Volt », 1935; 1 vol. 27cm.

Construction, bobinage et essais des machines électriques d'automobiles, par Henry Lanoy. Paris, Librairie des Sciences Girardot et Cie, 1936; 1 vol. 21cm.

De la méthode dans les Sciences expérimentales, par Henry Le Chatelier. Paris, Dunod, 1936; 1 vol 21cm.

Neuzeitliche Kalenderreform, par Achatuis Straovinganus. Straubing, Neka-Verlag, 1934; 1 vol. 18cm,5.

Les insectes nuisibles aux plantes cultivées. Leurs mœurs, leur destruction, par A. Balachowsky et L. Mesnil. Paris, Ministère de l'Agriculture, 1935-1436; 2 vol. 27cm.

Biologie animale, par M. Aron et P. Grassé. Paris, Masson et Cie, 1935; 1 vol. 20cm (Présenté par M. Caullery).

Carte géologique de Dakar, par M. Combier. Paris, Librairie Larose, 1935; 1 fasc. 25cm,5.

Le venin des araignées, par J. Vellard. Paris, Masson et Cie, 1936; 1 vol. 25cm.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht, par Albert Ier, prince souverain de Monaco; fasc. XC : *Amphipodes provenant des campagnes scientifiques du Prince Albert Ier de Monaco*, par Édouard Chevreux. Imprimerie de Monaco, 1935; 1 vol. 35cm,5.

Le cinquantenaire de la bouillie bordelaise. Supplément à la *Revue de pathologie végétale et d'entomologie agricole de France*, volume XXII. Paris, Librairie E. Le François, 1935; 1 fasc. 24cm.

The Twenty-Sixth Kelvin Lecture « The molecular Structure of Dielectrics », par William H. Bragg. In *The Journal of the Institution of Electrical Engineers*, volume LXXVII, n° 468, december 1935; 1 fasc. 28cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 AVRIL 1936.

PRÉSIDENCE DE M. ARSÈNE D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des Fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 15 avril.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les ondes de choc produites dans un gaz par un explosif solide*. Note [1] de M. **Émile Jouguet**.

I. Soit une cartouche MNPQ d'un explosif solide, placée dans un tube au contact d'une atmosphère gazeuse G. Une onde explosive se propage dans cette cartouche, son front AB séparant la partie restée solide S des produits brûlés, les fumées F. A un moment donné, le front AB arrive à l'extrémité MN de la cartouche. Le contact brusque de F et de G provoque dans G une onde de choc que nous allons étudier [2]. Nous nous bornerons d'ailleurs à envisager l'état initial de cette onde, à l'instant qui suit immédiatement le choc, laissant de côté le problème de sa propagation ultérieure.

II. Le choc de deux milieux fluides a été étudié par Hugoniot. Mais il faut discuter les hypothèses qu'il a adoptées. Dans notre problème actuel, ces hypothèses conduisent à admettre qu'il se forme : 1° une onde cloison $\alpha\beta$ séparant les fumées F du gaz G; 2° une onde de choc CD lancée

---

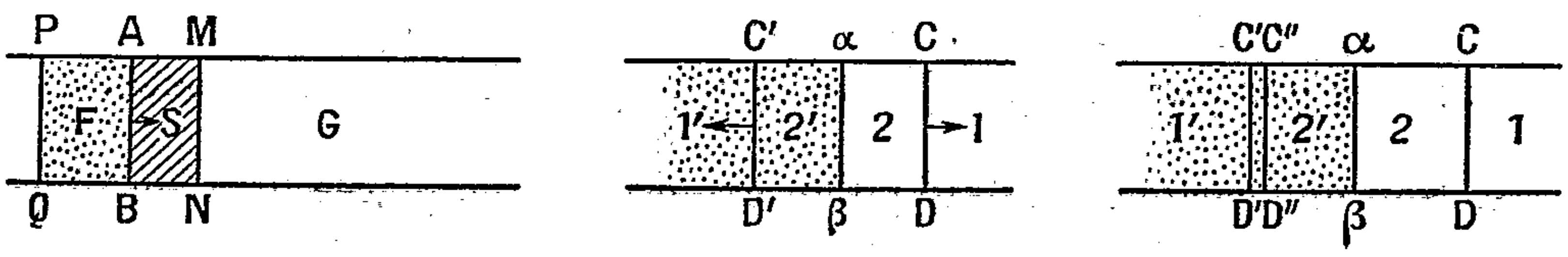
(1) Séance du 30 mars 1936.

(2) Rüdenberg a déjà étudié un problème analogue pour une cartouche sphérique (*Artilleristische Monatsheft*, 114, juin 1916, p. 285). Mais il ne tient pas compte de la vitesse des fumées au front de l'onde explosive et fait sur la célérité des ondes des hypothèses qui ne me paraissent pas satisfaisantes. Je crois donc qu'il n'est pas sans intérêt de reprendre la question un peu autrement.

en avant dans le gaz G et propageant un état 2 dans l'état initial 1 ; 3° une onde de choc C'D' lancée en arrière dans les fumée F et propageant un état 2' dans l'état 1'.

L'onde CD est lumineuse et certains auteurs, attribuant cette luminosité aux gaz brûlés, en ont conclu que l'onde $\alpha\beta$ était confondue avec CD. MM. Muraour et Michel-Lévy, reprenant une idée de M. Laffitte, pensent que la luminosité est due à une activation du gaz au passage de l'onde de choc. On peut alors admettre, et je le ferai, que $\alpha\beta$ est distinct de CD. La coïncidence de $\alpha\beta$ et de CD, d'ailleurs, se comprendrait mal, car en arrière du front d'une onde de choc, la vitesse de la matière est inférieure à la célérité de l'onde. Sur ce point donc, je suivrai Hugoniot.

Par contre, il me paraît difficile d'admettre qu'il y ait en C'D' une onde de choc. Cette onde propagerait une dilatation et j'ai montré que les ondes de choc dilatées étaient contraires au principe de Carnot [1]. Je modifierai donc ici les hypothèses d'Hugoniot en supposant, à la place d'une onde de choc, une onde continue (au sens de ma *Mécanique des Explosifs*)



C'D'C''D''. J'admettrai toutefois que l'épaisseur de cette onde continue est, au début, assez faible pour que, dans les premiers instants, l'état 1' dans lequel elle se propage soit sensiblement celui qui régnait immédiatement en arrière du front de l'onde explosive AB.

La conception que nous venons d'analyser n'est certainement qu'une vue schématique des choses. Si brusque que soit le contact de F avec G, il dure toujours un certain temps. L'onde de choc CD ne doit s'établir qu'au bout d'un certain parcours et la longueur αC de la figure 3 doit être finie. Il en est de même *a fortiori* de la longueur αC' relative à l'onde continue C'D'C''D'', dont l'épaisseur est finie et tend à s'étaler. Ce n'est qu'à titre d'approximation qu'on peut supposer, comme nous le ferons, que la figure 3 peut se rapporter à l'instant suivant immédiatement le choc, avec αC et αC' infiniment petits et avec un état 1' sensiblement identique à celui qui régnait immédiatement en arrière du front de l'onde explosive AB.

(1) *Comptes rendus*, **132**, 1901, p. 673; **138**, 1904, p. 1685; **139**, 1904, p. 786.

III. Pour définir cet état $1'$ en arrière du front AB, j'adopterai les formules de Taffanel et Dautriche sur la propagation des détonations dans les explosifs solides [1]. Ces formules sont rappelées sous le n° (67) à l'article 248 de ma *Mécanique des explosifs*. Changeons-en un peu ici les notations. Désignons par f', γ', ω', $1/\sigma'_0$, p'_1, σ'_1, T'_1, u'_1, Ω les quantités notées dans le passage cité : f_1, γ_1, ω, Δ, p, σ, T, u, D; par Σ'_1 la quantité $\sigma'_1 - \omega'$; par m' la masse moléculaire des fumées; par R la constante des gaz. De nos dites formules (67), on peut tirer les suivantes :

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{ll} \Omega = \sqrt{\dfrac{f'}{\gamma}}\,\dfrac{(\gamma'+1)\sigma'_0}{\sigma'_0-\omega'} & \left(\begin{array}{c}1/\sigma'_0 = \text{densité de chargement,}\\ \Omega = \text{célérité de l'onde explosive}\end{array}\right), \\ \sqrt{\dfrac{RT'_1}{m'}} = \sqrt{p'_1\Sigma'_1} = \sqrt{f'} = \sqrt{\gamma'}\,\dfrac{p'_1\sigma'_0}{\Omega} & (p'_1, \sigma'_1, T'_1, \text{ état du fluide au front de l'onde}), \\ u'_1 = \sqrt{\dfrac{f'}{\gamma'}} = \dfrac{p'_1\sigma'_0}{\Omega} & (u'_1, \text{ vitesse du fluide au front de l'onde}). \end{array}\right.$$

Pour une cartouche d'un certain explosif, prise à une certaine densité de chargement $1/\sigma'_0$, on peut supposer f', γ', ω', p'_1, Σ'_1, T'_1, u'_1, Ω parfaitement déterminés, pourvu seulement que la pression à laquelle est soumise la partie S, c'est-à-dire la pression initiale p_1 de G, soit négligeable devant p'_1 et que, de même, la température initiale T_1 de G et de S ne subisse que des variations négligeables devant l'élévation de température produite par l'explosion. Je supposerai ces conditions réalisées.

IV. Les équations de l'onde CD sont les équations (5) (avec $u_1 = 0$); celles de l'onde C′D′C″D″ les équations (7) d'une Note antérieure [2]. Avec les notations de cette Note et en accentuant ce qui se rapporte aux fumées, on écrira

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \xi = \dfrac{(\gamma_i+1)+(\gamma_i-1)\varpi}{(\gamma_i+1)\varpi+(\gamma_i-1)} \\ D = \dfrac{\sigma_1}{\Sigma_1}\sqrt{\dfrac{RT_1}{m}}\sqrt{\dfrac{\varpi-1}{1-\xi}} \\ u_2 = \sqrt{\dfrac{RT_1}{m}}\sqrt{(\varpi-1)(1-\xi)} \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} \varpi' = \xi'^{-\gamma'}, \\ u'_2 - u'_1 = -\dfrac{2}{\gamma'-1}\sqrt{\gamma'\,\dfrac{RT'_1}{m'}}\left(\varpi'^{\frac{\gamma''-1}{2\gamma'}} - 1\right). \end{array}\right.$$

Dans les formules de l'onde continue, devrait figurer une valeur moyenne γ'_i, plus grande que le γ' des formules (1) comme se rapportant à

---

[1] *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 1221 et 1595.

[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 796.

des températures en moyenne plus basses. J'ai mis γ' peut tenir compte, dans une certaine mesure, par l'emploi d'un exposant polytropique plus faible, des effets de la viscosité dans la couche mince C'D'C''D''.

Exprimons maintenant que les mouvements 2 et 2' se raccordent sur $\alpha\beta$ au point de vue des pressions et des vitesses. Il vient

$$(3)\qquad \begin{cases} \varpi' = \varpi a \qquad \left(a = \dfrac{p_1}{p'_1} \text{ très petit}\right), \\ \sqrt{\dfrac{2RT_1}{m}}\,\dfrac{\varpi - 1}{\sqrt{(\gamma_i+1)\varpi + (\gamma_i - 1)}} = \dfrac{p'_1\sigma'_0}{\Omega}\left[1 - \dfrac{2\gamma'}{\gamma'-1}\left(\varpi'^{\frac{\gamma'-1}{2\gamma'}} - 1\right)\right]. \end{cases}$$

ϖ étant assez grand, on peut négliger $(\gamma_i - 1)$ devant $(\gamma_i + 1)\varpi$. D'autre part, $(\gamma' - 1)/2\gamma'$ est toujours assez petit. On peut donc écrire approximativement en éliminant ϖ'

$$(4)\qquad \frac{\varpi - 1}{\sqrt{\varpi}} = \sqrt{\frac{m}{RT_1}}\sqrt{\frac{\gamma_i+1}{2}}\,\frac{p'_1\sigma'_0}{\Omega}\,[1 - \mathcal{L}(a\varpi)].$$

Une fois ϖ calculé par (4), on a, par (2), en négligeant toujours $(\gamma_i - 1)$ devant $(\gamma_i + 1)\varpi$,

$$(5)\qquad \theta = \varpi\xi = 1 + \frac{\gamma_i - 1}{\gamma_i + 1}\varpi, \qquad D = \frac{\sigma_1}{\Sigma_1}\sqrt{\frac{RT_1}{m}}\sqrt{\frac{\gamma_i+1}{2}}\sqrt{\varpi}.$$

V. Les formules de Taffanel et Dautriche sont surtout satisfaisantes pour les densités de chargement faibles. J'ai fait un calcul numérique avec $\sigma'_0 = 2$, $p'_1 = 7000 \times 981\,000$, $\Omega = 200\,000$ (unités C. G. S.), données qui, d'après ces auteurs, conviennent à la dynamite n° 1 sous la densité de chargement 0,5. J'ai trouvé :

	Cartouche détonant dans		
	N^2.	H^2.	CO^2.
ϖ	160	23,7	205
θ	23,04	4,24	17,8
D	380 200	554 200	338 200

Les expériences de Perrott et Gawthrop [1] ont été faites avec des explosifs autres que la dynamite et sous des densités de chargement plus fortes. L'emploi de la théorie ci-dessus dans ce cas prête à des critiques graves. J'ai essayé partout de l'utiliser en procédant comme suit. J'ai déterminé Ω et p'_1 qui figurent dans (4) en partant de la célérité mesurée pour l'onde explosive dans la cartouche et de la célérité mesurée pour l'onde de choc

[1] *Journal of the Franklin Institute*, **208**, 1929, p. 643.

produite dans l'air. Partant de là, j'ai calculé les célérités des ondes de choc produites dans H^2 et CO^2 et j'ai comparé avec l'expérience. J'ai trouvé

	Explosif n° 10 dans		Explosif n° 11 dans		Explosif n° 12 dans	
	H^2.	CO^2.	H^2.	CO^2.	H^2.	CO^2.
D { calculé....	6177.10^2	4097.10^2	5000.10^2	3157.10^2	4200.10^2	2455.10^2
D { observé...	6250	4060	4970	3020	3910	2530

Cette vérification appelle, je le répète, des réserves sérieuses. Elle m'a paru néanmoins mériter d'être signalée.

PIÉZOÉLECTRICITÉ. — *Sur la génération d'ondes acoustiques au moyen de quartz piézoélectriques.* Note [1] de MM. **Armand de Gramont** et **Daniel Beretzki**.

Pierre et Jacques Curie ont montré en 1889 que l'on pouvait, au moyen d'une bilame de quartz, mesurer des tensions électriques : ils utilisaient deux lames rectangulaires taillées dans un plan perpendiculaire à l'axe électrique, leur plus grand côté étant parallèle au troisième axe; ils ont indiqué deux montages : dans le premier, les axes électriques sont inversés; les deux faces extérieures sont métallisées et servent d'électrodes; dans le second, les axes électriques ont le même sens : les deux électrodes sont constituées d'une part par les faces en contact qui sont métallisées et d'autre part par les faces extérieures qui sont reliées électriquement.

L'expérience ayant montré qu'il est difficile de faire vibrer en flexion une lame de quartz, nous avons tenté d'entretenir une bilame sur sa fréquence de résonance afin de réaliser des vibrations intéressant tout le domaine des ondes sonores.

On sait que la fréquence N d'une lame vibrante est liée à son épaisseur e et à sa longueur l par la relation

$$N = \frac{m^2 \pi}{16\sqrt{3}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{e}{l^2}, \tag{1}$$

dans laquelle ρ représente la masse spécifique et m un coefficient dont les valeurs correspondant au fondamental et aux partiels sont les suivantes :

Lame encastrée.......	1,19	3	5	7	...
Lame libre..........	3	5	7	9	...

[1] Séance du 30 mars 1936.

Appliquons la formule (1) à la bilame de quartz vibrant sur son mode fondamental : pour le quartz encastré, $N = 8,807.10^4 e/l^2$; pour le quartz libre, $N = 56,6.10^4 e/l^2$.

Ceci nous montre qu'une bilame de quelques centimètres peut vibrer à des fréquences très basses : ainsi un quartz de 40^{mm} de longueur et $0^{mm},5$ d'épaisseur vibre sur une fréquence de 1760 périodes par seconde en lame libre et de 275 périodes par seconde en lame encastrée.

Nous avons d'ailleurs vérifié que la couche de baume interposée entre deux éléments de la bilame ne modifiait pas sensiblement la fréquence théorique : les mesures effectuées sur divers échantillons ont montré que les différences entre la fréquence mesurée et la fréquence théorique étaient toujours inférieures à 1 pour 100.

On sait d'autre part que certains cristaux dans lesquels les axes binaires sont anti-parallèles présentent une surface de séparation qui est parfois sensiblement plane; ceci nous a permis de réaliser avec un seul cristal une lame vibrante équivalente à une bilame collée.

Le déplacement Z de l'extrémité de la lame en fonction de la différence de potentiel V appliquée sur ces faces est donné par la relation suivante due à Curie :

$$Z = \frac{3}{4} K \frac{l^2}{e^2} V.$$

Elle montre que l'on peut obtenir avec les bilames des déplacements suffisants pour donner naissance à des phénomènes acoustiques intenses. Nous l'avons vérifié en entretenant l'oscillation d'une bilame encastrée à l'aide de différents montages électriques; ceux que représentent les figures 1 et 2 sont particulièrement simples : la figure 1 montre la bilame entretenue par autoexcitation; la figure 2 la représente entretenue par des impulsions périodiques obtenues en chargeant un condensateur aux bornes d'une lampe au néon.

On peut démontrer que les charges recueillies sous l'action d'une force appliquée à l'extrémité de la lame sont données en première approximation par les expressions :

$Q = 3/4 \, K l^2/e^2 F$ pour une bilame argentée dans le plan de symétrie,

$Q = 3/8 \, K l^2/e^2 F$ pour une bilame argentée sur les deux faces externes, expressions dans lesquelles K représente la constante de Curie et e l'épaisseur de chacune des lames.

Des lames vibrantes ainsi réalisées ont pu fournir toute la gamme de 50 à

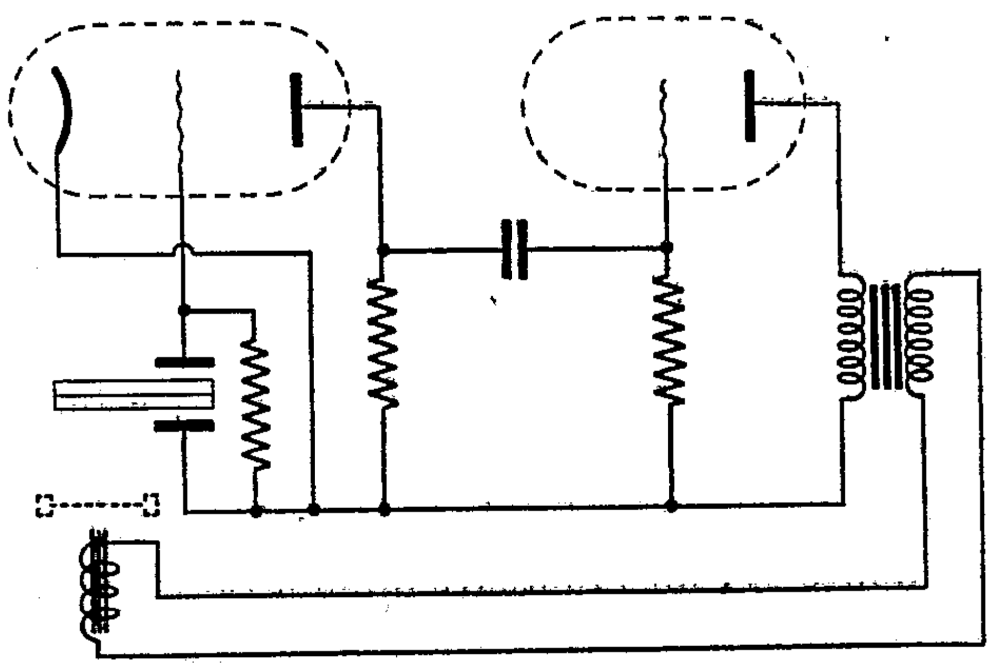


Fig. 1.

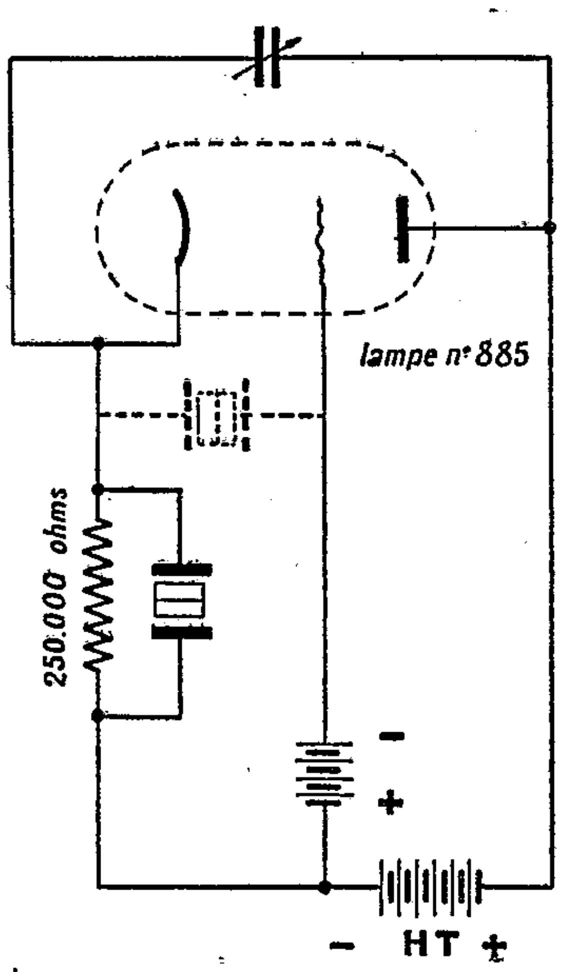


Fig. 2.

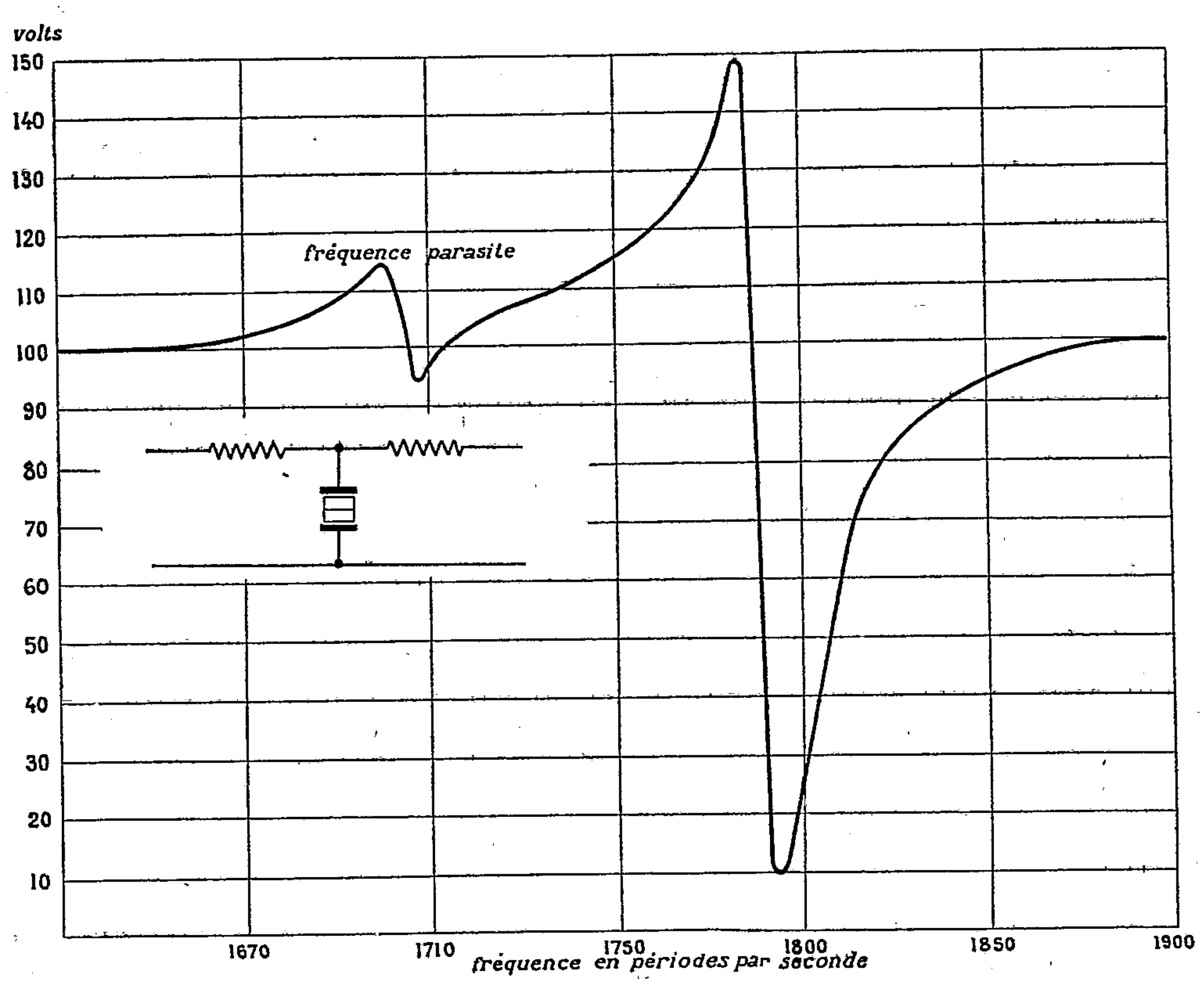


Fig. 3.

30000 périodes. Comme on sait d'autre part que les contours isoélastiques permettent d'obtenir des fréquences de 30 millions par seconde, on voit qu'un quartz piézoélectrique peut donner des vibrations mécaniques allant des très basses aux très hautes fréquences.

Nous n'insisterons pas sur les applications des bilames; notons simplement qu'elles peuvent être utilisées comme filtres de bande acoustiques par suite de la puissance qu'elles absorbent au moment où elles entrent en résonance. La figure 3 montre l'atténuation due à une bilame et permet d'apprécier son efficacité.

Les bilames de quartz peuvent être employées chaque fois qu'il y a lieu de transformer des pressions mécaniques ou acoustiques en énergie électrique ou inversement : c'est le cas, par exemple, dans les vibrographes ou sismographes, dans les microphones et reproducteurs phonographiques.

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *A propos du nouveau système Giorgi d'unités* M. K. S. Note [1] de M. **Louis Roy.**

Soient ε la constante fondamentale des actions électrostatiques, ε' celle des actions magnétiques et $\mathfrak{A}^2/2$ celle des actions électrodynamiques; la première et la troisième de ces constantes sont liées par la relation dite de Maxwell

$$\frac{\varepsilon}{\frac{\mathfrak{A}^2}{2}K_0\mu_0} = v^2, \tag{1}$$

où K_0 désigne le pouvoir inducteur spécifique du vide, μ_0 sa perméabilité magnétique et v la vitesse de la lumière dans le vide [2]. On sait qu'un système électromagnétique d'unités est caractérisé par les valeurs

$$\varepsilon' = 1, \qquad \frac{\mathfrak{A}^2}{2} = 1, \qquad \frac{\varepsilon}{K_0} = \mu_0 v^2$$

attribuées aux trois constantes fondamentales et que, dans la dernière, on peut, sans risquer de contradiction théorique ou expérimentale, faire $\mu_0 = 1$, c'est-à-dire admettre que le vide n'est pas magnétique.

Considérons un système d'unités, dont les unités fondamentales de lon-

---

[1] Séance du 30 mars 1936.

[2] L. Roy, *L'Électrodynamique des milieux isotropes en repos d'après Helmholtz et Duhem*, p. 79, Paris, 1923.

gueur et de masse soient respectivement 10^l cm et 10^m gr et dont l'unité de temps reste la seconde. On reconnaît que, si l'on attribue aux deux constantes fondamentales indépendantes ε' et $\mathfrak{A}^2/2$ les valeurs

$$\varepsilon' = 10^{-l+m-8}, \qquad \frac{\mathfrak{A}^2}{2} = 10^{-l-m-2}, \tag{2}$$

et si les exposants l et m sont liés par la relation

$$2l + m = 7 \tag{3}$$

de M. Ascoli, l'unité de champ et d'induction magnétiques [1] devient égale à 10^4 gauss, en même temps que le joule, le watt, le coulomb, l'ampère, le volt, le farad, l'ohm et l'henry deviennent les unités de travail, etc., et de self-inductance de ce système. En particulier, pour $l = 2$ et $m = 3$, il vient, d'après (2),

$$\varepsilon' = 10^{-7}, \qquad \frac{\mathfrak{A}^2}{2} = 10^{-7}; \tag{4}$$

d'où, d'après (1),

$$\frac{\varepsilon}{K_0} = 9.10^7,$$

en conservant dans cette dernière valeur l'hypothèse simplificatrice $\mu_0 = 1$. C'est là le nouveau système Giorgi d'unités M. K. S. Si maintenant les trois unités fondamentales varient, mais que les deux constantes indépendantes ε' et $\mathfrak{A}^2/2$ conservent leur valeur numérique (4), les équations de dimensions des grandeurs dérivées restent celles du système électromagnétique, de sorte qu'on peut dire que le système Giorgi M. K. S. constitue un système électromagnétique généralisé.

Non seulement il n'y a pas lieu, ainsi qu'on vient de le voir, de définir une quatrième unité fondamentale, contrairement à ce qu'il vient d'être décidé, mais on peut même, en s'inspirant d'une idée qui se trouve dans J. C. Maxwell [2], faire l'économie de la masse, c'est-à-dire réduire les grandeurs fondamentales à la longueur et au temps. Il suffit de prendre comme unité de masse la masse ponctuelle qui imprime à une autre masse ponctuelle située à l'unité de distance une accélération ayant une valeur

---

[1] Nous ne faisons pas, en effet, de différence de nature entre ces deux grandeurs, puisque, par application de l'équation de Poisson en un point d'un milieu aimanté, l'induction magnétique apparaît comme un vecteur de divergence nulle, résultante du champ magnétique et du vecteur $4\pi\varepsilon'\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}$ étant l'intensité d'aimantation.

[2] *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, 1, p. 4.

numérique donnée k. Si l'on définit cette unité en prenant $k = 6{,}667 . 10^{m-3l-8}$, on reconnaît qu'elle vaut 10^m gr, pour une unité de longueur de 10^l cm et l'unité de temps restant la seconde. Cette valeur numérique, jointe à celles (2) des constantes indépendantes ε' et $\mathfrak{A}^2/2$ et à la relation (3) de M. Ascoli, définit alors une famille de systèmes d'unités Giorgi à deux unités fondamentales : longueur et temps.

En particulier, pour $l = 2$, $m = 3$, il vient

$$k = 6{,}667 . 10^{-11}. \tag{5}$$

Si donc les unités fondamentales de longueur et de temps varient, les constantes k, ε', $\mathfrak{A}^2/2$ conservant leurs valeurs numériques (5) et (4), les variations des unités dérivées sont représentées par les anciennes équations de dimensions du système électromagnétique, mais dans lesquelles on attribue à la masse matérielle les dimensions $L^3 T^{-2}$. Toutes ces équations se trouvent ainsi grandement simplifiées : par exemple, l'intensité de courant, la différence de potentiel électrique, la force et la puissance deviennent respectivement homogènes au carré, au cube, à la quatrième et à la cinquième puissance de la vitesse ; en particulier, tous les exposants fractionnaires ont disparu.

COMMISSIONS.

A l'unanimité des suffrages, MM. **H. Deslandres**, **R. Bourgeois**, **A. Cotton**, **E. Fichot**, **G. Perrier**, **Ch. Fabry**, **Ch. Maurain** sont désignés pour former, avec le Bureau de l'Académie, la Commission du prix *Albert Ier de Monaco*.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la courbure des congruences de sphères.* Note [1] de M. A. Demoulin.

1. Soit S une sphère dépendant de deux paramètres α, β. Le carré de l'angle $d\varphi$ de deux sphères S infiniment voisines est une forme quadratique

[1] Séance du 23 mars 1936.

en $d\alpha$ et $d\beta$. Nous avons proposé d'appeler $d\varphi$ l'élément angulaire de la congruence, lieu de S, et courbure de cette congruence, relative à S, la courbure K de la forme $d\varphi^2$.

Cette notion ne s'applique pas aux congruences telles que $d\varphi^2$ soit un carré parfait. Les congruences pour lesquelles il en est ainsi peuvent être réparties en six classes. Pour cinq de ces classes, le lieu (O) du centre O de la sphère S est une surface. Pour la sixième, (O) est une courbe minima [1].

2. M. Vincensini a fait connaître une expression analytique élégante de K [2]. En nous appuyant sur cette formule, nous avons obtenu l'expression suivante de K, où ne figurent que des quantités ayant une signification géométrique. Soient M, M_1 les points caractéristiques de S; P l'intersection de MM_1 avec le plan tangent à (O) en O; F_1, F_2 les points focaux de MM_1. Si k est la courbure de (O) en O, R le rayon de S et θ l'angle des droites OM et MM_1, on a

$$\text{(A)} \qquad K = 1 + \frac{kR^2}{\cos^2\theta}\left(1 - \frac{PF_1 . PF_2}{\overline{PM}^2}\right) \quad [3].$$

Par conséquent, pour que K soit égale à *un*, il faut et il suffit que l'on ait $PF_1 . PF_2 = \overline{PM}^2$, c'est-à-dire que le cercle Γ dont M, M_1 sont les foyers engendre un système cyclique.

Pour une des classes de congruences considérées récemment par M. Vincensini [4], $PF_1 . PF_2 = -\overline{PM}^2$ et la formule (A) donne

$$K = 1 + \frac{2kR^2}{\cos^2\theta}.$$

3. Indiquons une seconde expression de K. R étant supposé variable, désignons par L les lignes de la surface (O) le long desquelles R est constant et par T leurs trajectoires orthogonales. Soient respectivement G_1, G_2 les rayons de courbure géodésique en O des lignes L, T qui passent par ce point et s_1, s_2 les abscisses curvilignes du point O, considéré comme appartenant respectivement aux lignes L, T. Si l'on pose

$$\omega = 1 - \left(\frac{\partial R}{\partial s_2}\right)^2,$$

---

(1) Si (O) est une courbe non minima, $K = 1$.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1004.

(3) Cette formule suppose $k \neq 0$. Si $k = 0$, la quantité entre parenthèses est infinie.

(4) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 617.

la courbure K est donnée par l'égalité

$$(\mathrm{B})\qquad \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{R}^2}=\left(k-\frac{1}{\mathrm{RG}_1}\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial s_2}\right)\frac{1}{\omega}+\frac{1}{2\mathrm{G}_1}\frac{\partial}{\partial s_2}\frac{1}{\omega}-\frac{1}{2\mathrm{G}_2}\frac{\partial}{\partial s_1}\frac{1}{\omega}+\frac{1}{\sqrt{\omega}}\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathrm{R}\sqrt{\omega}}\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial s_2}\right)$$ (1).

Si les lignes L et les lignes T sont des géodésiques, $k=0$ et la formule (B) se réduit à la suivante :

$$\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{R}}=\frac{1}{\sqrt{\omega}}\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathrm{R}\sqrt{\omega}}\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial s_2}\right).$$

Celle-ci permet de déterminer, par quadratures, parmi les congruences considérées, celles pour lesquelles K est une fonction donnée de R.

4. L'emploi de la méthode du pentasphère mobile nous a conduit, il y a deux ans, à deux expressions de K où ne figurent que des quantités invariantes dans toute transformation conforme. Nous allons les indiquer.

Supposons que les lieux (M), (M_1) des points M, M_1 soient des surfaces. Supposons, en outre, que les lignes principales de ces surfaces soient déterminées et forment deux familles distinctes. Désignons par u, v les paramètres de ces familles et par φ l'angle sous lequel se coupent les lignes $(\mathrm{M})_u$, $(\mathrm{M})_v$ (2). Parmi les sphères tangentes à (M) en M, soient respectivement Σ, Σ' les sphères de courbure normale relatives aux lignes $(\mathrm{M})_u$, $(\mathrm{M})_v$. Parmi les sphères tangentes à (M_1) en M_1, soient respectivement Σ_1, Σ'_1 les sphères de courbure normales relatives aux lignes $(\mathrm{M}_1)_u$, $(\mathrm{M}_1)_v$. Cela posé, on a

$$(\mathrm{C})\qquad \mathrm{K}=1-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sin^2\frac{1}{2}(\Sigma,\Sigma'_1)}+\frac{1}{\sin^2\frac{1}{2}(\Sigma',\Sigma_1)}\right]\sin^2\varphi,$$

l'angle de deux sphères α, β étant désigné par (α, β).

5. Par le cercle C qui coupe orthogonalement la sphère S aux points M, M_1, faisons passer deux sphères orthogonales S_1, S_2, définies pour chaque position du point M. Soient A_1, B_1 les intersections de C avec la caractéristique de S_1, u variant seul, et A_2, B_2 les intersections du même cercle avec la caractéristique de S_2, v variant seul. Désignons par T_1, T_2

(1) Si le rayon R est constant, cette formule subsiste, les lignes L étant arbitrairement choisies, et donne $\mathrm{K}=k\mathrm{R}^2$.

(2) Nous désignons par $(\mathrm{M})_u$ [ou $(\mathrm{M})_v$] la ligne décrite par M lorsque u (ou v) varie seul.

les sphères qui coupent orthogonalement C, la première en A_1 et B_1, la seconde en A_2 et B_2. Soit ψ l'angle des sphères focales de Γ. Cela posé, on a

$$\text{(D)} \qquad K = 1 - \operatorname{tang}(T_1, S)\operatorname{tang}(T_2, S)\cos\psi \quad (^1).$$

Donc, pour que K égale *un*, il faut et il suffit que $\cos\psi$ soit nul, c'est-à-dire que Γ engendre un système cyclique, résultat déjà établi plus haut.

GÉOMÉTRIE. — *Systèmes trimétriques et la métrique de Finsler généralisée* [2]. Note de M. **Pierre Rachevsky**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Nous allons généraliser la notion de la variété à six dimensions $x^1, x^2, \ldots, x^6$ des repères d'un espace elliptique ou hyperbolique. Nous appelons repère l'ensemble d'un point M, d'une droite m et d'un plan μ, M appartenant à m et m à μ. Considérons six formes différentielles $\overset{1}{\omega}, \overset{2}{\omega}, \overset{0}{\omega}, \overset{10}{\omega}, \overset{20}{\omega}, \overset{12}{\omega}$ en $x^1, \ldots, x^6$ ayant cette propriété qu'en passant d'un repère donné à un repère infiniment voisin :

(1) $\overset{12}{\omega} = \overset{10}{\omega} = 0$ signifie que M se déplace le long de m;

(2) $\overset{12}{\omega} = \overset{20}{\omega} = 0$ signifie qu'une rotation de μ s'effectue autour de m;

(3) $\overset{12}{\omega} = 0$ signifie que M se déplace dans le plan μ (et une rotation de μ s'effectue autour de M);

(4) $\overset{1}{\omega}$ est le déplacement de M sous la condition (1);

(5) $\overset{2}{\omega}$ est l'angle de rotation de μ sous la condition (2);

(6) $\overset{0}{\omega}$ est l'angle de rotation de m sous les conditions (1) et (2).

Il est évident que ces formes sont définies, à la transformation près,

$$(7)\quad \left\{ \begin{array}{l} \overset{12}{\omega} \to \lambda\overset{12}{\omega}, \quad \overset{10}{\omega} \to \mu_1\overset{10}{\omega} + \lambda_1\overset{12}{\omega}, \quad \overset{20}{\omega} \to \mu_2\overset{20}{\omega} + \lambda_2\overset{12}{\omega}, \quad \overset{1}{\omega} \to \overset{1}{\omega} + \sigma_1\overset{10}{\omega} + \tau_1\overset{12}{\omega}, \\ \overset{2}{\omega} \to \overset{2}{\omega} + \sigma_2\overset{20}{\omega} + \tau_2\overset{12}{\omega}, \quad \overset{0}{\omega} \to \overset{0}{\omega} + \nu_1\overset{10}{\omega} + \nu_2\overset{20}{\omega} + \nu\overset{12}{\omega}, \end{array} \right.$$

les coefficients étant des fonctions arbitraires du repère.

2. *Le système trimétrique* est une généralisation de la géométrie de cette

(1) Le produit $\operatorname{tang}(T_1, S)\operatorname{tang}(T_2, S)$ est indépendant de S_1 et n'est pas nul.

(2) Voir ma Note, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 921.

variété de repères. Soit $x^1, \ldots, x^6$ une variété où six formes linéairement indépendantes ω sont définies [à une transformation (7) près]. Nous appellerons les éléments de cette variété repères. Si le passage d'un élément à un élément infiniment voisin s'effectue sous la condition (1), nous lui attribuons $\overset{1}{\omega}$ comme distance de première espèce [sous la condition (2), $\overset{2}{\omega}$ comme distance de deuxième espèce, et sous (1) et (2), $\overset{0}{\omega}$ comme distance d'espèce neutre].

Les formes ω sont assujetties à une seule condition : chacun des systèmes de Pfaff

$$\overset{12}{\omega} = \overset{10}{\omega} = \overset{1}{\omega} = 0 \quad \text{et} \quad \overset{12}{\omega} = \overset{20}{\omega} = \overset{2}{\omega} = 0 \tag{8}$$

définit une infinité ∞^3 de variétés intégrales à trois dimensions, que nous appelons respectivement points et plans (dans les conditions du n° 1, ce sont réellement des points et des plans).

La géométrie sur le plan dans laquelle $\overset{1}{\omega}, \overset{0}{\omega}, \overset{10}{\omega}$ seulement sont différents de o $\left(\overset{1}{\omega}\right.$ et $\overset{0}{\omega}$ ayant une signification géométrique sous la condition $\left.\overset{10}{\omega} = 0\right)$ est un système bimétrique. *La géométrie en un point* fournit le système bimétrique d'une façon tout à fait symétrique.

3. *Une courbe dans un système trimétrique* est une suite de repères qui dépend d'un paramètre et le long de laquelle $\overset{10}{\omega} = \overset{20}{\omega} = \overset{12}{\omega} = 0$; il s'ensuit que $\overset{1}{\omega}, \overset{0}{\omega}, \overset{2}{\omega}$ ont une signification géométrique (dans le cas du n° 1 : arc, angle de rotation de la tangente, angle de rotation du plan osculateur).

4. *Une surface* est une variété de repères à trois dimensions qui satisfait à l'équation $\overset{12}{\omega} = 0$. Toutes les trois métriques subsistent sur chaque surface : $\overset{1}{\omega}$ sous la condition $\overset{10}{\omega} = 0$; $\overset{2}{\omega}$ sous la condition $\overset{20}{\omega} = 0$; $\overset{0}{\omega}$ sous la condition $\overset{10}{\omega} = \overset{20}{\omega} = 0$.

Sur la surface en coordonnées spéciales ξ, η, ζ on a

$$\left\{\begin{array}{lll} \overset{1}{\omega} = F_1(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi & \text{sous la condition} & d\eta = f_1(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi; \\ \overset{2}{\omega} = F_2(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi & \text{»} & d\eta = f_2(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi; \\ \overset{0}{\omega} = d\zeta & \text{»} & d\xi = d\eta = 0. \end{array}\right. \tag{9}$$

On voit que $\overset{1}{\omega}$ et $\overset{2}{\omega}$ sont deux métriques de Finsler dans la variété ξ, η. Dans le cas du n° 1, elles coïncident avec la métrique de Gauss : a, des

distances des points; *b*, des angles entre les plans tangents. Dans ce cas les directions $d\eta/d\xi = f_1(\xi, \eta, \zeta)$ et $d\eta/d\xi = f_2(\xi, \eta, \zeta)$ sont conjuguées.

5. *Métrique de Finsler généralisée.* — Considérons la variété des *points* (n° 2) rapportée aux paramètres (coordonnées) x, y, z. Un raisonnement détaillé montre que le repère $(x^1, \ldots, x^6)$ peut être interprété dans la variété x, y, z comme l'ensemble d'un point (x, y, z), d'une direction linéaire passant par ce point et d'une direction superficielle passant par cette direction linéaire. La métrique $\overset{1}{\omega}$ prend en ce cas la forme

$$\overset{1}{\omega} = \mathrm{F}\left(x, y, z, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, v\right)dx, \tag{10}$$

où dy/dx, dz/dx définissent la direction et v est un paramètre qui caractérise la direction superficielle. On a ainsi du point de vue de la variété x, y, z une géométrie de Finsler généralisée où la distance de deux points infiniment voisins dépend de la direction superficielle qui les contient. Des propositions tout à fait analogues ont lieu pour la métrique $\overset{2}{\omega}$ dans la variété des plans.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur un problème concernant l'induction transfinie.* Note [1] de M. **Casimir Kuratowski**, présentée par M. Emile Borel.

Le problème concerne les conditions dans lesquelles l'application de l'induction transfinie dans le domaine des ensembles projectifs (au sens de M. Lusin) ne conduit pas en dehors de ce domaine. Avant de publier un théorème général concernant ce problème, je me bornerai ici à résoudre un problème particulier, posé depuis plusieurs années et qui semble être surtout intéressant : je vais démontrer que l'ensemble universel par rapport aux fonctions représentables analytiquement, défini par M. Lebesgue dans le *Journal de Mathématiques*, 1905, Chap. VIII, est projectif (de classe 3 au plus).

Notations. — $r_1, r_2, \ldots$ dénote une suite bien déterminée composée de tous les nombres rationnels. Étant donné un nombre x appartenant à l'ensemble non dense de Cantor, c'est-à-dire $x = (0, c_1 c_2 \ldots)_3$ où $c_n = 0$ ou 2, M_x désigne l'ensemble des

[1] Séance du 30 mars 1936.

nombres r_n tels que $c_n = 2$ et $\bar{x}$ désigne le type d'ordre de M_x. Soit

$$x_{(n)} = (0, c_{1.2^n} c_{3.2^n} c_{5.2^n} \ldots)_3.$$

Enfin $x^{(n)}$ est défini comme suit : s'il existe dans M_x un $r_k \geqq r_n$, l'ensemble $M_{x^{(n)}}$ se compose des r_i tels que $r_i < r_n$ et $r_i \varepsilon M_x$; dans le cas contraire, $x^{(n)} = 0$. Évidemment, pour $0 < \bar{x} < \Omega$, $x^{(n)}$ parcourt, lorsque n varie, toutes les valeurs $< \bar{x}$.

A étant un sous-ensemble d'un espace euclidien XYZ ..., à un nombre arbitraire (fini) de dimensions, A^x désigne l'ensemble des points $(yz\ldots)$ tels que $(xyz\ldots)\varepsilon A$. D'une façon analogue, $A^{x,y}$ est l'ensemble des points $(zv\ldots)$ tels que $(xyzv\ldots)\varepsilon A$, etc. Ainsi, par exemple, dans le cas du plan, A^x coïncide avec l'intersection de A par la verticale à abscisse x.

Nous allons définir, à présent, l'ensemble L de M. Lebesgue (en simplifiant légèrement la définition de l'auteur, mais sans y introduire des modifications essentielles). Cet ensemble, situé dans l'espace XYZ, sera défini de façon que, pour $\bar{x} < \Omega$, l'ensemble L^x soit *universel* par rapport aux ensembles boreliens (linéaires) de classe $\bar{x}$, c'est-à-dire qu'à chaque ensemble borelien B de classe $\bar{x}$ corresponde un y tel que $B = L^{x,y}$. Voici la définition (par l'induction transfinie) de L : soit d'abord **A** un ensemble plan, borelien, universel par rapport aux ensembles (linéaires) fermés et aux ensembles ouverts ; posons

$$L^0 = A \qquad \text{et} \qquad L^{x,y} = \operatorname*{Lim\,sup}_{n=\infty} L^{x^{(n)}, y_{(n)}} \quad \text{pour} \quad 0 < \bar{x} < \Omega$$

et $L^x = 0$ pour les autres x.

Il s'agit de démontrer que l'ensemble L, ainsi défini, est projectif.

Remarquons d'abord que, pour $\alpha < \Omega$, l'ensemble L_α des points de L à abscisse x telle que $\bar{x} \leqq \alpha$ est borelien. C'est une conséquence de l'égalité

$$L_\alpha^{x,y} = \operatorname*{Lim\,sup}_{n=\infty} S_\alpha^{x^{(n)}, y_{(n)}}, \quad \text{où} \quad S_\alpha = \sum_{\xi < \alpha} L_\xi.$$

La définition implicite de l'ensemble L peut, par conséquent, être remplacée par la définition explicite suivante : pour que le point $(x_0 y_0 z_0)$ appartienne à L, il faut et il suffit que $\bar{x}_0 < \Omega$ et qu'il existe un ensemble E (dans l'espace XYZ), que l'on peut, d'ailleurs, supposer borelien, et tel que : 1° $E^0 = A$; 2° $(x_0 y_0 z_0)\varepsilon E$; 3° l'inégalité $\bar{x} \leqq \bar{x}_0$ entraîne

$$E^{x,y} = \operatorname{Lim\,sup} E^{x^{(n)}, y_{(n)}}.$$

Soit, dans l'espace à quatre dimensions TXYZ, U un ensemble projectif

universel par rapport aux ensembles boreliens à trois dimensions (comme on sait, U peut être supposé analytique ou CA). L'existence de l'ensemble E satisfaisant aux conditions 1°-3° équivaut donc à l'existence d'un t tel que : 1° $U^{t,0} = A$; 2° $(t x_0 y_0 z_0) \varepsilon U$; 3° $\bar{x} \leqq \bar{x}_0$ entraîne $U^{t,x,y} = \operatorname{Lim\,sup} U^{t,x^{(n)},y_{(n)}}$.

En symboles logiques $\left(\sum\limits_x\right.$ désignant « il existe un x tel que ... » et $\prod\limits_x$ désignant « quel que soit x on a ... »$\left.\right)$:

$$\{(x_0 y_0 z_0) \varepsilon L\} \equiv \left\{(\bar{x}_0 < \Omega) \sum_t \left[(U^{t,0} = A)\,[(t x_0 y_0 z_0) \varepsilon U] \times \prod_{xy} (\bar{x} \leqq \bar{x}_0) \rightarrow (U^{t,x,y} = \operatorname{Lim\,sup} U^{t,x^{(n)},y_{(n)}})\right]\right\}.$$

D'après les théorèmes généraux sur l'évaluation des classes projectives (¹), la projectivité de l'ensemble L dépend de celle des cinq ensembles suivants :

$$\underset{x}{E}(\bar{x} < \Omega), \quad \underset{t}{E}(U^{t,0} = A), \quad U, \quad \underset{xx_0}{E}(\bar{x} \leqq \bar{x}_0), \quad \underset{txy}{E}(U^{t,x,y} = \operatorname{Lim\,sup} U^{t,x^{(n)},y_{(n)}}).$$

Or, d'après des théorèmes connus de M. Lusin, le premier et le quatrième sont projectifs (de classe CA et A resp.) et le cinquième coïncide avec

$$\prod_z \underset{txy}{E}\,[(z\,\varepsilon\, U^{t,xy}) \equiv (z\,\varepsilon \operatorname{Lim\,sup} U^{t,x^{(n)},y_{(n)}})].$$

Les fonctions $x^{(n)}$ et $y_{(n)}$ étant pour n fixe, des fonctions de Baire, la projectivité de cet ensemble, ainsi que du deuxième, est une conséquence de la projectivité de U.

THÉORIE DE L'INTÉGRALE. — *Intégrale Denjoy-Stieltjes d'une fonction de deux variables.* Note de M. **Stéfan Kempisty**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Un rectangle $R = (a, b; a + h, b + k)$ sera dit *régulier* si ses dimensions h et k vérifient la condition

$$\frac{1}{2} < \frac{h}{k} < 2.$$

(¹) Cf. *Fund. Math.*, 17, 1931, p. 249-272.

Considérons un système *élémentaire régulier* S composé d'un nombre fin d'intervalles réguliers R_1, R_2, ..., R_n sans points intérieurs communs. Nous dirons que S est une *division régulière* de l'intervalle $R_0=(a_1, a_2; b_1, b_2)$, lorsque les intervalles R_i sont contenus dans R_0 et remplissent cet intervalle.

Soient F(R) et G(R) deux fonctions définies pour tous les rectangles R contenus dans R_0.

Posons

$$F(S)=F(R_1)+F(R_2)+\ldots+F(R_n),$$
$$G(S)=G(S_1)+G(S_2)+\ldots+G(S_n)$$

et supposons que G(R) est une fonction addittive à variation bornée dans R_0.

Considérons une division régulière S dont les intervalles ont des dimensions inférieures à δ. La limite de F(S) pour δ tendant vers zéro est l'*intégrale régulière* de F dans R_0 et sera désignée par

$$\int_{R_0} F.$$

La limite du rapport

$$\frac{F(R)}{G(R)}$$

pour R régulier, tendant vers son point (x, y), est la *dérivée régulière* $D_G F$ de F *par rapport à* G au point (x, y).

2. Nous dirons que F(R) est *absolument et régulièrement continue par rapport à* G lorsque F(S) tend vers zéro en même temps que G(S), S étant un système élémentaire régulier.

En généralisant un théorème établi par M. Burkill pour les fonctions absolument continues d'intervalle linéaire (1), on peut démontrer la proposition suivante :

Pour qu'une fonction F(R), *absolument et régulièrement continue par rapport à* G *dans* R_0, *y soit presque partout régulièrement dérivable par rapport à* G, *il faut et il suffit qu'elle soit régulièrement intégrable. On a de plus*

$$\int_{R_0} F=\int_{R_0} D_G F\, dG,$$

(1) J. C. Burkill, *Proc. Lond. Math. Soc.*, 2e série, 22, 1923, p. 309, th. 7.6.

la dernière intégrale étant celle de Lebesgue-Stieltjes, d'après la définition de M. J. Radon [1].

3. Soit E un ensemble fermé contenu dans R_0. Définissons une fonction auxiliaire $F_E(R)$ égale à $F(R)$ si R contient un point de E et nulle dans le cas contraire.

Lorsque F_E est absolument et régulièrement continue par rapport à G et régulièrement intégrable dans R_0, elle est presque partout régulièrement dérivable par rapport à G et nous avons, d'après le paragraphe 2,

$$\int_{R_0} F_E = \int_{R_0} D_G F_E \, dG = \int_E D_G F \, dG,$$

puisque

$$D_G F_E = D_G F \quad \text{dans } E, \quad D_G F_E = 0 \quad \text{dans } R_0 - E.$$

4. Nous dirons qu'une fonction F est *régulièrement résoluble par rapport à* G dans R_0, lorsque tout ensemble fermé contenu dans R_0 contient une portion RE telle que F_{RE} est absolument et régulièrement continue par rapport à G et régulièrement intégrable dans R_0.

Il résulte au paragraphe 3 que toute fonction régulièrement résoluble par rapport à G est presque partout régulièrement intégrable. Lorsqu'elle est additive, elle s'annule, dès que sa dérivée régulière par rapport à G s'annule presque partout.

Posons $F^E = F - F_E$. Nous avons, F étant additive,

$$F(R) = \int_R F_E + \int_R F^E = \int_{RE} D_G F \, dG + \int_R F^E.$$

5. Une fonction F est la *totale régulière* de $f(x, y)$ *par rapport à* G, lorsqu'elle est additive, continue et régulièrement résoluble par rapport à G.

Toute dérivée régulière par rapport à G, *finie à un ensemble dénombrable près, est régulièrement totalisable par rapport à* G.

La totale régulière par rapport à G d'une fonction presque partout nulle est nulle.

Toute totale régulière par rapport à G dans R_0 peut être caractérisée de la manière suivante : *Tout ensemble fermé* E *contenu dans* R_0 *contient une portion* $R_1 E$ *telle que :* 1° $f(x, y)$ *est sommable sur* $R_1 E$ *par rapport à* G ; 2° F_E *est régulièrement intégrable dans* R_1 ; 3° *quel que soit* R *contenu dans* R_1,

---

[1] *Sitzungsberichte Ak. Wien*, 122, 2. Abt., 1913, p. 1295-1438.

nous avons

$$F(R) = \int_{RE} f(x, y)\, dG + \int_{R} F^{E}.$$

En remplaçant F et G par les accroissements des fonctions $f(x)$ et $g(x)$, on obtient de la même manière la définition de l'intégrale Denjoy-Stieljes de $f(x)$ par rapport à $g(x)$. Cette définition est équivalente à celles qui étaient données par M. H. Lebesgue [1] et ensuite par MM. R. L. Jeffery [2] et J. Ridder [3].

ANALYSE INFINITÉSIMALE. — *Sur les points singuliers des équations différentielles*. Note de M. **Eugène Leimanis**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans ses recherches sur les courbes définies par les équations différentielles, Poincaré [4] a étudié les points singuliers des équations du premier et du second ordre. Je considère dans cette Note les points singuliers des équations différentielles du troisième ordre. Soit le système différentiel

$$\frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y} = \frac{dz}{Z} = \frac{du}{U}, \tag{1}$$

où X, Y, Z et U sont des fonctions réelles et holomorphes des variables x, y, z, u pour les valeurs considérées. Nous regardons ces quatre variables comme les coordonnées d'un point dans l'espace à quatre dimensions; par un point de cet espace passe en général une caractéristique et une seule définie par le système (1), il n'y a d'exception que pour les *points singuliers* où s'annulent à la fois les quatre dénominateurs X, Y, Z, U. Ces points sont par suite les points d'intersection des quatre hypersurfaces

$$X = 0, \qquad Y = 0, \qquad Z = 0, \qquad U = 0. \tag{2}$$

Il peut arriver que ces hypersurfaces passent par une même courbe [*courbe singulière* (C)] ou une surface [*surface singulière* (S)].

Soit d'abord O, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $u = 0$, un point singulier isolé; considérons l'équation en λ formée à partir des seize dérivées premières des quatre fonctions X, Y, Z, U. Supposons que cette équation n'a ni

(1) *Leçons sur l'intégration*, Paris, 1928, p. 296-313.

(2) *Trans. Am. Math. Soc.*, 31, 1932, p. 646-675.

(3) *Math. Zeit.*, 30, 1935, p. 234-269.

(4) *Œuvres*, 1, 1928, Paris, p. 12-20 et p. 167-181.

racine nulle ni racine multiple et qu'aucune des racines n'est égale à une fonction linéaire à coefficients entiers positifs des trois autres : conditions suffisantes sans être nécessaires. Désignons respectivement par p, n, $2r$, $2s$ les nombres des racines positives, négatives, imaginaires conjuguées de partie réelle positive et négative. Ces quatre nombres qui satisfont à la relation $p+n+2r+2s=4$ caractérisent le point singulier O et font connaître la forme des caractéristiques au voisinage; bien entendu les points (p, n, r, s) et (n, p, s, r) sont les mêmes. Au total le point singulier O peut présenter huit cas différents. Il peut être :

1° un *nœud* : $p=4$, $n=r=s=0$. ∞^3 *caractéristiques passent au point* O. Exemple : le système

$$\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y}=\frac{dz}{z}=\frac{du}{u}.$$

2° un *col-nœud* : $p=3$, $n=1$, $r=s=0$. ∞^2 *caractéristiques formant une hypersurface et une caractéristique isolée passent au point* O; *les autres restent à distance finie de* O. Exemple :

$$\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y}=\frac{dz}{z}=\frac{du}{-u}.$$

3° un *col* : $p=n=2$, $r=s=0$. *Deux surfaces passent au point* O *formées chacune de* ∞^1 *caractéristiques passant en ce point; les autres restent à distance finie de* O. Exemple :

$$\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y}=\frac{dz}{-z}=\frac{du}{-u}.$$

4° un *col-foyer* : $p=n=1$, $r=1$, $s=0$. ∞^2 *caractéristiques formant une hypersurface admettent le point* O *comme point asymptote sauf l'une qui passe en ce point; une caractéristique isolée passe en* O. *Toutes les autres restent à distance finie de* O. Exemple :

$$\frac{dx}{x}=\frac{dy}{-y}=\frac{dz}{z+u}=\frac{du}{-z+u}.$$

5° un *nœud-foyer* : $p=2$, $n=0$, $r=1$, $s=0$. ∞^3 *caractéristiques sont en général asymptotes au point* O *et parmi elles* ∞^1 *formant une surface passent en ce point*. Exemple :

$$\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y}=\frac{dz}{z+u}=\frac{du}{-z+u}.$$

6° un *col-nœud-foyer* : $p=2$, $n=r=0$, $s=1$. ∞^1 *caractéristiques*

formant une surface passent au point O *et* ∞^1 *caractéristiques formant une autre surface sont asymptotes à ce point; toutes les autres restent à distance finie de* O. Exemple :

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{-z-u} = \frac{du}{z-u}.$$

7° un *foyer* : $p = n = 0$, $r = 2$, $s = 0$. ∞^3 *caractéristiques sont en général asymptotes au point* O *sans qu'aucune passe en ce point*. Exemple :

$$\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{-x+y} = \frac{dz}{z+u} = \frac{du}{-z+u}.$$

8° un *foyer-col* : $p = n = 0$, $r = s = 1$. *Deux surfaces formées chacune de* ∞^1 *caractéristiques asymptotes au point* O *passent en ce point*; *les autres restent à distance finie de* O. Exemple :

$$\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{-x+y} = \frac{dz}{-z-u} = \frac{du}{z-u}.$$

Si les quatre hypersurfaces (2) se coupent suivant une même courbe (C), en chaque point de (C) une racine de l'équation en λ est nulle et l'on retombe en général sur les quatre cas distingués par Poincaré en un point singulier isolé de l'espace à trois dimensions : *nœud*, *col*, *foyer* et *col-foyer*. La courbe (C) est l'une des caractéristiques passant au point considéré.

Dans le cas où les hypersurfaces (2) se coupent suivant une surface (S), en chaque point de (S) deux racines de l'équation en λ sont nulles et l'on retombe en général sur les trois cas distingués par Poincaré en un point singulier du plan : *nœud*, *col* et *foyer*. La surface (S) comprend deux caractéristiques passant au point singulier considéré.

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES. — *Sur le problème de Cauchy pour un système linéaire d'équations aux dérivées partielles dans un domaine réel*. Note de M. **I. Petrowsky**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous considérons dans cette Note les systèmes de la forme

$$(1)\qquad \frac{\partial u_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^{N} \sum_{(k_s)} A_{ij}^{(k_1,\ldots,k_n)} \frac{\partial^{k_1+\ldots+k_n} u_j}{\partial x_1^{k_1}\ldots \partial x_n^{k_n}} + f_i \qquad (i = 1, \ldots, N),$$

$\sum_{(k_s)}$ désignant la sommation étendue à tous les $k_s \geq 0$ dont la somme ne sur-

passe pas un nombre M. Nous considérons les fonctions $A_{ij}^{(k_1,\ldots,k_n)}$ et f_i comme fonctions complexes des variables réelles t, x_1, ..., x_n, définies pour toutes les valeurs des x_k et pour $0 \leqq t \leqq T$, et nous examinons la solution u_i dans le même domaine.

En suivant une idée de M. Hadamard, nous dirons que le problème de Cauchy posé pour le système (1) est *uniformément correct* sur l'intervalle (0, T) si :

1° pour tout système de fonctions $\varphi_i(x_1, \ldots, x_n)$ bornées avec leurs dérivées partielles jusqu'à un certain ordre fini dans tout l'hyperplan $(x_1, \ldots, x_n)$, il n'existe qu'un seul système de fonctions u_i, bornées avec leurs dérivées qui figurent dans les équations (1), vérifiant pour chaque $t(0 \leqq t_0 < t < T)$ le système (1) et prenant pour $t = t_0$ les valeurs $\varphi_i(x_1, \ldots, x_n)$;

2° les fonctions u_i dépendent d'une manière continue, uniformément par rapport à t_0, des fonctions φ_i et de leurs dérivées partielles jusqu'à un certain ordre fini.

Si les coefficients $A_{ij}^{(k_1,\ldots,k_n)}$ *ne dépendent que d'une seule variable* t et sont continues et si les fonctions f_i admettent des dérivées partielles bornées d'ordres assez élevés, la condition suivante est nécessaire et suffisante pour que le problème de Cauchy posé pour le système (1) soit uniformément correct dans l'intervalle (0, T).

Condition A. — Les maximums des modules des fonctions

$$v_i^{(l)}(t, t_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n),$$

satisfaisant sur l'intervalle (t_0, T) au système

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_{l=1}^{N} \sum_{(k_s)} A_{ij}^{(k_1,\ldots,k_n)}(t)\,(i\alpha_1)^{k_1}\ldots(i\alpha_n)^{k_n} v_j,$$

et pour $t = t_0$ aux conditions

$$v_i^{(l)}(t_0) = 1, \qquad i = l,$$
$$= 0, \qquad i \neq l,$$

ne doivent pas croître plus vite qu'une certaine puissance finie du plus grand des $|\alpha_s| (s = 1, \ldots, n)$ quand tous les α_s ne prennent que des valeurs réelles et que $\max|\alpha_s| \to \infty$ $(s = 1, \ldots, n)$.

La condition A est certainement remplie si, pour toutes les valeurs de $t(0 \leqq t \leqq T)$ et pour tous les α_s réels les parties réelles de toutes les

racines du déterminant de la matrice

$$\left\| \sum_{(k_s)} A_{ij}^{(k_1, \ldots, k_n)}(t)\,(i\alpha_1)^{k_1}\ldots(i\alpha_n)^{k_n} \right\| - \lambda E \tag{2}$$

sont négatives, la sommation étant étendue à tous les $k_s \geqq 0$ dont la somme est égale à M, et E étant la matrice unitaire.

On peut démontrer dans ce cas que, si les fonctions f_i sont analytiques par rapport à $x_1, \ldots, x_n$, les fonctions $u_i(t, x_1, \ldots, x_n)$ sont aussi analytiques par rapport à $x_1, \ldots, x_n$ pour $t > t_0$ et l'on peut démontrer l'existence de la solution du problème de Cauchy en supposant uniquement que les fonctions $\varphi_i(x_1, \ldots, x_n)$ soient continues et bornées.

Mais si, même pour un seul choix des α_s réels et pour une valeur de t, la partie réelle d'une racine au moins d'un déterminant de la matrice (2) est positive, la condition A n'est pas remplie.

Pour que le problème de Cauchy soit posé correctement dans le cas des $A_{ij}^{(k_1, \ldots, k_n)}$ constants, il faut et il suffit que les parties réelles de toutes les racines de la matrice (2) ne tendent pas vers $+\infty$ plus vite que $l_n \operatorname{Max}|\alpha_s|$, quand $\operatorname{Max}|\alpha_s| \to \infty$; maintenant dans la formation de la matrice (2) il faut étendre la sommation à tous les $K_s \geqq 0$, et non seulement à ceux des K_s dont la somme est égale à M.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur la mesure invariante dans des groupes topologiques.* Note [1] de M. **Béla de Sz. Nagy**, présentée par M. Élie Cartan.

Un théorème important démontré par A. Haar [2] affirme la possibilité d'introduire dans tout groupe G métrique continu, localement compact et séparable une mesure invariante à droite et une autre invariante à gauche, jouissant des propriétés suivantes : tout ensemble borélien est mesurable (de mesure finie ou infinie), tout ensemble ouvert compact a une mesure finie, tout ensemble mesurable est contenu dans un ensemble borélien de la même mesure. L'invariance à droite (à gauche) veut dire qu'avec un ensemble mesurable E tout ensemble $E.a$ (respectivement $a.E$) est également mesurable, avec la même mesure [3].

---

[1] Séance du 30 mars 1936.

[2] *Annals of Math.*, 34, 1933, p. 147-169.

[3] $E.a$ signifie l'ensemble des points $x.a$, où x parcourt les points de E (a étant un élément fixe quelconque de G).

M. J. von Neumann a démontré (1) que, dans le cas particulier où G est lui-même compact, toute mesure invariante à droite est invariante aussi à gauche et que ces mesures ne diffèrent qu'à des facteurs constants près. Nous allons donner ici une démonstration directe et simple de ce théorème et d'un théorème analogue concernant les groupes localement compacts commutatifs.

Soient μ_1 et μ_2 deux mesures sur le groupe G, supposé compact, la première étant invariante à droite, la deuxième invariante à gauche. Quel que soit l'ensemble ouvert $V \subset G$, il existe une suite de fonctions continues $h_n(x)$ de sorte que $0 \leqq h_n(x) \leqq 1$, $h_n(x) = 0$ sur $G - V$, $h_n(x) \to 1$ sur V (2).

En désignant par

$$\int \ldots \mu(dx)$$

les intégrales par rapport à une mesure μ, le théorème de M. Fubini (3) nous donne la relation

$$(1) \qquad \int_G \left[\int_G h_n(x.y)\, \mu_1(dx) \right] \mu_2(dy) = \int_G \left[\int_G h_n(x.y)\, \mu_2(dy) \right] \mu_1(dx)$$

(il s'agit ici des intégrales de fonctions continues, qui existent sans doute). En augmentant n indéfiniment, nous obtenons

$$\int_G h_n(x.y)\, \mu_1(dx) \to \mu_1(V.y^{-1}) = \mu_1(V)$$

et

$$\int_G h_n(x.y)\, \mu_2(dy) \to \mu_2(x^{-1}.V) = \mu_2(V).$$

La relation (1) devient dans le cas limite

$$\mu_1(V)\, \mu_2(G) = \mu_2(V)\, \mu_1(G).$$

Les deux mesures envisagées sont donc proportionnelles sur tout ensemble borélien, c'est-à-dire proportionnelles en général. C. Q. F. D.

---

(1) *Compositio Math.*, 1, 1934, p. 106-114.

(2) Par exemple : $h_n(x) = \inf[n.(x, G - V), 1]$ où $(x, G - V)$ signifie la distance de x à l'ensemble fermé $G - V$.

(3) Les mesures envisagées satisfont aux postulats de M. Carathéodory; la démonstration du théorème de M. Fubini donnée par M. C. Carathéodory (*Reelle Funktionen*, p. 621-630) est donc valable aussi dans notre cas de l'*espace produit* $G \times G$.

Soient maintenant μ_1 et μ_2 deux mesures invariantes à droite sur un groupe localement compact G. La mesure invariante à droite, définie pour les ensembles boreliens B par

$$\mu(B) = \mu_1(B) + \mu_2(B),$$

majorise la mesure μ_1. Comme, de plus, G est somme d'une suite d'ensembles ouverts compacts (en vertu de la séparabilité), il y a une fonction de Baire $g(x)$, telle qn'on a

$$\mu_1(B) = \int_B g(x)\,\mu(dx) \tag{2}$$

pour tout ensemble borelien B [1]. L'invariance à droite fournit la relation

$$\int_B g(x)\,\mu(dx) = \mu_1(B) = \mu_1(B.y^{-1}) = \int_{B.y^{-1}} g(x)\,\mu(dx) = \int_B g(x.y)\,\mu(dx);$$

l'équation $g(x) = g(x.y)$ doit donc être satisfaite pour tout x, excepté au plus les points d'un ensemble (évidemment borelien et dépendant de y), dont la mesure μ est égale à zéro. En appliquant un théorème bien connu de M. Fubini sur la fonction de deux variables $g(x.y)$, nous obtenons que pour tout x_0 fixe n'appartenant pas à un certain ensemble nul par rapport à μ, l'équation $g(x_0.y) = g(x_0) = c$ est satisfaite presque partout par rapport à μ. En désignant par Z l'ensemble exceptionnel, l'équation $g(x) = c$ a donc lieu partout excepté aux points de l'ensemble $x_0.Z$.

Pour G commutatif $\mu(x_0.Z)$ étant égal à $\mu(Z.x_0) = \mu(Z) = 0$, nous déduisons de (2) la relation

$$\mu_1(B) = c.\mu(B)$$

et par analogie

$$\mu_2(B) = c'.\mu(B).$$

La proportionnalité de μ_1 et μ_2 est donc démontrée.

---

[1] Cf. S. Saks, *Théorie de l'intégrale*, p. 255-257.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les formes générales des opérations linéaires qui transforment quelques espaces classiques dans un espace semi-ordonné linéaire arbitraire.* Note [1] de M. **Leonidas Kantorovitch**, transmise par M. Émile Borel.

Dans ce qui suit nous désignerons par $X = \{x\}$ un espace du type (B)[2], et par $Y = \{y\}$ un espace semi-ordonné linéaire et régulier [3].

Nous considérons les opérations linéaires qui transforment X dans Y, c'est-à-dire les opérations additives de la forme $y = f(x) [x \in X ; y \in Y]$ avec la norme finie, c'est-à-dire telle que la borne supérieure

$$\sup_{\|x\|=1} f(x) = \|f\|$$

est finie.

Dans cette Note, je veux donner les formes générales des opérations linéaires $y = f(x)$, dans le cas où X désigne un des espaces classiques.

1. $X = C$, c'est-à-dire cette fois X désigne l'espace des fonctions continues $x(t)$, définies dans l'intervalle (a, b) avec la définition suivante de la norme

$$\|x\| = \sup_{a \leq t \leq b} |x(t)|.$$

Considérons une fonction abstraite $y(t)$, définie dans l'intervalle (a, b) dont les valeurs appartiennent à Y. Une telle fonction est dite à variation bornée, lorsque les sommes

$$\sum_{i=1}^{n} |y(t_i) - y(t_{i-1})|$$

restent bornées pour toutes les décompositions $a = t_0 < t_1 < \ldots < t_n = b$ de l'intervalle (a, b). La borne supérieure de ces sommes s'appelle la « variation de la fonction $y(t)$ dans (a, b) : $\operatorname{var}_{a}^{b} . y(t)$ ».

Remarquons qu'une fonction à variation bornée peut être présentée comme la différence de deux fonctions croissantes et a une infinité dénombrable au plus des points de discontinuité. Au contraire elle pourrait

---

(1) Séance du 9 mars 1936.

(2) S. Banach, *Théorie des opérations linéaires.*

(3) Cf. mes Notes, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1457; **202**, 1936, p. 813.

ne vérifier la condition de Lipschitz dans aucun point, et c'est là le point essentiel où elle diffère des fonctions à valeurs réelles.

Nous pouvons maintenant donner le théorème qui présente la généralisation du théorème classique de M. Fr. Riesz :

Théorème I. — *La forme générale d'une opération linéaire qui transforme* C *dans* Y *est donnée par l'intégrale du type de Stieltjes*

$$y = f(x) = \int_a^b x(t)\,dy(t) = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} x(\tau_i)[y(t_{i+1}) - y(t_i)],$$

où $y(t)$ *est une fonction quelconque à variation bornée. La norme de cette opération est*

$$\|f\| = \operatorname*{var.}_a^b y(t).$$

2. $X = L$ est l'espace des fonctions sommables $x(t)$, définies dans l'intervalle (a, b), avec la norme

$$\|x\| = \int_a^b |x(t)|\,dt.$$

Nous dirons que la fonction $y(t)$ vérifie la condition de Lipschitz dans l'intervalle (a, b) lorsque les quotients

$$\left|\frac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1}\right| \quad (a \leqq t_1 < t_2 \leqq b)$$

ont la borne supérieure finie y_0. On peut démontrer, dans le cas où $x \in L$ et $y(t)$ vérifie la condition de Lipschitz, qu'il existe la limite

$$\lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} \mu_i[y(t_i) - y(t_{i-1})], \qquad \text{où} \qquad \mu_i = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} x(t)\,dt.$$

Nous désignerons cette limite comme $(R)\int_a^b x(t)\,dy(t)$, car il est évident qu'elle coïncide avec l'intégrale du type de Radon.

Théorème II. — *La forme générale d'une opération qui transforme* L *dans* Y *est donnée par l'intégrale*

$$f(x) = (R)\int_a^b x(t)\,dy(t),$$

où $y(t)$ *est une fonction qui vérifie la condition de Lipschitz. En outre,* $\|f\| = y_0$.

3. Soit $X = R_n^{(p)}$ $(n = 1, 2, \ldots, 1 \leqq p \leqq +\infty)$ est l'espace vectoriel à n dimensions $X = \{x\}$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, avec la définition suivante de la norme

$$\|x\| = (|x_1|^p + |x_2|^p + \ldots + |x_n|^p)^{\frac{1}{p}}.$$

Introduisons maintenant la notion suivante. Soient $1 \leqq q \leqq +\infty$, $p = q/q-1$, et y_1, y_2 deux éléments quelconques de Y, posons

$$m_q(y_1, y_2) = \sup_{|x_1|^p + |x_2|^p = 1} (x_1 y_1 + x_2 y_2).$$

Alors on a

$$m_q(y_2, y_1) = m_q(y_1, y_2); \tag{1}$$

$$m_q[y_1, m_q(y_2, y_3)] = m_q[m_q(y_1, y_2), y_3]; \tag{2}$$

$$m_{+\infty}(y_1, y_2) = \sup(|y_1|, |y_2|); \tag{3}$$

$$m_q(y_1, y_2) = (|y_1|^q + |y_2|^q)^{\frac{1}{q}}, \tag{4}$$

lorsque Y est l'espace des nombres réels. Définissons encore

$$m_q(y_1, y_2, \ldots, y_n)$$

par l'induction

$$m_q(y_1, y_2, \ldots, y_n) = m_q[m_q(y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}), y_n].$$

Théorème III. — *La forme générale d'une opération qui transforme* $R_n^{(p)}$ *dans* Y *est*

$$y = f(x) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n,$$

où $y_1, y_2, \ldots, y_n$ *sont des éléments quelconques de* Y. *La norme de l'opération est*

$$\|f\| = m_q(y_1, y_2, \ldots, y_n) \qquad \left[q = \frac{p-1}{p}\right].$$

Marquons l'inégalité de Hölder généralisée

$$|x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n| \leqq m_p(x_1, x_2, \ldots, x_n) . m_q(y_1, y_2, \ldots, y_n).$$

HYDRAULIQUE. — *Expériences sur les piles de barrages déversoirs à profil aérodynamique et à contractions nulles.* Note [1] de MM. **Léopold Escande** et **Georges Sabathe**, transmise par M. Charles Camichel.

L'un de nous [2] avait étudié le profil optimum de barrage déversoir dont il avait indiqué la détermination pratique. Dans ce même travail, il avait proposé une méthode pour la détermination de piles à profil aérodynamique susceptibles de présenter un net avantage vis-à-vis des profils usuels.

La méthode est la suivante : on trace, dans un plan, un profil d'aile biconvexe symétrique; on déforme ensuite ce plan, en l'appliquant sur la surface cylindrique constituant le déversoir, de telle sorte que le profil, d'axe normal aux génératrices du barrage, ait son maître couple au voisinage du point le plus haut du sommet. On obtient ainsi, sur le barrage lui-même, une courbe qui constitue la base de la pile : la surface latérale de celle-ci est alors déterminée par l'ensemble des lignes équipotentielles s'appuyant sur cette courbe et préalablement déterminées par la construction de Prasil pour l'écoulement plan sur le déversoir.

Dans la note actuelle, nous exposons les résultats que nous avons obtenu en étudiant expérimentalement de telles piles placées sur un barrage à profil optimum.

Le modèle fonctionne sous la charge de $0^m,16$ au-dessus du seuil et il est surmonté de piles déduites d'un profil Joukowsky de longueur $0^m,50$ de maître couple $0^m,1065$. La distance d'axe en axe entre piles est de $0^m,294$; l'extrême pointe du profil est tronquée (*fig.* 1).

L'écoulement est extrêmement régulier (*fig.* 2); après son passage au droit du maître couple la nappe déversante ne décolle pas de la pile et s'épanouit sur le parement aval du barrage; les contractions ne sont pas visibles.

Exprimons le débit du déservoir par la formule

$$Q = m\left[L - \frac{n\alpha h}{10}\right] h\sqrt{2gh},$$

---

(1) Séance du 30 mars 1936.

(2) L. Escande, Revue *Science et Industrie*, 236, septembre et octobre 1933, p. 467.

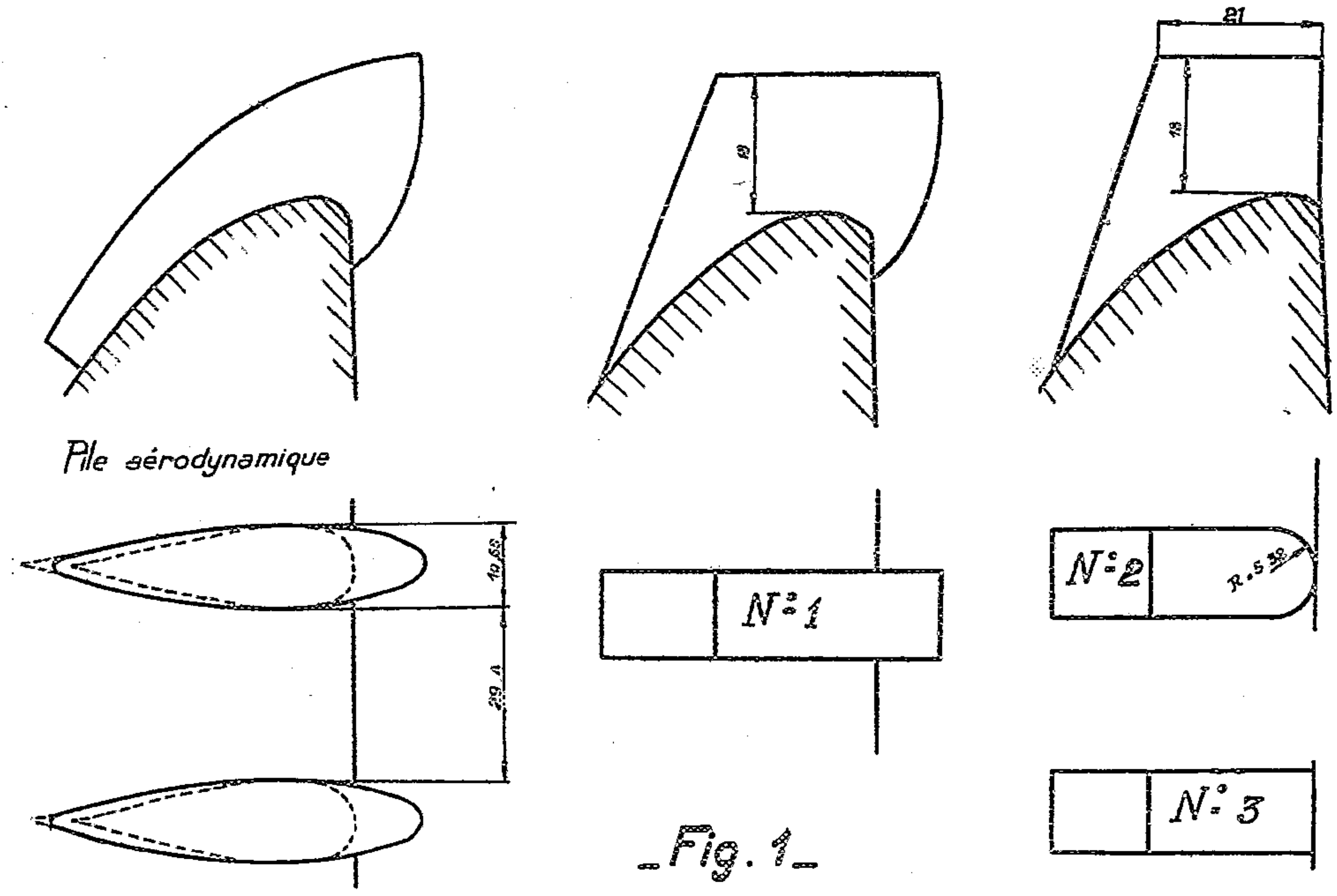


Fig. 1

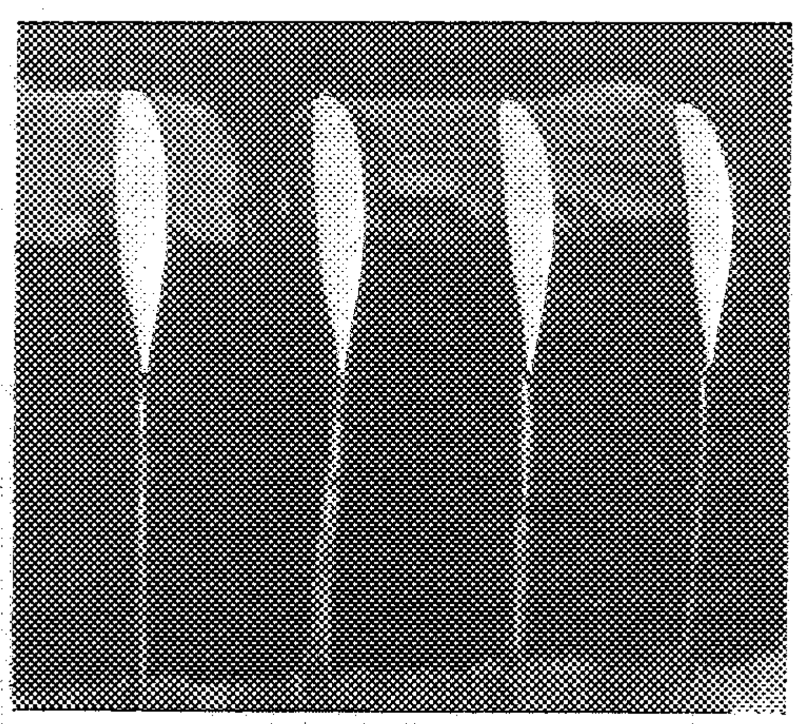


Fig. 2

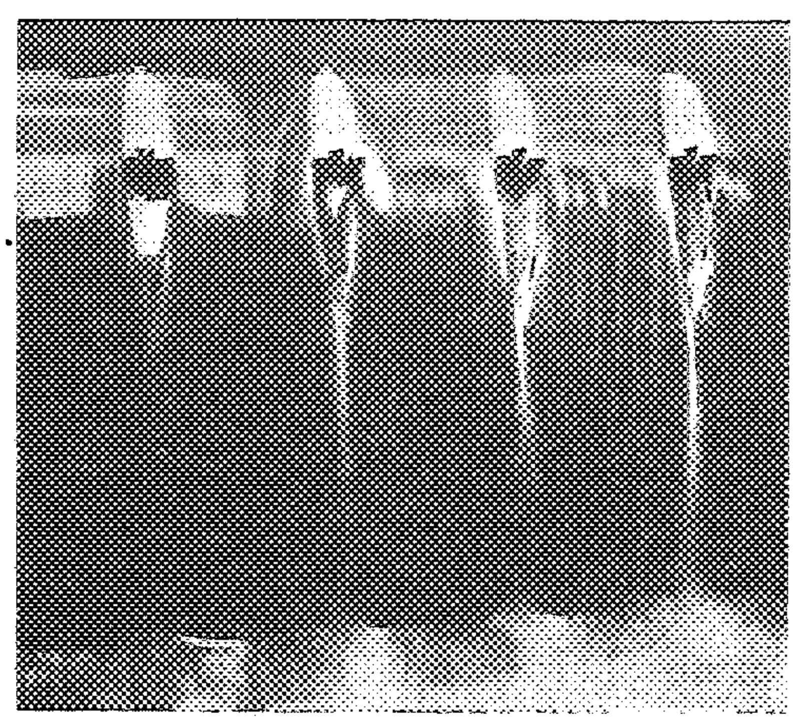


Fig. 3

dans laquelle m est le coefficient de débit du déservoir en l'absence de piles, n le nombre de contractions, L la longueur totale du débouché du seuil entres piles, h la charge au-dessus du seuil et α un coefficient caractérisant la contraction.

On trouve, pour $h = 0^m,16$, $L = 1^m,469$ et $n = 10$, que α a une valeur sensiblement nulle.

En supprimant toute la portion de piles aérodynamiques située à l'aval du maître couple, nous nous sommes rendu compte que cette suppression ne modifie en rien la valeur du débit vis-à-vis du cas des piles entières et ne trouble en rien la régularité de l'écoulement (*fig.* 3).

Nous avons enfin comparé les résultats ainsi obtenus à ceux que fournissent trois autres profils de piles, montés sur le même barrage et dont la figure 1 donne les caractéristiques; les contractions deviennent visibles et l'on obtient, avec la même charge de $0^m,16$ au-dessus du seuil, les valeurs suivantes de α :

Pour le profil 1	$\alpha = 0,10$
Pour le profil 2	$\alpha = 0,17$
Pour le profil 3	$\alpha = 0,70$

Ces résultats montrent le net avantage des piles à profil aérodynamique.

AÉRODYNAMIQUE. — *Échanges thermiques entre un corps chauffé et l'air, quand le corps a une grande vitesse par rapport au fluide.* Note [1] de MM. **Edmond Brun**, **Marcel Jampy** et **Robert Lecardonnel**, transmise par M. Charles Fabry.

I. *Nouvelle définition du coefficient de convection forcée.* — Un solide, de surface totale S, est animé, par rapport à l'air, d'une vitesse relative v. On lui fournit, sous forme électrique par exemple, une puissance constante W. Le corps prend, à la vitesse v, une température de régime t qui correspond à l'égalité entre l'énergie reçue par le corps et celle qu'il cède à l'atmosphère pendant le même temps. On définit généralement le coefficient moyen h_1 de convection forcée du corps à la vitesse v par la relation

$$W = h_1 S(t - t_a), \tag{1}$$

[1] Séance du 30 mars 1936.

où t_a est la température de l'atmosphère. C'est sur cette relation que sont fondées habituellement les méthodes de mesure [1].

La définition précédente du coefficient h_1 a l'avantage de la simplicité, mais elle ne correspond pas au concept que l'on se fait de la convection et elle masque entièrement le mécanisme des échanges thermiques aux grandes vitesses; cela parce que, dans le bilan énergétique que représente l'équation (1), on n'a pas fait figurer la puissance P transformée en chaleur (surtout à cause du frottement) par le déplacement relatif du solide dans le fluide. Nous définirons donc un nouveau coefficient de convection h en remplaçant l'équation (1) par la relation

$$W + P = hS(t - t_a). \tag{2}$$

La nécessité et l'importance du terme P sont montrées par le fait que, si la puissance apportée à l'intérieur du corps est nulle ($W = 0$), on observe un échauffement $t_0 - t_a$ du solide, qui est important aux grandes vitesses [2] et

$$P = hS(t_0 - t_a). \tag{3}$$

En tenant compte de (3), l'équation (2) prend la forme

$$W = hS[(t - t_a) - (t_0 - t_a)] \tag{4}$$

ou

$$W = hS(t - t_0). \tag{5}$$

La formule (5) diffère de (1) et, par suite, la définition de h diffère de celle de h_1, en ce que la température ambiante t_a a été remplacée par la température t_0 que prend le corps, déplacé à la vitesse v, sans qu'on lui fournisse intérieurement d'énergie.

II. *Mesure du nouveau coefficient de convection forcée.* — Nos expériences effectuées dans des souffleries rapides, ont porté, d'une part, sur des fils placés dans un plan perpendiculaire à la veine (anémomètre à fil chaud), d'autre part, sur un tube cylindrique à génératrices parallèles à la vitesse et terminé par un bout arrondi faisant face au vent (extrémité d'une antenne Badin); elles ont été poussées jusqu'à des

(1) Voir cependant VERNOTTE et BLOUIN, *Publications du Ministère de l'Air*, n° 36, 1933.

(2) Voir E. BRUN, *Thèse*, Paris, 1935.

vitesses de 170 m/s. Comme, dans une expression monome du coefficient h, la vitesse v et la masse spécifique ρ du fluide doivent figurer avec le même exposant, nous sommes conduits, dans le cas des mesures en soufflerie, à exprimer h en fonction de la vitesse réduite $v\rho/\rho_0$, où ρ_0 est la masse spécifique de l'atmosphère extérieure à la soufflerie.

Les valeurs expérimentales de h en fonction de la vitesse réduite se placent sur une courbe uniforme qui peut se traduire par une expression monome. (Au contraire, si nous portions les valeurs de h_i en fonction de la vitesse, nous aurions une courbe de forme peu régulière présentant un maximum dont l'interprétation serait difficile sans les considérations précédentes.) Dans le cas particulier du cylindre, nous trouvons $h = k(v\rho/\rho_0)^{0,8}$ avec k voisin de 400 C. G. S. Pour des fils très fins l'exposant est voisin de 0,4.

III. Applications. — Pour voir ce qui se passe dans la pratique quand un corps chauffé se déplace rapidement dans l'air (radiateur, dispositif antigivreur d'avion, etc.), remplaçons dans la formule (4) les valeurs de h et de $(t_0 - t_a)$ respectivement par les expressions $k(v\rho/\rho_0)^n$ et Av^2 que l'expérience nous a permis de déterminer. Nous avons

$$W = k\left(\frac{v\rho}{\rho_0}\right)^n S[(t - t_a) - Av^2]. \tag{6}$$

Dans une atmosphère à densité constante, nous pouvons poser

$$k\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n S = \text{const.} = B$$

et nous aurons

$$t - t_a = \frac{W}{Bv^n} + Av^2.$$

A cause du terme en v^{-n} (n inférieur à 1), aux faibles vitesses, le corps se refroidit rapidement quand la vitesse augmente. Cependant, le refroidissement est de moins en moins rapide et, pour la valeur $v_m = (nW/2AB)^{1/n+2}$, la différence $t - t_a$ passe par un minimum. Quand la vitesse dépasse la valeur v_m, la température du corps remonte, car le terme en v^2 devient alors prépondérant.

Nous aurions pu interpréter la formule (6) de façon différente en supposant constante la différence $t - t_a$ entre la température du corps et celle de l'atmosphère : la puissance W qui peut être fournie au corps, nulle pour les vitesses 0 et $(t - t_a/A)^{1/2}$, passe par un maximum pour la vitesse $[n(t - t_a)/(2 + n)A]^{1/2}$.

PHYSIQUE SOLAIRE. — *La couronne solaire en* 1935.
Note (1) de M. **Bernard Lyot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Observation directe. — En 1931, au Pic du Midi, j'avais obtenu, à l'aide d'un coronographe de 13^{cm} d'ouverture, quelques clichés montrant nettement la forme de la couronne intérieure, mais l'image de la couronne, donnée par cet instrument, n'était pas assez contrastée pour apparaître directement à l'oculaire.

Pendant les mois d'août et septembre 1935, j'ai repris les observations au Pic du Midi, avec un nouveau coronographe de 20^{cm} d'ouverture (2). Le 15 août, à travers un filtre orangé, on voyait au Nord-Ouest, dans l'angle de position 308°, un fuseau sensiblement radial, haut de 2′ environ qui se distinguait des protubérances par ses contours mal définis et par sa teinte. Au spectroscope, ce fuseau ne montrait pas les raies chromosphériques, tandis que les raies coronales 5303 et 6374 s'y trouvaient renforcées; il appartenait donc à la couronne. De part et d'autre on voyait des espaces sombres et quelques jets plus faibles.

La forme de cet ensemble a varié lentement au cours de la journée du 15. Le 16, le fuseau central s'était atténué tandis qu'un nouveau jet plus intense avait pris naissance. Cette formation, enregistrée sur plusieurs clichés, était encore visible le 19.

Spectre de la couronne. — Le spectrographe employé pour cette étude comporte un réseau plan de Rowland très lumineux dans l'infrarouge et dont la surface striée mesure 8^{cm} ainsi que trois chambres photographiques dont les foyers respectifs sont 1^{m}, 35^{cm} et 8^{cm},5. Il est fixé au coronographe de 20^{cm} d'ouverture le long de la partie inférieure du tube. On peut donner à la fente du spectrographe une orientation quelconque en faisant tourner l'ensemble des deux appareils autour de l'axe du coronographe.

Dans le vert et dans le rouge, le foyer de 1^{m} était utilisé avec le deuxième ordre du réseau; la dispersion était en moyenne de 7,5 Å par millimètre.

Entre 5000 et 5700 Å, les spectres montrent la raie 5303 remarquablement intense, ils ne portent cependant aucune trace des raies voisines 5118 et 5536. J'ai cherché ces deux raies visuellement sans succès, en divers points du bord solaire.

(1) Séance du 30 mars 1936.
(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 392.

Entre 6300 et 6800 Å, les clichés montrent la raie 6374 avec une intensité remarquable, ils montrent également, vers 6702, une autre raie d'émission, beaucoup moins forte, mais cependant très nette. Cette raie découverte par Grotrian, à l'éclipse du 9 mai 1929, n'avait pas été observée depuis. Par contre, on ne voit aucune trace de la raie 6776 découverte à l'éclipse du 21 octobre 1930, par Mitchell et jugée par cet observateur beaucoup plus intense que la raie 6703.

Entre 6800 et 7600 Å, aucune raie d'émission n'apparaît sur les spectres.

Au début de l'infrarouge, entre 7600 et 8800 Å, j'ai pris de nombreux clichés avec la chambre de 35^{cm} et le deuxième ordre du réseau. La dispersion était de 18 Å par millimètre. Tous les spectres montrent, vers 7892 Å, une forte raie d'émission comparable, en intensité, à la raie 6374 et qui s'élève à 3',5 du bord solaire. C'est une nouvelle raie coronale.

D'autres clichés ont été obtenus entre 8200 et 10300 Å, sur des plaques Calzavarra, avec le foyer 35^{cm} et le premier ordre du réseau. Leur dispersion est de 42 Å par millimètre, les temps de poses ont atteint 3 heures. Ces spectres ne montrent aucune raie attribuable à la couronne.

Quelques essais ont été faits à la fin de septembre, en vue de déterminer la répartition de la lumière des raies coronales autour du Soleil. La fente rectiligne du spectrographe était remplacée par une fente circulaire à l'intérieur de laquelle on formait l'image du disque masquant le Soleil. La dimension de cette image était ajustée de manière que la fente coupe la couronne à 1' du bord solaire environ. La raie infrarouge, photographiée ainsi le 27 septembre, possède une répartition très régulière avec quatre maxima à peu près égaux vers le 25e degré de latitude. Cette répartition est très différente de celle des raies 5303 et 6374.

De retour à Meudon, les appareils ont été installés sur la table équatoriale. Quelques belles journées d'octobre m'ont permis à plusieurs reprises d'observer les raies 5303 et 6374 et de les photographier ainsi que la raie nouvelle 7892. La raie 6703 apparaît, faible mais certaine, sur un cliché pris le 8 octobre à $11^{h}15$ alors que la brillance du ciel près du bord solaire s'était abaissée à 40 millionièmes de celle du Soleil, chiffre très rare à Meudon.

Longueurs d'ondes et courbes de lumière des raies coronales. — Les clichés ont été mesurés par M. H. Grenat, directement et par moi-même, sur des enregistrements obtenus au microphotomètre; ils ont donné, pour les raies coronales, les longueurs d'ondes suivantes exprimées en angströms internationaux :

Raie verte.........	5302,83 ± 0,02	Raie de Grotrian...	6701,73 ± 0,05
Raie rouge.........	6374,50 ± 0,03	Raie nouvelle......	7891,6 ± 0,2

Ces quatre raies présentent, sur les spectres, des largeurs très supérieures à celles des raies solaires. J'ai pu déduire des enregistrements les courbes de lumière relatives aux trois premières, avec une précision satisfaisante. Il fallait, pour cela, tenir compte de la déformation introduite par le spectrographe et par le microphotomètre.

Le contour véritable d'une raie coronale peut être calculé en partant des contours relevés expérimentalement sur le même spectre, pour cette raie et pour une raie solaire voisine pratiquement monochromatique. Le calcul direct exige la résolution d'un grand nombre d'équations. J'ai préféré chercher par tâtonnement une courbe qui, lorsqu'on la combine avec le contour expérimental d'une raie solaire, reproduise le contour expérimental de la raie coronale. J'ai obtenu ainsi, pour les trois premières radiations, des courbes très voisines de celle qui donne la répartition des vitesses radiales des molécules d'un gaz. Leurs largeurs équivalentes sont : 0,80 Å pour la raie 5303, 0,97 Å pour la raie 6374 et 1,07 Å pour la raie 6702. La raie 7892 semble encore un peu plus large. Les autres raies du spectre coronal pourront sans doute être étudiées par les mêmes méthodes, au voisinage du prochain maximum d'activité solaire.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur l'énergie cinétique des étoiles.* Note de M. **Pierre Salet**, transmise par M. Ernest Esclangon.

M. Mineur a étudié [1] l'influence de la diminution de masse due au rayonnement sur l'énergie cinétique des étoiles et, par suite, sur l'équipartition de l'énergie entre les divers groupes stellaires de la Voie lactée. On peut ajouter que d'autres causes peuvent faire varier la force vive d'une étoile.

Pour expliquer la longue durée de l'évolution des étoiles, nous avons supposé, en 1911, que leur matière pouvait se transformer *totalement* en énergie rayonnante, mais nous ajoutions que : « Si l'on admet que l'énergie intra-atomique est de l'ordre de 10^{20} ergs par gramme de matière, il suffira, pour que le Soleil dure *indéfiniment*, qu'il reçoive 2^{cg} de matière par heure

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 710.

et par mètre carré de sa surface. En fait, cette quantité est presque égale à celle qui tombe effectivement sur le Soleil si l'on accepte l'évaluation de Nordenskiöld, citée par Arrhenius, pour la quantité de météorites et de poussières qui tombe sur la Terre (1) ».

Aujourd'hui, on peut toujours admettre la même densité pour les poussières cosmiques situées près de la Terre, mais on a constaté que cette densité est beaucoup plus faible dans l'espace qui nous sépare des étoiles, et surtout des lointaines nébuleuses spirales (2).

Notre théorie ne fournit donc pas une source indéfinie d'entretien de la masse des étoiles pour l'avenir. Mais dans le passé, cet effet a pu être beaucoup plus considérable que celui de la diminution de masse par rayonnement, et a pu modifier l'énergie cinétique de l'étoile.

Dans la théorie de la Relativité et si le rayonnement se fait sphériquement par rapport à des axes liés à la source, comme l'admet M. Mineur, le rayonnement ne change pas la vitesse de l'étoile (3). Alors l'effet de la matière cosmique reçue par l'étoile et l'effet de son rayonnement s'ajoutent ou se retranchent pour faire varier l'énergie cinétique de l'étoile, suivant que la matière cosmique avait primitivement un mouvement d'ensemble nul par rapport à l'espace fixe ou par rapport à l'étoile. Il en est de même pour l'équipartition de l'énergie. Mais, même si ces deux effets agissent en sens contraire, ils ne s'annulent sans doute pas. La contradiction subsiste donc entre l'équipartition de l'énergie et les variations de masse des étoiles au cours de leur évolution.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur quelques phénomènes saisonniers présentés par la planète Mars en* 1935. Note (4) de M. G. **Fournier**, présentée par M. Aymar de La Baume Pluvinel.

L'exposé ci-dessous résume les principales conclusions tirées des observations de Mars faites au cours de la dernière opposition, du 26 mars au

(1) *Revue du Mois*, **11**, 1911, p. 319.

(2) Ce vide extraordinaire pourrait être un argument en faveur de la théorie de l'Univers en expansion.

(3) Nous avons fait remarquer (*Journal des Observateurs*, **10**, 1927, p. 59) que, même dans l'hypothèse d'un éther fixe, on pouvait imaginer des modes d'émission tels que le rayonnement se fasse sphériquement par rapport à la source et non par rapport à des axes liés à l'éther.

(4) Séance du 23 mars 1936.

12 juin 1935, à la station astronomique installée à cet effet à Chelles, par M. Jarry Desloges. L'instrument est un réfracteur apochromatique de 22^{cm} d'ouverture.

L'intérêt de ces conclusions réside, en particulier, dans la confrontation des résultats obtenus avec les faits enregistrés à la station astronomique Jarry Desloges de Sétif, aux oppositions martiennes de 1918 et de 1920 ([1]), toutes deux comparables, au point de vue saisonnier, avec l'opposition récente.

En 1935, suivant la longitude héliocentrique 196°, le bord de la calotte polaire boréale a déjà rétrogradé jusqu'au 85ᵉ degré de latitude. Pour cette même longitude héliocentrique en 1920, ce bord n'est pas encore au 80ᵉ parallèle. C'est avec un retard de 60 jours terrestres sur 1935 qu'est franchi le 85ᵉ en 1920 (long. hélioc. 225°).

Cette même année 1920, le bord de la calotte polaire, 48 jours après le solstice d'été, s'établissait encore vers le 75ᵉ parallèle, avec un retard extrêmement important sur 1918, soit près de trois mois terrestres; du reste en 1918, le 85ᵉ de latitude avait été atteint près de 30 jours plus tôt qu'en 1920.

Ainsi la comparaison de ces trois oppositions 1918, 1920 et 1935 semblerait-elle autoriser à conclure que la saison fut, dans l'hémisphère boréal de Mars, particulièrement tardive en 1920, et que c'est en 1935 qu'elle fut, et de beaucoup, le plus précoce, si l'on se place exclusivement au point de vue de l'évolution du cap polaire.

La première observation faite par nous, en 1935, d'une plage blanche sur *Lemuria Regio*, au voisinage immédiat de la calotte polaire, coïncide avec la première présentation favorable du globe planétaire (22 avril, long. hélioc. 204°). En 1918, l'observation en avait été faite aux stations Jarry Desloges aussitôt que le permettait le retrait du cap polaire en ces régions, c'est-à-dire à une date qui correspond à une longitude héliocentrique de 164°. Cette année-là, la plage claire de *Lemuria* persista de manière à être encore observée 49 jours après le solstice d'été, et probablement même un mois plus tard. Tant en 1935 qu'en 1918 les aspects de ce phénomène clair furent très similaires.

En 1920, quoique la région de *Lemuria* eût montré quelque clarté dès le 21 avril, ce n'est que vers la longitude héliocentrique 227° que la blancheur apparut bien caractérisée, et comparable à ce qui avait été observé

(1) *Observations des surfaces planétaires*, 6 et 7.

en 1918. Ainsi le phénomène ne se manifestait en 1920 qu'à une époque extrêmement tardive, soit 111 jours après le solstice, c'est-à-dire en plein été martien.

La blancheur de *Lemuria*, observée pour la première fois par Schiaparelli en 1888, et qui figure sur les cartes de E. Antoniadi sous le nom d'*Olympia*, est un phénomène saisonnier sans doute constant. Il est probable qu'au début de chacune de ses apparitions, il procède de la même origine que la calotte polaire, c'est-à-dire, vraisemblablement, d'une précipitation au sol. Mais il ne fait aucun doute que, dans la suite, sa nature devient exclusivement d'ordre atmosphérique.

Une autre formation claire importante, observée en 1935 sur *Ierne Regio*, également au voisinage immédiat du cap polaire, ne correspond à rien de similaire au cours des deux autres oppositions, et tout porte à croire que ce fut aussi un phénomène d'ordre purement atmosphérique.

On doit, d'autre part, à notre sens, attribuer à un immense voile nébuleux une vaste bande dépourvue de tout détail topographique, observée en mars et en mai sur *Scandia* et ses environs, et jusqu'entre les deux *Propontis*, de part et d'autre du 50e parallèle. Rien de semblable n'existait là ni en 1918 ni en 1920, du moins sur pareille étendue.

Les caractères manifestés par la zone obscure entourant la calotte polaire se rapprochent, par son irrégularité de teinte, de ceux qu'elle montra tant en 1918 qu'en 1920. Mais seul *Lacus Hyperboreus* y représentait une masse importante et très sombre, comparable à ce qui fut observé aux deux autres positions. *Lacus Hyperboreus* paraît bien être, en toutes circonstances, comme le réservoir principal, et de beaucoup, où s'accumuleraient pour un temps les produits sombres issus du retrait de la calotte polaire.

Les observations faites par nous depuis 1907 sur la calotte polaire australe ont mis en évidence une relation certaine entre la frange sombre qui la borde à ses périodes de retrait et les plages obscures de basses latitudes : il s'agit de traînées ou chenaux assombris gagnant en intensité à mesure que la saison s'avance. C'est donc à un phénomène du même ordre que nous sommes conduit à attribuer la longue traînée sombre, si caractéristique, observée en avril 1935 entre *Lacus Hyperboreus* et *Nodus Alcyonius*, et prolongée du reste par *Nepenthes* jusqu'à *Syrtis Major*.

Faut-il rapporter à cette circonstance l'intensité et la définition exceptionnelles de la partie Nord de *Syrtis Major*, contrastant avec l'indécision de toutes les autres formations topographiques de l'hémisphère boréal ? Il

est en tout cas un fait bien certain, c'est le retard important et général, hormis ce cas particulier, constaté en 1935 dans l'évolution saisonnière des régions sombres de l'hémisphère boréal, par rapport aux deux oppositions prises ici comme termes de comparaison. Retard d'autant plus expressif qu'il est simultané à une régression plus avancée de la calotte polaire.

Cette contradiction, au moins apparente, tendrait à faire conclure que les brumes, ou autres phénomènes atmosphériques nébuleux circumpolaires, joueraient dans le climat martien, un rôle plus important que la disparition progressive de la calotte polaire elle-même. C'est en effet par un plus grand développement et une persistance plus marquée des nuées claires que l'opposition de 1935 se distingue aussi des deux autres.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la polarisation des ondes de Dirac.* Note [1] de M. **Jacques Winter**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous étudions la diffusion d'une onde monochromatique plane de Dirac, d'impulsion p, se propageant parallèlement à l'axe des z, par une sphère de potentiel constant [2]. Nous voulons suivre la méthode applicable aux ondes de de Broglie : mais, comme il est usuel en théorie de Dirac, nous raccorderons les ondes Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3, Ψ_4, sans leurs dérivées. Ceci revient, en coordonnées polaires, à raccorder, sur la surface de la sphère de potentiel, les deux fonctions du rayon vecteur $\mathbf{F}$ et $\mathbf{G}$.

Nous remarquons que l'on a

$$\mathbf{G}_k = \frac{\text{const.}}{\sqrt{pr}} \mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}(pr), \qquad \mathbf{F}_k = \frac{\text{const.}}{\sqrt{pr}} \mathbf{J}_{k+\frac{3}{2}}(pr) \qquad \left(j = k + \frac{1}{2}\right),$$

$$\mathbf{G}_{-k-1} = \frac{\text{const.}}{\sqrt{pr}} \mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}(pr), \qquad \mathbf{F}_{-k-1} = \frac{\text{const.}}{\sqrt{pr}} \mathbf{J}_{k-\frac{1}{2}}(pr) \qquad \left(j = k - \frac{1}{2}\right)$$

[j nombre quantique interne, k nombre quantique azimutal [3], $\mathbf{J}$ fonctions de Bessel]. Nous voyons donc, par raison de symétrie, que les déphasages subis par les ondes $\mathbf{F}$ et $\mathbf{G}$, pour $j = k + 1/2$, sont respectivement les

[1] Séance du 30 mars 1936.

[2] Voir Darwin, *Proc. Roy. Soc.*, 118, 1928, p. 654; Mott, *Proc. Roy. Soc.*, 135, 1932, p. 429; L. de Broglie, *L'électron magnétique*, Paris, 1934.

[3] Plus exactement, k joue le rôle de ce nombre, mais est défini d'une façon plus compliquée. Plus loin, u = nombre équatorial — 1/2.

mêmes que ceux subis par les ondes **G** et **F** correspondant aux mêmes fonctions de Bessel, pour $j = k - 1/2$.

L'onde plane, ayant son moment magnétique dirigé vers Oz, sera

$$\Psi_1 = -\lambda \mathbf{A} e^{\frac{2\pi i p z}{h}}, \qquad \Psi_2 = \Psi_4 = 0,$$
$$\Psi_3 = \mathbf{A} e^{\frac{2\pi i p z}{h}}, \qquad \lambda = \frac{p}{\frac{\mathbf{W}}{c} + mc}$$

($\mathbf{W}$, énergie; h, m, c, constantes usuelles). On l'obtient en ajoutant les solutions suivantes et en sommant par rapport à l'indice k (nous faisons $\varphi = 0$) (cf. Darwin, *loc. cit.* pour les notations) :

$$\overbrace{\begin{aligned} \Psi_1 &= -\lambda(k+1)\,\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{J}_{k+\frac{3}{2}}, \\ \Psi_2 &= -\lambda\,\mathbf{P}^1_{k+1}\mathbf{J}_{k+\frac{3}{2}}, \\ \Psi_3 &= (k+1)\,\mathbf{P}_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}, \\ \Psi_4 &= -\mathbf{P}^1_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}, \end{aligned}}^{j = k + \frac{1}{2},\ u = 0.} \qquad \overbrace{\begin{aligned} \Psi_1 &= -\lambda k\,\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{J}_{k-\frac{1}{2}}, \\ \Psi_2 &= \lambda\,\mathbf{P}^1_{k-1}\mathbf{J}_{k-\frac{1}{2}}, \\ \Psi_3 &= k\,\mathbf{P}_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}, \\ \Psi_4 &= \mathbf{P}^1_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}. \end{aligned}}^{j = k + \frac{1}{2},\ u = 0.}$$

On obtiendra l'onde

$$\Psi_2 = \mathbf{B}\lambda e^{2\pi i p z/h}, \qquad \Psi_1 = \Psi_3 = 0$$
$$\Psi_4 = \mathbf{B}\, e^{2\pi i p z/h},$$

ayant son moment magnétique vers $-Oz$, à l'aide des solutions

$$\overbrace{\begin{aligned} \Psi_1 &= -\lambda\,\mathbf{P}^1_{k-1}\mathbf{J}_{k-\frac{1}{2}}, \\ \Psi_2 &= \lambda k\,\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{J}_{k-\frac{1}{2}}, \\ \Psi_3 &= \mathbf{P}^1_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}, \\ \Psi_4 &= k\,\mathbf{P}_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}, \end{aligned}}^{j = k - \frac{1}{2},\ u = -1.} \qquad \overbrace{\begin{aligned} \Psi_1 &= \lambda\,\mathbf{P}^1_{k-1}\mathbf{J}_{k+\frac{3}{2}}, \\ \Psi_2 &= \lambda(k+1)\,\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{J}_{k+\frac{3}{2}}, \\ \Psi_3 &= -\mathbf{P}^1_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}, \\ \Psi_4 &= (k+1)\,\mathbf{P}_k\mathbf{J}_{k+\frac{1}{2}}. \end{aligned}}^{j = k + \frac{1}{2},\ u = -1.}$$

Si nous introduisons les déphasages dans les fonctions de Bessel, nous voyons que les ondes diffusées peuvent s'écrire sous la forme

$$u_1 = -\lambda(\mathbf{A}f + \mathbf{B}g), \qquad u_3 = \mathbf{A}f - \mathbf{B}g,$$
$$u_2 = \lambda(-\mathbf{A}g + \mathbf{B}f), \qquad u_4 = \mathbf{A}g + \mathbf{B}f,$$

f et g étant des séries de fonctions de Hankel, multipliées par les coefficients de phase. Si nous écrivons, maintenant, les expressions des flux diffusés dans le plan zOx, $\varphi = 0$, nous voyons qu'elles ne font intervenir $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ que par l'intermédiaire du facteur de normalisation $|\mathbf{A}|^2 + |\mathbf{B}|^2$. Bien entendu, il faut prendre les composantes du quadrivecteur densité-flux.

Nous voyons donc qu'une onde monochromatique plane de Dirac ne doit pas présenter de phénomène de polarisation par double diffusion, ce qui explique le résultat négatif des recherches expérimentales faites à ce sujet.

ÉLECTRICITÉ. — *Production des faisceaux intenses d'électrons lents.* Note de M. **René Planiol**, transmise par M. Aimé Cotton.

Nous avons eu besoin au cours de nos recherches sur l'excitation des jets atomiques par des faisceaux d'électrons de réaliser des courants électroniques intenses sous basse tension. Nous avons été arrêté par la diminution très rapide de l'intensité lorsque le champ accélérateur diminue. Celui-ci ne suffit plus à contrebalancer la charge d'espace autour du filament et quel que soit le chauffage de celui-ci, l'émission demeure très faible.

Le *canon à électrons* habituellement utilisé est placé dans un champ magnétique grossièrement uniforme ayant la même direction que la vitesse des électrons. Ce champ canalise ces derniers suivant ses lignes de force et les empêche de se disperser dans l'appareil. Le canon comporte une grille et un filament placés très près l'un de l'autre. La plaque, au même potentiel que la grille, est située à une quinzaine de centimètres de celle-ci. C'est dans l'intervalle grille plaque, parcouru par les électrons avec une vitesse constante, que se trouve le jet atomique.

La difficulté qu'il y a à obtenir des électrons lents par simple diminution de la tension grille, nous a amené à placer entre le filament et la grille principale une grille auxiliaire accélératrice. Celle-ci est portée à un haut potentiel positif. Elle crée ainsi à la surface du filament un champ suffisant pour obtenir une forte émission.

La grille principale, ainsi que la plaque, sont portées à un potentiel positif beaucoup plus faible. Les électrons, accélérés par la première grille, sont ainsi ralentis par le champ électrique régnant entre celle-ci et la grille principale de sorte qu'ils traversent le jet à faible vitesse.

Nous avons pu, avec ce montage, obtenir les résultats suivants :

Émission totale du filament............	220 milliampères	
Première grille (accélératrice)..........	50 millis sous	70 volts
Deuxième grille (retardatrice)..........	65 »	70 »
Plaque................................	105 »	70 »

Le montage normal (sans ralentissement des électrons) conduisait, en mettant simplement 70 volts sur la première grille, aux nombres suivants :

Émission totale du filament........ ...	7,5 milliampères	
Première grille.......................	2,5 millis sous	70 volts
Deuxième grille......................	1 »	70 »
Plaque...............................	4 »	70 »

On voit que la méthode utilisée ici augmente beaucoup l'intensité du faisceau d'électrons lents dont on peut disposer.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la synthèse de l'ammoniac par pulvérisation cathodique du plomb.* Note de MM. **Pierre Jolibois** et **François Olmer**, présentée par M. Henry le Chatelier.

Nous avons montré [1] que la synthèse de l'ammoniac se produit très facilement lorsqu'un mélange $N_2 + 3H_2$ circule *sans atteindre la colonne positive* autour de la cathode d'un tube à vide en fonctionnement. Comme nous avons attribué cette synthèse à la catalyse due aux particules de métal projetées cathodiquement, nous devions vérifier si les résultats obtenus avec le plomb qui se pulvérise d'une manière intense concordaient avec ceux que nous avons déjà publiés pour d'autres métaux (*loc. cit.*). En effet, en faisant traverser par un courant raréfié de $3H_2 + N_2$ une atmosphère de plomb pulvérisé cathodiquement on peut mesurer la quantité d'ammoniac formé en fonction de l'énergie électrique employée à pulvériser le métal. Lorsqu'on est encore loin d'avoir atteint l'équilibre, le rendement est sensiblement proportionnel à l'énergie dépensée; il suffit donc, au cours de ces expériences en circuit gazeux fermé qui durent environ une heure, de mesurer la quantité d'ammoniac formée en dix minutes et de la rapporter au point volts-ampères dépensés dans le tube à vide.

Nous avons ainsi trouvé que, pour un courant de 30 milliampères avec

---

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 62.

une cathode de plomb de 25^{cm^2}, le rendement augmente en fonction de la pression comme le montrent les nombres suivants :

Pression en mm.	1.	2.	4.	8.	20.
Nombres de watts utilisés pour fabriquer 1^{cm^3} NH_3.........	3,05	1,80	1,08	0,83	0,55

En laissant longtemps le même gaz soumis à cette pulvérisation cathodique nous avons constaté l'existence d'une limite dont le taux diminue avec la pression.

Pression en millimètres......................	2.	3.	4.	8.	13.	20.
Ammoniac pour 100 dans l'équilibre final.....	21,5	13,2	11,5	10,1	7,5	6,5

Nous avons calculé au moyen des abaques de M. Pierre Montagne à quelle température correspondent ces taux de dissociation et ces pressions en admettant que l'azote, l'hydrogène et l'ammoniac soient en équilibre thermodynamique. Les températures ainsi calculées sont les suivantes :

Pression en millimètres..................	2.	3.	4.	8.	13.	20.
Température centigrade....................	38	57	66	85	104	118

On voit que l'équilibre constaté en réalité est très voisin de l'équilibre thermodynamique, étant donné que la température de fonctionnement de notre tube à vide était certainement au-dessous de la température de fusion du plomb dans sa partie la plus chaude (cathode) et au-dessus de la température ordinaire dans sa partie la plus froide.

Ceci montre donc que la catalyse par projection cathodique est un moyen extrêmement puissant, puisqu'il amène dès la température ordinaire au voisinage de leur position d'équilibre des systèmes comme $N_2 + 3H_2$ qui doivent sans catalysateurs être chauffés à haute température pour atteindre leur composition d'équilibre.

MAGNÉTISME. — *Essai d'interprétation du moment à saturation des ferromagnétiques*. Note [1] de M. L. **Néel**, présentée par M. Pierre Weiss.

Jusqu'ici, pour les ferromagnétiques de la famille du fer, il a été impossible d'interpréter de façon satisfaisante le moment à saturation et de le

(1) Séance du 16 mars 1936.

relier au moment déduit de la constante de Curie. D'autre part le moment magnétique d'un atome dépend certainement de la nature des atomes voisins comme le montrent les résultats de Fallot [1].

Or les constantes de Curie des ferromagnétiques, corrigées de la variation thermique du champ moléculaire [2], montrent que le nickel, le cobalt et le fer possèdent respectivement 1,2 et 3 spin non compensés par atome, soit des moments à saturation de 5, 10 et 15 magnétons de Weiss tandis que l'expérience fournit, comme on sait, 3, 8,5 et 11 magnétons.

Je propose d'attribuer cette différence à une orientation incomplète des moments magnétiques dans l'aimantation à saturation, produite par le mécanisme suivant. Les moments magnétiques sont alignés parallèlement par les liaisons magnétiques entre atomes voisins; supposons que les liaisons magnétiques n'agissent que par intermittence, que l'occupation ou la non-occupation d'une liaison soit soumise à des lois statistiques : le moment d'un atome ne sera pas orienté quand aucune des liaisons qui le relient au reste du réseau ne sera occupée et son moment n'entrera pas en ligne de compte dans le calcul de la saturation. L'intermittence des liaisons magnétiques pourrait se produire parce qu'elles ne sont pas toutes réalisables en même temps : un atome serait susceptible de saturation.

Quoi qu'il en soit, supposons que la probabilité d'occupation d'une liaison ne dépende, pour un type donné de réseau cristallin, que de la disposition géométrique des deux atomes interagissants et aucunement de l'énergie de liaison correspondante. Soit, par exemple, un alliage qui cristallise dans le réseau du cube à faces centrées; parmi les 12 voisins à courte distance d'un atome A, susceptibles de jouer un rôle dans les interactions magnétiques, il peut y en avoir un certain nombre dont l'énergie d'interaction avec A est nulle; c'est ce qui se produit dans un alliage pour les voisins de A qui ne sont pas magnétiques comme les atomes de cuivre dans les nickel-cuivre. Le nombre n des voisins efficaces est donc égal ou inférieur à 12. Soit ϖ, la probabilité d'occupation de l'unique type de liaison qui entre ici en ligne de compte, ϖ sera le même pour tous les alliages du type considéré. La probabilité pour qu'aucune des n liaisons de A ne soit occupée est $(1-\varpi)^n$. C'est aussi la probabilité que possède A d'être soustrait à l'action d'orientation du champ moléculaire; donc le

---

[1] *Thèse*, Strasbourg, 1935.

[2] Néel, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1038.

moment moyen m par atome sera

$$m = \mu\,[1 - (1 - \varpi)^n] \qquad (\mu, \text{ magnéton de Bohr}).$$

Ce raisonnement n'est valable que si A ne possède qu'un seul spin non compensé par atome. Dans le cas où A possède q spin non compensés, on peut montrer que le moment moyen devient

$$m = q\mu[1 - (1 - \varpi)^{nq}]. \tag{1}$$

Le moment orienté est une fonction du nombre des voisins efficaces : il tend vers le moment total quand le produit nq est grand. C'est ce qui se produit pour le gadolinium [1] ($n = 12$, $q = 7$) dont le moment orienté est égal au moment total théorique.

Dans la formule (1), tout est connu sauf ϖ, qui se calcule, une fois pour toutes, en supposant connu le moment du nickel, on trouve ainsi $\varpi = 0,07333$. Cette valeur est voisine de $1/12$, ce qui signifie, qu'à un instant donné, il y a en moyenne une seule liaison occupée par spin et par atome. Le tableau suivant permet, pour un certain nombre d'atomes dont le nombre des voisins efficaces a été porté en indice, de comparer les moments expérimentaux aux moments calculés par la formule (1).

Atome.	q.	nq.	Moment calculé.	Moment observé.
Ni_{11}	1	11	2,84	2,83
Co_{12}.........	2	24	8,40	8,49
Fe_{12}	3	36	14,04	14,00

Le moment du nickel qui figure dans ce tableau, est le moment des atomes de nickel qui, dans les nickel-cuivre, possèdent 11 voisins nickel et 1 voisin cuivre.

On peut faire des calculs analogues dans le réseau du cube centré, mais les voisins efficaces sont de deux sortes : les 6 voisins situés sur les axes quaternaires et les 8 voisins situés sur les axes ternaires d'où deux probabilités d'occupation calculables en supposant connus les moments de deux substances. Tous les autres moments s'en déduisent : c'est ainsi qu'on obtient 9,11 magnétons pour le cobalt à 14 voisins efficaces, moment qui est exactement égal au moment fourni par l'étude expérimentale des ferro-cobalts.

En outre, ces considérations permettent de tracer les courbes qui donnent, en fonction de la concentration, les moments atomiques des ferronickels et des ferro-cobalts. On rend compte ainsi d'une manière satisfai-

---

(1) G. URBAIN, P. WEISS et F. TROMBE, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2132.

sante de courbes expérimentales compliquées qui ont posé, jusqu'ici, une énigme non résolue. Les concordances numériques obtenues montrent l'exactitude de la formule (1), qui relie le moment total au moment orienté, en fonction du nombre des voisins efficaces.

Il y aurait lieu maintenant de préciser, dans le cadre de la mécanique ondulatoire, le mécanisme suggéré ci-dessus et, étant donné la parenté, mise en évidence par Heisenberg, entre la liaison magnétique et la liaison homopolaire, de rechercher si cette conception statistique de la liaison magnétique ne pourrait pas être étendue à la liaison homopolaire.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les bandes de fluctuations de la vapeur de tellure.* Note de MM. **Maurice Désirant** et **André Minne**, transmise par M. Charles Fabry.

Dans son étude du système de bandes $\Sigma - \Sigma$ de Te^2, B. Rosen [1] a signalé qu'à la limite rouge de ce système existe une suite de bandes larges qui ne semblent pas appartenir au système principal.

Des bandes analogues ont été observées dans la vapeur de sélénium ; leur interprétation a été donnée récemment par B. Rosen et M. Désirant [2]. D'après ces auteurs, ces bandes, dans le cas de Se^2, résulteraient de transitions entre les termes de vibration d'un niveau électronique ayant une courbe de potentiel à minimum peu prononcé et les niveaux de vibration élevés de l'état électronique normal de la molécule. Ceci explique la répartition caractéristique d'intensités dans ce système (fluctuations). La présente étude a été entreprise en vue d'analyser les bandes larges de Te^2 ituées au delà de 5250 Å.

Comme source d'excitation des spectres de bandes de Te^2, nous avons fait usage d'un générateur d'ondes entretenues du type Esclangon-Bouty d'une puissance de 300 watts émettant des oscillations ayant une longueur d'onde d'environ 10^m. Le tube en quartz contenant du tellure chimiquement pur se trouvait dans l'axe de la bobine de self-induction du circuit ; les observations spectroscopiques se faisaient suivant cet axe. Comme appareil dispersif nous avons fait usage d'un spectrographe de Jobin-Yvon à 3 prismes

(1) *Zs. für Phys.*, **43**, 1927, p. 69.

(2) *Bull. Acad. roy. Belgique* (Classe des Sciences), **21**, 1935, p. 723; B. Rosen et P. Monfort, *Physica* (sous presse).

de verre donnant dans la région 5500-6000 Å a une dispersion d'environ 10 Å/mm.

Les bandes en question qui à faible dispersion sont larges et symétriques et paraissent être sans structure, se résolvent à la dispersion utilisée en de nombreuses bandes fines dégradées vers le rouge. Deux séries de bandes larges ont été observées : l'une débute à la limite du système principal et s'étend jusqu'à 6100 Å, l'autre se rattache à la première et se prolonge jusqu'à 6500 Å. La distance entre les bandes fines situées dans les bandes larges de la première série est d'environ $24\,cm^{-1}$; pour la seconde série la distance est de $20\,cm^{-1}$. Les bandes larges considérées ont été observées en absorption par B. Rosen, M. Désirant et L. Neven (1) à des températures élevées, de l'ordre de 1000° C.; au fur et à mesure que la température augmente, les bandes s'étendent de plus en plus vers les grandes longueurs d'onde.

Ceci, ajouté au fait que les distances entre les bandes larges des deux séries correspondent à peu près aux valeurs de ω'' du système principal du Te^2, nous fait conclure que l'état électronique inférieur des deux systèmes est l'état normal de Te^2. L'interprétation des bandes de fluctuation du tellure serait donc analogue à celle des bandes correspondantes du sélénium. Les bandes du premier système résulteraient de transitions entre un niveau électronique à minimum peu prononcé ($\omega' = 24\,cm^{-1}$, $\nu_{0,0} = 18900\,cm^{-1}$) et les niveaux de vibration $v'' \geqq 12$; le second système ($\omega' = 20\,cm^{-1}$, $\nu_{0,0} = 16370\,cm^{-1}$) résulterait de passages vers les niveaux $v'' \geqq 17$.

D'après Rosen, l'asymptote de l'état excité du système principal se trouve à $28000 \pm 1000\,cm^{-1}$. En admettant, par analogie avec les spectres de O^2 et S^2, que la molécule de Te^2 se dissocie dans cet état en atomes $^3P^2 + {}^1D^2$ on aurait pour chaleur de dissociation $D'' = 2,2$ volts. Les deux séries de bandes de fluctuations ont probablement une asymptote commune située à $22350\,cm^{-1}$ correspondant à la dissociation en atomes $^3P_2 + {}^3P_{0,1}$. Un travail détaillé paraîtra prochainement.

(1) *Nature*, 137, 1936, p. 498.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur l'intensité des groupes de structure fine des spectres magnétiques α du radioactinium et de ses descendants.* Note [1] de MM. **Salomon Rosenblum**, **Marcel Guillot** et Mlle **Marguerite Perey**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons repris, au laboratoire du grand électro-aimant de l'Académie des Sciences, l'étude du spectre magnétique α du Rd Ac et de ses successeurs, en utilisant un dispositif déjà décrit [2], et qui permet, en déplaçant le long du spectre un compteur, de dénombrer les particules α, en chaque point successivement. Nous nous sommes proposé d'évaluer ainsi directement les intensités relatives des raies déjà connues [3]. De plus, nous signalons de nouveaux groupes, pour l'AcX et l'An.

La source radioactive a été préparée à partir d'un mélange (lanthane + actinium en équilibre radioactif) exempt de radiothorium [4], et additionné d'un peu de cérium.

a. Extractions successives du (Ce + Rd Ac), par précipitation à ébullition, en milieu nitrique, en présence de perhydrol, au moyen d'ammoniaque décarbonatée qui précipite l'hydroxyde cérique et le Rd Ac (Ac et AcX restent en solution avec le lanthane). On élimine ensuite les traces d'Ac en répétant l'opération en présence du lanthane.

b. Élimination de l'AcX par addition de baryum ($0^{g},1$ environ) qu'on précipite avec AcX, sous forme de nitrate, par un grand excès d'acide nitrique (Rd Ac et Ce restent en solution). On centrifuge et décante. On précipite partiellement dans la solution l'hydroxyde cérique de la même manière que plus haut. On redissout et l'on recommence jusqu'à ce que le précipité de tête (contenant tout le Rd Ac) ne soit plus que de 1^{mg} environ.

c. On redissout dans l'acide nitrique. On ajoute à froid du rouge de méthyle, puis de l'ammoniaque décarbonatée très diluée, jusqu'à virage du rouge au jaune ($6 > pH > 5,5$). Tout le Rd Ac est alors insolubilisé, bien que le liquide reste limpide. On centrifuge. On délaie le micro-

---

(1) Séance du 30 mars 1936.

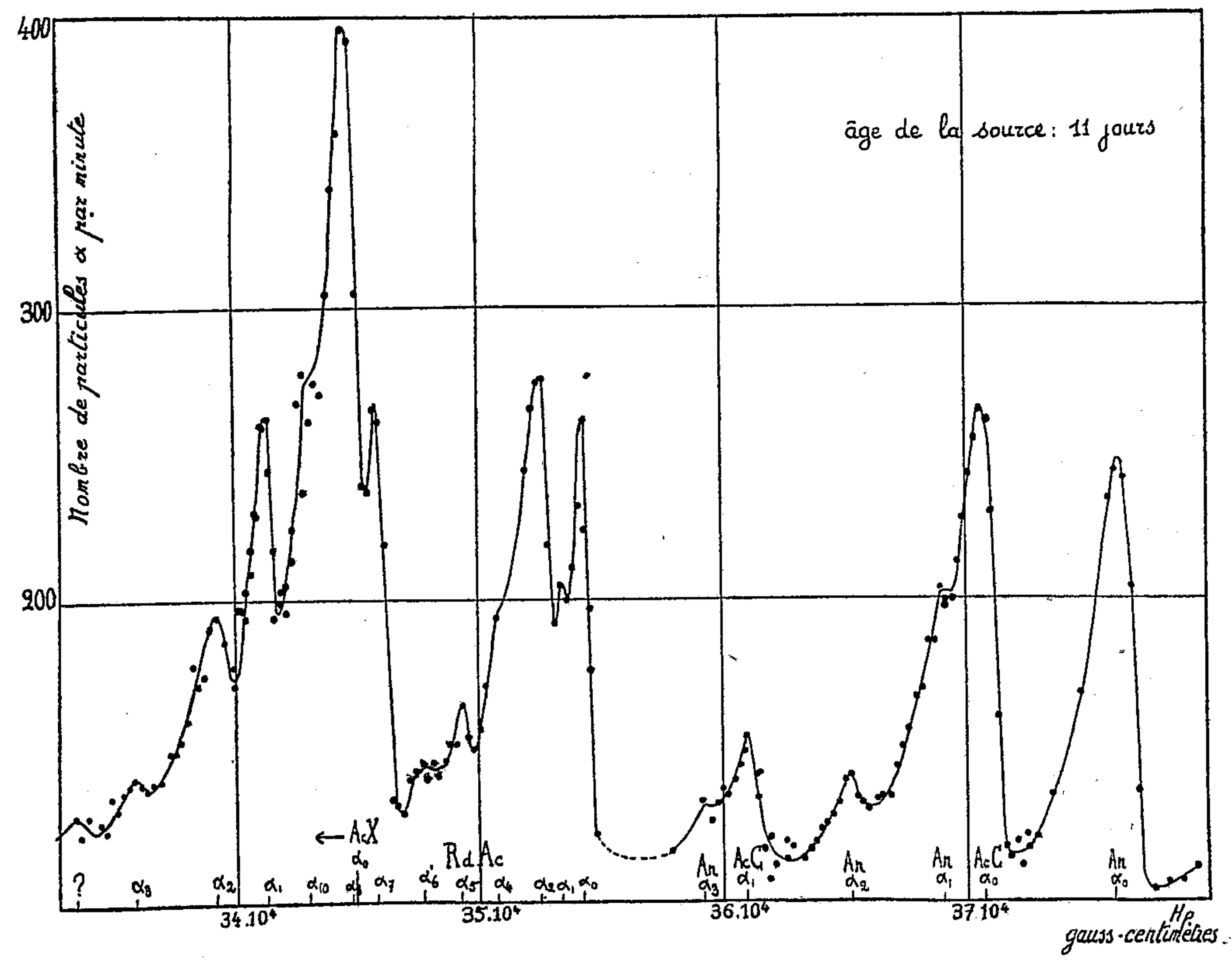
(2) S. Rosenblum et P. Chevallier, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1484.

(3) Mme P. Curie et S. Rosenblum, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1598.

(4) Nous avons vérifié, en suivant sa décroissance, que notre source de radioactinium ne contenait pas de traces décelables de radiothorium, et de plus que l'AcB obtenu par activation ne contenait pas de trace de ThB.

précipité (à peine visible) dans une goutte d'eau qu'on étale sur la source. On évapore et l'on calcine au rouge naissant. On essuie soigneusement la surface.

La source ainsi obtenue laisse échapper une notable partie de l'actinon, dès que celui-ci s'accumule. Il en résulte un *fond continu* qui gêne les mesures et rend difficile l'évaluation des raies peu intenses, bien que chaque point de la courbe corresponde à 800 particules comptées, en moyenne.



Nous avons enregistré la courbe spectrale du RdAc aussitôt après sa préparation. A ce spectre se superposent ultérieurement ceux de l'AcX, de l'An, de l'AcA et de l'AcC. Seul celui de l'AcX empiète sur celui de RdAc Les intensités des raies de l'AcX ont donc été déterminées par différence, en tenant compte de l'âge de la source.

Pour décomposer graphiquement la courbe expérimentale en raies individuelles, nous avons pris comme type de raie simple la raie principale de l'An.

Les résultats préliminaires obtenus sont les suivants :

1° Intensités des raies :

RdAc. — α_0, 16; α_1, 1; α_2, 13; α_3, (1); α_4, 2; α_5, 3; α_6, 2; α_7, 15; α_8, (1); α_9, 12; α_{10}?, 2.

AcX. — α_0, 12; α_1, 10; α_2, 5; α_3, 2.

An. — α_0, 18; α_1, 4; α_2, 3; α_3, 1.

AcC. — α_0, 17; α_1, 5.

2° Nous attribuons à l'actinium X, en plus des trois raies déjà connues, une quatrième raie, moins rapide et dont l'intervalle énergétique est d'énviron 280ekv par rapport à la raie principale α_0. L'allure de la courbe rend probable l'existence d'autres raies faibles de moindre énergie.

3° Nous attribuons également à l'actinon une quatrième raie, dont l'intervalle est d'environ 610ekv par rapport à la raie principale.

4° La raie principale α_0 de l'AcX, qui, à première vue paraît coïncider avec α_9 du RdAc, aurait, d'après nos résultats, une énergie légèrement supérieure (5-10ekv).

5° Nous confirmons la structure antérieurement attribuée au spectre de l'AcC. Toutefois, le rapport d'intensité de la raie de structure fine à la totalité de l'émission α, évaluée par Rutherford et Wynn-Williams [2] à 16 pour 100, serait, d'après nos résultats, supérieure à 20 pour 100.

MÉCANIQUE CHIMIQUE. — *Équilibres avec la vapeur d'eau de quelques fluorures métalliques.* Note [3] de M. **Louis Domange**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Poursuivant un travail dont nous avons publié précédemment [4] les premiers résultats, nous avons préparé et soumis à l'action de la vapeur d'eau toute une série de fluorures métalliques. L'étude des équilibres réalisés nous a permis de calculer les chaleurs de réaction à pression constante Q_p correspondant à chacun d'eux.

---

(1) Intensité de l'ordre de 1, et de l'ordre des erreurs d'expérience. (L'existence de ces raies sur les clichés n'est pas douteuse.)

(2) Lord Rutherford et Wynn-Williams, *Proc. Roy. Soc.*, 133, 1931, p. 351.

(3) Séance du 30 mars 1936.

(4) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 239, 2180.

F^2Mg (de 900° C. à 1100° C., $Q_p = -44\,300^{cal}$).

	900.	1000.	1100.	–	–
FH °/₀ du volume total....	3,15	6,6	12	–	–

F^2Ca (de 900° C. à 1100° C., $Q_p = -48\,500^{cal}$).

	900.	1000.	1100.	–	–
FH °/₀ du volume total....	0,5	1,15	2,3	–	–

F^2Ba (de 900° C. à 1100° C., $Q_p = -37\,250^{cal}$).

	900.	1000.	1100.	–	–
FH °/₀ du volume total....	0,6	1,1	1,9	–	–

F^2Cd (de 600° C. à 800° C., $Q_p = -28\,450^{cal}$).

	600.	650.	700.	750.	800.
FH °/₀ du volume total....	19	28,5	39	50,5	61

F^3Cr (de 400° C. à 600° C., $Q_p = -66\,500^{cal}$).

	400.	450.	500.	550.	600.
FH °/₀ du volume total....	17,5	28,5	42	56,5	70

F^2Mn.

	500.	600.	700.	800.	–
FH °/₀ du volume total....	4,5	10,5	17	24	–

Nous arrivons à l'oxyde Mn^2O^3, ce qui ne permet pas le calcul de la chaleur de réaction.

F^2Fe.

	300.	400.	450.	500.	550.
FH °/₀ du volume total....	12,5	25,5	36,5	46	56

L'action de la vapeur d'eau donne l'oxyde trivalent O^3Fe^2.

F^3Fe (de 300° C. à 450° C., $Q_p = -61\,300^{cal}$).

	300.	350.	400.	450.	–
FH °/₀ du volume total....	16	30,5	48,5	66	–

F^2Co (de 500° C. à 750° C., $Q_p = -29\,850^{cal}$).

	500.	600.	650.	700.	750.
FH °/₀ du volume total....	10	27	39,5	53	65,5

F^2Ni (de 500° C. à 700° C., $Q_p = -30\,500^{cal}$).

	500.	550°.	600.	650.	700.
FH °/₀ du volume total....	14	24,5	38	53	67

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de la structure de la molécule de nitrométhane par diffraction de rayons électroniques dans la vapeur.* Note [1] de M. C. **Degard**, présentée par Georges Urbain.

La molécule de nitrométhane contient un groupement fonctionnel important, le groupe NO^2. La connaissance de la disposition spatiale des atomes dans la molécule de nitrométhane déterminerait la structure de ce groupe dans les dérivés nitrés. On pourrait peut-être trancher la question de l'état de l'azote (groupement $-N\begin{smallmatrix}\nearrow O \\ \searrow O\end{smallmatrix}$ avec un azote pentavalent ou $-N\begin{smallmatrix}O \\ | \\ O\end{smallmatrix}$ avec un azote trivalent). (Dans ce dernier cas la distance entre les atomes d'oxygène doit suivre approximativement la loi d'additivité des rayons atomiques.)

Notre dispositif expérimental a été décrit précédemment, ainsi que la méthode de calcul des courbes de l'intensité des rayons diffractés en fonction de $(\sin \vartheta/2)/\lambda$, ϑ étant l'angle de diffraction [2].

Dans l'étude du nitrométhane, nous avons obtenu deux maxima de diffraction. Nous avons fait une série de photographies avec des longueurs d'onde de 0,0585; 0,0644; 0,0837 Å.

L'intensité $\mathcal{J}$ du rayonnement diffracté, selon l'angle ϑ, est donnée par l'expression

$$\mathcal{J} = k\sum_{1}^{n}{}_i \sum_{1}^{n}{}_j \Psi_i \Psi_j \frac{\sin x_{i-j}}{x_{i-j}}, \tag{1}$$

où Ψ_i et Ψ_j représentent les facteurs atomiques pour les rayons électroniques des atomes i et j.

Numériquement, Ψ_i s'obtient si l'on connaît le facteur atomique l_i pour les rayons X par l'expression

$$\Psi_i = \frac{Z_i - l_i}{\left(\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}\right)^2}, \tag{2}$$

où Z_i est le nombre atomique de l'atome i.

---

[1] Séance du 16 mars 1936.

[2] C. Degard, W. Van der Grinten, *Bull. de la Soc. Roy des Sciences de Liége*, 4-5, 1935, p. 563; C. Degard, *Comptes rendus*, 201, 1935, p, 951; C. Degard, *Bull. de la Soc. Roy. des Sciences*, 12, 1935, p. 1; C. Degard, *Bull. de la Soc. chimique de Belgique*, 45, 1936, p. 15.

Dans l'expression (1), x_{i-j} est relié à la distance l entre les atomes $i-j$, à la longueur d'onde incidente λ et à l'angle de diffraction par l'équation

$$x_{i-j} = 4\pi l_{i-j} \frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}.$$

La longueur d'onde d'un faisceau de rayons électroniques s'obtient par la relation de Louis de Broglie.

La formule (1) donne l'intensité du rayonnement cohérent. Il y a lieu d'ajouter celle du rayonnement incohérent

$$\mathcal{J}_{\text{incoh.}} = \sum_{1}^{n} Z_i \frac{l_{ji}}{\left(\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}\right)^4},$$

l_{ji} est un facteur qui dépend de Z, de ϑ et de λ [W. Heisenberg (1) et L. Bewilogua (2)].

Pour le nitrométhane la formule (1) devient

$$\mathcal{J}_{\text{coh}} = \Psi_N^2 + \Psi_c^2 + 2\Psi_0^2 + 2\frac{\sin x^{\text{I}}}{x^{\text{I}}}\Psi_c\Psi_N + 4\frac{\sin x^{\text{II}}}{x^{\text{II}}}\Psi_N\Psi_0 + 4\frac{\sin x^{\text{III}}}{x^{\text{III}}}\Psi_c\Psi_0$$

et

$$\mathcal{J}_{\text{incoh}} = \frac{1}{\left(\frac{\sin \partial/2}{\vartheta}\right)^4}(Z\mathcal{G}_c + Z\mathcal{G}_N + 2Z\mathcal{G}_0).$$

Nous avons utilisé les facteurs atomiques de James et Brindley.

Nous avons tracé d'une part la courbe de l'intensité totale, et puis celle que l'on obtient en supprimant de la formule générale (1) les termes périodiques.

Ces deux courbes présentent des points d'intersection de part et d'autre de chaque maximum.

Ce sont eux qui nous servent de points de repère dans la comparaison de la courbe expérimentale et d'une courbe théorique correspondante à un modèle théorique.

Le point d'intersection entre la courbe moyenne et la courbe à points d'inflexion qui précède le premier maximum correspond à $(\sin\vartheta/2)/\lambda = 0,44$. Celui qui le suit donne une valeur de $(\sin\vartheta/2)/\lambda = 0,63$. Celui qui précède le second maximum correspond à $(\sin\vartheta/2)/\lambda = 0,86$.

Deux modèles peuvent être calculés à partir de nos mesures.

(1) *Phys. Zeits.*, 32, 1931, p. 737.
(2) *Phys. Zeits.*, 32, 1931, p. 740; 33, 1932, p. 688.

	Distance trouvée en Å.		Somme des rayons	
	Modèle n° 1.	Modèle n° 2.	atomiques.	ioniques.
C-N	1,34 ± 0,05	1,53	1,28	–
N-O	1,15 ± 0,02	1,13	1,10	1,34
O-O	1,18 ± 0,08	1,96	1,10	2,64
α	106° ± 4°	119° ± 4°		

La distance O-O ne correspond pas à la somme des rayons atomiques ou ioniques. Cependant il y a lieu de remarquer que la distance O-O dans le modèle n° 1 est proche de la distance interatomique dans la molécule O^2 (1,204).

En ce qui concerne l'angle α on peut le comparer aux valeurs calculées à partir des spectres Raman du NO^2 : $\alpha = 103°$ (calcul fait à partir des forces de valence); $\alpha = 108°$ (calcul fait à partir des forces centrales).

La même méthode pour la molécule NO conduit à une valeur de la distance interatomique de $r = 1,146$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude polarimétrique du malate de nickel.* Note (1) de M. **Jean-Louis Delsal**, transmise par M. Robert Lespieau.

Après les travaux de Tower (2) et Pickering (3) sur le malate de nickel une étude polarimétrique semblait nécessaire, aucun composé alcalin n'ayant été décrit. C'est le but de ce travail.

Les courbes de variations continues de Job, construites pour les mélanges d'acide malique (MH^2) ou de malate acide et de sel de nickel, sont des courbes de dilution sans exaltation du pouvoir rotatoire. Les courbes correspondant aux mélanges MNa^2, $(No^3)^2Ni$ et MH^2, $Ni(OH)^2$ ne peuvent être tracées que jusqu'au rapport acide/(sel de Ni) = 2; pour le rapport 1 il y a précipitation de malate de nickel. Pour les mélanges de malate acide de sodium et d'hydroxyde de nickel on observe une prise en gelée, même à de fortes dilutions, pour des proportion séquimoléculaires de ces corps. Quant à la courbe MNa^2, $Ni(OH)^2$ elle ne peut être construite,

(1) Séance du 30 mars 1936.

(2) *J. Amer. chem. Soc.*, **24**, 1902, p. 1012.

(3) *J. chem. Soc.*, **107**, 2e série, 1915, p. 942.

l'hydroxyde de nickel ne se dissolvant pas dans le malate de soude. Ces courbes indiquent que l'acide malique et le nickel se combinent en proportions équimoléculaires.

Étude de la neutralisation de solutions d'acide malique et de nitrate de nickel : Premier rapport acide/(sel de Ni) = 1. — Le pouvoir rotatoire croît en valeur absolue lorsque la proportion de soude ajoutée croît de 0 à 2^{mol}, moment où commence à se produire un léger précipité. Pour $2^{\text{mol}},5$ le précipité est abondant, mais il se redissout pour 3^{mol} d'alcali, la solution se prenant rapidement en gelée. Pour 4^{mol} on observe un précipité d'hydroxyde de nickel, et le liquide filtré, incolore, a le pouvoir rotatoire du malate neutre de sodium.

La courbe électrométrique de la neutralisation par la soude de proportions équimoléculaires d'acide malique et de nitrate de nickel indique nettement deux changements de pente pour 2^{mol} et 3^{mol} de soude, correspondant respectivement au malate de nickel et à son sel monosodé.

Deuxième rapport acide/(sel de Ni) = 2 :

4^{cm^3} MH^2 moléculaire; 2^{cm^3} $(NO^3)^2Ni$ moléculaire; volume total : 50^{cm^3}; tube : 4^{dm}.

NaOH N en cm³.....	0.	2.	4.	6.	8. (léger précipité).	9.	10.	11.	12. (sur solut. décantée).
α (raie verte du Hg).	−0°,25	−0°,36	−0°,58	−0°,77	+0°,34	+7°,83	+11°,07	ppté	−0°,49

(Les solutions correspondant à 9 et 10^{cm^3} de soude présentent une très forte mutarotation, les pouvoirs rotatoires indiqués sont ceux relatifs à l'équilibre.)

La courbe présente un minimum pour 8^{cm^3} de soude correspondant à la formation du malate de nickel, un maximum fortement dextrogyre relatif au sel monosodé. Le sel désodé n'existe pas, car pour 12^{cm^3} de soude on obtient un précipité d'hydroxyde dans une solution de malate neutre alcalin.

Troisième rapport acide/(sel de Ni) = 3 :

6^{cm^3} MH^2 moléculaire; 2^{cm^3} $(No^3)^2Ni$ moléculaire; volume total : 50^{cm^3}; tube : 4^{dm}.

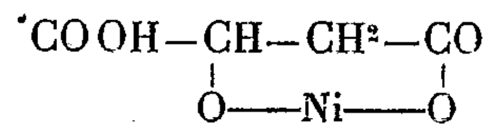
NaOH (en cm³).......	0.	4.	8.	10.	12.	13 [1].	14 [1].	14,5.	15.	15. (sur sol. décantée).
α (raie verte du Hg).	−0°36	−0°58	−0°97	−1°18	−1°40	+7°40	+12°02	+7°40	+3°	−0°80

[1] Fortes mutarotations pour les solutions à 13 et 14^{cm^3} de soude.

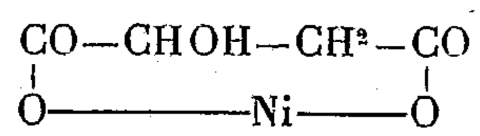
La courbe représentative, comme la précédente, indique nettement un minimum correspondant au malate de nickel et un maximum dextrogyre correspondant au sel monosodé.

Avec l'ammoniaque on obtient le même maximum, mais la démolition du complexe est moins brusque.

Préparation des complexes. — On peut dissoudre facilement 1^{mol} d'hydroxyde de nickel fraîchement précipité dans 1^{mol} d'acide malique. On obtient une solution verte qui, pour une solution M/3, a un pouvoir rotatoire $\alpha_v^{2dm} = -1°,85$. En concentrant la solution, le malate de nickel $C^4O^5H^4Ni, 3H^2O$ très peu soluble précipite. On peut donc concevoir, en solution, l'existence d'acide nickelomalique soluble

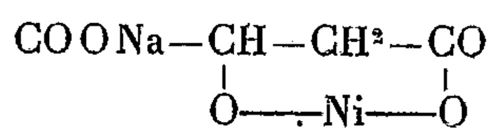


alors que le malate de nickel très peu soluble pourrait être représenté par



Signalons à ce sujet l'analogie complète qui existe avec le tartrate de nickel (1).

En préparant le dérivé sodé, on obtient une prise en gelée immédiate qui ne permet pas d'isoler le complexe; néanmoins son existence semble nettement démontrée par les courbes polarimétriques et électrométriques et l'on peut vraisemblablement lui attribuer la formule



Si l'on veut fixer une autre molécule de soude il y a rupture de la molécule et formation d'hydroxyde de nickel et malate de soude.

(1) PARISELLE et MOUSSIEGT, *Bull. Soc. chim.*, 53, 1933, p. 659.

CHIMIE COLLOÏDALE. — *Adsorption de protéides. Influence de la concentration des ions hydrogène sur l'adsorption de l'hémoglobine par le kaolin.* Note (¹) de M. **Mladen Paić** et de Mlle **Valerie Deutsch**, présentée par M. Georges Urbain.

Pour étudier l'adsorption, 5^{cm^3} de solution d'hémoglobine cristallisée commerciale, ont été additionnés, à 20°C environ, de quantités croissantes de kaolin ($0^g,5$ à $3^g,5$). Après avoir dosé réfractométriquement l'hémoglobine, avant et après l'adsorption, nous avons déterminé la valeur x/m, où x est la quantité d'hémoglobine (exprimée en $g/100^{cm^3}$ d'azote) adsorbée par m grammes de kaolin. Les isothermes d'adsorption obtenues sont représentées sur les figures 1 et 2. Sur l'axe des abscisses sont portées les valeurs $\log c$, où c est la concentration d'hémoglobine après adsorption, et sur l'axe des ordonnées les valeurs $\log x/m$. La figure 1 montre les isothermes correspondant aux solutions d'hémoglobine ne contenant pas du tout de tampon, ou, en contenant en plus faible concentration (M/90) que les solutions ayant servies à l'établissement des isothermes de la figure 2 (M/10 à M/60).

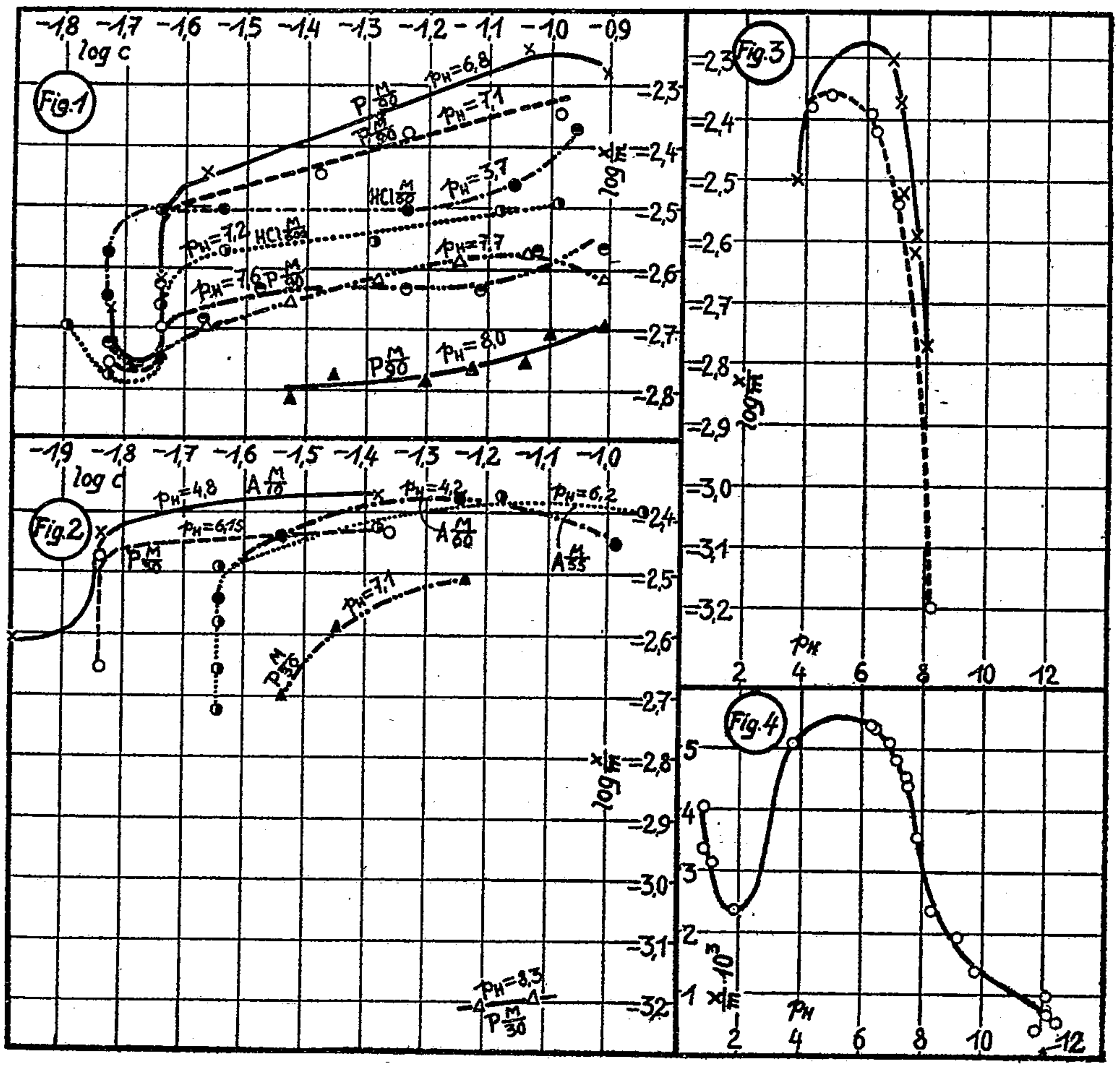
Si l'adsorption suivait l'équation de Freundlich, les isothermes, en coordonnées logarithmiques, devraient être des droites. Les courbes marquées pH M/90 (*fig.* 1), correspondant aux solutions d'hémoglobine contenant des tampons de phosphate en concentration M/90, présentent, quand elles s'étendent dans le domaine des faibles concentrations, une discontinuité d'adsorption vers $\log c = -1,64$ et, probablement, un minimum d'adsorption vers $\log c = -1,68$. Pour la courbe P M/90, pH = 7,6, la discontinuité n'est pas très évidente. En concentration plus forte en tampon de phosphate (M/30), la discontinuité d'adsorption est déplacée vers des concentrations c plus faibles (*fig.* 2, pH = 6,15, $\log c = -1,84$). A partir de la discontinuité, pour les valeurs de c croissantes, les isothermes, obtenues avec les solutions contenant des phosphates, sont en première approximation, rectilignes.

La discontinuité d'adsorption s'observe également en présence de tampons d'acétate. Pour les solutions contenant des petites quantités de tampon (M/60 et M/55) la discontinuité est au même endroit que pour les solutions contenant peu de tampon de phosphate (*fig.* 2, pH = 4,2 et 6,2, $\log c = -1,64$).

(¹) Séance du 30 mars 1936.

Le tampon d'acétate en plus grande concentration (M/10) détermine un déplacement de la discontinuité vers $\log c = -1,84$ environ (*fig.* 2, pH = 4,8).

Un déplacement analogue de la discontinuité d'adsorption est observé



quand on fait varier la concentration en HCl : la discontinuité se trouve à $\log c = -1,64$ en présence de HCl M/600 (*fig.* 1, pH = 7,2), mais elle est à $\log c = -1,73$ pour la concentration M/60 (*fig.* 1, pH = 3,7).

Dans le cas de solutions d'hémoglobine pure (*fig.* 1, pH = 7,2), ou contenant de tampon d'acétate (*fig.* 2), il semble, qu'après la discontinuité d'adsorption, les isothermes passent par un maximum.

La variation de l'adsorption en fonction du pH, pour une concentration *c*

donnée ($\log c = -1,18$), est représentée sur la figure 3. Sur l'axe des abscisses sont portées les valeurs du pH, sur l'axe des ordonnées, les valeurs $\log x/m$. Les croix, obtenues d'après les isothermes de la figure 1, correspondent aux solutions d'hémoglobine ne contenant, pas du tout, ou contenant peu de tampon. Les cercles, obtenus à l'aide de la figure 2, correspondent aux solutions contenant du tampon en plus grande quantité. On voit que les croix et les cercles donnent deux courbes distinctes. La courbe correspondant aux solutions d'hémoglobine pauvres en tampon (croix), présente un maximum aux environs de pH = 6, tandis que la courbe correspondant aux solutions contenant plus de tampon (cercles), montre un maximum légèrement moins intense, à pH = 5 environ. Ces deux courbes permettent donc de constater que l'adsorption de l'hémoglobine en fonction du pH passe par un maximum, dont la position et l'intensité dépendent de la concentration des solutions tampon.

La figure 4 montre l'adsorption de l'hémoglobine dans un intervalle plus étendu de pH. Sur l'axe des ordonnées sont portées les valeurs x/m, obtenues en ajoutant $0^g,5$ de kaolin à 2^{cm^3} de solution d'hémoglobine contenant $0,162\ g/100^{cm^3}$ d'azote. La réaction de ces solutions a été ajustée par addition de soude ou d'acide chlorhydrique. Outre le maximum d'adsorption, à pH = 5,5 environ, on remarque un minimum très prononcé à pH = 2.

CHIMIE MINÉRALE. — *Le chlorosmiate du baryum.*

Note de M. **François Puche**, présentée par M. Marcel Delépine.

Parmi les complexes chlorés de l'osmium, celui de baryum n'a pas été signalé à notre connaissance. Nous l'avons obtenu par synthèse directe : un mélange d'osmium et de chlorure de baryum anhydre fut soumis vers 350° à l'action d'un courant de chlore bien sec. Pour séparer des produits non attaqués, on reprenait par l'alcool absolu. La solution alcoolique évaporée laisse des cristaux rouges dont la poudre, orangée à froid, devient rouge foncé à chaud, orangé brun par hydratation à l'air. La solution aqueuse, partiellement hydrolysée, laisse déposer des cristaux que M. Gaudefroy a bien voulu examiner. Ce sont des cristaux allongés, polychroïques, de jaune clair à orangé brun, probablement orthorhombiques. Le plan des axes optiques est perpendiculaire à la direction d'allongement et l'angle des axes est grand.

Jusqu'ici aucune donnée thermique ne permet de finir la température à laquelle le chlorosmiate de baryum se dissocie. La décomposition commence vers 430°; la réaction est parfaitement réversible. L'examen du produit après dissociation montre, à côté du complexe non décomposé, de l'osmium métallique et du chlorure de baryum; la réaction peut donc s'écrire ainsi

$$\frac{1}{2}\,OsCl^6Ba \rightleftharpoons \frac{1}{2}\,Os + Cl^2 + \frac{1}{2}\,BaCl^2 - Q,$$

et la tension atteint 1^{atm} à 668°C., soit 941°K.

Les différentes tensions mesurées sont réunies dans le tableau suivant :

Température absolue (°).......	719	733	755	758	773	784	803	815	820	835
Tensions en mm. de Hg......	6,1	8,4	14,1	15,9	23,5	31,5	49,3	62,5	74,2	93,3
Température absolue (°).......	842	854	876	897	902	920	926	941	947	-
Tensions en mm. de Hg......	119	145	239	362	395	530	572	776	825	-

La courbe d'équilibre, où l'on porte en abscisses l'inverse de la température absolue et en ordonnées $0{,}002 \log p$ (p en kilogramme) est sensiblement une droite. Elle permet de calculer, à la température de pression normale, la chaleur de réaction. Pour 1^{mol} de chlore fixéè, elle est de $30^{Cal},25$. Ces résultats sont tout à fait voisins de ceux que M. G. Gire [1] a obtenus pour le chloroplatinate de baryum : température de tension normale 676°C., chaleur moléculaire de réaction 30^{Cal}. Les chlorosmiates de potassium et de sodium donnent aussi des résultats comparables à ceux des chloroplatinates correspondants.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation du benzène avec les carbures non saturés et avec leurs dérivés halogénés en présence de catalyseurs acides.* Note [2] de M. **Robert Truffault**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons signalé [3] que, sous l'influence de l'anhydride phosphorique, les carbures éthyléniques et en particulier le cyclohexène pouvaient se condenser directement avec le benzène ou ses homologues pour donner

---

(1) *Ann. de Chim.*, 10e série, 4, 1925, p. 391.

(2) Séance du 30 mars 1936.

(3) *Thèse de doctorat*, Strasbourg, 1933; *Bull. Soc. chimique*, 5e série, 1, 1934, p. 391; *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 406.

des dérivés alcoylés des carbures aromatiques. Ces condensations ou des condensations analogues ont d'ailleurs été déjà réalisées à l'aide de catalyseurs variés : acides sulfurique (¹) ou phosphorique (²), etc., mais plus spécialement chlorure d'aluminium (³) ou fluorure de bore (⁴).

Nous avons effectué sur ce sujet quelques expériences nouvelles dans le double but de comparer divers catalyseurs et d'étendre le champ d'application de ces réactions.

1. L'*anhydride phosphorique* et aussi, bien qu'à un moindre degré, l'*acide phosphorique*, qui sont de bons catalyseurs pour effectuer la polymérisation des carbures éthyléniques, permettent également de réaliser, dès la température ordinaire, l'alcoylation des carbures aromatiques. Mais la réaction est lente et, dans la plupart des cas, c'est la polymérisation qui domine. C'est ainsi que l'éthylène et le propylène, déjà à 20° et plus rapidement à 80°, sont absorbés par le benzène en présence d'anhydride phosphorique; nous avons pu séparer des fractions correspondant à l'éthylbenzène (Éb = 130-137°) et aux propylbenzènes (Éb = 152-159°; $n_D^{20} = 1,492$). Par contre, avec l'amylène, nous n'avons obtenu que le diamylène (Éb = 153-163°; $n_D^{20} = 1,437$). Quant au cyclohexène, il fournit un mélange où domine le dimère; 82ᵍ de cyclohexène nous ont donné, au bout de 11 heures, 30ᵍ de produit de condensation ($Éb_{13}$ = 103-104°; $n_D^{19} = 1,501$).

En opérant à température plus élevée, sous pression, et en utilisant l'anhydride phosphorique sous une forme particulièrement active, B. Malishev (⁵) a pu récemment réaliser avec de bons rendements des alcoylations analogues.

2. L'*acide sulfurique* concentré, à la température ordinaire, permet de réaliser facilement ces alcoylations. La polymérisation du carbure éthylénique ne se produit pas. Le mode opératoire que Brochet a indiqué en 1893 pour effectuer la condensation du benzène avec l'hexène normal peut être appliqué avec succès aux divers carbures éthyléniques et en particulier au *cyclohexène* : 82ᵍ de cyclohexène, traités par un excès de benzène en présence de 98ᵍ d'acide sulfurique concentré, nous ont fourni,

---

(¹) A. Brochet, *Comptes rendus*, 117, 1893, p. 115.

(²) A. Tchitchibabine, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1239.

(³) D. Bodroux, *Annales de Chimie*, 10ᵉ série, 11, 1929, p. 516.

(⁴) F. J. Sowa, H. D. Hinton et J. A. Nieuwland, *J. Am. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 3694.

(⁵) *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 883.

en moins d'une demi-heure, un produit de condensation renfermant 115^g de phénylcyclohexane ($Éb_{14} = 104\text{-}106°$; $F = 7°$; $n_D^{18} = 1,527$; rendement : 70 pour 100), et 30^g de carbures en C^{18} (rendement : 25 pour 100) dont la majeure partie ($Éb_{14} = 189 - 190°$) était constituée par le *p*-dicyclohexylbenzène (recristallisé dans le méthanol, $F = 102\text{-}103°$). Ces résultats montrent que l'acide sulfurique est un catalyseur aussi actif que le chlorure d'aluminium utilisé par Bodroux pour effectuer cette même condensation.

Nous avons trouvé que cette méthode pouvait être également appliquée à des dérivés éthyléniques halogénés et en particulier au *chlorure d'allyle* : en présence d'acide sulfurique concentré, le chlorure d'allyle se condense avec le benzène en donnant une huile dont les caractéristiques sont les suivantes : $Éb_{13} = 85°$; $n_D^{19} = 1,5245$; $d^{19} = 1,047$. Ces constantes sont voisines de celle du β-chloroisopropylbenzène. Dosage de chlore trouvé pour 100 : Cl = 22,85; calculé pour $C^9H^{11}Cl$, 22,98. R. M. trouvée, 45,2; calculée, 45,02. La réaction de condensation a donc été la suivante :

$$C^6H^6 + CH^2{=}CH{-}CH^2Cl \;=\; C^6H^5{-}CH\begin{cases}CH^2Cl\\ CH^3\end{cases}.$$

Ce dérivé halogéné du cumène, qui est l'éther chlorhydrique de l'alcool hydratropique, a déjà été préparé, mais par des méthodes nécessitant de longues et multiples opérations [1]. Pour le caractériser, nous l'avons traité par le cyanure de potassium. Le nitrile formé, hydrolysé en milieu alcalin, nous a fourni une petite quantité d'un composé cristallisé fondant à 105°. J. F. Eijkman [2] donne comme point de fusion de l'amide β-méthylhydrocinnnamique, F. = 106-107°. D'autre part, ce chlorure réagit très facilement sur le magnésium. Vu le mode d'obtention particulièrement facile du chlorure, ce magnésien pourra être utilisé comme matière première pour effectuer diverses synthèses nouvelles. Traité par l'anhydride carbonique, il conduit à un acide cristallisé fondant à 38°. C'est l'acide β-méthylhydrocinnamique $C^6H^5 - CH(CH^3) - CH^2 - COOH$. Les points de fusion indiqués dans la littérature pour cet acide varient entre 37 et 40°.

Ces quelques essais montrent les modes d'action assez différents de l'anhydride phosphorique et de l'acide sulfurique dans leur rôle d'agent de

(1) J. v. Braun, A. Grabowski et G. Kirschbaum, *Ber. der deuts. chem. Gesells.*, 46, 1913, p. 1281.

(2) *Chemisches Centrallbl.*, II, 1908, p. 1100.

condensation du benzène avec les carbures non saturés. L'utilisation de l'acide sulfurique concentré permet en outre de réaliser une alcoylation d'un type nouveau : la fixation sur le benzène par leur double liaison des dérivés éthyléniques halogénés, ce qui constitue un mode nouveau de synthèse des carbures aromatiques à chaîne latérale halogénée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des organomagnésiens sur les phénylhydrazones. Méthode de préparation des alcoylphénylhydrazines symétriques.* Note de M. **Panos Grammaticakis**, présentée par M. Marcel Delépine.

Il ne semble pas qu'aucune arylalcoylphénylhydrazine symétrique de formule (I) ou (II) ait été jusqu'ici signalée.

$$\begin{matrix}\mathrm{Ar}\\ \mathrm{R}\end{matrix}\!\!>\mathrm{CH.NH.NH.C^6H^5}, \qquad \begin{matrix}\mathrm{Ar}\\ \mathrm{R}\\ \mathrm{R'}\end{matrix}\!\!>\mathrm{C.NH.NH.C^6H^5}.$$

(I). (II).

J'ai pensé que, par analogie avec ce qui a été obtenu concernant l'action des organomagnésiens mixtes sur des corps possédant un groupe $>\mathrm{C}=\mathrm{N}-$, il serait possible de fixer une molécule d'un magnésien RMgX sur les phénylhydrazones selon le schéma

$$(\mathrm{A})\left\{\begin{array}{ll}(\alpha) & \mathrm{ArHC}=\mathrm{N.NH.C^6H^5}+\mathrm{RMgX} \rightarrow \begin{matrix}\mathrm{Ar}\\ \mathrm{R}\end{matrix}\!\!>\mathrm{CH.NH.NH.C^6H^5}\\ (\beta) & \begin{matrix}\mathrm{Ar}\\ \mathrm{R'}\end{matrix}\!\!>\mathrm{C}=\mathrm{N.NH.C^6H^5}+\mathrm{RMgX} \rightarrow \begin{matrix}\mathrm{Ar}\\ \mathrm{R}\\ \mathrm{R'}\end{matrix}\!\!>\mathrm{C.NH.NH.C^6H^5}\end{array}\right.$$

et d'obtenir ainsi des arylalcoylphénylhydrazines de formules (I) et (II).

Comme tentative faite afin de réaliser de telles synthèses, je ne connais que le travail publié par M. Busch et Ar. Rinck [1].

Toutefois ces savants, en traitant la benzaldéhydephénylhydrazone par l'iodure de méthylmagnésium, n'ont obtenu que de l'aniline et de l'acétophénone, dont ils expliquent la présence en admettant que le premier stade de la réaction se fait selon A, mais que l'arylalcoylphénylhydrazine formée subit une série de transformations qui aboutissent à la formation d'aniline

[1] *Ber. d. chem. Ges.*, 38, 1905, p. 1762.

et d'acétophone suivant le schéma

$$
(B)\quad \left\{
\begin{array}{l}
2C^6H^5.NH.NH.\overset{\overset{\displaystyle CH^3}{|}}{C}H.C^6H^5 = C^6H^5N:N\overset{\overset{\displaystyle CH^3}{|}}{C}H.C^6H^5 \\
\qquad\qquad + C^6H^5.NH^2 + C^6H^5 - \overset{\overset{\displaystyle CH^3}{|}}{C}H.NH^2, \\
C^6H^5N:N\overset{\overset{\displaystyle CH^3}{|}}{C}H.C^6H^5 \rightarrow C^6H^5.NH.N:\overset{\overset{\displaystyle CH^3}{|}}{C}.C^6H^5 \\
\qquad\qquad \xrightarrow{+H^2O} C^6H^5.NH.NH^2 + C^6H^5.CO.CH^3.
\end{array}
\right.
$$

Je dois noter que les propriétés de l'arylalcoylphénylhydrazine préparée par moi ne confirment pas cet explication des auteurs.

J'ai entrepris l'étude de l'action de $BrMgC^2H^5$ sur la benzaldéhyde-phénylhydrazone et, contrairement aux conclusions des auteurs précités, j'ai bien obtenu avec d'excellents rendements de la N-*a*-phénylpropyl-N'phénylhydrazine $\begin{matrix}C^6H^5\\C^2H^5\end{matrix}\!\!>CH.NH.NH.C^6H^5$ dont la formation s'explique par le schéma (A).

La N-α-phénylpropyl-N'-phénylhydrazine est un liquide visqueux, jaunâtre, non entraînable à la vapeur d'eau, distillant à 210° sous 15^{mm} et à 140° sous pression inférieure à 1^{mm}. Elle est insoluble dans l'eau et soluble dans les solvants organiques.

Ses propriétés chimiques sont analogues à celles observées sur d'autres alcoylphénylhydrazines symétriques. Ainsi, elle possède des propriétés basiques; elle s'oxyde sous l'action des divers agents (air, en particulier à l'état humide, liqueur de Fehling à chaud, solution ammoniacale de nitrate d'argent, eau oxygénée en milieu ammoniacal, oxyde jaune de mercure, acide nitreux); elle se réduit par la poudre de zinc en milieu acétique, par le sodium et l'alcool éthylique. Cette propriété m'a permis de confirmer la constitution du corps; en effet sa réduction se fait quantitativement selon le schéma

$$\begin{matrix}C^6H^5\\C^2H^5\end{matrix}\!\!>CH.NH.NH.C^6H^5 + H^2 = C^6H^5.NH^2 + \begin{matrix}C^6H^5\\C^2H^5\end{matrix}\!\!>CH.NH^2.$$

Elle donne, par distillation sèche, à côté des produits de décomposition, un dégagement abondant d'ammoniac, mais elle ne donne aucun des produits $\left(C^6H^5.NH^2,\ \begin{matrix}C^6H^5\\C^2H^5\end{matrix}\!\!>CH.NH^2,\ C^6H^5N:NCH\!\!<\!\begin{matrix}C^2H^5\\C^6H^5\end{matrix}\right)$ analogues à

ceux qui se forment dans le cas de l'hydrazobenzène dans les mêmes conditions expérimentales ($C^6H^5NH^2$, $C^6H^5N:NC^6H^5$). Elle fournit : un monochlorhydrate ($C^{15}H^{18}N^2$, ClH) qui fond vers 217° avec décomposition et qui s'oxyde à l'aide des mêmes agents que la base libre, en donnant, entre autres produits, de la propiophénone; un dérivé monoacétylé ($C^{15}H^{17}N^2.CO.CH^3$, P. F. 138°) et une phénylurée

($C^{15}H^{17}N^2.CO.NH.C^6H^5$, P. F. 140°).

Comme produits secondaires de l'action de $BrMgC^2H^5$ sur la benzaldéhydephénylhydrazone, j'ai obtenu la propiophénone (semicarbazone, P. F. 175°), l'aniline (phénylurée, P. F. 243°) et l'α-phénylpropylamine (dérivé acétylé $\begin{matrix}C^6H^5\\C^2H^5\end{matrix}\rangle CH.NH.CO.CH^3$, P. F. 80°, phénylurée $\begin{matrix}C^6H^5\\C^2H^5\end{matrix}\rangle CH.NH.CO.NHC^6H^5$, P. F. 140°).

En résumé, j'ai montré que la réaction [(A) (α)] est possible et se prête bien à la préparation des arylalcoylphénylhydrazines de formule (I), peu accessibles par d'autres méthodes.

Je continue l'étude de la valeur pratique de cette réaction.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Crétacé supérieur sur le Paléozoïque du Bétique de Malaga (Andalousie).* Note de M. **Albert Robaux**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Flysch d'Andalousie, avec sa base d'âge crétacé supérieur, se poursuit, comme je l'ai montré [1], dans la région de Ronda. Plus à l'Est, il atteint la transversale de Malaga.

D'après les beaux travaux de M. M. Blumenthal [2], qui constituent une base si précieuse pour toute étude stratigraphique, le Paléozoïque, appelé Bétique ou nappe de Malaga, confine au Nord au Pénibétique, qui en formerait la marge frontale. Le Pénibétique comporte une série allant du Lias à l'Oligocène et repose au Nord sur la zone du Trias d'Antequera, en partie pénibétique, en partie subbétique.

Les coupes étudiées ici se situent au pourtour du Paléozoïque de Colmenar et jusqu'au Pénibétique interne; elles visent l'étude spéciale du Crétacé

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 962.
(2) *Bull. Soc. Géol. de France*, 5e série, 1, 1931, p. 23 à 94.

supérieur. Aux abords de Colmenar, M. Blumenthal a montré que la masse principale schisteuse se prolongeait au Nord par une avancée locale réalisant en plan « la forme d'une enclume » et reliée au Bétique, grâce à l'érosion, par un pédoncule qui passe à Riogordo.

Au Nord de cet affleurement extrême du Bétique, court une bande de Flysch, de 3-4^{km} de largeur, dominée elle-même au Nord par les montagnes calcaires du Realengro (Pénibétique interne).

Cette bande de Flysch, ainsi que son épanouissement à l'Ouest et au Sud de l'*enclume* schisteuse vers Colmenar, montre des niveaux de base particulièrement intéressants.

Une coupe du Flysch sur la transversale du *Peñones* donne :

a, au contact des schistes, grès gris grossiers, nullement métamorphiques, parfois bréchoïdes à rares éléments paléozoïques, sans aucun débris de Jurassique et contenant quelques Rotalidés;

b, alternance de grès plus ou moins grossiers et de marnes rouges, vertes, grises ou bleu foncé, un peu schisteuses. Les marnes contiennent *Rosalina Linnei* d'Orb., *Haplophragmoïdes, Gumbetina excavata* Cush., des Globigérines de type nettement crétacé, etc.;

c, bancs gréseux gris brun grossiers, très siliceux, en général azoïques ou contenant quelques débris de Rotalidés (20^{m}).

Au Cerro de Rengles, voisin du Peñones, les grès grossiers sont surmontés par une série de bancs gréseux gris clair, avec *Rosalina Linnei*, des prismes d'Inocérames, des *Textularia*, *Globigerina*, etc., prouvant qu'ils sont encore crétacés.

Ce Crétacé supérieur est largement développé et forme un liseré continu sur tout le pourtour du Bétique de Malaga depuis le Rio Guadalhorce à l'Ouest, jusqu'au massif de la Corda à l'Est. Les faciès y sont très constants : ce sont des grès grossiers, rappelant les grès de l'Algibe de la province de Cadix, des marnes versicolores à Rosalines et des grès fins. Vers Alora, par exemple, sur le Guadalhorce, j'ai retrouvé dans une position identique, à proximité des schistes primaires, des marnes rouges et bleues avec une très belle faune à *Rosalina Linnei*, *Rosalina calcarata* Cush., *Gümbelina* Cush., *Glomospira gordialis* Park., etc.

Si de la périphérie du Paléozoïque nous allons vers le Pénibétique situé au Nord, nous trouvons des faciès différents dans le Crétacé supérieur. Le passage est assez net dans le couloir de Flysch au Nord du Paléozoïque de Colmenar.

Au contact des schistes, la coupe est identique à celle précédemment

décrite : Crétacé supérieur représenté par des grès grossiers vers la base, des marnes rouges et grès grossiers terminaux, puis localement Oligocène déterminant de petits pitons.

Près des calcaires pénibétiques, la série du Flysch forme la Sierra Prieta constituée par un synclinal limité par deux petits anticlinaux.

a. Au cœur des anticlinaux apparaissent des marnes blanches, véritable sable à Foraminifères extraordinairement riche en *Rosalina Linnei*, *Rosalina Stuarti* et variété conique, *Haplophragmoides*, *Planoglobulina*, *Glomospira gordialis*, *Gümbelina*, *Nodosaria annulata* Reuss., *Globigerina cretacea* d'Orb., etc.

b. Les grès calcaires gris qui forment la masse de la colline reposent sur ces marnes et sont très certainement d'âge crétacé supérieur, car la série ne comporte aucune passée à Nummulites et, en plaques minces, on n'y voit que des débris de loges anguleuses de *Rosalina* et des prismes d'Inocérames.

Dans toutes ces coupes, seul l'Oligocène, que j'aurai l'occasion de décrire prochainement, est conservé sur le Crétacé supérieur.

Ainsi ces déterminations, revues par M. Doncieux, nous font constater ce fait imprévu et fondamental de la présence d'un Crétacé supérieur qui paraît transgressif sur le Paléozoïque du Bétique de Malaga. Il est parfaitement continu sur toute la bordure du Bétique et sans la moindre intercalation de Jurassique ou de Crétacé inférieur, sauf localement vers Casabermeja, où M. Blumenthal (¹) signale du Néocomien à *Aptychus*.

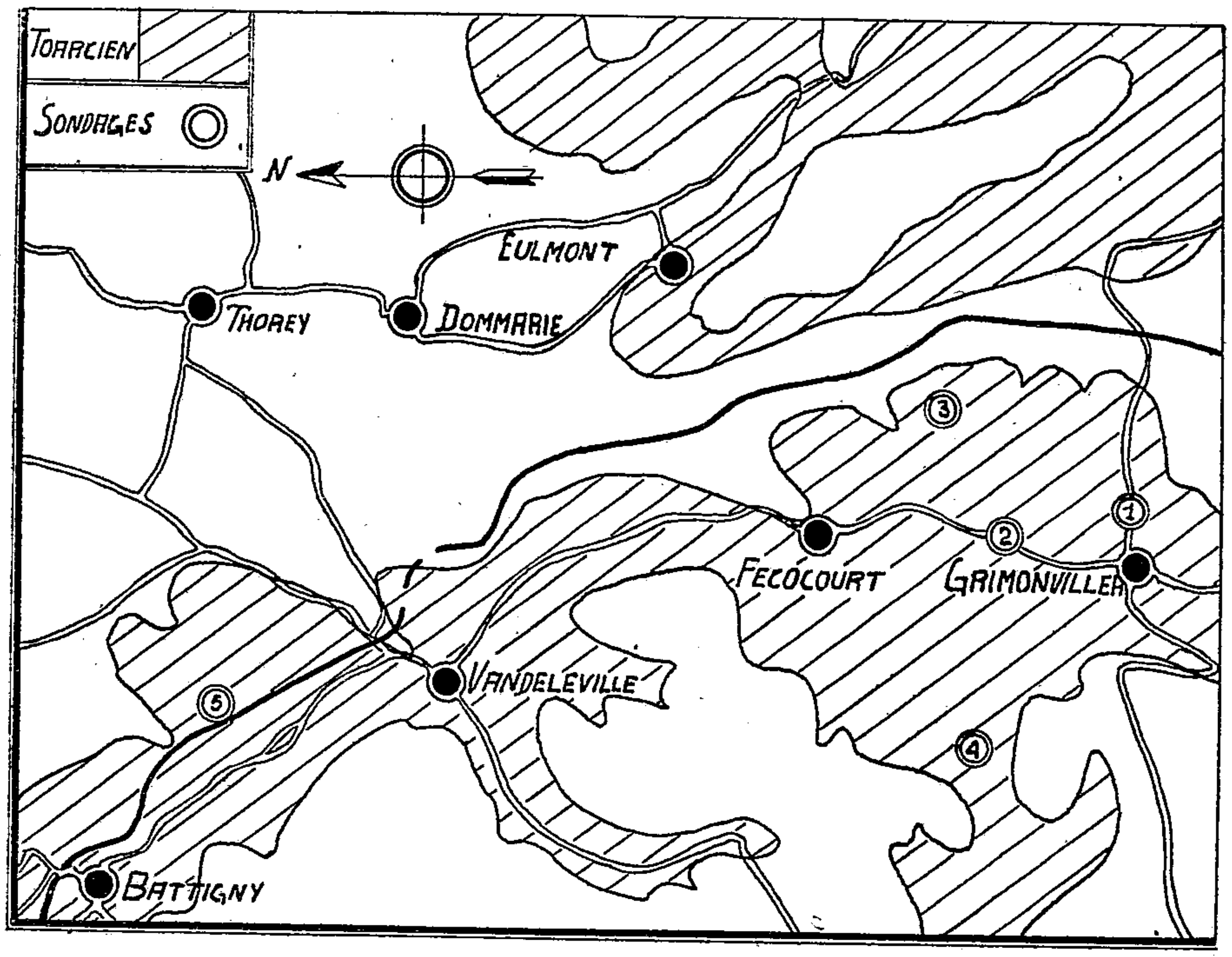
Il y aura lieu d'interpréter les conséquences tectoniques de ces observations.

GÉOLOGIE APPLIQUÉE. — *Sur les schistes bitumineux de Fécocourt.* Note (²) de M. **Louis Longchambon.**

Les affleurements toarciens à faciès schistobitumineux jalonnés par les importants gisements d'Is en Bassigny (Haute-Marne), Chatenois (Vosges) et Fécocourt (Meurthe-et-Moselle) que nous avons antérieurement signalés (³), ont été l'objet d'une étude détaillée dans la région de Grimonviller-Fécocourt-Vandéléville-Battigny. Dans toute cette région, le toar-

(¹) *Eclogæ geologicæ Helvetiæ*, 23, nº 1, 1930, p. 43 à 289.
(²) Séance du 30 mars 1936.
(³) L. et H. Longchambon, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1229.

cien affleure à flanc de côteau, s'avance par endroits en larges éperons et forme même des buttes isolées dans la plaine. Le sous-sol immédiat des communes de Grimonviller et de Fécocourt est constitué par du schiste, visible dans tous les chemins creux et sur les bords du ruisseau le Brénon.



La région comprise entre le Brénon et le plateau bajocien, au niveau de Grimonviller et Fécocourt a été reconnue par quatre sondages; un cinquième sondage a été effectué au sud-est de Battigny [1]. Voici les cotes extrêmes entre lesquelles le schiste a été rencontré :

Sondage	1.	2.	3.	4.	5.
Cotes extrêmes du schiste	— 4 — 23	— 14 — 35	— 6 — 27	— 23 — 42	— 4 — 12
Épaisseur (en mètres)	19	21	21	19	8

Ci-après les teneurs en huile des différents niveaux atteints dans chacun des sondages :

[1] Sondages de la Société de carbonisation et de distillation des combustibles.

Sondage 1.

Cotes.		Teneurs pour 100.
– 4	– 6	4
– 6	– 8	6
– 8	– 10	5,5
– 10	– 12	5,9
– 12	– 14	6,2
– 14	– 16	7
– 16	– 18	8,3
– 18	– 20	6
– 20	– 22	6,5
– 22	– 23	4
Moyenne		5,9

Sondage 2.

Cotes.		Teneurs pour 100.
– 14	– 16	4,5
– 16	– 18	3
– 18	– 20	5
– 20	– 22	4,5
– 22	– 24	4
– 24	– 26	5
– 26	– 28	4
– 28	– 30	4,5
– 30	– 32	6,5
– 32	– 34	5,5
– 34	– 35	5
Moyenne		4,6

Sondage 3.

Cotes.		Teneurs pour 100
– 6	– 8	3,4
– 8	– 10	3,8
– 10	– 12	4,8
– 12	– 14	4,2
– 14	– 16	4,8
– 16	– 18	4
– 18	– 20	6,8
– 20	– 22	4,3
– 22	– 24	5
– 24	– 26	6
– 26	– 27	4,4
Moyenne		4,5

Sondage 4.

Cotes.		Teneurs pour 100.
– 23	– 25	4,5
– 25	– 30	4,6
– 30	– 34	3,8
– 34	– 38	3,6
– 38	– 42	4,5
Moyenne		4,2

Le sondage 5 a donné une moyenne de 4,6 pour 100 comprise entre les extrêmes 3 et 6,2.

La région exploitable en carrière sous une faible découverte est donc située entre le ruisseau et le chemin de Fécocourt à Grimonviller. Elle couvre environ 4^{km^2} avec une épaisseur moyenne de 15^m et une teneur de 5 pour 100 en poids. Ce gisement représente donc 120 millions de tonnes de schistes et 6 millions de tonnes d'huile brute.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *La division nucléaire somatique dans l'*Arum italicum. Note (1) de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

L'étude cytologique des noyaux de l'*Arum italicum* ne paraît pas avoir été faite jusqu'ici. Or la division somatique dans cette plante nous a paru assez particulière pour mériter une description spéciale : les noyaux comportent toujours à l'interphase (et cela même avec le fixateur de Regaud) d'une part des bandes réticulées avec nombreux grains chromatiques (*fig.* a, b) et d'autre part une substance intermédiaire, achromatique, qui forme le remplissage et dont la structure peu distincte correspond peut-être également à un reticulum. Il est vain de vouloir distinguer à l'interphase des territoires correspondant aux chromosomes et d'ailleurs même les auteurs les plus enclins à retrouver dans l'interphase la trace des chromosomes sont obligés de reconnaître l'impossibilité de cette recherche dans des cas assez nombreux.

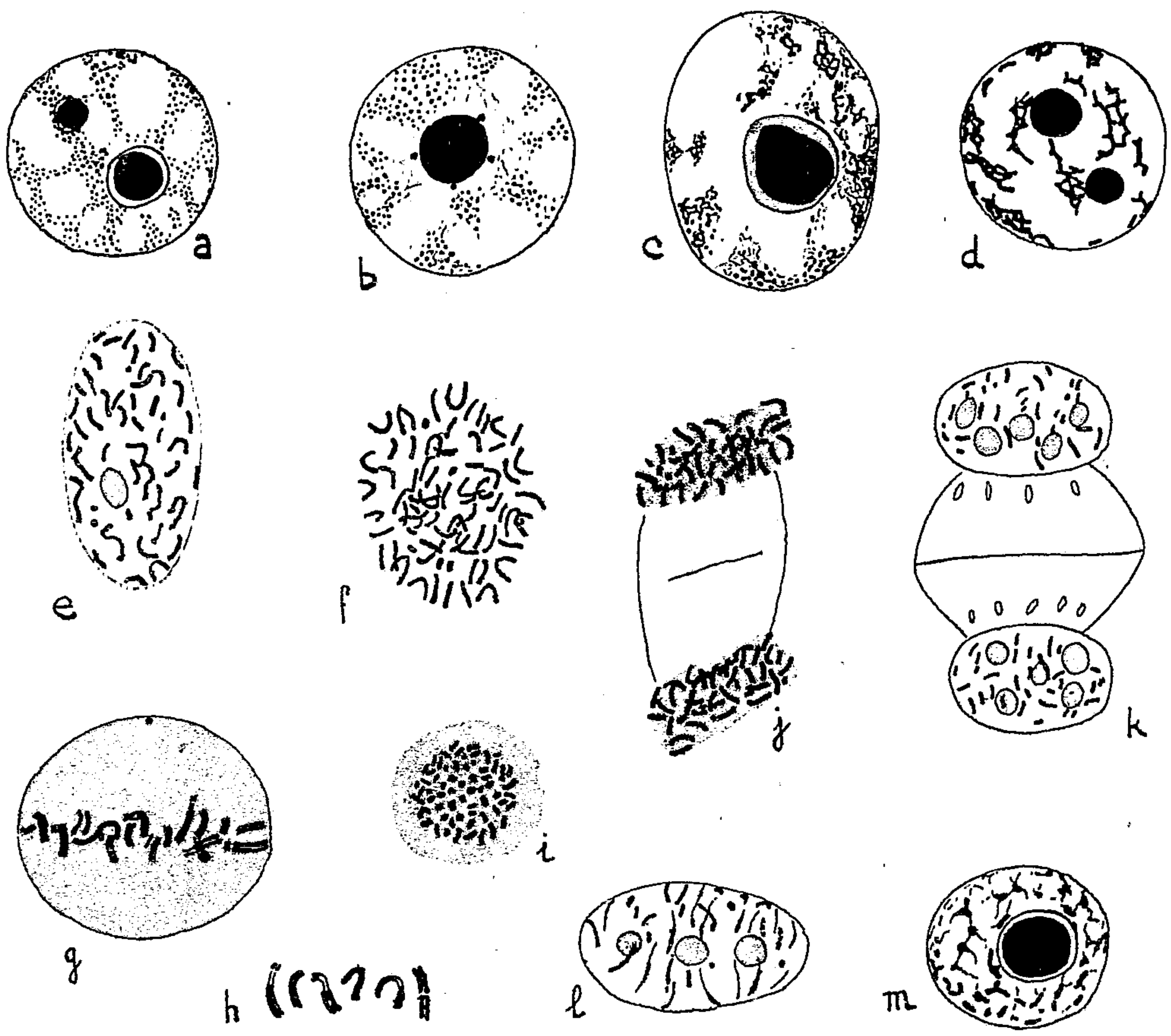
Dans l'*Arum italicum*, dont les chromosomes sont nombreux (au voisinage de soixante) les bandes réticulées ne peuvent pas correspondre à des chromosomes alvéolisés, car l'étude de la télophase (*fig.* K, 1) ne permet pas de saisir un stade d'alvéolisation des chromosomes. De même la prophase ne montre pas la formation de bandes réticulées distinctes ni d'un *Dolichonema* (*fig.* c, d, e). Elle consiste en effet dans la succession des stades suivants : 1° réduction du nombre des granules chromatiques et apparition de quelques filaments (*fig.* c) (la réduction du nombre des grains ne peut être due qu'à des fusions de grains entre eux); 2° stade d'un reticulum chromatique (*fig.* d), stade d'une analyse difficile par suite de l'enchevêtrement des éléments chromatiques; 3° stade de l'individualisation des chromosomes prophasiques (*fig.* e), certains d'entre eux déjà établis à ce moment avec leurs formes et leurs dimensions définitives.

Le clivage des chromosomes n'a pu être constaté qu'à la prométaphase. La métaphase (*fig.* f) montre un ensemble hétérogène de chromosomes pour la plupart en filaments courts ou en V; deux d'entre eux au moins présentent des satellites (*fig.* g, h). L'anaphase est le moment le plus favorable pour compter les chromosomes lesquels sont cependant toujours très tassés (*fig.* i, j). A la télophase (*fig.* K, l), les chromosomes, d'abord enchevêtrés,

(1) Séance du 30 mars 1936.

mais toujours distincts, se déchromatinisent peu à peu, sauf en certains points destinés à persister dans le noyau interphasique.

Le mode de division de l'*Arum* se rapproche de celui qui a été observé par R. de Litardière (¹) chez le *Pteris cretica*; il en diffère surtout par la



Les figures b, c, d, e, g, m correspondent à des fixations au liquide de Regaud; les autres figures à des fixations Helly. On remarquera en b la présence de plusieurs micronucléoles dont un seul est visible en g (dans le haut).

structure de l'interphase et l'enchaînement des stades prophasiques. On pourrait aussi comparer les noyaux de l'*Arum* à certains noyaux chromocentriques comme ceux de *Bryonia dioica*, dont les chromocentres volumineux sont parfois résolus en grains chromatiques (²).

(¹) *La Cellule*, 31, 1921, p. 253-473.

(²) PIERRE DANGEARD, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1444.

BOTANIQUE AGRICOLE. — *Sur quelques caractères utilisables pour la séparation des sortes pédigrées d'orge à deux rangs* (Hordeum distichum *L.*). Note (1) de MM. **Luc Alabouvette**, **Léonide Friedberg** et **Pierre Bergal**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'étude poursuivie depuis trois ans, sur plus de trois cents sortes pédigrées d'orge cultivée, appartenant principalement à l'espèce *Hordeum distichum* L., nous a permis de mettre en évidence plusieurs nouveaux caractères de l'épi et du grain dont la constance a été vérifiée sur des échantillons provenant de milieux de culture variés :

1° *Pilosité du pédicelle et de la glumelle inférieure de l'épillet stérile.* — L'épillet stérile des orges distiques est porté par un pédicelle formé par la soudure de la base des glumes et de la partie inférieure de l'axe de l'épillet. La face interne de ce pédicelle peut être glabre ou couverte de poils courts et serrés.

De même la glumelle inférieure de l'épillet stérile, plus ou moins enroulée en cornet, présente, à la surface externe, sur la portion recouvrant la glumelle supérieure, une pilosité dont l'importance et la localisation varient avec les sortes considérées.

Lorsque le pédicelle est couvert de poils courts et serrés, la glumelle inférieure présente également une pilosité de même nature sur toute sa face externe. Au contraire, à un pédicelle glabre peuvent correspondre différents états de la glumelle allant de la glabrescence à la pilosité uniformément répartie.

Pour les orges étudiées, nous avons été amenés à établir cinq groupes de pilosité correspondant aux figures 1 à 5.

On doit noter que l'absence de poils sur le pédicelle et la glumelle inférieure paraît liée au caractère *barbes lisses* de l'épi.

De même, la présence de poils courts et serrés, uniformément répartis sur le pédicelle et la base de la glumelle de l'épillet stérile, paraît liée à la présence d'une rangée de poils en bordure du sillon du grain.

Ce dernier caractère, peu altéré par les opérations de maltage, peut être utilisé pour contrôler l'identité et la pureté des sortes entrant dans la préparation des malts.

---

(1) Séance du 30 mars 1936.

2° *Couleur de l'axe (rachillet) de l'épillet stérile.* — L'axe ou rachillet de

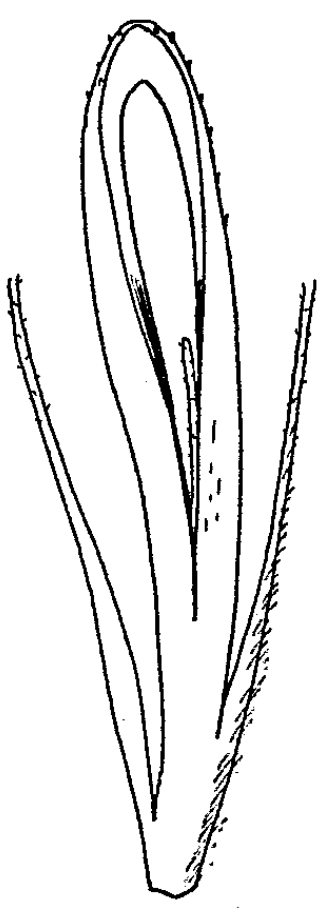


Fig. 1.
160 Pasteur.

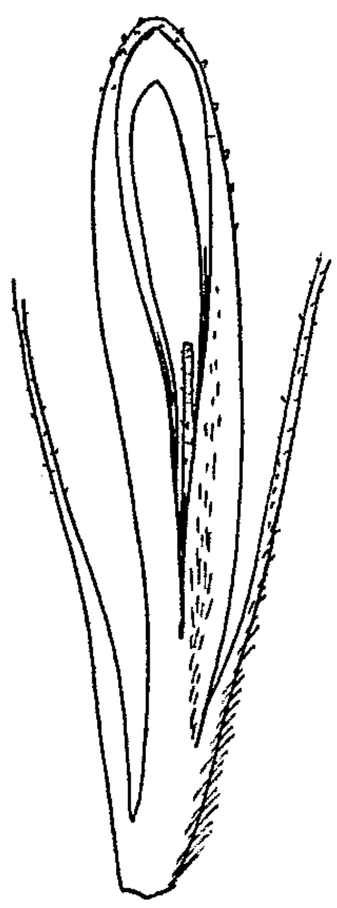


Fig. 2.
118 Duchesse.

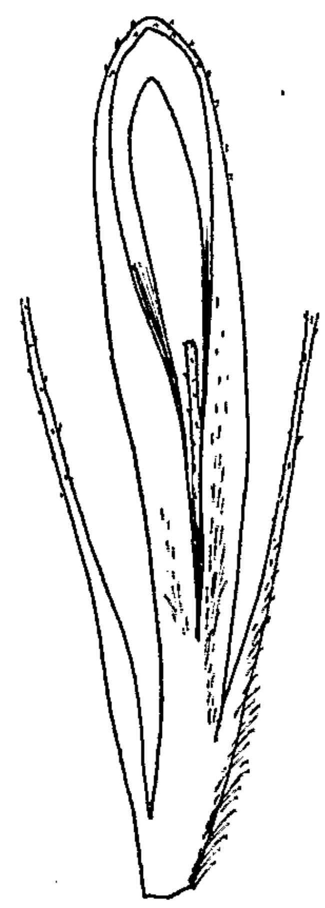


Fig. 3.
Souche 191 (Colmar).

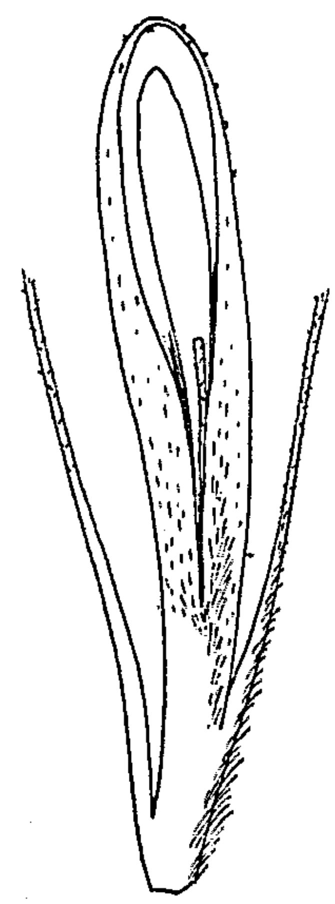


Fig. 4.
Sholley 3.

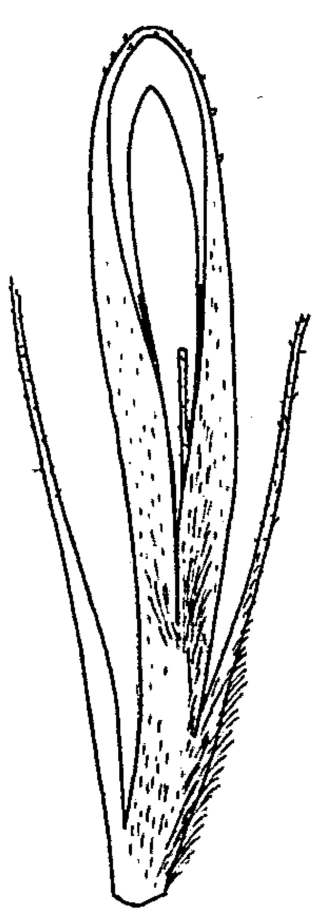


Fig. 5.
156 Sarah.

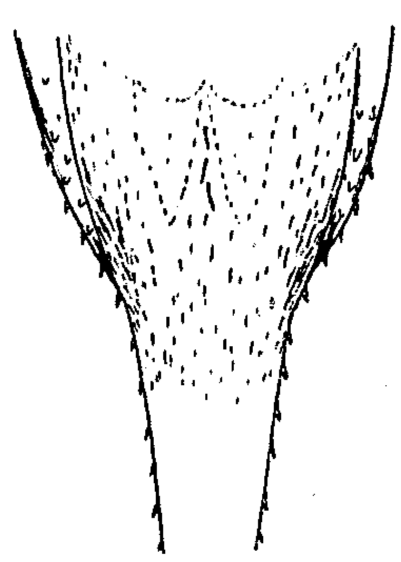


Fig. 6.
125 Mireille.

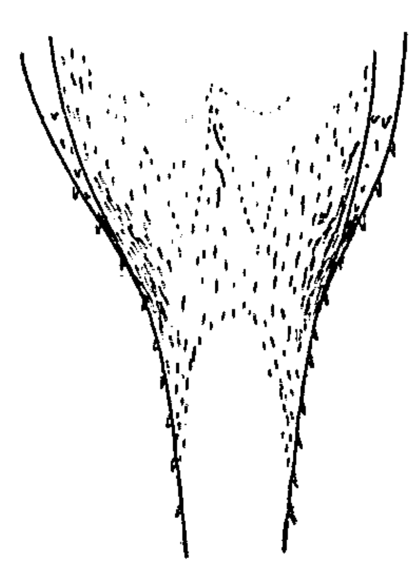


Fig. 7.
Souche 179 (Colmar).

l'épillet stérile est généralement de couleur jaune plus ou moins roussâtre.

Cependant, on trouve un petit nombre de sortes présentant de façon constante un rachillet blanc.

3° *Pilosité interne du sommet de la glumelle inférieure du grain.* — La glumelle inférieure du grain d'orge présente, à la face interne, dans sa portion supérieure, c'est-à-dire à la naissance de la barbe, une pilosité plus ou moins importante, plus ou moins masquée par les extrémités de la glumelle supérieure du grain.

L'importance de cette pilosité et la façon dont elle se limite à la base de la barbe suivant une ligne concave ou droite est un caractère stable utilisable pour la séparation des sortes, non seulement chez les orges distiques, mais aussi chez les orges à quatre et six rangs (*fig.* 6 et 7).

Au cours de cette étude, nous avons été amenés à vérifier la valeur des caractères secondaires de l'épi et du grain déjà mis en évidence par Neergaard (1888), Miège (1924), Mostovoj (1929), Huber (1932), W. Pech (1933).

L'ensemble de ces caractères aisément observables à la loupe binoculaire permet de pousser très loin le contrôle botanique des orges et, dans la majorité des cas, d'identifier les sortes pédigrées actuellement cultivées en limitant l'examen à l'épi et au grain. Ils permettent également de vérifier la pureté des lignées et de déceler les formes aberrantes dues à des mélanges accidentels, à des disjonctions d'hybrides ou à des mutations.

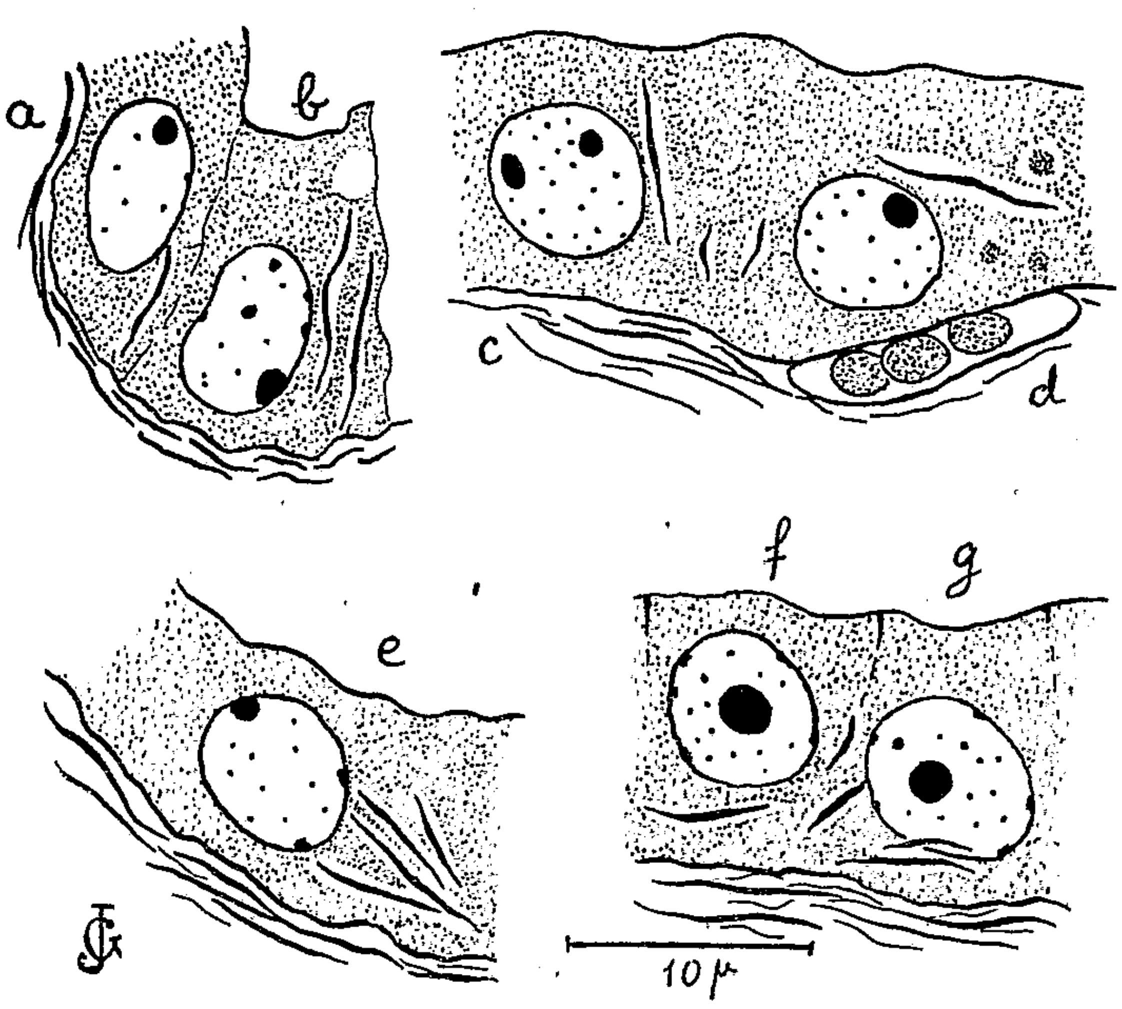
HISTOLOGIE. — *Sur les cristalloïdes de la glande mammaire.* Note [1] de M. **Jean Grynfeltt**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans les cellules sécrétantes des acini de la glande mammaire du Cobaye, après suspension de l'allaitement pendant 3, 6 et 9 jours avant le prélèvement des pièces, j'ai trouvé des formations cristalloïdes présentant de grandes analogies avec celles qui ont été décrites dans divers organes (testicule : cristalloïdes de Reinke et de Lubarsch, Spangaro; ovocytes de Mammifères : crystalloïde de von Ebner; thymus; thyroïde; cristallin et cornée du Chat). Ils ne sont pas spéciaux à la mamelle du Cobaye, puisque j'en ai rencontré dans des mamelles de Femme, pendant la phase colostrale de son évolution, dans les jours qui précèdent l'accouchement. On n'en trouve point d'une façon systématique dans toutes les cellules, mais, chez

(1) Séance du 30 mars 1936.

le Cobaye, tout au moins, aux périodes indiquées ci-dessus, ces cristalloïdes existent dans de nombreuses cellules.

Je les ai identifiés pour la première fois sur les coupes d'une pièce fixée par la méthode de Ciaccio (au formol-bichromate-acétique avec post-chromisation de 8 jours au bichromate de potasse) et fixés par la triple coloration de Prenant, à cause de leur affinité pour l'éosine. Mais on peut



les apercevoir aussi avec les méthodes de colorations courantes ou même sans coloration aucune.

Dans les cellules qui en sont munies, on peut trouver les cristalloïdes isolés, mais le plus souvent ils sont disposés par groupes de 3 ou 4, tantôt parallèles, tantôt en direction divergente les uns par rapport aux autres. Leur situation est du reste quelconque dans le corps cellulaire. Il en est de radiaires (*a*, *b*, *c*), c'est-à-dire parallèles au grand axe des cellules (*b*, *c*), d'autres en direction à peu près transversale (*d*, *f*, *g*), d'autres enfin en direction oblique (*e*, *g*).

Leurs dimensions sont également très variables, puisqu'on en trouve qui peuvent atteindre de 10 à 11$^{\mu}$, tandis que les plus courts mesurent à peine 2$^{\mu}$.

Leur forme est souvent rigide (*c*, *e*), quelquefois cependant ils apparaissent légèrement flexueux, s'incurvant à leurs extrémités en manière de

faux. Ils offrent ainsi de grandes ressemblances avec les cristalloïdes que Spangaro a décrits dans la cellule de Sertoli chez l'Homme. Ils apparaissent souvent aplatis sur une de leurs faces et deviennent lamellaires, ainsi qu'on peut s'en rendre compte quand on les suit par le jeu de la vis micrométrique à travers l'épaisseur de la coupe.

On peut les considérer chimiquement comme des dépôts de substances protidiques. En effet, leurs affinités tinctoriales sont acidophiles (éosine et fuchsine).

Ils sont insolubles dans les solvants des lipides (alcool, éther, xylol). Ils résistent à l'acide acétique des fixateurs histologiques et ne prennent pas le Gram. La réaction histochimique de Derrien et Turchini, ainsi que celle de Millon et celle à la ninhydrine, ont donné des résultats positifs. Enfin ils ne sont pas biréfringents en lumière polarisée.

Ces diverses réactions montrent bien qu'il s'agit très vraisemblablement d'une précipitation de substances protidiques, qui se fait dans les cellules mammaires, en dehors de la période de lactation proprement dite, au moment où la cellule mammaire excrète lentement les produits accumulés dans son intérieur (sécrétion colostrale).

PHYSIOLOGIE. — *Caractérisation de substances sympathico et parasympathicomimétiques dans le sang par la dialyse* in vivo. Note [1] de MM. **J. Gautrelet, D. Broun, H. Scheiner** et **El. Corteggiani**, présentée par M. Louis Lapicque.

La technique de dialyse *in vivo* que nous avons utilisée rappelle par son principe celle qu'avait préconisée Abel en 1914 au cours de ses recherches sur les acides aminés dans le sang, mais simplifiée elle ne comporte qu'un seul tube en U formé de deux tubes de collodion à 3 pour 100, reliés par un tube de verre, dont les constantes sont bien déterminées, immergés dans un manchon de verre de faible diamètre de façon à réduire à un minimum, 15 à 50^{cm^3} suivant la longueur, la quantité d'eau distillée ou de liquide physiologique contenue et maintenue à 30°. Les extrémités du dialyseur étant reliées aux deux extrémités d'une artère ou d'une veine sectionnée, est pratiquée une dialyse variant de 20 à 60 minutes. Nous avons utilisé comme anticoagulant le moranyl à la dose de 15^{cg} par kilogramme dans la veine, ce qui permet une diffusion de 3 heures environ, avec une pression artérielle

(1) Séance du 30 mars 1936.

sensiblement normale (N. Halpern, 1932), au maintien de laquelle contribue le faible calibre, 5mm, du dialyseur.

Nous passerons sous silence les résultats obtenus quant aux chiffres des chlorures, de l'urée, du glucose pour retenir tout d'abord l'action *parasympathicomimétique* des dialysats du sang *carotidien* et jugulaire, du chien (chloralosé) et surtout du chat (chloralisé) qui provoquent de façon à peu près constante une augmentation du tonus et de l'amplitude des contractions de l'intestin isolé de cobaye.

Après addition d'atropine l'amenant dans le tyrode à la concentration de 2.10^{-6} et même de 2.10^{-5}, l'hypertonie due aux substances dialysées persiste fréquemment alors que comparativement, celle de l'acétylcholine dans les mêmes conditions est supprimée à la concentration de 2.10^{-6} par l'atropine.

Sur le muscle de sangsue — ésériné — les substances dialysées au niveau de la carotide, notamment lorsqu'elles ont été obtenues après excitation du nerf splanchnique, se comportent comme si elles contenaient une substance analogue à l'acétylcholine, ne provoquant, insistons sur le fait, de contraction du muscle de sangsue qu'après sensibilisation par l'ésérine; mais on ne constate pas de parallélisme constant entre l'intensité des réactions ainsi obtenues sur le muscle de sangsue, qui sont d'ailleurs souvent déficientes, et celles que l'on observe sur l'intestin isolé de cobaye.

Le moins que l'on puisse conclure de tels fait est que l'on ne saurait normalement de façon constante imputer à la seule acétylcholine l'action parasympathicomimétique du dialysat de sang carotidien ou jugulaire.

D'autre part, la dialyse du sang de la veine *surrénale* de chien rendu à la circulation générale par une branche de la veine fémorale, nous a permis de constater dans le dialysat, surtout lorsque celui-ci était obtenu pendant l'excitation du splanchnique, la présence constante d'*adrénaline* dont l'action sympathicomimétique était révélée par un abaissement plus ou moins marqué du tonus de l'intestin isolé de cobaye (cf. D. Broun et H. Scheiner, 1935). Nous avons pu en outre, dans ces mêmes dialysats et surtout dans ceux que nous avons obtenus après l'excitation répétée du même splanchnique, constater la présence d'une substance parasympathicomimétique dont les réactions sur le muscle de sangsue à condition qu'il soit ésériné sont analogues à celles que produit l'acétylcholine [1].

---

[1] La cholinestérose ne passant pas, avons-nous constaté, dans le dialysat, la mise en évidence d'une substance de réaction analogue à l'acétylcholine, se trouve facilitée et possible même durant 24 heures.

En conclusion, d'un point de vue *général*, il nous sera permis d'attirer l'attention sur l'intérêt de la dialyse *in vivo*, ou biodialyse, telle que nous en avons défini la technique simplifiée, elle permet à l'encontre des recherches opérées sur le sérum ou le sang défibriné d'éliminer l'objection de la formation de poisons sériques, ou l'action des plaquettes du sang, elle permet d'opérer directement sur le dialysat, en dehors de toute défécation, la caractérisation et le dosage physiologique ou chimique, relevant des semi-micro méthodes, des substances dialysables contenues non seulement dans le sang de la circulation générale mais à la sortie des glandes et des organes et de définir ainsi l'état de liaison ou de liberté dans lesquels elles se trouvent. La technique permet enfin de suivre, sans interrompre la circulation, les variations physiologiques de ces mêmes substances.

Plus *particulièrement* les recherches préliminaires que nous venons d'exposer mettent en évidence l'action parasympathicomimétique des dialysats du sang carotidien de chien et de chat. Si la présence d'une substance analogue à l'acétylcholine a pu être révélée après excitation du nerf splanchnique notamment, l'absence de parallélisme constant, entre les réactions sur l'intestin isolé et le muscle de sangsue ésériné, permet d'affirmer que cette substance ne saurait être normalement le seul constituant parasympathicomimétique du dialysat. L'adrénaline s'est révélée d'autre part constamment présente dans le dialysat du sang veineux surrénal, lequel après excitation du nerf splanchnique renferme également une substance d'action analogue à celle de l'acétylcholine.

PHYSIOLOGIE. — *Production de polynévrite aviaire au moyen de régimes riches en glucides, en protides ou en lipides, comportant de fortes doses de vitamines* B, *par simple addition d'acide lactique.* Note de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Des rations artificielles très différentes peuvent être constituées pour le pigeon, rations riches en glucides, protides ou lipides (selon les cas) et complétées par addition de vitamines du type B, sous forme de levure de bière desséchée. Un bon équilibre alimentaire peut se trouver ainsi réalisé avec des régimes renfermant par exemple 66 pour 100 de saccharose, 82 pour 100 de peptone de fibrine ou 50 pour 100 d'huile d'olive. La suppression des vitamines B de la ration crée un état de carence (avitaminose B) qui entraîne la production de crises polynévritiques bientôt suivies

de la mort des sujets. Cependant les mêmes accidents polynévritiques peuvent être obtenus par introduction dans le régime de certains glucides, protides ou lipides, tels que le lactose, la peptone d'ovalbumine et l'huile de ricin, se substituant aux éléments précédents, malgré l'addition quotidienne de fortes doses de levure de bière. On dit alors qu'il y a « déséquilibre » de la ration (1). Un déséquilibre du même ordre peut être obtenu en adjoignant aux régimes des quantités suffisantes de produits résultant de la décomposition des constituants organiques normaux de la ration : acide lactique et acides gras, qui se montrent sans effet cependant, quand ils sont produits dans l'organisme par les voies habituelles (2). Jusqu'ici, toutefois, l'action de l'acide lactique n'avait été enregistrée qu'en présence de glucides.

Le rôle de l'imprégnation lactique des tissus n'est-il pas plus général? Ne se retrouve-t-il pas constamment à l'origine de la polynévrite aviaire, dans l'avitaminose B comme dans le déséquilibre alimentaire? Nous avons été amené à l'envisager. Restait à fournir la preuve que cette imprégnation lactique conduisait à des manifestations polynévritiques quel que soit le régime mis en œuvre, que les glucides, protides ou lipides prédominent.

A cet effet, nous avons utilisé les trois régimes ci-après, caractérisés par la prédominance de l'un ou l'autre des constituants : glucides (saccharose) dans le I, protides (peptone de muscle) dans le II et lipides (huile d'olive) dans le III. Voici d'ailleurs la composition centésimale de chacun d'eux :

	I.	II.	III.
Caséine purifiée	6	–	–
Fibrine purifiée	5	–	–
Ovalbumine purifiée	5	–	–
Peptone de muscle	–	59	25
Saccharose	66	–	–
Huile d'olive	–	–	50
Saindoux	–	18	–
Graisse de beurre	4	8	4
Mélange salin	4	5	6
Agar-agar	8	8	8
Papier filtre	2	2	2
Paraffine	–	–	5

(1) R. Lecoq, *Thèse Doct. Sc. nat.*, Paris, 1934, et *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1269.

(2) R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, **120**, 1935, p. 958, et *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1979.

Ces régimes, donnés par gavage, à raison de 20g par jour, pour les deux premiers, et de 15g, pour le dernier, se montrent de valeur énergétique satisfaisante pour le pigeon; mais ils doivent être complétés par un apport suffisant de levure de bière, donnée comme source de vitamines B. En l'absence de levure, les crises polynévritiques éclatent et la mort survient :

Avec le régime	I	Du 15e au 27e jour
»	II	Du 50e au 90e jour
»	III	Du 20e au 35e jour

Avec une addition quotidienne de 1g de levure de bière sèche pour I et II ou de 0g,75 pour III (correspondant à 5 pour 100 du régime), les accidents polynévritiques sont évités et les survies obtenues dépassent six mois. Des doses plus fortes de levure, atteignant 10 et 20 pour 100 de la ration, donnent des résultats du même ordre.

Nous avons préparé comparativement trois régimes semblables aux précédents, mais dans lesquels il était substitué 10 (pour 100) d'acide lactique à 10 de saccharose, de peptone de muscle ou d'huile d'olive. Quatre lots de pigeons reçurent chacun de ces nouveaux régimes : le premier sans levure et les trois autres avec des additions respectives de 5, 10 et 20 pour 100 de levure de bière desséchée. La présence d'acide lactique permit l'apparition plus ou moins rapide d'accidents polynévritiques bientôt suivis de la mort des sujets en expérience, quel que soit le régime, et malgré l'adjonction de vitamines B sous forme de levure de bière.

Voici d'ailleurs, exprimée en jours et en mois, la durée des survies ainsi observées avec les régimes modifiés (à 10 pour 100 d'acide lactique) :

	I.	II.	III.
Régime sans levure	15 à 26 j.	17 à 30 j.	15 à 30 j.
Régime + 5 % de levure	50 à 120 j.	25 à 70 j.	20 à 55 j.
Régime + 10 % de levure	2 à 5 m.	40 à 100 j.	25 à 70 j.
Régime + 20 % de levure	3 à 6 m.	3 à 5 m.	30 à 90 j.

Conclusions. — 1° L'introduction de 10 pour 100 d'acide lactique dans une ration suffit à empêcher l'utilisation par le pigeon de doses élevées de vitamines B. Les animaux meurent alors en crises polynévritiques comme dans l'avitaminose B;

2° La polynévrite aviaire due à l'introduction d'acide lactique dans la ration du pigeon est obtenue aussi bien en présence qu'en l'absence de

glucides, et même si l'élément prédominant du régime est constitué de protides ou de lipides;

3° L'imprégnation lactique des tissus qui résulte de l'ingestion de tels régimes paraît être la cause des accidents polynévritiques observés.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Des rapports entre l'activité automatique des diverses régions du cœur et la structure de l'organe chez l'Escargot.* Note [1] de M. **Antoine Jullien** et de Mme **Hélène Vairel-Blanc**, présentée par M. Félix Mesnil.

Chez l'Escargot, tout lambeau myocardique prélevé sur un cœur frais et placé dans une solution de sels convenablement choisis et équilibrés, à la température du laboratoire, bat automatiquement. Mais la question se pose de savoir s'il existe une hiérarchie dans l'activité automatique des différentes régions et une conduction préférentielle de l'excitation dans certaines directions. Pour se documenter à cet égard il convient d'opérer sur un organe dont l'activité automatique a été fortement diminuée par le refroidissement et d'étudier l'effet d'excitations localisées dans ses diverses régions. En ce cas une excitation en un point ne provoque pas une systole complète et immédiate, mais une contraction lente, soit totale, soit partielle, et localisée à la région excitée, ou bien elle peut n'être suivie d'aucun effet. Nous avons utilisé des stimuli mécaniques et thermiques portés à l'aide d'un tube capillaire où circule de l'eau à 55° sur des cœurs refroidis à 4°. Par cette méthode, nous pourrons ainsi déterminer quelles sont les régions du myocarde qui réagissent le plus rapidement et le plus facilement aux stimuli et à partir desquelles la généralisation de l'excitation est la plus aisée.

En ce qui concerne l'oreillette, on constate que les résultats sont analogues quel que soit le point excité; que le stimulus soit porté au sommet, à la base, ou latéralement, il se produit une contraction auriculaire totale après, chaque fois et à de faibles différences près, des temps de même durée.

Les observations sont différentes sur le ventricule. Quand son excitabilité n'est pas très diminuée, une excitation est susceptible de déclencher

---

(1) Séance du 30 mars 1936.

une contraction ventriculaire totale quel que soit le point excité, mais le temps qui s'écoule entre le début de l'application du stimulus et la réponse est beaucoup plus petit si celui-ci agit sur la base.

Quand l'excitabilité est diminuée dans de plus fortes proportions que précédemment, des excitations de même durée, par contact du tube chaud, portées sur les parties latérales et la pointe, provoquent une contraction localisée à la partie excitée et une contraction totale et rapide si elles s'appliquent sur la base.

Si l'excitabilité est très diminuée, les parties latérales et la pointe ne réagissent pas, tandis que la base se contracte si elle reçoit l'excitation.

Les modifications du rythme déclenchées par les stimuli appliqués sur l'oreillette ou le ventricule sont sans effet sur l'étage non excité qui conserve son rythme initial.

L'excitation de la jonction auriculo-ventriculaire détermine une contraction auriculaire et une contraction ventriculaire synchrones.

Ces différentes observations peuvent s'interpréter sur une base commune : celle de l'orientation et de la répartition des grosses travées myocardiques dans les deux étages du cœur. La charpente du ventricule et de l'oreillette est constituée par des travées de dimensions et de disposition variables, formées elles-mêmes d'unités élémentaires : les fibres. Dans l'oreillette, les travées les plus développées n'ont pas de direction préférentielle et leur densité est à peu près partout uniforme; cette disposition architecturale explique que l'automatisme auriculaire soit identique, dans l'ensemble, aux divers points et qu'une contraction généralisée peut être obtenue quelle que soit la région excitée, sa diffusion étant assurée en tous sens par les travées maîtresses.

Rien de semblable dans l'architecture ventriculaire. Les travées principales, en dehors d'un certain nombre d'entre elles disposées transversalement, constituent essentiellement deux éventails plus superficiels, inclus dans les faces externe et profonde et dont le point de divergence est placé en pleine base du ventricule. Les travées les plus longues se dirigent vers la pointe parallèlement à l'axe de l'organe, les plus courtes restent localisées à la base et, dans l'intervalle de ces deux groupes extrêmes, s'épanouissent des travées affectant des degrés variables d'obliquité. Un tel mode de groupement explique que la région la plus automatique se situe à la base du ventricule : elle correspond à l'origine des éventails où les travées sont le plus condensées sous la plus petite surface; une excitation née en ce

point peut se généraliser facilement à tout l'étage, sa diffusion étant assurée par les travées rayonnantes de l'éventail dans toutes les directions.

Quant à la non-réaction de l'oreillette excitée sur le ventricule, ou inversement, elle tient à l'indépendance des deux systèmes des travées auriculaires et ventriculaires.

En résumé, chez l'Escargot, un rapprochement s'impose entre les particularités de l'architecture du cœur et certaines constatations physiologiques faites sur cet organe; en particulier le développement d'une activité rythmée et l'intensité de ce phénomène semblent conditionnés par la présence des grosses travées myocardiques, leur orientation et leur répartition.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Ionisation et tampons du milieu intérieur du crabe parasité* (Carcinus mœnas *sacculiné*). Note de Mme **Andrée Drilhon** et **E. A. Pora**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Dans une précédente Note nous avons montré l'influence de la sacculine sur les cathions alcalino-terreux (calcium et magnésium) et sur les protéines du sérum tant au point de vue qualitatif que quantitatif.

Nous nous proposons d'apporter ici les résultats ayant trait à la mesure de la *réserve alcaline*, du pH et de la *courbe de coefficient tampons*.

Réserve alcaline. — La mesure globale de la réserve alcaline mesurée à l'appareil de Haldane et ramenée à 0° et 760mm de Hg se traduit :

Carcinus Mœnas normal	13,66 CO^2 en cm^3
Carcinus Mœnas sacculiné	19,00 CO^2 en cm^3

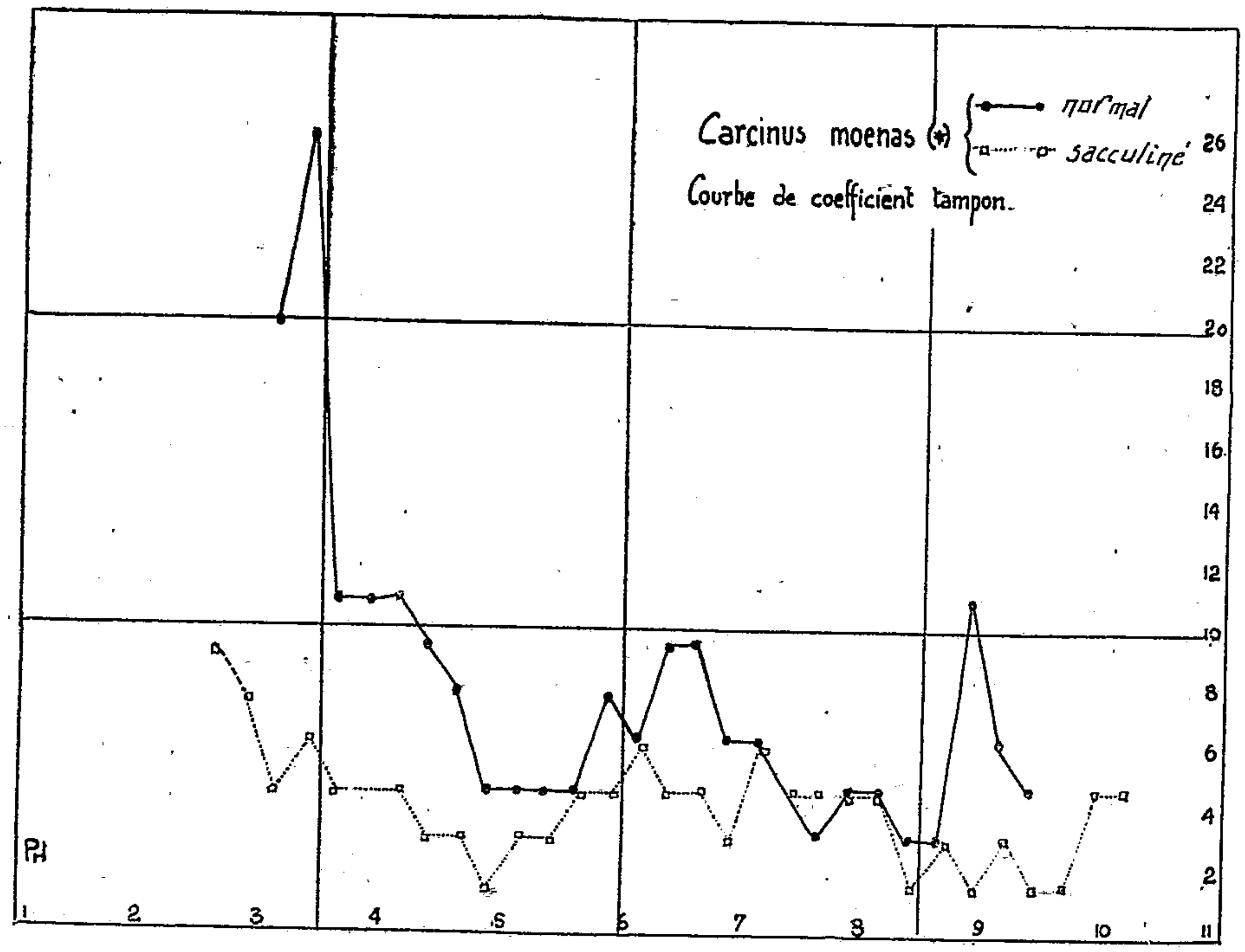
On sait que l'élément fondamental de cette réserve alcaline est constitué par l'anhydride carbonique, soit à l'état de CO^2 libre, soit à l'état de bicarbonates alcalins : c'est lui seulement que nous dosons à l'aide de l'appareil de Haldane. Mais en plus de ce facteur il existe dans le milieu intérieur un mécanisme infiniment délicat, sensible aux plus minimes variations, et dont l'étude paraît d'un intérêt capital : la *réserve-tampon*.

L'existence de tampons (protéines, phosphates, substances indéterminées) crée une réserve alcaline différente de celle que les notions classiques ont défini. Ainsi peut-on expliquer que la faible valeur de cette constante physico-chimique ne corresponde qu'incomplètement à la valeur véritable de la *réserve-tampon* du sérum ou de l'hémolymphe.

On peut mettre en évidence ces *tampons* par l'établissement d'une *courbe de neutralisation* construite selon la technique opératoire de Gex. Pour faciliter la lecture de tels tracés on calcule la pente de la tangente en chacun des points de la courbe de neutralisation à l'aide de la formule

$$t = \frac{\Delta m}{\Delta \mathrm{pH}} = \frac{\Delta q}{\Delta \mathrm{pH}} \frac{n}{\mathrm{V}}$$

(m = équivalent-gramme de réactif par litre de solution de sérum;



Δq = nombre de centimètres cubes de réactif de normalité n ajouté par volume v de solution pour obtenir une variation ΔpH).

Les différents points d'inflexion se traduisent alors par des maxima et des minima correspondant à des pK de dissociation des éléments tampons. On connaît le pK de dissociation des bicarbonates à pH 6,5. Les trois valences de l'acide phosphorique correspondant respectivement la première à pH 1,96, la deuxième à pH 7 et la troisième à pH 9. Entre ces divers clochers on peut en discerner d'autres (acides aminés, composés ammoniacaux, protéines, etc.).

L'établissement de ces courbes sur les hémolymphes des *Carcinus* normaux et sacculinés met en valeur un phénomène très important : la disparition presque complète des clochers et l'allure générale pour les individus parasités d'un liquide faiblement tamponné.

Or cette conclusion, paradoxale au premier abord (au moins en ce qui concerne les bicarbonates), si on la rapproche des valeurs plus élevées de la réserve alcaline globale, ne peut être expliquée que par la richesse de cette hémolymphe en gaz carbonique libre.

L'application de la formule d'Hasselbach permet de vérifier cette hypothèse :

$$\mathrm{pH} = 6{,}1 \log \frac{\mathrm{CO^2\ combiné}}{\mathrm{CO^2\ libre}}.$$

Nous avons en effet mesuré le pH des hémolymphes de crabes normaux et sacculinés à l'aide de la micro-électrode rotative de Lecomte du Noüy et nous avons trouvé :

Carcinus normal....... Force électromotrice 676 mmv, soit pH = 7,42 à 15°,2
Carcinus sacculiné..... » » 662 mmv, soit pH = 7,17 à 15°,2

On déduit alors de la formule d'Hasselbach la valeur du rapport CO^2 combiné/CO^2 libre, ce qui donne

Carcinus normal............ R = 20,8, d'où CO^2 combiné = 20,8 CO^2 libre
Carcinus sacculiné.......... R = 11,75, d'où CO^2 combiné = 11,75 CO^2 libre

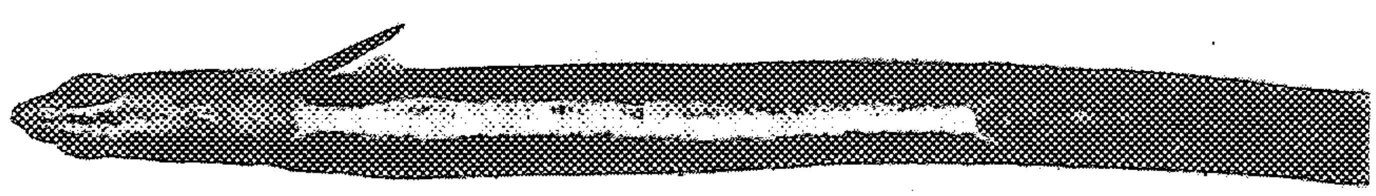
la teneur en CO^2 libre chez les crabes parasités est sensiblement double de celle des normaux.

Conclusions. — Le parasitisme (sacculine) paraît provoquer dans le milieu intérieur la disparition presque absolue des substances constituant le pouvoir-tampon du sérum : bicarbonates, phosphates, etc.

La présence d'une forte quantité de CO^2 dans l'hémolymphe maintient à un degré élevé la valeur de la réserve alcaline et abaisse la réaction ionique du milieu (pH).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la maturation complète des organes génitaux de l'anguille mâle et l'émission spontanée de ses produits sexuels.* Note [1] de M. MAURICE FONTAINE, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Nous avions signalé les résultats positifs obtenus par des injections d'urine de femme enceinte sur la maturation des organes génitaux de l'anguille mâle [2]. Nous avons poursuivi depuis ces expériences pour en préciser certains points. Au cours de ces recherches, nous avons obtenu, sur deux individus, non seulement la maturation plus ou moins complète des testicules, mais l'émission spontanée des produits sexuels. Ces anguilles étaient des mâles dits argentés reçus en janvier des marais de Brière et qui furent conservés à l'obscurité dans des bacs d'eau de mer aérée à l'air comprimé. Or deux de ces anguilles, ayant subi, du 16 janvier au 6 février,



4 injections intramusculaires de 2^{cm^3} d'urine de femme enceinte [3], prirent, 15 jours après la dernière injection, une livrée tout à fait particulière [4]. Comme on le voit sur la photographie ci-dessus, la partie ventrale présentait une bande blanche médiane, étroite et très nettement délimitée. Cette bande rectangulaire, d'un blanc terne tacheté, en certaines places, de petits points roux, était toute différente de l'argenture bien connue de l'anguille d'avalaison. Les flancs présentaient une coloration verdâtre ou bleu verdâtre foncée à reflets métalliques. La papille anogénito-urinaire était considérablement gonflée et injectée de sang. La nageoire anale était

---

[1] Séance du 30 mars 1936.

[2] *C. R. Soc. Biol.*, 116, 1934, p. 1284 (en collaboration avec S. et M. Boucher).

[3] Des premiers mois de la grossesse.

[4] Ces expériences, comme toutes les précédentes, comportaient naturellement des témoins.

également congestionnée ainsi que la mâchoire inférieure qui était même sanguinolente. Il est probable que ces derniers caractères sont dus à ce que l'anguille se frottait contre les parois de l'aquarium pour expulser ses produits génitaux, comme on l'a récemment observé pour un congre femelle (¹).

Nous n'insisterons pas sur les caractères habituels des anguilles argentées (yeux agrandis et saillants, nageoires pectorales allongées), caractères ici particulièrement accentués. Le lendemain du jour où nous avions fait ces observations, l'eau des aquariums nous apparaissait extrêmement trouble et nous constations qu'une des anguilles émettait des petites masses longues ou oblongues de quelques millimètres, plus ou moins désagrégées et qui, examinées au microscope, nous ont montré des amas de spermatozoïdes dont certains, détachés de la masse, très nettement mobiles. Le jour suivant, une autre anguille présentait le même phénomène. Notons que, au cours de ces émissions, qui durèrent environ 24 heures, les anguilles présentèrent une respiration saccadée et haletante et que chacune d'elles mourut 12 à 24 heures après les dernières émissions. Les testicules apparurent, à l'autopsie, roses, revenus à un volume voisin de ceux de l'anguille argentée normale, c'est-à-dire très différents des testicules d'un blanc laiteux et considérablement grossis que nous avons fréquemment observés sur les mêmes anguilles traitées de façon analogue.

Il est curieux de constater que le protocole de cette expérience, qui aboutit à cette émission spontanée des produits génitaux chez deux anguilles, est tout à fait semblable à ceux de plusieurs autres expériences qui, même prolongées plus longtemps, n'ont pas abouti à ce résultat.

D'ailleurs, Schreiber, qui a confirmé nos premiers résultats (²), par l'injection de prolans, n'a pas observé cette émission spontanée des produits génitaux bien qu'ayant conservé un mâle 80 jours après les dernières injections et bien que le testicule de ce mâle se soit révélé, à l'autopsie, en pleine activité fonctionnelle (³).

A quels facteurs doit être attribué le résultat que nous signalons. Doit-on penser que, seules, des doses très précises, variant dans d'étroites limites, peuvent permettre l'accomplissement complet du cycle sexuel? Ne

(¹) O. TUZET et H. HARANT, *Bull. Soc. Hist. nat. de Toulouse*, 65, 1933, p. 363.

(²) BR. SCHREIBER, *Rendiconti del R. Istituto Lombarda di sc. clett.*, 2ᵉ série, 68, fasc. XI-XV, 1935, p. 1.

(³) BR. SCHREIBER, *Bolletino del. Soc. ital. di Biol. sper.*, 10, 1935, p. 818.

peut-on pas supposer plutôt avec quelque vraisemblance que l'état endocrinologique de l'animal au moment de l'expérience est capital. Or il est fort probable qu'on réunit sous le nom d'anguilles argentées mâles des anguilles chez lesquelles l'état physiologique de certaines glandes endocrines peut différer sensiblement d'un individu à l'autre et là réside peut-être la cause des différences observées.

Rappelons, d'autre part, qu'on n'a jamais trouvé, dans la nature, d'anguille après le frai. On admet le plus souvent qu'elles meurent après la reproduction, mais on a aussi envisagé parfois l'hypothèse selon laquelle elles poursuivraient leur existence dans les grandes profondeurs océaniques. Nos observations tendraient à confirmer, en ce qui concerne l'anguille mâle, l'hypothèse la plus généralement admise, celle de la mort immédiatement après la reproduction.

CHIMIE MICROBIOLOGIQUE. — *Variantes microbiennes du bacille d'Aertrycke et variabilité possible dans la constitution chimique de l'antigène somatique* complet *de ce germe*. Note de M. **Michel Ciuca**, Mme **Lydia Mesrobeanu** et M. **Georges Badenski**, présentée par M. Félix Mesnil.

Boivin et ses collaborateurs [1] ont prouvé qu'on peut retirer du bacille d'Aertrycke S(lisse) un antigène *complet*, glucido-lipidique, spécifique et toxique, qui livre à l'hydrolyse acide en moyenne 40 pour 100 de son poids de sucres et 21 pour 100 de son poids d'acides gras. Cette composition chimique se maintient pratiquement constante, d'une préparation à l'autre. La forme R(rugueuse) correspondante ne renferme aucune trace d'un tel antigène complet. On peut assister, au cours des repiquages successifs, à la transformation spontanée de l'une des formes dans l'autre. Le passage de la forme S à la forme R s'accompagne de la disparition totale de l'antigène, tandis que le passage inverse se caractérise par la réapparition de l'antigène, avec sa composition chimique et ses propriétés biologiques habituelles.

Le but du présent travail a été de rechercher si des modifications s'intro-

(1) A. Boivin, L. Mesrobeanu et I. Mesrobeanu, *Arch. roumaines de Pathol. exp. et de Microbiol.*, 8, 1935, p. 45 à 86; A. Boivin et L. Mesrobeanu, *Revue d'Immunologie*, 1, 1935, p. 553 à 569 et 2, 1936, p. 113 à 144.

duisent dans la constitution chimique de l'antigène complet, lorsqu'on fait apparaître des variantes du b. d'Aertrycke par une *macération* du germe dans ses produits de métabolisme. Cette méthode avait permis à l'un de nous, en collaboration avec Bordet ([1]), d'obtenir une large dissociation d'une variante lyogène de colibacille et d'isoler toute une série de variantes.

La technique utilisée a été la suivante : une souche de b. d'Aertrycke S pure a été cultivée sur gélose, pendant 11 jours à 37°. Au bout de ce temps, on a râclé les microbes et on les a émulsionnés dans du bouillon Martin; après quoi, l'émulsion a été abandonnée pendant 40 jours à 37°. Au bout de ce temps, un ensemencement a été fait sur gélose, qui a permis d'obtenir 8 types de colonies morphologiquement différentes : 4 d'aspect R et 4 d'aspect S. Nous avons repiqué ces diverses colonies et obtenu de la sorte 8 souches, dont nous avons poursuivi l'étude à divers point de vue. L'apparition de ces variantes a coïncidé avec le déclenchement spontané d'un principe lytique pour le b. d'Aertrycke dans le bouillon.

La présente Note se réfère seulement à l'une des variantes du bacille d'Aertrycke ainsi obtenues, la variante *b*, d'aspect S, qui, isolée il y a plus de six mois, s'est montrée stable depuis cette époque, à travers tous les repiquages successifs. Contrairement au b. d'Aertrycke S primitif, qui n'est absolument pas agglutiné par la trypaflavine, le b. d'Aertrycke *b* s'agglutine en petits amas, au contact du réactif, ce qui le rapproche du b. d'Aertrycke R, qui donne une agglutination en gros amas. Le b. d'Aertrycke *b* renferme un antigène complet glucido-lipidique qui s'éloigne nettement, par sa composition chimique, de celui qui est contenu dans la forme S typique : 21 pour 100 de sucres seulement (au lieu de 40 pour 100) et, en revanche, 31 pour 100 d'acides gras (au lieu de 21 pour 100). Malgré cette composition chimique particulière, l'antigène *b* conserve toute la spécificité sérologique de l'antigène S typique. De plus, les deux antigènes présentent une toxicité du même ordre de grandeur. Différents par leur composition chimique, les deux antigènes se distinguent également par leur stabilité en solution aqueuse. Tandis que l'antigène S reste indéfiniment stable en solution aqueuse stérile, l'antigène *b* a tendance à s'insolubiliser et à précipiter de ses solutions; le précipité qui se forme garde la composition glucido-lipidique et la toxicité de l'antigène dissous. C'est une sorte de dénaturation qui se produit spontanément à froid, et qui rappelle celle que présentent souvent les protéines sous l'action de la chaleur.

([1]) J. BORDET et M. CIUCA, *C. R. Soc. Biologie*, 84, 1921, p. 747.

On peut imaginer, jusqu'à preuve du contraire, les deux antigènes S et *b*, sérologiquement équivalents, comme constitués par un même noyau polysaccharidique responsable de la spécificité commune, sur lequel viennent se fixer, et en nombres différents, des molécules d'acides gras. L'antigène *b*, plus riche en acide gras (élément *non hydrophile* de la molécule) et plus pauvre en polysaccharide (élément *hydrophile* de la molécule) que l'antigène S, doit sans doute à sa composition chimique particulière sa plus faible affinité pour le solvant eau. Généralisant ce point de vue, on pourrait admettre qu'un même polysaccharide spécifique puisse estérifier ses nombreuses fonctions alcooliques par un nombre variable de molécules d'acides gras, pour donner toute une gamme d'antigènes complets, tous sérologiquement équivalents, mais de stabilité inégale en solution aqueuse. La diastase capable de cliver les antigènes complets, et dont l'un de nous a démontré l'existence dans les bactéries [en collaboration avec Boivin [1]], est sans doute responsable du contrôle de la synthèse et de la dégradation progressive de tels complexes glucido-lipidiques dans la cellule microbienne.

A $15^h 40^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 15^m$.

E. P.

---

[1] A. BOIVIN et L. MESROBEANU, *C. R. Soc. Biol.*, **118**, 1935, p. 1671.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 15 AVRIL 1936.

PRÉSIDENCE DE M. ROBERT BOURGEOIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce le décès de M. **Maurice Hamy**, ancien Président de l'Académie, survenu à Paris le 9 avril 1936, et prie M. le Secrétaire perpétuel de donner un résumé de la carrière scientifique du défunt.

M. **Émile Picard** s'exprime en ces termes :

Comme vient de l'annoncer M. le Président, un nouveau deuil frappe l'Académie. Notre Confrère, M. **Hamy**, est mort jeudi dernier après une longue maladie à l'âge de 74 ans.

Les travaux de Maurice Hamy, qui appartenait à notre Section d'Astronomie depuis le 23 mars 1908, sont de natures très variées. Il fut à la fois mathématicien, astronome et physicien, cultivant avec une grande distinction la Mécanique céleste, l'Astronomie d'observation et la Physique.

Ses premiers travaux se rapportent à la figure des corps célestes qui, satisfaisant à la loi de la gravitation, forment une masse fluide animée d'un mouvement de rotation et composée de couches de densités différentes. Hamy, ne se bornant pas comme Clairaut et Laplace à une première approximation, démontre d'abord que, si les surfaces de séparation sont des ellipsoïdes, ceux-ci doivent être des ellipsoïdes homofocaux. Ce lemme lui permet ensuite d'établir que de telles figures d'équilibre ne peuvent exister dans le système solaire, comme le montrent l'aplatissement superficiel des planètes, la vitesse de rotation et la densité moyenne de ces astres. Un peu plus tard, Hamy, grâce à sa connaissance des théories les plus récentes de l'Analyse mathématique, s'attaquait avec succès à la recherche

de la valeur asymptotique des coefficients de rang élevé dans le développement de la fonction perturbatrice. Il fait en particulier une application de ses formules à une petite planète, Junon, démontrant que sa longitude moyenne est affectée d'une inégalité à longue période, provenant de l'action de Jupiter, la période étant de 235 années.

Le mathématicien, capable de ces difficiles travaux de Mécanique céleste, savait aussi se montrer habile mécanicien dans la technique des instruments astronomiques. D'ingénieux dispositifs lui permettent d'étudier les variations de l'axe de rotation des instruments méridiens, de mesurer dans ceux-ci l'inclinaison du fil de déclinaison, ainsi que la flexion des fils micrométriques. Un emploi élégant des franges d'interférence permet aussi à Hamy de contrôler rapidement la forme des tourillons d'une lunette méridienne.

Un autre appareil de notre Confrère est relatif à la détermination de la verticale dans les observations méridiennes absolues, détermination dont on sait l'importance capitale. Dans ce but, on observe généralement le nadir à l'aide d'un bain de mercure de très faible épaisseur. L'emploi d'une couche épaisse paraît à bien des égards préférable, si l'on peut réaliser une suspension mettant le mercure à l'abri des trépidations. C'est ce qu'a réalisé Hamy en faisant une étude mécanique approfondie d'un mode de suspension, où une cuvette lourde est suspendue à des ressorts susceptibles d'un grand allongement sous certaines conditions d'amortissement. Ce dispositif peut être employé avec succès pour l'observation du nadir, quand l'instabilité du sol est trop grande pour que les bains de faible épaisseur soient utilisables.

Hamy était physicien autant qu'astronome. On lui doit une lampe à cadmium, différente de celle de Michelson, formée d'un tube à vide sans électrodes et utilisable pour la production de franges d'interférence à grande différence de marche; il construisit aussi un séparateur d'ondes lumineuses permettant de simplifier certaines radiations émises par sa lampe.

La méthode interférentielle pour la mesure des faibles diamètres, dont le principe a été indiqué par Fizeau en 1868, étudiée d'abord par Stephan, puis par Michelson, appela aussi l'attention de Hamy. Après une étude approfondie, il trouva la loi précise reliant la valeur du diamètre d'un astre circulaire à l'écartement des fentes amenant la disparition des franges. Les formules sont en particulier appliquées à la mesure du diamètre de la planète Vesta, et le résultat est en complet accord avec la valeur déduite

de mesures micrométriques par l'astronome américain Barnard. Dans un autre ordre d'idées, Hamy utilisa aussi les franges d'interférence à grande différence de marche pour étudier les déplacements du micromètre, et il constata que la correction de la vis pouvait dépendre de la façon dont est produit l'entraînement du tambour divisé.

Il faudrait encore rappeler les travaux de Hamy sur les propriétés des franges de réflexion des lames argentées et sur la Spectroscopie. Il s'est vivement intéressé à la construction du spectroscope stellaire de l'Observatoire de Paris, dont il avait fourni les plans, mettant à profit les circonstances résultant de l'emploi du grand équatorial coudé, auquel le spectroscope a été annexé.

Hamy fut chargé, en 1900 et en 1905, par le Bureau des Longitudes, d'organiser et de diriger deux missions astronomiques pour l'observation d'éclipses totales de Soleil. C'est dans une de ces missions, en 1900, qu'il contracta la maladie intestinale dont il a souffert jusqu'à la fin de sa vie.

Une question concernant le diamètre mal connu du Soleil ramena, il y a une quinzaine d'années, notre Confrère aux études mathématiques du début de sa carrière dans un Mémoire sur la diffraction des images des astres circulaires. Plus récemment, dans une Notice sur la photographie des étoiles en plein jour dans la haute montagne, il discutait des observations faites par lui dix ans auparavant. Depuis longtemps Hamy aimait les séjours dans des régions élevées, où il espérait trouver une amélioration pour sa santé; il s'était attaché aux problèmes photographiques ne nécessitant qu'un matériel facilement transportable. Une de ses conclusions fut que, à partir de 3000^{m}, la limite extrême de l'impression photographique visible sur des clichés pris à 90° du Soleil se rapporte à la magnitude 6,5.

J'ai essayé de donner une idée de l'importance et de la variété de l'œuvre du Confrère éminent que la maladie tenait éloigné de l'Académie depuis plusieurs années. Très réservé, Maurice Hamy ne se livrait pas facilement, mais tous ceux qui ont pu l'approcher appréciaient la droiture et l'élévation de son caractère et admiraient son stoïcisme.

L'Académie envoie à Mme Hamy et à ses enfants l'expression de ses condoléances attristées.

THERMODYNAMIQUE. — *Commentaires sur la théorie des ondes de choc produites dans une atmosphère gazeuse par un explosif solide.* Note [1] de M. **Émile Jouguet.**

La théorie indiquée dans une Note antérieure [2] appelle quelques remarques en ce qui concerne ses hypothèses et ses résultats.

I. *Sur la théorie de l'onde explosive dans les explosifs solides.* — J'ai utilisé la théorie des explosifs solides de Taffanel et Dautriche, extension de celle que j'avais développée pour les explosifs gazeux. Le fait que cette théorie ne donne aucun renseignement sur le mécanisme de la réaction explosive, s'il montre qu'elle est incomplète, ne prouve rien contre son exactitude. Mais ses calculs conviennent surtout quand, en arrière de l'onde de détonation, le milieu est presque complètement brûlé, c'est-à-dire quand la densité de chargement est faible. Pour les densités de chargement fortes, ils sont beaucoup moins satisfaisants. Avec les fortes densités de chargement, en effet, l'onde explosive est très probablement une onde de choc et combustion incomplète, avec combustion résiduelle irréversible, et pour laquelle le milieu qui suit l'onde, sans doute encore partiellement solide, obéit à des lois mal connues. En se fondant sur les propriétés que j'ai étudiées autrefois des ondes de choc et combustion avec combustion résiduelle irréversible [3], on peut faire une discussion qui tend à montrer que les hypothèses de Taffanel et Dautriche ne leur sont applicables que si la combustion résiduelle est, relativement à la dilatation, suffisamment lente, circonstance d'ailleurs parfaitement possible, peut-être en raison même de la nature complexe du milieu où elle se produit. A mon avis, la lumière complète sur ce point ne peut résulter que des théories sur la vitesse des réactions que les chimistes élaborent en ce moment. En tout cas, dans l'état actuel, il faut, pour les densités de chargement fortes, renoncer à rattacher exclusivement aux données thermochimiques des explosifs les coefficients qui figurent dans la théorie exposée dans notre précédente Note. Mais il est raisonnable de considérer cette théorie comme donnant la forme des formules, les coefficients en étant déterminés par des expé-

---

[1] Séance du 6 avril 1936.

[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1225.

[3] *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 658; *Congrès de Mécanique appliquée de Zurich en* 1926, p. 12, Zurich, 1927.

riences spéciales. C'est dans cet esprit qu'ont été faites les vérifications numériques se référant aux expériences de Perrott et Gawthrop, puisqu'on a calculé Ω et p_1 par les valeurs obtenues expérimentalement pour la célérité de l'onde explosive et pour celle de l'onde de choc produite dans l'air.

Les considérations qui précèdent expliquent pourquoi nous disions, dans la Note précédente, que ces vérifications appelaient des réserves sérieuses, mais méritaient pourtant d'être signalées.

II. *Sur la célérité de l'onde de choc lancée dans* G. — On a observé assez souvent que la célérité de l'onde de choc lancée dans G commençait par croître. Ce fait est dû, pensons-nous, à ce que, ainsi que nous l'avons dit dans notre Note précédente, l'onde de choc CD ne s'établit pas instantanément. Notre théorie, supposant en première approximation, un établissement immédiat de CD, ne peut l'expliquer. Il faut dire ici, pour ne pas laisser subsister de malentendu touchant la valeur des comparaisons faites entre les célérités calculées et les célérités mesurées expérimentalement, que nous avons pris, pour célérité mesurée, la célérité maxima, réalisée au bout d'un certain parcours.

Insistons sur deux points intéressants où la théorie est bien d'accord avec l'expérience : 1° nous trouvons, pour l'onde de choc, dans les cas où nous sommes placs, une célérité supérieure à celle de l'onde explosive dans la cartouche; 2° on se tromperait grandement si l'on admettait que, dans des gaz différents, les célérités des ondes de choc produites par la même cartouche sont, comme les vitesses du son, dans le rapport des $\sqrt{\gamma/m}$.

III. *Discussion analytique*. — Pour s'expliquer le sens des variations, il est utile de compléter les calculs numériques par une discussion analytique. Nos formules (5) différentiées donnent

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{d\varpi}{\varpi} &= -A^2\frac{da}{a} + B^2\left\{\frac{d[m(\gamma_i+1)]}{m(\gamma_i+1)} - \frac{dT_1}{T_1}\right\} \qquad (A^2,\ B^2 \text{ expressions positives}).\\ \frac{d\vartheta}{\varpi} &= \frac{\gamma_i-1}{\gamma_i+1}\,\frac{d\varpi}{\varpi} + \frac{2}{(\gamma_i+1)}\,\frac{d(\gamma_i+1)}{(\gamma_i+1)}. \end{aligned}\right.$$

La *nature du gaz* influe sur la compression ϖ par l'intermédiaire du produit $m(\gamma_i+1)$. Les gaz H^2, N^2, CO^2, A, pour lesquels ce produit, calculé avec les valeurs de γ_i adoptées dans une Note antérieure [1], est

$$4{,}64 - 65 - 96 - 106,$$

---

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 796.

sont donc classés dans l'ordre des compressions croissantes. L'ordre des rapports de température θ croissants n'est pas le même, à cause de l'influence séparée de $\gamma_i + 1$. Par les calculs numériques, on voit qu'il est H^2, CO^2, N^2, A.

La *température initiale* influe sur ϖ en sens inverse de $m(\gamma_i + 1)$.

La *pression initiale* augmentant, a augmente. La compression ϖ diminue et il en est de même de θ si γ_i est constant.

Ces résultats semblent bien d'accord généralement avec les faits. L'ordre des luminosités est assez bien celui des températures calculées, sauf aux très basses pressions où Laffitte a observé une diminution de luminosité.

L'onde de choc une fois formée, nous ne nous sommes pas occupé de sa propagation ultérieure. Observons toutefois que notre Note du 9 mars 1936 nous a fait voir que, dans des gaz de même chaleur spécifique, on pouvait observer, dans certaines conditions, des ondes de choc qui s'altéraient sur des parcours d'autant plus courts que le gaz était plus lourd. Ce résultat n'est pas applicable au problème des ondes de choc produites par une même cartouche, car les conditions requises n'y sont pas réalisées. Mais il montre au moins qu'il n'est pas impossible qu'on observe une altération des ondes produites sur des parcours d'autant plus courts que la masse moléculaire est plus grande.

IV. *Sur les hypothèses d'Hugoniot.* — Malgré les objections que j'ai formulées à l'hypothèse d'Hugoniot touchant l'onde de choc C'D' dans les fumées, j'ai cru devoir reprendre mes calculs en suivant cette hypothèse. La formule (4) de ma précédente Note doit être remplacée par

$$\frac{\varpi - 1}{\sqrt{\varpi}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{RT_1}{m}}}\sqrt{\frac{\gamma_i + 1}{2}}\,\frac{\sigma'_0 p'_1}{\Omega}\left[1 + \sqrt{2\gamma'}\,\frac{1 - a\varpi}{\sqrt{(\gamma'_i + 1)a\varpi + (\gamma'_i - 1)}}\right].$$

On vérifie que cette formule donne, au moins qualitativement, des résultats analogues à ceux qui découlent de ma formule (4).

CORRESPONDANCE.

M. **Albert Portevin** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *Jean Rey*.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur le mouvement d'une figure plane qui reste homographique à elle-même.* Note de M. **René Harmegnies**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Si une figure plane se déplace dans son plan en restant constamment homographique à elle-même, il existe en général, pour deux positions infiniment voisines, trois points qui coïncident avec leurs homologues; soient I_1, I_2, I_3 les points vers lesquels ils tendent quand la deuxième position de la figure vient se confondre avec la première. On peut définir le mouvement en se donnant les mouvements de ces trois points et le mouvement d'un point quelconque A de la figure. Les points de la figure mobile qui viendront successivement coïncider avec les différentes positions de I_1 forment une courbe qui est tangente en I_1 au lieu de I_1; de même pour I_2 et I_3.

Considérons une droite D de la figure et un point M sur cette droite; soient I'_1, I'_2, I'_3, M′ et D′ les points et la droite qui correspondent à une position voisine. Si M décrit une ponctuelle portée par D, M′ décrit une ponctuelle homographique portée par D′; le point d'intersection de I_1M et I'_1M' décrit une conique C_1 passant par I_1, par I'_1, et par les points d'intersection de D′ avec I_1I_2 et I_1I_3. A la limite, si m_1 est le point de contact de I_1M avec son enveloppe, les points de contact m_1 qui correspondent à tous les points M d'une droite D sont sur une conique tangente en I_1 au lieu de I_1 et passant par les points d'intersection de D avec I_1I_2 et I_1I_3. De plus, *toutes les coniques* C_1 *sont osculatrices en* I_1, et il en résulte que M et m_1 se correspondent dans une transformation quadratique; par suite, si m_1 décrit une droite, M décrit une conique Γ_1, et toutes les coniques Γ_1 sont également osculatrices en I_1, leur tangente commune étant encore la tangente au lieu de I_1. Enfin, si M′ et m'_1 sont deux autres points correspondants, K l'intersection de MM′ et $m_1m'_1$ et I_1T_1 la tangente au lieu de I_1, les couples (I_1I_2, I_1I_3), (I_1M, I_1M') et (I_1T_1, I_1K) forment une involution.

Si un point M décrit la droite I_2I_3, le point m_1 correspondant décrit une conique C_1^0 passant par I_2 et I_3 et osculatrice en I_1 à toutes les coniques C_1. Si m_1 décrit I_2I_3, M décrit une certaine conique Γ_1^0 passant par I_2 et I_3 et osculatrice en I_1 à toutes les coniques Γ_1. On obtient ainsi une infinité de couples (M, m_1) particuliers qui permettent d'appliquer la construction ci-dessus.

Considérons une courbe quelconque du plan fixe, et deux points m_1, m'_1 de cette courbe dont les tangentes passent respectivement par I_1 et I'_1; soit i''_1 le point de la figure mobile qui viendra coïncider avec I'_1, et soit M_0 le point d'intersection de $I_1 m_1$ et de la droite $i'_1 M_0$ qui viendra coïncider avec $I'_1 m'_1$, M_0 venant en un point M'_0 de $I'_1 m'_1$. Il est clair que, si M est la limite de M_0, M et m_1 sont des points correspondants de la transformation quadratique.

Les points I_2 et I_3 donnent évidemment des résultats analogues à ceux qui sont énoncés ci-dessus pour le point I_1.

Dans le cas où la figure mobile est de grandeur constante, on retrouve les propriétés des coniques de Rivals, du cercle des inflexions et du cercle des rebroussements, les constructions de Bobillier et de Savary.

Dans le cas où la figure mobile reste semblable à elle-même, des considérations simples donnent des résultats métriques qui ne résultent pas immédiatement de ce qui précède. En chaque point M de la figure, construisons le vecteur vitesse $\overrightarrow{MV}$ et le vecteur accélération $\overrightarrow{M\Gamma}$; les figures formées par les points M et par les points V sont semblables, le centre de similitude étant le point I de vitesse nulle; les figures formées par les points M et par les points Γ sont semblables, le centre de similitude étant le point J d'accélération nulle. (Il en résulte immédiatement que le lieu des points M où l'accélération fait un angle donné avec la vitesse est un cercle passant par I et J.)

On peut choisir les échelles de manière que la résultante des vecteurs $\overrightarrow{MV}$ et $\overrightarrow{M\Gamma}$ soit un vecteur $\overrightarrow{MH}$, le point H étant le même quel que soit le point M; ce point H est à l'intersection des droites qui portent la vitesse de J et l'accélération de I, il se trouve évidemment sur le cercle des inflexions; dans le cas où la figure est de grandeur constante, on retrouve ainsi le « pôle des inflexions » de M. M. d'Ocagne [1].

Si l'on désigne par ρ le rayon de courbure de la trajectoire d'un point M et que l'on porte sur MI une longueur Mm proportionnelle à $\overline{MI}^2/\rho$, on peut donc choisir le facteur de proportionnabilité de manière que la parallèle à $\overrightarrow{MV}$ menée par m passe par H, quel que soit M; cela donne le moyen de construire le centre de courbure de la trajectoire d'un point quelconque de la figure mobile, quand on connaît trois points et leurs trajectoires.

---

[1] *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 133.

TOPOLOGIE. — *Propriétés des groupes de Betti des espaces localement bicompacts.* Note [1] de M. **A. Kolmogoroff** [2].

1. Les groupes o et u d'un espace localement bicompact quelconque R sont liés par la relation suivante :

Soit J un groupe discret abélien quelconque et Θ son *groupe des caractères* au sens de M. Pontrjagin [3]; Θ est alors un groupe abélien bicompact, son groupe des caractères est discret et isomorphe avec le groupe J. Nous dirons en général que deux groupes abéliens, dont l'un est discret et l'autre bicompact, sont réciproques, si l'un deux est isomorphe au groupe des caractères de l'autre.

Théorème de réciprocité. — *Les groupes* $B_u^r(R, \Theta)$ *et* $B_0^r(R, J)$ *sont, pour tout* $r \geqq 0$, *réciproques.*

Démonstration. — Θ étant le groupe des caractères de J, le produit $a \times \alpha$ d'un élément quelconque de J avec un élément quelconque α de Θ est défini comme l'élément $\alpha(a)$ du groupe cyclique continu K (groupe des nombres réels réduits module 1). Nous définissons, pour un couple de fonctions $\overline{\varphi}^r$ et $\overline{f}^r$ vérifiant respectivement les conditions (α) — (δ) et (a) — (d) de (BI), le produit $\overline{f}^r \times \overline{\varphi}^r$: soient $M_1, \ldots, M_n$ les éléments du système d'ensembles $S_{\overline{f}^r}$, définit au n° 2 de (BI) sous (d); posons

$$\overline{f}^r \times \overline{\varphi}^r = \sum \overline{f}^r(p_{i_0}, \ldots, p_{i_r}) \times \overline{\varphi}^r(M_{i_0}, \ldots M_{i_r}), \tag{1}$$

p_i étant un point arbitraire de M_i et les indices i_k parcourant indépendamment les uns des autres toutes les valeurs $1, \ldots, n$. Le produit $\overline{f}^r \times \overline{\varphi}^r$ n'est évidemment autre chose que l'intégrale n-uple au sens de Radon-Stieltjes

$$\overline{f}^r \times \overline{\varphi}^r = \int \ldots \int \overline{f}^r(p_0, \ldots, p_r)\, \overline{\varphi}^r(d_{p_0} R, \ldots, d_{p_r} R). \tag{1'}$$

---

[1] Séance du 30 mars 1936.

[2] La Note présente s'appuie essentiellement sur ma Note *Les groupes de Betti des espaces localement bicompacts* (*Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1144) qui sera désignée dans la suite par (BI).

[3] Voir, pour les références se rapportant aux groupes topologiques et surtout à la théorie de leurs caractères, la Note (BI) et le Mémoire de M. Pontrjagin, *Topological commutative groups* (*Annals of Math.*, 35, 1934, p. 361-388).

De cette façon toute fonction $\overline{\varphi}^r$ donne une représentation homomorphe du groupe $\overline{F}^r$ dans le groupe K. On voit aisément que d'autre part toute représentation homomorphe de $\overline{F}^r$ dans K se trouve déterminée de cette façon, $\overline{\varphi}^r$ étant convenablement choisi. Il en résulte que le groupe $\overline{\Phi}^r$ de toutes les fonctions $\overline{\varphi}^r$, vérifiant les conditions (α) — (δ), avec la topologie qu'on y introduit d'après (BI) est réciproque avec le groupe $\overline{F}^r$. Or le sous-groupe Φ^r de $\overline{\Phi}^r$ est précisément l'annulateur dans $\overline{F}^r$ du groupe o^r des fonctions f^r équivalentes à zéro. Donc les groupes Φ^r et F^r des *complexes* φ^r et f^r sont aussi réciproques. Cela permet de définir le produit $f^r \times \varphi^r$ pour les éléments des groupes F^r et Φ^r. On démontre ensuite la relation fondamentale

$$f^r \times g_u \varphi^{r+1} = g_0 f^r \times \varphi^{r+1}. \tag{2}$$

On en tire que Γ^r est l'annulateur de Z^r dans Φ^r, donc que $\Phi^r - \Gamma^r$ est réciproque avec Z^r. Il en résulte encore que Z^r est l'annulateur de H^r dans Φ^r, donc que $\Phi^r - Z^r$ est réciproque avec H^r. Il suit de là que le groupe $B_0^r(R, J) = Z^r - H^r$ est réciproque avec le groupe $Z^r - \Gamma^r = B_u^r(R, \Theta)$.

2. *Systèmes fondamentaux.* — Désignons par Σ une décomposition $R = \Sigma B_\alpha$ de l'espace R en un ensemble fini ou infini de sous-ensembles disjoints B_α. Une décomposition B_α s'appelle *localement finie*, si tout ensemble bicompact dans R ne peut avoir de points communs qu'avec un nombre fini d'ensembles B_α. Un système S de décompositions Σ localement finies s'appelle *système fondamental* s'il possède les propriétés suivantes : 1° si Σ' et Σ'' sont deux décompositions appartenant au système donné S, la décomposition $\Sigma'.\Sigma'' = \Sigma$ dont les éléments sont les parties communes d'un élément quelconque de Σ' avec un élément quelconque de Σ'', appartient aussi à S; 2° quel que soit le système fini $U_1, \ldots, U_n$ d'ensembles ouverts recouvrant un sous-ensemble A bicompact dans R, il existe parmi les décompositions de R appartenant à S au moins une, dont les éléments ayant des points communs avec A sont contenus, chacun, dans un U_i.

Les sommes finies d'ensembles, tirés des décompositions Σ d'un système fondamental S donné, forment un *corps d'ensembles* [1] que nous appellerons T(S).

---

[1] Un système T d'ensemble s'apppelle *un corps*, si la somme, la partie commune et la différence de deux ensembles appartenant à T est encore un ensemble appartenant à T.

PREMIER THÉORÈME DE RÉDUCTION. — *Soient* S *un système fondamental quelconque*, z^r *un cycle* o, *il existe un cycle* y^r *homologue à* z^r *et constant, par rapport à chacun de ses arguments, sur les éléments d'une certaine décomposition* Σ *appartenant à* S (¹).

SECOND THÉORÈME DE RÉDUCTION. — *Soit* $\varphi^r(\varepsilon_0, \ldots, \varepsilon_r)$ *un cycle* u; *si* $\varphi^r(\varepsilon_0, \ldots, \varepsilon_r) = 0$, *toutes les fois que* $\varepsilon_0, \ldots, \varepsilon_r$ *appartiennent au corps* T(S) *d'un système fondamental* S, *le cycle* φ^r *est homologue à zéro*.

Désignons par $\bar{f}^k_S$ les fonctions vérifiant les conditions $(a)-(d)$ du nº 2 de (BI) et constantes sur les éléments d'une au moins décomposition Σ du système fondamental S. Désignons ensuite par φ^r_S les fonctions vérifiant les conditions $(\beta)-(\varepsilon)$, mais définies seulement pour les ensembles faisant partie de (TS). Les fonctions $\bar{f}^r_S$ forment un groupe $\bar{F}^r_S$ de même que les φ^r_S forment un groupe Φ^r_S. Tous les raisonnements de (BI) restent valables dans le présent cas et conduisent à la définition des groupes $B^r_u(R, \Theta, S)$ et $B^r_0(R, J, S)$. Or, en vertu des théorèmes de réduction, ces deux groupes sont respectivement isomorphes aux groupes $B^r_u(R, \Theta)$ et $B^r_0(R, J)$.

TOPOLOGIE. — *Les variétés à n dimensions généralisées.* Note (²) de MM. **Paul Alexandroff** et **Léon Pontrjagin**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Soit F un *compactum* (³) (c'est-à-dire un espace métrique compact au sens de M. Fréchet). Nous dirons que F est *régulier dans le point a par rapport à r* comme nombre de dimensions, si le point a possède un voisinage $V(a)$ vérifiant les conditions suivantes :

1° Il existe sur F un vrai cycle relatif Z au sens de M. Lefschetz, mod F — V à r dimensions, aux coefficients entiers (⁴), qui n'est pas homologue à zéro, par rapport aux coefficients rationnels, mod F — U, quel que soit le voisinage U de a contenu dans V ;

2° Il existe pour tout voisinage U de a un voisinage $U' \subset U$ ayant la

(¹) Un complexe f^r s'appelle constant sur les ensembles d'une décomposition, s'il contient une fonction $\bar{f}^r$ de ladite propriété.

(²) Séance du 16 mars 1936.

(³) Voir pour la terminologie Alexandroff-Hopf, *Topologie*, I, 1935.

(⁴) Voir, pour les vrais cycles et les notions qui s'y rattachent, Alexandroff, *Dimensionstheorie* (*Math. Ann.*, 106, 1932, p. 161-238); c'est là qu'on trouvera d'ailleurs la définition des dimensions selon un module quelconque.

propriété que voici : on peut trouver pour tout $\varepsilon > 0$ un $\delta > 0$ tel que, quel que soit m, tout δ-cycle z mod$m$, mod$\mathrm{F}-\mathrm{U}$, est homologue, mod$m$, mod$\mathrm{F}-\mathrm{U}$, à Z pris avec un coefficient entier bien déterminé, *ce coefficient étant*, bien entendu, *nul quand le nombre de dimensions de z est différent de r.*

Un compactum F, connexe et régulier par rapport à r, $r \geq 1$, dans tous ses points, s'appelle une *variété à r dimensions généralisée.*

Il s'ensuit de ces définitions qu'une variété généralisée à r dimensions est un continu r-dimensionnel (au sens de Brouwer-Urysohn-Menger), et que sa dimension géométrique par rapport à chaque module [*loc. cit.* (¹)] est aussi égale à r.

2. *Théorème de dualité.* — Soit F un ensemble fermé et borné situé dans l'espace euclidien à n dimensions R^n. Nous dirons que F est régulier *autour de son point a* par rapport à s comme nombre de dimensions, s'il existe un voisinage sphérique [1] H du point a par rapport à R^n possédant les propriétés suivantes :

1° Il existe dans tout voisinage $\mathrm{U} \subset \mathrm{H}$ de a (par rapport à R^n) un cycle polyédral z à s dimensions, aux coefficients entiers, situé dans $\mathrm{U}-\mathrm{F}$ et qui n'est pas homologue à zéro dans $\mathrm{H}-\mathrm{F}$ par rapport aux coefficients rationnels;

2° Il existe un voisinage sphérique $\mathrm{H}' \subset \mathrm{H}$ de a tel que tout cycle s-dimensionnel aux coefficients entiers situé dans $\mathrm{H}'-\mathrm{F}$ est, dans $\mathrm{H}-\mathrm{F}$, homologue à tz, t étant un entier convenablement choisi.

Cela posé, on a le théorème suivant :

Théorème de dualité. — F *étant un ensemble fermé et borné dans* R^n, *les points de* F, *dans lesquels* F *est régulier par rapport à r, sont identiques avec les points autour desquels* F *est régulier par rapport à $n-r-1$.*

Il en résulte que les variétés généralisées à r dimensions situées dans R^n sont complètement caractérisées, parmi les continus bornés, par cette propriété qu'elles sont régulières par rapport à $n-r-1$ autour de chacun de leur points.

3. *Variétés orientables et non orientables.* — Soit M^r une variété généralisée à r dimensions située dans R^n. Si z_1 et z_2 sont deux cycles à $n-r-1$ dimensions situés, en vertu du théorème de dualité, dans des voisinages respectifs de deux points a_1 et a_2 de M^r (cf. n° 2, 1°, $s=n-r-1$), on a

[1] C'est-à-dire l'intérieur d'une sphère $(n-1)$-dimensionnelle ayant pour centre le point a.

dans $R^n - M^r$ l'homologie $z_1 \sim \pm z_2$ (aux coefficients entiers). Si z' est un cycle à $n-r-1$ dimensions quelconque dans $R^n - M^r$, on a $z' \sim tz$, (dans $R^n - M^r$), z étant un cycle de n° 2, 1°. Quant au cycle z, deux cas sont possibles : ou bien ce cycle est d'ordre 2 (c'est-à-dire que $2z \sim 0$ dans $R^n - M^r$); ou bien z n'est pas homologue à zéro, dans $R^n - M^r$, par rapport aux coefficients rationnels. Dans le premier cas, il existe sur M^r un vrai cycle (absolu) module 2, à r dimensions, qui n'est pas homologue à zéro sur M^r; on a dans ce cas, la situation suivante : à tout $\varepsilon > 0$ correspond un $\delta > 0$ tel que tout δ-cycle r-dimensionnel aux coefficients entiers est, sur M^r, ε-homologue à zéro; il existe de plus sur M^r un ensemble fermé F portant un vrai cycle Z^{r-1} aux coefficients entiers et qui n'est pas homologue à zéro sur M^r, tandis que $2Z^{r-1} \sim 0$ sur M^r (homologies aux coefficients entiers). Dans ce premier cas M^r est appelé une *variété non orientable*.

Dans le second cas (c'est-à-dire quand z n'est pas homologue à zéro dans $R^n - M^r$ par rapport aux coefficients rationnels) M^r est dite *orientable*; il existe alors sur M^r un vrai cycle r-dimensionnel aux coefficients entiers Z^r qui n'est pas homologue à zéro sur M^r par rapport aux coefficients rationnels. A tout $\delta > 0$ correspond un $\varepsilon > 0$ tel qu'un δ-cycle r-dimensionnel quelconque est ε-homologue sur M^r à tZ^r. Sur une variété orientable M^r, tout vrai cycle aux coefficients entiers, à $r-1$ dimensions, est homologue à zéro par rapport aux coefficients entiers, aussitôt qu'il l'est par rapport aux coefficients rationnels.

4. On s'aperçoit facilement que pour le cas des variétés $(n-1)$-dimensionnels de l'espace euclidien à n dimensions, notre définition est équivalente à celle de M. Wilder [1].

Tous les points d'une variété généralisée $M^r \subset R^n$ sont s-accessibles [2] pour n'importe quel s, donc en particulier accessibles au sens ordinaire.

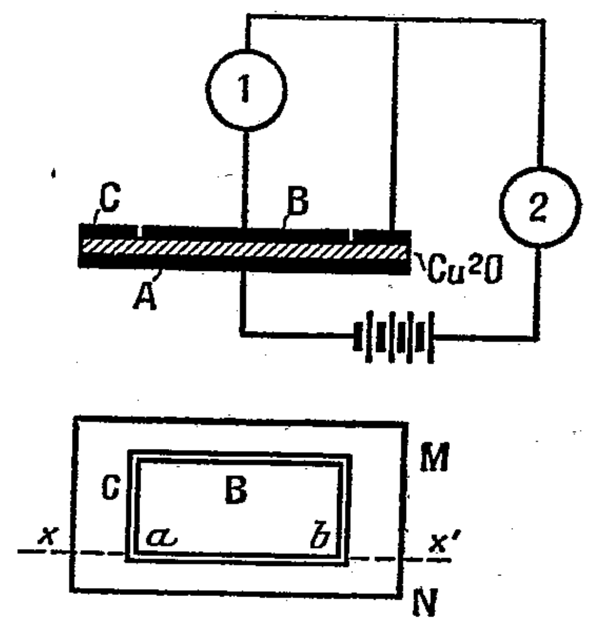
(1) *Annals of Mathematics*, 35, 1934, p. 876-903.

(2) Alexandroff, *Annals of Math.*, 36, 1935, p. 1-35; définition de la s-accessibilité, p. 15.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la nature de la conductibilité superficielle de l'oxyde cuivreux.* Note [1] de M. **Léon Dubar**, présentée par M. Paul Janet.

Poursuivant mes recherches sur la conductibilité superficielle de l'oxyde cuivreux [3], je me suis tout d'abord proposé d'étudier le phénomène, soit pour des surfaces dégazées sous l'action de la chaleur et du vide, soit pour des surfaces fraîches, exemptes de contamination, obtenues par rupture dans le vide.

La préparation des échantillons a été décrite précédemment. Ils sont constitués par des plaques rectangulaires, munies de deux électrodes A et B et d'un anneau de garde C (*fig.* 1).



Soient S, la surface de l'électrode A; s, la surface de l'électrode B; e, l'épaisseur de la plaque; p, le périmètre de la plaque; ω, la conductivité superficielle; σ, la conductivité interne.

Dans la position 1, le galvanomètre mesure uniquement le courant interne passant par l'électrode B. Soit C_1 la conductance correspondante, on en déduit la conductivité interne

$$\sigma = \frac{C_1 e}{s}.$$

Dans la position 2, le galvanomètre mesure la somme des courants allant de B et C réunis vers A, à travers la masse et de C vers A par la surface

---

[1] Séance du 30 mars 1936.

[2] L. Dubar, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1923 et 201, 1935, p. 883.

des bords de la plaque. D'où la conductance

$$C_2 = \frac{\sigma S}{e} + \frac{\omega p}{e} = \frac{C_1 S}{s} + \frac{\omega p}{e},$$

d'où enfin

$$\omega = \frac{e}{p}\left(C_2 - \frac{C_1 S}{s}\right).$$

L'échantillon, muni de prises de contact appropriées, est enfermé dans un tube de verre Pyrex, soudé à une canalisation de vide, les connexions étant amenées à l'extérieur au moyen de bornes étanches. Un four électrique à résistance permet de faire varier jusque vers 250° C., la température de l'échantillon qui est mesurée au moyen d'un pyromètre à couple thermoélectrique.

On procède d'abord au dégazage par chauffage durant plusieurs heures, à une température voisine de 200° C., un vide aussi parfait que possible étant maintenu dans le tube. Ensuite, au cours du refroidissement, on relève la variation avec la température des deux conductivités σ et ω.

Il reste à provoquer par rupture la formation d'une surface exempte de toute contamination et à voir si cette surface conduit ou non le courant de façon appréciable.

La rupture est amorcée par un léger sillon creusé suivant la ligne XX' qui longe le coté *ab* de l'électrode centrale B. La partie M de l'échantillon est fixée rigidement au montage par les bornes assurant les contacts électriques avec les électrodes, tandis que la partie N est serrée dans une pince qui est prolongée par une pièce de fer. En attirant celle-ci de l'extérieur au moyen d'un électroaimant, on provoque par flexion la rupture de l'échantillon et la séparation de la partie N.

Le galvanomètre étant placé en 1, l'augmentation de sa déviation lors de la rupture donne la mesure du courant passant par la surface de cassure fraîchement créée et la méthode est très sensible.

Les expériences effectuées sur deux échantillons différents ont donné les résultats suivants :

1° Dans l'intervalle de température utilisé (17 à 230° C.), la conductivité interne σ vérifie fort bien la loi connue

$$\sigma = A e^{-\frac{u}{kT}}.$$

2° Sous l'action d'un dégazage prolongé, la conductivité superficielle devient négligeable. On a trouvé par exemple pour le premier échantillon :

Conductivité interne à 22° C. : $3,17.10^{-9}$ mho/cm; à 227° C. : $2,08.10^{-5}$ mho/cm.
Conductivité superficielle à 22° C. avant dégazage : $7,8.10^{-8}$; après dégazage, de l'ordre de grandeur des erreurs expérimentales.

3° De même, dans la limite de sensibilité des mesures, la conductivité de la surface fraîche obtenue par cassure dans le vide est totalement inappréciable.

Les valeurs élevées de la conductivité superficielle, que j'ai indiquées précédemment et qui existent toujours dans les échantillons ayant séjourné à l'air atmosphérique, sont dues à une contamination de la surface par adsorption, dans des conditions que préciseront les expériences en cours. Il y aurait formation d'une couche superficielle, de propriétés distinctes de celles de la masse de l'oxyde et qui se comporterait vis-à-vis de l'humidité de la même façon que les pellicules minces de Féry et Joliot.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Analyse électronique : Influence du passage prolongé d'un faisceau d'électrons à travers des films minces.* Note [1] de MM. **Jean-Jacques Trillat** et **Shigueo Oketani**, présentée par M. Maurice de Broglie.

L'un de nous [2] a montré qu'il arrive fréquemment que des films minces de substances diverses (métaux, corps organiques) se recouvrent d'une couche mono ou bimoléculaire de molécules grasses orientées et disposées en réseau. Ces couches peuvent donner lieu à des diffractions électroniques souvent très intenses et susceptibles de prêter à des interprétations erronées. Il suffit de faire passer le faisceau d'électrons monocinétiques durant 1 à 2 minutes (40 kV, 3 à 4 mA) pour que cette couche grasse disparaisse, par suite de l'effet thermique dû au bombardement des électrons.

Cet effet d'échauffement local peut être de nature à apporter également des modifications à la structure du film étudié, principalement si l'examen par transmission d'un point déterminé du film dure un certain temps. Il est indispensable de chercher à préciser cet effet, dont l'importance pour l'analyse électronique ne peut échapper.

---

(1) Séance du 6 avril 1936.

(2) *Ann. de Physique*, 4, 1935, p. 281-304; *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1299 et 200, 1935, p. 1466.

Dans ce but, nous avons examiné des films métalliques, préparés soigneusement de façon à éviter toute contamination accidentelle par des corps gras (*loc. cit.*). Ces films (Or, Ag, Pt, Cu, Al, etc.) avaient une épaisseur moyenne de $50^{\mu\mu}$, et étaient disposés à l'extrémité d'un collimateur de 20^{cm} de longueur et de $0^{mm},1$ de diamètre, servant à définir le faisceau d'électrons monocinétiques; dans nos expériences, la tension d'accélération était de 40 kilovolts ($\lambda = 0,06$ Å) et le débit électronique de 3 à 4 milliampères.

Prenons comme exemple le cas de l'or, dont le point de fusion est 1063°. Le film d'or est disposé perpendiculairement au faisceau d'électrons, et reste rigoureusement immobile durant toute l'expérience, de façon que ce soit toujours le même point du film métallique qui soit traversé.

Au début, on observe un diagramme extrêmement intense, apparaissant même en pleine lumière sur l'écran fluorescent (*fig.* 1). Au bout de 30 minutes de passage des

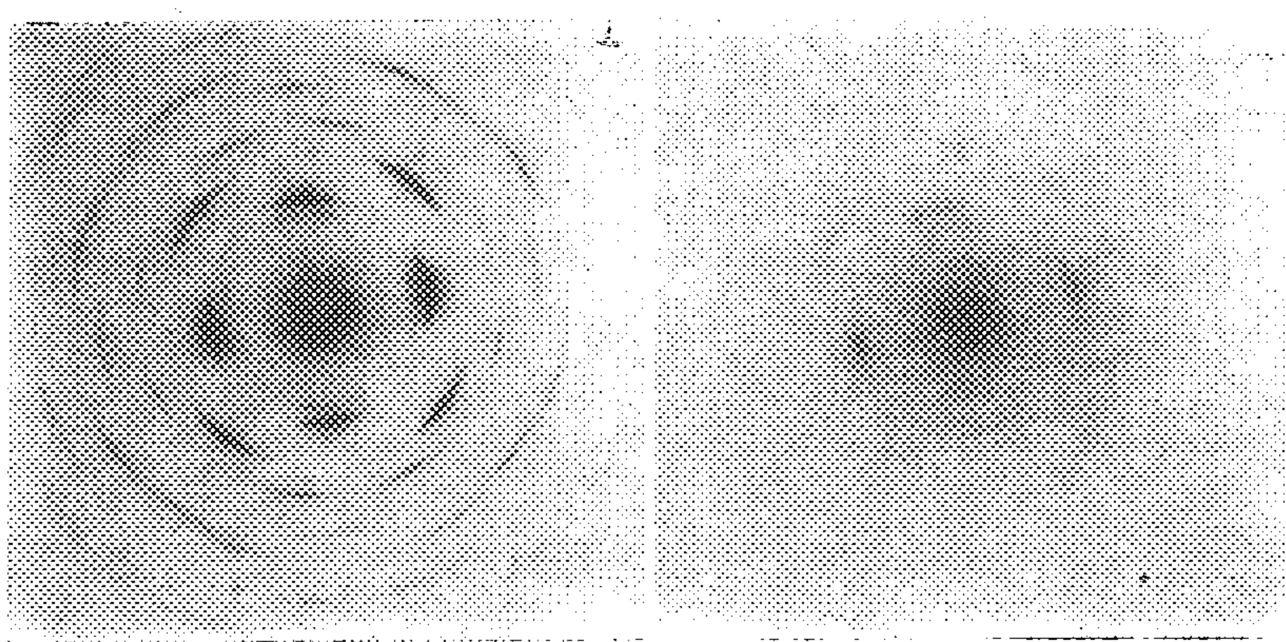


Fig. 1. Fig. 2.

électrons, l'intensité du diagramme s'affaiblit, en même temps que le fond sur lequel il se détache devient plus brillant. Ce dernier phénomène est dû soit à une diffusion générale des électrons, soit à des rayons X prenant naissance dans l'anticathode que constitue le film étudié (*fig.* 2). Au bout d'une heure et demie, le diagramme du métal n'est plus visible à l'écran, sur lequel on n'observe plus qu'une diffusion générale; au bout de 2 heures, il a totalement disparu. Cependant, le film métallique n'*est pas crevé*, comme il est facile de le voir par la faible intensité du faisceau direct, ainsi que par un examen de la préparation.

Si on laisse reposer le film durant 14 heures, en supprimant le bombardement électronique, on n'observe aucune réapparition du diagramme primitif. Enfin, un point immédiatement voisin du point étudié redonne immédiatement un diagramme aussi intense que celui qu'on avait obtenu au début pour le premier point (*fig.* 1).

Ces résultats indiquent que le faisceau d'électrons, par son passage prolongé à travers le métal, a échauffé localement celui-ci, mais cet échauffement ne s'est pas accompagné de fusion ni de rupture. Comme après arrêt du bombardement, le diagramme ne réapparaît pas, il faut admettre que l'épaisseur du film a localement augmenté, aux dépens des régions voisines, par suite *d'une fluidité ou d'un glissement* des couches superficielles.

Des expériences récentes de E. N. da C. Andrade (*Phil. Trans. Roy. Soc.*, A, 235, 1935, p. 69-100), effectuées par voie optique, ont précisément montré qu'à partir de 300°, il apparaissait sur un film d'or mince ($20^{\mu\mu}$) des sphérules biréfringents, d'environ 1^{μ} de diamètre. Ces sphérules se forment aux dépens des régions adjacentes qui s'amincissent.

Un tel échauffement est possible, car l'énergie libérée par l'arrêt d'un électron de 40 000 volts est égale à $6,2.10^{-8}$ erg, alors que pour élever la température d'un solide de 300° il faut environ $1,1.10^{-13}$ erg par atome. L'énergie libérée par l'arrêt d'un électron est donc capable d'élever de 300° la température de 5.10^{5} atomes environ; ce nombre d'atomes constitue une particule de 50 cubes élémentaires de côté, soit de $20^{\mu\mu}$ de côté.

Ces observations devront être prises en considération lorsqu'on utilisera les phénomènes de diffraction électronique pour l'étude de la structure de la matière; en particulier, il sera nécessaire d'effectuer les examens aussi rapidement que possible, pour éviter tout effet d'échauffement local.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Influence d'un champ magnétique uniforme sur les ondes ultracourtes obtenues avec une lampe triode.* Note [1] de MM. ÉMILE PIERRET et CHARLES BIGUENET, présentée par M. Paul Janet.

Nous avons déjà signalé [2] et les anomalies de fonctionnement d'un tube à deux électrodes placé dans un champ magnétique uniforme, le filament étant parallèle à la direction du champ magnétique ou faisant avec cette dernière un angle faible (augmentation brusque du courant anodique au voisinage du champ critique; oscillations de fréquence supérieure à celle des oscillations normales du magnétron).

(1) Séance du 6 avril 1936.

(2) *Bulletin Soc. fr. de Phys.*, n° 371, 1935, p. 67, et n° 384, 1936, p. 33.

Nous avons poursuivi nos recherches afin de déterminer l'influence d'un champ magnétique uniforme sur les oscillations d'une série de lampes triodes, dont les domaines d'oscillation avaient été préalablement déterminés. (Nous ne nous sommes occupés que des oscillations de fréquence supérieure à celle des oscillations dites de Barkhausen.)

Les premiers résultats obtenus peuvent être résumés ainsi :

1° Si on trace les courbes caractéristiques représentant les intensités des courants de grille et de plaque, à tension de grille constante, pour des tensions de plaque variables, on remarque que l'allure de ces courbes est profondément modifiée par l'action du champ magnétique.

En général, l'intensité du courant de plaque, pour une tension de grille donnée (assez élevée), croît d'abord avec la tension de plaque, passe par un maximum, puis décroît, passe par un minimum qui peut être négatif et enfin croît à nouveau et tend vers l'intensité du courant de saturation. Cette anomalie est généralement attribuée à un phénomène d'émission secondaire de la plaque.

Si on établit un champ magnétique dont la direction est parallèle à celle du filament, on constate que pour les champs faibles, auxquels correspond une incidence faible des trajectoires électroniques sur la plaque, l'émission secondaire augmente légèrement. Pour des champs plus élevés, cette incidence augmente, l'émission secondaire diminue. On observe alors une croissance continue de l'intensité du courant de plaque lorsque la tension de plaque croît.

2° A tension de grille constante, le champ magnétique a pour effet de déplacer les domaines d'oscillation vers les tensions de plaque positives. Ainsi, avec certaines lampes ne donnant des oscillations de longueur d'onde ultra-courte ($17^{cm},5$ et $13^{cm},5$) que pour des tensions de plaque négatives, nous avons pu obtenir les mêmes fréquences pour des tensions de plaque *positives* de 108 volts, la tension de grille n'étant que 220 volts, grâce à un champ magnétique de 270 gauss. Dans certains cas, il arrive que le champ magnétique permette d'avoir des oscillations plus intenses et des courbes de résonance plus étroites, ce qui montre qu'il influe non seulement sur la position de la surface de rebroussement des électrons ou cathode virtuelle, mais aussi sur le processus d'entretien.

3° A l'intérieur d'un domaine d'oscillation, la fréquence croît quand l'intensité du champ magnétique croît; la variation de longueur d'onde correspondante (ordre de 1^{cm} sur 17^{cm}) est plus grande que celle que l'on observe en faisant varier les tensions de grille ou de plaque.

4° En utilisant des lampes à grille serrée et en faisant varier légèrement l'orientation du filament par rapport au champ magnétique, nous avons observé un phénomène d'augmentation anormale du courant de grille lorsque le champ magnétique est voisin du champ critique correspondant à la grille considérée comme anode. (Phénomène analogue à celui que nous avons déjà décrit pour le magnétron.)

Dans ce dernier cas, on décèle des oscillations de fréquence supérieure à celle des oscillations obtenues normalement avec la lampe, même si celle-ci fonctionne en magnétron avec la grille comme anode. Ainsi, dans un des cas étudiés, les longueurs d'onde des oscillations observées, sans champ magnétique, étaient 24^{cm} et 19^{cm}. Avec un champ magnétique voisin du champ critique, nous avons vu apparaître des oscillations dont la longueur d'onde n'était plus que 13^{cm}.

Les phénomènes que nous venons de décrire permettent donc d'obtenir, avec une lampe donnée, des oscillations de longueur d'onde plus courte que celle des oscillations produites par les procédés connus. Les recherches continuent afin de déterminer les conditions de meilleur rendement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude de la décomposition du protoxyde de fer.* Note (¹) de MM. **Jacques Bénard** et **Georges Chaudron**, transmise par M. Henry Le Chatelier.

On sait (²) que le protoxyde de fer est instable au-dessous de 570° et qu'il se décompose suivant la réaction

$$4FeO \rightarrow Fe + Fe^3O^4;$$

au-dessous de cette température, où il y a équilibre entre les trois phases solides, FeO devient stable. La vitesse moyenne de cette réaction en fonction de la température est représentée par une courbe présentant un maximum voisin de 500° (³).

Il est possible de suivre la marche de la réaction à température

---

(¹) Séance du 6 avril 1936.

(²) G. Chaudron, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 152.

(³) G. Chaudron et H. Forestier, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 2173.

constante, en enregistrant l'accroissement de l'aimantation au moyen de l'analyseur thermo-magnétique.

Les courbes obtenues sont extrêmement fines et très nettes. Nous avons cherché à les représenter analytiquement par une loi de la forme classique

$$\frac{dy}{dt} = K(a-y)^n,$$

dans laquelle n représente l'ordre de la réaction et K un coefficient dépendant de la température. La représentation graphique de la relation

$$\log\frac{dy}{dt} = \log K + n\log(a-y)$$

montre qu'elle est parfaitement vérifiée dans l'intervalle de température de 350° à 480° avec une valeur de n voisine de 8. Au-dessous de 350° les vitesses de réaction deviennent rapidement trop faibles pour permettre des mesures précises. Au delà de 480°, c'est-à-dire au voisinage du maximum de la courbe, la loi précédente ne se vérifie plus; on observe une diminution régulière de n, qui se traduit par des vitesses de réaction anormalement grandes.

On peut expliquer ce changement dans la loi de décomposition de la façon suivante : la réaction se fait au début sans libération de fer, celui-ci se dissolvant, au fur et à mesure de sa formation, dans le protoxyde jusqu'à saturation; celle-ci se produit à raison de 1^{at} de fer pour 4^{mol} de protoxyde; l'interprétation de nos courbes de décomposition nous conduit en effet à un ordre de grandeur de 15 à 18^g de fer dans 100^g de FeO.

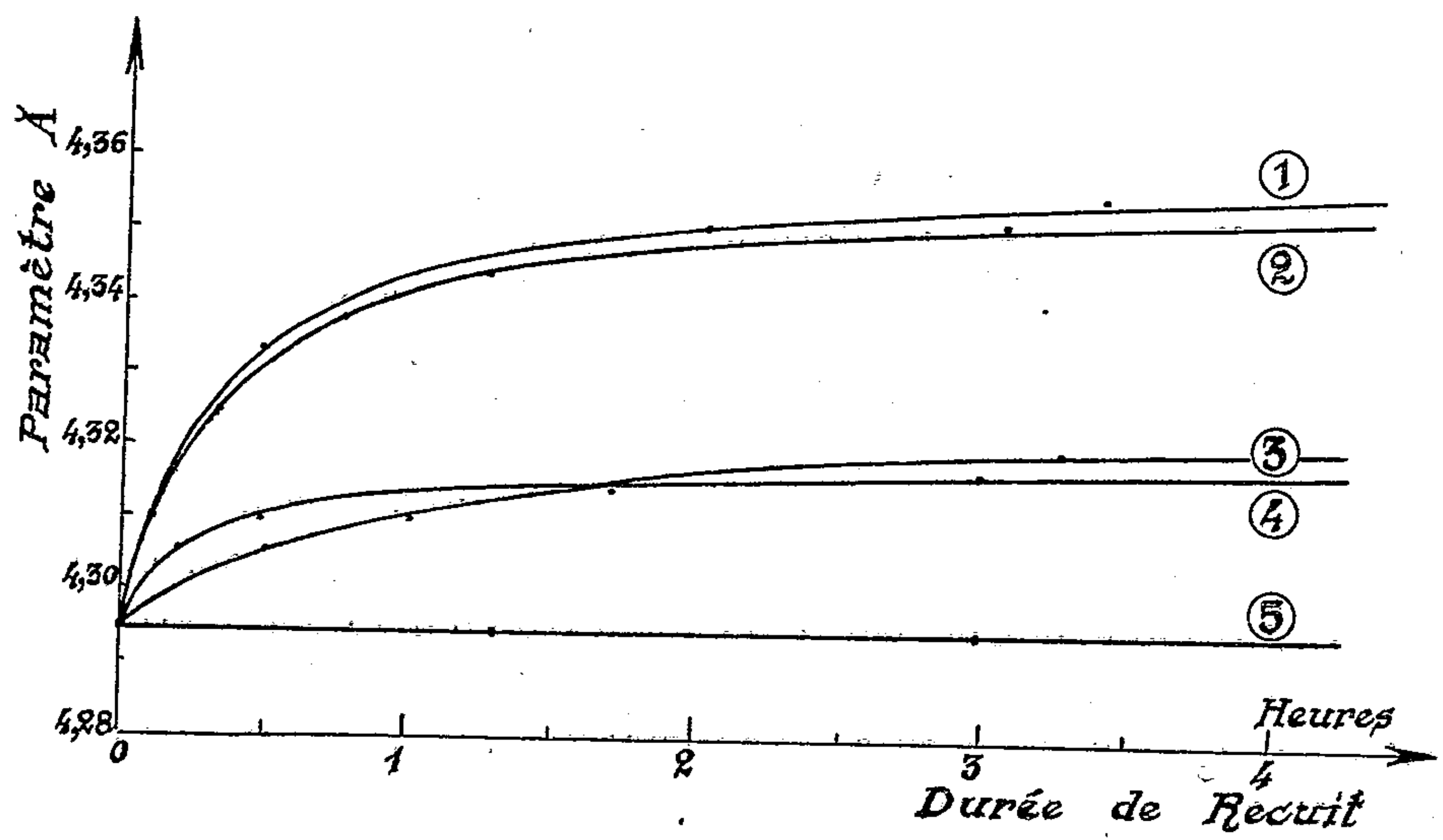
Cette conclusion semble bien être confirmée par les expériences suivantes :

a. Si l'on suit la décomposition à l'aide de diagrammes de rayons X par la méthode Debye-Scherrer, on constate que les raies caractéristiques du fer n'apparaissent que très longtemps après celles de la magnétite. Par exemple, à 400°, elles ne deviennent perceptibles que lorsqu'il y a plus de 40 pour 100 de protoxyde transformé.

b. D'autre part, on constate que le paramètre cristallin de FeO subit un accroissement régulier et important au cours de la décomposition (voir la figure); on passe de 4,295 Å à 4,355 Å après quelques heures de recuit vers 450°. Au delà de 500°, les valeurs limites atteintes par le paramètre décroissent très rapidement.

Cette expansion du réseau ne peut du reste être attribuée à la magné-

tite puisque, comme l'ont montré Jette et Foot [1], la mise en solution solide de l'oxygène se traduit par une légère contraction.



Variations isothermes du paramètre cristallin du protoxyde de fer en fonction de la durée de recuit à : 1, 450°; 2, 350°; 3, 510°; 4, 540°; 5, 600°.

On peut donc considérer qu'aux basses températures le phénomène a lieu suivant la réaction globale

$$8FeO \rightarrow Fe^3O^4 + \text{solution solide } (Fe4FeO).$$

Celle-ci est en bon accord avec la valeur 8 trouvée pour n. Aux températures supérieures, la saturation intervient plus rapidement; il y a coalescence des atomes de fer et accroissement de la vitesse apparente de décomposition, due à la libération supplémentaire du fer; il est à supposer que l'on se rapproche d'autant plus de la réaction normale que l'on est plus près de 570°.

Enfin il est possible, par mise en solution solide de protoxydes isomorphes dans FeO, de dilater ou de contracter la maille de ce composé; son domaine de stabilité est alors profondément modifié et le point triple d'équilibre peut être déplacé de plusieurs centaines de degrés.

---

(1) *J. Chem. Phys.*, 1, 1933, p. 29.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques alcools secondaires acycliques de* C^7 *à* C^{10}. Note (¹) de M. **Marcel Tuot**, présentée par M. Marcel Delépine.

La présente Note a pour objet l'étude de la condensation d'un certain nombre de bromures d'alcoylmagnésium avec quelques aldéhydes. La préparation des alcools ainsi engendrés n'a donné lieu à l'observation de réactions accessoires que dans une très faible proportion, à l'encontre de celles observées dans la préparation des alcools dérivés de cétones ou d'éthers-sels. Ces résultats corroborent nos observations sur le mécanisme probable des réactions secondaires et du phénomène de réduction, et nous conduisent à une interprétation expérimentale qui fera l'objet de prochaines communications. En effet l'expérience a montré que les phénomènes de condensation et de réduction peuvent devenir prépondérants au point de rendre insignifiant le rendement en dérivé normal.

Nous étant d'abord proposé de comparer la réactivité de quelques bromures d'alcoylmagnésium vis-à-vis d'un certain nombre de corps hydroxylés, les alcools décrits ci-après sont déjà connus à l'exception du dernier cité, mais leur obtention a été effectuée le plus souvent, d'une manière différente de celles décrites dans la littérature. Nous avons apporté un soin tout particulier à la préparation de produits très purs afin d'en reviser les constantes figurant déjà dans les recueils.

Les alcools secondaires préparés sont les suivants :

1° Heptanol-4, $C^7H^{16}O$, bromure de propylmagnésium sur aldéhyde butylique normal, et bromure de propylmagnésium sur formiate d'éthyle : $E_{25^{mm}} = 70°$; $d_{20}^{20} = 0,8127$; $n_D^{20} = 1,4184$; RM obs. $= 36,00$;

2° Méthyl-2-hexanol-5, $C^7H^{16}O$, bromure d'isoamylmagnésium sur aldéhyde acétique : $E_{28^{mm}} = 74°$; $d_{20}^{20} = 0,8145$; $n_D^{20} = 1,4192$; RM obs. $= 35,98$;

3° Octanol-4, $C^8H^{18}O$, bromure de propylmagnésium sur aldéhyde valérique, et bromure de butylmagnésium sur aldéhyde butylique : $E_{17^{mm}} = 81°$; $d_{20}^{20} = 0,8192$; $n_D^{20} = 1,4248$; RM obs. $= 40,56$;

4° Méthyl-2-heptanol-3, $C^8H^{18}O$, bromure d'isopropylmagnésium sur aldéhyde valérique : $E_{19^{mm}} = 73°$; $d_{20}^{20} = 0,8138$; $n_D^{20} = 1,4220$; RM obs. $= 40,59$.

5° Méthyl-2-heptanol-4, $C^8H^{18}O$, bromure d'isobutylmagnésium sur aldéhyde butylique : $E_{20^{mm}} = 75°$; $d_{20}^{20} = 0,8130$; $n_D^{20} = 1,4219$; RM obs. $= 40,54$;

6° Diméthyl-2.5-hexanol-3, $C^8H^{18}O$, bromure d'isopropylmagnésium sur aldéhyde isovalérique : $E_{15^{mm}} = 64°$; $d_{20}^{20} = 0,8159$; $n_D^{20} = 1,4238$; RM obs. $= 40,64$;

(¹) Séance du 6 avril 1936.

7° Nonanol-3, $C^9H^{20}O$, bromure d'éthylmagnésium sur aldéhyde heptylique normal : $E_{18^{mm}} = 93°$; $d_{20}^{20} = 0,8211$; $n_D^{20} = 1,4289$; RM obs. $= 45,20$;

8° Méthyl-2-octanol-4, $C^9H^{20}O$, bromure d'isobutylmagnésium sur aldéhyde valérique : $E_{23^{mm}} = 91°$; $d_{20}^{20} = 0,8145$; $n_D^{20} = 1,4262$; RM obs. $= 45,32$;

9° Méthyl-2-octanol-5, $C^9H^{20}O$, bromure d'isoamylmagnésium sur aldéhyde butylique : $E_{18^{mm}} = 89°$; $d_{20}^{20} = 0,8150$; $n_D^{20} = 1,4260$; RM obs. $= 45,27$;

10° Diméthyl-2.6-heptanol-3, $C^9H^{20}O$, bromure d'isoamylmagnésium sur aldéhyde isobutylique : $E_{25^{mm}} = 88°$; $d_{20}^{20} = 0,8162$; $n_D^{20} = 1,4275$; RM obs. $= 45,34$;

11° Diméthyl-2.6-heptanol-4, $C^9H^{20}O$, bromure d'isobutylmagnésium sur aldéhyde isovalérique : $E_{15^{mm}} = 79°$; $d_{20}^{20} = 0,8129$; $n_D^{20} = 1,4242$; RM obs. $= 45,22$;

12° Diméthyl-2.7-octanol-4, $C^{10}H^{22}O$, bromure d'isoamylmagnésium sur aldéhyde isovalérique : $E_{18^{mm}} = 96°$; $d_{20}^{20} = 0,8154$; $n_D^{20} = 1,4280$; RM obs. $= 49,85$.

Dans la préparation des bromures d'alcoylmagnésium nous avons évité l'addition d'iode et amorcé avec un peu de réactif préparé à l'avance en tube à essai. Après dissolution complète du magnésium, la condensation a été effectuée sans refroidissement, la fin de l'opération étant obtenue par agitation et chauffage. Pour éviter la déshydratation et certaines réactions secondaires, l'hydrolyse a été opérée en versant le magnésien sur de la glace contenue dans un ballon refroidi lui-même par de la glace; l'emploi d'un mélange réfrigérant a l'inconvénient de retarder la réaction et de provoquer l'emballement. La dissolution de la magnésie a été faite au moyen de l'acide sulfurique à 20 pour 100, après séparation de la couche éthérée. Les rendements ont varié de 60 à 85 pour 100.

Les bromures d'alcoyles ont été obtenus par la méthode de Steinkoff et Frommel [1] que nous avons modifiée et qui nous a permis d'obtenir rapidement des produits purs avec de très bons rendements, sauf dans la préparation du bromure d'isoamyle dont l'examen polarimétrique a révélé un faible pouvoir rotatoire droit. Les alcools dérivés de ce dernier corps ont une action sensiblement nulle sur la lumière polarisée.

Les aldéhydes utilisés ont été préparés par la méthode de Bouveault [2] au cuivre réduit par déshydrogénation des alcools butylique, isobutylique, amylique, isoamylique (alcools amylique et isoamylique synthétiques). Les meilleurs rendements ont été constatés avec un hydrate de cuivre séché et réduit très lentement, et en opérant la catalyse à des températures oscillant entre 250 et 265°.

---

(1) *Ber. d. chem. Ges.*, 38, 1905, p. 1865.

(2) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 3, 1908, p. 119.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Contribution à l'étude physique et chimique de la panification.* Note (¹) de M. **Émile Fleurent**, présentée par M. Émile Schribaux.

J'ai attiré l'attention (²) sur la nature des phénomènes chimiques et biologiques que subissent les farines de froment au cours de leur conservation et de leur transformation en pain, phénomènes qui agissent sur les éléments actifs pour modifier la qualité du produit fabriqué. J'ai montré qu'une des caractéristiques principales de ces phénomènes, résulte dans la production d'acides organiques dont l'action de dispersion colloïdale modifie la cohésion du gluten et peut aller jusqu'à la destruction complète de l'aptitude spéciale des farines de blé à la panification. Or, si l'on tient compte : 1° que la quantité de ces acides, dont l'origine réside dans la présence naturelle des ferments qu'elles contiennent, varie avec leur nature, et se trouve, d'autre part, plus élevée quand on travaille sur levain plutôt que sur levure; 2° que la qualité digestive du pain est fonction de son volume qui doit être aussi grand que possible par rapport à son poids, c'est-à-dire fonction de sa densité apparente; 3° que la formation de ces acides a pour effet de diminuer progressivement le pH originel des pâtes, on conçoit que ce dernier facteur peut mesurer le degré de dégradation de la qualité du gluten au cours du travail de boulangerie et devenir, par conséquent, un indice important du contrôle préalable de la qualité du pain.

L'expérience a montré que, partant d'un pH d'environ 5, la plasticité de la pâte, avant la mise au four, se maintient à peu près la même jusqu'au pH encore supérieur à 3, mais diminue progressivement avec le pH, le gluten ayant perdu toute cohésion lorsque le taux en descend au-dessous de 2. Pour utiliser pratiquement ces indications, il était nécessaire de les serrer de plus près et de les confirmer par la voie artificielle, c'est-à-dire en agissant directement sur le gluten, tout en tenant compte de sa composition immédiate en gliadine et gluténine qui est, comme on le sait, l'indice le plus important de ses propriétés plastiques.

Le Mémoire qui résulte de ces nouvelles recherches, accompagné des photographies nécessaires, sera inséré ailleurs. J'en donne ici les conclusions principales :

(¹) Séance du 6 avril 1936.

(²) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1695.

Les expériences sont basées : 1° sur la mesure de l'expansion comparative en volume que prennent, sous l'action seule de la vapeur d'eau, les différents glutens mis en comparaison, au même degré d'hydratation, dans un four spécial chauffé à 150° environ; 2° sur la constatation que la coupe faite sur le gluten, ainsi coagulé, montre, par la division cellulaire de l'intérieur, qu'il s'est comporté exactement dans l'expérience directe comme au cours de la fermentation panaire. Les résultats sont traduits en nombres indiquant les densités apparentes.

L'examen a porté d'abord sur des glutens normaux de richesses variables en gliadine :

Gliadine pour 100 du gluten......	66,80	75,60	82,20
Densité apparente...............	0,341	0,106	0,226

Puis, on a vérifié l'exactitude de l'expérience en partant d'un gluten normal à 66 pour 100 de gliadine qui a été artificiellement enrichi à 75 et à 82 pour 100 :

Gliadine pour 100 du gluten......	66,5	75	82
Densité apparente...............	0,261	0,135	0,396

Ces expériences confirment mes conclusions antérieures, à savoir que l'expansion que peut prendre le gluten est fonction de sa composition immédiate, le maximum étant atteint pour environ 75 pour 100 de gliadine.

Dans l'expérience suivante, on est parti d'un gluten normal à 59,4 de gliadine, de très faible expansion possible, dont, artificiellement, on a amené le pH à 3,13 et à 2,74 par l'action d'acides organiques (acétique et lactique) en proportions égales à celles trouvées après fermentation de pâtes sur levure et sur levain :

pH.........................	5	3,13	2,74
Densité apparente..............	0,304	0,051	0,189

Ces chiffres, comparés aux précédents, montrent, non seulement l'effet du pH sur le pouvoir d'expansion du gluten, mais confirme que ce pouvoir est influencé par la dispersion colloïdale de la gliadine qui agit sur la viscosité du gluten comme si sa proportion avait été portée à 75 et à 82 pour 100.

Les acides minéraux, sulfurique, chlorhydrique, nitrique et phosphorique, se comportent sensiblement de la même manière, ainsi qu'on le verra dans le Mémoire complet qui indique en même temps, en des tableaux

précis, l'influence de la variation du pH sur la plasticité du gluten, déterminée pendant et après son extraction, par la méthode généralement employée.

Cet ensemble d'observations montre l'influence des actions physiques et chimiques résultant des phénomènes biologiques qui se produisent au cours de la panification, la variation du pH servant de mesure pour régler, suivant les besoins, la qualité du pain qui en résultera.

L'agent principal de réception de ces actions étant le gluten, on peut conclure qu'il apparaît dès maintenant comme possible, en tenant compte de sa composition immédiate, de régler le travail de boulangerie de façon à obtenir le même pain avec n'importe quel blé qui en contiendra au moins le minimum reconnu indispensable.

MÉTALLURGIE. — *Influence de divers facteurs sur la graphitisation à la solidification des fontes.* Note de MM. **Albert Portevin** et **Robert Lemoine**, transmise par M. Henry Le Chatelier.

En l'absence d'éléments spéciaux et de traitements thermiques à l'état solide, une résistance mécanique élevée des fontes s'obtient, comme cela résulte des études faites pendant la guerre par l'un de nous [1] en réalisant des produits formés exclusivement de perlite fine associée à du graphite aussi délié que possible.

Pour augmenter la finesse du graphite, il y a lieu d'accroître le nombre de germes ou amorces de cristallisation de ce constituant, germes qui peuvent être soit de même nature, soit de nature différente comme les inclusions solides. Ceci explique en grande partie l'influence jouée, sur la production et l'affinage du graphite, par l'histoire thermique à l'état liquide, les laitiers, la nature et l'époque des additions [2] qui ont sur la naissance, la coalescence, la décantation et la dissolution des inclusions une action analogue à celle qu'ils ont en aciérie [3] ainsi que l'influence des matières premières et de l'agitation à l'état liquide.

La surchauffe liquide et l'action des laitiers ne peuvent guère être utilisés au cubilot : on agit en réglant le silicium et les additions finales [2].

---

(1) A. Portevin, *Rev. Mét.*, 19, 1922, p. 227.

(2) A. Portevin et R. Lemoine, *Congrès International de Fonderie de Liége*, 1930, p. 125, et *Congrès International de Fonderie de Bruxelles*, 1935, p. 79.

(3) A. Portevin et R. Perrin, *Comptes rendus*, 195, 1933, p. 1321.

Il y a par ailleurs intérêt à ce que l'effet des éléments graphitisants qui s'exerce à la solidification cesse ensuite pour obtenir la structure perlitique désirée; les graphitisants s'éliminant à la solidification sont donc particulièrement intéressants à étudier et notre attention s'est portée d'abord sur le calcium : cet élément, fusible, très peu miscible à la fonte liquide, léger, très oxydable, s'élimine complètement.

Les expériences suivantes montrent l'action de cette addition sur :

1° le pouvoir graphitisant par rapport à la teneur en silicium et que l'on qualifie, sur une éprouvette de trempe prismatique à section triangulaire isoscèle (hauteur : 65^{mm}; base : 25^{mm}), par la largeur *l* en millimètres de la frontière de la zone trempée blanche;

2° la finesse du graphite qualifiée par N, nombre de particules comptées au microscope par millimètre carré;

3° les propriétés mécaniques caractérisées par la dureté (bille de 10^{mm} sous 3000^{kg}) et les essais de flexion et de cisaillement sur éprouvettes Frémont prélevées dans des barreaux coulés de section 50 × 50^{mm}.

Repère.	Composition finale. C.	Si.	Mn.	P.	S.	Cassure avant traitement.	Ca ajouté (%).	Trempe traitement (mm).	Essais de flexion. Résistance (kg/mm²).	Flèche (mm).	Résistance au cisaillement (kg/mm²).	Dureté Δ.
A...	2,90	0,94	1,23	0,05	0,02	blanche	0,2	7	1030	0,26	37,2	240
B....	2,95	0,98	1,25	0,04	0,02	blanche	0,3	7	1100	0,31	37	230
C....	2,97	0,82	1,25	0,06	0,02	blanche	0,4	5	1050	0,27	38,4	240

Il y a graphitisation très marquée (N = 155 à 160), sans qu'elle soit proportionnelle à la quantité de calcium ajoutée.

En raison des propriétés mêmes du calcium, il est peu maniable, il faut l'introduire dans le bain fondu en projectiles ou en cartouches maintenus au fond. Pour ces raisons, on a proposé d'utiliser le silico-calcium (25 % Ca) préparé au four électrique, qui a déjà été employé en 1917 pour certaines fontes à obus : voici quelques résultats obtenus :

Repère.	Composition finale. C.	Si.	Mn.	D.	S.	Cassure avant traitement.	Addition de Si-Ca (%).	Après traitement (mm).	Essais de flexion. Résistance (kg/mm²).	Flèche (mm).	Résistance au cisaillement.	Dureté Δ.
D ...	2,80	1,30	1,20	0,04	0,03	blanche	1,5	5	1020	0,29	38,6	230
E....	3,12	1,35	1,18	0,54	0,03	blanche	1	5	762	0,09	29,5	230

Mais, dans le but de créer, au moins temporairement, des *amorces de graphitisation* tout en brassant le bain et en évitant l'enrichissement de la fonte

en silicium, nous avons eu l'idée de faire agir simultanément dans la poche de coulée ce silico-calcium avec des *sels oxydants* : carbonates, permanganates, bichromates alcalins, et les expériences effectuées, tant au laboratoire qu'industriellement, ont entièrement confirmé ces prévisions comme le montrent les résultats suivants ($N = 180$ à 225) :

Repère.	Composition finale. C.	Si.	Mn.	P.	S.	Cassure avant traitement.	Additions graphitisantes (1).	Trempe après trait[t]. (mm).	Essais de flexion. Résistance (kg/mm²).	Flèche (mm).	Résistance au cisail. (kg/mm²).	Dureté Δ.
F...	2,97	0,94	1,22	0,03	0,02	blanche	1 % Si-Ca + $Cr^2O^7Na^2$	5,5	1015	0,34	38	240
G..	2,95	0,95	1,21	0,06	0,02	blanche	1 % Si-Ca + CO^3Na^2	5	950	0,26	32,2	220
H..	2,95	0,94	1,16	0,50	0,02	blanche	id.	5	900	0,22	33,7	230
J...	3,03	0,70	1,17	0,65	0,02	blanche	id.	5	775	0,19	30	240

Les faibles teneurs finales en silicium, qui tiennent au fait que la quantité de cet élément apportée par le siliciure de calcium est brûlée, n'empêchent pas une graphitisation aussi marquée que dans les cas précédents.

On note de plus : une désulfuration importante (la fonte J par exemple tenait 0,06 pour 100 de S avant traitement et a donc subi une désulfuration de 50 pour 100), un réchauffage notable de la fonte dans la poche (de l'ordre de 70 à 80 degrés), la formation dès la fin des réactions d'une scorie très facilement séparable du bain et une remarquable stabilité à chaud de ces fontes.

Ce dernier procédé d'obtention de fontes résistantes à bas Si et à grains fins peut être utilisé pour améliorer les qualités mécaniques des fontes phosphoreuses comme le font pressentir les résultats des échantillons H et J confirmés par les expériences actuellement en cours.

---

(1) Les proportions relatives de Si-Ca et du sel oxydant sont calculées pour brûler Si et Ca de l'addition sauf pour J où le sel était en excès.

CRISTALLOGRAPHIE. — *De l'influence de la symétrie du milieu sur la symétrie des figures de corrosion dans les cristaux; nouveaux exemples.* Note [1] de M. **Louis Royer.**

1. J'ai montré [2] que, dans l'attaque d'un cristal holoèdre de calcite, d'un cristal parahémièdre de dolomie et d'un cristal antihémièdre de calamine par des solutions concentrées d'acides organiques actifs dans l'eau, on faisait apparaître des formes hémièdres holoaxes sur la calcite et des formes tétartoèdres sur la dolomie et la calamine.

Les essais décrits ci-dessous ont été effectués pour établir par de nouveaux exemples que l'influence de la symétrie du milieu sur la symétrie des figures de corrosion est un phénomène d'ordre général qui se retrouve dans des minéraux autres que la calcite, la dolomie et la calamine. Mais dans cette recherche deux facteurs limitent les possibilités que l'on a d'opérer dans les conditions expérimentales nécessaires. En effet, d'une part, peu de minéraux sont attaquables par des acides organiques et d'autre part, on ne peut guère trouver des acides actifs que parmi les substances organiques. C'est ce qui explique que, malgré de nombreux essais, je n'ai pu obtenir de nouveaux résultats que dans deux cas.

Des cristaux de blende antihémièdre, de zincite antihémièdre, de cuprite hémièdre holoaxe, de scolécite antihémièdre, d'apatite parahémièdre, de scheelite parahémièdre et de wulfénite parahémièdre ont été attaqués par des solutions concentrées à chaud d'acides organiques actifs.

Seuls les cristaux d'apatite et de wulfénite ont donné des figures de corrosion à contours bien définis; avec les autres minéraux il n'y a ou bien aucune attaque du tout ou bien seulement production de stries indistinctes qui ne permettent pas de tirer des conclusions. Par contre, dans le cas de l'apatite et de la wulfénite, on peut étudier les formes et les symétries de leurs figures de corrosion.

2. Sur la face $p(0001)$ de l'apatite une solution d'acide tartrique actif donne des isocéloèdres hexagonaux tournés d'un angle de 3° environ par rapport aux isocéloèdres de première espèce. Sur cette face, les acides actifs, comme d'ailleurs les acides inactifs, produisent des figures qui

---

[1] Séance du 6 avril 1936.

[2] L. Royer, *Livre jubilaire Société française de Minéralogie*, 1930, p. 352.

mettent en évidence l'existence d'un axe sénaire normal à la base et qui par leur orientation montrent que les faces des prismes hexagonaux de première et de deuxième espèce ne sont plus des plans de symétrie.

Mais sur les faces du prisme hexagonal les figures de corrosion obtenues avec les acides actifs se distinguent en forme et en symétrie de celles réalisées avec des acides inactifs. Ainsi l'acide tartrique droit ou gauche, l'acide malique gauche donnent sur les faces prismatiques de l'apatite des figures triangulaires toutes identiques entre elles sur les six faces du prisme. Par contre les figures que font apparaître les acides inactifs sur ces mêmes faces prismatiques sont symétriques par rapport au plan (0001) normal à l'axe sénaire.

D'après les figures produites par un milieu inactif, on est amené à attribuer à l'apatite des éléments de symétrie Λ^6 CП de la parahémiédrie sénaire, tandis que sur le vu des figures obtenues en milieu actif on serait tenté d'attribuer à l'apatite comme seul élément de symétrie un axe sénaire Λ^6 et de le classer dans la tétartoédrie sénaire.

3. Quand on attaque la wulfénite avec un acide inactif, on voit apparaître sur la base des figures de corrosion constituées par un hémi-dioctaèdre qui dessine sur *p*(001) un carré dont les côtés sont inclinés sur les arêtes de la base. Les figures sur la face (001) sont énantiomorphes de celles observées sur la face opposée $(00\bar{1})$; elles sont symétriques les unes des autres par rapport à un plan normal à l'axe quaternaire. Ces conditions sont en accord avec l'existence dans la wulfénite des éléments de symétrie Λ^4 CП de la parahémiédrie quadratique.

Avec les acides actifs, la forme des figures de corrosion est analogue à celle que montre les figures dues à un acide inactif. Mais les figures sur les deux faces opposées (001) et $(00\bar{1})$ ne sont plus comme les faces elles-mêmes symétriques par rapport à un centre. En se basant sur ces figures obtenues avec un acide actif, on classerait la wulfénite dans la tétartoédrie quadratique du fait qu'elle ne semble posséder comme seul élément de symétrie qu'un axe d'ordre quatre : Λ^4.

4. Ces essais confirment bien les conclusions tirées de recherches antérieures, à savoir que la symétrie des figures de corrosion réside de la combinaison de la symétrie du cristal et de la solution. En plus, ils montrent, comme je l'avais déjà observé dans la calcite [1], que les faces sensibles à la dissymétrie du milieu actif sont celles qui n'admettent comme seuls

(1) L. ROYER, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 429-431.

éléments de symétrie qu'un plan de symétrie normal à leur direction (faces prismatiques dans l'apatite). Pour toutes les autres faces, la dissymétrie du milieu ne se manifeste que quand on combine les observations fournies par une face et sa parallèle (les deux faces de la base dans la wulfénite).

PHYSIOLOGIE. — *Action conjuguée de la température et des poisons du système végétatif sur le développement des jeunes mammifères.* Note [1] de M. **Marius Baccino**, présentée par M. Louis Lapicque.

Nous avons montré l'existence d'une température optimum de croissance se traduisant par une caractéristique propre à chaque espèce animale [2].

Pour essayer de mieux comprendre les actions nocives des variations de température sur le développement des jeunes mammifères, nous fûmes amené à étudier l'action conjuguée de certains poisons du système végétatif et de divers traitements thermiques.

Les premières recherches que nous avons effectuées avec ces toxiques ont montré que l'action de *la pilocarpine* (excitant dans le domaine du parasympathique), injectée à la dose de 10^{mmg} par kilogramme d'animal, sous la forme de chlorhydrate, augmentait l'action nocive du froid sur la croissance des jeunes homéothermes, par contre, elle compensait l'action nocive de l'excès de chaleur sur cette même croissance.

L'atropine (antagoniste de la pilocarpine), injectée à la dose de 10^{mmg} par kilogramme d'animal, sous la forme de sulfate neutre, aggrave au contraire, l'action nocive de la chaleur, et compense l'action nocive du froid sur la croissance de ces mêmes animaux.

Pour l'*ion* K^+ (parasympathomimétique), injecté à la dose de $0^g,3$ par kilogramme d'animal sous la forme KCl, nous avons obtenu un effet analogue à celui résultant de l'emploi de la pilocarpine : son action compensant l'action nocive de la chaleur en excès.

L'ion Ca^{++}, injecté à la dose de 1^g par kilogramme d'animal, sous la forme $CaCl^2$, aggrave l'action nocive due à un excès de chaleur.

La figure ci-après montre ces actions opposées obtenues sur deux jeunes cobayes injectés l'un avec des ions K^+, l'autre avec des ions Ca^{++}, et

---

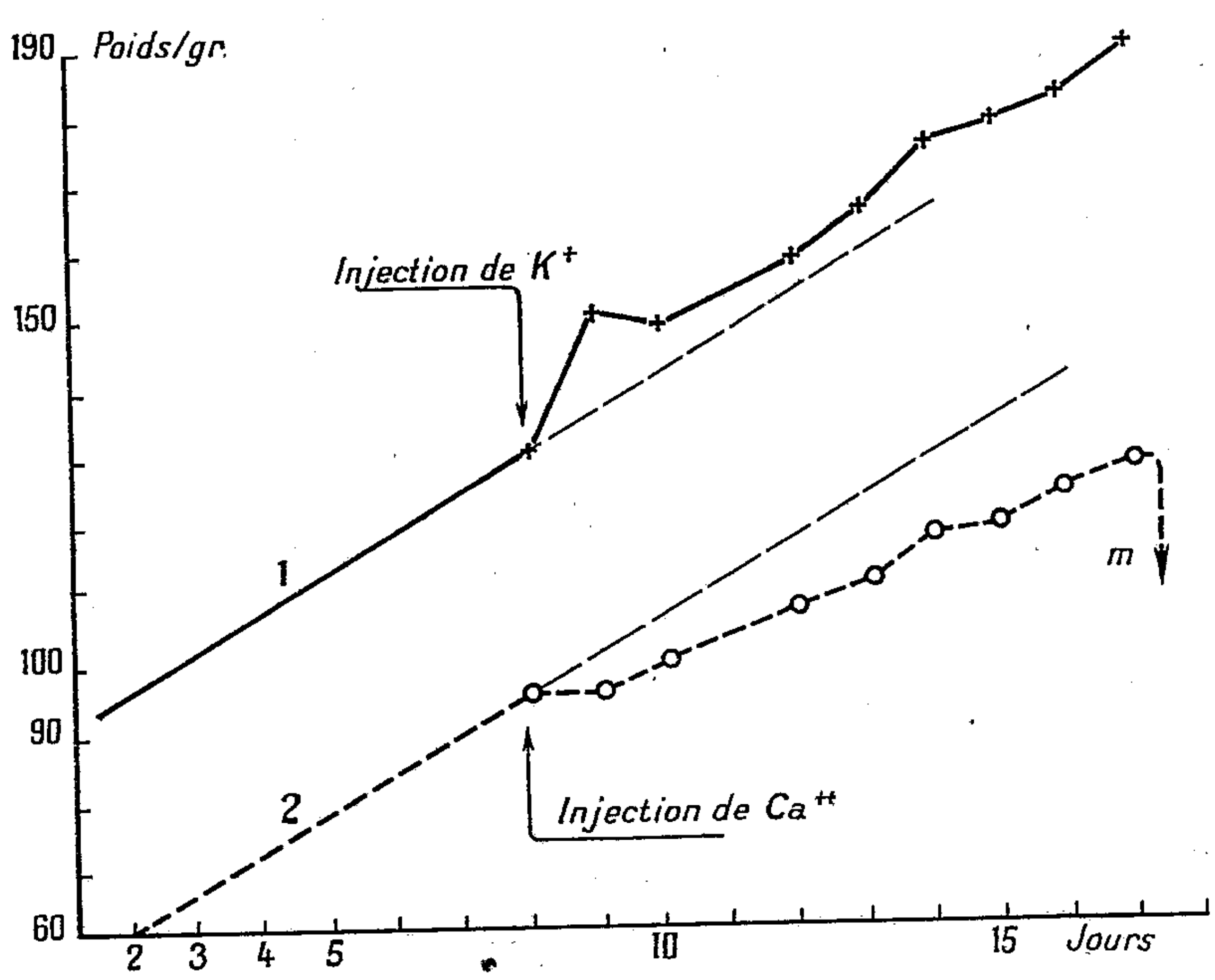
(1) Séance du 30 mars 1936.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 291.

exposés ensuite à un même excès de chaleur (2 heures à 40°). Pour le cobaye n° 1, la croissance surpassa même la croissance normale, tandis que pour le cobaye n° 2, on obtint un résultat opposé, se terminant d'ailleurs par la mort de l'animal.

Pour l'*acétylcholine* (excitant dans le domaine du parasympathique), injectée à la dose de 50^{mmg} par kilogramme d'animal, sous la forme de chlorure, nous avons obtenu des effets analogues à ceux constatés pour la pilocarpine.

Pour la *choline*, injectée sous la forme de chlorhydrate, à la dose de 90^{mmg}



Action des ions K+ et Ca++ sur la croissance, de jeunes cobayes exposés à un même excès de chaleur.

par kilogramme d'animal, nous avons obtenu des effets de même sens que pour l'acétylcholine, mais moins nets.

Avec l'*yohimbine* (chlorhydrate), paralysant dans le domaine du sympathique, injectée à la dose de 10^{mmg} par kilogramme d'animal, nous avons obtenu des effets de même sens que pour les deux alcaloïdes ci-dessus.

Avec l'*adrénaline* (rénaleptine), injectée à la dose de 0^{mmg},1 par kilo-

gramme d'animal, nous avons obtenu, d'une façon générale, des effets inverses à ceux produits par la pilocarpine, son action nocive s'ajoutait à celle provoquée par un excès de chaleur, et compensait par contre l'action nocive due au froid sur la croissance des jeunes mammifères.

Pour ces diverses expériences nous utilisâmes des lapereaux, des cobayes, des rats blancs et des chatons. La plupart des injections furent sous-cutanées.

De l'ensemble de ces faits expérimentaux nous avons vu se dégager les résultats-généraux suivants :

Dans le développement des jeunes mammifères :

1° Les excitants dans le domaine du parasympathique (pilocarpine, choline, acétylcholine, ion K^{+}), le paralysant dans le domaine du sympathique (yohimbine), accentuent l'effet nocif du froid, ils compensent au contraire l'action nocive due à un excès de chaleur;

2° Les excitants dans le domaine du sympathique (adrénaline, ion Ca^{++}), et le paralysant dans le domaine du parasympathique (atropine), accentuent au contraire l'effet nocif dû à un excès de chaleur, et compensent l'action nocive du froid. Il y a lieu de noter cependant que nous avons obtenu quelques rares cas contradictoires avec l'adrénaline.

Par chaleur et par froid, nous entendons les traitements thermiques extérieurs aux marges d'optimum de température, déduites des caractéristiques thermiques de croissance propres à chaque espèce animale, que nous avons antérieurement définies (1).

Ces premiers travaux semblent déceler un phénomène que des recherches ultérieures permettront vraisemblablement de mieux préciser.

Ils nous paraissent se relier à la *théorie protoplasmique des poissons*, exposée par L. Lapicque dès 1930 (2) et complétée par lui en 1934 (3).

---

(1) *C. R. Acad. de Méd.*, 115, 1936, p. 195.

(2) *Arch. int. de Pharmacodynamie*, 38, 1930, p. 209.

(3) *Ann. de Physiol. et Physicoch. biol.*, 10, 1934, p. 555.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la composition de l'essence de* Primula Auricula *L.* Note (1) de MM. **Albert Goris** et **Henri Canal**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'essence étudiée a été obtenue par entraînement à la vapeur d'eau des parties souterraines de *Primula Auricula* broyées et soumises à une macération de douze heures dans l'eau. L'épuisement par l'éther du liquide distillé laisse, après évaporation du solvant, un produit coloré en jaune, d'odeur aromatique, qui ne tarde pas à se prendre en une masse cristalline. La proportion d'essence entraînable par la vapeur d'eau est de 0,80 pour 100.

Cette essence, plus dense que l'eau, est presque entièrement formée d'un produit solide, que l'on obtient parfaitement pur après plusieurs cristallisations dans l'éther de pétrole léger, mélangé d'un produit liquide de couleur madère, qui reste dans les eaux mères de cristallisation.

Le corps solide, obtenu pur après trois cristallisations dans l'éther de pétrole, est une cétone phénolique ($F = 50°$) donnant une semicarbazone ($F = 250°$) et une oxime ($F = 131°$). Le poids moléculaire trouvé est 158. Elle renferme un groupe méthoxyle.

Elle a été identifiée avec le *pæonol* ou 2-hydro-4-méthoxyacétophénone, dont la présence a été signalée dans les racines de *Pæonia Moutan* Sims.

La déméthylation par l'acide iodhydrique bouillant, conduit à un corps cristallisé en aiguilles blanches ($F = 110°$) identifié au résorcinol. L'acide iodhydrique, agissant seulement à la température du bain-marie, provoque une décomposition moins avancée et donne la résacétophénone ou 2.4-dihydroxyacétophénone ($F = 147°$).

Le test du point de fusion du mélange de pæonol et du produit retiré de l'essence de *Primula Auricula* montre l'identité des deux produits.

La partie liquide accompagnant le pæonol, se colorant en bleu par le chlorure ferrique dilué, est constituée par l'ester méthylique de l'acide méthoxyhydroquinone carbonique, déjà signalé dans les essences de *Pr. officinalis* L. et de *Pr. acaulis* Jacq. Par saponification par les alcalis, on obtient l'acide méthoxyhydroquinone carbonique ($F = 143°$) qui par déméthylation donne l'acide hydroquinone carbonique ($F = 200°$). Ces

---

(1) Séance du 6 avril 1936.

corps sont identiques à ceux que nous avons obtenus à partir de l'essence de *Pr. acaulis* et reproduits par synthèse.

On a préparé l'acide hydroquinone carbonique en chauffant pendant 12 heures à 180° dans un courant de gaz carbonique de l'hydroquinone avec un excès de carbonate acide de potassium dans le glycérol, suivant la technique donnée par Brunner (1).

L'acide obtenu par synthèse et l'acide provenant de la déméthylation de l'essence donnent les même réactions colorées, possèdent le même point de fusion. On peut conclure à leur identité, car le point de fusion du mélange ne varie pas.

On a ensuite reproduit par synthèse l'acide méthoxyhydroquinone carbonique en suivant la méthode indiquée par Graebe (2).

On a fait réagir sur l'acide hydroquinone carbonique deux molécules de sulfate de méthyle en présence de deux molécules de soude; on agite pendant une demi-heure et l'on fait ensuite bouillir pendant une heure. Après acidification, et reprise par l'éther, le résidu de la distillation du solvant est recristallisé dans l'eau. On obtient de fines aiguilles incolores ($F = 143°$) donnant les mêmes réactions que le produit obtenu par saponification de l'essence liquide.

La méthylation de l'acide précédent par l'alcool méthylique chlorhydrique bouillant, conduit à un corps identique à l'essence liquide.

Nous pouvons donc conclure que l'essence obtenue par entraînement à la vapeur d'eau des parties souterraines de *Pr. auricula* L. est constituée par un mélange de pæonol et d'ester méthylique de l'acide méthoxyhydroquinone carbonique.

A 15^h45^m, après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** lève la séance en signe de deuil.

E. P.

(1) *Liebig's Annalen*, 351, 1907, p. 321.
(2) *Liebig's Annalen*, 340, 1905, p. 215.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 AVRIL 1936.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Sur les équations de la dynamique déduites du principe de relativité restreinte.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

Nous avons établi (¹) qu'en tenant compte du seul principe de relativité, le mouvement d'un point matériel, soumis à une force constante de direction invariable, est représenté par la branche d'*hyperbole*

$$(1)\quad \begin{cases} x = x_0 + \alpha \dfrac{C}{k}(\sqrt{U} - 1) - \beta h (t - t_0) \\ y = y_0 + b \dfrac{C}{k}(\sqrt{U} - 1) + \alpha h (t - t_0) \end{cases} \qquad \left[U = 1 + \gamma \dfrac{k^2}{C^2}(t - t_0)^2; \quad \gamma = C - h^2 \right];$$

α, β représentent les cosinus directeurs de la direction de la force, h la composante *constante* de la vitesse sur la normale à cette direction et orientée positivement dans le sens $+\pi/2$; x_0, y_0, les coordonnées du sommet de la trajectoire. Ces formules ont été établies en supposant d'abord la force dirigée suivant Oy et en considérant un système auxiliaire S′, animé par rapport à S d'un mouvement de translation uniforme, de vitesse v, suivant Ox. La direction Oy ne jouissant, dans S, d'aucune propriété particulière, la loi du mouvement doit être la même dans le cas d'une direction quelconque, ce qu'expriment les formules (1); mais, pour justifier entièrement le résultat, il faut établir que, dans S′, le mouvement conserve bien, dans ce cas général, une forme analytique identique.

(¹) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 708, 885, 993.

Posons

$$(2)\quad \Delta = \alpha^2\left(1-\frac{v^2}{C}\right)+\left(\beta+\frac{vh}{C}\right)^2, \qquad \alpha' = \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta}}\sqrt{1-\frac{v^2}{C}}, \qquad \beta' = \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\left(\beta+\frac{vh}{C}\right),$$

α', β' ne sont autres que les cosinus directeurs dans S′ du *fil* de traction par lequel nous avons matérialisé la direction de la force.

Posons encore

$$(3)\quad \left\{\begin{array}{l} \theta = t' - a\left(t_0 - \dfrac{v x_0}{C} + \dfrac{a\alpha v}{k}\right) = t' - t'_0, \\ h' = \dfrac{1}{\sqrt{\Delta}}(h+\beta v), \qquad \gamma' = C - h'^2, \qquad \dfrac{1}{a} = \sqrt{1-\dfrac{v^2}{C}}; \end{array}\right.$$

$$(4)\quad \left\{\begin{array}{l} x'_0 = a\left(x_0 - v t_0 + \dfrac{\alpha' C}{ak} - \dfrac{\alpha C}{k}\right), \\ y'_0 = y_0 + \dfrac{C}{k}(\beta' - \beta). \end{array}\right.$$

Faisons sur les coordonnées (1) la transformation de Lorentz pour obtenir le mouvement dans le système S′.

D'abord la relation liant le temps t' au temps t sera définie par

$$(5)\quad t' = a\left(t - \frac{vx}{C}\right),$$

où l'on suppose x remplacé par son expression (1). La résolution de cette équation donne

$$(6)\quad t - t_0 = \left(1+\frac{\beta v h}{C}\right)\frac{\theta}{a\Delta} + \frac{\alpha v}{k\sqrt{\Delta}}\sqrt{1+\frac{\gamma' k^2}{C^2}\theta^2}.$$

En portant cette valeur dans $\sqrt{U}$, on en déduit que cette expression, bien que se présentant sous la forme $\sqrt{P+\sqrt{Q}}$, s'écrit en réalité

$$(7)\quad \sqrt{U} = \frac{\alpha v \gamma}{ak\Delta}\theta + \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\left(1+\frac{\beta v h}{C}\right)\sqrt{1+\frac{\gamma' k^2}{C^2}\theta^2}.$$

En portant ces valeurs de $(t-t_0)$ et de $\sqrt{U}$ aux seconds membres des expressions $x' = a(x - vt)$ et $y' = y$, on obtient finalement

$$(8)\quad \left\{\begin{array}{l} x' = x'_0 + \alpha'\dfrac{C}{k}(\sqrt{U'}-1) - \beta' h'(t'-t'_0) \\ y' = y'_0 + \beta'\dfrac{C}{k}(\sqrt{U'}-1) + \alpha' h'(t'-t'_0) \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} U' = 1 + \gamma'\dfrac{k^2}{C^2}(t'-t'_0)^2; \\ \gamma' = C - h'^2 \end{array}\right],$$

formules qui représentent le mouvement rapporté à S′, sous la même forme exactement que les formules (1) relatives à S; le coefficient k, qui mesure la force de traction, *garde la même valeur* dans les deux représentations. Le coefficient k contient à la fois la force et la masse. Si, conservant fixe la force de traction, on fait varier la masse, k varie proportionnellement à l'inverse de cette dernière, si l'on admet du moins que,

pour une force donnée et dans des conditions données de vitesse, l'accélération varie comme l'inverse de la masse; hypothèse d'ailleurs justifiable de l'expérience. Dans tous les cas, et conventionnellement au besoin, le produit km peut servir de mesure à la force F, de sorte que, X, Y désignant les projections de celle-ci, on a $X = \alpha mk$, $Y = \beta mk$.

D'autre part les formules (1) montrent que si V désigne la vitesse du mobile, h sa composante suivant la normale à la direction de la force (qui est aussi celle de l'accélération), on a

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} \alpha mk\frac{\left(1-\frac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}} &= m\frac{d^2x}{dt^2} = X\frac{\left(1-\frac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}, \\ \beta mk\frac{\left(1-\frac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}} &= m\frac{d^2y}{dt^2} = Y\frac{\left(1-\frac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned}\right.$$

Mais les équations (9) établies dans le cas d'une traction constante *seront applicables au cas du mouvement d'un point matériel sous l'effet d'une force quelconque variable en grandeur et direction*, si l'on admet qu'une force constante, égale en grandeur et sens, à l'instant t, à une force variable, détermine vis-à-vis d'un point matériel, dans les mêmes conditions de position et de vitesse à cet instant, la même accélération. Ces équations *conservent la même forme*, dans tout système isotrope en translation uniforme par rapport à S, quelles que soient la direction et la vitesse de translation; en outre, la force est *invariante*, abstraction faite des variations de direction définies par les formules (2) résultant de la relativité [1].

---

[1] D'une manière générale et vis-à-vis d'un mouvement *quelconque*, si α et β sont les cosinus directeurs de l'accélération dans le système S, les cosinus directeurs α', β' de l'accélération dans le système S' sont précisément donnés par les formules (2) auxquelles nous avons été conduit pour les variations de direction d'un *fil* de traction. Un calcul simple montre en effet qu'on peut écrire, dans le système S',

$$(10)\qquad \frac{d^2x'}{dt'^2} = A\alpha\sqrt{1-\frac{v^2}{C}}, \qquad \frac{d^2y'}{dt'^2} = A\left(\beta + \frac{vh}{C}\right),$$

A étant un facteur positif, h la composante de la vitesse dans S, suivant la normale à l'accélération. Les formules (9) montrent ainsi que, dans tous les systèmes de référence, la force et l'accélération ont même direction.

Les équations générales (9) établies par voie purement logique, sans considération de l'énergie, pourraient être en désaccord avec certaines formules de relativité où la force n'est pas regardée comme invariante. Mais les notions de force et de direction sont délicates en relativité et peuvent se prêter, même, à des définitions différentes. Sur la direction cependant aucune alternative n'est possible ; la direction de la force doit être confondue avec celle de l'accélération, car il en est bien ainsi, on l'a démontré, lorsque la force est physiquement représentée par la traction d'un fil. Quant à la propriété d'invariance de la force, elle est sous la dépendance de la définition adoptée pour sa mesure. Dans le problème qui nous a servi de base, la force s'introduit sous la forme d'un coefficient k, invariant, et qu'il semble naturel de choisir comme élément de mesure.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le domaine de convergence des polynomes* $B_n f(x) = \sum_0^m f(m/n) C_n^m x^m (1-x)^{n-m}$. Note (¹) de M. **Serge Bernstein**.

1. On sait que les polynomes

$$B_n f(x) = \sum_0^m f\left(\frac{m}{n}\right) C_n^m x^m (1-x)^{n-m} \tag{1}$$

convergent uniformément vers $f(x)$ sur tout le segment 01, quelle soit-la fonction continue $f(x)$ sûr ce segment.

M. L. Kantorowitch (²), qui le premier a eu l'idée d'étudier le domaine D de convergence des polynomes $B_n f(x)$ dans le cas où la fonction $f(x)$ est *analytique*, a établi que ce domaine D comprend, au moins, l'ellipse de convergence E du développement de $f(x)$ suivant les polynomes trigonométriques de Tchebycheff. En étudiant certaines représentations nouvelles des polynomes $B_n f(x)$ j'ai obtenu plusieurs résultats de nature analogue dont je voudrais indiquer ici quelques-uns.

2. Soit C un contour quelconque entourant le segment 01, à l'intérieur duquel la fonction $f(x)$ est holomorphe. Il est aisé de voir que l'on a (pour x différent de 0 et 1)

$$B_n f(x) = \frac{n!}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)(x-1)^{n(1-z)} x^{nz}}{z(nz-1)\dots(nz-n)} dz. \tag{2}$$

(¹) Séance du 6 avril 1936.

(²) *Bull. de l'Acad. des Sc. de l'U. R. S. S.*, 7, 1931, p. 1103-1115).

Par conséquent, en profitant de la formule de Stirling et en utilisant la représentation azymptotique,

$$z\left(z-\frac{1}{n}\right)\ldots(z-1)\sim[z^z(z-1)^{1-z}]^n,$$

valable à l'extérieur du segment o1, on aura (pour $n\to\infty$),

$$(3)\qquad \mathrm{B}_n f(x)\sim\frac{1}{i}\sqrt{\frac{n}{2\pi}}\int_{\mathrm{C}} f(z)\left[\left(\frac{x-1}{z-1}\right)^{1-z}\left(\frac{x}{z}\right)^z\right]^n dz.$$

Nous pouvons tirer de (3) plusieurs conséquences importantes.

3. Considérons la boucle F_x *convexe* correspondant à un point donné $x=\alpha+\beta i$ (extérieur au segment o1) satisfaisant à l'équation

$$(4)\qquad \left|\left(\frac{x-1}{z-1}\right)^{1-z}\left(\frac{x}{z}\right)^z\right|=1$$

qui aura deux tangentes perpendiculaires entre elles au point $z=x$ et contiendra à son intérieur tout le segment o1, si l'on a en même temps $|x|\geqq 1$ et $|1-x|\geqq 1$, ou une partie de ce segment dans le cas contraire. On a alors le théorème suivant :

Théorème A. — *Si la fonction $f(x)$ est régulière sur la boucle F_x correspondant au point x et à son intérieur* (ainsi que sur la partie du segment o1 extérieure à F_x, s'il y a lieu), *le point x est un point intérieur du domaine* D *de convergence des polynomes $\mathrm{B}_n f(x)$. Dans le cas contraire le point x se trouvera à l'extérieur du domaine* D *ou sur sa frontière.*

Il résulte également de (3) le

Théorème B. — *Si $z_0=a+bi$ est un point singulier unique de la fonction $f(z)$, le domaine* D *aura pour frontière la boucle P_{z_0}, satisfaisant à l'équation*

$$(5)\qquad \left|\left(\frac{z-1}{z_0-1}\right)^{1-z_0}\left(\frac{z}{z_0}\right)^{z_0}\right|=1,$$

entourant le segment o1 et ayant en z_0 un point anguleux *rentrant* égal à $3\pi/2$.

Ainsi, par exemple, pour $z_0=2$, la boucle P_{z_0} aura pour équation en coordonnées rectangulaires (x, y)

$$\frac{x^2+y^2}{4}=2\pm\sqrt{5-2x},$$

le signe + seul devant être gardé pour $x<2$.

4. En principe, la formule (3) permet d'obtenir le domaine D d'une fonction quelconque $f(x)$ en formant le domaine intérieur aux boucles P_{z_0} correspondant à tous ses points singuliers z_0. Je n'insisterai pas ici sur les résultats plus ou moins généraux que j'ai obtenus dans cette direction, en modifiant convenablement l'expression (2); je signalerai seulement que l'on peut varier à l'infini les contours jouissant de la même propriété que les ellipses E de Tchebycheff énoncée au début. Ainsi, on a :

THÉORÈME C_1. — *Si la fonction $f(z)$ est régulière sur un contour convexe fermé* C (et à son intérieur) *symétrique par rapport à l'axe réel et passant par les points* o et 1, *intérieur au cercle ayant* o1 *pour diamètre, le contour* C *appartient au domaine* D.

THÉORÈME C_2. — *Si la fonction $f(z)$ est régulière sur le contour convexe* Γ_R (et à son intérieur), *formé par la circonférence de centre* O *et de rayon* $R < 1$, *et par les tangentes menées du point* 1 *à cette circonférence*, Γ_R *appartient au domaine* D.

THÉORÈME C_3. — *Le cercle de convergence* C_a *en un point quelconque* $a(0 \leqq a \leqq 1)$ *du segment* o1 *appartient au domaine* D, *toutes les fois que* C_a *contient le segment* o1.

En combinant ces théorèmes, on obtient aussi des contours jouissant de la même propriété, non convexes, pouvant même présenter des points anguleux rentrants non supérieurs à $3\pi/2$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide méthyldiglycolique actif et ses dérivés.* Note ([1]) de MM. MARCEL GODCHOT et PIERRE VIÈLES.

L'un de nous, en collaboration avec Jungfleisch ([2]), a obtenu, par une méthode générale, l'acide méthyldiglycolique (éthanoïque-oxy-2-propanoïque) $CH^3-CH(OCH^2-CO^2H)-CO^2H$. Cet acide constituait la variété $(d+l)$, car on obtenait son ester diéthylique par action du chloracétate d'éthyle sur le $(d+l)$ lactate d'éthyle sodé.

En effectuant la même réaction sur des esters de l'acide lactique actif, nous avons préparé plusieurs esters méthyldiglycoliques actifs qui ont conduit à l'acide correspondant et à certains de ses dérivés.

A. *Esters de l'acide méthyldiglycolique actif.* — Nous avons utilisé,

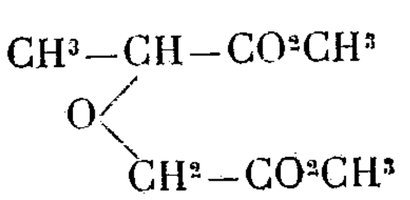
([1]) Séance du 15 avril 1936.

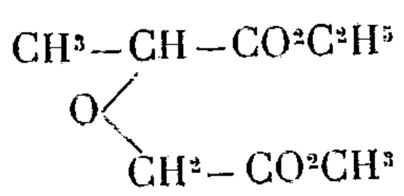
([2]) JUNGFLEISCH et GODCHOT, *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 70.

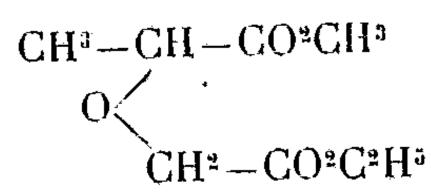
comme matières premières, les chloracétates de méthyle ou d'éthyle et les lactates lévogyres de méthyle ou d'éthyle. Ces derniers ont été préparés en chauffant une soixantaine d'heures l'acide lactique dextrogyre cristallisé (P. F. 50°) avec quatre fois la quantité théorique d'alcool, en présence d'une quantité de sulfate de cuivre anhydre égale à celle de l'acide. Les constantes physiques de ces lactates étaient :

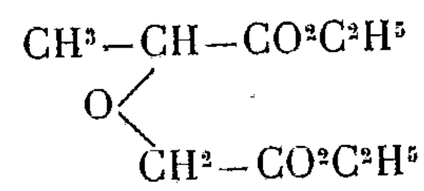
Esters.	E_{20}.	d_4^{20}.	n_D^{20}.	R. M. calculée.	R. M. trouvée.	$[\alpha]_V^{20}$.	α_J/α_V.	α_D/α_V.
Méthylique....	49°	1,093	1,413	23,85	23,75	9°,51	0,915	0,871
Éthylique.....	58°	1,033	1,4125	28,47	28,47	12,00	0,904	0,874

En vue d'examiner l'influence de la nature des radicaux alcooliques et de leur position réciproque dans la molécule sur le pouvoir rotatoire, nous avons préparé les esters suivants :


I.
(Éthanoate de méthyle-oxy-2-propanoate de méthyle.)


II.
(Éthanoate de méthyle-oxy-2-propanoate d'éthyle.)


III.
(Éthanoate d'éthyle-oxy-2-propanoate de méthyle.)


IV.
(Éthanoate d'éthyle-oxy-2-propanoate d'éthyle.)

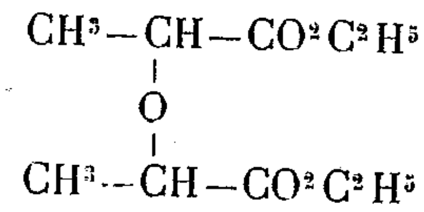
Les principales constantes physiques de ces corps sont rassemblées dans les tableaux ci-dessous :

Esters.	E_{20}.	d_4^{25}.	n_D^{25}.	R. M. calculée.	R. M. trouvée.	Tension superf. (21°) (dynes/cm).	Parachor calculé.	Parachor trouvé.
I....	118°	1,142	1,4240	39,47	39,19	38,95	378,4	384,1
II...	124	1,107	1,4227	44,09	43,61	35,9	417,4	419,7
III...	125	1,103	1,4226	44,09	43,82	36,1	417,4	416,0
IV...	127	1,065	1,4210	48,71	48,59	34,4	456,4	457,5

Esters.	$[\alpha]_V^{20}$.	P. rotat. molécul. $[M]_V$.	α_J/α_V.	α_I/α_V.
I.............	− 4°,47	−2°,53	0,890	1,655
II............	− 2,07	−1,09	0,89	1,62
III...........	−11,96	−6,24	0,886	1,655
IV...........	− 9,77	−4,78	0,883	1,655

La comparaison entre eux des nombres ci-dessus et leur rapprochement de

ceux relatifs au dilactylate d'éthyle lévogyre [1]

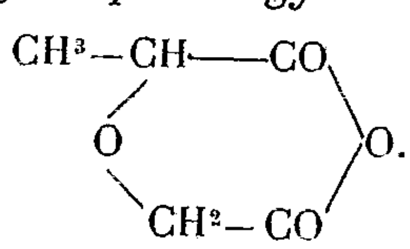


$[\alpha]_V = -109°,5$, $[M]_V = -50°,13$, $\alpha_J/\alpha_V = 0,881$

[provenant de l'action du lactate d'éthyle lévogyre sodé sur le $(d+l)$ α-bromopropionate d'éthyle] appellent les remarques suivantes : 1° les rapports de dispersion rotatoire conservent des valeurs assez voisines pour tous ces dérivés; 2° la permutation des radicaux CH^3 et C^2H^5 dans les diesters méthyldiglycoliques se traduit par une variation relative considérable du pouvoir rotatoire; 3° le pouvoir rotatoire du méthyldiglycolate diéthylique est de même signe mais beaucoup plus petit que celui de l'ester dilactylique correspondant.

B. *Acide méthyldiglycolique lévogyre.* — Cet acide s'obtient en saponifiant par la soude alcoolique le méthyldiglycolate diéthylique lévogyre; le sel précipité est décomposé par l'acide sulfurique et l'acide libéré est extrait à l'éther. Il constitue une masse sirupeuse, cristallisable après séjour prolongé dans un dessiccateur. P. F. 70°; $[\alpha]_V^{20} = -6°,71$, $\alpha_J/\alpha_V = 0,944$ (en solution dans l'éther à la concentration de 8 pour 100).

C. *Anhydride méthyldiglycolique lévogyre*



Chauffé avec un fort excès d'anhydride acétique, l'acide précédent se transforme en anhydride huileux, $E_{27} = 118° - 120°$ $[\alpha]_V^{20} = -2°,0$ (en solution éthérée, à la concentration de 12 pour 100). Il s'hydrate facilement en donnant l'acide lévogyre. La composition de ces deux derniers dérivés a été vérifiée par dosages acidimétriques (en présence de phénolphtaléine) :

1° acide : $0^g,295$ exigent $42^{cm^3},8$ de $(HO)^2Ba$ $0^n,092$ (calculé : $43^{cm^3},2$);

2° anhydride : $0^g,150$ exigent $24^{cm^3},1$ de $(HO)^2Ba$ $0^n,092$ (calculé : $24^{cm^3},9$).

Des recherches ultérieures sur d'autres dérivés actifs homologues de l'acide diglycolique pourront sans doute conduire à l'énoncé de règles générales sur les relations de signes existant entre ces divers composés.

---

(1) P. Vièles, *Annales de Chimie*, 11e série, 3, 1935, p. 203.

CORRESPONDANCE.

M. **Joseph Bethenod** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *Jean Rey*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur quelques inégalités nouvelles de la théorie des nombres*. Note [1] de M. **I. Vinogradov**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans la présente Note je donne quelques nouvelles inégalités que j'ai obtenues en améliorant mes évaluations précédentes.

En particulier je donne des inégalités plus exactes pour les sommes de M. H. Weyl pour le cas où le premier coefficient du polynome $f(x)$ satisfait à des conditions très générales. Comme conséquence j'obtiens des résultats plus exacts dans quelques problèmes qui se ramènent aux sommes de M. H. Weyl.

1. Soient n un entier >20; $\nu=1/n$; $a_0, a_1, \ldots, a_n$ des nombres réels; $c, c_1, \ldots, C, C_1, \ldots$ des constantes positives, qui ne dépendent que de n,

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n,$$

$$a_0=\frac{a}{q}+\lambda q^{-2+c'};\qquad (a,q)=1;\qquad |\lambda|\leqq c_1,$$

P un entier positif;

$$S=\sum_{x=1}^{P} e^{2\pi i f(x)}.$$

Alors, quels que soient les nombres c_3, c_5, c_7, nous sommes en état d'établir les inégalités suivantes :

$$(a)\qquad |S|\leqq c_2 P q^{-\rho_1};\qquad \rho_1=\frac{\nu^3}{C_1\log n},$$

dans le cas où

$$1<q\leqq c_3 P;\qquad c'=\nu^3;$$

$$(b)\qquad |S|\leqq c_4 P^{1-\rho_2};\qquad \rho_2=\frac{\nu^3}{C_2\log n},$$

(1) Séance du 15 avril 1936.

dans le cas où

$$c_3 P < q \leqq c_5 P^{n-1}; \qquad c' = \nu^4;$$

(c) $$|S| \leqq c_6 P^{1-\rho_3}; \qquad \rho_3 = \frac{\nu^3}{C_3 \log \frac{n^2}{c}},$$

dans le cas où

$$c_5 P^{n-1} < q \leqq c_7 P^{n-c}; \qquad c' = c\nu^4; \qquad 0 \leqq c \leqq 1.$$

Les constantes C_1, C_2, C_3 ont respectivement les valeurs

$$7,3; \quad 11,6; \quad 5,8.$$

2. Soit de même n un entier > 20. La formule asymptotique de MM. Hardy et Littlewood pour le nombre des représentations des entiers $N \geqq N_0$ sous la forme

$$N = x_1^n + \ldots + x_r^n$$

a lieu pour tous les entiers $r > r_0$, où

$$r_0 = Cn^3 \log n; \qquad C = 6,7.$$

3. La fonction bien connue $G(n)$ du problème de Waring satisfait aux inégalités suivantes :

$$G(n) < 2n(n-1)\log 2 + n - 1$$

dans le cas où $n > 3$;

$$G(n) < 3n \log 3n^2 + n - 4$$

dans le cas où $n > 14$.

Remarque. — En faisant des calculs plus précis, on peut obtenir pour les constantes C_1, C_2, C_3 et C les valeurs suivantes :

$$C_1 = 4 + c_8, \qquad C_2 = 8 + c_9, \qquad C_3 = 4 + c_{10}, \qquad C = 4 + c_{11},$$

les quantités c_8, c_9, c_{10}, c_{11} étant infiniment petites avec ν.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur des probabilités en chaîne.* Note de M. **Robert Fortet**, transmise par M. Émile Borel.

Nous nous proposons le problème relatif aux probabilités en chaîne que nous avons défini dans notre Note précédente [1] et qui concerne le cas d'une *infinité dénombrable* d'états possibles.

---

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 184.

I. Appelons *cas quasi régulier le cas où il existe un entier positif* ν, *un nombre positif* η *et un ensemble fini* g *d'entiers positifs tels que* $\sum_{k<g} P_{ik}^{\nu}$ *reste supérieur à* η *lorsque* i *varie*. (La notation $k<g$ indique que k appartient à g; la sommation précédente est donc étendue à toutes les valeurs de k appartenant à g.)

II. Appelons *cas homogène fini le cas où : a) sauf peut-être pour un nombre fini de valeurs de* i, *les* P_{ik}^{1} *ne dépendent que de* $(k-i)$ *et peuvent s'écrire* $P_{ik}^{1} = A_{k-i}$; *où, de plus, b) pour chaque valeur de* i, *il n'y a qu'un nombre fini de probabilités* P_{ik}^{1} *non nulles*, où, de surcroît c) les A_J ne sont pas tous nuls pour J positif, ou bien ne sont pas tous nuls pour J négatif. (Cette dernière condition n'est pas essentielle, mais elle permet d'écarter des cas dont l'étude directe est immédiate.)

Un cas homogène fini est dit *positif*, *négatif ou nul* selon que la quantité $\sum_{J=-\infty}^{J=+\infty} J.A_J$, qui peut s'interpréter comme espérance mathématique, est positive, négative ou nulle.

En nous appuyant sur des propriétés que nous avons pu démontrer relativement à l'itération de certaines substitutions algébriques portant sur une infinité dénombrable de variables, nous avons pu établir les propriétés suivantes :

Théorème I. — *Dans les cas quasi régulier ou homogène fini, les probabilités* P_{ik}^{n} *convergent au sens Césaro vers des limites* $\Pi_{ik} \geqq 0$, *telles que les séries* $\sum_k \Pi_{ik}$ *convergent.*

Précisons que l'on peut trouver des nombres positifs α et a_{ik}, tels que l'on ait, quels que soient i, k, μ et n, en posant

$$\Pi_{ik}^{\mu}(n) = \frac{\sum_{t=\mu}^{n+\mu} P_{ik}^{t}}{n},$$

$$|\Pi_{ik} - \Pi_{ik}^{\mu}(n)| \leqq \frac{a_{ik}}{n^{\alpha}}.$$

Dans le cas quasi régulier, $\sum_k \Pi_{ik} = 1$; on peut remplacer les a_{ik} par un nombre a indépendant de i et de k, et prendre $\alpha \geqq 1$.

Théorème II. — *Dans les cas quasi régulier ou homogène fini, les probabilités* P_{ik}^{n} *sont asymptotiquement des fonctions périodiques de* n.

C'est-à-dire que P_{ik}^n est la somme d'une fonction périodique de n et d'une quantité infiniment petite avec $1/n$.

THÉORÈME III. — *Dans les cas homogènes finis positifs ou nuls, il existe un entier positif h, tel que les probabilités P_{ik}^n tendent vers zéro au sens ordinaire pour $k > h$.*

THÉORÈME IV. — *Dans le cas homogène fini, on peut déterminer un nombre fini $h\,(\geq 1)$ d'ensembles d'entiers $g_1, g_2, \ldots, g_h$, sans éléments communs 2 à 2, et tels :*

a, que $P_{ik}^n = 0$ quel que soit n si $i < g_J$, $k > g_J$ $(J = 1, 2, \ldots, h)$;

b, que P_{ik}^n tende, au sens ordinaire, vers une limite P_k^J indépendante de i lorsque i varie dans g_J, si $i < g_J$, $k < g_J$;

c, que P_{ik}^n tende vers zéro, au sens ordinaire, lorsque, en désignant par G l'ensemble de tous les entiers, on a $i < G - \sum_J g_J$, $k < G - \sum_J g_J$.

(Il peut arriver que l'ensemble $G - \sum_J g_J$ soit vide, auquel cas la dernière catégorie de probabilités n'est pas à considérer; cela a lieu en particulier lorsque $h = 1$, et alors la première catégorie de probabilités n'existe pas non plus.)

Remarquons : 1° que pour la concision nous avons défini les cas quasi régulier et homogène fini, et énoncé les théorèmes, sous une forme algébrique : mais définitions et théorèmes s'interprètent aisément au point de vue *probabilités*;

2° que les cas quasi régulier et homogène fini sont incompatibles;

3° que le cas *régulier* défini dans la note citée plus haut est visiblement un cas quasi régulier particulier : et en effet les résultats indiqués dans cette note et relatifs au cas régulier peuvent être retrouvés par la méthode actuelle;

4° que l'on peut adapter la définition du cas quasi régulier au problème des chaînes de Markoff relatives à un nombre fini d'événements possibles : on constate que dans ce dernier problème on est toujours dans le cas quasi régulier et en effet les théorèmes I et II sont alors toujours vérifiés, comme l'a montré M. Fréchet dans des Mémoires bien connus;

5° que le cas homogène fini, assez particulier au point de vue théorique, se présente fréquemment en fait : le problème de diffusion de Lord Rayleigh, par exemple, et de nombreux problèmes de jeu conduisent à ce cas.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur la rencontre de deux corps matériels.* Note de M. **Paul Regnauld**, présentée par M. Armand de Gramont.

La plupart des théories concernant la perforation d'un corps par un autre, telles que les ont établies Krupp et Jacob de Marre, admettent l'existence d'une résistance constante par unité de surface pendant la traversée du corps perforé ([1]). J'ai tenté d'établir une théorie basée sur le même principe et applicable aux divers cas de rebondissement, soit en régime purement élastique, soit même avec des déformations permanentes. J'ai considéré le cas du choc centrique de deux cylindres dans les hypothèses suivantes :

les deux cylindres m_1 et m_2 sont absolument libres ;
le cylindre m_2 est appliqué contre une assise indéformable, le cylindre m_1 est libre.

Il serait trop long de développer ici les calculs relatifs au cas général où les deux cylindres sont quelconques. Les formules se simplifient dans les cas suivants :

1° m_1 et m_2 ont les mêmes caractéristiques mécaniques et physiques.

Soit F/S la force constante par unité de surface produite par le choc à la vitesse v; E le module d'élasticité; ρ la masse spécifique; L_1 et L_2 les longueurs des deux cylindres m_1 et m_2; T le temps écoulé entre le début du choc et le moment de compression maximum.

On a alors

$$\frac{F}{S} = v\sqrt{E\rho},$$

$$T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}\,\frac{1}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}.$$

2° m_1 est un projectile déformable lancé contre une plaque indéformable; les formules deviennent alors

$$\frac{F}{S} = v\sqrt{2E\rho},$$

$$T = L_1\frac{1}{\sqrt{\frac{2E}{\rho}}}.$$

([1]) Cf. *Mémorial de l'Artillerie française*, fasc. 2, 1935, p. 379.

3° Considérons maintenant le cas du marteau-pilon m_1 frappant un corps m_2 reposant sur une base indéformable.

On peut alors écrire

$$\frac{F}{S} = v\sqrt{E\rho}\,\frac{L_1}{\sqrt{L_2(L_1+L_2)}},$$

$$T = \frac{\sqrt{L_2(L_1+L_2)}}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}.$$

Nous avons supposé dans ce qui précède que la vitesse relative des deux corps était uniforme. Le cas général a d'ailleurs été traité par la même méthode. Les calculs complets paraîtront dans un prochain Mémoire.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie du positon.* Note de M. **Alexandre Proca**, présentée par M. Louis de Broglie.

MM. Pauli et Weisskopf ont montré (¹) que, si l'on part de l'équation relativiste de Gordon, les difficultés de la théorie actuelle des positons, basée sur l'équation de Dirac, disparaissent; néanmoins, étant donné son point de départ, cette solution n'est naturellement pas satisfaisante.

Il ne semble pas absurde d'espérer qu'on puisse obtenir une théorie correcte si l'on partait d'une équation bénéficiant *à la fois* des avantages de l'équation de Dirac (existence d'un spin et d'un moment électromagnétique) et de celle de Gordon (énergie essentiellement positive, charge des deux signes).

Une telle théorie doit satisfaire aux conditions suivantes : 1° présenter l'invariance relativiste et électromagnétique (invariance de jauge); 2° comporter une *fonction d'onde* n'ayant pas plus de quatre composantes complexes (c'est-à-dire tout autant que celle de Dirac); 3° le passage au cas d'un champ extérieur doit se faire comme d'habitude, en ajoutant les composantes du potentiel aux $h/2\pi i.\partial/\partial x_r$; 4° on doit pouvoir former un vecteur d'univers représentant la densité de courant et de charge, qui satisfasse toujours une équation de conservation et dont la composante de temps (la charge) puisse prendre des valeurs aussi bien positives que néga-

(¹) *Helvetica Physica Acta*, fasc. 7, 1934, p. 709; voir aussi Pauli, *Annales de l'Institut Henri-Poincaré* (sous presse).

tives; 5° on doit pouvoir former un tenseur symétrique du second rang dont les composantes $s4$ représentent la densité d'énergie — quantité de mouvement; ses composantes doivent vérifier une loi de conservation; 6° la composante 44 de ce tenseur doit être une forme *positive définie;* 7° on doit pouvoir mettre en évidence l'existence d'un spin et, enfin, 8° celle d'un moment électrique et magnétique.

Les conditions précédentes, jointes à des considérations de simplicité, limitent considérablement notre choix. Pour satisfaire à 2° par exemple, on peut prendre : a, soit deux spineurs ψ_r, χ_s (solution deDirac); b, soit un vecteur complexe; c, soit un spineur du second rang $g_{rs}(r, s = 1, 2)$; d, soit enfin une grandeur à plus de deux indices, soumise à certaine condition de symétrie. Si l'on tient compte du fait que la solution de Dirac ne convient pas, et que se donner g_{rs} revient à se donner un tenseur antisymétrique ([1]) de rang 2 et deux invariants, on voit que la *fonction d'onde la plus simple* sera représentée par *un vecteur complexe d'univers.*

Considérons maintenant une autre indication fournie par les conditions précédentes.

D'après 4°, l'énergie doit être de la forme $\Sigma\Phi_r\Phi_r$. Un raisonnement analogue à celui de Dirac-Pauli ([2]) nous permet d'admettre que l'équation fondamentale est linéaire en $\partial\Phi/\partial x_r$; d'autre part, il est également permis d'admettre que l'on a, en cas d'absence de champ $\square\Phi - 4\pi^2 m^2 c^2/h^2 \Phi = 0$, comme conséquence de la relation $(W/c) = \Sigma p_\nu^2 + m^2 c^2$. Or, si nous *linéarisons* cette dernière équation en considérant Φ comme fonction d'onde, nous savons, d'après Dirac, que ce n'est pas l'énergie qui se présente sous la forme d'une fonction définie positive, mais bien la composante de temps d'un vecteur (assimilable à la charge). Il en résulte que les Φ ne sont pas les composantes de la fonction d'onde ψ_r dont nous avons parlé plus haut, ou plutôt que la somme $\Sigma\Phi^*\Phi$ ne contient pas *que* ces composantes; y figureront aussi des fonctions de celles-ci, combinaisons des ψ_r et des $\partial/\partial x_s$. Il en est ainsi par exemple dans la théorie de Gordon : la *fonction d'onde* est un *scalaire* ψ, on a $\Phi_r = \partial\psi/\partial x_r$ et l'énergie est une combinaison de ceux-ci, à laquelle s'ajoute un terme ne dépendant que de la fonction d'onde, et ayant la forme $\psi^*\psi$.

Comme l'énergie, la fonction de Lagrange (qui est un invariant) sera de la forme $\Sigma A^* A$. En prenant pour fonction d'onde ψ_r un vecteur d'univers,

---

([1]) Cf. LAPORTE et UHLENBECK, *Physical Review*, **37**, 1930, p. 1380.

([2]) *Handbuch der Physik*, **211**, 1933, p. 217.

elle comportera des termes dépendant seulement des composantes de ce vecteur et aussi d'autres, formés par combinaison entre ψ_r et $\partial/\partial x_r$. La combinaison invariante la plus simple des ψ_r est $\Sigma\psi_r^*\psi_r$; celle contenant les dérivées sera la *divergence* $A = \Sigma\,\partial\psi_r/\partial x_r$.

Le second degré de complication serait représenté par le cas d'un A tenseur du second rang, $A = \partial\psi_r/\partial x_s$, et plus particulièrement celui qui a le nombre minimum de composantes, à savoir le *rotationnel* $A_{rs} = \partial\psi_s/\partial x_r - \partial\psi_r/\partial x_s$. Les fonctions de Lagrange les plus simples seraient donc de la forme

$$L_1 = \sum_r \frac{\partial\psi_r^*}{\partial x_r} \sum_r \frac{\partial\psi_r}{\partial x_r} + k^2 \sum_r \psi_r^* \psi_r, \tag{1}$$

$$L_2 = \sum_{rs} A_{rs}^* A_{rs} + k^2 \sum_r \psi_r^* \psi_r, \tag{2}$$

k étant un coefficient constant proportionnel à la masse propre. La seconde, que nous écrirons explicitement (en absence de champ)

$$L = \frac{h^2 c^2}{8\pi^2} \sum_{rs} \left(\frac{\partial\psi_s^*}{\partial x_r} - \frac{\partial\psi_r^*}{\partial x_s}\right)\left(\frac{\partial\psi_s}{\partial x_r} - \frac{\partial\psi_r}{\partial x_s}\right) + m^2 c^4 \sum_r \psi_r^* \psi_r \tag{3}$$

et qui dans le cas d'un champ devient ce qu'exige la condition 3°, satisfait à toutes les conditions énoncées plus haut.

PHYSIQUE. — *Calcul des chaleurs spécifiques des oxydes minéraux : silice vitreuse, chaux, alumine en fonction de la température.* Note [1] de M. André Thuret, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons cherché de nouvelles formules permettant de calculer les chaleurs spécifiques en fonction de la température. Nous proposons, pour les chaleurs spécifiques moyennes S_m de o à t degrés centigrades et, pour les chaleurs spécifiques vraies S, les formules de la forme

$$S_m = \frac{at + S_0}{bt + 1}, \qquad S = \frac{abt^2 + 2at + S_0}{(bt+1)^2}.$$

Nous avons établi de telles formules pour trois corps, sur lesquels différents auteurs ont effectué de nombreuses mesures à des températures

---

[1] Séance du 30 mars 1936.

comprises entre — 273° et 2600° : les valeurs ainsi calculées correspondent très exactement à la plupart des valeurs observées. Elles s'en écartent cependant légèrement pour les températures inférieures à — 200° environ; les valeurs observées semblent tendre en effet vers o au zéro absolu.

Silice vitreuse.

$$S_m = \frac{0,4579.10^{-3}t + 0,1683}{1,4747.10^{-3}t + 1}, \qquad S = \frac{0,67526.10^{-6}t^2 + 0,9158.10^{-3}t + 0,1683}{2,1747.10^{-6}t^2 + 2,9495.10^{-3}t + 1}.$$

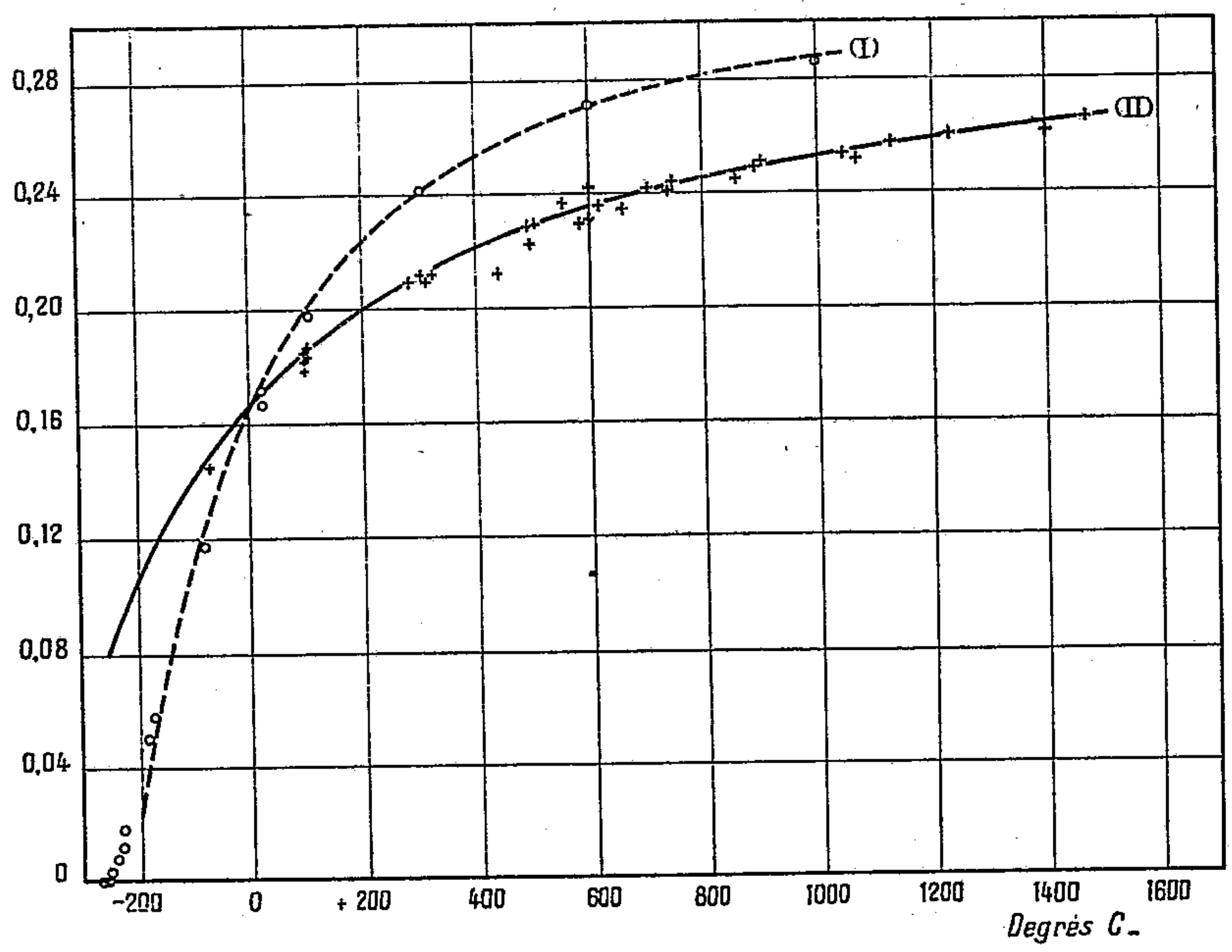
Alumine.

$$S_m = \frac{0,5946.10^{-3}t + 0,1801}{1,964.10^{-3}t + 1}, \qquad S = \frac{1,1678.10^{-6}t^2 + 1,1892.10^{-3}t + 0,1801}{3,8573.10^{-6}t^2 + 3,928.10^{-3}t + 1}.$$

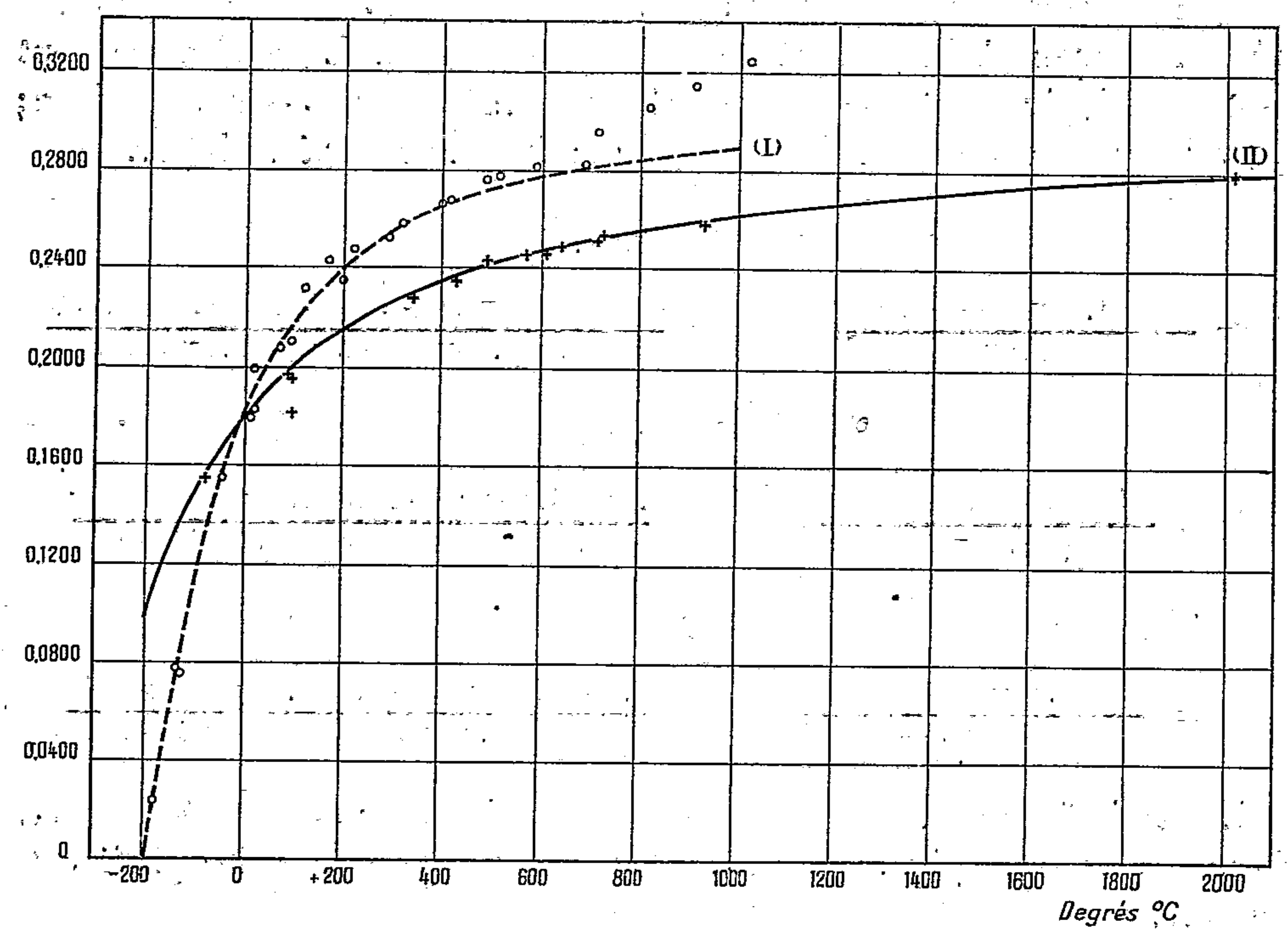
Chaux.

$$S_m = \frac{0,4792.10^{-3}t + 0,1736}{1,84.10^{-3}t + 1}, \qquad S = \frac{0,88136.10^{-6}t^2 + 0,958.10^{-3}t + 0,1736}{3,3856.10^{-6}t^2 + 3,68.10^{-3}t + 1}.$$

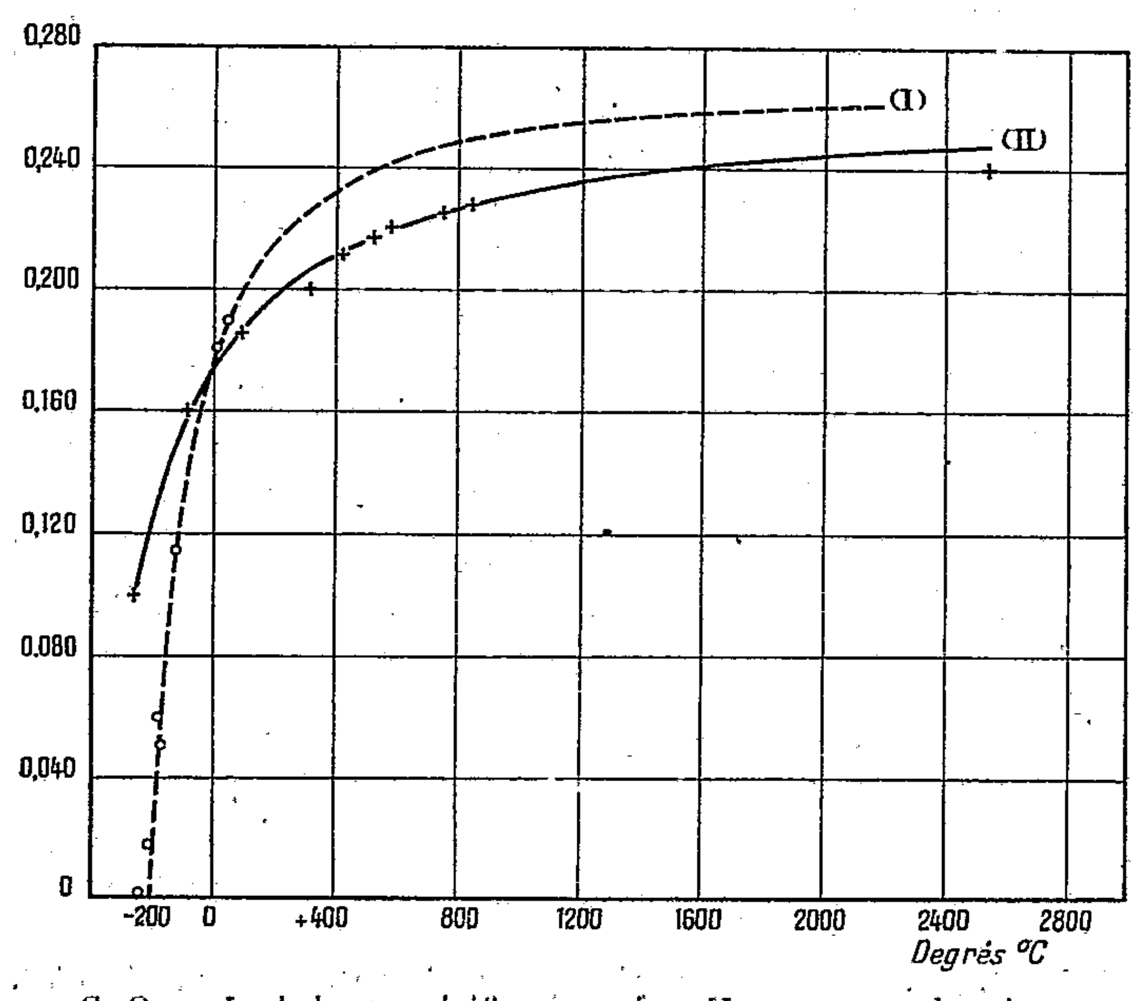
Les trois figures représentent les courbes des valeurs calculées par ces formules et les valeurs correspondantes observées par les différents auteurs.



SiO^2 vitreux. — I, chaleurs spécifiques vraies; II, moyennes de o à t.



Al^2O^3. — I, chaleurs spécifiques vraies; II, moyennes de o à *t*



Ca O. — I, chaleurs spécifiques vraies; II, moyennes de o à *t*.

ÉLECTRICITÉ. — *La force électromotrice de mouvement des métaux dans l'eau et leur potentiel électrocinétique.* Note [1] de M. **Stéfan Procopiu**, transmise par M. Aimé Cotton.

J'ai montré [2] que le déplacement d'un métal dans l'eau où il est plongé donne naissance à une force électromotrice e égale, en grandeur et en signe, au potentiel électrocinétique ζ du même métal dans l'eau. Son signe est déterminé par le rapport entre la tension de dissolution du métal et celle de l'hydrogène, cation de l'eau. On a, en désignant par ε_r le potentiel thermodynamique du métal en repos, par ε_m le même potentiel pour le métal en mouvement

$$e = \varepsilon_m - \varepsilon_r = \zeta. \tag{1}$$

Cette relation nous donne la possibilité de connaître directement le potentiel électrocinétique, alors que si l'on considère la cataphorèse, il faut mesurer la vitesse des particules colloïdales dans le champ électrique et admettre une certaine valeur pour la constante diélectrique du liquide.

Les mesures ont été faites en prenant deux vases contenant le liquide étudié, réunis par un siphon et en plongeant dans chacun d'eux une électrode d'un même métal. L'une des électrodes, mobile, est un disque métallique de 5^{cm} de diamètre, recouvert par une couche isolante de cire et découvert seulement sur le bord du disque sur une largeur de un millimètre. Un moteur fait tourner le disque autour de son axe, la vitesse peut atteindre 3000 tours par minute. La force électromotrice de la cellule électrolytique est mesurée à 10^{-5} volt près.

Résultats expérimentaux. — 1. La force électromotrice de mouvement des métaux dans l'eau, négative pour Ag, Cu, positive pour Pb, Ni, Fe, Al, Zn, prend une valeur définie pour une cellule nouvellement formée; mais *cette valeur tend à diminuer avec le temps t' écoulé après l'agitation et les mesures.* C'est du moins ce qui arrive pour tous les métaux essayés, sauf pour Pb et Zn, pour lesquels la f. e. m. de mouvement augmente avec le temps. Voici un exemple:

Ag-eau.......	t (heures)..	0^h	1^h	24^h
	e (volts)....	$-0,080$	$-0,065$	$-0,045$

[1] Séance du 6 avril 1936.
[2] *Journal de Chimie Physique*, 27, 1930, p. 29.

2. *La force électromotrice de mouvement croît, d'abord rapidement avec la vitesse v de l'électrode dans l'eau*, et paraît tendre, pour les grandes vitesses, vers *une valeur limite*.

Ag-eau.	$v = 20$ cm/sec	80	360
	$e = -0{,}045$ volt	$-0{,}055$	$-0{,}065$

On peut comparer ces valeurs à celle du potentiel électrocinétique déduit de la vitesse des particules colloïdales d'argent dans l'eau. D'après les mesures de Cotton et Mouton (¹), leur vitesse est de $3^{\mu},25$ et $3^{\mu},8$ par volt-cm; et on peut en déduire les potentiels $\zeta = -0{,}048$ et $-0{,}055$ volt (²), en admettant la valeur 80 pour la constante diélectrique de l'eau. Les valeurs de e et ζ pour l'argent et l'eau sont de même signe et du même ordre de grandeur.

Il est probable que ζ varie lui aussi avec la vieillesse des particules colloïdales et avec la vitesse des particules, fonction du champ appliqué.

On peut expliquer la variation de e avec la vitesse, en admettant *l'existence d'une couche de liquide, adhérente au métal* et qu'on ne peut détacher que pour de grandes forces centrifuges. Les phénomènes capillaires conduisent à lui assigner une épaisseur de l'ordre du micron (³), mais la f. é. m. de mouvement est produite surtout par une couche plus épaisse, d'une autre concentration en ions H que le reste du liquide, et que j'ai nommée *couche de polarisation spontanée*. Peut-être cette couche correspond-elle à la *couche inverse* que Cotton et Mouton ont observée près des parois et qui est de l'ordre de $12^{\mu},5$. Un mouvement lent détache cette deuxième couche de liquide, qui n'adhère guère au métal, donnant naissance à la f. é. m. de mouvement; mais pour détacher aussi la couche adhérente il faut des vitesses plus grandes, et alors la f. é. m. deviendra plus grande en tendant vers une limite.

3. *La force électromotrice de mouvement*, observée lorsque les mêmes métaux sont plongés *dans une solution aqueuse de sucre ordinaire* (à 60 pour 100 par exemple), *ne varie plus avec le temps*, probablement parce que le sucre préserve les métaux contre l'oxydation. On constate que la nouvelle valeur constante prise par e est plus faible (pour Ag, 0,045 volt); cette diminu-

---

(¹) *J. de Ch. Phys.*, 4, 1906, p. 365.

(²) M. v. Smoluchowski, *Graetz's Handbuch der Elektrizität*, 2, 1914, p. 414; voir encore H. Freundlich, *Kapillarchemie*, 1, 1930, p. 363.

(³) D'après Duclaux (voir J. Violle, *Cours de Physique*, I, 2, 1884, p. 750).

tion peut être attribuée à la constante diélectrique de la solution [1] (D = 53 au lieu de 80).

4. La constante diélectrique du liquide agit en effet sur e qui (comme ζ) diminue avec elle. Exemples :

Zn-eau (D=80)........	$e = +0,120$	Zn-eau + sucre (53)...	$e = +0,062$
Zn-glycérine (50-52)....	$e = +0,035$	Zn-alcool (25)........	$e = +0,020$

5. Les gaz dissous dans l'eau ont une influence sur la f. é. m. de mouvement, et aussi le temps que dure le mouvement de l'électrode dans le liquide [2].

6. Le fait que la force électromotrice de mouvement varie avec le temps de séjour de l'électrode dans l'eau ne prouve pas que la relation (1) est inexacte comme le dit F. O. Kœnig [3], mais seulement que *la valeur du potentiel électrocinétique dépend elle aussi des réactions chimiques au contact de la particule métallique et du liquide.*

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'intensité et la forme des bandes d'absorption de l'oxygène liquide.* Note [4] de M. **Robert Guillien**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour pouvoir comparer quantitativement l'absorption de différentes séries de bandes de l'oxygène liquide, j'ai mesuré par photométrie photographique l'indice d'extinction maximum $\varkappa_m$ $\left(I = I_0 e^{-\frac{4\pi\varkappa l}{\lambda}}\right)$ des bandes 7635, 6290, 5769, 5325, 4773, 4472 Å pour la température de $-195°,6$. Pour quatre bandes 7635, 6290, 5769, 4773 Å. la courbe x, $1/\lambda$, a été tracée. La comparaison des différentes bandes se fait facilement grâce aux courbes $\varkappa/\varkappa_m$, $1/\lambda$. Elle montre que ces courbes peuvent presque coïncider sauf celle de la bande 6290 qui a une forme un peu plus évasée (voir figure).

Des mesures d'absorption de l'oxygène comprimé ayant paru récemment [5] il est, je crois, intéressant de comparer leurs résultats à ceux se rapportant au liquide que j'avais obtenus en 1934, et qui n'avaient pas été publiés.

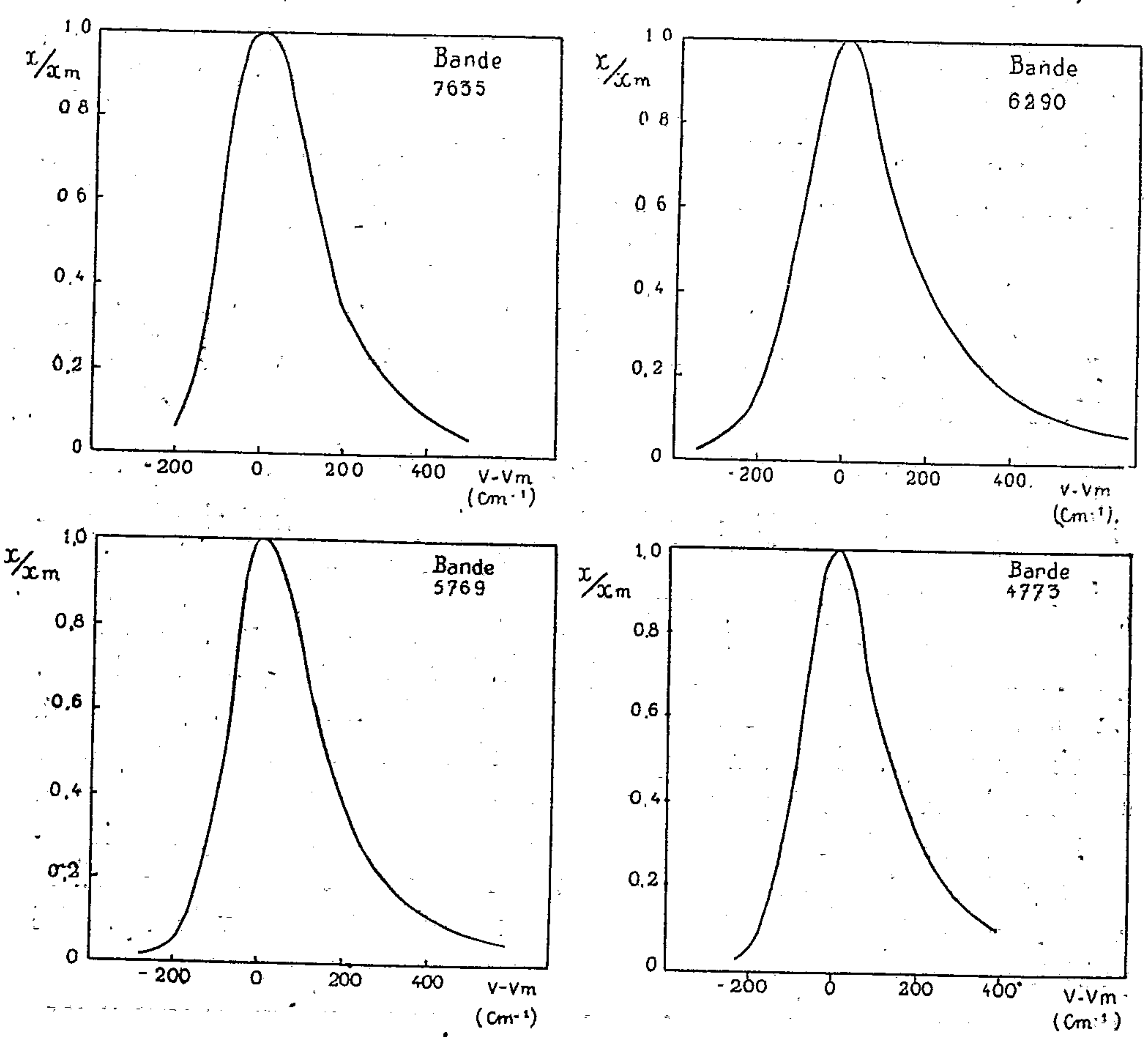
---

[1] H. Freundlich, *loc. cit.*, p. 365.
[2] V. Gheorghiu, *Annales Scient. Université Jassy*, **18**, 1933, p. 337-384.
[3] *J. of Phys. Chemistry*, 39, 1935, p. 455.
[4] Séance du 30 mars 1936.
[5] Salow et Steiner, *Zeits. für Phys.*, **99**, 1926, p. 137.

Dans le tableau ci-dessous $\lambda\alpha_m$ est une quantité proportionnelle à l'indice d'extinction du gaz. La notation des systèmes a été donnée ailleurs (¹).

Transition	$^3\Sigma \to {}^1\Sigma$.	$2.^3\Sigma \to 2.^1\Delta$.			$2.^3\Sigma \to {}^1\Delta + {}^1\Sigma$.	
p	0.	0.	1.	2.	0.	1.
λ_m	7635.	6290.	5769.	5325.	4773.	4472.
Liquide : $10^6 \chi_m$ (Guillien)	0,96	4,8	6,7	1,13	2,56	0,48
Gaz : $10^4 \lambda\alpha_m$ (*loc. cit.*)	–	138	184	10,1	105	6,71
» : $10^4 \chi/\lambda\alpha_m$	–	3,48	3,64	11,2	2,44	7,15

On voit que, dans les deux séries $2.^3\Sigma \to 2.^1\Delta$ et $2.^3\Sigma \to {}^1\Delta + {}^1\Sigma$, les



bandes sont d'autant plus renforcées dans le liquide par rapport au gaz que le nombre p de quanta de vibration est plus élevé.

(¹) Guillien, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1223.

Pour comparer quantitativement l'absorption du liquide et du gaz on ne peut comparer les indices d'extinction spécifique $\varkappa/\rho$ (ρ masse en grammes d'oxygène par centimètre cube), parce que dans le gaz $\varkappa/\rho$ est proportionnel à ρ. Au contraire prenons pour ρ la masse des molécules doubles $(O^2)^2$. Dans le liquide [1] il y a environ 50 pour 100 de $(O^2)^2$ à la température des mesures; ρ est de l'ordre de 0,6.

Pour le gaz à 20°, en utilisant la formule que Lewis [2] a déduite des mesures de susceptibilité magnétique de Kamerlingh Onnes et Perrier [3] on trouve que pour 120 atmosphères $\rho_{(O^2)^2} = 0{,}00674$, d'où pour le gaz à partir de résultats (*loc. cit.*) déjà cités $\varkappa/\rho = 5{,}33.10^{-6}$ pour la bande 6290 alors que pour le liquide on trouve $\varkappa/\rho = 8.10^{-6}$; l'accord est donc satisfaisant étant donné d'une part que la liquéfaction peut modifier la valeur de $\varkappa/\rho$, et que ρ est connu avec une faible précision.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la théorie de la réflexion des rayons X par les cristaux.* Note de M. **Charles Mauguin**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le passage d'un faisceau de rayons X au travers d'un système de n plans réticulaires d'un cristal (séparés par l'intervalle l) s'accompagne de réflexions multiples en nombre infini sur ces plans, dont on tiendra compte, comme l'a fait Darwin [4], en remarquant que, dans l'intervalle compris entre deux plans contigus p et $p+1$, les ondes se composent en deux résultantes seulement dont l'une t_{p+1}, φ se propage dans la direction de transmission, l'autre r_{p+1} dans la direction de réflexion.

Soient ρ et τ les coefficients (complexes) de réflexion et de transmission pour un plan réticulaire isolé et $q = e^{-i\varphi}$ le facteur qui représente le retard de phase lié à la propagation des radiations d'un plan au plan contigu ($\varphi = 2\pi\lambda^{-1} l \sin\theta$). En écrivant les équations de passage des ondes au travers des plans $p-1$, p, $p+1$, on peut établir les lois de récurrence $t_{p+1} + t_{p-1} = A t_p$, $r_{p+1} + r_{p-1} = A r_p$, $A = \tau q + \tau^{-1} q^{-1} - \rho^2 \tau^{-1} q$ qui permettent de calculer en fonction de l'onde incidente t_1 l'amplitude (complexe)

(1) Guillien, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1486.

(2) *Journ. of Am. Chem. Soc.*, 66, 1934, p. 2031.

(3) *Comm. Leiden*, 139^d, 1914.

(4) *Phil. Mag.*, 27, 1914, p. 325 et 675.

des ondes r_{p+1} et t_{p+1} au niveau du plan $p+1$

$$\frac{r_{p+1}}{t_1}=\frac{\rho\, P_{n-p}}{P_n-\tau q\, P_{n-1}},\qquad \frac{t_{p+1}}{t_1}=\frac{P_{n-p}-\tau q\, P_{n-p-1}}{P_n-\tau q\, P_{n-1}}.$$

Les P sont des polynomes en A définis par la loi de récurrence

$$P_{n+1}=AP_n-P_{n-1}$$

et par les valeurs initiales $P_0=0$, $P_1=1$. Par la substitution $A=x+1/x$, ils prennent la forme très simple $P_m=(x^m-x^{-m})/(x-x^{-1})$ qui permet le calcul facile des amplitudes r et t.

Nous nous limiterons ici au cas du cristal *non absorbant*. Les coefficients ρ et τ du plan réticulaire isolé peuvent être mis sous la forme $\tau=\cos u\, e^{ia}$ $\rho=i\sin u\, e^{ia}$ et l'on trouve pour le facteur de récurrence

$$A=\frac{2\cos(\varphi-a)}{\cos u}.$$

A et les polynomes P sont des nombres réels et l'on calcule pour les intensités des ondes

$$\left|\frac{r_{p+1}}{t_1}\right|^2=\frac{\sin^2 u\, P_{n-p}^2}{\sin^2 u\, P_n^2+\cos^2 u},\qquad \left|\frac{t_{p+1}}{t_1}\right|^2=\frac{\sin^2 u\, P_{n-p}^2+\cos^2 u}{\sin^2 u\, P_n^2+\cos^2 u}.$$

En faisant $p=0$ ou $p=n$, on trouve les intensités $|r_1|^2$ et $|t_{n+1}|^2$ de l'onde réfléchie et de l'onde transmise par le *cristal entier*

$$|r_1|^2=|t_1|^2\frac{\sin^2 u\, P_n^2}{\sin^2 u\, P_n^2+\cos^2 u},\qquad |t_{n+1}|^2=|t_1|^2\frac{\cos^2 u}{\sin^2 u\, P_n^2+\cos^2 u}.$$

On vérifie immédiatement la relation $|t_1|^2=|r_1|^2+|t_{n+1}|^2$.

Les formules ont un sens tout différent selon que $|A|>2$ ou $|A|<2$.

Premier cas : $|A|>2$. — Les nombres x et $1/x$ définis par la relation $x+1/x=A$ sont réels. Le module

$$|P_m|=\left|\frac{x^m-x^{-m}}{x-x^{-1}}\right|$$

croît régulièrement avec m, tendant vers l'infini en même temps que m. Pour un cristal d'épaisseur donnée (n fixe), on trouve que les intensités des ondes r_{p+1} et t_{p+1} décroissent régulièrement à mesure qu'on s'enfonce dans le cristal (p croissant). Si l'on fait croître l'épaisseur du cristal (augmentation de n), l'intensité $|t_{n+1}|^2$ de l'onde transmise décroît tandis que l'intensité $|r_1|^2$ de l'onde réfléchie par le cristal augmente. Quand l'épaisseur

croît au delà de toute limite ($n=\infty$), on trouve

$$\lim_{n=\infty}|r_1|=1,\qquad \lim_{n=\infty}|t_{n+1}|=0,\qquad \lim_{n=\infty}|t_{p+1}|=|t_1|\,|x|^{-p}.$$

Il y a réflexion totale de l'onde incidente, et l'on constate que les ondes t_{p+1}, r_{p+1} s'affaiblissent selon une progression géométrique à mesure qu'on s'enfonce dans le cristal (hypothèse admise *a priori* par Darwin). Cette condition $|A|>2$ est réalisée lorsque l'inclinaison θ des rayons X sur les plans réticulaires est telle que le retard de phase ($\varphi=2\pi\lambda^{-1}\,l\sin\theta$) satisfait à la relation

$$k\pi+a-u<\varphi<k\pi+a+u\qquad (k=\text{nombre entier}),$$

$\varphi=k\pi$ est la condition de Bragg pour la réflexion d'ordre k. On voit que la réflexion totale a lieu dans un petit domaine angulaire voisin de la direction définie par cette condition, domaine dont la largeur est proportionnelle au pouvoir réfléchissant u du plan réticulaire isolé, et dont le centre présente, par rapport à la direction de Bragg, un écart proportionnel à a (avance de phase associée au passage de l'onde à travers le plan réticulaire isolé). Pour θ voisin de zéro (incidence rasante), on a $a=u$, la réflexion totale a lieu dans le domaine $0<\frac{2\pi}{\lambda}l\sin\theta<2a$.

Deuxième cas : $|A|<2$. — On satisfait à la relation $x+1/x=A$ en prenant $x=e^{i\psi}$, $\cos\psi=A/2$. On a alors

$$P_m=\frac{x^m-x^{-m}}{x-x^{-1}}=\frac{\sin m\psi}{\sin\psi},$$

$$\left|\frac{r_{p+1}}{t_1}\right|^2=\frac{\sin^2u\sin^2(n-p)\psi}{\sin^2u\sin^2n\psi+\cos^2u\sin^2\psi},\qquad \left|\frac{t_{p+1}}{t_1}\right|^2=\frac{\sin^2u\sin^2(n-p)\psi+\cos^2u\sin^2\psi}{\sin^2u\sin^2n\psi+\cos^2u\sin^2\psi}.$$

Pour un cristal d'épaisseur donné (n fixe), l'intensité des ondes r_{p+1} et t_{p+1} est une fonction périodique de p, c'est-à-dire de la profondeur à l'intérieur du cristal. L'intensité de l'onde réfléchie et celle de l'onde transmise par le cristal entier

$$\left|\frac{r_1}{t_1}\right|^2=\frac{\sin^2u\sin^2n\psi}{\sin^2u\sin^2n\psi+\cos^2u\sin^2\psi},\qquad \left|\frac{t_{n+1}}{t_1}\right|^2=\frac{\cos^2u\sin^2\psi}{\sin^2u\sin^2n\psi+\cos^2u\sin^2\psi}$$

sont fonctions périodiques de l'épaisseur et n'ont pas de limite déterminée quand l'épaisseur tend vers l'infini. Le faisceau réfléchi s'annule, toute l'énergie se retrouvant dans le faisceau transmis, lorsque l'inclinaison des rayons X est telle que $\psi=k\pi/n$.

GÉOLOGIE. — *La stratigraphie du Lias de la nappe de l'Ubaye dans le massif du Morgon (Basses-Alpes).* Note (1) de M. DANIEL SCHNÉEGANS.

Mes récoltes paléontologiques dans le faisceau d'écailles du Morgon ajoutent plusieurs faits nouveaux à la connaissance du Lias de la nappe de l'Ubaye.

Le *Rhétien*, reconnu déjà en divers points par Goret, puis par Haug et W. Kilian, ne diffère pas essentiellement de celui du Briançonnais. Au-dessus, le Lias forme une succession de gradins calcaires séparés par des talus marneux. C'est dans l'écaille de Dramonasq, au nord du Lauzet, que la série liasique est la plus complète et la mieux différenciée, avec une épaisseur totale de 150m au plus.

A la base se trouvent des calcaires gris rayés de bandes flammées de vert, à pâte plus fine. C'est un faciès particulièrement caractéristique, que j'ai également observé, au-dessus du Rhétien, dans la nappe du Briançonnais (massif de Pierre-Eyrautz), et qui représente probablement l'*Hettangien*.

Le *Sinémurien* est caractérisé par des calcaires à silex dans lesquels on connaît depuis longtemps des niveaux à Gryphées arquées et Ariétites. C'est dans l'écaille inférieure de Roche Juan, à l'Ouest des Herbes, dans le Ravin des Enfers, que les calcaires marneux par lesquels débute le Sinémurien contiennent la faune la plus riche, caractéristique du sommet de la zone à *A. Bucklandi* (*Arnioceras geometricum* Opp., *A. spirale* Fuc., *A. ceras* Gieb., *A.* cf. *acuticarinatum* Simps., *Euagassiceras spinaries* Quenst., etc.).

Le *Charmouthien* montre des calcaires spathiques gris clair, des calcaires à silex et quelques bancs plus marneux, dont le plus caractéristique est celui de la base, avec *Gryphæa cymbium* Lmk. et nombreux Brachiopodes. Haug et Kilian l'avaient observé à Dramonasq et dans l'écaille de Peissiour-Rocher, près du col de Famouras; au-dessus, des calcaires spathiques m'ont fourni quelques *Ægoceras* et j'ai observé, dans les marnes bleues à Pentacrines du sommet, une empreinte d'*Amaltheus margaritatus* Montf.

Puis vient une série de calcaires marneux et de marnes sableuses à patine brune, dont la base correspond au *Toarcien* (*Hildoceras bifrons* Brug.

(1) Séance du 15 avril 1936.

et quelques Bivalves) et le sommet à l'*Aalénien*. Le Toarcien, qui n'avait été cité jusqu'à présent dans la nappe de l'Ubaye que par Goret, sans indication de gisement, s'est montré particulièrement fossilifère dans les écailles supérieures du Morgon à l'Ouest de la plus haute cabane du Vallon. J'y ai trouvé, dans des calcaires marneux microbréchiques, une quinzaine d'espèces d'Ammonites, parmi lesquelles *Hildoceras bifrons* Brug., *H. Chelussii* Par. et Vial., *H. quadratum* Haug, *Harpoceras bicarinatum* Ziet., *Pseudogrammoceras fallaciosum* Bayle, *Haugia grandis* Bckm., *Coeloceras commune* Sow., *C. Raquini* d'Orb., *Lytoceras humilisimile* Prinz.

Le niveau inférieur de l'Aalénien a été découvert dans l'écaille de Dramonasq en 1926 par H. Schoeller, qui a trouvé sur le chemin du Vallon deux *Dumortieria* voisines de *D. Lessbergi* Branco. J'ai observé ce niveau au-dessus de Folalo où il contient *D. Brancoi* Ben., *D. diphyes* Bckm. et *D. rhodanica* Haug. Au-dessus viennent des marno-calcaires bleuâtres à surface bosselée, occupant le sommet du talus marneux et contenant des Ammonites des zones à *L. opalinum* et à *L. Murchisonæ*; sur le chemin de Champcontier au Vallon et au-dessus de Folalo j'y ai recueilli *Tmetoceras scissum* Ben., *Grammoceras fluitans* Dum., *Lioceras costosum* Qu., *L. opalinum* Rein. type et var. *bifidata* Bckm., *L. plicatellum* Bckm., *Ludwigia Murchisonæ* var. *obtusa* Qu.

Une barre de calcaire à silex surmonte le talus marneux du Lias sup. Au-dessus de Folalo elle est terminée par un mince banc à fossiles remaniés sur lequel reposent, par l'intermédiaire d'un *hardground* ferrugineux, des calcaires compacts gris clair représentant les couches de passage de l'Aalénien au *Bajocien*. J'y ai trouvé sur la rive droite du vallon de la Blache, vers la cote 1400, un nid d'Ammonites silicifiées avec une cinquantaine d'espèces réparties dans les zones à *L. concavum* et *L. discites* : les formes dominantes sont *Phylloceras baconicum* Hank., *Fontannesia grammoceroides* Haug, *Ludwigia aperta* Bckm., *L. aspera* Bckm., *L. concava* Bckm., *L. decora* Bckm., *L. discitiforme* Bckm., *L. limitata* Bckm., *L. rudis* Bckm., *Sonninia subspinosa* Bckm., *S. subcostata* Bckm., *S. Zurcheri* Douv., *Haplopleuroceras mundum* Bckm., *Cadomites* sp. J'ai montré [1] que ce niveau marquait, au point de vue lithologique, le début de la sédimentation du Jurassique moyen.

Les faunes liasiques du Morgon accusent une étroite parenté avec celles des aires voisines (Dauphiné, Provence, Préalpes médianes).

---

[1] *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 201.

Le caractère néritique du Lias est commun à toutes les unités de la nappe de l'Ubaye. Dans la série des Séolanes le Lias diminue d'épaisseur et traduit une sédimentation particulièrement troublée, marquant la tendance à l'émersion de la cordillère frontale de la nappe : le sommet du Lias fait bien souvent défaut (Lan, Séolanes). Dans la série du Morgon (s. str.) la distinction des étages du Lias devient assez aléatoire, du fait de la disparition fréquente des niveaux marneux fossilifères aux dépens des faciès spathiques. Dans la série plus interne de l'Escouréous et de Chabrière, qui ne diffère plus guère de celle du Briançonnais, le Lias n'est plus représenté que d'une manière sporadique.

GÉOLOGIE. — *Sur les terrains antécarbonifères du Maroc Occidental.* Note (¹) de MM. **Jacques Bondon** et **Branko Yovanovitch**, présentée par M. Charles Jacob.

La partie du Maroc située à l'Ouest du méridien de Casablanca, que nous appellerons Maroc Occidental, présente de très nombreux affleurements de terrains antécarbonifères (²). Ce sont, du Sud au Nord :

1° le Cambrien et l'Ordovicien de l'Anti-Atlas;

2° le Cambrien, le Silurien et le Dévonien du Haut-Atlas, à l'Est de l'Assif Aït Moussa;

3° le Cambrien et le Dévonien des Djebilet;

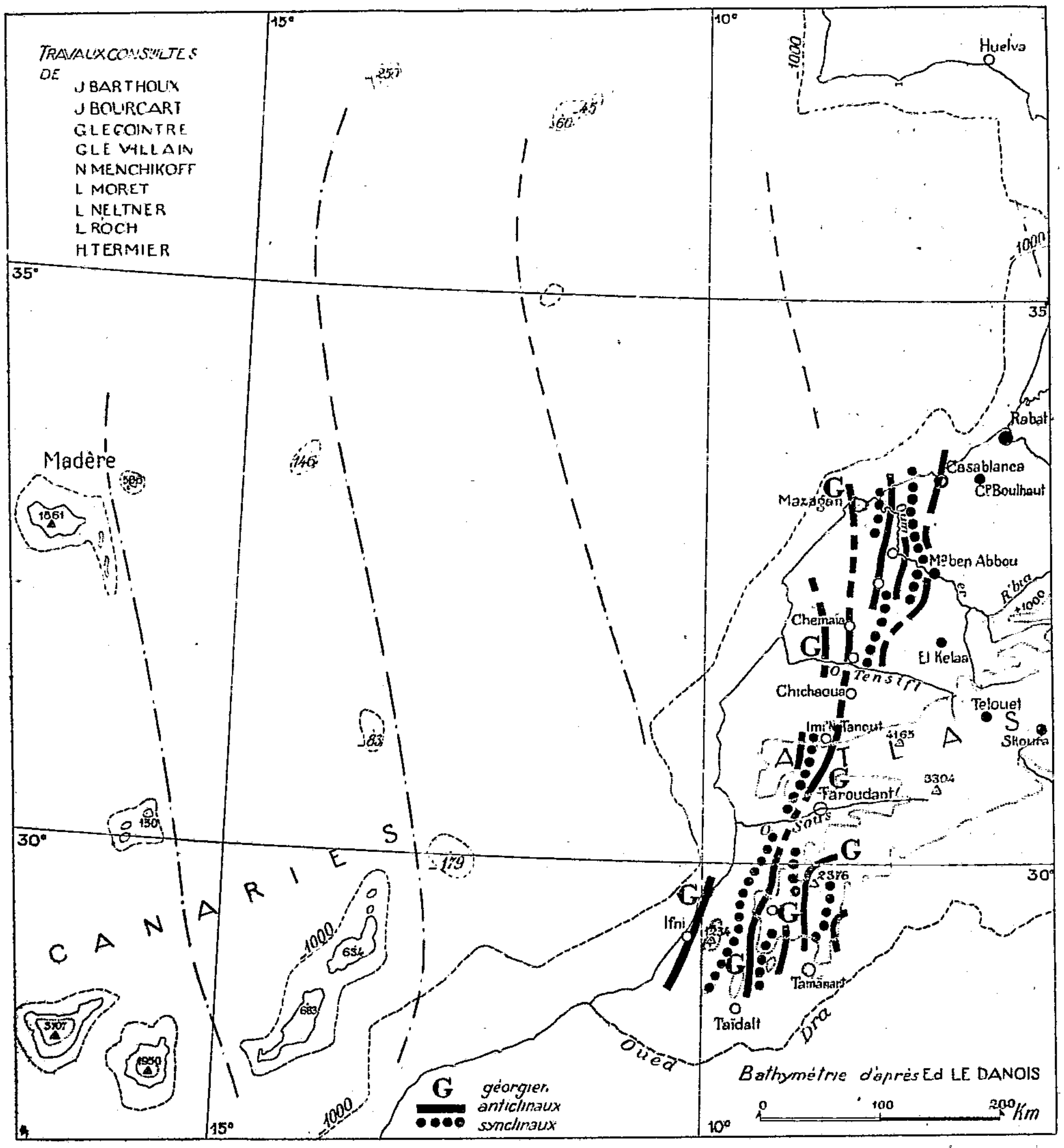
4° le Cambrien, le Silurien, le Dévonien de la vallée de l'Oum er Rebia et de l'hinterland de Casablanca-Mazagan.

Dans tous ces affleurements, les faciès lithologiques et paléontologiques d'un même étage sont remarquablement constants, de Casablanca à Taïdat, distants à vol d'oiseau de près de 600 kilomètres : le Géorgien calcaire du Djebel Ighoud, identique au Géorgien de Tamanart, montre des Archeocyathidés analogues; l'Acadien supérieur schisto-gréseux de Bou Laouane (30^{km} Nord-Ouest de Mechra ben Abbou) fournit les mêmes *Conocoryphe Heberti* que les schistes du Ras Taiërt (60^{km} Nord-Ouest de Taïdalt); le Landeilo quartziteux à *Homanolotus Brongniarti* de Bir Jedid-Saint-Hubert est quasi identique à celui du Bani, comme faciès lithologique et paléontologique.

(¹) Séance du 15 avril 1936.

(²) Travaux consultés de MM. J. Barthoux, J. Bourcart, G. Lecointre, G. Le Villain, N. Menchikoff, L. Moret, L. Neltner, E. Roch, H. Termier.

Dans tout le Maroc Occidental, du Sud de l'Anti-Atlas à la région de Casablanca, à travers le Haut-Atlas et les Djebilet, les plissements des



terrains antécarbonifères se suivent de façon remarquablement continue. On peut y distinguer :

1° un anticlinal majeur orienté N 10° E et jalonné par le Géorgien de Taïdalt, la boutonnière précambrienne de Kerdous, l'anticlinal géorgien d'Imi N'Tinbal (Anti-Atlas), les anticlinaux cambriens des Ait Driss et

d'Imi N'Tanout (Haut-Atlas), l'anticlinal cambrien du Sud de Chemaïa (Djebilet) et l'anticlinal de Mazagan (Géorgien probable et Acadien);

2° des lignes anticlinales secondaires (Ifni, Mechra ben Abbou, Casablanca), moins continues et moins marquées que l'anticlinal majeur, indiquées sur le schéma ci-joint;

3° des lignes synclinales, jalonnées par des cuvettes siluriennes et parfois dévoniennes, dont la plus caractéristique part du synclinal Tachilla-Ouarzemine (Nord-Est de Tiznit, Anti-Atlas), qui s'aligne exactement, 150^{km} au Nord, sur les cuvettes dévoniennes N 10° E du Sud-Ouest d'Imi N'Tanout (Haut-Atlas).

En voyant la régularité de ces plis parallèles, on est tenté de les faire continuer sous l'Océan; mais les raccords que nous proposons ici, entre des hauts fonds d'origine volcanique récente, ne sont que de pures hypothèses et ne veulent préjuger en rien de la position des plis éventuels. Il semble toutefois que les études océanographiques, au large des côtes du Maroc, ne doivent pas négliger l'existence de l'axe Mazagan-Taïdalt.

En résumé, nous voyons que, dans le Maroc Occidental, les terrains antécarbonifères, aux faciès lithologiques et paléontologiques remarquablement constants, sont affectés par un système de plis, orientés N 10° E, que l'on peut suivre à travers les plissements postérieurs (Haut-Atlas et Djebilet).

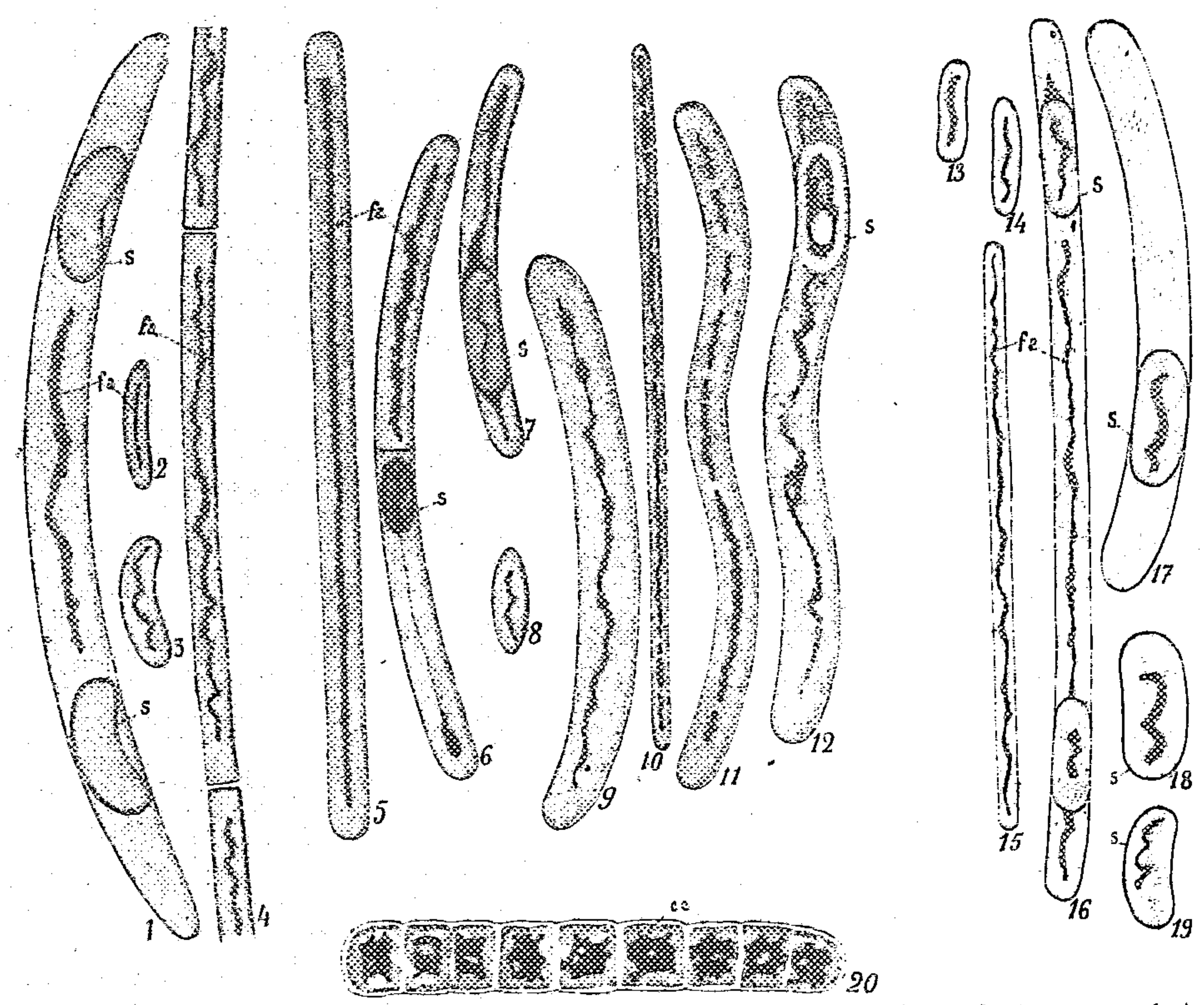
CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles recherches sur la cytologie des Bactéries.* Note de Mlle **Berthe Delaporte**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Nous avons étudié précédemment [1] la structure des grands Bacilles de l'intestin des têtards qui nous ont montré l'existence d'un filament chromatique axial que nous avons considéré comme l'équivalent d'un noyau. Nous nous proposons d'exposer dans la présente Note les résultats que nous avons obtenus sur deux autres formes décrites par B. Collin dans l'intestin des mêmes têtards, le *Spirillum præclarum* et l'*Oscillospira batrachorum*.

Le *Spirillum præclarum* est une Bactérie géante que Collin a classée provisoirement dans les Spirilles, n'ayant pu observer ses organes moteurs.

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1409.

A.-Ch. Hollande, observant un organisme ressemblant à celui-là, mais produisant deux spores par cellule et possédant une fascea, pensa avoir affaire à cet organisme et créa pour lui le nom de *Bacillospira præclarum;* il le considère comme un Spirochète se rapprochant des Bacilles. Nous avons retrouvé dans des têtards d'*Alytes obstetricans* un organisme correspondant en tous points à la description donnée par Collin, mais non à celle de Hollande, c'est pourquoi nous lui conservons le nom de *Sp. præclarum.*



fa, filament axial; *s*, spore; *cc*, corps central: 1, *B. camptospora:* 4, 5, 16, *B. enterothrix:* 7, 9, 17, *B. Collini:* 11, 12, *Sp. præclarum:* 20, *Osc. batrachorum.* Grossissement 2000.

Les cellules du *Sp. præclarum* possèdent une structure identique à celle que nous avons décrite récemment dans les Bacilles des têtards : un filament axial se colorant en noir par l'hématoxyline ferrique, en bleu violacé par l'hématoxyline de Delafield et donnant une réaction nucléale de Feulgen positive, traverse la cellule d'une extrémité à l'autre (*fig.* 11 et 12). Les cellules jeunes n'ont que 2μ de large environ et se multiplient par division transversale. Au cours de leur développement ultérieur, un peu avant le début de la formation de la spore, on observe une inégalité de chromaticité

très nette entre les deux moitiés de la cellule, l'une ayant une plus grande quantité de chromatine dans le filament axial et un protoplasme se colorant plus fortement par l'érythrosine, à l'inverse de l'autre. C'est dans cette première moitié, la cellule ayant alors presque 3μ de largeur, que l'on voit se dessiner une ébauche de spore : masse ovalaire ayant environ 5μ de long sur une largeur voisine de celle de la cellule, et qui ne se distingue du reste que parce que le protoplasme y devient moins érythrophile et que la substance chromatique se rassemble vers la partie centrale sous forme de granules répartis généralement soit en un filament contourné, soit en forme de couronne, etc. (*fig.* 12). Autour de cette ébauche de spore, s'accumulent des substances retenant fortement la laque ferrique et qui sont peu à peu assimilées par la spore ainsi que la totalité, ou presque, de ce qui reste du filament axial et des autres substances dans le corps cellulaire. Lorsque la spore est mûre, elle se colore encore fortement par l'érythrosine contrairement à ce qui se passe le plus souvent chez les Bactéries où les spores ne sont plus colorables. Les spores se comportent de la même manière que celles des Bacilles vis-à-vis de la réaction nucléale de Feulgen : on voit à leur intérieur des granules violets assemblés en un filament.

Nous trouvons donc dans le *Spirillum præclarum* une structure identique à celle des Bacilles (*fig.* 1 à 4, colorations post-vitales; 5 à 8, 10 à 12, 20, colorations à l'hématoxyline ferrique; 9, hématoxyline de Delafield; 13 à 19, réaction nucléale de Feulgen; 18 et 19, spores libres), s'il n'y avait cette différence peu importante dans le processus de formation de la spore.

L'*Oscillospira batrachorum* que Collin avait nommée *Arthromitus batrachorum* et dont le nom a été changé par la suite en celui d'*Oscillospira batrachorum* par Langeron, nous a montré une structure identique à celle que nous avons décrite chez l'*Oscillospira Guilliermondi* (¹), c'est-à-dire celle d'une Cyanophycée (*fig.* 20). Elle produit aussi des endospores qui commencent par un petit granule de chromatine formé par la condensation du corps central et grossissant peu à peu. Ces spores se comportent de la même manière que celles de l'*Oscillospira Guilliermondi* vis-à-vis de la réaction nucléale de Feulgen et des colorants habituels.

Ces faits nous amènent donc à confirmer la conclusion que nous avions formulée dans nos précédentes Notes et qui paraît démontrer qu'il existe, au point de vue de leur structure, de nombrenx intermédiaires entre les Bactéries et les Cyanophycées.

(¹) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1187.

SÉROLOGIE. — *Contribution à l'étude d'un des constituants des acido-globulines : la protéine* C. Note de M. **Maurice Doladilhe**, présentée par M. Félix Mesnil.

Nous avons montré ([1]) que la CO^2-globuline en milieu physiologique, se comporte comme un complexe constitué par deux groupes protéiques dont l'un, la protéine A, flocule sous l'influence de l'action du gaz carbonique et dont l'autre, la protéine B, présente vis-à-vis de ce facteur une stabilité élevée.

D'autre part la propriété du chaînon central de l'alexine, qui accompagne la CO^2-globuline dans sa floculation au sein du sérum, se maintient en totalité dans le groupe B.

Des expériences postérieures nous ont permis d'étendre ces résultats à quelques autres acido-globulines obtenues par l'addition au sérum sanguin d'eau acidulée par les acides chlorhydrique, sulfurique ou acétique.

C'est au cours de ces recherches que nous avons constaté que la floculation peut affecter, en plus du groupe A, un des constituants du groupe B, *la protéine* C.

Ce déséquilibre du groupe B n'est vraiment notable que si l'acido-globuline se trouve, en eau physiologique, sous une concentration élevée, et si le sérum dont elle provient a subi un certain vieillissement.

Pour obtenir une quantité suffisante de cette protéine à l'état floculé, nous opérons comme suit : l'acido-globuline, séparée d'un sérum conservé stérilement à 0° pendant 4 à 5 jours, est dissoute dans un volume d'eau physiologique égal au 1/10e de celui du sérum. Un courant lent et prolongé de gaz carbonique provoque dans cette solution la floculation de la protéine A et d'une partie de la protéine C. Ce floculat est repris par de l'eau physiologique; le tout est maintenu pendant 15 minutes à 45°, puis centrifugé extemporanément. On recueille un précipité qui est constitué par la protéine A, insoluble à chaud et à froid dans l'eau physiologique. La protéine C, contenue dans le liquide surnageant, précipite à mesure que ce dernier se refroidit.

Propriétés de la protéine C. — Cette protéine se comporte comme une

---

([1]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 689.

substance colloïdale dont l'équilibre granulaire en milieu physiologique se rompt à froid et se rétablit à chaud.

Insoluble dans l'eau physiologique, elle s'y disperse à partir de 40° environ et sa dispersion augmente à mesure que croît la température. Cependant, le refroidissement ultérieur n'entraîne la précipitation de cette protéine que si la température de chauffage n'a pas été trop élevée; à partir d'une température *t*, elle est, en effet, stabilisée et se maintient à froid, dans l'état dispersé auquel l'avait amenée le chauffage.

En d'autres termes, l'action dispersante exercée par le chauffage est d'abord réversible, puis devient peu à peu irréversible.

Cette température *t*, dans certains cas, est voisine de 55°; dans d'autres cas, au contraire, elle est nettement supérieure ou un peu inférieure à cette valeur.

Ces variations proviennent, en particulier, du fait que l'état physique de la protéine C évolue au sein même du sérum et dépend des états antérieurs par lesquels il a passé depuis sa sortie de l'organisme.

C'est ainsi que, toutes conditions égales d'ailleurs (concentration, pH, durée de chauffage), la température *t*, à partir de laquelle la protéine C se stabilise, sera différente suivant que le sérum dont elle provient aura subi un vieillissement plus ou moins prolongé ou un chauffage préalable plus ou moins intense.

Au cours du vieillissement, la stabilité du complexe B diminue progressivement. Cette évolution, qui affecte principalement la fraction C, se traduit par une augmentation graduelle de la sensibilité de cette protéine à l'action floculante du gaz carbonique. Si le vieillissement se prolonge (8 à 15 jours par exemple), la protéine C évolue, au sein même du sérum, vers une dénaturation que traduit une diminution de plus en plus prononcée de sa sensibilité thermique, c'est-à-dire une augmentation de la température *t* précipitée.

Au cours du chauffage, au contraire, la stabilité du complexe B augmente progressivement, et la sensibilité de la protéine C, à l'action floculante du gaz carbonique, diminue de plus en plus alors que sa sensibilité thermique augmente; elle se stabilise plus aisément en eau physiologique et, pour elle, la température *t* est souvent inférieure à 55°.

Les résultats qui viennent d'être résumés ont été obtenus avec les sérums de l'homme, du bœuf et du mouton.

Ces résultats nous paraissent particulièrement intéressants du fait que la

protéine C, qui est un des constituants du groupe B auquel est attachée la propriété du chaînon central de l'alexine, se révèle comme un facteur probable du complément. En effet, il faut remarquer que le chauffage et le vieillissement exercent, au sein même du sérum, une influence dépressive sur les propriétés alexiques, en même temps qu'ils modifient les propriétés physiques de la protéine C.

A 15h20m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 30 mars 1936.)

Note de M. *Valentin V. Vedernikov*, Sur la solution du problème à deux dimensions du courant stationnaire des eaux souterraines à surface libre :

Page 1156, ligne 13, *au lieu de* $\gamma = v_s + i$, *lire* (3) $\gamma = v_s + i$.
Page 1157, ligne 13, *au lieu de*

$$h = b/\pi(1-e_1)\{e_1[\ln(1+e_1) - \ln e] + \ln e\},$$

lire

$$h = \frac{b}{\pi(1-e_1)}\{e_1[\ln(1+e_1) - \ln e] + \ln e\}.$$

Note de M. *Armand Renier*, Sur l'apparence d'un rebroussement vers le chevauchement des nappes varisques par les nappes armoricaines dans le sillon houiller franco-belge :

Page 1201, titre, *lire* Sur l'apparence de rebroussement que présente le chevauchement des nappes varisques, etc.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1936.

Sur l'oxyde de carbone et l'hélium, par E. Mathias et C. A. Crommelin. Extrait des *Annales de Physique*, 11e série, tome V, février 1936. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. 22cm,5.

Les métaux légers et leurs alliages, aluminium, magnésium, glucinium, métaux alcalins et alcalino-terreux. Tome 1 : *Historique. Métallurgie. Propriétés. Situations économiques*, par Léon Guillet. Paris, Dunod, 1936; 1 vol. 25cm.

Santiago Ramon y Cajal (1852-1934) : *Sa formation, son œuvre.* Résumé de son autobiographie. Relation des publications commentées par lui-même. Charges, titres et honneurs. Extrait du tome XXX des *Travaux du laboratoire de recherches biologiques de l'Université de Madrid.* Madrid, 1935; 1 vol. 24cm,5.

Année polaire internationale (1932-1933). Tome I : *Introduction. Magnétisme etrrestre. Aurores polaires. Ozone atmosphérique. Rayons cosmiques.* Paris, Gauthier-Villars, 1926; 1 vol. 32cm,5.

Hipotesis Geotectonicas, par Federico Nölke. Traduction de Juan Carandell. Madrid, 1935; 1 vol. 19cm,5.

Teoria Electromagnetica del sol Frio. Analisis sobre una Nueva estructura del Universo, par Isaias Arauja. Madrid, Jose Compte, 1936; 1 fasc. 21cm.

Sérothérapie antipoliomyélitique d'origine animale (*S. A. P.*), par Auguste Pettit. Paris, Masson et Cie, 1936; 1 vol. 25cm.

Le problème médical du pain et de la panification, par Pierre Lamarque. Extrait de la *Gazette hebdomadaire des Sciences médicales de Bordeaux.* Bordeaux, Imprimerie moderne, 1936; 1 fasc. 24cm.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 AVRIL 1936.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Le régime des vitesses presque égales à la célérité locale du son.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

Les mouvements qu'on étudie dans la dynamique des fluides compressibles peuvent être rangés en trois classes. La première est celle des mouvements subsoniques, la seconde celle des mouvements supersoniques et la troisième classe est celle des mouvements mixtes, où des régions de mouvements subsoniques et supersoniques s'interposent. Nous nommerons *régime sonique* le cas particulier des mouvements mixtes, caractérisé par la condition que la vitesse en tout point est presque égale à la célérité locale du son.

Dans une Note récente [1], nous avons discuté le problème des mouvements plans irrotationnels supersoniques presque uniformes. Parmi les exemples cités dans cette Note figurait celui des ondes se propageant, dans un gaz qui se contracte et se dilate adiabatiquement, avec une célérité q_0 plus grande que la célérité c_0 du son. Ces ondes comprennent des vibrations parallèles et perpendiculaires au vecteur $\vec{q}_0$. En nommant la longueur des ondulations longitudinale et transversale, respectivement l_1 et l_2, on a comme expression de la célérité de l'onde

$$q_0 = c_0 \sqrt{1 + \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2}.$$

---

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 889.

Lorsque l'onde n'est que longitudinale, $l_2 = \infty$, on retrouve la célérité du son. Dans le cas général, les vibrations de certaines particules du fluide sont purement transversales.

Les mouvements presque uuiformes appartenant aux trois classes définies plus haut peuvent être étudiés d'une façon similaire en posant, dans les équations

$$\theta + \varkappa\varepsilon = f(\varphi_1 + \varkappa\psi_1),$$

$$dz_1 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{i}{\varkappa}\right)(1 + i\zeta)\,dw + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{i}{\varkappa}\right)(1 + i\bar{\zeta})\,d\bar{w},$$

$\varkappa = ia$ pour les mouvements subsoniques, $\varkappa = k$ pour les mouvements soniques et $\varkappa = ja$ pour les mouvements supersoniques, les carrés des unités complexes i, k, j étant respectivement -1, 0 et $+1$.

Le troisième de ces cas a été étudié dans la Note déjà citée et nous employons ici les mêmes notations, mais il faut poser dans les trois cas

$$\psi_1 = \frac{b\psi}{hq_0},$$

le paramètre b étant égal au rapport de la densité en un point où la vitesse serait nulle à celle qui correspond à la vitesse $q = q_0$.

Comme exemple de mouvement sonique prenons celui qui est déterminé par l'équation

$$\theta + k\varepsilon = \mathrm{A}\sin(\varphi_1 + k\psi_1) = \mathrm{A}\sin\varphi_1 + k\mathrm{A}\psi_1\cos\varphi_1 \tag{1}$$

et, par conséquent,

$$\left\{\begin{aligned} &\theta = \mathrm{A}\sin\varphi_1, \qquad \varepsilon = (q - q_0) : q_0 = \mathrm{A}\psi_1\cos\varphi_1,\\ &x_1 = \varphi_1 - \mathrm{A}\psi_1\sin\varphi_1 + \mathrm{C}_1, \qquad y_1 = \psi_1 - \mathrm{A}\cos\varphi_1 + \mathrm{C}_2,\\ &p = p_0 - \rho_0 q_0^2 \mathrm{A}\psi_1\cos\varphi_1. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Ce mouvement et ceux qu'on obtient en appliquant la même méthode sont intéressants, car ils permettent de juger du caractère des mouvements soniques, qui ne semblent pas encore avoir été étudiés.

Pour obtenir les équations (1) et (2), nous avons admis que l'angle θ et le rapport ε sont très petits. Si l'on ne tient pas compte de cette restriction, en posant par exemple $\mathrm{A}\psi_1 = \pm 1$, on trouve que les lignes de courant $\psi_1 = \pm \mathrm{A}^{-1}$ présentent des points anguleux au voisinage desquels tang θ tend vers l'infini. La zone admissible est donc comprise entre deux lignes de courant qui ne se rapprochent pas trop de ces lignes de courant critiques. La zone admissible s'étend d'autant plus que le paramètre A est petit.

Nous terminerons cette Note en considérant quelques propriétés générales des mouvements soniques ou supersoniques. Démontrons que le potentiel des vitesses φ et la fonction de courant ψ ne prennent pas de valeurs maxima ou minima en un point à l'intérieur du fluide. En effet, s'il n'en n'était pas ainsi en un point P, on pourrait tracer autour de ce point respectivement une ligne équipotentielle fermée ou une ligne de courant fermée, ce qui est incompatible, ne fût-ce qu'avec la condition admise que l'angle θ reste constamment très petit.

Démontrons maintenant que, dans les mouvements soniques, l'angle θ et la vitesse q ne prennent non plus de valeurs maxima ou minima en des points à l'intérieur du fluide. L'équation (1) fait voir que θ conserve la même valeur le long d'une ligne équipotentielle, il ne peut donc être question d'une valeur maxima ou minima de θ en des points isolés à l'intérieur du fluide. Il en est de même de q qui augmente continuellement avec ψ le long de chaque ligne équipotentielle.

Il nous reste à faire voir qu'il n'en est plus ainsi dans les mouvements supersoniques. Supposons que le point P′ du plan (φ, ψ) correspond à un point P de vitesse maxima ou minima du plan (x, y). En nommant Σ une surface limitée par le contour S tracé autour du point P′ dans le plan (φ, ψ), appliquons la transformation d'Ostrogradskŷ-Green. En dirigeant la normale n à l'intérieur de Σ et en admettant que le mouvement est supersonique, on a

$$\iint_\Sigma 2\frac{\partial^2 q}{\partial \varphi^2}\,d\sigma = -\int_S \frac{dq}{dn}\,ds.$$

La partie à droite est négative ou positive selon que la vitesse est maxima ou minima au point P et il en est de même pour l'intégrale double. L'hypothèse que la vitesse q devient maxima ou minima en un point intérieur P ne conduit donc pas dans ce cas à une contradiction, comme cela a lieu dans les mouvements harmoniques ou subsoniques. On peut répéter ce même raisonnement en remplaçant q par θ. Les exemples de la Note rappelée plus haut permettent de constater que la vitesse q et l'angle θ peuvent effectivement prendre des valeurs maxima et minima en des points à l'intérieur du fluide aux vitesses supersoniques.

M. Henri Lebesgue fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *Sur la mesure des grandeurs*.

M. Julien Costantin présente à l'Académie un article de M. le Dr H. G. Derx intitulé : *Uit het Leven van Noël Bernard*, c'est-à-dire *De la vie de Noël Bernard* (1874-1911).

L'auteur a donné une traduction en français de son article. Cette publication permet, grâce aux renseignements donnés par M. Costantin, de se rendre compte combien le nom de Noël Bernard est tenu en haute estime, non seulement à cause de la grande importance théorique et pratique de ses découvertes, mais à cause de leur netteté, de leur rigueur et de leur clarté. M. le Dr Derx admire le désintéressement plein de noblesse de Noël Bernard, car il n'a gardé aucun secret, et tous les faits observés par lui ont toujours été fidèlement et intégralement publiés.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel, en annonçant le décès de M. Charles Dauzats, président de la presse de l'Institut, rappelle que la maladie a éloigné M. Dauzats de l'Académie dans ces derniers temps, mais que pendant de longues années il a suivi assidûment nos séances, toujours attentif à faire connaître aux lecteurs des journaux où il écrivait les communications qui pouvaient les intéresser.

Il ajoute que ceux qui ont approché Charles Dauzats n'oublieront pas ce galant homme, d'esprit fin et d'un charmant commerce.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Charles Grard. *La corrosion en métallurgie*. (Présenté par M. Léon Guillet.)

2° Georges Deflandre. *Les Flagellés fossiles. Aperçu biologique et paléontologique. Rôle géologique*. (Présenté par M. Maurice Caullery.)

3° Cyrus Hall Mac Cormick, *Harvest*, 1856-1884, par William T. Hutchinson.

M. **Henri Pieron** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Médecine et Chirurgie par la mort de M. *Charles Richet.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les suites indifférentes.* Note de M. **Jean-André Ville**, présentée par M. Élie Cartan.

En vue d'étudier la fréquence d'un événement fortuit dans une suite d'épreuves, nous représentons, comme il est d'usage, la réalisation et la non réalisation de cet événement par 1 et 0 respectivement. Nous avons ainsi à considérer des suites infinies telles que

$$x = x^1 x^2 \ldots x^n \ldots \qquad (x^i = 0 \quad \text{ou} \quad x^i = 1).$$

Définitions. — 1. Soient $x = x^1 x^2 \ldots x^n \ldots$ une suite de 0 et de 1, et $(a^1 a^2 \ldots a^m)$ un groupe fini de 0 et de 1. Le quotient par n du nombre de fois que le groupe $(a^1 a^2 \ldots a^m)$ figure dans la suite partielle formée par les n premiers de x sera, par définition, la fréquence de $(a^1 a^2 \ldots a^m)$ dans les n premiers termes de x, et sera noté $[a^1 a^2 \ldots a^m]_n^x$.

2. La limite, quand n tend vers l'infini, de la fréquence de $(a^1 a^2 \ldots a^m)$ dans les n premiers termes de x, sera, si elle existe, appelée fréquence de $(a^1 a^2 \ldots a^m)$ dans x, et sera notée $[a^1 a^2 \ldots a^m]^x$.

M. Reichenbach a introduit la notion de *suite indifférente* (¹), dont la définition a été précisée par M. Popper. Les définitions de ces auteurs se ramènent à la suivante :

3. Une suite x est indifférente d'ordre $m - 1$ et de fréquence p si, quel que soit le groupe $(a^1 a^2 \ldots a^m)$ formé de 0 et de 1, l'on a l'égalité

$$[a^1 a^2 \ldots a^m]^x = p^{\sum_1^m a^i} q^{m - \sum_1^m a^i} \qquad (q = 1 - p;\ 0 \leqq p \leqq 1).$$

Dans le calcul de la fréquence d'un groupe dans une suite, nous avons compté jusqu'ici les groupes sans tenir compte du rang de leur premier terme; deux groupes de même configuration peuvent chevaucher; par exemple dans la suite finie

$$000001110001011000011,$$

le groupe 000 est considéré comme figurant 6 fois.

Une autre manière de compter consiste à partager la suite en tranches. La suite prise pour exemple devient

$$000, 001, 110, 001, 011, 000, 011,$$

où 000 figure 2 fois.

(¹) *Nachwirkungsfreie Folgen* : Reichenbach, *Wahrscheinlichkeitslehre*, p. 134, Leiden, 1935; Popper, *Logik der Forschung*, p. 106.

Nous avons établi le théorème :

Soit une suite x; *si, quel que soit* m *et quel que soit le groupe* $(a^1 a^2 \dots a^m)$ *formé de* 0 *et* 1, *en partageant* x *en tranches de longueur* m, *le groupe* $(a^1 a^2 \dots a^m)$ *figure dans la suite des tranches avec la fréquence limite*

$$p^{\sum_1^m a^i} q^{m - \sum_1^m a^i},$$

alors x *est une « suite indifférente » de fréquence* p *et de tout ordre.*

Un corollaire immédiat de ce théorème est : *le développement dans le système de base* 2 *d'un nombre absolument normal au sens de M. Borel est une suite indifférente.*

Les fréquences des groupes finis dans les suites indifférentes sont celles qui correspondent aux probabilités correspondantes; mais on peut choisir des suites indifférentes où l'allure avec laquelle ces fréquences tendent vers leur limite s'écarte très nettement du comportement d'un événement fortuit, ainsi que le montrent les propositions :

Il existe une suite x *indifférente de tout ordre et de fréquence* $1/2$, *telle que*

$$[1]_n^x - \frac{1}{2} > 0 \quad (\textit{quel que soit } n).$$

La succession de fréquences du chiffre 1 dans une telle suite ne présentera pas le caractère oscillant qui semble intuitivement inséparable du hasard.

Quelle que soit la fonction $\varphi(n)$ *positive assujettie à* $\lim_{n=\infty} n\varphi(n) = \infty$, *on peut construire une suite* x *indifférente de tout ordre, de fréquence* $1/2$, *telle qu'à partir d'un certain rang l'on ait*

$$\left| [1]_n^x - \frac{1}{2} \right| < \varphi(n).$$

Ceci permet aux fréquences une rapidité de convergence plus rapide que celle établie par les travaux de MM. Khintchine et Lévy, pour le cas où les chiffres 0, 1 de la suite sont fournis par le hasard.

Remarque. — On montre sans peine que les suites indifférentes ne sont pas distinctes des *nombres admissibles* de M. Copeland (1).

(1) *American Journal of Mathematics*, 50, 1928, p. 535-552.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la détermination et les propriétés harmoniques des points multiples d'une involution unicursale d'ordre quelconque.* Note de M. **Léon Pomey**, présentée par M. Léon Lecornu.

1. Poursuivant nos recherches sur les involutions unicursales I_n d'ordre n, que nous avons prises pour base d'une étude purement géométrique des courbes algébriques ([1]), nous nous proposons d'indiquer les *propriétés harmoniques* des points multiples d'une telle involution ainsi que les *lois de réciprocité* auxquelles ils obéissent et dont la première, due à M. R. Bricard, nous conduira à une construction géométrique de ces points multiples.

Dans le cas particulier où l'unicursale, support de l'involution, est une droite, ces diverses propriétés et lois nous redonneront d'un trait de plume les résultats classiques (de Bobillier, Plücker etc.) concernant les centres harmoniques et les courbes polaires, résultats sur lesquels repose en partie la théorie des courbes algébriques. L'intérêt que présente pour cette dernière théorie celle des involutions unicursales est donc ainsi confirmé à nouveau ([2]).

2. Si n points m_i, de paramètres t_i ($i = 1, 2, \ldots, n$), forment sur une unicursale Γ une n-ade d'une I_n, dont les n points n-uples $a_1, a_2, \ldots, a_n$

([1]) Voir la liste de nos travaux antérieurs et leurs références, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1833 et *Journal de l'École Polytechnique*, 34e Cahier, 1935, p. 143.

([2]) L'importance de ces involutions pour la théorie des courbes algébriques provient au fond essentiellement de ce qu'*elles fournissent un mode de génération* (plus direct que ceux de Chasles et de Jonquières ou Grassmann) *d'une courbe* K, *de degré n définie par la donnée de* $n(n+3)/2$ *points arbitraires*. Elles permettent en effet de résoudre le problème suivant (que nous avons appelé : *problème* C; voir *J. E. P.*, 28e Cahier, 1931, p. 116 et 29e Cahier, 1931, p. 118) :

Problème C. — *Déterminer géométriquement les* ρ *derniers points d'intersection de la courbe* K *avec l'unicursale* Γ, *de degré* p, *quand les* ($np - \rho$) *premiers sont connus.*

Elles ramènent ce problème au *problème principal* concernant les I_n (appelé *problème* B; *J. E. P.*, 29e Cahier, 1931, p. 120 à 123), traité lui-même par plusieurs méthodes.

Au problème C peuvent s'en rattacher une foule d'autres (voir, par exemple, *J. E. P.*, 28e Cahier, 1931, p. 134 à 162), ce qui n'est pas étonnant; car de sa solution on déduit la génération de la courbe K en faisant varier d'une manière continue la courbe Γ, qui pourra, par exemple, être une droite pivotant autour d'un point fixe (voir *J. E. P.*, 28e Cahier, 1931, p. 153 et 29e Cahier, 1931, p. 128 et 135).

ont pour paramètres $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$, on a évidemment (*J. E. P.*, 27e Cahier, 1929, p. 15)

$$(J) \qquad \Sigma(t_1-\theta_{\alpha_1})(t_2-\theta_{\alpha_2})\ldots(t_n-\theta_{\alpha_n})=0,$$

où Σ désigne la somme de tous les produits $[(t_1-\theta_{\alpha_1})\ldots(t_n-\theta_{\alpha_n})]$ obtenus par permutation des indices $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, qui représentent les nombres 1, 2, ..., n pris dans un ordre quelconque.

En premier lieu la symétrie de cette équation par rapport aux nombres t_i et θ_i nous redonne le *théorème de M. R. Bricard* (*J. E. P.*, 28e Cahier, 1931, p. 165, § *b*); c'est la *première loi de réciprocité*. Elle permet de ramener immédiatement l'un à l'autre le problème de la détermination des points n-uples d'une I_n définie par n n-ades et le *problème principal* relatif aux I_n (ou *problème* B), lequel consiste à trouver les n-ades communes à plusieurs involutions I_n. Comme nous avons traité ce dernier par plusieurs méthodes (*J. E. P.*, 29e Cahier, 1931, p. 120 à 123), le premier [1] se trouve résolu : si nous considérons, en effet, chaque n-ade donnée comme représentant les n points n-uples d'une certaine I_n, nous définissons ainsi n nouvelles I_n; *la n-ade qui leur est commune constitue, d'après le théorème précité, l'ensemble des points n-uples demandés.*

3. Si les $(n-r)$ points $m_1, m_2, \ldots, m_{n-r}$ sont confondus en un seul, O, et les r autre aussi en un seul, ω, l'équation (J) prend aussitôt la forme de la relation qui exprimerait, si l'unicursale Γ était une droite, que ω est un des r *centres harmoniques*, d'ordre r, de O par rapport aux n points a_i.

Nous dirons abréviativement que ω *est, sur l'unicursale* Γ, *un des r harmoniques* $r^{\text{ièmes}}$ *de* O *par rapport aux points* a_i (points que nous appellerons ω_1, $\omega_2, \ldots, \omega_r$).

Or la I_n considérée peut, en général, être engendrée par un système S de courbes C dépendant linéairement de $(n-1)$ paramètres, et il y a, dans ce système S, r courbes $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_r$ qui, ayant, en commun avec Γ, $(n-r)$ points confondus en O, touchent encore Γ respectivement aux points $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_r$ avec un contact d'ordre $(r-1)$.

Cette interprétation géométrique rend évidentes, comme nous le verrons ultérieurement, les lois de réciprocité harmonique, et elle permet de les compléter.

---

[1] Dans les cas où $n=3$, nous avons donné précédemment une autre solution géométrique directe de ce premier problème (*Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1452).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur l'étude de la forme d'une courbe ou d'une surface dans le voisinage de l'un de ses points.* Note (1) de M. **Nicolas Abramesco**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

La forme d'une courbe dans le voisinage d'un point est caractérisée par le cercle osculateur, ou par la conique osculatrice en ce point (2); mais on peut en donner une autre interprétation (3).

1. Soient M un point donné de la *courbe plane* (M) et M_1, M_2 deux points de (M) tels que M_1M et MM_2 soient également inclinées sur la normale MN en M. Le milieu M_a de M_1M_2 décrit une *courbe* (M_a) *diamétrale angulaire* en M, dont la tangente MN_a en M fait avec la tangente MT en M à (M) l'angle β, donné par $\tan\beta = 3\rho/2\rho_1$, ρ et ρ_1 étant les rayons de courbure pour M de (M) et de sa développée. C et C_1 étant les centres de courbure en M à (M) et à sa développée, et E le point sur CC_1, tel que $CE = 2/3\ CC_1$, la droite MN_a, qu'on peut nommer *normale angulaire* en M, est ME. La *droite de Transon*, analogue à MN_a, dans le cas où M_1M_2 est parallèle à la tangente MT en M, nommée à présent *normale affine*, passe par le milieu de CE.

2. La droite M_1M_2 coupe la tangente MT à (M) en un point qui tend vers le point T_a, tel que $MT_a = -3\rho^2/\rho_1$. La perpendiculaire de C sur la normale affine coupe en Q la tangente MT; T_a est le symétrique de Q par rapport à M. La position du *point caractéristique* T_a sur la tangente en M, donne la forme des arcs M_1M et MM_2 de (M) au voisinage de M.

3. N et N_a étant les points d'intersection de la conique (C'_a) osculatrice en M, avec la normale et la normale angulaire, la droite NN_a est perpendiculaire sur la normale MN. La normale affine passe par le centre C'_a de la conique osculatrice et par le milieu de NN_a. Le point caractéristique T_a est le pôle de la normale MN par rapport à la conique osculatrice. La courbe diamétrale angulaire en M de la conique osculatrice, est une conique (C_a)

---

(1) Séance du 15 avril 1936.

(2) Voir A. Transon, *Journal de Math. pures et appliquées*, 6, 1841, p. 191-208; M. d'Ocagne, *Nouvelles Annales de Math.*, 3e série, 16, 1897, p. 252; G. Darboux, *Bulletin de la Soc. math. de France*, 2e série, 4, 1880, p. 348-384; Moutard, Note insérée au tome II des *Applications d'Analyse et de Géométrie* de Poncelet, 1863, p. 363.

(3) Inspirée par un problème proposé (et non résolu) par M. G. Tzitzeica (*Gazeta Matem.*, 11, 1905, p. 100).

de même genre que (C'_a). (C_a) passe par M, N, par le centre C'_a de la conique osculatrice, et par le point caractéristique T_a. Le centre C_u de (C_a) est le milieu de $T_a C'_a$. La conique (C_a) est tangente en M à la normale angulaire; elle est normale en T_a à la tangente MT_a; la tangente en C'_a à (C_a) est parallèle avec à la normale en M.

Pour une conique, T_a étant le pôle de la normale en M à la conique, toute droite passant par T_a coupe la conique en deux points M_1 et M_2, tels que M_1M et MM_2 sont également inclinées sur la normale en M.

4. M étant un point d'une *courbe gauche* (M), soient M_1 et M_2 deux points de (M), tels que M_1M et MM_2 soient également inclinées sur le plan normal en M à (M). La droite joignant M au milieu de M_1M_2 tend vers une droite MN_a située dans le plan osculateur et faisant avec la tangente en M l'angle φ donné par $\tan g\varphi = 3/2(dR/ds)$, R étant le rayon du cercle osculateur en M et s l'arc. La droite M_1M_2 coupe le plan rectifiant en un point, qui tend vers le point T_a sur la tangente en M, tel que $MT_a = -3.R/(dR/ds)$.

5. Étant donnée une *surface*

$$z = \frac{1}{2}F_2 + \frac{1}{6}F_3 + \ldots,$$

où

$$F_2 = a_0x^2 + 2a_1xy + a_2y^2, \qquad F_3 = b_0x^3 + 3b_1x^2y + 3b_2xy^2 + b_3y^3,$$

avec le point M à l'origine, pour chaque section normale, il existe une droite normale angulaire, et le lieu de ces droites est le cône $2zF_3 + 3F_2^2 = 0$. *Sur chaque trace d'une section normale sur le plan tangent en* M, *il existe un point caractéristique* T_a, *et le lieu de ces points dans le plan tangent en* M *est la cubique* $F_2 - 1/3.F_3 = 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme de domaines plans.* Note [1] de M. **Alfred Rosenblatt.**

1. Lichtenstein [2] et récemment M. Gerschgorin [3] ont réduit le problème de la représentation conforme d'un domaine S borné limité par

---

[1] Séance du 15 avril 1936.

[2] *Archiv der Mathematik und Physik*, III Reihe, 25, 1916, p. 48-58.

[3] *Matematitcheskij Sbornik*, 40, 1, 1933, p. 48-58.

un contour C possédant une courbure continue à l'équation intégrale

$$\Theta(s) - \frac{1}{\pi}\int_0^L \Theta(t)\,\frac{\cos(n_t,\,\rho_{st})}{\rho_{st}}\,dt = -2\beta(s). \tag{1}$$

Ici $z=\omega(\zeta)$ représente S sur l'intérieur du cercle Γ de rayon 1 du plan des z, $F(\zeta)=\log\omega(\zeta)=\log r+i\Theta$, $\rho_{st}=P_sP_t$ et les points $P_0(\zeta_0)$, $P_1(\zeta_1)$ de S et de C se transforment en les points $O(0)$ et $A(1)$ du plan z. n_t est la normale extérieure, $\beta(s)=P_0P_sP_1$. On a mené la coupure (rectiligne) P_0P_1. $F(\zeta)$ est donné par

$$F(\zeta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^L \Theta(t)\,\frac{e^{i(\alpha-\varphi)}}{\rho_t}\,dt + \log\frac{\zeta_0-\zeta}{\zeta_1-\zeta}, \tag{2}$$

$\rho_t = PP_t$, α et φ angles de la tangente et de PP_t avec l'axe des ξ.

2. Étudions la dépendance fonctionnelle de $\omega(\zeta)$ de C en supposant pour plus de simplicité C le cercle unité, $\zeta_0=0$, $\zeta_1=1$ et la déformation est donnée par le déplacement normal

$$\delta_n = \lambda\varphi(t) = \lambda\left\{\sum_0^\infty a_n\cos nt - \sum_1^\infty b_n\sin nt\right\}. \tag{3}$$

Nous nous bornerons, pour le moment, au cas où les séries $\Sigma n^2|a_n|$, $\Sigma n^2|b_n|$ convergent.

On obtient l'équation intégrale

$$\Theta(s) - \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\Theta(t)\,K(s,t)\,dt = -2\beta(s), \tag{4}$$

$$\begin{aligned} K(s,t) = {} & \left\{\frac{1}{2} + \lambda\,\frac{2\varphi_t - (\varphi_s+\varphi_t)\cos(t-s) - \varphi'_t\sin(t-s)}{\rho_{st}^2}\right. \\ & \left. + \lambda^2\,\frac{\varphi_t^2 - \varphi_s\varphi_t\cos(t-s) - \varphi_s\varphi'_t\sin(t-s)}{\rho_{st}^2}\right\} \\ & \times\left\{1+\lambda(\varphi_s+\varphi_t)+\lambda^2\left[\varphi_s\varphi_t + \left(\frac{\varphi_s-\varphi_t}{\rho_{st}}\right)^2\right]\right\}^{-1} \\ = {} & \frac{1}{2}\left[1+\sum_1^\infty \lambda^n g_n(s,t)\right], \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \beta(s) = {} & \frac{\pi-s}{2} \\ & + \arcsin\left\{\lambda(\varphi_0-\varphi_s)\sin s\,\frac{1}{\rho_{s0}^2}\left[1+\lambda(\varphi_0+\varphi_s)+\lambda^2\varphi_0\varphi_s+\lambda^2\left(\frac{\varphi_0-\varphi_s}{\rho_{s0}}\right)^2\right]^{-1}\right\} \\ = {} & \frac{\pi-s}{2} + \sum_1^\infty \lambda^n b_n(s), \\ & \varphi_0=\varphi(0), \qquad \rho_{st}=P_sP_t, \qquad \rho_{s0}=P_sP_1, \end{aligned} \tag{6}$$

P_1, P_s, P_t sur le cercle unité.

Les b_n, g_n satisfont aux inégalités

$$(7) \qquad |2b_n| \leqq K^n, \qquad |g_n| \leqq K^n \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

3. Développons

$$(8) \qquad \Theta(s) = \sum_0^\infty \lambda^n \Theta_n(s),$$

où les Θ_n sont donnés par les équations intégrales

$$(9) \qquad \Theta_n(s) - \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \Theta_n(t)\,dt = -2b_n + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sum_0^{n-1} \Theta^n(t)\, g_n(s, t)\,dt = B_n(s)$$

$$(n = 0, 1, \ldots).$$

On a

$$(10) \qquad \Theta_n(s) = B_n(s) + C_n \qquad (n = 0, \ldots),$$

$$(11) \qquad |\Theta_n(s)| \leqq K^n(1+\pi)^n \qquad (n = 0, 1, \ldots;\ K \geqq 1).$$

4. La fonction représentative $\omega(\zeta)$ est donnée par la formule

$$(12) \qquad \omega(\zeta) = -\frac{\zeta}{(1-\zeta)\left(1 + \dfrac{\lambda\varphi_0}{1-\zeta}\right)} e^{S(\zeta)},$$

$$(13) \qquad S(\zeta) = \frac{1}{2\pi}\int_C \frac{1}{\tau - \zeta} \sum_0^\infty \lambda^n \mathfrak{S}_n(t)\,[1 + \lambda(\varphi_t - i\varphi'_t)]\,\frac{1}{1 + \dfrac{\lambda\varphi_t}{t-\zeta}},$$

$$(14) \qquad \mathfrak{S}_n(t) = \Theta_n(t) - \Theta_n(0).$$

Elle est développable en série entière de ζ, λ pour

$$(15) \qquad 1 - |\zeta| \leqq k,$$

$$(16) \qquad \lambda < \frac{k}{\text{Max}\,|\varphi_t|},$$

$$(17) \qquad \lambda < \frac{1}{K(1+\pi)}.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les groupes des classes de transformations continues.* Note (¹) de M. **Karol Borsuk**, transmise par M. Émile Borel.

Les propriétés de transformations continues se prêtent souvent pour exprimer des invariants topologiques. Ainsi, par exemple, l'étude des

(¹) Séance du 15 avril 1936.

transformations continues de la circonférence S_1 en espace donné M a conduit H. Poincaré à un des plus importants invariants topologiques, le groupe fondamental. On parvient aussi aux résultats intéressants en considérant les transformations continues de M en S_1 (¹).

La généralisation de ces deux procédés conduit à l'étude de l'ensemble M^{S_n} des transformations continues de la sphère euclidienne n-dimensionnelle S_n en M (²) et de l'ensemble S_n^M des transformations continues de M en S_n (³). Or la différence essentielle par rapport au cas $n=1$ consiste en la difficulté de considérer M^{S_n} ou S_n^M, comme un groupe.

M. H. Freudenthal (⁴) a réussi cependant à définir un groupe des classes de transformations d'un espace compact M à $\leqq n$ dimensions en S_n. Le problème semblable pour M^{S_n} [dans le cas où M est un espace compact et localement contractile (⁵), de dimension quelconque] a été récemment résolu par M. W. Hurewicz (⁶). Les deux méthodes appliquées sont d'ailleurs tout à fait différentes.

Dans cette Note, j'introduis un simple procédé permettant de définir des groupes de transformations continues et qui est assez général pour embrasser simultanément les cas de MM. Freudenthal et Hurewicz.

Soit A un sous-ensemble fermé d'un espace compact M et p un point d'un continu localement contractile N de dimension finie. $N^M(A, p)$ désigne l'espace dont les éléments sont des fonctions continues φ transformant M en sous-ensembles de N et telles que $\varphi(x)=p$ pour tout $x \in A$; cet espace étant entendu comme métrisé par la formule $\rho(\varphi, \varphi') = \operatorname{Sup}_x \rho[\varphi(x), \varphi'(x)]$. En particulier, l'ensemble $N(0, p)$ coïncide avec l'espace N^M de toutes les transformations continues de M en sous-ensembles de N. Les fonctions φ et φ' sont dites *homotopes* dans $N^M(A, p)$ lorsqu'elles appartiennent à la même composante de $N^M(A, p)$; elles sont *homologues*, lorsque tout vrai cycle (⁶) $\mathfrak{C}$ de M est transformé par φ et φ' en vrais cycles $\mathfrak{C}_\varphi$ et $\mathfrak{C}_{\varphi'}$, homologues dans N. La fonction $\varphi \in N^M(A,p)$ s'appelle *inessentielle* rel. à A

(¹) *Fundamenta Mathematicae*, 17, 1931, p. 171-209. Voir aussi S. Eilenberg, *Fundamenta Mathematicae*, 26, 1936, p. 61-112.

(²) Cf. W. Hurewicz, *Proceedings Akademie Amsterdam*, 38, 1935, p. 112-119.

(³) Cf. *Fundamenta Mathematicae*, 17, 1931, p. 196.

(⁴) *Compositio Mathematica*, 2, 1935, p. 134-162.

(⁵) Au sens de ma Note des *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 952.

(⁶) Quant aux définitions de vrais cycles, etc., voir par exemple, P. Alexandroff, *Mathematische Annalen*, 106, 1932, p. 161-238.

et à p dans un ensemble $M' \subset M$, lorsqu'il existe une fonction φ' homotope à φ dans $N^M(A, p)$ et *normée rel. à* M et p, c'est-à-dire transformant M' en seul point p.

Considérons maintenant une décomposition de M en deux ensembles compacts M_1 et M_2. Désignons par $N(M_1, M_2, A, p)$ l'ensemble des fonctions $\varphi \in N^M(A, p)$ inessentielles rel. à A et p dans les deux ensembles M_i [1]. Pour tout $\varphi \in N(M_1, M_2, A, p)$, il existe alors deux fonctions $\varphi^{(1)}$ et $\varphi^{(2)}$ homotopes à φ dans $N^M(A, p)$ et telles que $\varphi^{(i)}$ est normée rel. à M_i et à p.

Étant donné deux éléments φ_1 et φ_2 de $N(M_1, M_2, A, p)$, désignons par $\alpha(\varphi_1, \varphi_2)$ la classe de toutes les fonctions ψ qui sont homotopes dans $N^M(A, p)$ aux fonctions ψ' de la forme

$$\psi'(x) = \varphi_1^{(2)}(x) \quad \text{pour} \quad x \in M_1 \qquad \text{et} \qquad \psi'(x) = \varphi_2^{(1)}(x) \quad \text{pour} \quad x \in M_2,$$

où $\varphi_j^{(i)}$ désigne une fonction homotope à φ_j, normée rel. à M_i et à $p \in N$. On a évidemment $\alpha(\varphi_1, \varphi_2) \subset N(M_1, M_2, A, p)$. On démontre en outre que :

Étant donné dans M un vrai cycle $\mathfrak{C}$ *de dimension* ≥ 1, *le vrai cycle* $\mathfrak{C}_\psi$, *où* $\psi \in \alpha(\varphi_1, \varphi_2)$ *est homologue dans N à* $\mathfrak{C}_{\varphi_1} + \mathfrak{C}_{\varphi_2}$.

Il en résulte sans peine que Φ_1 et Φ_2 désignant deux classes des fonctions homologues appartenant à $N(M_1, M_2, A, p)$, l'ensemble

$$\alpha(\Phi_1, \Phi_2) = \underset{\psi}{E}[\Psi \in \alpha(\varphi_1, \varphi_2);\ \varphi_1 \in \Phi_1;\ \varphi_2 \in \Phi_2]$$

est aussi une classe de fonctions homologues. On parvient ainsi au

Théorème I. — *Les classes des fonctions homologues appartenant à* $N(M_1, M_2, A, p)$ *constituent un groupe abélien avec l'opération* α *comme l'addition.*

Le problème à quelles conditions la thèse de ce théorème subsiste aussi pour les classes des fonctions homotopes reste dans le cas général ouvert. Il se laisse cependant résoudre dans deux cas importants :

Théorème II. — p *étant un point de N et a un point de* S_n, *les classes des fonctions homotopes dans* $N^{S_n}[(a), p]$ *constituent un groupe* [2] *avec l'opération* α [3] *comme l'addition; ce groupe est pour* $n > 1$ *abélien.*

---

[1] Comp. S. Eilenberg, *Fundamenta Mathematicæ*, 26, 1936, p. 94.

[2] Ce groupe coïncide avec le *groupe d'homotopie de la dimension n* introduit par M. Hurewicz, *loc. cit.*

[3] Correspondant à une décomposition de S_n en deux demi-sphères dont chacune contient a.

THÉORÈME III. — *p étant un point de S_n et A un sous-ensemble fermé d'un espace M de dimension $< 2n-1$, les classes des fonctions homotopes de $S_n^M(A, p)$ constituent un groupe abélien* (1) *avec l'opération* α (2) *comme l'addition.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la répartition de certaines directions limites et son application à la théorie des fonctions de variable complexe.* Note de M. **Frédéric Roger**, présentée par M. Élie Cartan.

Précédemment (3) je me suis efforcé de montrer comment le remarquable théorème de M. A. Denjoy sur les nombres dérivés des fonctions continues (4), puis ses diverses extensions découlaient de la répartition des directions d'accumulation (5) d'un ensemble euclidien quelconque (6). Je voudrais maintenant indiquer que cette même répartition vaut de directions limites beaucoup plus générales et donner des applications relatives aux fonctions de variable complexe.

Considérons un ensemble E de points d'un espace euclidien, et sa projection *e* faite sur une variété linéaire V à *n* dimensions, parallèlement à une variété linéaire complémentaire. En un point *m* de la fermeture de *e*,

---

(1) Dans le cas $A = 0$ et dim. $M \leq n$ ce groupe coïncide avec le *groupe de Hopf* introduit par M. Freudenthal, *loc. cit.*

(2) Qui ne dépend pas dans ce cas de la décomposition de M en M_1 et M_2.

(3) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 871 et 202, 1936, p. 377.

(4) A. Denjoy, *Journ. de Math. pures et appl.*, 7e série, 1, 1915, p. 194.

(5) Leur faisceau forme ce que M. G. Bouligand appelle le *contingent*. Je préfère employer l'expression de *faisceau dérivé*, calquée sur celle d'ensemble dérivé, et rappelant en outre la représentation géométrique des nombres dérivés, comme l'*angle dérivé* de M. A. Denjoy (*loc. cit.*).

(6) M. S. Saks a bien voulu me communiquer tout récemment les épreuves d'un très intéressant article, destiné à paraître aux *Fund. Math.*, 27, 1936, p. 234, où il obtient des résultats qui sont à peu près ceux du plan dans mes deux Notes précitées : cette rencontre est de nature à souligner l'intérêt qui s'attache à ce genre de questions instauré par M. A. Denjoy. Les méthodes ne sont pas essentiellement différentes de celles que j'ai eu l'honneur d'exposer au Séminaire mathématique de M. Hadamard, au Collège de France, le 6 décembre 1935. Aussi n'est-il pas étonnant qu'elles conduisent, comme le fait remarquer l'Auteur dans un supplément à son article, aux plus simples de mes résultats de l'espace. Cependant la tournure plus géométrique des méthodes que j'ai employées permet peut-être une extension plus facile, notamment aux résultats d'où je vais tirer un critère d'analyticité et sur lesquels la remarque de M. Saks reste muette.

et relativement à l'un des points M de la fermeture de E (les points à l'infini étant admis) dont m est la projection, on peut considérer, dans V, les positions limites de la projection d'une demi-sécante MM′ quand M′ se rapproche indéfiniment de M sans quitter E. Le faisceau, de sommet m, de ces demi-droites sera dit *faisceau dérivé en projection* de E en M.

Théorème. — *Les points m où l'un au moins des faisceaux dérivés en projection a sa partie bilatérale (faisceau des droites lui appartenant bilatéralement) qui laisse échapper, dans* V, *une variété linéaire à $n-p$ dimensions, se répartissent sur une infinité dénombrable au plus de variétés élémentaires à p dimensions (courbes, surfaces, pour $p=1, 2$) de mesure p dimensionnelle finie.*

En ces points, exception faite éventuellement d'un ensemble de mesure p-dimensionnelle nulle, chacun des faisceaux en question a pour partie bilatérale une variété linéaire à p dimensions et se compose d'un système de demi-variétés linéaires à $p+1$ dimensions, limitées à la précédente.

Une nouvelle projection étant faite dans V *sur une variété linéaire v à q dimensions, parallèlement à une variété linéaire complémentaire, les points m pour lesquels l'un au moins des premiers faisceaux a sa partie bilatérale dont la nouvelle projection laisse échapper une variété linéaire à $q-r$ dimensions, se projettent en un ensemble de mesure $(r+1)$-dimensionnelle nulle.*

Ce théorème, qui redonne celui du faisceau dérivé ordinaire dans V par l'intermédiaire de la fonction caractéristique, est susceptible d'une démonstration toute parallèle où les ensembles de V, dont toute sécante fait un angle inférieurement borné avec une variété linéaire fixe à $n-p$ dimensions, jouent un rôle important. Il est encore vrai du *faisceau dérivé d'épaisseur en projection* (cf. ma deuxième Note citée) relativement à toute mesure construite par la méthode de M. C. Carathéodory et d'un type très général dans la classification de M. E. Borel [1].

Voici une application à la théorie des fonctions :

Théorème. — *Les points où une fonction complexe d'une variable complexe (ou, en particulier, une fonction réelle de deux variables réelles), absolument quelconque, même non uniforme, n'atteint pas chacune de ses valeurs limites tangentiellement à toutes les directions du plan, se répartissent sur une infinité dénombrable au plus de courbes rectifiables* [2]. *En ces points, sauf*

---

[1] *Fund. Math.*, 25, 1935, p. 7, où l'on trouvera d'autres références.

[2] Dans le cas d'une fonction réelle de deux variables, cette partie d'énoncé a été donnée par M. W. H. Young, *Bull. des Sciences math.*, 2e série, 52, 1928, p. 279.

peut-être sur un ensemble de longueur nulle, chacune de ces valeurs limites exceptionnelles est atteinte tangentiellement à toutes les directions d'un demi-plan ou aux deux directions d'une droite. Ceux pour lesquels cette droite ou la frontière du demi-plan est parallèle à une droite fixe, se projettent, parallèlement, en un ensemble de mesure nulle.

Les points où l'une des valeurs ou des valeurs limites n'est atteinte tangentiellement à aucune droite par ses deux directions, forment un ensemble dénombrable.

Ce mode de répartition vaut aussi bien des limites approximatives (au sens de l'épaisseur). C'est dire la grande généralité du genre de théorèmes dont celui de M. A. Denjoy est à la base. Parallèlement, le critère de dérivabilité qu'il contient (existence d'une valeur bilatéralement exclue parmi les limites du rapport des deux accroissements) a son équivalent pour les fonctions de variable complexe grâce aux propriétés, dans l'espace à 4 dimensions, du faisceau dérivé ordinaire laissant échapper un plan :

Critère d'analyticité. — *Étant donné une fonction de variable complexe, uniforme dans la seule mesure où son accroissement prenne un sens précis, la condition nécessaire et suffisante pour qu'aux points d'un certain ensemble du plan complexe, à une surface nulle près, le rapport de son accroissement à celui de la variable quand ce dernier tend vers zéro ait une limite unique, est qu'aux points de cet ensemble, à une surface nulle près, il existe une valeur que ne puisse prendre cette limite et une autre qui soit atteinte par elle tangentiellement à deux directions différentes (directions et valeurs étant variables).*

L'exclusion d'une valeur entraîne la différentiabilité totale des deux parties, réelle et imaginaire, de la fonction, donc en particulier l'existence des dérivées partielles; l'autre condition conduit aux relations de Cauchy.

MÉCANIQUE. — *Calcul de l'énergie d'accélération d'un solide.*

Note de M. **Charles Platrier**, présentée par M. Émile Jouguet.

Dans un grand nombre de problèmes de mouvement de systèmes définis à l'aide d'un nombre entier de paramètres, l'application des équations d'Appell exige souvent de longs calculs pour exprimer l'énergie d'accélération S du système matériel considéré.

Je me propose de donner ici une expression de l'énergie d'accélération d'un solide mobile autour d'un point fixe. Le théorème que je vais énoncer

forme avec le théorème de Kœnig (¹) un ensemble de propositions de nature à réduire sensiblement les calculs précités.

Soit un solide Σ mobile autour d'un point fixe O par rapport à un solide fixe T et animé à l'instant t de la rotation $\overline{OA} = \overline{\omega}$ de grandeur ω; soit $\overline{OB} = d\overline{\omega}/dt$ le vecteur dérivé du vecteur rotation $\overline{\omega}$ ou *rotation dérivée première;* soit enfin $\overline{OC}$ la différence des vecteurs dérivés deux fois du vecteur $\overline{\omega}$ ou *rotations dérivées secondes* $(d^2\overline{\omega}/dt^2)_T$ par rapport au solide T, $(d^2\overline{\omega}/dt^2)_\Sigma$ par rapport au solide Σ, de telle sorte que

$$\overline{OC} = \left(\frac{d^2\overline{\omega}}{dt^2}\right)_T - \left(\frac{d^2\overline{\omega}}{dt^2}\right)_\Sigma = \overline{\omega} \wedge \frac{d\overline{\omega}}{dt},$$

$\overline{OC}$ sera dit *rotation dérivée seconde d'entraînement* du vecteur rotation $\overline{\omega}$.

Théorème. — *L'énergie d'accélération d'un solide mobile autour d'un point fixe est la somme des trois quantités suivantes :*

1° *le produit, par le carré de la rotation instantanée du solide, de son énergie cinétique;*

2° *le demi-produit, par le carré de la rotation dérivée première, de son moment d'inertie par rapport au vecteur rotation dérivée première ayant le point fixe pour origine;*

3° *le produit scalaire changé de signe, par la rotation dérivée seconde d'entraînement, du moment cinétique du solide par rapport au point fixe.*

Autrement dit

$$(1) \qquad 2S = \omega^2 \bar{\bar{I}}_0.\overline{\omega}.\overline{\omega} + \bar{\bar{I}}_0 \frac{d\overline{\omega}}{dt} \cdot \frac{d\overline{\omega}}{dt} - 2\bar{\bar{I}}_0.\overline{\omega}.\left(\overline{\omega} \wedge \frac{d\overline{\omega}}{dt}\right),$$

formule qui se prête aisément au calcul numérique.

Soient en effet P un point de masse m du solide Σ, (p) la projection de P sur $\overline{OA}$, (q) sa projection sur $\overline{OB}$ et (a) la projection de A sur $\overline{OP}$. L'accélération de P est

$$\overline{\gamma} = \omega^2 \overline{Pp} + \overline{OB} \wedge \overline{OP},$$

d'où

$$m\gamma^2 = m\omega^4 (\overline{Pp})^2 + m\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 (\overline{Pq})^2 + 2m(\overline{OB}, \overline{OP}, \omega^2 \overline{Pp}).$$

(¹) Voir Charles Platrier, *La masse en cinématique et théorie des tenseurs du second ordre*, Paris, p. 57. La notation vectorielle et tensorielle adoptée dans cet Ouvrage est celle utilisée dans la présente Note.

Mais

$$\overline{OP} \wedge \omega^2 \overline{Pp} = \overline{OA} \wedge l^2 \overline{Aa}$$

en appelant l la longueur $\overline{OP}$, et comme $(l^2 \overline{Aa})$ n'est autre que le moment cinétique OK de l'élément P par rapport au point O,

$$m\gamma^2 = m\omega^4(\overline{Pp})^2 + m\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2(\overline{Pq})^2 - 2m(\overline{OK}, \overline{OA}, \overline{OB}).$$

En sommant ces égalités pour l'ensemble des éléments matériels du solide, on obtient immédiatement la démonstration du théorème énoncé.

On peut d'ailleurs noter que :

1° le premier terme de la formule (1) est le produit par ω^4 du moment d'inertie du solide Σ par rapport au vecteur $\overline{OA} = \omega$ d'origine le point fixe;

2° le second terme le produit par $(d\omega/dt)^2$ du moment d'inertie du solide Σ par rapport au vecteur $\overline{OB} = d\omega/dt$ d'origine le point fixe;

3° le troisième terme le produit par $\left(\omega^2\, d\omega/dt \sin\widehat{AOB}\right)$ du produit d'inertie du solide Σ par rapport aux deux plans rectangulaires l'un contenant $\overline{OA}$ et $\overline{OB}$, l'autre orthogonal à OA.

MÉCANIQUE. — *Sur l'énergie d'accélération d'un solide ayant un point fixe.* Note de M. **Fernand Aimond**, présentée par M. Émile Jouguet.

M. Platrier donne [1] une expression de l'énergie d'accélération d'un solide ayant un point fixe. Nous nous proposons de rattacher cette expression au théorème démontré par le même auteur [2] sur les propriétés d'addition de l'énergie d'accélération d'un système quand on introduit le solide privilégié animé d'un mouvement infiniment petit du second ordre par rapport au trièdre de référence.

Soient T un trièdre de référence considéré comme fixe, O un point de ce trièdre, S un solide en mouvement par rapport à T et ayant le point fixe O, $\vec{\omega}$ le vecteur rotation instantanée du solide S par rapport à T, $\vec{\omega}' = d\vec{\omega}/dt$ le vecteur dérivé de $\vec{\omega}$ par rapport à t et au trièdre T. Considérons à l'instant t, en même temps que le solide S, un trièdre T_0 animé d'un mouvement

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1405.

(2) *La masse en cinématique et théorie des tenseurs du second ordre*, p. 79.

de rotation uniforme par rapport à S avec la rotation instantanée $-\vec{\omega}$, et un solide Π, identique à S, immobile par rapport au trièdre privilégié animé d'un mouvement infiniment petit du second ordre par rapport à T. Nous appellerons $\vec{\varpi}$ le vecteur rotation instantanée de S dans son mouvement par rapport à Π, $\vec{\varpi}' = d\vec{\varpi}/dt$ le vecteur dérivé de $\vec{\varpi}$ par rapport à t et au solide Π, $\vec{\Omega}$ le vecteur rotation instantanée de Π par rapport à T, $\vec{\Omega}' = d\vec{\Omega}/dt$ le vecteur dérivé de $\vec{\Omega}$ par rapport à t et au trièdre T.

Si $\vec{\vec{I}}$ désigne le tenseur d'inertie du solide S par rapport au point O, le vecteur $\vec{\varpi}$ est défini par l'équation vectorielle (notations de M. Platrier)

$$\vec{\vec{I}}\,\vec{\varpi}' + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\vec{I}}\,\vec{\omega}\right) = 0 \tag{1}$$

et par la condition que

$$\vec{\omega} = \vec{\varpi} + \vec{\Omega}. \tag{2}$$

Désignons par S_{T_0}, S_{Π}, S_T l'énergie d'accélération du solide S en prenant respectivement T_0, Π, T pour trièdres de référence et par Σ_{T_0}, Σ_T l'énergie d'accélération du solide Π par rapport à T_0 et T. Le solide privilégié Π étant animé d'un mouvement infiniment petit du second ordre par rapport à T_0 et à T, on a (théorème de M. Platrier)

$$S_{T_0} = S_{\Pi} + \Sigma_{T_0},$$
$$S_T = S_{\Pi} + \Sigma_T,$$

d'où

$$S_T = S_{T_0} + \Sigma_T - \Sigma_{T_0}. \tag{3}$$

S_{T_0}, Σ_T, Σ_{T_0} s'évaluent immédiatement. On a

$$S_{T_0} = \vec{\omega}^2\left(\vec{\vec{I}}\,\vec{\omega}\,\vec{\omega}\right),$$

$$\Sigma_T = \vec{\vec{I}}\,\vec{\Omega}'\,\vec{\Omega}',$$

$$\Sigma_{T_0} = \vec{\vec{I}}\,\vec{\varpi}'\,\vec{\varpi}',$$

puisque la rotation instantanée de Σ par rapport à T_0 est égale au vecteur $-\vec{\varpi}$ augmenté du vecteur constant coïncidant avec $\vec{\varpi}$ à l'instant t.

Nous avons ainsi, pour l'énergie d'accélération du solide par rapport à T, l'expression

$$S_T = \vec{\omega}^2 (\vec{I}\vec{\omega}\vec{\omega}) + \vec{I}\vec{\Omega}'\vec{\Omega}' - \vec{I}\vec{\varpi}'\vec{\varpi}', \tag{4}$$

où $\vec{\Omega}'$ et $\vec{\varpi}'$ ont les valeurs tirées de (1) et de (2). Pour retrouver l'expression donnée par M. Platrier, on tire de (2)

$$\vec{I}\vec{\Omega}'\vec{\Omega}' - \vec{I}\vec{\varpi}'\vec{\varpi}' = \vec{I}\vec{\omega}'\vec{\omega}' - 2\vec{I}\vec{\varpi}'\vec{\omega}'$$

et de (1)

$$\vec{I}\vec{\varpi}'\vec{\omega}' = -\vec{\omega}' \times \left[\vec{\omega} \wedge (\vec{I}\vec{\omega})\right] = \vec{I}\vec{\omega}(\vec{\omega} \wedge \vec{\omega}'),$$

d'où

$$S_T = \vec{\omega}^2 (\vec{I}\vec{\omega}\vec{\omega}) + \vec{I}\vec{\omega}'\vec{\omega}' - 2\vec{I}\vec{\omega}(\vec{\omega} \wedge \vec{\omega}').$$

Dans le cas particulier où S est animé par rapport à T d'un mouvement à la Poinsot, (4) donne

$$S_T = \vec{\omega}^2 (\vec{I}\vec{\omega}\vec{\omega}) - \vec{I}\vec{\omega}'\vec{\omega}'.$$

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Au sujet d'un moteur à combustible lourd, à pulvérisation constante et à pression maximum limitée.* Note [1] de M. **Paul Dumanois**, présentée par M. Émile Jouguet.

La réalisation convenable d'un moteur à combustible lourd à injection directe nécessite la constance de la pulvérisation à tous les régimes pour assurer une combustion complète sans fumée ni résidus et la limitation de la pression maximum pour éviter les usures anormales et la diminution du rendement organique.

Le combustible ne s'allumant pas dès son introduction, mais avec un certain retard fonction essentiellement de sa composition chimique [2], il est nécessaire de commencer l'injection avant le point mort avec une certaine avance angulaire γ déterminée par la condition que le lancer de pression, résultant de la combustion sensiblement à volume constant de la quantité de combustible introduit au moment où se produit l'allumage, ait lieu au point mort pour le régime normal.

---

(1) Séance du 20 avril 1936.

(2) Dumanois, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1003.

Soient V_m le volume de l'espace mort, V le volume engendré par le piston moteur à partir du point mort, T_m la température absolue au point mort, T la température absolue pour le volume V, v le volume engendré par le piston de la pompe à combustible à partir du moment où le piston moteur est au point mort, δ la densité du combustible, Q son pouvoir calorifique, ϖ le poids de l'air de la cylindrée, c_p la chaleur spécifique de l'air à pression constante.

On a à chaque instant

$$T = T_m + \frac{v Q \delta}{\varpi c_p}$$

en négligeant les variations de ϖ dues à l'introduction du combustible et celles de c_p.

Pour que la combustion soit isobare il suffit théoriquement que

$$\frac{V + V_m}{V_m} = \frac{T_m}{T}, \qquad \frac{V}{V_m} = \frac{v \delta Q}{\varpi c_p T_m};$$

autrement dit, le piston de la pompe à combustible doit avoir un mouvement semblable à celui du piston moteur.

Cette condition détermine un certain angle α d'introduction du combustible.

Pratiquement, comme les gouttelettes de combustible mettent un certain temps à brûler, il sera nécessaire que l'angle réel d'injection soit β inférieur à α : l'écart entre β et α étant d'autant plus faible que la pulvérisation est meilleure.

Si la vitesse angulaire ω varie, il faut maintenir constante la vitesse ν d'introduction du combustible c'est-à-dire la pulvérisation; si σ est la section de l'injecteur, q le volume de combustible total introduit à partir du point mort, c la durée de l'injection, on a

$$q = \nu \sigma t = \nu \sigma \frac{\beta}{\omega}.$$

Il faut donc que la section de l'injecteur varie proportionnellement à ω.

Par ailleurs l'avance angulaire à l'injection restant la même, si ω diminue, l'allumage du poids constant p de combustible introduit avant le point mort se produira pour un angle compris entre γ et o, et la température T_m au point mort variera.

Si l'on désigne par V_1 et T_1 le volume et la température absolue de la cylindrée pour l'angle γ, K le rapport des chaleurs spécifiques, C_v la chaleur spécifique de l'air à volume constant, il est facile de voir que T_m

varie entre deux limites extrêmes

$$(1)\quad \begin{cases} T_1 + \dfrac{pQ}{\varpi C_V} & \text{(allumage au point mort)}, \\[2ex] T_1 + \dfrac{pQ}{\varpi K C_V}\,\dfrac{\left(\dfrac{V_1}{V}\right)^K - 1}{\dfrac{V_1}{V} - 1} & \text{(retard d'allumage nul)}, \end{cases}$$

et la pression au point mort variera de façon correspondante.

De même l'angle β restant constant, la combustion sera terminée avant α, la combustion ne sera plus théoriquement isobare et la pression tendra à monter, le maximum théorique étant obtenu pour une combustion instantanée terminée à l'angle β.

Pratiquement la diminution de ω entraîne une diminution corrélative de la turbulence, facteur essentiel de la vitesse de combustion et l'augmentation de pression ne sera pas réalisée.

Pratiquement avec un moteur tournant à 2000 tours, un combustible ayant 65 de nombre de cétène, de rapport de compression volumétrique 13, en injectant avant le point mort une quantité constante de combustible égale au 1/10ᵉ de la charge maxima

$$\gamma = 12^\circ, \qquad \alpha = 33^\circ, \qquad \beta = 26^\circ.$$

Les pressions extrêmes au point mort correspondant à (1) sont respectivement $49^{\text{kg}},400$ et $49^{\text{kg}},900$, ce qui donne un écart négligeable. D'autre part, la surpression théorique maximum correspondant au cas extrême de la combustion terminée à l'angle β serait de 59^{kg}.

Au contraire le même moteur à compression 13 suivant le cycle de combustion à volume constant atteindrait normalement une pression de 98^{kg}, avec un rendement thermique moyen supérieur de 6 pour 100, au prix d'un rendement organique et d'une endurance inférieurs, et d'un poids plus considérable.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur le spectre ultraviolet du ciel nocturne.* Note [1] de M. **Albert Arnulf**, transmise par M. Charles Fabry.

Nous avons obtenu un certain nombre de spectres ultraviolets du ciel nocturne, au moyen du spectrographe ouvert à $f/1$, foyer 50^{mm}, décrit dans une Note précédente [2].

La grande luminosité de l'appareil nous a permis d'obtenir des épreuves bien contrastées, ainsi qu'en font foi la reproduction et l'enregistrement ci-joints.

Nous avons étudié les quatres meilleurs clichés; le tableau suivant indique les lieux, le temps de pose et les dates correspondantes :

Lieux.	Pose.		Dates.
1. Station scientifique du Jungfraujoch	5	heures	octobre 1935
2. Villennes-sur-Seine (30^{km} de Paris)..........	9	»	24 janvier 1936
3. Villennes-sur-Seine........................	18	»	24-25 février 1936
4. Villennes-sur-Seine........................	16,5	»	18-19 mars 1936

Les longueurs d'ondes mesurées, exprimées en Angströms, figurent dans le tableau suivant, accompagnées de deux chiffres : le premier indique le nombre de spectres sur lesquels une raie ou une bande déterminée est visible, le second évalue grossièrement les intensités de ces raies ou bandes. Lorsque, sur les divers clichés, les longueurs d'onde différaient de moins de 3 Å, les raies correspondantes étaient supposées être les mêmes; la longueur d'onde indiquée sur le tableau est la moyenne de leurs longueurs d'onde. De plus, si une raie n'a pu être identifiée que sur un ou deux spectres, cette raie n'est retenue que si l'enregistrement ne prête à aucune confusion possible avec les défauts de la plaque (grains ou taches). Les cas douteux sont indiqués par un point d'interrogation.

3556-4-5	3506-1	3487-4-2	3460-4-1	3432-1-1	3424-4-1	3407-4
3397 ?-1	3374-4-4	3343-3-1	3318-3-2	3309-2	3297-4-3	3286-2
3268-4-1	3248 ?-2	3219-4-2	3203-2	3193 ?-2	3187-2-1	3157-4-2
3144-3-2	3133-2	3116-4-2	3103-2	3094-4-1	3084-4-1	3068-2-1
3030-4-2	2989 ?-3	2979 ?-2	–	–	–	–

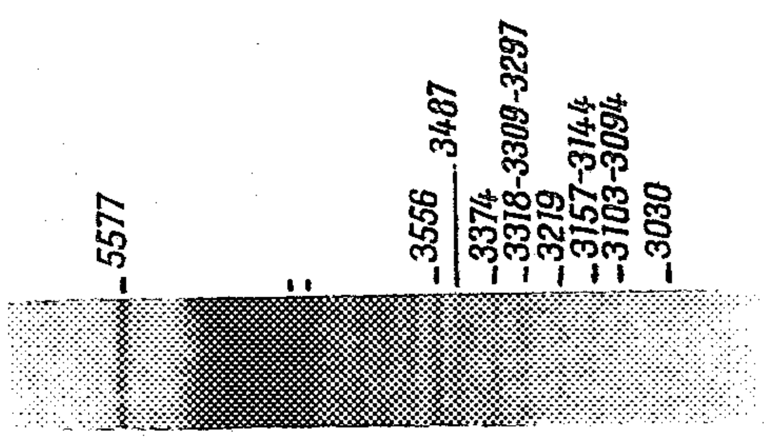
Nous ferons les remarques suivantes :

1° Une augmentation importante du temps de pose n'améliore que d'une

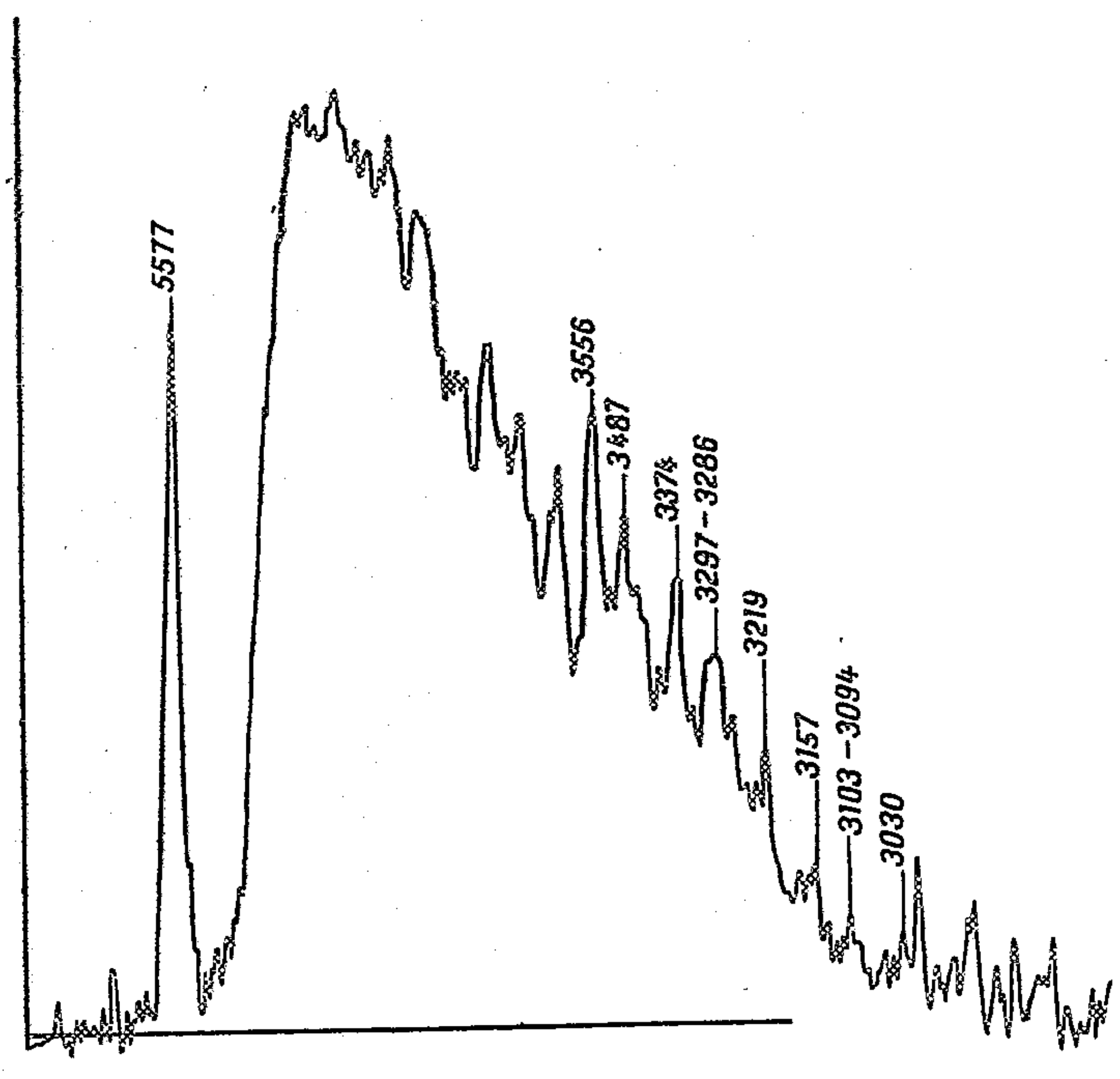
(1) Séance du 6 avril 1936.

(2) Albert Arnulf et Bernard Lyot, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1480.

façon insignifiante le nombre des détails visibles. Seule leur intensité croît. Nous en concluons que la perception de ces détails est limitée actuellement par la dispersion du spectrographe. Des progrès dans cette voie ne seront obtenus qu'en augmentant le foyer, donc les dimensions de l'appareil.



Spectre du ciel nocturne. (Villennes, 24-25 février 1936.)



Enregistrement du spectre du ciel nocturne. (Villennes, 24-25 février 1936.)

2° Il n'est pas possible d'affirmer avec certitude l'existence de raies ou de bandes de longueur d'onde inférieure à 3030 Å. Les résultats des mesures effectuées sur les divers clichés, au-dessous de cette limite sont incohérents.

3° Sur trois des spectres, la limite du fond continu est voisine de 3030 Å. Sur le quatrième, le plus posé, cette limite semble voisine de 2950 Å, mais ce résultat ne peut être accepté sans vérification ultérieure. Il sera indispensable, pour être fixés sur ce point, d'augmenter considérablement les temps de pose actuels.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la réalité de la mécanique quantique.* Note de M. René Dugas, présentée par M. Louis de Broglie.

J'avais donné (¹) des motifs plus philosophiques que mathématiques d'écarter le critérium einsteinien de réalité physique. Je voudrais, m'appuyant sur des travaux récents (²), revenir sur l'aspect mathématique de la question.

Dans le cas de deux particules libres étudié par Einstein (³), la fonction d'onde $\Psi(x_1, x_2)$ du système total I + II se présente à la fois comme l'intégrale du produit des fonctions propres *soit* des coordonnées x_1 et x_2, *soit* des moments conjugués p_1 et p_2. Deux mesures respectives de x_1 et de p_1, traduites par réduction du paquet d'ondes, permettent d'assigner deux valeurs exactes à x_2 et p_2. Pour Einstein, *à la même réalité* II que ces mesures ne peuvent influencer se trouvent ainsi associées les fonctions propres de deux observables non commutables. Étant donné la symétrie évidente du système total, le paradoxe ainsi relevé par Einstein à l'égard de II résulte *exclusivement* du caractère particulier qu'il attribue à la réalité de ce système en dehors de toute mesure directe de x_2 et de p_2. Le paradoxe correspondant à l'égard de I se trouve écarté, comme je l'avais indiqué, par l'impossibilité de la détermination simultanée du couple d'observables x_1 et p_1. Le paradoxe apparent sur II disparaît corrélativement si l'on cesse d'attribuer, en dehors de toute mesure, un caractère éminent à la *réalité* de ce système.

Ainsi, dans le cas étudié par Einstein, la fonction d'onde du système total se présente, à l'égard des observables étudiées, α pour I et β pour II, sous la forme

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_i c_i \Psi_{a_i}(x_1) \Psi_{b_i}(x_2) \tag{1}$$

(¹) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 636.

(²) W.-H. Furry, *Physical Review*, 49, 1936, p. 393.

(³) Einstein, Podolsky et Rosen, *Physical Review*, 47, 1935, p. 777.

(Ψ_{a_i} est la fonction propre normalisée de α correspondant à la valeur a_i; notation analogue pour Ψ_{b_i}; les coefficients c_i vérifient $\sum_i c_i^2 = 1$).

La fonction $\Psi(x_1, x_2)$, ceci en vertu d'un postulat de l'axiomatique quantique, peut également se développer en série suivant les fonctions propres, orthogonales et normalisées, d'une observable arbitraire λ attachée à I

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_l \Psi_l(x_1)\zeta_l(x_2), \tag{2}$$

mais alors les coefficients ζ_l ne sont en général ni orthogonaux ni normalisés. Le coefficient $\zeta_{l'}$ correspondant à la valeur propre particulière l' s'écrit, en vertu de l'orthogonalité des Ψ_l

$$\zeta_{l'}(x_2) = \int \Psi_{l'}^* \Psi(x_1, x_2)\, dx_1. \tag{3}$$

D'autre part, si l'on considère un état arbitraire (normalisé) Ψ et si Ψ_m est la fonction propre (normalisée) d'une observable quelconque μ appartenant à la valeur propre m, le produit

$$|\Psi^* \Psi_m|^2, \tag{4}$$

ou *probabilité d'accord* des états Ψ et Ψ_m, donne, en vertu de la certitude offerte par Ψ_m, la probabilité pour que la mesure de l'observable μ dans l'état Ψ donne le résultat m.

Les formules qui précèdent ont permis à M. W. H. Furry de résoudre le problème suivant : une observable arbitraire λ de I ayant été mesurée après interaction des systèmes I et II et le résultat l obtenu, calculer la probabilité pour qu'une observable arbitraire μ attachée à II ait la valeur m.

Revenant au critérium einsteinien de réalité (R), nous observons que la seule forme de (4), traduisant l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique, suffit à montrer qu'en général pour un état quelconque une observable arbitraire ne peut avoir de réalité au sens de (R).

Dans le cas privilégié (1) une seule mesure de α suffit pour extraire du mélange d'états propres que constitue le système total (I + II) une certitude à l'égard de β. *C'est le seul cas où* (R) *est satisfait.* Si l'on s'écarte des observables α et β, en couplant par exemple λ et β, on ne peut dégager d'une mesure de λ qu'une probabilité pour β.

Encore pour traiter correctement le problème général (λ, μ) faut-il,

comme le souligne M. H. Furry, ne faire aucune hypothèse parasite qui conduise à une *interférence de probabilités* au sens d'Heisenberg.

Ce qui précède est, semble-t-il, suffisant pour prouver qu'il serait arbitraire, par l'adoption de (R), de réduire la mécanique quantique à ses seuls *cas purs*.

A l'opposé du point de vue einsteinien, M. Henry Margenau propose d'écarter le postulat suivant lequel il est permis, à l'aide d'une seule mesure, d'énoncer une certitude (1). Il assimile un état quantique à un jeu de nombres associés à un certain opérateur λ et dont résulte la distribution des différentes valeurs propres de λ. Ceci n'est qu'une manière d'exprimer le postulat quantique du développement en série. Mais de là à assimiler, comme le suggère cet auteur, la mécanique quantique à un jeu de dés, il y a un pas qu'il semble inutile de franchir (2). Les *cas purs*, qui satisfont au postulat que M. Margenau propose d'écarter, méritent, semble-t-il, en l'état actuel de l'axiomatique quantique (3), d'être considérés comme privilégiés, ne serait-ce que pour la raison, précisément marquée par Einstein, qu'ils constituent le seul point de convergence des doctrines classique et quantique dans la considération des mesures physiques.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la diffusion des ondes de Dirac.* Note de M. **Jacques Winter**, présentée par Louis de Broglie.

Nous avons écrit (4), les expressions générales des ondes diffusées u_1, u_2, u_3, u_4, provenant de la perturbation d'une onde plane par un potentiel sphérique limité. Ces expressions comprennent deux fonctions f et g.

---

(1) *Physical Rewiew*, **49**, 1936, p. 240.

(2) Dans un cas pur, le dé est en effet guidé de telle sorte qu'il tombe toujours sur la même face.

(3) Je néglige ici les considérations de MM. Landau et Peirls sur les relations d'incertitude.

(4) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1265. Apportons ici des rectifications, qui n'altèrent d'ailleurs pas les formules finales : 1° dans le cas $j = k - 1/2$, il faut ajouter un signe — devant l'expression de $\mathbf{F}_{-k-1}$, et par conséquent devant Ψ_1 et Ψ_2; 2° les expressions de Ψ_1 et Ψ_2, dans les deux cas $j = k \pm 1/2$, doivent être encore multipliées par i; 3° pour obtenir la formule de Rayleigh, il faut sommer par rapport à l'indice k, en multipliant respectivement par les coefficients $\sqrt{\pi/2pr}\,.\,i^k$. Ces modifications n'altèrent pas les expressions des u. Pour alléger l'écriture nous omettons les facteurs $\sqrt{\pi/2pr}$.

En un point du plan zOx, les composantes du flux diffusé sont proportionnelles à

$$(1)\qquad \begin{cases} Ox & -(|\mathbf{A}|^2 + |\mathbf{B}|^2)(f^*g + fg^*), \\ Oy & (|\mathbf{A}|^2 - |\mathbf{B}|^2)(fg^* - f^*g), \\ Oz & (|\mathbf{A}|^2 + |\mathbf{B}|^2)(gg^* - ff^*). \end{cases}$$

Il y a donc une composante *transversale*, qui est polarisée. Elle correspond au fait suivant de la mécanique classique : un doublet magnétique décrit une trajectoire gauche dans un champ électrique central. Montrons que cette composante ne joue pas de rôle dans le phénomène de la double diffusion. Dans ce phénomène, la deuxième diffusion subie par les ondes u se passe à grande distance du centre de la première diffusion. Ceci veut dire que, dans f et g, on peut remplacer les fonctions de Hankel, qui représentent les ondes divergentes, par leurs expressions asymptotiques

$$(2)\qquad \mathbf{H}_k = \sqrt{\frac{2}{\pi p r}}\, e^{i\left(pr - \frac{k+1}{2}\pi\right)}.$$

Appelons c_k et d_k les amplitudes des $\mathbf{H}_k$, pour $j = k + 1/2$ et $j = k - 1/2$. Les équations de continuité sont les mêmes pour c_{k-1} et d_k, donc

$$(3)\qquad c_{k-1} = d_k.$$

Portons (2) et (3) dans les expressions de f et g. Les exponentielles provenant des fonctions de Hankel compensent les coefficients i^k de la formule de Rayleigh, et l'on a (un facteur sans importance est omis)

$$(4)\qquad f = \sum_k \mathbf{P}_k[(k+1)c_k + k c_{k-1}],$$

$$(5)\qquad g = \sum_k \mathbf{P}_k^1(c_{k-1} - c_k) = \sum_k \mathbf{P}'_k \sin\theta\,(c_{k-1} - c_k),$$

avec la normalisation adoptée pour $\mathbf{P}_k^1$.

L'identité

$$\sum_k (c_{k-1} - c_k)(\mathbf{P}'_k + \mathbf{P}'_{k-1}) = \sum_k (2k+1)\mathbf{P}_k c_k,$$

qui résulte de la transformation d'Abel [1], donne pour f

$$(6)\qquad f = \sum_k (c_{k-1} - c_k)(k\mathbf{P}_k + \mathbf{P}'_k + \mathbf{P}'_{k-1}).$$

[1] LEBESGUE, *Leçons sur les séries trigonométriques*, Paris, p. 38.

et l'identité ([1]) $\mathbf{P}'_{k-1} + k\mathbf{P}_k = \cos\theta\, \mathbf{P}'_k$,

$$f = \sum_k (c_{k-1} - c_k)\, \mathbf{P}'_k (1 + \cos\theta), \tag{7}$$

d'où

$$g = f \operatorname{tang} \frac{\theta}{2}, \tag{8}$$

(8) est valable à grande distance du premier centre diffuseur. Si on la porte dans (1), on voit que le vecteur flux passe par l'origine. Cela correspond au fait qu'à grande distance du centre perturbateur, les électrons diffusés se propagent radialement. La composante polarisée n'existe donc qu'à petite distance, et n'intervient pas.

Nos Notes ne font que généraliser des résultats obtenus par M. Frenkel pour la réfraction sur une surface plane.

ÉLECTROCHIMIE. — *Recherches expérimentales sur l'électrolyse des sels manganeux.* Note de M. **Max Geloso** et Mlle **Charlotte Rouillard**, présentée par M. Georges Urbain.

L'électrolyse des sels manganeux conduit à l'obtention de bioxyde de manganèse à l'anode. Notre étude porte sur le processus électrolytique de dépôt et sur la constitution chimique du bioxyde obtenu. L'anode est un panier de platine de 2^{dm^2} de surface environ; on a toujours opéré sur 200^{cm^3} de solution.

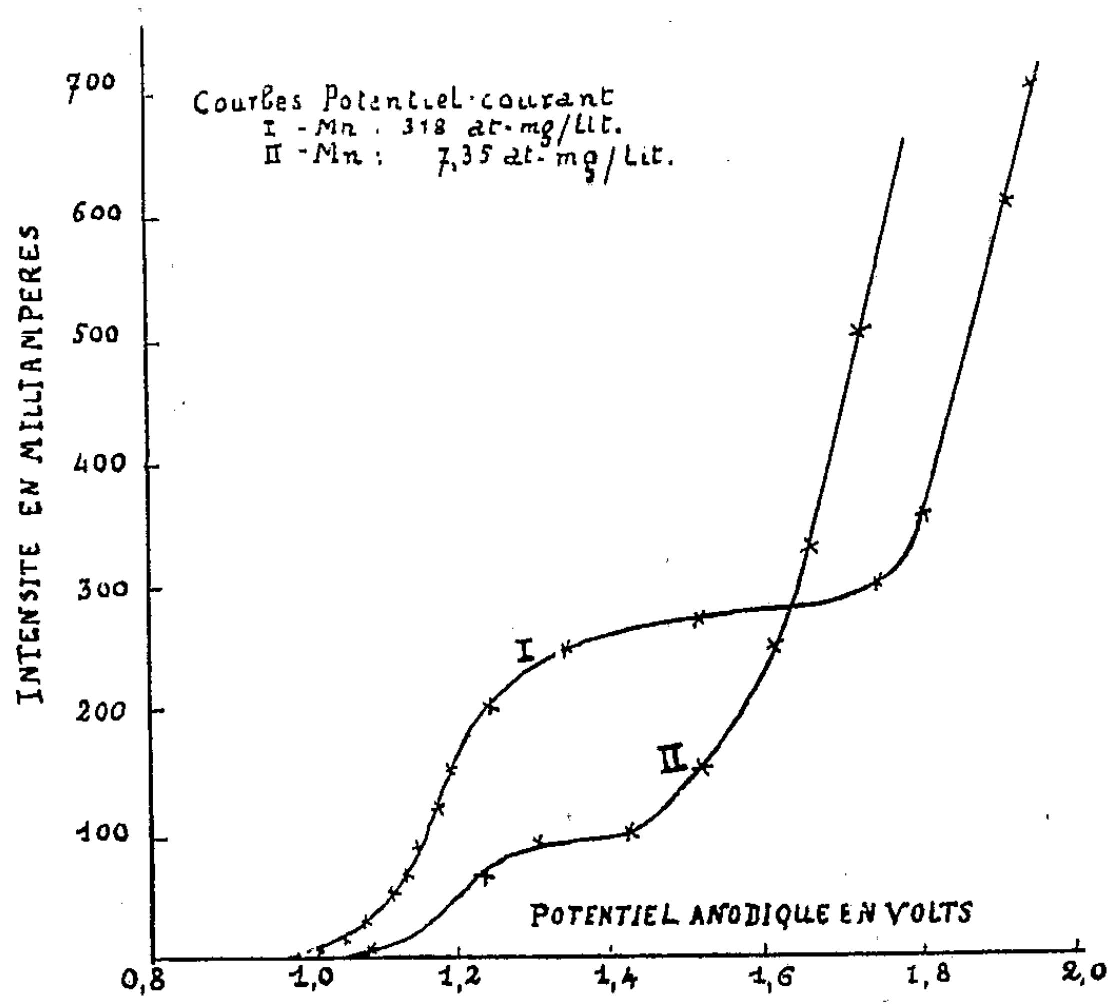
Nous avons tracé les courbes potentiel-courant en faisant croître l'intensité toutes les cinq minutes, et en déterminant le potentiel anodique pour chaque valeur de la densité de courant. Ces courbes se composent de deux branches ascendantes séparées par un palier (courbe I) qui correspond à une intensité de courant limite. Le dépôt de bioxyde devient visible pendant le tracé de la première branche; un dégagement gazeux apparaît en outre le long de la seconde, d'autant plus abondant que la densité de courant est plus élevée.

Une augmentation de la concentration initiale du sel manganeux entraîne une diminution de longueur du palier (courbe II). La durée de l'électrolyse, c'est-à-dire l'augmentation du nombre de points servant au

---

([1]) Whittaker et Watson, *Modern Analysis*, Cambridge, 1928, p. 308.

tracé de la courbe, accroît la polarisation anodique. Le palier se produit alors pour une densité de courant plus basse. Une élévation de température, l'agitation de la solution, diminuent la polarisation. En acidifiant la solution initiale, on observe un déplacement vers les potentiels plus élevés. Les essais effectués sur le nitrate au lieu de sulfate de manganèse conduisent à des courbes ayant même allure. L'intervention de l'anion se borne à une augmentation de la polarisation aux densités de courant élevées.



Au point de vue chimique, l'analyse des dépôts anodiques accuse toujours un déficit en oxygène par rapport à la formule théorique MnO^2. Les pseudo bioxydes formés peuvent se représenter sous la forme $MnO^{2-\varepsilon}$ ou mieux MnO^2, nMnO avec $n < 1$. D'ailleurs n varie avec les conditions de l'électrolyse et cette variation est continue.

C'est ainsi qu'avec le temps, nous obtenons les résultats suivants :

Mn = 318 at-mg/lit; $I = 0^A,2$;

Temps (min).	2.	5.		10.		30.		100.
n...	0,24	0,19	0,21	0,19	0,18	0,14	0,12	0,11

Plus la densité de courant est élevée, plus la constitution du dépôt se rapproche de la forme théorique, tout en en restant cependant très éloignée.

L'augmentation d'acidité de la solution initiale provoque une diminution de *n*.

Mn = 318 (at-mg/lit)	I = $0^A,2$.	Durée 30 min.	Temp. 20°.
pH initial	6,3	3,3	(5 % SO^4H^2 pur)
n	0,27	0,14	0,12

Enfin par variation de concentration en sulfate manganeux, on obtient les résultats suivants avec une intensité de $0^A,2$ en opérant pendant 30 minutes :

Mn initial (at-mg/lit)	15,9.	63,6.	318,0.	1272,0.
n	0,047	0,10	0,14	0,16

Nous avons également effectué l'électrolyse à potentiel anodique constant. La concentration initiale était 318 at-mg/lit.

	Temps (min.).	*n*.		Temps (min.).	*n*
$1^v,2$ (1re branche)	5	0,20	$1^v,8$ (2e branche)	5	0,21
»	60	0,18	»	15	0,18

La tension de dépôt ne semble exercer aucune influence sur la composition du précipité.

Nous avons cherché alors si l'oxygène pouvait, dans nos conditions opératoires, se dégager aux potentiels de la première branche. A cet effet, nous avons électrolysé une solution exempte de sulfate manganeux, mais contenant 5 pour 100 de sulfate de sodium et de pH = 3. Ni sur platine poli, ni sur anode de bioxyde de manganèse, l'oxygène ne se dégage avant d'atteindre un potentiel supérieur à $1^v,6$ environ. Même sur platine-platiné, l'oxygène n'apparaît qu'aux environs de $1^v,4$.

Enfin, pour terminer cette étude, nous avons effectué des calculs de rendement.

Le rendement peut se calculer, soit en oxygène, soit en manganèse. Mais, dans ce dernier cas, étant donné la formule complexe $MnO^2 n MnO$ des pseudo bioxydes déposés, le rendement pour 100 peut être exprimé par l'un ou l'autre des rapports atomiques

$$\frac{\text{Mn total déposé}}{\text{Mn théorique}} \times 10^2 \quad \text{ou} \quad \frac{\text{Mn tétravalent déposé}}{\text{Mn théorique}} \times 10^2.$$

En fait, le long de la première branche, le second de ces rapports seul convient et donne des résultats voisins de 100. Le long de la seconde branche, au contraire, ces rapports sont nettement inférieurs à 100 et il est

nécessaire, pour établir le bilan faradique, d'admettre qu'une partie du courant est transportée par les ions OH^-. L'expérience confirme cette supposition.

MAGNÉTISME. — *Installation, au Laboratoire de l'Électroaimant de Bellevue, d'un appareil pour la liquéfaction de l'hélium et l'obtention des températures inférieures à 1°K. par la méthode magnétique.* Note [1] de MM. NICOLAS KÜRTI, PAUL LAINÉ, BERNARD-VINCENT ROLLIN et FRANZ SIMON, présentée par M. Aimé Cotton.

Au cours des expériences effectuées par plusieurs d'entre nous [2], aux très basses températures obtenues par la méthode magnétique, il est apparu comme désirable d'utiliser, dans beaucoup de recherches, des champs plus intenses, plus étendus et plus constants que ceux que permet d'atteindre le petit électroaimant de ce laboratoire. Comme, d'autre part, la méthode d'expansion [3] a rendu possible la liquéfaction de l'hélium dans de petits appareils peu coûteux et facilement transportables, nous avons songé à installer un tel liquéfacteur au Laboratoire de l'Électroaimant de l'Académie des Sciences pour y compléter ces expériences. Grâce à l'appui de MM. A. Cotton et F.-A. Lindemann, il nous a été possible de réaliser ce projet. Nous décrirons maintenant sommairement l'installation que nous avons réalisée et en expliquerons brièvement le fonctionnement.

Le liquéfacteur est analogue à un modèle décrit antérieurement [4]. Il consiste essentiellement en un récipient en bronze phosphoreux, à parois épaisses, placé dans une enceinte isolante qui, à son tour, plonge dans de l'hydrogène liquide contenu dans un vase de Dewar. Ce récipient, d'une capacité de 90^{cm^3} était rempli d'hélium comprimé (nous avions à notre disposition une pression de 110 atmosphères) et refroidi à la température de l'hydrogène solide (11° à 12° K.). L'hélium était alors détendu par un robinet disposé à l'extérieur de l'appareil à la température ordinaire. Dans

(1) Séance du 20 avril 1936.

(2) N. KÜRTI et F. SIMON, *Proc. Roy. Soc.*, **149**, 1935, p. 152; **151**, 1935, p. 610; **152**, 1935, p. 21; N. KÜRTI, B.-V. ROLLIN et F. SIMON, *Physica*, **3**, 1936, p. 266.

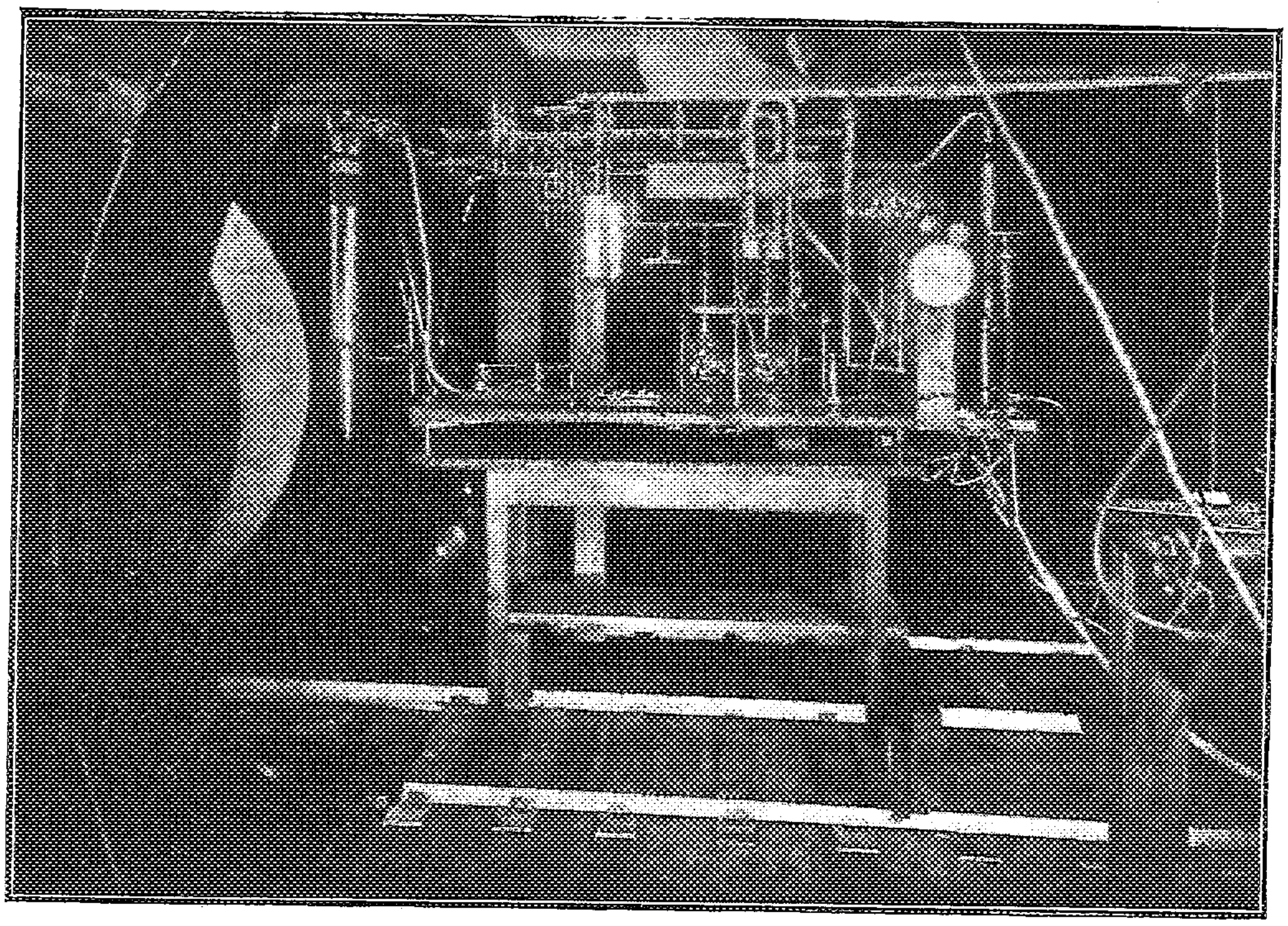
(3) F. SIMON, *Z. f. d. ges. Kälteindustrie*, **39**, 1932, p. 89; F. SIMON et E. AHLBERG, *Z. f. Phys.*, **81**, 1933, p. 816; F. SIMON, *Proc. Roy. Inst.*, **22**, 1935, p. 524.

(4) F. SIMON, *Proc. Roy. Inst.*, **22**, 1935, p. 524.

ces conditions, il restait, après la détente, environ 50^{cm^3} d'hélium liquide dans le récipient en bronze.

Un deuxième petit récipient, qui se trouve dans la même enceinte et sert au refroidissement du sel paramagnétique pouvait être rempli, par condensation, d'environ 7^{cm^3} d'hélium liquide. Pour réduire l'évaporation de l'hydrogène liquide, le couvercle du vase de Dewar était refroidi avec de l'azote liquide.

La compression de l'hélium était effectuée à l'aide d'un compresseur



Corblin à membrane. L'hélium détendu était recueilli dans un ballon de caoutchouc et refoulé après l'expérience dans une bouteille d'acier. Comme l'appareil ne devait se trouver dans l'entrefer que pendant la magnétisation, on l'avait monté sur une table mobile qui pouvait rouler sur trois rails. L'installation de haute pression était bien entendu fixe. Le tube qui reliait cette installation au liquéfacteur était enlevé après la liquéfaction de l'hélium.

La figure montre l'installation à l'instant même où elle entre dans l'électro-aimant. On aperçoit à gauche le liquéfacteur entouré du vase

de Dewar renfermant l'hydrogène liquide. Le sel paramagnétique, refroidi à 1° K., se trouve dans la partie rétrécie de l'appareil. L'échantillon y est fixé de façon telle que les petites trépidations inévitables lors du roulement de la table ne le fassent pas toucher les parties plus chaudes de l'appareil. On voit ensuite, sur la table, trois pompes à vapeur de mercure qui servent à vider les enceintes isolantes et à faire bouillir l'hélium sous pression réduite, puis des manomètres, des robinets et d'autres dispositifs auxiliaires. Les parties en fer devaient, évidemment, être placées à l'extrémité de la table la plus éloignée de l'électro-aimant.

Deux litres et demi d'hydrogène liquide suffisaient pour : *a*, refroidir l'appareil; *b*, liquéfier une quantité d'hélium suffisante pour maintenir à une température de 1° K., pendant 4 ou 5 heures, le réservoir renfermant le sel paramagétique; *c*, remplacer, dans le vase de Dewar, l'hydrogène qui s'évapore pendant l'expérience.

Nous pouvions disposer tous les 2 jours de 6 litres d'hydrogène liquide. Après avoir fait une expérience, il nous restait habituellement assez d'hydrogène liquide pour faire, le lendemain, une nouvelle expérience.

Nous signalerons seulement aujourd'hui que nous avons trouvé que quelques sels paramagnétiques devenaient ferromagnétiques à ces très basses températures. Nous avons également fait des expériences de démagnétisation avec une série de sels purs et de cristaux mixtes, et mesuré leurs chaleurs de magnétisation et leurs chaleurs spécifiques aux températures très basses. Le chauffage calorimétrique, dans ces dernières mesures, a été effectué à l'aide de rayons γ (1) fournis par une source de 230^{mg} de radium.

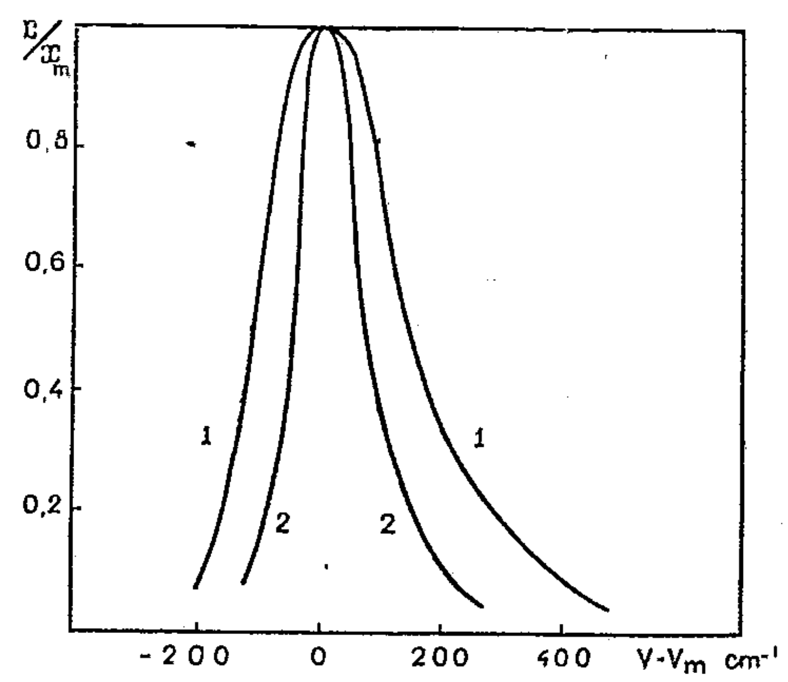
SPECTROSCOPIE. — *La bande* A *dans l'oxygène liquide.*
Note de M. **Robert Guillien**, présentée par M. Aimé Cotton.

La bande A d'absorption de l'oxygène gazeux ou de l'atmosphère a été très étudiée, car elle est résoluble en raies. Dans la même région spectrale l'oxygène liquide présente aussi une bande d'absorption différant notablement de la bande A du gaz. Pour celui-ci la bande A possède (2) quatre branches (P_1, P_2, R_1, R_2), l'arête étant vers 7595 Å, la raie zéro vers

(1) N. Kürti et F. Simon, *Proc. Roy. Soc.*, 152, 1935, p. 21.
(2) Dieke et Babcok, *Proc. Nat. Ac. Sc.*, 13, 1927, p. 670.

7624 Å, des raies ont été observées jusque vers 7703 Å. Pour le liquide, pris sous 1m d'épaisseur, j'ai constaté qu'il y a déjà absorption pour des longueurs d'onde inférieures à 7595 Å : l'absorption croît lentement à partir de 7425 Å, est maximum vers 7635 Å, puis décroît plus rapidement et devient insensible au-dessus de 7735 Å.

L'absorption continue du liquide s'étend donc des deux côtés au delà de l'absorption du gaz, elle décroît plus vite du côté des grandes longueurs d'onde tandis que, dans le gaz, l'arête est du côté des petites longueurs d'onde. Comme il a été dit précédemment [1] la courbe $\varkappa/\varkappa_m$, $1/\lambda$ (indiquant les valeurs du rapport de l'indice d'extinction $\varkappa$ à l'indice $\varkappa_m$ au maximum d'absorption) est très voisine de celles des bandes 5769



Courbe 1, $\rho = 1,21$ oxygène pur; courbe 2, $\rho = 0,106$ oxygène dilué.

et 4773 Å. Si l'on ajoute de l'azote liquide de façon que la masse d'oxygène traversée par la lumière reste constante, pour les bandes de longueur d'onde inférieure à 6500 Å on constate [2] que l'indice d'extinction spécifique $\varkappa_m/\rho$ tend vers zéro sans que la courbe $\varkappa/\varkappa_m$, $1/\lambda$ se déforme. Pour la bande 7635 au contraire $\varkappa_m/\rho$ décroît vers une limite non nulle et la courbe $\varkappa/\varkappa_m$, $1/\lambda$ devient plus pointue (voir figure); la courbe 1 correspond à l'oxygène pur $\rho = 1,21$, la courbe 2 correspond à de l'oxygène dilué $\rho = 0,106$ g/cm³.

Pour comparer l'absorption pour diverses valeurs de ρ, il ne suffit pas

---

(1) GUILLIEN, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1373.
(2) GUILLIEN, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1486.

de comparer χ_m/ρ, il faut faire intervenir

$$\alpha = \frac{-4\pi.3.10^{10}}{\rho} \int \frac{\chi}{\lambda} d\left(\frac{1}{\lambda}\right),$$

l'intégrale étant prise pour toute la largeur de la bande.

Nos mesures donnent, à $-195°,6$ pour l'oxygène liquide pur, $\alpha_1 = 1,2.10^{12}$ et, pour l'oxygène infiniment dilué, $\alpha_2 = 0,25.10^{12}$ (par extrapolation).

Or, à partir de mesures effectuées [1] dans l'atmosphère sur la bande A, on obtient $\alpha_3 = 0,16.10^{12}$; α_3 est très inférieur à α_1 mais voisin de α_2, la différence $\alpha_2 - \alpha_3$ ne pouvant cependant être attribuée à un changement de répartition des molécules entre les niveaux dus à la différence de température.

Sur les clichés j'ai constaté que les bandes 8150, 9190 (série $^3\Sigma \rightarrow {}^1\Sigma$) et la bande 6895 Å correspondant à la bande B du gaz, s'affinent quand on dilue avec de l'azote liquide. L'explication suivante est d'accord avec les faits.

Les bandes de l'oxygène liquide de longueur d'onde supérieure à 6500 Å sont produites : 1° par les molécules O^2 libres donnant les bandes faibles et étroites que l'on aurait pour de très grandes dilutions; 2° par les molécules $(O^2)^2$ dans lesquelles une molécule O^2 seule intervient pour absorber, en donnant des bandes de fréquences voisines des précédentes, mais bien plus intenses et élargies par le couplage avec la deuxième molécule O^2 de $(O^2)^2$. Les molécules $(O^2)^2$ ont donc, en plus de leur spectre caractéristique (13 bandes d'absorption de 6500 à 3200 Å), des bandes dans le rouge et l'infrarouge très voisines en position de celles de O^2.

C'est probablement à une absorption par O^2 libre et par O^2 lié dans $(O^2)^2$ qu'il faut recourir pour expliquer le spectre de raies et le spectre de triplets observés, avec l'oxygène comprimé, dans l'ultraviolet par divers auteurs et notamment par Herman [3].

---

(1) Childs et Mecke, *Zeits. für Phys.*, 68, 1931, p. 344.

(2) Herman et Mme Herman, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 714.

SPECTROSCOPIE. — *Influence de la température sur le spectre d'absorption de l'ozone.* Note de M. **Étienne Vassy**, transmise par M. Charles Fabry.

Une étude précédente [1] a mis en évidence une différence notable entre les coefficients d'absorption de l'ozone déterminés d'une part dans l'atmosphère et d'autre part au laboratoire dans les conditions ordinaires. L'allure de cette différence a permis, d'après des travaux antérieurs [2], de l'attribuer à la basse température à laquelle l'ozone stratosphérique se trouve soumis. Mais pour interpréter correctement le phénomène, il faut avoir des données quantitatives précises sur l'effet de cette basse température et s'assurer aussi que, conformément aux prévisions théoriques, la pression n'intervient pas.

A cet effet, un tube de $8^{cm},8$ de long, muni de fenêtres de quartz, était suivi de deux autres tubes de même diamètre également munis de fenêtres de quartz, l'un de 1^{m} de longueur, l'autre de $2^{m},53$. Le premier tube contenait un mélange d'oxygène ozonisé à la pression normale; dans les deux autres tubes on avait fait le vide. Les trois tubes étaient traversés par un faisceau parallèle de lumière, émanant d'un tube à hydrogène, qui allait ensuite converger sur la fente d'un spectrographe Hilger E31. Après avoir pris un premier spectre, on détendait le mélange d'oxygène ozonisé dans le deuxième tube, puis dans le troisième (la détente avait lieu en deux temps afin d'éviter les explosions). On prenait alors un autre spectre. Le temps de pose (2 minutes) était suffisamment faible pour que la décomposition (photochimique et spontanée) soit négligeable. L'étude microphotométrique des deux spectres obtenus dans ces conditions les a révélés identiques.

Ces expériences ont porté sur des épaisseurs d'ozone allant jusqu'à $1^{cm},5$, c'est-à-dire présentant des bandes intenses entre 3338 et 3136 Å. Le rapport des pressions était de $1/40^{e}$; la basse pression était celle de l'atmosphère à une altitude de 27^{km} environ, c'est-à-dire un peu au-dessus du centre de gravité de la couche d'ozone atmosphérique. On voit donc que dans les

(1) Barbier, Chalonge et Vassy, *Revue d'Optique*, 14, 1935, p. 425.

(2) Wulf et Melvin, *Physical Review*, 38, 1931, p. 350; L. Lefebvre, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 456.

mesures effectuées sur l'ozone de l'atmosphère, il n'y a pas lieu d'envisager la possibilité d'un effet de pression.

En second lieu, on a mesuré les coefficients d'absorption de l'ozone à basse température. Un tube en pyrex de 30^{cm} de long à fenêtres de quartz soudées était placé sur le trajet d'un faisceau lumineux provenant d'un tube à hydrogène et rendu parallèle par un achromat quartz-fluorine. A la sortie, un achromat identique faisait converger le faisceau sur la fente d'un spectrographe Hilger E 31. Le tube, contenant un mélange d'oxygène ozonisé, pouvait être amené à — 80°, température de la glace carbonique. Un dispositif, constitué par deux manchons de 30^{cm} raccordés au tube et fermés par des fenêtres de quartz, empêchait la condensation de vapeur d'eau sur les fenêtres du tube. La plaque ayant été préalablement graduée à l'aide de grilles de densité connue, on déterminait à la température ordinaire (+ 20°) l'épaisseur d'ozone contenue dans le tube en utilisant les coefficients d'absorption donnés par Ny Tsi-Zé et Choong Shin-Piaw [1]. Le tube était ensuite refroidi à — 80° et, connaissant l'épaisseur d'ozone ainsi obtenue, on déterminait alors les coefficients d'absorption. Il était toutefois indispensable de s'assurer que cette épaisseur n'avait pas varié, par suite de la décomposition spontanée et de la décomposition photochimique; c'est ce que l'on faisait en prenant une série de spectres espacés dans le temps et en les comparant.

On a ainsi obtenu les coefficients d'absorption de l'ozone à — 80° pour des longueurs d'onde comprises entre 3372 et 3151 A, mais afin que les résultats puissent être confrontés utilement avec ceux obtenus dans le travail déjà cité (à cause des différences de pouvoir séparateur et de dispersion des spectrographes utilisés), nous donnerons dans le tableau suivant, en fonction de la longueur d'onde, les rapports α_λ du coefficient d'absorption à + 20° à celui à — 80°.

λ	*3372.*	3350.	*3338.*	3326.	*3312.*	3295.	*3278.*	3268.	*3320.*
α_λ	1,00	0,50	1,00	0,49	1,00	0,52	1,00	0,57	1,00
λ	3239.	*3220.*	3213.	*3200.*	3190.	*3175.*	3168.	*3155.*	3151.
α_λ	0,58	1,05	0,72	1,00	0,80	1,00	0,87	1,00	0,93

(Les longueurs d'onde en italique correspondent à des maxima d'absorption, les autres à des minima.)

(1) Ny Tsi-Zé et Choong Shin-Piaw, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 309; **196**, 1933, p. 916.

On voit donc que, à part la bande 3220 qui est double, les maxima d'absorption ne varient pas avec la température. Donc, dans les mesures de l'épaisseur réduite de l'ozone atmosphérique, il faut opérer sur les longueurs d'onde des maxima d'absorption.

En comparant les rapports α_λ du tableau précédent aux rapports correspondants déduits du travail précédemment cité, on peut dès maintenant, à la suite d'une grossière approximation, dire que les 85/100e de l'ozone atmosphérique sont à basse température. En utilisant alors la distribution verticale de l'ozone trouvée expérimentalement par E. et V. Regener (1), on voit que ces 85/100e sont situés au-dessus de 11^{km}, altitude qui concorde avec celle de la tropopause dans nos régions.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'absorption du rubidium.* Note de MM. **Ny Tsi-Zé** et **Weng Wen-Po**, transmise par M. Charles Fabry.

Il est bien connu que le seul électron de valence de l'atome des molécules alcalins se trouve à l'état normal sur l'orbite $^2S_{1/2}$ et il résulte du principe de sélection que leur spectre d'absorption se compose uniquement des raies de la série principale $^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2,\ 1/2}$. En plus de la série principale, Datta et Chakravarty (2) d'une part, et H. Kuhn (3) d'autre part, avaient observé sur les spectres d'absorption des vapeurs de métaux alcalins, à côté des raies de la série principale, des raies nouvelles selon les uns ou des bandes d'après l'autre. Les positions des bandes signalées par Kuhn dans la vapeur de potassium sont en bon accord avec celles des raies observées par Datta et Chakravarty. Kuhn a attribué ces bandes aux molécules à liaison lâche, tandis que Datta et Chakravarty les ont considérées comme des raies principales déplacées par une interaction entre les atomes et les molécules existant en même temps dans la vapeur d'un métal alcalin.

L'un de nous (4) avait retrouvé toutes ces raies ou bandes déjà observées du rubidium et du cæsium et découvert d'autres raies nouvelles à côté des membres élevés de la série principale. En travaillant avec des vapeurs très denses de rubidium, nous avons pu observer encore des raies nouvelles et les classifier empiriquement en des séries.

---

(1) *Physikalische Zeitschrift*, 35, 1934, p. 788.
(2) *Indian Journ. of Physics*, 7, 1932, p. 273.
(3) *Zeitschrift für Physik*, 76, 1932, p. 782.
(4) Ny Tsi-Zé et Choong Shin-Piaw, *Journal de Physique*, 6, 1935, p. 203.

5 S — m P.	370° C. A.	370° C. B.	370° C. C.	460° C. A.	460° C. B.	460° C. C.	460° C. D.	550° C. A.	550° C. B.	550° C. C.	550° C. D.	5 S — m D calculé.	5 S — m S calculé.
				3431,7				3431,7					
				3419,0				3419,0					
				3402,4				3402,4					
					3369,5				3369,5				
					3365,8				3365,8				
		3355,0			3355,0				3355,0				
3350,89													
3348,72													
						3341,9				3341,9			
			3339,6			3339,6				3339,6			
				3256,8				3256,8					
				3249,4				3249,4					
					3240,6				3240,6				
		3237,5			3237,5				3237,5				
3229,13													
3228,05													
			3224,0			3224,0				3224,0			
										3212,7			
											3205,4		
											3198,1	3201,9	
											3198,6		3187,8
											3183,0		
				3170,8				3170,8					
				3168,3				3168,3					
				3166,4				3166,4					
					3161,9				3161,9				
3158,12													
3157,56													
			3155,4			3155,4				3155,4			
										3151,2			
							3142,9				3142,9	3141,6	
							3139,4				3139,4		
											3133,5		3132,4
											3129,3		
								3124,3					
				3121,4				3121,4					
	3119,6			3119,6				3119,6					
					3116,8				3116,8				
3112,83													
			3111,4			3111,4				3111,4			
							3100,7				3100,7	3102,2	
											3095,4		3095,8
	3087,8			3087,8				3087,8					
3082,27													
			3081,0			3081,0				3081,0			
							3073,8				3073,8	3074,9	
											3068,2		3070,2
	3063,4			3063,4				3063,4					
3060,50													
						3056,9				3056,9			
											3054,2	3055,1	
											3050,5		3051,6
	3045,8			3045,8				3045,8					
3044,21											3039,6	3040,5	3037,7
3032,08											3028,1	3029,0	3027,0
3022,60											3020,0	3020,3	3018,6

Pour avoir une longue colonne de vapeur dense, nous avons utilisé un tube en acier de 80^{cm} de longueur et de $2^{cm},8$ de diamètre avec deux fenêtres de quartz, mastiquées à la picéine. Le tube est chauffé électriquement sur la majeure partie de sa longueur sauf aux extrémités refroidies par une circulation d'eau. La température a varié de 350° à 550°C. et les résultats sont donnés dans le tableau ci-joint :

A la température de 370°C., les raies nouvelles sont situées de part et d'autre des raies principales et toutes très voisines d'elles. Les raies du côté des courtes longueurs d'onde des raies principales ont une tendance à s'en approcher de plus en plus et elles forment une série C; tandis que celles du côté des grandes longueurs d'onde appartiennent à deux séries A et B comme les spectres pris aux plus hautes températures le montrent. Les raies de la série B sont plus voisines des raies principales que celles de la série A.

Quelques raies intermédiaires entre les raies principales commencent à apparaître à la température 460°C. et font partie d'une série D qui est très développée à 550°C. Les longueurs d'onde des membres élevés de la série D sont presque identiques à celles calculées des raies des séries de combinaison $5S\text{-}mD$ et $5S\text{-}mS$; mais les membres plus bas sont, cependant, des doublets encadrant les positions correspondantes aux raies $5S\text{-}mD$ et $5S\text{-}mS$. On pourrait hésiter à les identifier aux raies interdites.

Dans les spectres pris aux températures 460°C. et 550°C., les raies principales sont tellement élargies que des raies voisines des séries A, B et C sont complètement noyées et ne sont plus discernables; leurs longueurs d'onde sont indiquées en italique dans le tableau.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'évolution des réactions dans des systèmes en équilibre chimique soumis à la détente adiabatique.* Note de M. **Pierre Montagne**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les résultats que nous avons énoncés antérieurement [1] nous permettent de résoudre le problème suivant : *étant donné un mélange gazeux* (M) *en équilibre chimique, dans les conditions de température et de pression* T *et* P, *dans lequel la seule réaction chimique possible soit*

$$\alpha A + \beta B + \ldots \rightleftharpoons \lambda L + \mu M + \ldots + Q_T^{cal}, \tag{1}$$

[1] P. Montagne, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 234 et 452.

dans quel sens évolue cette réaction lorsqu'on détend adiabatiquement le mélange M ?

L'équation de la détente adiabatique nous donne la relation entre les différentielles de la température et de la pression

$$\frac{dT}{T} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{dP}{P} = \frac{R}{C_T}\frac{dP}{P}, \tag{2}$$

C_T étant *la chaleur spécifique* vraie *à la température* T *et sous la pression constante* P d'un volume égal à celui d'une molécule-gramme du mélange en équilibre chimique dans les conditions T et P et γ le rapport C/c correspondant. Le déplacement élémentaire de la réaction (1) dû à la détente est la somme des déplacements élémentaires dus aux variations de température et de pression concomittantes, c'est

$$d\xi = \frac{\partial \xi}{\partial P} dP + \frac{\partial \xi}{\partial T} dT. \tag{3}$$

Tous calculs faits on trouve

$$d\xi = -\frac{dP}{P}\frac{1}{\Xi(M)}\left(n + \frac{Q_T}{T.C_T}\right) = -\frac{dP}{P}\frac{D}{\Xi(M)}, \tag{4}$$

en posant, comme nous l'avons fait précédemment,

$$\left\{\begin{array}{l} \Xi(M) = \dfrac{\alpha^2}{[a]} + \dfrac{\beta^2}{[b]} + \ldots + \dfrac{\lambda^2}{[l]} + \dfrac{\mu^2}{[m]} + \ldots - n^2 \\ \qquad ([a] + [b] + \ldots + [l] + [m] + \ldots = 1), \\ n = \lambda + \mu + \ldots - \alpha - \beta - \ldots \quad \text{et} \quad D = n + \dfrac{Q_T}{T.C_T}. \end{array}\right. \tag{5}$$

Le déplacement $d\xi$ de la réaction (1) dans la détente adiabatique du mélange gazeux (M) est du signe de D [dP est négatif dans une détente et $\Xi(M)$ est toujours positif]. La réaction (1) étant une réaction d'équilibre à température élevée, Q est le plus souvent négatif et très grand en valeur absolue (de l'ordre de 100000 calories pour des réactions telles que $H_2 \rightleftharpoons 2H$). Pour de tels systèmes, $d\xi$ est négatif aux températures normalement accessibles ($T < 3500°K.$) et la réaction (1) évolue de droite à gauche.

Pour des détentes adiabatiques de même rapport dP/P, l'avancement moléculaire $d\xi$ dépend non seulement de la température, mais en général aussi de la pression (sauf quand $n = 0$), puisque dans le cas général les concentrations à l'équilibre $[a]$, $[b]$, ..., $[l]$, $[m]$, ... dépendent de la pression P.

De plus, s'il arrive qu'un système en équilibre puisse se détendre sans

réaction chimique ($D = o$), cela ne peut arriver que pour des valeurs particulières *instantanées* de la température et de la pression d'équilibre, pour lesquelles la chaleur de réaction à la température T est

$$Q_T = -n.T.C_T,$$

C_T ayant la signification précisée ci-dessus.

En résumé, l'analyse que nous avons faite antérieurement du déplacement des réactions d'équilibre chimique homogène nous montre que des systèmes réels en équilibre à température élevée et soumis à la détente adiabatique voient, en général, au cours de la détente, leur réaction d'équilibre évoluer dans le sens de la recombinaison des molécules dissociées.

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *L'effet Raman de l'ammoniac liquide et des solutions de nitrates dans l'ammoniac liquide.* Note de M. **Georges Costeanu.**

Nous avons repris l'étude de spectre Raman de l'ammoniac liquide [1] et parallèlement nous avons étudié l'effet Raman des nitrates suivants : NO^3Na, NO^3NH^4, NO^3Ag, $(NO^3)^2Pb$, $(NO^3)^2Cd.4H^2O$ et $(NO^3)^2Zn.6H^2O$, dissous dans l'ammoniac liquide.

Le tube contenant les substances à étudier, éclairé verticalement, est placé dans un vase de Dewar dans la double paroi duquel ont été soudées deux fenêtres parallèles. Le Dewar est rempli d'alcool éthylique. Quatre tubes à essai immergés dans cet alcool contiennent un mélange de glace carbonique et d'alcool et permettent de maintenir la température à — 40°. Nous avons utilisé l'ammoniac liquide du commerce; celui-ci, distillé et envoyé dans une série de tubes contenant de la potasse en pastilles et des fils de sodium, est condensé directement dans le tube à expérience.

Étude de l'ammoniac. — Dans l'ammoniac liquide nous avons trouvé une nouvelle raie très faible, dont la fréquence $\Delta\nu$, déterminée d'après l'enregistrement microphotométrique, est de 3460 cm^{-1}. Elle est distante de la raie précédente, 3380 cm^{-1}, de 80 cm^{-1}, et cet écartement est le même que celui qu'on a déjà constaté entre les autres raies qui appartiennent certainement au même groupe.

---

(1) P. Daure, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 16; R. G. Dikinson, R. T. Dillon et F. Rasetti, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 528; S. Bhagavantan, *Indian J. Physics*, 5, 1930, p. 35, et G. B. B. Sutherland, *Proc. Roy. Soc.*, 141 A, 1933, p. 535.

L'existence d'une nouvelle raie avait été effectivement prévue par nous, lors d'une étude précédente du spectre d'absorption de l'ammoniac liquide dans le proche infrarouge [1]. Les fréquences des raies sont :

Raie excitatrice.						
			NH^3 liquide.			
3650 Å..............	–	–	3210 F	3300 F	3380 F	3460 f
4046,55 Å............	1070 f	1580 f	3210 F	3300 F	3380 F	3460 f
4358 Å...............	1070 f	–	–	–	–	–
			NH^3 dissous.			
4046,55 Å...........	–	–	3225 f	3310 F	3395 f	3509 f [2]

On voit que par dissolution dans l'eau il y a un déplacement des raies Raman de l'ammoniac liquide de 10 à 20 cm^{-1}, sauf pour la raie la plus lointaine. Aussi ne peut-on affirmer que les raies 3460 (NH^3 liquide) et 3509 (NH^3 dissous) correspondent au même état de vibration de la molécule.

Étude des nitrates. — Les nitrates à étudier ont été soigneusement purifiés par recristallisation et filtration de leur solution aqueuse à travers une membrane de collodion, puis bien desséchés. La quantité de sel nécessaire pour obtenir une solution de concentration voulue est introduite dans le tube à expérience où vient se condenser l'ammoniac. Les fréquences des raies sont :

Sel.	Concentration.	Raie excitatrice.	n_1.	n_2.	n_3.
NO^3Na...........	4N	–	719 f	1041 F	–
NO^3NH^4..........	4N	4046,55 Å	720 f	1040 F	–
NO^3Na...........	N	–	–	1039 F	–
NO^3Ag...........	N	4358 Å	–	1040 F	–
$(NO^3)^2Pb$........	N	–	–	1040 F	–
$(NO^3)^2Cd.4H^2O$....	N	–	–	1039 F	–
$(NO^3)^2Zn.6H^2O$....	N	–	–	1039 F	–
Nitrates en solution aqueuse (valeurs approximatives) :			720	1048	1360

Si l'on compare les résultats trouvés dans l'ammoniac liquide avec ceux obtenus dans l'eau on constate que la raie 1048 de l'ion NO^{3-} est légère-

---

(1) G. Costeanu, R. Freymann et A. Naherniac, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 819.

(2) Cette raie a été signalée la première fois par M. Cabannes. Voir la Note de P. Daure, A. Kestler et H. Berry, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 569.

ment déplacée vers les courtes longueur d'onde. Cela s'expliquerait par la faible concentration des solutions des nitrates dans l'ammoniac liquide. La raie 720 a sensiblement la même fréquence; elle n'apparaît que dans les solutions très concentrées (4N).

Quant à la raie 1360 nous ne l'avons jamais trouvée; il est vrai qu'elle n'apparaît dans les solutions aqueuses que pour des concentrations bien supérieures à celles qu'on peut obtenir dans l'ammoniac liquide.

Les quatre raies de l'ammoniac occupent dans tous les cas sensiblement la même position.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les métaphosphates de calcium.* Note de M. **André Boullé**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On sait que l'une des méthodes de préparation du métaphosphate de calcium $(PO^3)^2Ca$ consiste à chauffer rapidement le phosphate monocalcique hydraté au rouge. En réalité nous avons obtenu un produit anhydre dès 300° en portant très rapidement le phosphate monocalcique à cette température; mais il est impossible, dans ces conditions, de suivre d'une manière précise la déshydratation. Néanmoins l'examen des spectres X des métaphosphates, préparés à 300°, 400°, 500°, montre l'existence de deux variétés cristallines : une variété A obtenue au-dessous de 400° et une variété B prenant naissance aux températures plus élevées. Voici pour chacun des spectres X (rayonnement $K\alpha$ du cuivre) les valeurs des angles θ correspondant aux raies les plus intenses :

Métaphosphate A : 9°20′, 10°40′, 12°20′, 12°45′, 13°05′, 14°15′, 14°55′, 15°35′, 16°10′, 18°20′, 21°20′, 23°35′, 27°15′, 28°20′.

Métaphosphate B : 9°45′, 10°35′, 12°, 12°50′, 14°20′, 15°, 17°40′, 23°10′, 31°30′, 33°30′.

Le résultat précédent a été confirmé en étudiant le métaphosphate de calcium provenant du chauffage du phosphate monocalcique desséché pur $(PO^4H^2)^2Ca$ (obtenu facilement en maintenant le phosphate monocalcique hydraté au-dessous de 150°). Porté à 250°, $(PO^4H^2)^2Ca$ perd son eau de constitution en quelques heures :

H^2O calculée pour $(PO^4H^2)^2Ca$	15,39 %
Perte observée correspondant au poids constant réalisé à 250°	15,5 (4) %

Une élévation ultérieure de la température ne provoque pas une nouvelle perte de poids.

Le produit anhydre ainsi obtenu a un spectre X identique à celui du métaphosphate A; l'analyse thermique différentielle et les spectres de rayons X indiquent que la transformation en métaphosphate B se fait lentement à 400° et rapidement à plus haute température. Si la variété B est préparée par recuit prolongé de la variété A, elle fond à 1010° ± 5, alors que le produit résultant du chauffage rapide du métaphosphate A fond aux environs de 980°. Il est à présumer que, dans ce dernier cas, la transformation A → B n'est pas totale; il subsiste une faible quantité de métaphosphate A qui abaisse le point de fusion. Nous expliquons ainsi les différences entre les températures de fusion qui s'échelonnent suivant les auteurs de 970 à 1020° [1]. On trouve également la valeur P. F. = 1010° ± 5 lorsque le métaphosphate B est obtenu par recuit du métaphosphate de calcium vitreux (provenant de la trempe rapide du liquide). Le passage de l'état amorphe à l'état de cristaux B est possible à partir de la température de 565° indiquée par l'analyse thermique et confirmée par l'examen des spectres X du métaphosphate vitreux recuit longuement, d'une part à 540°, d'autre part à 580°.

En résumé :

1° nous avons déterminé l'existence de deux variétés cristallines de métaphosphate de calcium, la variété A préparée au-dessous de 400° n'ayant pas encore été observée;

2° nous avons suivi la déshydratation du phosphate monocalcique anhydre d'où se déduit la température la plus basse à laquelle se forme $(PO^3)^2$ Ca pur (variété A);

3° nous avons précisé à 1010 ± 5 le point de fusion du métaphosphate B et indiqué que le métaphosphate vitreux cristallise à partir de 565°.

---

[1] Nielsen, *Chem. Zent.*, 1, 1913, p. 1264; Dieckmann et Houdremont, *Zeit. f. anorg. Chem.*, 120, 1922, p. 129; Tromel et Moller, *Zeit. f. anorg. Chem.*, 206, 1932, p. 227.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'oxydation catalytique par les sels de cuivre en présence de sels de manganèse.* Note de M. **Pierre Thomas** et Mlle C. **Kalman**, présentée par M. Georges Urbain.

M. M. Bobtelsky et Mme Bobtelsky-Chajkin ont montré (1) que la décomposition catalytique de l'eau oxygénée par les sels de cuivre est favorisée par la présence de sels de manganèse. Comme l'indiquent les auteurs, l'ion Mn seul n'a aucune action catalytique sur H^2O^2, l'ion cuivre ne possédant qu'une faible activité sur ce même corps.

Ces résultats nous ont paru d'autant plus intéressants que l'un de nous (2) a montré, avec G. Charpentier, la grande activité catalytique des sels de cuivre dans l'oxydation de substances comme la phénolphtaline, en présence d'eau oxygénée, et l'inactivité des sels de manganèse dans le même cas.

Nous avons repris cette étude dans les conditions du travail cité, en partant de solutions exactement titrées de sulfates de cuivre ou de manganèse dont la pureté avait été vérifiée. L'eau utilisée pour les dilutions a été deux fois distillée dans un appareil en verre d'Iéna, les tubes employés, soigneusement lavés, étaient en verre dur, Iéna ou pyrex. Le réactif à la phénolphtaline a été préparé comme précédemment avec des substances pures, l'eau oxygénée était au perhydrol convenablement dilué.

Dans ces conditions, nous avons retrouvé les résultats déja publiés: le réactif se colore en rose dès l'addition d'une goutte d'eau oxygénée à 5 vol. en présence d'une dose de cuivre correspondant à la dilution 3.10^{-7} (solution $n/100000$); si la dilution est 10 fois plus grande, la coloration n'apparaît qu'au bout de 5 à 10 minutes; elle n'apparaît plus, même après une demi-heure, pour les dilutions supérieures.

Ayant vérifié cette limite de sensibilité, nous avons répété l'expérience en ajoutant des quantités de manganèse telles que le rapport Mn/Cu soit respectivement égal à 0,5 1, 3, 10 (les auteurs cités ont eu les meilleurs résultats avec un rapport compris entre 1 et 10). Nous avons constaté que dans tous les essais l'addition de Mn gêne le processus d'oxydation, en retardant l'apparition de la teinte rose et en diminuant son intensité. De

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 604.
(2) *Bull. Soc. Chimie biol.*, 4, 1922, p. 143.

plus, cette action inhibitrice est durable; elle semble proportionnelle à la quantité de Mn ajoutée.

En remplaçant la phénolphtaline par le pyramidon, dont l'oxydation produit l'apparition d'une couleur violette, nous avons constaté que l'action empêchante du manganèse reste identique. Elle est donc générale.

Il n'y a pas là forcément contradiction avec les résultats de M. et Mme Bobtelsky. Si nous comparons en effet l'action étudiée par eux à celle de la catalase, nous savons que la réaction, quel qu'en soit le mécanisme, revient finalement à

$$2H^2O^2 = 2H^2O + O^2.$$

Or le phénomène correspondant à notre oxydation est celui présenté par la peroxydase, ferment capable d'oxyder des corps phénoliques en présence d'eau oxygénée. On admet que ce ferment est une déhydrase ayant comme accepteur spécifique H^2O^2, ne provoquant donc pas la décomposition de cette dernière, mais donnant avec un corps $R.H^2$ la réaction

$$R.H^2 + H^2O^2 = R + 2H^2O.$$

Si l'oxydation catalysée par le cuivre représente un modèle de l'action de la peroxydase, l'inactivité, ou mieux l'action empêchante du manganèse, s'explique puisqu'il n'y a pas ici décomposition catalytique de l'eau oxygénée.

La différence profonde qui existe entre la décomposition catalytique de l'eau oxygénée par les sels de Cu (additionné de Mn), et l'oxydation catalytique par ces mêmes sels en présence d'eau oxygénée, est montrée par l'action de l'ion CN^- : nous avons trouvé en effet que la première réaction n'est pas influencée par le cyanure de potassium, tandis que la seconde est empêchée par la solution *n*/10000 de KCN et fortement retardée par la solution *n*/100000 de ce sel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nitration de la cellulose par les vapeurs nitriques.* Note [1] de M. **A. Bouchonnet**, présentée par M. Georges Urbain.

On arrive, avec l'acide nitrique pur, à préparer des cotons-poudres riches en azote, 13,3 pour 100 [la trinitrocellulose $C^6H^7O^2(ONO^2)^3$ en ren-

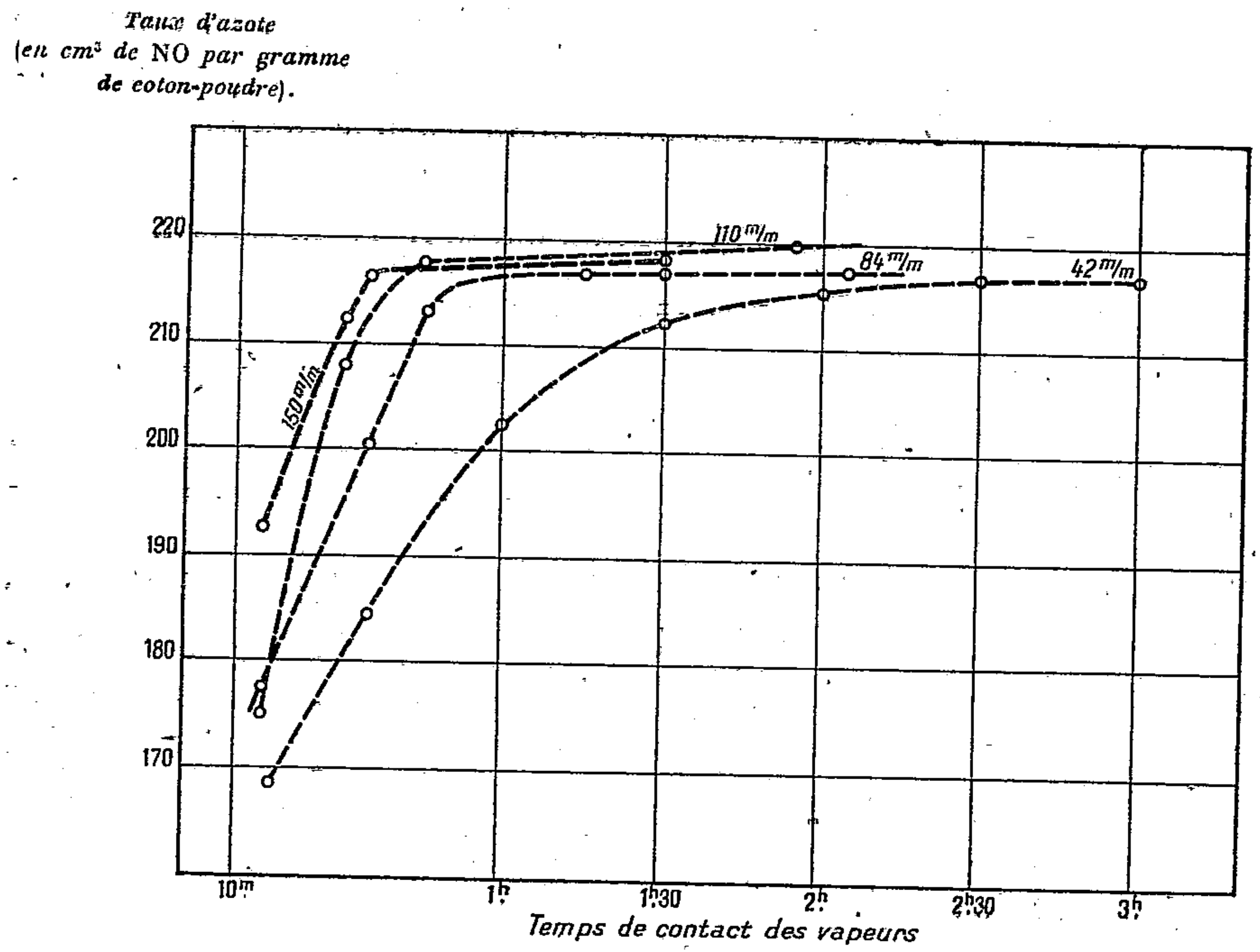
---

[1] Séance du 16 mars 1936.

ferme 14,4 pour 100]; mais ces cotons-poudres sont durs, très contractés et inutilisables industriellement.

Si l'acide nitrique pur donne des cotons-poudres défectueux, nous avons trouvé que le même acide donne des produits irréprochables, à la condition de préparer au préalable un coton azotique, comme le coton-poudre du type CP^2, que l'on plonge ensuite dans un bain d'acide nitrique à 100 pour 100. Nous poursuivons nos recherches sur ce sujet, susceptible d'applications industrielles.

Nous avons cherché, depuis plusieurs années, à obtenir des nitrocelluloses par l'action de bains exempts d'acide sulfurique.



L'acide nitrique dilué, soit par un sel soluble (nitrate, sulfate alcalins) (¹), soit par un acide ou un anhydride (acide et anhydride organiques de la série grasse jusqu'en C^4) (²) (anhydride ou acides phosphoriques) permet, dans *certaines limites* d'hydratation du bain, de nitrer la cellulose à différentes teneurs d'azote, sans la dégrader.

(¹) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 332.
(²) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 63.

Il semble donc que la dilution de l'acide soit nécessaire pour éviter l'altération de la fibre, mais quel que soit le mode opératoire, on ne peut éviter le problème, toujours compliqué, de la régénération des bains usagés.

Nous avons été amené à utiliser l'acide nitrique pur, non plus à l'état liquide, mais sous forme de vapeurs, la condensation sur la fibre de cellulose étant dans ce cas très faible.

La préparation des cotons-poudres par action de vapeurs nitriques a été mentionnée en Allemagne en 1907 et 1912 (1); on a obtenu des produits dont la teneur en azote varie entre 10,6 et 13,1 pour 100.

Récemment, en Russie, Rogowin et Tichonow (2) ont préconisé l'emploi des vapeurs nitriques *diffusées* dans l'air à la pression normale; ils ont préparé des nitrocelluloses titrant entre 11 et 12 pour 100 d'azote, mais les nitrations sont de très longue durée (48 heures).

Après plusieurs essais, la méthode que nous avons adoptée présente les *caractéristiques suivantes :*

1° Les vapeurs agissent sur la cellulose sous pression réduite (entre 40^{mm} et 150^{mm} de mercure)(3); la pression est maintenue constante pendant la durée de la nitration.

2° La durée de la nitration est comprise entre 15 minutes et 3 heures et la température oscille suivant la pression entre 38° et 65°.

3° L'acide azotique, hydraté par la réaction de nitration, est condensé et ramené au générateur.

Nous faisons remarquer, à ce sujet, que l'acide nitrique faiblement hydraté (contenant au maximum 5 pour 100 d'eau) donne des vapeurs sensiblement anhydres.

4° La vitesse de condensation des vapeurs nitriques est maintenue constante pour tous les essais (60 gouttes d'acide à la minute); la vitesse de passage des vapeurs est donc fonction de la pression.

Conclusion. — On obtient très facilement, au moyen des vapeurs nitriques, des nitrocelluloses ayant un taux d'azote compris entre 10,9

---

(1) D. R. P. n° 249272, 1907 et n° 269246, 1912.

(2) *Cellulose Chemie*, 15, 1934, p. 102.

(3) Remarquons qu'on pourrait aussi opérer sous la pression normale, à la condition que l'acide nitrique soit entraîné à l'état de vapeur saturante dans un gaz approprié (CO^2, N, ...). La réaction de nitration serait probablement plus lente (Farbenindustrie A. G., brevet français 660804, 1928).

et 13,75 pour 100; elles ne sont ni *durcies ni altérées* dans le traitement indiqué.

La vitesse de nitration est fonction de la pression des vapeurs nitriques.

Le maximum de nitration varie peu avec la pression (13,56 pour 100 d'azote avec 42^{mm} de mercure, à 13,75 pour 100 avec 110^{mm}).

L'emploi d'acide hydraté (90 pour 100 de NO^3H dans le bain générateur de vapeurs) permet de préparer des cotons-poudres, du type CP_1 et CP_2.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation de l'acide phénylpyruvique avec l'acétophénone.* Note de M. **Paul Cordier**, présentée par M. Auguste Béhal.

Dans le but d'apporter une généralisation à l'étude du comportement de l'acide phénylpyruvique en présence des composés à H mobile ([1]), nous avons essayé la condensation de l'acide phénylpyruvique avec l'acétophénone.

I. La réaction s'effectue avec un très bon rendement en milieu hydro-alcoolique en présence de potasse; l'isolement du produit résultant de la condensation est facilité par ce fait que le sel de l'acide ainsi formé est peu soluble dans l'alcool dilué et cristallise au sein de la solution au fur et à mesure de sa formation.

Le produit obtenu, dissous dans l'eau, donne, après action de l'acide chlorhydrique dilué, un composé acide qui est purifié aisément dans le benzène. Ce produit fond nettement à 140°.

La détermination du poids moléculaire par acidimétrie donne une valeur (285,2) correspondant au poids moléculaire (284) du produit contenant une molécule d'acide phénylpyruvique et une molécule d'acétophénone; le composé d'aldolisation obtenu peut être représenté par la formule (I) ou (II)

$$\begin{array}{l} C^6H^5-CH-CO-CO^2H \\ C^6H^5-\overset{|}{C}(OH)-CH^3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} C^6H^5-CH^2-C(OH)-CO^2H \\ H^2\overset{|}{C}-CO-C^6H^5 \end{array}$$

(I). (II).

Étant donné la stabilité du produit obtenu en milieu chlorhydrique et l'action plus prononcée de cet acide à chaud, nous proposons pour ce composé la formule (II); en effet si le composé obtenu possédait la structure indiquée par le schéma (I), il devrait donner facilement, en milieu forte-

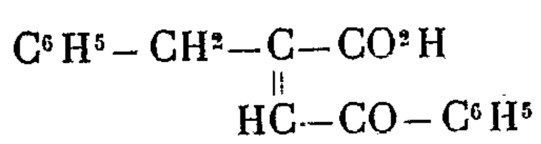
---

([1]) Paul Cordier, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1412.

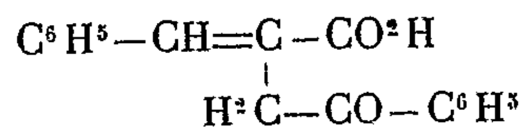
ment chlorhydrique, une lactone, par suite de la présence simultanée dans la molécule en position favorisée du carboxyle et de l'oxhydrile alcool.

II. D'autre part si l'on soumet l'acide obtenu à l'action de l'acide chlorhydrique à chaud en milieu acétique on obtient deux produits issus de la déshydratation du précédent.

a. Un composé acide dont le poids moléculaire correspond à celui d'un acide éthylénique, de structure répondant au schéma (III) ou (IV)



(III).



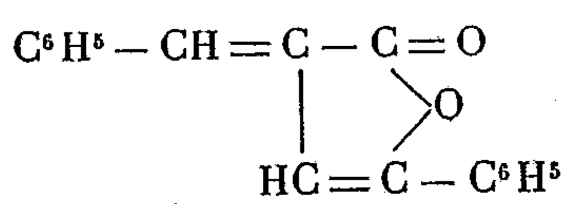
(IV).

cet acide fond en se décomposant vers 160°-165°.

b. Un composé neutre bien cristallisé, de coloration jaune foncé, qui se forme en majeure partie et qui contient une molécule d'eau en moins que l'acide éthylénique; ce composé se comporte comme une lactone, il est insoluble dans les alcalis et s'y dissout peu à peu à chaud en donnant des solutions incolores, par acidulation les solutions abandonnent l'acide éthylénique (III) ou (IV).

Il fond nettement à 149°-150°. Nous avons pu déterminer son poids moléculaire par acidimétrie, par titrage indirect, la valeur trouvée (250) correspond à la valeur théorique (248) envisagée si l'on considère que ce produit provient de la déshydratation de l'acide éthylénique.

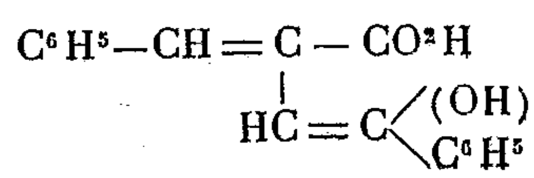
La coloration du produit, son comportement vis-à-vis des réactifs, nous permettent de lui attribuer la formule lactonique (V)



(V).

Du reste, par simple chauffage, l'acide primitif (II) et de même l'acide éthylénique donnent facilement le composé lactonique.

La formation de cette lactone peut s'expliquer ainsi; il y a d'abord déshydratation du composé (II) aboutissant à l'acide éthylénique (IV), ce produit envisagé sous la forme énolique (VI)



(VI).

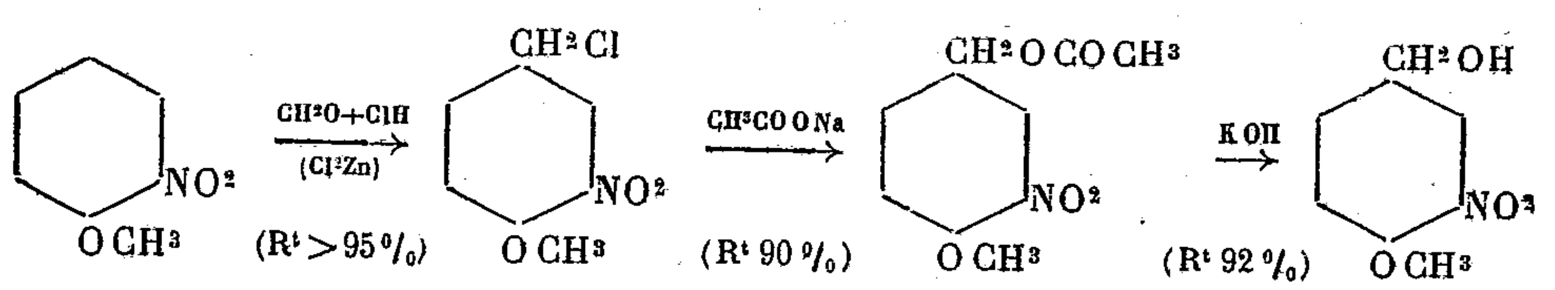
subit une déshydratation aboutissant à la lactone (V).

La présence des doubles liaisons conjuguées accentuent le pouvoir absorbant du produit.

Conclusion. — L'acide phénylpyruvique se condense avec l'acétophénone en donnant avec de très bons rendements un produit d'aldolisation, acide alcool cétonique; ce composé se déshydrate en donnant une lactone éthylénique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation synthétique de l'alcool nitro-3 méthoxy-4 benzylique et de ses éthers-oxydes.* Note de M. **Raymond Quelet** et Mlle **Yvette Germain**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'alcool nitro-3 méthoxy-4 benzylique a été préparé d'abord par méthylation du phénol correspondant [1] qui s'obtient lui-même par saponification du dérivé chlorométhylé de l'ortho-nitrophénol, puis par application de la réaction de Cannizzaro à l'aldéhyde nitro-3 méthoxy-4 benzoïque [2]. Nous indiquerons dans cette Note une méthode de préparation beaucoup plus avantageuse, qui utilise comme matière première l'ortho-nitranisol. La série des transformations est la suivante :



Toutes ces transformations sont très faciles à réaliser; le rendement final, évalué à partir du nitranisol mis en œuvre est voisin de 80 pour 100.

Chlorométhylation de l'ortho-nitranisol. — L'un de nous a montré que la méthode de chlorométhylation de Blanc s'appliquait particulièrement bien à l'*o*-nitranisol et fournissait le nitro-3 méthoxy-4 α-chlorotoluène avec un rendement de 80 pour 100 [3].

Reprenant l'étude de cette réaction, nous avons constaté que le mode opératoire indiqué donnait des résultats moins satisfaisants lorsqu'on l'appliquait au traitement de quantités importantes de produits. Il se forme alors des proportions assez grandes de dinitro-3.3' diméthoxy-4.4'

---

(1) Stoermer et Behn, *Ber. deutsch. chem. Gesells.*, 34, 1901, p. 2459.

(2) Jacobs et Heidelberger, *J. Biol. Chem.*, 20, 1915, p. 676; Fishman, *J. Am. Chem. Soc.*, 42, 1920, p. 3200.

(3) R. Quelet, *Bull. Soc. chim.*, 1, 1934, p. 539.

diphénylméthane, ce qui diminue le rendement en chlorure et rend sa purification très laborieuse. Nous avons pu éviter cet ennui et obtenir des rendements presque quantitatifs en utilisant comme source d'aldéhyde formique, non plus le polyoxyméthylène, mais le formol commercial.

Dans une fiole conique d'un litre, à large ouverture et munie d'un agitateur, on introduit deux molécules d'*o*-nitranisol, 225^{g} de formol et 165^{g} de chlorure de zinc. L'agitateur mis en marche, on envoie dans le mélange un rapide courant de gaz chlorhydrique. La température s'élève rapidement et se maintient à 80-90° pendant la saturation dont la durée est de 1 heure et quart environ. Lorsque la réaction est terminée, le produit se prend en une masse compacte qui, après lavage et cristallisation dans l'alcool, fournit 380^{g} de chlorure fondant à 85,5-86°.

*Acétate de l'alcool nitro-*3 *méthoxy-*4 *benzylique.* — Le chlorure est introduit dans une solution acétique d'acétate de sodium et le mélange est porté à l'ébullition. La réaction commence aussitôt et est totale après 2 heures de chauffage. En reprenant par l'eau, après avoir chassé la majeure partie de l'acide acétique, on provoque la précipitation de l'ester acétique que l'on purifie par cristallisation dans l'alcool. Il se présente sous forme de prismes incolores. F. : 37° (rendement : 90 pour 100).

Saponification de l'ester acétique. — L'acétate est agité à froid avec de la potasse à 30 pour 100, des dosages de potasse effectués à intervalles réguliers montrent que la réaction est pratiquement totale au bout de 24 heures. Par filtration de la bouillie obtenue, on sépare l'alcool nitro-3 méthoxy-4 benzylique, assez soluble dans l'alcool, soluble dans l'eau bouillante, d'où il cristallise en longues aiguilles fondant, comme l'indique la littérature, à 69° (rendement : 92 pour 100). Il donne une phényluréthane : aiguilles (F. : 129°). Oxydé par le permanganate, il conduit à l'acide nitro-3 méthoxy-4 benzoïque. F. : 190°.

*Ethers-oxydes de l'alcool nitro-*3 *méthoxy-*4 *benzylique.* — Le chlorure initial réagit sur les alcoolates de sodium en donnant, avec de bons rendements, les éthers-oxydes correspondants. Il peut cependant se produire des réactions secondaires de réduction qui font apparaître des résines; pour les éviter, il faut opérer en l'absence d'eau et à température peu élevée. Les premiers termes s'obtiennent facilement; par contre, les homologues supérieurs, à partir de l'éther butylique, se décomposent à la distillation et n'ont pu être isolés à l'état pur.

Ether méthylique : nitro-3 méthoxy-4 α-méthoxytoluène : cristaux incolores (F. 30°). Le dosage de méthoxyle (méthode Zeisel) ne donne de bons résultats qu'en

opérant en présence d'anhydride acétique : OCH^3 pour 100 : calculé, 31,0; trouvé, 31,1. N pour 100 : calculé, 7,10; trouvé, 7,11.

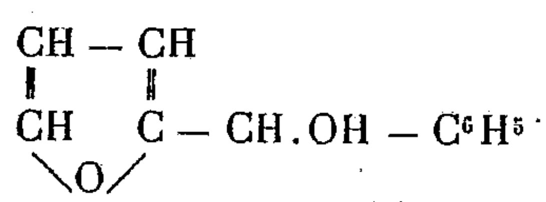
Éther éthylique : nitro-3 méthoxy-4 α-éthoxytoluène : huile jaunâtre ($Éb_{16}$ 181°) : $n_D^{15} = 1,5330$; $d_{15}^{15} = 1,1675$. N pour 100 : calculé, 6,63; trouvé, 6,64.

Éther propylique : nitro-3 méthoxy-4 α-propoxytoluène : huile jaune, bouillant avec légère décomposition à partir de 190° sous 15mm. Pour la fraction principale ($Éb_{15} = 192$-194°), on trouve : $n_D^{15} = 1,5242$; $d_{15}^{15} = 1,1002$. N pour 100 : calculé, 6,22; trouvé, 6.21.

Le dérivé para-chlorométhylé de l'*o*-nitroanisol constitue, comme on le voit, une matière première intéressante, d'un prix de revient peu élevé, qui rendra facilement accessibles un certain nombre d'autres dérivés et, en particulier, l'aldéhyde nitro-3 méthoxy-4 benzoïque.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le caractère* hydrol *du furylphénylcarbinol.* Note [1] de M. **Raymond Paul**, transmise par M. Robert Lespieau.

La condensation du furfural avec le bromure de phénylmagnésium a été tentée sans succès par un certain nombre d'auteurs [2]; ce n'est qu'en 1930 que Peters et Fischer [3] parvinrent à isoler avec un rendement de 26 pour 100 le produit normal, le furylphénylcarbinol



En utilisant dans cette préparation un fort excès de réactif magnésien, et en remplaçant, dans l'isolement de l'alcool, l'entraînement à la vapeur de l'extrait éthéré par une rectification sous basse pression (3 à 4mm), on élève facilement le rendement jusqu'à 65 pour 100.

Fraîchement distillé, c'est un liquide incolore, peu mobile et qui présente de grandes analogies avec le benzhydrol dont il possède d'ailleurs la structure. Il se condense aisément en milieu acétique avec les amines aromatiques en donnant des colorations intenses (rouge-violacé avec la benzidine, rouge-éosine avec l'aniline, l'α-naphtylamine, etc.). Très sensible à

(1) Séance du 20 avril 1936.

(2) Hale, Mc Nally et Pater, *Am. Chem. Jour.*, 35, 1901, p. 68; Mahood et Jordan, *Science*, 60, 1924, p. 453; Pierce et Adams, *Am. Chem. Soc.*, 47, 1925, p. 1098.

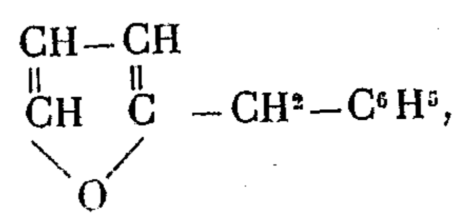
(3) *Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 2079.

l'action de la chaleur, il perd de l'eau dès 170° en se transformant en un liquide noir épais qui vraisemblablement renferme l'oxyde symétrique. Distillé en effet dans un courant de gaz carbonique soit seul, soit en présence de thorine, il fournit environ 5 à 6 pour 100 de furylphénylméthane.

Cette tendance à la déshydratation se retrouve dans son action sur l'isocyanate de phényle; le mélange de 1^{mol} de carbinol et de 2^{mol} d'isocyanate, à la température ordinaire, ne donne pas d'uréthane, mais seulement de la diphénylurée; il se dégage en outre $0^{mol},5$ de gaz carbonique, ce qui s'accorde bien avec la réaction de la déshydratation

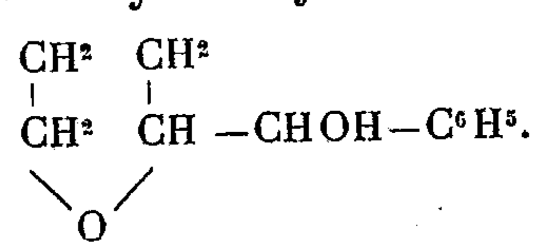
$$2ROH + 2C^6H^5.N{=}C{=}O \rightarrow CO^2 + ROR + CO(NH.C^6H^5)^2.$$

Toutes ces réactions semblent bien indiquer une remarquable mobilité de l'hydroxyle; de fait, le furylphénylcarbinol, comme le benzhydrol, est facilement réduit par le sodium et l'alcool absolu. On obtient ainsi avec un rendement de 91 pour 100 le furylphénylméthane



bouillant à 104° (corr.) sous 12^{mm} et dont les constantes ($d_{15}^{15} = 1,050$; $n_D^{15} = 1,54583$) sont en bon accord avec celles du produit que l'on obtient en condensant le bromure de furfuryle avec le bromure de phénylmagnésium [1].

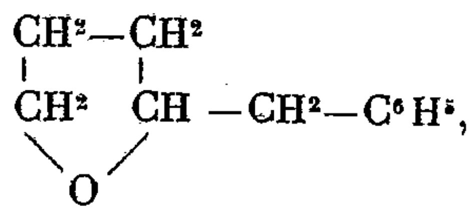
Par contre l'hydrogénation du carbinol à l'aide du nickel de Raney fournit exclusivement le tétrahydrofurylcarbinol



Sous 88^{atm} et à 80°, $18^g,5$ de carbinol ont fixé 5170^{cm^3} d'hydrogène en 42 minutes avec 10^g de catalyseur. L'alcool saturé (rendement 89 pour 100) est un liquide visqueux, possédant une saveur anisée et bouillant à 147°-148° sous 10^{mm} ($d_D^{17} = 1,118$; $n_{14}^{17} = 1,54437$; R.M. trouvée, 50,29; R.M. calculée, 50,36). Ce résultat montre le pouvoir sélectif du catalyseur qui malgré la mobilité de l'hydroxyle n'a agit que sur les doubles liaisons furaniques.

(1) R. PAUL, *Bull. Soc. chim.*, 5e série, **2**, 1935, p. 2232.

Le tétrahydrofurylphénylméthane



que je n'ai pas rencontré dans l'opération précédente a été obtenu en hydrogénant dans les mêmes conditions le furylphénylméthane. La réaction est moins facile que dans le cas du carbinol, puisque, à 100° et sous 83^{atm}, il a fallu près de deux heures pour fixer 5200^{cm^3} d'hydrogène sur $16^g,7$ de furylphénylméthane avec 10^g de nickel. Le tétrahydrofurylphénylméthane, liquide incolore doué d'une odeur fruitée assez agréable bout à 112°-113° sous 11^{mm} ($d_{15}^{17} = 1,007$; $n_D^{17} = 1,5228$; R.M. trouvée, 49,12; R. M. calculée, 48,84).

Traité par une solution acétique d'acide bromhydrique à 140°, il conduit au phényl-1-dibromo-2.5; pentane $C^6H^5.CH^2.CHBr.(CH^2)^3.Br$, liquide assez peu mobile bouillant avec une légère décomposition à 153°-155° sous 4^{mm}.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réactivité et structure des amines primaires aromatiques.* Note de MM. **Gustave Vavon** et **Louis Bourgeois**, présentée par M. Robert Lespieau.

En vue de déterminer l'isomérie *cis-trans* d'amines primaires cycliques, nous avons été amenés à préciser, sur des amines de constitution connue, l'influence de la structure sur la vitesse de réaction.

La présente Note contient quelques-uns des résultats obtenus dans l'action des bromures de benzyle et de triméthyl-2.4.6-benzyle, ainsi que de l'anhydride benzoïque, sur quelques amines aromatiques : aniline, *o* et *p*-toluidines, *o* et *p*-pseudobutylanilines, mésidine (2.4.6-triméthylaniline), *o* et *p*-nitralinines.

Mode opératoire. — Comme solvant on emploie l'alcool absolu pour les bromures, le toluène sec pour l'anhydride benzoïque (concentration dans le premier cas : N/20 en bromure, N/5 en amine; dans le deuxième cas : N/40 en anhydride, N/20 en amine). On dilue chaque prise d'essai (10^{cm^3}) dans le toluène (50^{cm^3}), puis on ajoute une quantité connue de soude supérieure à celle qui est nécessaire pour extraire l'acide bromhydrique ou

benzoïque formé dans la réaction; on titre ensuite l'excès d'alcali par l'acide sulfurique en présence de phtaléine.

Le tableau ci-après donne les temps des demi-réactions exprimés en minutes.

	Bromure de benzyle (T = 0°). A.	Bromure de triméthylbenzyle (T = 0°). B.	Anhydride benzoïque (T = 0°). C.	Anhydride benzoïque (T = 69°). D.
Aniline	685	70	36	–
p-Toluidine	395	45	9	–
o-Toluidine	1200	400	310	43
p-Butylaniline	360	33	13	–
o-Butylaniline	3120	550	–	400
Mésidine	1740	515	–	360
p-Nitraniline	très grand	2880 (¹).	–	4080
o-Nitraniline	»	4200 (¹)	–	rien au bout de 4 jours

On peut interpréter aisément les résultats précédents si l'on admet que la vitesse de réaction dépend de deux facteurs, l'un polaire, l'autre stérique.

La comparaison de la *p*-toluidine, l'aniline et la *p*-nitralinine, pour lesquelles il ne saurait y avoir d'empêchement stérique, montre qu'avec les trois réactifs étudiés la vitesse est d'autant plus petite que l'amine est moins basique, ainsi que le montre le tableau ci-après, où figurent dans la première colonne les constantes de dissociation des amines et dans les autres colonnes les temps des demi-réactions.

	K à 25°.	(A).	(B).	(C).	(D).
p-Toluidine	$2 \cdot 10^{-9}$	395	45	9	–
Aniline	$4,6 \cdot 10^{-10}$	685	70	36	–
p-Nitraniline	$1 \cdot 10^{-12}$	très grand	2880	–	4080

Par ailleurs, la réaction est d'autant plus lente que le voisinage de la fonction est plus encombré; dans les couples d'isomères le para agit plus vite que l'ortho et le rapport R des vitesses est plus grand pour le radical pseudobutyle ($R_A = 8,6$; $R_B = 16,6$) que pour le méthyle ($R_A = 3$; $R_B = 8,8$).

(¹) Les deux nombres qui figurent ici sont plus petits que les temps réels de demi-réaction, surtout le second : l'alcool agit en effet lentement sur le bromure de triméthylbenzyle; cette réaction atteint 5 pour 100 en 6 heures; 25 pour 100 en 53 heures à 0°. La correction qu'il y a lieu d'apporter de ce chef ne fait que renforcer les conclusions tirées plus loin.

De même dans la série aniline, *o*-toluidine, mésidine, *o*-pseudobutylaniline la vitesse décroît dans l'ordre indiqué, c'est-à-dire quand on introduit en ortho un CH^3, ou deux CH^3, ou enfin un C^4H^9 radical ramifié à son point d'attache.

GÉOLOGIE. — *Sur l'évolution du littoral de la Péninsule ibérique de la presqu'île de Peniche (Portugal) au cap Finisterre (Galice espagnole).* Note [1] de M. **Jacques Bourcart.**

Je crois avoir établi [2] que les dépôts quaternaires le long de l'Atlantique sont les mêmes de l'Anti-Atlas marocain à Peniche au Portugal. J'y ai distingué un terme ancien, fortement consolidé, largement transgressif par rapport aux *sables rouges* du Pliocène supérieur et un terme plus récent (limons rouges *moustiériens*) où le littoral doit être cherché au large de la côte actuelle, moins loin cependant que pour le Pliocène supérieur.

A cette dernière époque, la Péninsule ibérique semble avoir subi une tuméfaction générale et aussi une accentuation de tous ses plis de fond. Le premier terme du Quaternaire correspond au contraire à une *détente*; le second, en revanche, à une reprise de la tuméfaction.

L'étude du littoral au nord de Peniche nous conduit à des résultats analogues. Mais cette fois, les faits stratigraphiques sont peu nombreux et il faut surtout faire appel aux résultats de l'analyse morphologique. Celle-ci a été entreprise, sur territoire portugais, par Lautensach. Ses observations concordent avec celles que j'ai faites dans la même région et étendues en Galice espagnole [3].

La côte de la Péninsule, au nord de Peniche, se compose de deux parties très différentes : la première est basse et plate, visiblement un littoral d'apports très récents. Elle est rectiligne, de direction N 1/4 NE, brisée seulement par l'anticlinal du Cap Mondego. La seconde, qui débute à Espinho, se dirige vers le N 1/4 NW jusqu'au Cap Finisterre. Elle est rectiligne, basse, revêtue de sables récents au Portugal, rocheuse et incisée des célèbres *rias* en Galice.

---

(1) Séance du 20 avril 1936.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1493 et 202, 1936, p. 1079.

(3) Portugal. (I) *Das Land als Ganzes* (*Petermanns Mitteilungen*, Ergänzungsheft, n° 213, p. 15-34 et 48-50).

Cette dernière direction du littoral est parallèle à trois lignes structurales : 1° celle que définissent les points d'ingression maxima de la mer dans les rias galiciennes; 2° la flexure limitant vers la Meseta le synclinal mésozoïque portugais; 3° l'axe d'un anticlinal de fond défini par Rudolf Staub (*Achse der Iberischen Hauptkulmination*) (1) et qui, d'après Lautensach, se serait soulevé de 600^{m} depuis le Pliocène supérieur.

Ces lignes parallèles me paraissent les génératrices d'une surface réglée qui n'est autre que le flanc oriental du synclinal portugais.

Celui-ci a aussi subi, depuis le Pliocène supérieur, des mouvements transversaux, en sorte que l'on peut y distinguer trois parties : la première, qui, correspondant à la culmination transversale de Cintra, a été surélevée, la dernière est entièrement ennoyée sous l'Atlantique et son littoral suit le flanc de l'anticlinal longitudinal; enfin, la portion entre Peniche et Espinho fait transition entre ces deux zones.

Sur le flanc de l'anticlinal principal, entre Porto et la frontière espagnole, Lautensach a mis en évidence une surface d'érosion : la plate-forme de Porto qui correspond à la terrasse supérieure du Minho et à ma surface des *limons rouges*. Elle atteint 200^{m} au sud de Porto et se termine en biseau à La Guardia en Galice à l'altitude de 45^{m}. « Là, dit Lautensach, se trouve le point d'inflexion entre le soulèvement récent et l'abaissement récent du seuil côtier. »

Au delà de la frontière, en Galice, la flexure très proche de la mer sépare une zone montagneuse surélevée et une zone littorale pénétrée par les *rias*. On peut retrouver, dans l'une comme dans l'autre, trace d'une surface d'érosion, peut-être assimilable à celle de Porto. Les granites sont là aussi kaolinisés sur 1 à 2^{m}, mais recouverts par un limon jaune analogue à un lœss qui s'observe jusqu'à la mer et sur les îles.

La reviviscence de l'érosion, dans la zone de surélévation, n'a laissé traces de cette surface que localement. Elle s'oppose à l'affaissement de la zone voisine du littoral. Le *Salto del Tambre*, par exemple, domine d'une centaine de mètres le point d'ingression maximum de la mer.

J'ai déjà tenté d'expliquer le contraste entre les côtes d'ennoyage et leur arrière-pays soulevé par deux mouvements de sens opposé, séparés par la *flexure continentale*. Il semble que cette explication vaille aussi pour la Galice.

Brusquement, au nord du Ferrol, un nouvel accident transversal appa-

(1) *Gedanken zur Tektonik Spaniens*, Zurich, 1926.

raît : c'est l'axe de surélévation rectiligne Galice-Asturies-Pyrénées. Là aussi, il s'agit probablement d'une chaîne en voie de soulèvement; ce qui expliquerait les nombreuses *rias* du Golfe de Gascogne et l'absence totale de tout dépôt quaternaire marin du Cap Finisterre à la Bidassoa.

CRYPTOGAMIE. — *Sur trois Agarics à latex de la flore malgache.* Note de M. **Roger Heim**, présentée par M. Marin Molliard.

La flore mycologique du domaine oriental de Madagascar, telle que la font apparaître les nombreuses récoltes que nous avons réunies au cours d'une expédition récente (1934-1935), renferme un certain nombre d'Agarics lactifères. Indépendamment du genre *Lactarius*, nouveau pour la Grande Ile, d'où nous en avons rapporté 13 espèces, presque toutes endémiques, et de différents Agaricacés privés de latex proprement dit mais offrant de nombreuses hyphes vasiformes, il convient de mettre en évidence trois Champignons à latex abondant, très fluide, transparent, non résinoïde, remarquables à des titres divers.

Le premier caractérise un genre nouveau terricole que nous appellerons *Bertrandia*. Il possède la physionomie d'un Hygrophore de la section des *Hygrocybe*, se montre entièrement parsemé de mèches fibrilleuses rougeâtres puis noires. Privées de sous-hyménium différencié, les basides sont reliées directement aux larges hyphes de la trame dont elles ne sont souvent séparées que par une cloison et une boucle. Enfin, ce champignon exsude un latex naturellement rosé et transparent, mais devenant très rapidement gris verdâtre puis noirâtre à l'air. Cette excrétion dérive d'un cytoplasme homogène qui absorbe vivement le bleu coton C 4 B et remplit les jeunes laticifères, continus et souvent variqueux, ainsi que les jeunes basides d'où il passe dans les spores. Ces dernières, lorsqu'elles se détachent de la baside à la maturité, montrent alors un réseau cytoplasmique très irrégulier, accompagné de minces plaques de même nature (souvent 2 ou 3 par spore), localisés sur la partie interne de l'enveloppe sporale. Puis, ce contenu jusqu'ici incolore et homogène devient brun noirâtre et granuleux aussi bien dans les spores mûres et isolées que dans les basides. Alors, ces dernières, flétries, se montrent plus ou moins remplies des granulations brun noir lactifères, et le réseau cytoplasmique et périphérique sporal apprimé intérieurement sur la membrane incolore acquiert la même nature et la même couleur, ainsi que le contenu des laticifères. En somme, dans

le genre *Bertrandia*, les basides jouent le rôle de cellules lactifères; la transformation finale du contenu cytoplasmique fluide et incolore en latex émulsionné et coloré est intracellulaire dans les organes mûrs où il est sensible à l'oxydation, de même qu'il l'est à l'air par les laticifères rompus. La localisation du latex dans les spores du *Bertrandia* fait penser à la présence de l'acide cyanhydrique dans celle du *Marasmius Oreades*.

Une seconde espèce, *Mycena atro violacea* n. sp., lignicole-saprophyte, à habitus conné, stipe à insertion horizontale, chapeau typiquement cratériforme dans sa partie centrale, lamelles épaisses et presque libres, spores blanches subglobuleuses, chair friable et cassante rappelant quelque peu celle des Lactario-Russulés (avec lesquels il ne témoigne d'aucune affinité), présente un latex aqueux, d'abord hyalin, s'écoulant de la moindre blessure, et devenant presque instantanément bleu noir à l'air. Cette coloration se propage à l'ensemble du Champignon, crème orangé sur le frais ou à l'état jeune. Les éléments du réseau excréteur, assez régulièrement étroits, sinueux, très différenciés, manifestent une certaine ordonnance : parallèles à la cuticule péridiale dans le chapeau, à l'axe du stipe dans celui-ci, équidistants et obliques à l'arête des lamelles dans un plan parallèle au plan de symétrie de ces dernières. Ces laticifères, par la localisation qu'ils affectent dans les lamelles, rappellent les hyphes cyanifères des feuillets du *Marasmius Oreades*.

Ressemblant à certain *Mycena* soit par l'aspect, soit par l'existence d'un latex, ayant le port de quelques *Collybia* mycénoïdes, affine au *Mycena succosa* Peck, cet Agaric caractérise, avec ce dernier, une section nouvelle de *Mycena*, celle des *Lactiferæ*, basée sur des caractères anatomiques précis : 1° nature fragile de la chair, offrant, dans le chapeau, une structure à cellules courtes et larges, peu cohérentes; 2° présence d'un latex abondant, émanant de toutes les parties du champignon; 3° propriétés très particulières de cet exsudat oléoaqueux.

Une troisième espèce d'Agaric à latex très fluide, le *Rhodophyllus* (*Nolanea*) *lactifluus* nov. sp., se rattache indubitablement aux Rhodogoniosporés dont il possède les spores à volume *cristallographique*, presque exactement cubiques dans son cas. Ici, le latex transparent est rosé et immuable à l'air, colorable au bleu coton C4B et localisé dans des hyphes excrétrices très larges ($15\text{-}20^{\mu}$) et irrégulières, parfois cloisonnées, à membrane mince, intriquées sans ordre par places. Ni la présence du latex, ni celle d'un disque annulaire d'origine secondaire et mécanique au sommet du stipe ne peuvent être invoqués pour séparer génériquement ce

champignon des *Rhodophyllus* qui renferment justement, notamment parmi la section *Entoloma*, des espèces qui, quoique privées de latex, offrent de nombreuses hyphes vasiformes.

Ainsi on peut distinguer parmi les Agarics à hyphes excrétrices, indépendamment des Lactario-Russulés qui ne sont pas des Agarics :

1° ceux, privés de latex, mais possédant des hyphes vasiformes isolées, diffuses ou groupées, à contenu pigmenté ou oléifère souvent riche en carbures terpéniques, décelables fréquemment par l'odeur et par un changement partiel de la coloration de la chair à l'air (*Inocybe* sect. *Lactiferae*, cert. Pholiotes, Tricholomes, *Pluteus*, etc.);

2° ceux, privés de latex, chez lesquels l'ensemble des hyphes acquiert la nature excrétrice traduite par une modification totale de la coloration de la chair à l'air (*Phlebonema* Heim, *Collybia cycadicola* Josser.);

3° les espèces à réseau cyanifère (*Marasmius Oreades*, etc.);

4° les quatre groupes d'Agarics à latex oléoaqueux : certains *Mycena Lactipedes*, les *Mycena Lactiferæ*, un *Rhodophyllus*, le *Bertrandia*.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur les décortications méandriformes.* Note (1) de M. **Constantin T. Popesco**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

La géologie et la géographie physique ont montré ce qui se produit quand les rivières coulent dans les vallées méandriformes.

Les matières inertes que l'eau tient en suspension et qu'elle transporte se déposent à l'intérieur des boucles, mais la sédimentation ne s'effectue pas de façon uniforme.

Dans les parties convexes, les dépôts se font en pente douce; dans les parties concaves, la rive reste droite et abrupte.

Des figures très démonstratives de ces phénomènes ont été données par Thomas C. Chamberlin et Rollin D. Salisbury (2), par Em. Haug (3) et par Em. de Martonne (4).

Je me suis demandé si dans la répartition des aliments et des déchets par

(1) Séance du 20 avril 1936.

(2) *Introductory Geology*, 1914, p. 108-120.

(3) *Traité de Géologie, Les phénomènes géologiques*, 1, 3e tirage, 1921, p. 406-436.

(4) *Traité de Géographie physique*, 2, 4e édition, 1926, p. 568-570 et 588-594.

le système vasculaire des végétaux supérieurs, il existe des phénomènes de même ordre. Pour résoudre cette question, j'ai, au cours de 2 à 15 années, fait des séries d'expériences à l'aide de diverses méthodes qui seront décrites avec leurs résultats, dans un travail plus étendu.

Dans cette Note, je n'en indiquerai qu'une. C'est celle qui a consisté dans l'établissement de décortications méandriformes effectuées sur la tige

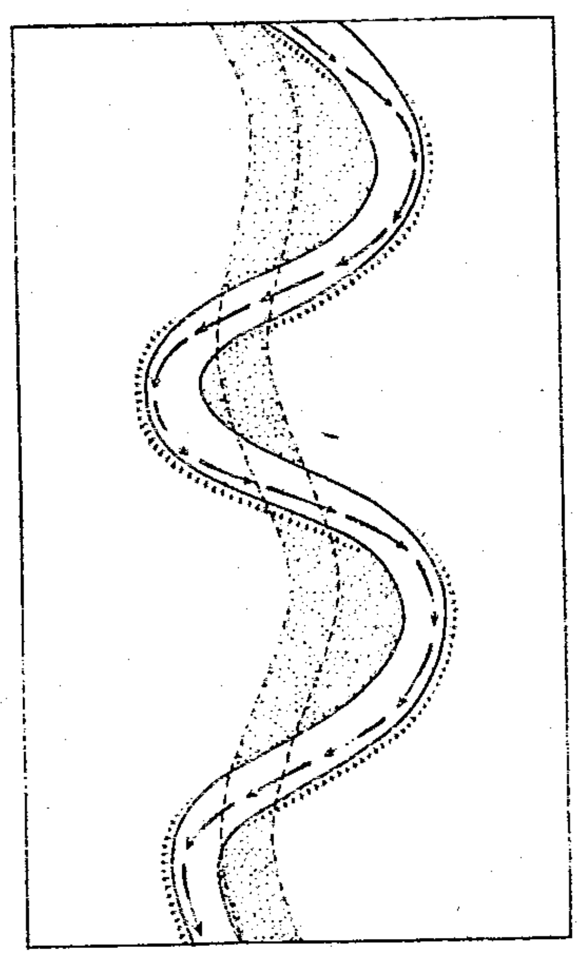


Fig. 1.

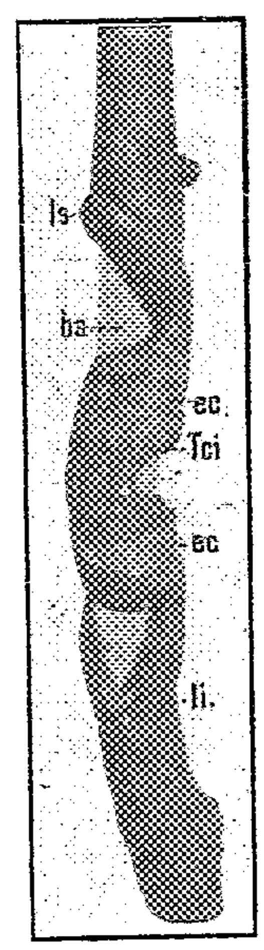


Fig. 2.

Fig. 1. — Formation des méandres (d'après Chamberlin et Salisbury), faces de début.
Fig. 2. — Décortication méandriforme d'une branche de *Morus alba*; *ls*, lèvre supérieure; *ba*, bois ancien; *ec*, écorce; *Tci*, tissu réparateur dans l'intérieur de la boucle; *li*, lèvre inférieure de la plaie.

principale et les branches de divers arbres, de façon à ce que les portions d'écorce enlevées et celles restées en place forment une bande sinueuse, serpentiforme, avec boucles comparables à celle des vallées présentant cette disposition dans la nature.

A la fin de mes expériences, quand la cicatrisation a été achevée, j'ai constaté que les tissus réparateurs s'étaient accrus de façon très inégale sur les deux parties latérales de la bande d'écorce laissée en place. Ils étaient très développés sur le côté intérieur des ondulations, des sinuosités et des bouches quand, au contraire, ils étaient réduits tôt, du côté extérieur à une épaisseur minime.

Le recouvrement du bois ancien, dénudé situé à l'intérieur des boucles, T*ci* (*fig.* 2), ne dépend pas seulement du nombre de celles-ci, de leurs dimensions et de leurs positions sur les organes décortiqués, mais aussi du débit du courant descendant qui suit obligatoirement le canal méandriforme d'écoulement. Ce recouvrement dans l'intérieur des boucles se fait beaucoup plus rapidement quand la décortication a été effectuée sur la tige principale à géotropisme négatif complet, que si on l'a faite sur les branches obliques à géotropisme négatif plus ou moins réduit et surtout que sur les branches horizontales agéotropiques.

La longueur du temps mis par le courant descendant à passer dans le système de canaux méandriformes dépend de plusieurs facteurs :

1° De la force de gravitation, c'est-à-dire de la différence de niveau entre le lieu de production et celui d'écoulement. Ainsi, sur les branches horizontales, le raccourcissement du cours méandriforme se fait beaucoup plus lentement que sur les tiges verticales ou à peine obliques.

2° De la quantité de substances assimilées qui se trouve dans le courant descendant; si ce débit est faible, l'évolution du lit méandriforme vers le lit rectiligne se fait plus lentement que si le courant est fort.

3° Enfin du nombre des boucles qui se trouvent dans le canal d'écoulement des substances organiques; lorsque ce nombre augmente, le raccourcissement du cours du courant descendant est moins rapide; c'est l'inverse dans le cas contraire.

L'aspect extérieur des néoformations apparues à la suite des décortications méandriformes chez les divers arbres étudiés permet de conclure à la similitude entre la circulation et la sédimentation des substances organiques dans le corps des plantes supérieures et celle de la masse d'eau qui transporte la matière morte dans le lit des rivières.

Ces mouvements obéissent aux mêmes lois physiques.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Quelques effets de la lumière sur la croissance, la floraison, l'enracinement et le bourgeonnement de diverses plantes.* Note de M. PIERRE CHOUARD, présentée par M. Marin Molliard.

Mes essais ont porté sur la tubérisation de Radis, la croissance et la floraison d'Épinards, de Haricots métis, de Calcéolaires hybrides, sur la néoformation de racines dans les boutures de tiges de Pois, et sur la néo-

formation de bulbilles dans les boutures de feuilles [1] de *Brimeura* (ex *Hyacinthus*) *amethystina* (L.) Salisb.

Dispositif expérimental. — Une couche de $1^m,25$ de large, installée dans mon jardin, à Talence, est uniformément chauffée à l'électricité. Elle est divisée en compartiments de 2^m de long, identiques, mais soumis à des éclairages différents :

1° éclairage d'appoint, de 23 heures à 6 heures, par trois lampes à incandescence survoltées (Mazdasol 60 watts) en verre ordinaire coupant l'ultraviolet vers $0^{\mu},34$ disposées contre une paroi de la couche, à 40^{cm} du sol ;

2° même éclairage, mais lampes en verre spécial (Mazdasol proprement dites), coupant l'ultraviolet vers $0^{\mu},29$;

3° même dispositif, mais avec deux irradiateurs au néon (Philips, type 4312) ;

4° témoin, sans éclairage d'appoint.

Ces quatre compartiments sont recouverts de châssis en verre ordinaire, soulevés quand le soleil brille, pour éviter l'excès de chaleur.

Les deux suivants, partagés par moitié, soit quatre cases de 1^m de long, n'ont pas d'éclairage d'appoint, mais sont recouverts de verres filtrant la lumière du jour. Ces châssis n'ont pas été soulevés, et la température, au soleil, a dépassé de 5 à 7° celle des lots précédents :

5 A : verre ordinaire (comme 4), coupant l'ultraviolet vers $0^{\mu},34$;

5 B : verre coupant l'ultraviolet vers $0^{\mu},30$ (Rénovic, de Bagneaux) ;

6 A : verre orange, coupant la lumière environ $< 0^{\mu},52$;

6 B : verre bleu, coupant la lumière environ $> 0^{\mu},58$, sauf une bande dans l'extrême rouge.

Effets de la lumière en intensité. — D'un bord à l'autre de la couche, l'éclairement, au sol, varie de 900 à 120 lux, la nuit, dans les lots 1 et 2. Corrélativement, le poids des Radis, semés le 21 janvier, récoltés le 25 février, varie de 4^g à $1^g,5$. Les Haricots, semés de même, ont 5 à 3 entre-nœuds le 11 mars, et atteignent 35 à 20^{cm}, selon la distance des lampes dans les lots 1 à 3, tandis que dans le lot 4 (sans éclairage d'appoint), ils n'ont qu'un entre-nœud et mesurent 10^{cm} environ, et que leurs feuilles sont chlorotiques. Le bénéfice dû à la nutrition supplémentaire par 7 heures d'éclairage d'appoint, est appréciable surtout entre 300 et 500 lux.

Effet de la lumière en durée. — C'est l'effet *photopériodique* [2] agissant sur la floraison. Il se montre relativement indépendant de la grandeur de l'éclairement, du moment que le minimum d'énergie lumineuse nécessaire

---

(1) P. Chouard, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1146, et 65e *Congr. Soc. Sav.*, 1932, p. 248.

(2) W. Garner and Allard, *Journ. Agr. Res.*, 28, 1920, p. 553; R. B. Withrow, *Purdue Univ. Agr. Exp. St.*, Circ. 206, 1934, p. 12.

à la nutrition est assuré. Il semble indépendant de la nature de la lumière employée ici. En effet les dates de floraison ont été les mêmes, pour chaque espèce, quelle que soit la distance des lampes, les mêmes dans les lots 1, 2 et 3 qui ne diffèrent que par la qualité de la lumière d'appoint. La durée d'éclairement compte seule.

J'ai vérifié que le Calcéolaire hybride (*loc. cit.*), et j'ai montré que le Haricot et surtout l'Épinard, sont des plantes *de journée longue*, dont la floraison est hâtée par un éclairement de 16 à 18 heures par jour. L'avance à la floraison, par rapport au témoin, est considérable :

Les Haricots, semés le 21 janvier, ont commencé à fleurir (en 1, 2, 3) le 7 mars au lieu du 11 avril; la récolte des haricots verts a commencé le 3 avril au lieu du 26; et elle a été deux fois plus abondante. Les Calcéolaires, semés en novembre, éclairés depuis le 30 janvier, ont fleuri à partir du 14 avril, alors que les témoins sont encore en rosettes. Les Épinards, semés le 21 janvier, ont immédiatement monté à fleurs, et fleuri dès le 14 mars, alors que les témoins restaient en rosettes, pour ne commencer à monter que fin avril. Cette observation montre pourquoi l'Épinard monte à fleurs rapidement durant les jours longs de l'été; pour l'en empêcher, il faudrait raccourcir sa durée d'éclairement par des voiles noirs.

Effets de la lumière en qualité. — Sur la croissance générale, les diverses sortes de lumières d'appoint ont eu des effets peu différents, et variables selon les espèces étudiées.

Par contre, si l'éclairement tout entier provient de lumière filtrée, la lumière blanche paraît nécessaire au développement normal, du moins sur les Radis: tubérisation normale sous verre ordinaire ou Rénovic, avec peut-être léger avantage de ce dernier. Tige sans allongement excessif, mais pas de tubérisation sous le verre bleu. Tige excessivement allongée, et tubérisation très tardive et faible sous le verre orange.

La néoformation de racines sur les boutures de Pois est au moins triplée sous éclairage d'appoint par rapport au témoin (lot 4); avec léger avantage pour Mazdasol (lot 2). Elle est nulle à l'obscurité. Elle est avantagée dans l'ensemble des lots 5-6 par la température plus haute. Les racines y sont un peu plus longues sous Rénovic que sous verre ordinaire; précoces, nombreuses mais peu ramifiées sous verre orange; plus tardives, moins nombreuses, mais longues et ramifiées sous verre bleu. (Pois semés dans chaque lot le 21 janvier, coupés et bouturés dans l'eau le 25 février, racines observées du 13 mars au 15 avril).

La néoformation de bulbilles sur les boutures de feuilles de *Brimeura*

est influencée aussi par la température, par la qualité et surtout la quantité de la lumière. Ces feuilles, bouturées le 25 février, provenant de bulbes mis en place le 12 février juste avant sortie des feuilles hors de terre, ont donné le 11 avril, les résultats suivants : grosses bulbilles de 5 à 6^{mm} en 1, et surtout 2 et 3; petites ébauches de moins de 1^{mm} au témoin 4; fortement enracinées en 3, faiblement en 1 et 2, pas du tout en 4. L'excès de chaleur reçu par les lots 5-6 leur permet d'être presqu'aussi avancés que les lots 1-2-3, malgré l'absence d'éclairage d'appoint.

Les avantages d'un éclairage d'appoint par une lumière appropriée, à la température optima, tant sur la précocité de la floraison que sur les processus du bouturage, méritent donc d'être considérés, du point de vue de la botanique expérimentale comme de celui de la botanique appliquée.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Droséracées. Développement de l'embryon chez le* Drosera rotundifolia *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Les lois du développement, chez le *Drosera rotundifolia*, sont simples et constantes. Beaucoup de leurs modalités rappellent des processus qui ont pu être observés dans d'autres cas, mais certaines, par contre, offrent des caractères tout nouveaux.

La cellule apicale du proembryon bicellulaire (*fig.* 1, *ca*) se segmente toujours avant la cellule basale. Elle prend une cloison transversale et donne deux éléments superposés *cc* et *cd* (*fig.* 2 à 5). L'élément *cc*, par une paroi également transversale, donne encore deux cellules placées l'une au-dessus de l'autre, *l* et *l'* (*fig.* 5 à 7). Ces deux cellules se segmentent verticalement (*fig.* 9 à 15). Les quatre nouveaux éléments ainsi engendrés représentent quatre quadrants disposés dans un plan vertical. Ils prennent des cloisons méridiennes et donnent naissance à huit octants (*fig.* 16); les quatre octants supérieurs correspondent à la partie cotylée; les quatre octants inférieurs à la partie hypocotylée. La séparation des trois histogènes se produit dans leur intérieur comme le montrent les figures 17 à 25.

L'élément *cd* (*fig.* 2 à 6) se partage transversalement et donne deux cellules superposées, *h* et *h'* (*fig.* 7 à 13); ces deux cellules prennent ensuite des parois verticales à peu près méridiennes (*fig.* 14 à 19). Par de nouvelles cloisons verticales, les deux éléments juxtaposés issus de *h* donnent d'abord quatre cellules circumaxiales, puis un plateau de huit à douze éléments, dont quatre seuls sont visibles dans les coupes longitudinales (*fig.* 19 à 25). Les quatre éléments adjacents à l'axe constituent des initiales de l'écorce de la racine, les quatre ou huit autres contribuent à la construction des parties latérales de la coiffe. Les deux éléments juxtaposés issus de *h'* se divisent

beaucoup plus tard; par deux cloisons méridiennes, ils engendrent quatre cellules circumaxiales qui se segmentent ensuite horizontalement et donnent finalement la portion médiane de la coiffe.

La cellule basale (*fig.* 1, 2, *cb*) se segmente transversalement (*fig.* 4 à 7); les deux

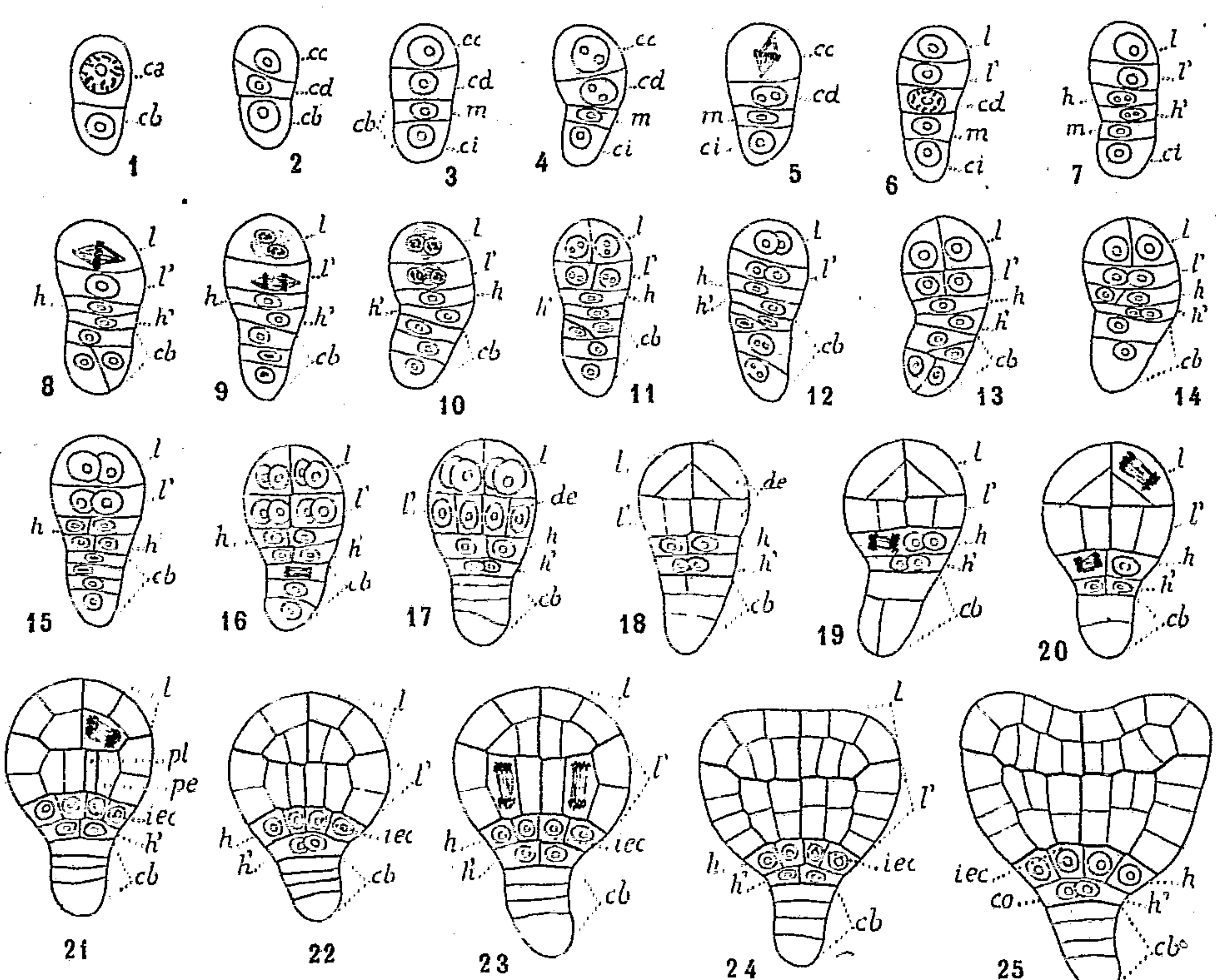


Fig. 1 à 25. — *Drosera rotumdifolia* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cb*, cellule basale ou suspenseur; *cc*, cellule fille supérieure de *ca*, donnant l'embryon proprement dit; *cd*, cellule fille inférieure de *ca*, donnant *h* et *h'*; *h*, cellule ou assise produisant les initiales de l'écorce de la racine et les portions latérales de la coiffe; *h'*, cellule ou assise donnant la portion centrale de la coiffe; *l*, partie cotylée; *l'* partie hypocotylée; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *co*, primordium de la coiffe. G. : 360.

éléments *m* et *ci* ainsi séparés prennent le plus souvent des parois transversales, quelquefois verticales ou obliques (*fig.* 11 à 13, 16, 18); à leurs dépens se constitue un suspenseur *sensu stricto* qui demeure très court (*fig.* 21 à 25).

On remarquera : 1° que les formes filamenteuses à 4-5-6 cellules rappellent celles que l'on observe dans le type général des Solanacées; 2° que la disposition des quadrants est encore celle qui apparaît chez les Solanacées ou le *Chenopodium-Bonus-Henricus*; 3° que la cellule terminale de la tétrade, donnant seule le corps embryonnaire, est la cellule fille de la cellule api-

cale, comme chez le *Sedum acre*, les Hypéricacées, le *Saxifraga granulata*; 4° que la cellule basale donne directement un suspenseur ne participant nullement à la construction de l'embryon, ce qui est encore le cas des Hypéricacées, du *Saxifraga* et de beaucoup d'autres espèces; 5° enfin, que les deux assises, *h* et *h'*, engendrent, l'une les initiales de l'écorce de la racine, l'autre le primordium de la coiffe, par des divisions identiques à celles qui ont été décrites au sujet du type fondamental des Composées.

Par leur diversité même, ces termes de rapprochement confèrent à l'embryon du *Drosera rotundifolia* une physionomie particulière. C'est la première fois, en outre, que l'on voit deux assises, se comportant comme *h* et *h'*, prendre naissance aux dépens d'une même cellule mère, qui peut être considérée comme une véritable cellule hypophysaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la teneur en titane du corps des Mammifères.* Note [1] de MM. **Louis-C. Maillard** et **Jean Ettori**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le titane a été maintes fois signalé chez les êtres vivants; une large enquête de M. Gabriel Bertrand et Mme Voronca-Spirt [2] a confirmé sa présence dans divers groupes de végétaux et d'animaux. Cependant les Mammifères sont pour cette étude un objet particulièrement défavorable, à cause de leur pauvreté en titane; nos connaissances restaient ici très imparfaites, et l'on ne pouvait reprendre les recherches avant de trouver une méthode beaucoup plus sensible.

Au cours d'observations anciennes, l'un de nous avait remarqué le pouvoir qu'ont des précipités ferriques de fixer, même à dilution extrême, diverses substances. Forts de cette notion expérimentale, et sans avoir à en examiner l'interprétation physicochimique, nous avons tenté l'*extraction* des traces de titane que contiennent les organes.

La nitrosophénylhydroxylamine (cupferron) étant choisie comme précipitant, on a vu [3] comment deux captures successives, l'une au fer, l'autre au zirconium, nous livrent dans quelques centimètres cubes de solution

(1) Séance du 6 avril 1936.

(2) *Comptes rendus* 189, 1929, p. 221; *Bulletin de la Société chimique de France*, 4e série, 47, 1930, p. 643.

(3) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 594.

sulfurique tout le titane de l'échantillon, sans autre corps étranger qu'un peu de zirconium. Cet élément ne trouble pas la réaction de Schön (coloration jaune par le peroxyde d'hydrogène), qui sert depuis Weller au dosage colorimétrique du titane. L'œil nu reconnaît directement, dans un long tube, la teinte jaune serin caractéristique, jusqu'à la dilution de 1$^{\gamma}$ de Ti dans 10$^{cm^3}$; la photométrie à travers un filtre bleu précise une décimale de plus, soit 0$^{\gamma}$,1.

Réservant pour un examen ultérieur ceux des organes (peau et poils, poumon, tube digestif) que leur communication avec l'extérieur expose à l'intrusion de poussières peut-être titanifères, nous étudions ici les parties protégées, où apparaîtra mieux l'authenticité biologique du titane. Nos résultats sont tous rapportés à 100^{g} de matière fraîche; c'est effectivement sur des prises de 100^{g} qu'ont été faites la plupart des analyses :

Sang total. — Homme, 2$^{\gamma}$,3 à 3$^{\gamma}$,1; Chien, 2$^{\gamma}$,2 (deux dosages); Cheval, 2$^{\gamma}$,9; Bœuf, 3$^{\gamma}$,0.

Centres nerveux. — Homme, hémisphères cérébraux, 1$^{\gamma}$,7; Chien, encéphale, 3$^{\gamma}$,7; Mouton, encéphale, 0$^{\gamma}$,8.

Muscle strié. — Homme, 4$^{\gamma}$,4 à 8$^{\gamma}$,1; Chien, 1$^{\gamma}$,5 (deux dosages); Cheval, 7$^{\gamma}$,8; Mouton, 8$^{\gamma}$,3.

Cœur (myocarde). — Chien, 3$^{\gamma}$,5; Bœuf, 1$^{\gamma}$,5; Mouton, 3$^{\gamma}$,4.

Rein (parenchyme). — Chien, 1$^{\gamma}$,7; Bœuf, 3$^{\gamma}$,8; Mouton, 1$^{\gamma}$,6.

Foie (parenchyme). — Chien, 2$^{\gamma}$,2 (deux dosages); Bœuf, 2$^{\gamma}$,8; Mouton 6$^{\gamma}$,8.

De ces chiffres il résulte que :

1° Nous avons reconnu avec certitude et dosé avec précision le titane dans tous nos échantillons sans exception, y compris les parties du corps des Mammifères où cet élément n'avait pu être décelé par la méthode antérieure : sang, muscles, centres nerveux.

2° Ceux des organes où Ti avait été reconnu déjà (cœur, rein, foie) ne sont pas plus riches que les autres, contrairement à ce qu'on aurait pu supposer. A cette occasion, nous avons tenu à soumettre encore notre méthode à de nouveaux contrôles, qui n'ont permis de découvrir aucune cause d'erreur. Dans certains cas, nous avons même pu répéter le dosage sur une nouvelle prise du même échantillon : la concordance à 0$^{\gamma}$,1 exclut toute faute opératoire. Nos déterminations sont donc bien fondées.

Leur premier caractère est la diversité : le titane apparaît *chez les Mammifères* comme un élément de *proportion irrégulière*.

Cette irrégularité ne nous surprend pas : déjà nos devanciers n'avaient pu trouver trace de Ti dans le foie du Lapin, pas plus que dans celui d'un

Oiseau, le Poulet. Cependant cette dernière espèce n'est pas exempte de titane : nous en mesurons 69γ dans 100g de jaune fourni par 6 œufs de Poule, soit 11γ,5 pour un seul jaune; le blanc n'en renferme que 3γ pour 100g.

Pour l'élément Ti comme pour d'autres va se poser la difficile question de savoir si sa présence traduit seulement la pénétration banale d'un corps étranger parcimonieusement toléré par l'organisme, ou s'il y joue un rôle spécifique : nous nous garderons de toute opinion prématurée. Du moins, la méthode par laquelle nous avons pu doser avec précision le titane dans tous nos échantillons permet-elle d'aborder numériquement le problème, ouvrant à cette exploration un domaine jusqu'ici fermé, celui des Mammifères.

MICROBIOLOGIE. — *Longévité du virus du typhus murin chez la puce* (Xenopsylla cheopis). Note de MM. **Georges Blanc** et **Marcel Baltazard**, présentée par M. Félix Mesnil.

Dès 1926, Maxcy émet l'hypothèse que les puces de rats peuvent jouer le rôle de vecteur de virus dans la transmission du typhus endémique du sud-est des États-Unis.

En 1931, Dyer et ses collaborateurs, puis Kemp, isolent le virus du typhus murin de puces provenant de rats capturés dans des régions où existe la maladie. Dyer, Ceder, Rumreich et Badger font une étude minutieuse du mode de transmission de l'infection par les puces, démontrent que les fèces sont virulentes et que la piqûre de puces infectées ne donne le typhus que si la plaie est souillée par les déjections.

Les mêmes auteurs, inoculant des puces broyées à des cobayes, retrouvent le virus pendant 40 jours; par inoculation de déjections, ils trouvent que les puces sont encore infectées 52 jours après le repas infectant. Ils pensent que la puce peut rester infectée durant toute sa vie.

Nous avons repris l'étude de la conservation du virus chez la puce et avons limité à 100 jours notre recherche, convaincus que, si le virus persistait un laps de temps aussi considérable, il y avait lieu d'admettre comme fondée l'hypothèse de Dyer et ses collaborateurs, qu'une puce peut rester infectée et infectante durant toute sa vie.

Technique. — Nos recherches ont porté sur une seule espèce, *Xenopsylla cheopis*, l'agent le plus important de dissémination de l'infection de rat à rat et du rat à l'homme.

Des puces nées au laboratoire, après avoir piqué un rat infecté de typhus murin, sont mises dans un bocal en verre, type bocal à souris, dont le fond

est garni de son. Elles sont nourries sur des rats neufs qui ne restent que 48 heures dans le bocal, de façon à ne pas leur laisser le temps de développer une infection qui rechargerait les puces en virus.

Ces rats ont les incisives inférieures coupées pour les empêcher de détruire leurs ectoparasites. Après 48 heures, ils sont dépouillés soigneusement de leurs puces et sont isolés; ils serviront à vérifier le pouvoir infectant des puces dans les conditions naturelles de transmission de la maladie. Pour cela, ceux qui survivent sont sacrifiés douze jours après leur isolement et leur cerveau est broyé et inoculé dans la cavité péritonéale de cobayes mâles.

Entre le retrait des rats piqués et l'introduction de rats neufs, les puces sont laissées à jeun pendant 48 heures. Tous les dix jours, les puces sont retirées du bocal et replacées dans un bocal neuf, ceci afin de ne pas introduire dans l'expérience des puces nées de puces infectées.

Chaque fois que des puces sont prises et broyées pour inoculation, on note le nombre de celles qui restent vivantes dans le bocal.

Expérience. — Le 10 décembre 1935, on introduit dans un bocal où se trouvent 1150 *Xenopsylla cheopis*, à jeun depuis 5 jours, un rat infecté. Ce rat a été inoculé par voie intrapéritonéale, le 5 décembre, avec du virus de typhus murin de Casablanca (T. M. C. III). Le rat meurt dans la nuit du 10 au 11 décembre, les puces ne se sont donc gorgées de sang virulent que pendant 16 à 18 heures au plus.

Dates.	Temps écoulé en jours depuis le repas infectant.	Nombre de puces encore vivantes.	Infection du cobaye par inoculation de puces broyées.	Nombre de puces inoculées.	Infection du rat par piqûre.
23 décembre....	12j	635	+	15	non vérifiée
4 janvier	24	450	pas de passage	–	non vérifiée
8 »	23	402	»	–	+
12 »	32	381	»	–	non vérifiée
20 »	40	305	»	–	»
29 »	49	270	+	20	+
5 février.......	56	165	+	10	+
13 »	64	non vérifié	+	10	non vérifiée
21 »	72	91	+	10	»
29 »	80	52	non vérifiée	10	»
3 mars........	88	43	pas de passage	–	+
20 »	100	25	++	25	++

Nota. — La mention non vérifiée indique que les animaux d'expériences sont morts avant qu'ait pu être constaté leur infection.

Le 13 décembre un rat neuf est introduit dans le bocal, il est retiré après 48 heures, les puces sont laissées à jeun 48 heures, puis un nouveau rat blanc neuf est introduit et l'expérience se continue ainsi pendant 100 jours.

Le tableau ci-contre indique les résultats consignés durant cette période.

Conclusions. — Il résulte de cette expérience que la puce du rat *Xenopsylla cheopis* s'infecte facilement en piquant un rat infecté de Typhus murin.

Durant au moins 100 jours, la puce reste infectée, comme le montrent les expériences d'inoculation au cobaye mâle de puces broyées.

Elle reste infectante, dans les conditions de transmission habituelle, ainsi que le montrent les expériences d'infection du rat par piqûre.

Comme les auteurs américains l'avaient supposé, on peut admettre que la puce du rat *Xenopsylla cheopis* doit rester infectée et infectante durant toute sa vie.

TUBERCULOSE. — *Sur la résistance conférée au singe par l'inoculation d'une souche S de bacille tuberculeux humain isolé par hémoculture.* Note de M. **Paul F. Armand-Delille**, présentée par M. Félix Mesnil.

Au cours de recherches sur les caractères des variétés S de bacille tuberculeux humain obtenues par hémoculture, nous avons été amené à constater que l'injection préalable à forte dose d'une culture S isolée par nous permet au singe inoculé d'acquérir une résistance considérable à l'injection ultérieure d'un bacille tuberculeux virulent.

Des expériences préalables nous ont montré que les cultures de cette souche S, passée alternativement sur milieu de Loewenstein, pommes de terre glycérinées et bouillon synthétique de Sauton, avaient entièrement perdu le pouvoir de déterminer des lésions de tuberculose généralisée chez le cobaye et chez le singe, même lorsqu'elles sont introduites par injections intraveineuses. Injectées à la dose de 1^{mg}, elles produisent seulement un petit nodule local qui se résorbe au bout de 5 à 6 semaines, sans se ramollir ni s'ulcérer (il faut une dose de 10^{mg} inoculée sous la peau, pour provoquer la formation d'un abcès caséeux du volume d'une petite cerise, qui au bout de 2 mois se fistulise, puis guérit sans laisser de traces); l'adénopathie similaire, inguinale ou axillaire, n'est que très légère et ne se caséifie jamais.

Or cette injection confère au singe une forte résistance à l'inoculation ultérieure d'un bacille tuberculeux humain virulent.

Voici le résumé de deux expériences caractéristiques :

1° Un *Macacus cynomolgus* jeune, traité trois mois auparavant par l'inoculation sous-cutanée au flanc droit de 10^{mg} de bacilles de notre souche S humaine, reçoit en même temps qu'un témoin, au flanc gauche, une injection sous-cutanée de $1/100^e$ de milligramme d'une culture virulente souche Ratti de l'Institut Pasteur. Il se produit chez l'un et l'autre animal un abcès local, mais chez l'animal traité l'adénopathie axillaire est très minime, alors qu'elle est considérable chez le témoin. Ce témoin meurt au bout de 50 jours de tuberculose généralisée; ses ganglions axillaires et trachéo-bronchiques sont caséeux, et ses poumons, son foie, sa rate sont bourrés de tubercules miliaires caséeux.

L'animal préalablement traité reste bien portant; il présente seulement un abcès local du volume d'un haricot, fluctuant, au niveau du point d'inoculation. Trois mois après la mort du témoin, il est sacrifié en parfaite santé. L'autopsie montre seulement un abcès local au flanc, caséeux et bourré de bacilles qui sont ultérieurement identifiés comme étant de type Ratti. Les ganglions axillaires sont petits et fibreux. Tous les organes sont sains; ni le foie ni la rate, qui sont de dimensions normales, ni les poumons ne présentent aucune lésion tuberculeuse ainsi que le vérifie l'examen histologique.

2° D'autre part, un *cynocéphale* jeune, traité préalablement de la même manière, et ayant présenté au point d'inoculation un volumineux abcès qui s'élimina par fistulation, reçoit une injection intrapulmonaire de $1/100^e$ de milligramme d'une culture d'un bacille humain très virulent (tuant le cobaye en 8 semaines au $1/100^e$ de milligramme). Alors qu'un cynocéphale témoin, inoculé de la même dose virulente, meurt en 2 mois de tuberculose généralisée, avec un nombre considérable de tubercules miliaires caséeux dans les 2 poumons, le foie et la rate, l'animal préalablement traité meurt 50 jours après avec des signes d'œdème pulmonaire. A l'autopsie, on constate que le lobe supérieur du poumon gauche, dans lequel on a fait l'inoculation virulente, est transformé en une masse caséeuse adhérente à la plèvre qui est elle-même infiltrée au même niveau, il existe un volumineux ganglion trachéo-bronchique gauche également caséeux, mais le lobe inférieur est indemne et présente seulement de l'atelectasie par compression. Le poumon opposé est indemne, ainsi que le foie, la rate et les autres organes,

Il est donc possible, par l'inoculation préalable d'une dose élevée d'un bacille de souche S, non virulent, d'obtenir chez les singes un état de résistance qui se traduit par l'absence de généralisation de la tuberculose et par la limitation d'une réaction caséeuse locale au point d'inoculation.

IMMUNOLOGIE. — *Sur la valeur et la durée de l'immunité conférée par l'anatoxine tétanique dans la vaccination du cheval contre le tétanos.* Note de MM. G. **Ramon** et E. **Lemétayer**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

La méthode de prophylaxie du tétanos au moyen de l'anatoxine tétanique est entrée dans la pratique il y a dix ans. Une application très étendue de cette méthode est faite dans la cavalerie de l'Armée à l'instigation et par les soins du Service vétérinaire. Commencée en 1928, cette application porte à l'heure actuelle sur un effectif global de plus de 50000 chevaux. La vaccination antitétanique est pratiquée, chez ces animaux, selon la technique courante : deux injections, de 10^{cm^3} chacune, d'anatoxine tétanique additionnée de tapioca. Un certain nombre de chevaux, environ les deux tiers de l'effectif vacciné, ont reçu plus ou moins longtemps après la vaccination une injection de *rappel* de 10^{cm^3} d'anatoxine tétanique au tapioca.

Numéro des chevaux.	Dates vaccination et rappel.	Titre en unités internationales.	Numéro des chevaux.	Dates vaccination et rappel.	Titre en unités internationales.
226....	1930-1932	1/30	239....	1929-1931	+1/3 -1
227....	1933-1934	+1/10-1/3	241....	1929-1932	+1 -3
228....	1929-1931	+1/30-1/10	243....	1929-1931	+1/30-1/10
229....	1929-1931	+1/10-1/3	244....	1929-1931	+1/10-1/3
230....	1932-1933	1/100	245....	1929-1931	1/100
231....	1929-1932	+1/30-1/10	246....	1929-1931	+1/30-1/10
232....	1929-1931	+1/10-1/3	247....	1930-1931	+1/30-1/10
233....	1932-1933	+1/3 -1	248....	1929-1031	+1/1000
234....	1930-1931	+1/30-1/10	254....	1934-1935	+1 -3
235....	1929-1933	+1/10-1/3	255 (1).	1931	+1/30-1/10
236....	1929-1931	+1/10-1/3	261 (1).	1929	+1/30-1/10
237....	1933-1934	1/30	263 (1).	1931	+1/30-1/10
238....	1929-1931	+1/10-1/3	269 (1).	1931	0

Afin de nous renseigner sur la valeur et sur la durée de l'immunité

(1) Sujets n'ayant pas reçu l'injection de rappel.

antitétanique provoquée dans ces conditions, nous avons recherché et dosé l'antitoxine spécifique dans le sérum de 26 chevaux, pris au hasard parmi ceux vaccinés il y a plusieurs années. Les résultats de ces dosages sont résumés en un tableau.

D'après ces résultats, l'immunité conférée par la vaccination antitétanique apparaît donc bien solide et durable. En effet, plusieurs années après la vaccination et l'injection de rappel, le titre antitoxique du sérum des chevaux vaccinés demeure relativement élevé, puisqu'il est en moyenne de 1/10ᵉ d'unité, atteignant même chez certains animaux une unité. Or on sait, depuis les recherches de P. Descombey, qu'un cheval vacciné qui recèle, dans 1^{cm^3} de son sérum, une quantité d'antitoxine égale à 1/1000ᵉ d'unité antitoxique résiste parfaitement à l'infection tétanique expérimentale qui amène rapidement la mort de l'animal non immunisé.

Les résultats d'ordre sérologique que nous apportons aujourd'hui concordent d'ailleurs avec les renseignements épidémiologiques recueillis au cours de ces dernières années, en ce qui concerne le tétanos, dans la cavalerie de l'Armée. En effet, durant les années 1931-1932-1933-1934, alors que le tétanos continuait à sévir avec sa fréquence habituelle chez les chevaux non vaccinés, la morbidité et la mortalité tétaniques étaient très réduites chez les chevaux vaccinés à l'aide de deux injections ; elles étaient absolument nulles chez les 35 000 chevaux qui, au bout d'un délai variable après la vaccination, avaient reçu l'injection de rappel ([1]).

L'ensemble de ces résultats confirme la valeur pratique de la méthode, que l'un de nous a établie avec P. Descombey, pour la prophylaxie du tétanos chez les animaux domestiques et en particulier chez le cheval ([2]); il affirme, en outre, l'importance de certains perfectionnements que nous avons apportés à la méthode, tel celui de l'injection de rappel, qui accroît encore la solidité et la durée de l'immunité conférée par l'anatoxine tétanique.

([1]) Voir LEBASQUE, *Bull. Académie Vétérinaire*, 8, 1935, p. 337.

([2]) G. RAMON, *Ann. Inst. Pasteur*, 39, 1925, p. 1; G. RAMON et P. DESCOMBEY, *ibid.*, 41, 1927, p. 834.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvelle démonstration de l'efficacité de la vaccination contre la fièvre jaune.* Note de MM. **Andrew Watson Sellards** et **Jean Laigret**, présentée par M. Félix Mesnil.

L'inoculation à l'homme du virus amaril vivant, modifié par passages intracérébraux chez la souris, fait apparaître, dans le sang, des anticorps spécifiques qui neutralisent *in vitro* le germe de la fièvre jaune et qui, injectés *in vivo* aux macaques, les protègent contre des doses dix et cent fois mortelles de ce germe. A cette première garantie, donnée il y a plus de quatre ans, de l'efficacité de notre méthode, s'en est ajoutée une autre : douze mille personnes vaccinées ont vécu en Afrique Occidentale, sans qu'il y ait eu, parmi elles, un seul cas de fièvre jaune, alors que la maladie a continué d'être observée chez les non vaccinés. Nous apportons aujourd'hui une nouvelle démonstration.

Le sérum du sujet avait été éprouvé avant la vaccination. Il s'était montré alors dépourvu de tout pouvoir protecteur.

La vaccination fut pratiquée, en une seule fois, avec une suspension du cerveau d'une souris du 256e passage. La dose inoculée contenait approximativement 15 unités-souris, d'après les données du titrage. Il n'y eut aucune réaction apparente, seulement un certain degré de lassitude pendant plusieurs jours à partir du sixième. Le virus vivant put être retrouvé dans le sang circulant.

A partir du vingt-deuxième jour, le sérum du vacciné se montra protecteur. A diverses reprises, ses propriétés protectrices furent éprouvées par plusieurs méthodes : épreuve intracérébrale directe sur souris, épreuve intrapéritonéale suivant la technique de Sawyer et Lloyd, enfin séro-protection sur les macaques. Les résultats furent concordants : l'activité du sérum fut manifeste jusqu'à la dilution 1/100, douteuse à 1/500.

Sept mois plus tard eut lieu l'épreuve des moustiques. Un lot *d'Ædes ægypti* fut d'abord nourri sur un *Macacus rhesus* inoculé de fièvre jaune. Les insectes furent conservés ensuite pendant 35 jours à 28°, température favorable au développement du virus, puis quatre d'entre eux furent mis à piquer sur le vacciné.

Le lendemain de ce repas, un des moustiques fut trouvé mort. Les trois qui restaient furent mis, chacun séparément, à piquer sur trois *Macacus rhesus*. Des trois macaques, un ne s'infecta pas ou ne s'infecta que d'une manière douteuse : il mourut au 15e jour, sans lésions nettes. Les deux

autres contractèrent la fièvre jaune, qui les tua, l'un au 6e jour, l'autre au 7e jour, après l'unique repas infectant des moustiques. Par conséquent, il a été démontré que deux des *Stegomyias* au moins étaient infectés, à un degré suffisant pour qu'une seule de leurs piqûres donnât l'infection mortelle. Le vacciné supporta l'épreuve sans le moindre malaise, sans la moindre élévation de température : son sérum, éprouvé trois semaines plus tard, n'avait pas varié dans son pouvoir de protection.

Conclusion. — A toutes les preuves, expérimentales et épidémiologiques, déjà données de l'efficacité de la vaccination contre la fièvre jaune, nous ajoutons celle-ci : un sujet, n'ayant jamais été atteint antérieurement de la maladie, même sous la forme inapparente (ce qui fut établi par l'épreuve de son sérum), a été vacciné et, sept mois plus tard, soumis volontairement aux piqûres de quatre *Aedes ægypti* infectés. *Deux singes témoins, non vaccinés, piqués par les mêmes moustiques, moururent de fièvre jaune. Le vacciné résista.*

Le jeu des contaminations naturelles avait certainement permis, bien des fois déjà, qu'une telle expérience se réalise sur nos vaccinés d'Afrique Occidentale. C'eût été méconnaître l'épidémiologie de la fièvre jaune que d'en douter. Nous n'avons donc pas hésité à reproduire l'épreuve au laboratoire, sur un volontaire. Les résultats ne manqueront pas de convaincre ceux qui avaient encore quelques incertitudes au sujet de l'efficacité de la vaccination.

A 15h30m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 MAI 1936.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Salomon Lefschetz**, professeur à l'Université de Princeton, membre de l'Académie nationale des États-Unis, qui assiste à la séance.

MÉCANIQUE. — *Sur la dynamique de la relativité restreinte appliquée aux forces centrales. Cas des planètes.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

La théorie de la relativité généralisée fournit l'explication du déplacement complémentaire du périhélie de Mercure par l'hypothèse d'une déformation de l'espace due à la gravitation. Interprétée dans la forme newtonienne, elle revient à adjoindre à l'attraction normale un terme très petit en $1/r^3$ en même temps que des forces, également très petites, dépendant de la vitesse. Il est intéressant de se rendre compte de ce que donnent, dans ce problème, les seules équations de la dynamique propre à relativité restreinte (1). Pour rester dans une plus grande généralité, supposons la force attractive représentée par $m\mu(1+\lambda/r)/r^2$ de sorte que la force réelle à introduire dans les équations sera donnée par

$$F = -\frac{m\mu}{r^2}\left(1+\frac{\lambda}{r}\right)\frac{\left(1-\frac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}; \tag{1}$$

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1353.

V désigne la vitesse du mobile et h sa projection sur la direction de la force qui est celle du rayon vecteur, μ la puissance attractive du centre attirant, λ un coefficient très petit qui, égalé à zéro, correspond au cas d'une attraction simplement proportionnelle à l'inverse du carré de la distance.

La force restant centrale, toutes les propriétés correspondantes subsistent, à savoir : l'intégrale des aires $r^2\, d\theta/dt = \sigma$ (θ étant l'angle polaire); de même aussi la formule classique

$$(2)\qquad F = -\frac{m\sigma^2}{r^2}\left[\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{d\theta^2} + \left(\frac{1}{r}\right)\right].$$

En négligeant les puissances de λ et de $1/C$ supérieures à l'unité, ainsi que le produit λC, l'expression (1) peut s'écrire

$$(3)\qquad F = -\frac{m\mu}{r^2}\left\{1 + \frac{\lambda}{r} - \frac{1}{C}\left[p\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + qr^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\right\} \qquad \left(p = \frac{3}{2},\ q = 1\right).$$

Posons $1/r = \rho$ et, remarquons que $1/C$ étant très petit, on peut, au second membre de (3), remplacer dr/dt et $d\theta/dt$ au moyen de l'équation approchée de la trajectoire

$$(4)\qquad \rho = \frac{1 + e\cos\theta}{a(1 - e^2)},$$

ce qui donne

$$(5)\qquad \begin{cases} \left(\dfrac{dr}{dt}\right)^2 = \dfrac{\mu}{a}[-1 + 2a\rho - a^2(1 - e^2)\rho^2], \\ r^2\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = \mu a(1 - e^2)\rho^2 \end{cases} \qquad \left[\sigma^2 = \mu a(1 - e^2),\ \mu = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}\right].$$

En posant $\varepsilon = \mu/C$, la formule (2) devient, en y remplaçant au premier membre F par son expression (3),

$$(6)\qquad \frac{d^2\rho}{d\theta^2} = \left[\frac{\mu}{\sigma^2} + \frac{\varepsilon p}{a^2(1 - e^2)}\right] - \left[1 - \frac{\lambda\mu}{\sigma^2} + \frac{2\varepsilon p}{a(1 - e^2)}\right]\rho - \varepsilon(q - p)\rho^2.$$

Posons enfin

$$(7)\qquad \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2 = z, \qquad \text{d'où} \qquad 2\frac{d^2\rho}{d\theta^2} = \frac{dz}{d\rho}.$$

On en déduit alors

$$(8)\qquad z = K + \left[\frac{2\mu}{\sigma^2} + \frac{2\varepsilon p}{a^2(1 - e^2)}\right]\rho - \left[1 - \frac{\lambda\mu}{\sigma^2} + \frac{2\varepsilon p}{a(1 - e^2)} + \frac{2\varepsilon(q - p)}{3}\rho\right]\rho^2.$$

Cette équation montre d'abord que *les distances périhélies et aphélies sont invariables* puisqu'elles correspondent aux racines en ρ de l'équation à coefficients fixes $z = 0$, c'est-à-dire que les axes de l'ellipse trajectoire sont invariables en grandeur [1].

On peut encore écrire l'équation (8) en négligeant les puissances de λ et ε supérieures à l'unité et mettant en évidence les éléments géométriques de la trajectoire

$$(9)\quad z = \left[1 - \frac{\lambda\mu}{\sigma^2} + \frac{2\varepsilon(p+2q)}{3a(1-e^2)} + \frac{2\varepsilon(q-p)}{3}\rho\right]\left\{\frac{e^2}{a^2(1-e^2)^2} - \left[\rho - \frac{1}{a(1-e^2)}\right]^2\right\}$$

ou encore, en tenant compte de la petitesse de λ et de ε,

$$(10)\qquad d\theta = \pm\frac{\left[1 + \frac{\lambda\mu}{2\sigma^2} - \frac{\varepsilon(p+2q)}{3a(1-e^2)} - \frac{\varepsilon}{3}(q-p)\rho\right]d\rho}{\sqrt{\frac{e^2}{a^2(1-e^2)^2} - \left[\rho - \frac{1}{a(1-e^2)}\right]^2}},$$

équation qu'on intègre immédiatement en faisant le changement de variable

$$(11)\qquad \rho = \frac{1}{a(1-e^2)} + \frac{e\cos\varphi}{a(1-e^2)}.$$

On obtient ainsi

$$(12)\qquad \theta = \left[1 + \frac{\lambda\mu}{2\sigma^2} - \frac{\varepsilon q}{a(1-e^2)}\right]\varphi - \frac{\varepsilon}{3}\frac{(q-p)e\sin\varphi}{a(1-e^2)}.$$

Quand le mobile revient au périhélie, ρ reprend la même valeur, c'est-à-dire que φ augmente de 2π, mais l'angle θ augmente d'une quantité qui dépasse algébriquement 2π de la quantité

$$(13)\qquad 2\pi\left[\frac{\lambda\mu}{2\sigma^2} - \frac{\varepsilon q}{a(1-e^2)}\right] = \frac{\pi\lambda}{a(1-e^2)} - \frac{8\pi^3a^2}{\mathrm{C}\mathrm{T}^2(1-e^2)}$$

qui constitue l'*avance du périhélie*, après une révolution.

Si $\lambda = 0$, on est dans le cas d'une attraction simplement proportionnelle au carré de l'inverse de la distance; on obtient, non pas une avance du périhélie, mais un retard qui, en valeur absolue, est le tiers de celui $(24\pi^3a^2)/c\mathrm{T}^2(1-e^2)$ fourni par la relativité généralisée.

---

(1) Un raisonnement plus serré en exprimant $(dr/dt)^2$ et $r^2(d\theta/dt)^2$, non pas au moyen de l'équation approchée de la trajectoire, mais au moyen de l'intégrale des aires, montre qu'il en est rigoureusement ainsi.

En réalité et vis-à-vis de l'application aux planètes, il y a lieu de considérer que le Soleil n'est pas fixe et qu'il subit les attractions planétaires. En ce qui concerne le problème des *deux corps* sur les bases de la formule (1), on arrive à ce résultat que tout se passe bien comme si la masse M du Soleil était augmentée de celle m de la planète et comme si le coefficient C était remplacé par C. $(M+m)^3/(M^3+m^3)$, ce qui, étant donné la petitesse relative des masses planétaires, n'introduit aucun effet sensible sur les résultats. Une autre considération est que le système S entraîné avec le Soleil n'est pas isotrope en raison du champ de gravitation; mais en restant dans l'espace euclidien et la relativité restreinte, on pourrait supposer que la résolution du problème s'applique à un système hypothétique libéré de la gravitation, c'est-à-dire avec les corrections correspondantes effectuées sur le temps. Il est à observer aussi que les 42″ par siècle en litige dans la théorie de Mercure ne sont qu'un complément (imposé par l'observation) aux 527″ prévues par le calcul (dans le système newtonien) des perturbations exercées par les autres planètes; mais ici encore le calcul effectué dans le cadre de la relativité restreinte ne fournirait que des corrections, très petites en valeur relative, à des nombres déjà très faibles, ce qui ne modifierait pas sensiblement le résultat.

La dynamique de la relativité restreinte, avec l'hypothèse d'une force attractive simplement proportionnelle à l'inverse du carré de la distance, paraît donc insuffisante pour rendre compte de l'avance du périhélie de Mercure; il faudrait supposer que l'attraction comporte effectivement un terme complémentaire, lequel d'ailleurs serait sans effet observable sur les autres résultats classiques de la Mécanique céleste.

M. **Louis de Launay** fait hommage à l'Académie de la *Correspondance du grand Ampère*, qu'il vient de publier sur l'initiative de la Société des Amis d'André-Marie Ampère avec le concours du fonds Loutreuil.

Cette publication, qui a nécessité quinze ans de recherches et un classement laborieux de lettres, pour la plupart non datées, comprend plus de 500 lettres en grande partie inédites avec les extraits des réponses utiles pour la clarté. Surtout dans le premier volume, elle constitue un véritable journal de la vie du savant, et son intérêt est de plus d'un genre : d'abord sentimental et philosophique, puis plus spécialement scientifique. Les lettres à Faraday, de La Rive, Davy, Speyert van der Eyk, touchent particulièrement notre Académie.

NOMINATIONS.

MM. Élie Cartan et George Birkhoff sont désignés pour représenter l'Académie à la célébration du *Troisième Centenaire* de la fondation de l'Université Harvard à Cambridge (Massachusetts), les 16, 17, 18 septembre 1936.

MM. Arsène d'Arsonval, Aimé Cotton, Georges Claude, Louis Blaringhem sont désignés pour représenter l'Académie au *VIIe Congrès international du Froid*, qui se tiendra en Hollande, du 16 au 20 juin 1936.

M. Alexandre Guilliermond est désigné pour représenter l'Académie aux cérémonies qui auront lieu en l'honneur de *Charles Flahault*, le 11 juillet 1936, à l'inauguration d'un *Monument* à l'*Institut de Botanique* de Montpellier et, le 12 juillet, au *Jardin alpin* du Mont Aigoual.

ÉLECTIONS.

M. Victor Grégoire est élu Correspondant pour la Section de Botanique, en remplacement de M. Hugo De Vries, décédé, par 24 suffrages contre 12 à M. *Vladimir Lubimenko*, 4 à M. *Bohumil Nemec* et 1 à M. *Émile De Wildeman*.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Rapport sur le fonctionnement de l'*Institut océanographique de l'Indochine *pendant l'année* 1934-1935, par P. Chevey.

2° Académie des Sciences coloniales : A. Brébion. *Dictionnaire de Bio-*

bibliographie générale, ancienne et moderne de l'Indochine française, publié après la mort de l'auteur par ANTOINE CABATON.

3° LOUIS ROULE. *Les Poissons et le monde vivant des eaux*. Tome neuvième. *La culture des eaux et l'économie aquicole*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la transformation* K *des congruences*. Note de M. C. **TIKHOTZKY**, présentée par M. Élie Cartan.

M. Cartan a établi la notion de la déformation d'une congruence dans un Mémoire remarquable (1).

Une congruence arbitraire dans l'espace projectif est indéformable, mais il existe une classe de congruences déformables qui dépend d'une fonction arbitraire de deux arguments.

La déformation d'une congruence dans l'espace euclidien est banale : deux congruences applicables ne diffèrent l'une de l'autre que par leur disposition. Mais on peut généraliser dans l'espace euclidien la notion de la représentation conforme des surfaces.

Deux congruences C et C′ sont dites *transformables* K l'une de l'autre, si l'on peut établir une correspondance biunivoque de leurs rayons satisfaisant à la condition suivante : Étant donné deux rayons homologues L, L′, on peut par un déplacement amener la congruence C′ en C″ de telle manière que le rayon L″ de C″ qui résulte du déplacement du rayon L′ coïncide avec le rayon L, et que chaque surface réglée de C touche le long de L la surface correspondante de C″.

Définissons la congruence C par $\overline{M}$, rayon-vecteur du point générateur de la surface initiale, et par $\bar{e}$, vecteur unitaire, qui indique la direction du rayon de la congruence; la congruence C″ sera définie de même par $\overline{M}''$ et $\bar{e}''$.

Il résulte de la définition de la transformation K pour le rayon $L = L''$:

$$\bar{e} = \bar{e}'',$$
$$\overline{M} = \overline{M}'',$$
$$\sqrt{\lambda}[\bar{e},\, d(\overline{M} + r\bar{e})] = [\bar{e}'',\, d(\overline{M}'' + r\bar{e}'')],$$

où les crochets indiquent le produit vectoriel; $\sqrt{\lambda}$ est un facteur de proportionnalité et r est un scalaire arbitraire.

(1) *C. R. Congrès Intern. Math. Strasbourg* (Toulouse, 1920), p. 397-406.

Il en résulte que les deux formes de Sannia de la congruence C sont respectivement proportionnelles à celles de la congruence C″ et par conséquent à celles de la congruence C′; le facteur de proportionnalité des premières et des secondes formes est égal à λ.

Désignons par A^2, $2AC\cos\omega$, C^2 et par P, 2Q, R les coefficients de la première et de la seconde forme de Sannia de la congruence C; ceux de la congruence C′ par A'^2, $2A'C'\cos\omega'$, C'^2 et par P′, 2Q′, R′. ω et ω′ sont les angles des lignes coordonnées sur la sphère de Gauss.

Nous avons

$$\frac{A'^2}{A^2} = \frac{A'C'\cos\omega'}{AC\cos\omega} = \frac{C'^2}{C^2} = \frac{P'}{P} = \frac{Q'}{Q} = \frac{R'}{R} = \lambda.$$

Il s'ensuit que les développables des congruences C, C′ se correspondent et que les distances focales des rayons homologues sont égales.

Rapportons notre couple C, C′ aux développables et soit 2ρ la distance focale. Les fonctions A, C, ω, ρ, qui définissent la congruence C, sont liées par les deux équations

$$(1)\quad \begin{cases} \omega_{uv} + \left(\dfrac{C_u - A_v\cos\omega}{A\sin\omega}\right)_u + \left(\dfrac{A_v - C_u\cos\omega}{C\sin\omega}\right)_v + AC\sin\omega = 0, \\ \rho_{uv} + \left\{ {12 \atop 1} \right\}\rho_u + \left\{ {12 \atop 2} \right\}\rho_v + \left[\left\{ {12 \atop 1} \right\}_u + \left\{ {12 \atop 2} \right\}_v + AC\cos\omega \right]\rho = 0. \end{cases}$$

Si l'on porte dans les équations analogues écrites pour la congruence C les expressions $A' = \lambda A$, $C' = \lambda C$, $\omega' = \omega$, $\rho' = \rho$, on obtient deux autres équations (2) pour les fonctions inconnues A, C, ω, ρ, λ.

Le système des quatre équations (1), (2) peut être amené à un système de Cauchy qui définit A, C, ω, ρ, λ avec une fonction arbitraire de deux éléments. Il est évident qu'une congruence K arbitraire est intransformable. Donc, il existe une classe de couples de congruences transformables K l'une de l'autre.

TOPOLOGIE. — *Sur l'homotopie n-dimensionnelle.*

Note de M. **Natan Aronszajn**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans la Note présente, nous allons exposer nos recherches concernant l'homotopie et la généralisation du groupe fondamental de Poincaré en n-dimensions. Les groupes d'homotopie étudiés récemment (1) par

(1) *Proc. Ak. Amsterdam*, 38, 1935, p. 112 et 521.

M. Hurewicz peuvent être considérés comme les plus simples parmi les groupes définissables par nos procédés.

1. Avant d'aller plus loin il nous faut définir la notion d'un quasi-groupe.

Un ensemble E sera appelé *quasi-groupe*, si pour ses éléments est définie l'addition $(x+y)$ et l'inversion $(-z)$ satisfaisant aux conditions suivantes :

(*a*) $$(x+y)+z=x+(y+z)=x+y+z,$$

(*b*) $$-(-x)=x,$$

(*c*) $$-(x+y)=(-y)+(-x).$$

Ces conditions permettent de simplifier l'écriture par des conventions usuelles [par exemple : $(-y)+(-x)=-y-x$, $-(x-y)=y-x$, etc.]. Un quasi-groupe peut ne pas contenir d'élément zéro (c'est-à-dire un élément o tel que, pour tout x de E, $x+\mathrm{o}=x-\mathrm{o}=\mathrm{o}+x=x$).

On peut développer une théorie générale des quasi-groupes analogue à la théorie des groupes. Nous nous restreindrons à n'énoncer ici que quelques propositions indispensables pour la compréhension de la suite.

Les notations de quasi-groupes *isomorphes*, de la *somme directe* de deux quasi-groupes, et d'un *sous-quasi-groupe* se comprennent d'eux-mêmes. Un sous-quasi-groupe F du quasi-groupe E sera dit *normal*, si pour tout x de E et tout f de F : $x+f-x$ appartient à F. Un sous-quasi-groupe normal F donne lieu à une décomposition de E en classes (analogue à la décomposition d'un groupe suivant un sous-groupe normal) : l'élément x_1 appartient à la classe F_x de l'élément x, si, pour certains f et f_1 de F, $x_1+f_1=f+x$. On démontre : 1° deux classes F_x et F_y sont ou bien identiques ou bien disjointes; 2° si $x_1 \in F_x$ (¹), $-x_1 \in F_{-x}$; 3° si $x_1 \in F_x$ et $y_1 \in F_y$, $x_1+y_1 \in F_{x+y}$. On obtient ici le théorème suivant :

Théorème. — *Les classes* F_x *en lesquelles se décompose le quasi-groupe* E *suivant son sous-quasi-groupe normal* F, *forment un* groupe *qui sera désigné par* E/F *et appelé le groupe quotient de* E *sur* F. *L'élément zéro de ce groupe est la classe* F_f *pour un* $f \in F$ *(elle ne dépend pas du choix de* f*), l'inverse* $-(F_x)=F_{-x}$*, la somme* $(F_x)+(F_y)=F_{x+y}$.

Remarquons que l'élément zéro du groupe E/F est formé par tous les éléments u avec $u+f=f_1$ pour certains f et f_1 de F. Il contient toujours F mais peut parfois être plus grand que F.

2. Soit V une pseudo-variété n-dimensionnelle close et orientable (²).

(¹) Nous utiliserons les symboles de la théorie d'ensembles : $x \in E$ signifie que l'élément x appartient à l'ensemble E, $F \subset E$ signifie que F est sous-ensemble de E.

(²) Pour la définition d'une pseudo-variété et d'autres notions de la topologie combinatoire, comparer par exemple P. Alexandroff et H. Hopf, *Topologie*, Berlin, 1935.

Prenons dans une décomposition simpliciale de V un simplexe $(n-1)$-dimensionnel A′ et dans une subdivision appropriée de A′ choisissons un simplexe A complètement intérieur à A′. Fixons ensuite l'ordre des sommets de $A = (a_1, \ldots, a_n)$. Enfin, choisissons parmi les deux simplexes n-dimensionnels de V, incidant avec A′, celui qui déterminera le côté droit respectivement gauche de A. La pseudo-variété V dans laquelle on a choisi le simplexe $A = (a_1, \ldots, a_n)$, *le simplexe distingué* et les côtés droit et gauche, sera appelée un *lacet n-dimensionnel pur* L^n.

Deux lacets purs L_1^n et L_2^n seront dits du même type, et nous conviendrons de ne pas les distinguer, s'il y a une homéomorphie entre leurs pseudo-variétés V_1 et V_2, transformant $A_1 = (a'_1, \ldots, a'_n)$ en $A_2 = (a''_1, \ldots, a''_n)$ par correspondance barycentrique de manière que a''_i soit l'image de a'_i, et faisant correspondre au côté droit de A_1 le côté droit de A_2.

Nous allons faire maintenant de l'ensemble des lacets purs L^n (ou plutôt des types de lacets) un quasi-groupe.

A cet effet nous définissons : 1° $(-L^n)$ comme le lacet obtenu de L^n en changeant le côté droit en gauche et *vice versa;* 2° $(L_1^n + L_2^n)$ en procédant comme suit : on considère les simplexes distingués A_i comme coupures dans V_i. Ces dernières se transforment en pseudo-variétés V'_i ouvertes, bordées chacune de deux simplexes B_i et C_i provenant du dédoublement de A_i et correspondant au côté droit et au côté gauche de A_i. On collera alors (en identifiant les points par correspondance barycentrique et en faisant correspondre au points provenant de a'_i les points provenant de a''_i) le simplexe B_1 avec C_2 et B_2 avec C_1. V'_1 et V'_2 formeront ainsi une pseudo-variété close dans laquelle on prendra pour simplexe distingué celui qui provient de B_1 et C_2 et comme côté droit respectivement gauche celui qui provient de V'_1 respectivement de V'_2. Le lacet obtenu sera désigné par $(L_1^n + L_2^n)$.

Le lacet sphérique (c'est un lacet dont la pseudo-variété est une surface sphérique n-dimensionnelle) forme un élément zéro dans le quasi-groupe des lacets purs n-dimensionnels. Dans le cas $n = 1$ tout le quasi-groupe se réduit à cet élément.

Nous allons maintenant définir certaines classes remarquables des lacets purs. Prenons la pseudo-variété V d'un lacet L^n et découpons-la suivant son simplexe distingué A de manière à obtenir une pseudo-variété V′ bordée de deux simplexes B et C, le simplexe droit et le simplexe gauche.

Nous dirons que le lacet L^n appartient à la classe Δ_k^n, $0 \leq k \leq n-1$, si la pseudo-variété V′ peut être contractée vers un ensemble composé du simplexe B et d'un ensemble au plus k-dimensionnel par une déformation

continue dans elle-même, laissant fixe le simplexe droit B [1]. Les classes Δ_k^n forment des sous-quasi-groupes du quasi-groupe des lacets n-dimensionnels purs. Ce dernier est d'ailleurs identique avec la classe Δ_{n-1}^n. La classe Δ_0^n contient toujours le lacet sphérique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une propriété des fonctions représentables par l'intégrale de Cauchy.* Note [2] de M. **Alexandre Ghika.**

Étant donné les systèmes de fonctions $[\varphi_n(n)]$ et $[\rho_m(n)]$ (que nous avons définis dans une note précédente [3]) orthogonales et normales le long d'un contour rectifiable C, appartenant respectivement aux ensembles $\Omega(C)$ et $\Omega'(C)$, nous avons montré que *le tableau*

$$\lambda_{n,m}=\int_C \varphi_n(z)\,\overline{\rho_m(z)}\,ds \qquad (n, m=0, 1, 2, \ldots)$$

donne naissance à une substitution linéaire qui admet une inverse.

Il résulte, qu'étant donné une suite $[c_n]$ telle que la série $\sum_{n=0}^{+\infty}|c_n|^2$ soit convergente, il existe une fonction $f(z)$ de $\Omega(C)$ unique à un ensemble de points de C de mesure nulle près, telle que

$$c_n=\int_C f(z)\,\rho_n(z)\,dz \qquad (n=0, 1, 2, \ldots).$$

Soit maintenant une fonction $F(z)$, définie le long du contour rectifiable C d'un domaine D, situé à distance finie d'un seul tenant simplement ou multiplement connexe et de carré de module sommable. A l'aide de la proposition précédente nous avons démontré le théorème suivant :

Toute fonction $F(z)$, précédemment définie, *est égal, le long de* C, *à la différence entre une fonction* $f_0(z)$ *de* $\Omega(C)$ *et une fonction* $f_1(z)$ *de* $\Omega'(C)$, *uniques à un ensemble de points de* C *de mesure nulle près*

$$F(z)=f_0(z)-f_1(z).$$

---

(1) C'est-à-dire s'il existe une fonction continue $f(\theta, x)$ pour $0\leqq\theta\leqq1$, $x\in V'$ telle que $f(0, x)=x$; $f(\theta, x)\in V'$; pour $x\in B$, $f(\theta, x)=x$; $f(1, x)\in B+M$, où M est un sous-ensemble au plus k-dimensionnel de V'.

(2) Séance du 20 avril 1936.

(3) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 278.

En d'autre termes, étant donné les équations

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(z)}{z-x}\,dz = \begin{cases} f_0(x) & \text{pour } x \text{ intérieur à D}, \\ f_1(x) & \text{pour } x \text{ intérieur à D}', \end{cases}$$

la fonction $f_0(x)$ tend suivant tout chemin non tangent à C, presque partout vers une fonction $f_0(z)$ de carré de module sommable le long de C, et vérifie les équations

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f_0(z)}{z-x}\,dz = \begin{cases} f_0(x) & \text{pour } x \text{ intérieur à D}, \\ 0 & \text{pour } x \text{ intérieur à D}', \end{cases}$$

et une proposition analogue pour $f_1(x)$, mais où l'on a remplacé D par D' et inversement.

Considérons un arc de courbe rectifiable AB ouvert et sans point double. Choisissons un sens de parcours, par exemple de A vers B et appelons $(AB)_g$ le côté gauche de l'arc et $(AB)_d$ le côté droit.

Le théorème précédent permet d'énoncer la proposition suivante :

Étant donné une fonction $F(z)$ de carré de module sommable le long de AB et la fonction

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{AB} \frac{F(z)}{z-x}\,dz,$$

cette dernière tend suivant tout chemin non tangent à $(AB)_g$ ou à $(AB)_d$ presque partout respectivement vers les fonctions $f_g(z)$ et $f_d(z)$ de carré de module sommable et l'on a, le long de AB,

$$F(z) = f_g(z) - f_d(z).$$

De plus, si l'on ferme l'arc AB par un arc rectifiable quelconque BMA sans point double, ne rencontrant l'arc AB qu'aux extrémités, de façon que $(AB)_g$ corresponde au côté intérieur du contour fermé ABMA, la fonction $f(x)$ est de carré sommable le long de BMA et l'on a

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{AB} \frac{f_g(z)}{z-x}\,dz + \frac{1}{2\pi i}\int_{BMA} \frac{f(z)}{z-x}\,dz = \begin{cases} f(x) & \text{pour } x \text{ intérieur à ABMA}, \\ 0 & \text{pour } x \text{ extérieur à ABMA}. \end{cases}$$

et une proposition analogue pour $f_d(z)$, mais où l'on a remplacé le domaine intérieur à ABMA par le domaine extérieur et inversement.

Il résulte que *toute fonction* $f(z)$ *appartenant à l'ensemble* $\Omega(C)$, *relativement au contour rectifiable* C *d'un domaine* D, *appartient aussi à l'ensemble* $\Omega(C_1)$ *relativement au contour* C_1, *supposé rectifiable de tout*

domaine D_1 *contenu dans le domaine fermé* D (D et D_1 pouvant avoir une partie de leurs frontières en commun).

En d'autres termes, *toute fonction* $f(x)$:

1° *holomorphe dans un domaine ouvert* D, *situé à distance finie, d'un seul tenant, simplement ou multiplement connexe;*

2° *qui tend suivant tout chemin non tangent à* C, *presque partout vers une fonction* $f(z)$ *de carré de module sommable, et*

3° *représentable par l'intégrale de Cauchy relativement à* C, c'est-à-dire

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{C} \frac{f(z)}{z-x}\,dz, \qquad \text{pour } x \text{ intérieur à D,}$$

vérifie les deux dernières conditions relativement à tout contour C_1, *supposé rectifiable, de tout domaine* D_1 *situé sur le domaine fermé* D.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Étude des fonctions méromorphes dans un cercle.* Note de M. **H. Milloux**, présentée par M. Émile Borel.

1. L'étude de la distribution des valeurs des fonctions méromorphes ou entières dans le plan a fait de grands progrès, depuis l'utilisation systématique du théorème de P. Boutroux, limitant l'ensemble des points du plan où un polynome de degré n est inférieur en module à une quantité donnée. Ce théorème a été notablement précisé par M. Henri Cartan.

Il a été aussi utilisé, mais avec moins de bonheur, dans certaines études concernant les fonctions méromorphes dans le cercle unité. La raison de cette imperfection réside dans le fait que l'énoncé de M. Henri Cartan est un énoncé de métrique euclidienne. On peut l'étendre à la métrique non euclidienne dans un cercle de la façon suivante :

2. Désignons par d la distance non euclidienne de deux points A et B intérieurs au cercle $|x| = 1$ et par (AB) la quantité th $d/2$, que nous appellerons *pseudo distance non euclidienne;* le *pseudo rayon non euclidien* d'un cercle sera la tangente hyperbolique de la moitié du rayon non euclidien du cercle.

L'énoncé suivant est la traduction non euclidienne du théorème de Henri Cartan :

Étant donné dans le cercle $|x| = 1$, n *points* P_i, *l'ensemble* E *des points* M *du plan pour lesquels on a l'inégalité*

$$\text{produit } (MP_i) \leqq h^n$$

peut être enfermé dans des cercles intérieurs au cercle $|x| = 1$, *et dont la somme des pseudo-rayons non euclidiens est inférieure à* $2\,eh$.

3. Cette propriété permet d'aborder fructueusement divers problèmes de la théorie des fonctions méromorphes dans un cercle. Citons ici le problème de la distribution des valeurs d'une fonction ne prenant pas plus de n fois trois valeurs données. Sa résolution conduit ainsi au théorème suivant :

Théorème. — *Soit* $f(x)$ *une fonction méromorphe dans le cercle* $|x| = 1$, *et n'y prenant pas plus de* n *fois l'ensemble des valeurs* $0, 1, \infty$. *Les zéros de* $f(x) - \alpha$ *dans ce cercle satisfont alors à l'une des propriétés suivantes :*

A. *Le nombre* $kn + k$ *majore le nombre de ces zéros, sauf éventuellement pour des valeurs de* α *dont la distance sphérique* $\delta(\alpha, \mathrm{A})$ *à une quantité fixe* A *est inférieure à* e^{-n}. *Pour ces* α *spéciaux, l'expression*

$$kn + k + k \log \frac{1}{\delta(\alpha, \mathrm{A})},$$

majore :

a. Le nombre des zéros de $f(x) - \alpha$ *dans le cercle* $|x| = 1/2$.

b. L'intégrale $\int_0^1 \frac{\nu(t, \alpha)}{t}\, dt$.

$\nu(t, \alpha)$ *désigne le nombre des zéros de* $f - \alpha$ *dont les modules sont compris entre* $1/2$ *et* t (¹).

B. *Il existe un nombre fixe* ρ, *indépendant de* n *et de* r, *inférieur à* 1, *tel que :*

a. Le nombre des zéros de $f - \alpha$ *dans le cercle* $|x| = 1/2$ *est majoré par* $kn + k$, *sauf éventuellement pour des valeurs de* α *dont la distance sphérique à une quantité fixe* A *est inférieure à* e^{-n}. *Pour ces* α *spéciaux, ce nombre est majoré par la plus petite des quantités suivantes* (²) :

$$\frac{1}{1-\rho}\left[kn + k \log \frac{1}{1-\rho} + k\right] \quad kn + k + k \log \frac{1}{\delta(\alpha, \mathrm{A})}.$$

b. Le nombre $\nu(t, \alpha)$ *satisfait à l'inégalité*

$$\int_0^r \frac{\nu(t, \alpha)}{t}\, dt < \frac{1}{1-\rho}\left[kn + k \log \frac{1}{1-\rho} + k + k \log \frac{1}{1-r}\right],$$

k est partout numérique; il peut ne pas être de même de ρ.

(¹) Si l'existence éventuelle de A est constatée, alors le nombre des zéros de $f - \alpha$ est le même, quel que soit α pourvu que $\delta(\alpha, \mathrm{A})$ soit supérieure à e^{-n}. Il est donc inférieur à $n/2$.

(²) Remarque analogue à celle de la Note précédente.

Des exemples semblent indiquer que ces résultats quantitatifs ne sont pas perfectibles. On pourra les comparer à ceux qui ont déjà été obtenus par M. G. Valiron [1].

HYDRODYNAMIQUE. — *Théorie du coup de bélier dans les conduites forcées à caractéristiques multiples. Répartition des surcharges de résonance le long d'une conduite quelconque.* Note de M. **Charles Jaeger** [2], présentée par M. Charles Fabry.

L'étude des surcharges de résonance nous a conduit à la conclusion générale qu'il y a et qu'il peut y avoir au plus doublement de la charge statique au bas de la conduite. Nous allons maintenant aborder l'étude de la répartition des surcharges de résonance le long d'une conduite quelconque, dans le cas soit du fondamental, soit des harmoniques.

On sait qu'en un point quelconque, à une distance x de l'obturateur, la surcharge est donnée, pour une conduite de section constante, par la relation

$$y - y_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right),$$

équation que l'on peut étendre au cas d'une conduite à caractéristiques multiples, x étant alors mesuré à partir de la dernière discontinuité située à l'aval. Pour étudier un harmonique quelconque, d'ordre p, on pose

$$F(t) = F\left(t - \frac{4L}{pa}\right) \quad \text{et} \quad F(t) = -F\left(t - \frac{2L}{pa}\right) + \frac{av_0}{g}.$$

La répartition des surcharges le long d'une conduite dépend essentiellement de la forme de la courbe $F(t)$, forme qui conditionne également la forme de la courbe des surcharges à l'obturateur. Il est évident que le mode d'excitation de la résonance joue, en tout ceci, un rôle essentiel. Si l'on reprend l'étude des expériences entreprises par Camichel [3] au moyen d'un *clapet automatique*, dont l'inertie était très faible, on constate que

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 935; M. G. Valiron a développé cette question dans un fascicule du *Mémorial des Sciences mathématiques* en préparation (*Directions de Borel des fonctions méromorphes*).

[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 627 et 913.

[3] Camichel, Eydoux, Gariel, *Étude théorique et expérimentale des coups de bélier*, Toulouse, p. 93.

seule une fonction $F(t)$ en forme de créneaux donne, à la base de la conduite, une courbe des surcharges de forme *carrée*, telle qu'elle fut enregistrée par Camichel. On vérifie, qu'en ce cas, la répartition des surcharges le long d'une conduite de section constante est vraiment dangereuse, qu'il s'agisse du fondamental ou des harmoniques. La surcharge y_0, enregistrée à la base, se transmet jusqu'aux environs immédiats de l'extrémité amont de la conduite.

Par contre, si l'on admet, toujours pour le cas d'une conduite de section constante, que

$$F(t) = \frac{y_0}{2} \sin \frac{2p\pi}{\theta} t + \frac{av_0}{2g},$$

la surface à la base de la conduite varie comme

$$y - y_0 = y_0 \sin p \frac{\pi}{2} \cos p \left(\frac{2\pi}{\theta} t - \frac{\pi}{2} \right).$$

A une distance x de l'obturateur, on a

$$y_x - y_{x_0} = y_0 \sin p \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \cos p \left(\frac{2\pi}{\theta} t - \frac{\pi}{1} \right).$$

On vérifie que la répartition des pressions données par cette formule est moins dangereuse que dans le cas du clapet automatique. En particulier, pour le cas du fondamental, l'amplitude maximum des surcharges le long de la conduite varie comme $y_x - y_{x_0} = y_0 \cos \pi/2\, x/L$.

Pour étudier la répartition du fondamental dans une conduite à caractéristiques multiples, nous referons, quant à la fonctoin $F(t)$, l'hypothèse qu'elle engendre au bas de la conduite une courbe de forme sinusoïdale. Nous avons montré précédemment que cette hypothèse nous ramenait aux équations des mouvements périodiques, dans lequel on pose $y_m = 2y_0$. On constate alors que la répartition des surcharges le long de la conduite dépend de la *période apparente* θ de cette dernière. C'est ainsi que la surcharge au point de discontinuité d'une conduite en deux tronçons est donnée par

$$y_A - y_{A_0} = \cos m \frac{L_1}{a_1} \qquad \text{avec} \quad m = \frac{2\pi}{\theta}.$$

Au bas d'une chambre d'équilibre, on a

$$y_A - y_{A_0} = y_0 \sin \frac{\pi}{2} \frac{\varepsilon}{1 + 2},$$

ε étant calculé comme pour le cas d'un mouvement périodique.

Le résultat essentiel de cette étude est qu'en aucun point, même à l'extrémité fermée d'une conduite en cul-de-sac, la charge ne dépasse $2y_0$.

Ainsi qu'il ressort des trois Notes que nous avons présentées et où nous avons résumé brièvement nos recherches sur la théorie des mouvements périodiques et des résonances, celle-ci complètera utilement la théorie ordinaire basée sur les manœuvres linéaires de fermeture ou d'ouverture [1]. On tiendra compte des résultats indiqués ici, lors de l'étude des projets d'aménagements hydrauliques.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Théorie ondulatoire de neutrino.* Note [2] de M. G. **Rumer**, présentée par M. Louis de Broglie.

Quand il s'agit de l'application de l'hypothèse du neutrino aux phénomènes de la radioactivité β, on suppose généralement que le neutrino est une particule de masse nulle, satisfaisant à l'équation de Dirac, où la masse est posée nulle également.

Du point de vue de la théorie quantique de transformation on peut opposer à ce procédé des objections assez graves, car le neutrino, comme le photon, ne possédant pas de charge, l'interprétation habituelle des expressions $\psi^*\psi$ et $\psi^*\vec{\alpha}\psi$ n'est pas acceptable.

Pour la théorie ondulatoire du photon (théorie de Maxwell), il est démontré par plusieurs auteurs qu'étant posé $\vec{F} = \vec{H} + i\vec{E}$ ($\vec{H}$ vecteur du champ magnétique) ($\vec{E}$ vecteur du champ électrique), on peut déduire pour la densité de l'énergie et le vecteur de Poynting des expressions analogues à celle de Dirac F^*F, $F^*\vec{\mu}F$ qui ne forment pas un quadrivecteur, mais la quatrième colonne du tenseur d'énergie et d'impulsion. L'analyse de spineurs, développée par M. Van der Wærden, permet d'envisager le photon et l'électron et leurs équations d'onde, dites équations de Dirac et de Maxwell, d'un point de vue unifié [3].

Posons la question : est-il possible de formuler les propriétés connues du neutrino en termes de l'analyse de spineur et d'en déduire pour cette particule l'équation d'onde?

---

(1) Charles Jaeger, *Théorie générale du coup de bélier*, Paris.

(2) Séance du 27 mars 1936.

(3) B. L. Van der Wærden, *Göttinger Nachrichten*, 1929, p. 100; G. Uhlenbeck and D. Laporte, *Phys. Rev.*, 56, 1931, p. 1380.

La fonction d'onde pour l'électron est formée par deux spineurs du premier rang, la fonction d'onde pour le photon par un spineur du second rang.

Quelle est la quantité que nous pouvons prendre pour caractériser le neutrino du point de vue de la mécanique ondulatoire? Ce ne peut être la charge électrique car le neutrino n'en possède pas, ni la *charge énergétique* $h\nu$, parce que la densité de l'énergie et de l'impulsion est un tenseur du rang pair. La fonction d'onde devrait donc être un spineur du rang pair, mais ceci est impossible, vu que le neutrino possède, par l'hypothèse, un spin; donc la fonction d'onde est un spineur du rang impair. Mais nous pouvons prendre comme quantité caractéristique du neutrino son moment d'impulsion, dont la densité est représentée par un tenseur du troisième degré. Un tenseur du troisième degré peut être représenté par la forme hermitique d'un spintenseur du troisième rang.

Supposons que la fonction d'onde pour le neutrino est un spintenseur du troisième rang. Nous formons des components de ce spintenseur, la *densité du moment d'impulsion*, qui est un tenseur du troisième degré, défini par

$$M_{klm} = T_{kl}x_m - T_{km}x_l,$$

où T_{kl} est le tenseur de l'énergie et de l'impulsion et x_m le rayon vecteur. Dans la forme spinorielle la densité du moment d'impulsion est un spintenseur du sixième degré

$$M_{\lambda\mu\nu\dot{\rho}\dot{\pi}\dot{\sigma}},$$

qui peut être représenté comme la forme hermitique du spintenseur du troisième degré

$$M_{\lambda\mu\nu\dot{\rho}\dot{\pi}\dot{\sigma}} = \xi_{\lambda\mu\dot{\rho}}\xi_{\dot{\sigma}\dot{\pi}\nu} - \xi_{\lambda\nu\dot{\rho}}\xi_{\dot{\sigma}\dot{\pi}\mu}.$$

La loi de conservation du moment d'impulsion nous donne

$$\frac{\partial}{\partial x^k} M_{klm} = 0$$

ou, en forme spinorielle,

$$\partial^{\lambda\dot{\sigma}} M_{\lambda\mu\nu\dot{\sigma}\dot{\pi}\dot{\rho}} = 0.$$

Nous avons

$$\partial^{\lambda\dot{\sigma}} T_{\lambda\mu\nu\dot{\sigma}\dot{\pi}\dot{\rho}} = \xi_{\lambda\mu\dot{\rho}}\,\partial^{\lambda\dot{\sigma}}\xi_{\dot{\sigma}\dot{\pi}\nu} + \xi_{\dot{\sigma}\dot{\pi}\nu}\,\partial^{\lambda\dot{\sigma}}\xi_{\lambda\mu\dot{\rho}} - \xi_{\lambda\nu\dot{\rho}}\,\partial^{\lambda\dot{\sigma}}\xi_{\dot{\sigma}\dot{\pi}\mu} - \xi_{\dot{\sigma}\dot{\pi}\mu}\,\partial^{\lambda\dot{\sigma}}\xi_{\lambda\nu\dot{\rho}} = 0.$$

Le moment d'impulsion est conservé en vertu de l'équation d'onde

$$\partial^{\lambda\dot{\sigma}}\xi_{\dot{\sigma}\dot{\pi}\mu} = 0, \qquad \partial^{\lambda\dot{\sigma}}\xi_{\lambda\mu\dot{\rho}} = 0.$$

Si nous posons

$$\begin{aligned} A+iB &= -\xi_{\dot{2}\dot{2}1}, & P+iQ &= -\xi_{\dot{2}\dot{2}2} & (A, B, C) &= \vec{M}, \\ C &= -\xi_{\dot{1}\dot{2}1}, & R &= -\xi_{\dot{1}\dot{2}2} & (P, Q, R) &= \vec{N}, \\ A-iB &= \xi_{\dot{1}\dot{1}1}, & P-iQ &= \xi_{\dot{1}\dot{1}2} & & \end{aligned}$$

nous pouvons représenter nos équations par la forme classique

$$i\frac{\partial\vec{M}}{\partial t} = \text{rot}\,\vec{M}, \quad \text{div}\,\vec{M} = 0; \qquad -i\frac{\partial\vec{M}^*}{\partial t} = \text{rot}\,M^*, \quad \text{div}\,\vec{M}^* = 0,$$

$$i\frac{\partial\vec{N}}{\partial t} = \text{rot}\,\vec{N}, \quad \text{div}\,\vec{N} = 0; \qquad -i\frac{\partial\vec{N}^*}{\partial t} = \text{rot}\,N^*, \quad \text{div}\,\vec{N}^* = 0.$$

Il faut remarquer que les quantités $\vec{M}$ et $\vec{N}$ ne représentent pas deux vecteurs, mais des combinaisons linéaires tout à fait définies, des composantes d'un spineur du troisième degré. Lors de l'application des rotations ou des transformations de Lorentz, ils se transforment tout à fait autrement qu'un vecteur.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Propriétés de l'opérateur accélération et remarque sur le potentiel.* Note de M. **Arsène Datzeff**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Soit un système de n particules $M_i(x_i, y_i, z_i)$ de masse m_i. Le mouvement du système est représenté par la fonction d'onde Ψ. Effectuons le changement des variables $x_i = X + \xi_i, \ldots$, où X, Y, Z sont les coordonnées du centre de gravité G du système et ξ_i, η_i, ζ_i, les coordonnées relatives de M_i par rapport aux axes d'origines G et parallèles aux axes fixes. D'après les calculs et les notations de M. Destouches [1] on a les égalités géométriques opératorielles pour la quantité de mouvement

$$\mathbf{p}_i \mp \frac{m_i}{\mathfrak{M}}(\mathbf{P} - \Sigma\varpi_k) + \varpi_i, \tag{1}$$

$$\mathbf{p}_i \mp \frac{m_i}{\mathfrak{M}}\mathbf{P} + \varpi_i. \tag{2}$$

L'opérateur *dérivée totale de la composante* $\mathbf{p}_{x_i}$ par exemple est défini par

---

[1] *Bull. de la classe des Sciences*, Bruxelles, 21, 1935, p. 708 et 722, et *Cinétique opératorielle* (*Actualités scientifiques*).

la formule

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_{x_i} = \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{p}_{x_i} + [\mathbf{H}, \mathbf{p}_{x_i}] = [\mathbf{V}, \mathbf{p}_{x_i}] = -\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x_i},$$

H, étant l'opérateur énergie totale; **V**, le potentiel. Dans la Mécanique classique, le quotient du gradient du potentiel et de la masse est égal à l'accélération, de sorte qu'on peut poser par définition $1/m_i\, d/dt\, \mathbf{p}_{x_i} = \gamma_{x_i}$, où γ est l'opérateur accélération de M_i et $m_i\gamma_i$, l'opérateur quantité d'accélération de M_i. De la même manière on définit les opérateurs Γ, accélération de G, et $\mathbf{g}_i$, accélération relative de M_i. Prenons des deux côtés de (1) et (2) la dérivée totale, définie plus haut, et avec les notations employées on trouve

$$\Sigma m_i \bar{\gamma}_i \mathrel{\overset{..}{=}} \mathfrak{M}\Gamma.$$

L'opérateur quantité d'accélération du système est semi-équicorrespondant à l'opérateur quantité d'accélération du centre de gravité, doué de la masse totale du système.

Définissons l'opérateur énergie d'accélération par la formule

$$\mathbf{S} = \sum \frac{1}{2} m_i \bar{\gamma}_i^2,$$

comme en Mécanique classique. On trouve

$$\mathbf{S} \mathrel{\overset{..}{=}} \frac{1}{2}\mathfrak{M}\Gamma^2 + \sum \frac{1}{2} m_i \mathbf{g}_i^2.$$

Ce résultat est analogue au théorème de Kœnig pour l'énergie d'accélération du système et peut être énoncé : *l'opérateur énergie d'accélération du système est semi-équicorrespondant à la somme de l'opérateur énergie d'accélération du centre de gravité* G, *doué de la masse totale du système, et de l'opérateur énergie d'accélération du système calculé dans le mouvement relatif.*

On trouve aussi, pour la somme $\Sigma OM_i \wedge m_i\gamma_i$ des moments des quantités d'accélération du système par rapport au point O (puisque $OM_i = OG + GM_i$),

$$\Sigma OM_i \wedge m_i \mathbf{g}_i \mathrel{\overset{..}{=}} OG \wedge \mathfrak{M}\Gamma + \Sigma GM_i \wedge m_i \mathbf{g}_i;$$

c'est le théorème analogue à celui de Kœnig de la Mécanique classique : *l'opérateur quantité d'accélération du système par rapport au point* O *est équicorrespondant à la somme de l'opérateur moment de la quantité d'accélération du centre de gravité, doué de la masse totale, et de l'opérateur moment*

de la quantité d'accélération du système, calculé dans le mouvement relatif.

2. Cherchons la valeur moyenne du potentiel du système en un point A. Prenons des axes rectangulaires Ox, Oy, Oz, le point $A(a, 0, 0)$ et $AO \geqslant OM_i$ pour toutes les valeurs de l'indice i. Si nous supposons les corpuscules localisés à un instant donné, nous pouvons faire les calculs classiques pour la valeur P_A du potentiel en A, et prendre la valeur moyenne de l'expression reçue, pour trouver $\overline{P_A}$. Avec les notations

$$OM_i = r_i, \qquad M_i A = \rho_i, \qquad OA = R,$$

on a

$$\rho_i^2 = r_i^2 + R^2 - 2Rx_i,$$

$$\overline{P_A} = \frac{\Sigma m_i}{R}\int |\psi|^2 d\tau + \int \frac{\Sigma m_i x_i}{R^2}|\psi|^2 d\tau - \frac{1}{2}\int \frac{\Sigma m_i(r_i^2 - 3x_i^2)|\psi|^2 d\tau}{R^3} + \ldots.$$

Si le système est composé d'un grand nombre de corpuscules, le centre de gravité G se comporte comme une particule, dont le mouvement est soumis aux relations, semblables à celles de Heisenberg. Par conséquent, si le point A est assez loin de la position moyenne de G, avec une grande approximation la distance $R = AG = \text{const.}$ (en prenant $O \equiv G$), la deuxième intégrale à droite est nulle et l'on a

$$\overline{P_A} \sim \frac{\mathfrak{M}}{R} + \frac{1}{R^3}K,$$

où K a une valeur finie. On peut dire que *le potentiel $\overline{P_A}$ est approximativement égal au potentiel du centre de gravité, doué de la masse totale du système.*

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Résultats de l'étude de* 48 *spectres stellaires faite au Jungfraujoch en* 1935. Note de MM. **Albert Arnulf, Daniel Barbier, Daniel Chalonge** et Mlle **Renée Canavaggia**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La méthode employée a été décrite antérieurement ([1]), mais n'avait servi jusqu'ici qu'à des études préliminaires qui nous ont montré la nécessité de certains perfectionnements, notamment en ce qui concerne la prise des spectres de gradation et l'étude énergétique du tube à hydro-

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 377, et *Journal de Physique*, 6, 1935, p. 137.

gène. Les limites dans lesquelles notre procédé de gradation est applicable ont été déterminées et la construction et le montage du tube à hydrogène ont été modifiés de façon à permettre son orientation précise et invariable. Le spectre continu produit par le tube a été comparé à celui d'une lampe Philips à bande de tungstène sous enveloppe de silice fondue étalonnée elle-même par rapport à une lampe à bande de tungstène très bien connue qu'utilisent Kienle et Wempe à l'Observatoire de Göttingen.

Nous avons ainsi étudié pendant des mois, septembre-octobre 1935, à la Station scientifique du Jungfraujoch, les spectres continus de 47 étoiles appartenant principalement aux premiers types spectraux.

Le nombre des spectres de chaque étoile sur lesquels ont été faites les mesures est souvent très petit et nous nous proposons de préciser les résultats obtenus par des études ultérieures portant sur les mêmes étoiles.

Pour chaque étoile la distribution énergétique peut se représenter graphiquement par la courbe

$$\log I_\lambda = f\left(\frac{1}{\lambda}\right),$$

I_λ étant l'intensité de la radiation λ. Nous avons trouvé que, pour les étoiles des premiers types spectraux, cette courbe se décompose en deux segments rectilignes séparés par une discontinuité qui se produit vers 3700 Å. Désignons par 1 et 2 respectivement le segment de grande et celui de courte longueur d'onde.

Chaque courbe peut être définie par les quatre paramètres suivants : les températures de couleur T_1 et T_2 relatives aux segments 1 et 2; la différence d'ordonnée D (discontinuité) entre les deux segments pour la longueur d'onde 3700 Å :

$$D = \log_{10} \frac{I_1}{I_2};$$

la valeur de l'ordonnée du premier segment pour la longueur d'onde 4250 Å :

$$C = \log_{10} I_{4250}.$$

Le tableau donne les valeurs de ces quatre quantités pour les étoiles étudiées.

Les températures de couleur que nous avions déterminées en 1934, et qui

étaient très voisines de celles de Greaves, Davidson et Martin [1] étaient notablement plus élevées que celles (T_1) que nous indiquons ici : cette différence est attribuable à la précision insuffisante de l'étalonnage du tube à hydrogène fait en 1934.

Étoile.	HS.	$T_1\times10^{-3}$.	$T_2\times10^{-3}$.	D.	C.	Étoile.	HS.	$T_1\times10^{-3}$.	$T_2\times10^{-3}$.	D.	C.
ε Orio.	B_0	17	27	0,02	1,79	α Lyra..	A_0	9,5	11	0,50	2,29
ζ Orio.	B_0	16	37	0,01	1,77	ε UMaj.	A_0	11,3	12	0,56	1,71
κ Orio.	B_0	17	45	0,03	1,64	α Gemi.	A_0	8,9	12	0,40	1,83
γ Cass..	B_{0e}	12,5	14	−0,13	1,59	α Andr.	A_0	13,5	15	0,24	1,62
δ Orio.	B_0	22	25	+0,02	1,63	α Cor B.	A_0	11	10,5	0,47	1,64
ζ Ophi.	B_0	15,5	35	+0,01	1,49	α Pegs..	A_0	12,5	10,5	0,48	1,48
ζ Pers..	cB_1	10,5	15	+0,01	1,37	θ Auri..	A_0	14	15,5	0,44	1,46
ε Pers..	B_1	15,5	29	+0,05	1,44	δ Cygn.	A_0	11	13	0,44	1,34
β Ceph.	B_1	30	39	+0,09	1,23	ξ Aqil..	A_0	12,5	11,5	0,48	1,34
P Cygn.	cB_{1e}	7,0	»	0,00	0,51	α Cygn.	cA_2	10,5	8,8	0,32	1,82
γ Orio.	B_2	14,5	28	0,10	1,81	γ UMin.	A_2	13,5	»	0,52	1,28
γ Pegs.	B_2	14,5	28	0,10	1,42	α Aqil..	A_5	9,5	8,8	0,39	2,02
9 Ceph.	B_{2p}	8,4	»	0,05	0,50	α Ophi.	A_5	8,5	9,5	0,39	1,62
η UMaj.	B_3	15,5	33	0,18	1,76	α Ceph.	A_5	8,1	9,6	0,34	1,42
ζ Taur.	B_{3e}	24	40	0,20	1,37	β Aris..	A_5	7,3	12	0,36	1,40
ι Herc.	B_3	15,5	35	0,17	1,08	δ Cass..	A_5	10,5	9,0	0,47	1,36
υ Cygn.	B_{3e}	11	26	0,09	0,76	β Tria..	A_5	10,5	»	0,48	1,17
η Taur..	B_5	13	16	0,30	1,43	α CMin.	dF_5	6,4	7,0	0,18	2,00
κ Drac..	B_{5e}	14	36	0,26	»	α Pers..	gF_5	6,0	8,0	0,34	1,46
β Orio..	cB_8	13	13,5	0,14	2,28	α Auri..	gG_0	4,3	»	»	1,84
β Taur.	B_8	17	15,5	0,26	1,76	α Boot..	gK_0	2,8	»	»	1,80
β Pers..	B_8	12	12,5	0,28	1,56	α Taur..	gK_5	2,4	»	»	1,28
λ Aqil..	B_9	11	»	0,36	1,14	α Orio..	gM_a	2,4	»	»	1,10
α CMaj.	A_0	»	9,6	»	»						

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les équations fondamentales des particules élémentaires*. Note de M. **Alexandre Proca**, présentée par M. Louis de Broglie.

Notations. — La fonction d'onde sera un vecteur complexe ψ_r dans l'univers x_r à quatre dimensions [2]. Nous poserons pour abréger

$$(1)\qquad \partial_r=\frac{\partial}{\partial x_r},\qquad k=\frac{mc}{h},\qquad A_s=\frac{e}{hc}\Phi_s,\qquad H_{rs}=\frac{hc}{e}(\partial_r A_s-\partial_s A_r),$$

(1) *Monthly Notices*, **94**, 1934, p. 488.

(2) Cf. notre précédente Note, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1366. Pour la symétrie, nous écrirons la quatrième composante $x_4=\varepsilon ct$, $\varepsilon=\sqrt{-1}$; cet ε ne doit pas

H_{rs} étant le champ extérieur, Φ_s son potentiel, h la constante de Planck divisée par 2π, m la masse, e la charge de la particule et c la vitesse de la lumière; l'astérisque représentera la quantité complexe conjuguée. Nous poserons également

$$(2)\quad F_{rs}=(\partial_r+iA_r)\psi_s^*-(\partial_s+iA_s)\psi_r^*,\qquad G_{rs}=(\partial_r-iA_r)\psi_s-(\partial_s-iA_s)\psi_r=F_{rs}^*$$

$$(3)\quad \begin{cases} \sum_{\mu=1}^{4}(\partial_\mu+iA_\mu)^2=\Box_+, & \sum_{\mu=1}^{4}(\partial_\mu-iA_\mu)^2=\Box_-, \\ \sum_{\mu=1}^{4}(\partial^\mu+iA^\mu)\psi_\mu^*=J, & \sum_{\mu=1}^{4}(\partial^\mu-iA^\mu)\psi_\mu=I. \end{cases}$$

Relations fondamentales. — La fonction de Lagrange sera, avec les conventions de sommation habituelles

$$(4)\qquad L=\frac{h^2c^2}{2}F_{rs}G_{rs}+m^2c^4\psi_r^*\psi_r,$$

et les équations

$$(5)\qquad (\partial^r+iA^r)F_{rs}=k^2\psi_s^*,\qquad (\partial^r-iA^r)G_{rs}=k^2\psi_s,$$

soit

$$(6)\quad \begin{cases} \Box_+\psi_s^*-(\partial_s+iA_s)J=\left(k^2\delta_{rs}+\frac{ie}{hc}H_{rs}\right)\psi_s^*, \\ \Box_-\psi_s-(\partial_s-iA_s)I=\left(k^2\delta_{rs}-\frac{ie}{hc}H_{rs}\right)\psi_r. \end{cases}$$

En absence de champ, et *pourvu que la masse de la particule ne soit pas nulle* (condition essentielle sur laquelle nous reviendrons), on aura $I=0$, $J=0$ et les équations (6) se réduiront à

$$(7)\qquad \Box\psi_s^*=k^2\psi_s^*,\qquad \Box\psi_s=k^2\psi_s.$$

Dans le cas général

$$(8)\qquad J=-\frac{ieh}{2mc}\frac{1}{mc^2}F_{rs}H_{rs},\qquad I=+\frac{ieh}{2mc}\frac{1}{mc^2}G_{rs}H_{rs}.$$

La densité de courant est donnée par

$$(9)\qquad j_s=iehc(\psi_r^*G_{rs}-\psi_rF_{rs}).$$

être confondu avec le $i=\sqrt{-1}$ de $\psi_r=a_r+ib_r$. On a $\varepsilon i=i\varepsilon$. L'astérisque ne change que le signe de i, mais pas celui de ε. On aura $\psi_4=a_4+ib_4=\varepsilon a_0+i\varepsilon b_0$ les a_0, b_0 étant réels.

Elle satisfait toujours à une équation de continuité $\partial^s j_s = 0$. La charge

$$j_4 = iehc(\psi_r^* G_{r4} - \psi_r F_{r4})$$

peut prendre des valeurs positives ou négatives.

Le tenseur densité d'énergie-quantité de mouvemeut est

$$T_{r\rho} = h^2 c^2 (F_{rs} G_{\rho s} + F_{\rho s} G_{rs}) + m^2 c^4 (\psi_r^* \psi_\rho + \psi_\rho^* \psi_r) - \delta_{r\rho} L. \tag{10}$$

Il est symétrique et satisfait à la relation $\partial^r T_{r\rho} = j_s H_{\rho s}$. La densité d'énergie $E = - T_{44}$ est essentiellement positive, comme somme de carrés de grandeurs réelles.

La densité de moment électrique et magnétique sera donnée par

$$m_{rs} = iehc(\psi_r^* \psi_s - \psi_s^* \psi_r). \tag{11}$$

Elle fournit une contribution $\partial^r m_{rs}$ au courant total, lequel peut s'écrire sous la forme

$$j_s = iehc[\psi_r (\partial_s + i A_s) \psi_r^* - \psi_r^* (\partial_s - i A_s) \psi_r + \psi_s^* I - \psi_s J] + \partial^r m_{rs}. \tag{12}$$

En absence de champ, cette relation prend l'aspect plus frappant suivant :

$$j_s^0 = iehc[\psi_r . \partial_s \psi_r^* - \psi_r^* . \partial s \psi_r] + \partial^r m_{rs}. \tag{13}$$

En d'autres termes, le courant se compose d'un courant de conduction du type de Gordon et d'un courant de polarisation déduit du moment (11).

Enfin le moment cinétique défini par

$$P_{r\rho} = \frac{1}{\varepsilon c} \int (x_r T_{4\rho} - x_\rho T_{4r})\, dV \qquad (r, \rho = 1, 2, 3), \tag{14}$$

est la somme d'un moment analogue à ce qu'on pourrait appeler un « moment d'orbite » et d'un *spin* :

$$\mathfrak{M}_{r\rho} = \frac{ch^2}{\varepsilon} \int (\psi_\rho F_{4r} + \psi_r F_{\rho 4} + \psi_\rho^* G_{4r} + \psi_\rho^* G_{\rho 4})\, dV. \tag{15}$$

On remarquera que la densité de ce spin ne se présente pas comme dans la théorie de Dirac sous la forme d'un tenseur complètement antisymétrique du troisième rang. La décomposition du moment total étant jusqu'à un certain point arbitraire, on peut donner au spin cette forme, mais seulement au prix d'une séparation tout à fait artificielle.

ACOUSTIQUE. — *Absorption des ultra-sons dans les liquides.* Note de MM. **J. Claeys**, **J. Errera** et **H. Sack**, présentée par Marcel Brillouin.

L'étude de l'absorption du son dans les gaz a conduit à des résultats intéressants concernant le mécanisme d'excitation des vibrations moléculaires. Pour les liquides, les recherches sont peu nombreuses. C'est surtout un travail récent de Biquard (1) qui s'occupe de cette question. Il confirme le fait, déjà connu, que l'absorption mesurée est en général beaucoup plus grande que celle calculée d'après les formules classiques [(1), (2)]. Nous avions déjà commencé des mesures analogues avant la publication du travail de Biquard et comme nos résultats les complètent et les étendent, nous avons cru utile de continuer nos recherches et d'en donner ici un résumé partiel.

Nous avons mesuré l'absorption du son par la méthode de *pression de radiation*. Pour éviter la formation d'ondes stationnaires entre le corps qui subit la pression de radiation d'une part et le quartz émetteur (ou le fond du vase dans lequel se font les expériences) d'autre part, nous avons choisi comme *disque de Rayleigh* soit un cône, soit une sphère. La pression a été mesurée par une balance de torsion, l'onde sonore se propageant verticalement. Le tableau ci-après reproduit certains des chiffres obtenus. La précision est de l'ordre de 5 à 10 pour 100. Les colonnes 2 à 5 donnent les coefficients d'extinction $\varkappa$ (3) divisés par le carré de la fréquence, pour 4 fréquences différentes. Dans la 6e colonne, on trouve la moyenne des chiffres de Biquard à des fréquences plus élevées, et dans la dernière colonne, les valeurs théoriques. En général, nous retrouvons les mêmes valeurs que Biquard, ce qui signifie qu'il n'y a pas d'absorption *anormale* dans le domaine de $\nu = 0,3.10^6$ à $\nu = 11.10^6$, soit de 5 octaves (4). L'absorption du CS^2 est environ 1000 fois plus grande que la valeur calculée.

Le tableau nous donne aussi un des mélanges étudiés ($CS^2 + CCl^4$).

---

(1) Biquard, *Thèse*, Paris, 1935.

(2) Voir, par exemple, J. Boccard, *Propagation du son*, Paris, 1935.

(3) Définis par $I_d = I_0 e^{-\varkappa d}$, où I est l'intensité de l'onde.

(4) L'acétate de méthyle semble, d'après les mesures de Biquard, faire une exception; cependant nos mesures effectuées à des fréquences plus basses ne présentent pas de dispersion. Nous comptons les poursuivre à des fréquences plus hautes.

L'addition d'une très petite quantité de CCl^4 diminue fortement la grande absorption de CS^2. Enfin nous avons fait varier la température de certains liquides et l'intensité des ondes sonores de l'ordre de 1 à 5 dynes par centimètre carré, sans que nous puissions constater de différences appréciables dans la valeur de l'absorption.

Étant donné nos résultats, nous pensons qu'il est peu probable que les différences observées entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées soient dues à une intensité trop grande de l'onde ou à un changement de viscosité. Il nous semble plutôt qu'elles doivent être recherchées dans une hystérèse de la compressibilité adiabatique des liquides, phénomène analogue à celui que l'on admet dans le cas des gaz. Un exposé plus détaillé de cette interprétation sera fait dans un travail ultérieur, où les résultats complets seront exposés.

— Valeurs de $\varkappa/\nu^2 10^{17}$ à 13°-16° C.

Substances.	$\nu.10^{-6}$ = 0,287.	0,870.	1,442.	2,030.	4,77 à 11.14.	Théorique.
H^2O	–	–	~ 65	~ 80	53,2	17
CCl^4	–	–	~ 30	–	–	32
C^6H^6	1900	1950	1800	1900	1726	17,32
CS^2	19200	22000	–	–	–	10
CH^3COOCH^3	–	1100	1100	1200	312,6 218 164,4	13,56
$CS^2 + CCl^4$	–	–	–	–	–	–
5,4 CCl^4	15150	–	–	–	–	–
13,6 CCl^4	–	–	2400	–	–	–
29,5 CCl^4	1150	1100	1250	1150	–	–
77,5 CCl^4	–	580	600	570	–	–
°/₀ en volume	–	–	–	–	–	–

ÉLECTRISATION DE CONTACT. — *Électrisation de liquides isolants par écoulement ou filtration.* Note (¹) de M. **Charles Reichart**, présentée par M. Jean Perrin.

I. L'écoulement de liquides isolants s'accompagne d'une production de charges électriques (²) : le liquide, dans les expériences connues, emporte

(¹) Séance du 23 mars 1936.

(²) 1° Extrait du Rapport annuel V (1926) de la *Chemisch-Technische Reichsanstalt*. Essais faits à la Société Rhenania-Ossag. Rummelsburg, *Sur l'excitation électrique*

des charges toujours négatives (1) recueillies dans un *collecteur isolé* et qui vont constamment en décroissant avec le nombre de passages.

II. J'ai repris ces expériences en faisant écouler de l'essence d'automobile à travers un ajutage. Le liquide est recueilli dans un *collecteur isolé* relié à un électromètre ou à un spintermètre, et est ensuite remis en circulation au moyen d'une pompe mise au sol. J'ai alors constaté que les charges électriques négatives, seules observées jusqu'à présent, ne constituaient en réalité que le début du phénomène et qu'elles étaient suivies de charges électriques positives. L'accumulation de ces charges dans le *collecteur* de l'appareil produit une différence de potentiel dont la valeur ne semble limitée que par les fuites électriques à travers les veines liquides ou les isolants solides.

III. En essayant de purifier l'essence, j'ai pu mettre en évidence une production de charges électriques par simple filtration sur des peaux de chamois, des soies, du feutre, etc. Pour expliquer ce phénomène non encore signalé à ma connaissance, j'ai été conduit à utiliser d'une part de l'essence traitée soit avec des acides, soit avec des bases, et d'autre part, des peaux de chamois auxquelles j'ai essayé d'imposer un signe connu, soit en les colorant directement, soit en les mordançant à l'aide de bases ou d'acides, ou encore des peaux de chamois restées dans un dessiccateur.

L'alternance des charges, telle qu'elle a pu être observée par simple écoulement, est en général respectée, quoiqu'il arrive parfois que les charges négatives manquent totalement ou encore qu'une deuxième ou troisième alternance reproduise identiquement la première. La charge positive finale, prise par le *collecteur*, est en général considérable.

L'expérience suivante, choisie parmi les plus caractéristiques, montre l'importance de la charge obtenue. Avec de l'essence traitée à l'acide chlorhydrique et des peaux non traitées, j'ai observé pendant près de 6 heures, entre deux sphères de $1^{cm},65$ de diamètre et avec un écartement de 2^{cm}, des étincelles à raison de 6 à 7 par minute, ce qui correspond à un potentiel explosif d'environ 50000 volts.

---

pendant le remplissage des réservoirs. — 2° Extrait du Rapport annuel VIII (1929) de la *Chemisch-Technische Reichsantalt* (*Recherches sur les liquides inflammables en ce qui concerne leur électrisation par écoulement dans les tubes étroits*).

(1) L. Brüninghaus, *Journal de Physique*, 7e série, 1, n° 1, 1930, p. 11.

ÉLECTROCHIMIE. — *La loi de Faraday et l'électrolyse par l'étincelle.* Note de MM. **Pierre Jolibois** et **Pierre de Beco**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

L'un de nous a décrit ([1]) un dispositif d'électrolyse par étincelle continue. On obtient ainsi au pôle négatif une précipitation de l'oxyde du métal qui constitue le sel.

Nous avons voulu, dans ce travail, examiner les conditions et les précautions expérimentales à observer pour que la loi de Faraday soit vérifiée. On sait que, dans le cas de dépôt de métal, il faut des circonstances très étroitement définies pour que le poids du dépôt corresponde exactement au nombre de coulombs qui ont traversé la solution.

Dans l'électrolyse par étincelle, la loi de Faraday se vérifie d'une manière très générale, moyennant les conditions ci-dessous :

1° Il est indispensable d'empêcher la diffusion du liquide situé au voisinage du pôle positif, lequel s'acidifie au cours de l'électrolyse; on y parvient, soit en répartissant la solution dans trois vases réunis par des siphons, les vases extrêmes recevant, l'un l'électrode positive, l'autre l'électrode négative à étincelle, soit encore en reliant le vase positif au vase négatif, par l'intermédiaire d'un siphon rempli de solution contenant en suspension de l'oxyde du métal précipité; de cette manière, si du liquide acide diffuse dans le vase négatif, il perd son acidité et se charge en sel neutre.

2° Il ne faut pas que l'étincelle éclate dans l'air; sinon il se forme de l'acide nitreux qui dissout le précipité d'oxyde et n'en laisse pas la totalité accessible aux mesures.

Nous avons résolu cette difficulté en faisant jaillir l'étincelle dans un tube de verre parcouru par un courant d'azote pur.

3° On doit tenir compte, non pas du poids total du précipité recueilli, mais de la quantité d'oxyde qu'il contient et qui est attribuable au courant seul. Il est, en effet, des cas comme celui du cuivre, où l'hydroxyde se déposant au sein de la solution de sulfate de cuivre, réagit sur ce dernier pour donner naissance au sel basique : $SO^4Cu, 3CuO$, ou à un mélange de sel avec l'hydroxyde.

([1]) P. Jolibois, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1469.

Il faut alors déduire du poids total de CuO, donné par l'analyse, celui qui est combiné à SO^3 dans le rapport SO^3/CuO.

4° La solution doit être, dès le commencement de l'électrolyse, saturée d'oxyde pour que la précipitation commence dès le passage du courant.

Nous avons étudié en détail trois cas très différents : celui de l'argent, celui du cuivre et celui du magnésium.

Dans toutes ces expériences, les précipités sont analysés en présence de petites quantités d'eau mère, afin de ne pas altérer la substance par un lavage qui pourrait la dissoudre partiellement ou changer sa composition.

I. — *Électrolyse d'une solution de sulfate d'argent à 6g par litre.*

Hydrogène dégagé dans le voltamètre, rapporté à 0° et 760mm.	Poids en Ag^2O (soluble dans l'acide acétique).	Poids d'argent métallique.	Poids d'oxyde combiné à SO^3 dans le précipité.	Rendement faradique.
cm³	mg	mg	mg	%
16,34	151,7	29,5	10	101,7
24,01	184,1	55	5,5	94,9

On voit donc que le dépôt est constitué principalement d'oxyde d'argent. Une proportion d'environ 20 pour 100 se dépose à l'état métallique due à la réduction partielle de l'oxyde par l'hydrogène venant de la décomposition de l'eau (*loc. cit.*).

II. — *Électrolyse d'une solution de sulfate de cuivre à 8g par litre.*

Hydrogène dégagé dans le voltamètre, rapporté à 0° et 760mm.	Poids total d'oxyde de cuivre.	Poids d'oxyde combiné à SO^3 dans le précipité.	Rendement faradique.
cm³	mg	mg	%
19,33	101	28,8	104,3
32,88	162	50,9	95
19,94	101,5	34,2	94,3

III. — *Électrolyse d'une solution de sulfate de magnésium à 6g par litre.*

Hydrogène dégagé dans le voltamètre rapporté à 0° et 760mm.	Poids total de magnésie.	Poids d'oxyde combiné à SO^3 dans le précipité.	Rendement faradique.
cm³	mg	mg	%
24,41	47,1	5,2	94,7
38,89	77	7,15	99,1
26,61	54,4	7,4	97,4

On peut constater que, seul, le cas du cuivre correspond à un dépôt de

sel basique; les petites quantités d'oxyde combiné à SO^3 trouvées dans l'analyse des précipités d'oxyde d'argent et de magnésie sont simplement dues à l'eau-mère qui mouille la substance.

On voit donc que dans l'électrolyse par étincelle, la loi de Faraday est plus fréquemment vérifiée que dans l'électrolyse par électrodes plongées, bien que la multiplicité des manipulations délicates rende cette vérification moins précise.

ÉLECTRONIQUE. — *Température des électrons* (T_e) *dans une décharge en colonne positive dans un mélange* (Ne-Na). Note (¹) de MM. **W. Uyterhoeven** et **C. Verburg**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Nous avons signalé (²) que l'introduction d'une faible quantité de vapeur de sodium dans la colonne positive d'une décharge au néon pouvait donner lieu à un accroissement du gradient de potentiel. A première vue on s'attendrait plutôt à une diminution, puisque le potentiel d'ionisation du Na n'est que $V_i = 5,1$ V, tandis que pour le néon $V_i = 21,5$ V. L'interprétation de ce phénomène faisait intervenir le temps que l'ion demande pour arriver depuis l'endroit de sa formation jusqu'à la paroi où se fait la neutralisation. Dans le mélange (Ne-Na), à faible proportion de Na, ce temps est très court, puisque l'ionisation se produit presque immédiatement après l'évaporation des atomes, de sorte que la contribution des ions Na^+ à la charge spatiale est faible.

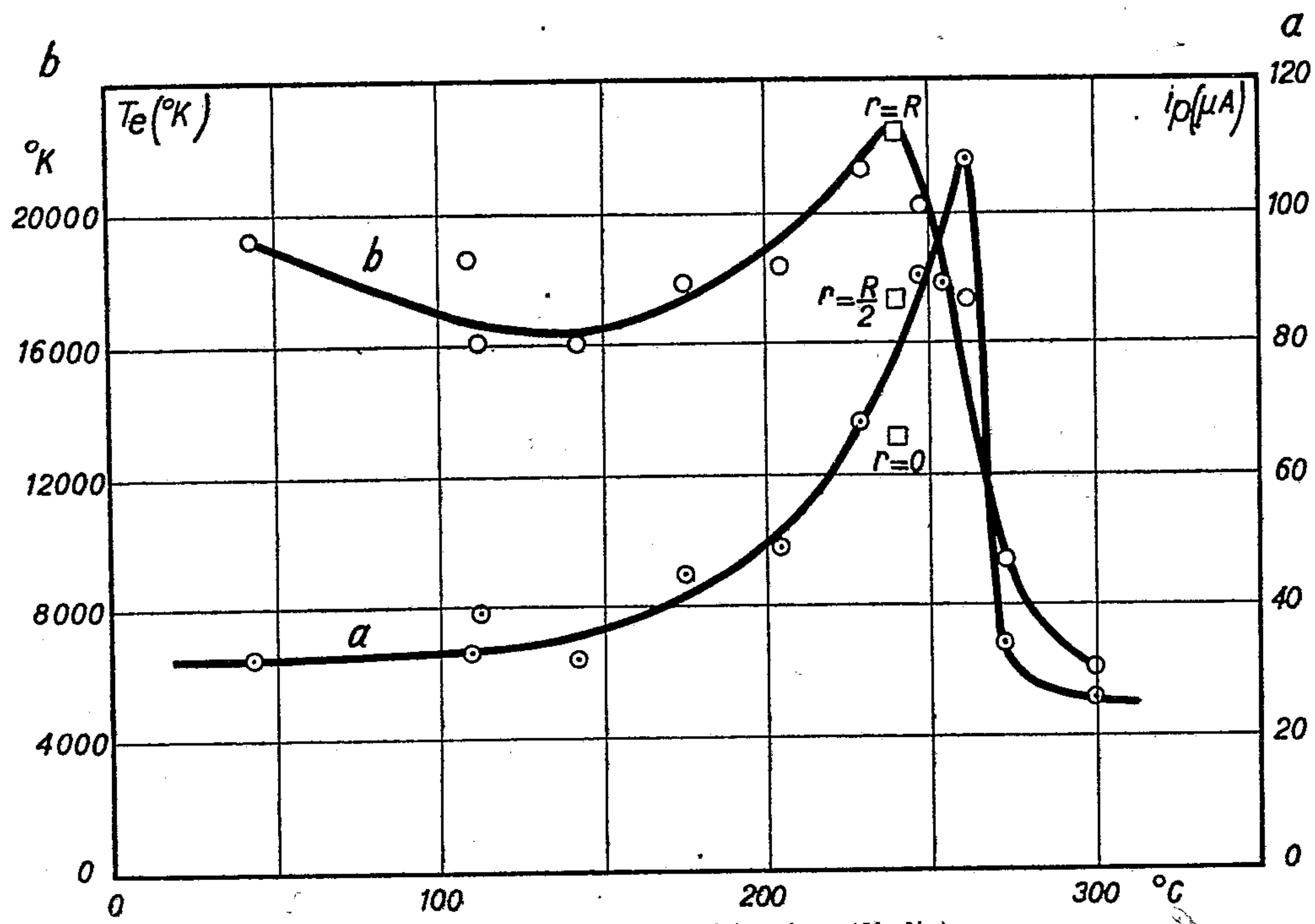
Le phénomène (caractérisé par exemple par l'augmentation du gradient de potentiel) n'est pas limité à l'exemple décrit Ne-Na. Nous avons étudié diverses combinaisons : He-Na, Ar-Na, Ne-Ar, Ne-Hg, He-Cs, qui toutes présentent cette particularité.

L'accroissement du gradient en pour 100 de sa valeur initiale dépend non seulement de la concentration du constituant facilement ionisable, mais également de la mobilité relative des ions formés ainsi que des potentiels d'ionisation. Le phénomène se produit également dans un mélange de deux gaz (Ne-Ar par exemple), car la composante facilement ionisable s'accumule près de la paroi sous l'influence de la décharge.

(¹) Séance du 27 avril 1936.

(²) W. Uyterhoeven et C. Verburg, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 536; 201, 1935, p. 647.

Au moyen de sondes nous avons étudié en détail le cas (Ne-Na), et mesuré e. a. la température des électrons $T_e(e\overline{V}_e = 3kT_e/2)$ et la concentration des ions n_p en fonction de la température de la paroi du tube (c'est-à-dire la concentration du Na). La courbe *a* de la figure donne pour un



Décharge en colonne positive dans (Ne-Na)
($p_{Ne} = 5^{mm}$, diamètre du tube 21^{mm}, courant continu $I_l = 1,0$A).
a. Courant d'ions positifs à une électrode auxiliaire (pour — 25 V par rapport à l'espace), près de la paroi en fonction de la température de celle-ci t_w.
b. Température des électrons T_e (près de la paroi) en fonction de t_w. Pour $t_w = 240°$ C. : 1° T_e pour un point dans l'axe ($r = 0$); 2° T_e à demi-distance axe-paroi $\left(r = \frac{R}{2}\right)$; 3° T_e près de la paroi ($r = R$).

potentiel fixe (— 25 V par rapport au potentiel de l'espace), le courant d'ions positifs recueilli par l'électrode auxiliaire près de la paroi. Ce courant est une certaine mesure de la concentration des ions n_p. On voit qu'il passe un par maximum pour une température de 260° C., environ la même que celle pour laquelle le gradient de potentiel est maximum. Comme la concentration des électrons n_e doit rester pratiquement la même que celle des ions n_p, la courbe *a* représente aussi approximativement la variation de la densité de courant près de la paroi en fonction de t_w, la température de cette dernière.

La courbe *b* de la figure donne la température des électrons T_e (en °K.) près de la paroi pour diverses valeurs de t_w. On voit qu'elle présente un maximum pour $t_w = 240°$C., c'est-à-dire une concentration de Na $n_{Na} = 2,1.10^{13}$ par centimètre cube, c'est-à-dire $n_{Na} = 0,01$ pour 100 n_{Ne}. Dans une publication récente, MM. Dorgelo, Alting et Boers signalent que, dans un mélange (Ne-Hg), T_e dépasse pour une très faible concentration de mercure $n_{Hg} = 0,02$ pour 100 n_{Ne} la valeur pour le Ne pur (1). Pour le gradient dans (Ne-Hg) nous avions trouvé une variation analogue à celle dans (Ne-Na), de sorte que l'augmentation de T_e dans (Ne-Hg) serait également due au changement de la répartition de la densité de courant, par l'introduction dans la décharge d'atomes ionisés facilement. L'influence de ces derniers est telle qu'on trouve dans une même décharge (Ne-Na) des valeurs différentes pour T_e à différentes distances de l'axe (température t_w donnée). Dans la figure nous avons marqué (pour $t_w = 240°$C.). 1° $T_e = 13200°$K. dans l'axe ($r = 0$); 2° $T_e = 17500°$K. à mi-distance axe-paroi ($r = R/2$), près de la paroi; 3° $T_e = 22500°$K. ($r = R$), tandis que pour le Ne pur (dans les mêmes conditions de pression et de courant) $T_e = 19500°$K.

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Sur la désintégration du bore par les neutrons.* Note de M. **Robert J. Walen**, présentée par M. A. Cotton.

La désintégration du bore par les neutrons a fait récemment l'objet d'une étude à la chambre Wilson (2). Les parcours des produits de la désintégration ainsi mesurés n'étant pas en accord avec des expériences antérieures (3), nous avons repris cette étude avec un amplificateur proportionnel.

La source de neutrons était constituée par 100 millicuries de Po + Be, et entourée par 5^{cm} de paraffine. Nous avons vérifié d'abord que le nombre de désintégrations observées sans paraffine était très faible et difficilement mesurable, ne constituant qu'une très petite proportion de celles observées avec paraffine.

Une première expérience a été faite en plaçant le bore à l'extérieur d'une chambre d'ionisation. Celle-ci avait une profondeur de 8^{mm}, et une fenêtre de 50^{cm^2} couverte par une feuille d'or de 10^{-4} mm. (équivalente à $0,5^{mm}$ d'air).

(1) H. B. Dorgelo, H. Alting et C. J. Boers, *Physica*, 2, 1935, p. 959-967.

(2) D. Roaf, *Proc. Roy. Soc.*, 153, 1936, p. 568.

(3) B. Kurtschatow, I. Kurtschatow et G. Latichev, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1199; E. Amaldi, etc., *Ricerca Scient.*, vi, 1, 1935, p. 123.

Une mince couche de bore sec comprimé sur une plaque de plomb pouvait être approchée jusqu'à une distance minimum de 1^{mm} de la fenêtre. L'émission alpha provoquée par les neutrons lents a été ainsi étudiée en fonction de la distance fenêtre bore.

Pour chaque distance, le maximum d'énergie des impulsions observées a été déterminé, en tenant compte des particules parasites toujours présentes dans la chambre et des atomes projetés par les neutrons rapides (en remplaçant le bore par le plomb). Les parcours restants des rayons dans la chambre ont été déduits des énergies mesurées en utilisant la courbe d'ionisation des particules α individuelles de G. Stetter et W. Jentschke [1]. On trouve ainsi pour différentes distances les parcours maxima suivants, obtenus en additionnant le parcours dans la chambre et la distance fenêtre-bore :

d (mm.)	1	2	3	4	5
R (mm.)	9	8,4	8,1	8,2	8,5

En moyenne $R = 8^{mm},5$.

L'enregistrement pour $d = 1^{mm}$ montre un petit groupe de déviations (correspondant à une énergie de 0,3 à 0,4 Mev. dépensée dans la chambre) qui n'est plus identifiable pour $d = 2^{mm}$.

Dans une seconde expérience une couche de bore de 4^{cm^2} était appliquée sur le côté intérieur du couvercle d'une chambre d'ionisation fermée. La statistique des impulsions donne un maximum d'énergie (extrapolé) de 1,5 Mev. Une inflexion dans la courbe de distribution montre que deux répartitions d'impulsions se superposent, la première comprenant à peu près 1/4 du nombre total et finissant vers 0,8 à 0,9 Mev., et la seconde répartition comprenant le reste.

Ces résultats s'interprètent bien par l'équation

$$ {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He + Q_1, \tag{1}$$

avec $R_{He} = 8,5 \pm 0^{mm},3$ et $E_{He} = 1,5 \pm 0,03$ Mev.

Le petit groupe observé dans la première expérience et la répartition jusqu'à 0,9 Mev. de la seconde sont alors dus aux rayons Li. Ceci donne, en tenant compte de l'épaisseur de la fenêtre et de la faible sensibilité à la charge d'une chambre de dimensions aussi grandes : $R_{Li} \sim 3 \pm 0^{mm},5$ et $E_{Li} \sim 0,9$ Mev.

En utilisant E_{He} seul pour le bilan de la réation et en calculant E_{Li} par les

(1) *Physik. Zeit.*, 36, 1935, p. 441.

quantités de mouvement, on a $Q_1 = 11/7 E_{He} = 2,35 \pm 0,05$ Mev. en accord avec Amaldi (*loc. cit.*).

On peut comparer ce résultat avec les deux transmutations suivantes :

$$(2) \qquad {}^{9}_{4}Be + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He + Q_2,$$

$$(3) \qquad {}^{9}_{4}Be + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n + Q_3,$$

qui donnent $Q_1 = Q_2 - Q_3$. Oliphant, Kempton et Rutherford (1) ont trouvé $Q_2 = 7,2$ Mev. Q_3 a été déterminé par le maximum d'énergie des protons projetés par les neutrons, et Bonner et Brubaker (2) trouvent ainsi $Q_3 = 4,12$ Mev. D'après le bilan de la réaction (1) il faudrait avoir

$$Q_3 = 7,2 - 2,35 = 4,85 \text{ Mev.}$$

Une émission de photons (3) montrant une raie intense de 0,7 Mev. étant attribuée à la réaction (3), on peut supposer que cette émission accompagne celle des neutrons d'énergie maximum observée. Des neutrons correspondant à $Q_3 = 4,85$ Mev. pourraient être émis en quantité faible, et non accompagnés de photons.

Remarquons que la réaction (1) peut se produire en sens inverse :

$$(4) \qquad {}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n,$$

le début de l'émission (4) des neutrons ayant été observé pour $E_{He} = 4,7$ Mev. D'après le présent résultat, la réaction (4) exige pour qu'elle ait lieu que l'hélion ait au moins une énergie de 2,4 Mev.

PHOTOCHIMIE. — *Étude de la décomposition photochimique de l'azométhane.* Note de M. **Georges Goldfinger**, présentée par M. Georges Urbain.

H. C. Ramsperger (5), G. S. Forbes, L. J. Heidt et D. V. Sickman (6) ont étudié la décomposition photochimique de l'azométhane.

Nous avons étudié cette réaction de 0,04 à 297 mm/Hg, en exposant

(1) *Proc. Roy. Soc.*, 150, 1935, p. 241.

(2) *Phys. Rev.*, 47, 1935, p. 910.

(3) Crane, Delsasso et Fowler, *Phys. Rev.*, 47, 1935, p. 782.

(4) Savel, *Ann. de Phys.*, 4, 1935, p. 88.

(5) *J. Am. Chem. Soc.*, 50, 1928, p. 123, et *Proc. Nat. Acad. Wash.*, 13, 1927, p. 849.

(6) *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 1935.

l'azométhane au rayonnement complet d'une lampe à vapeur de mercure en quartz, très puissante. La lampe est entourée de deux manchons en quartz concentriques soudés au tube lumineux qui se trouve dans l'axe. Dans le manchon intérieur circule l'eau ou une solution filtrante à la température de 38° C. Le gaz se trouve dans le manchon extérieur; le tout plonge dans un récipient rempli d'eau à 14° C. La réaction est suivie manométriquement et par des analyses de gaz. Nous avons étudié dans les mêmes conditions la décomposition photochimique de l'ammoniaque, ce qui permet de mesurer le rendement quantique.

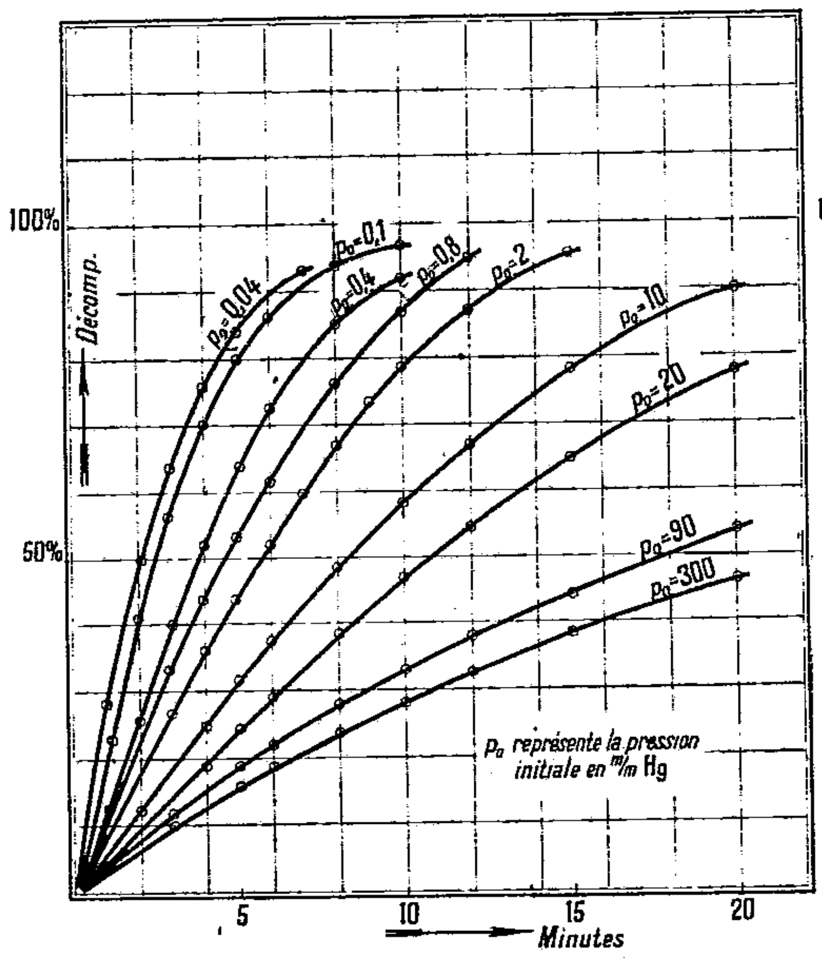


Fig. 1.

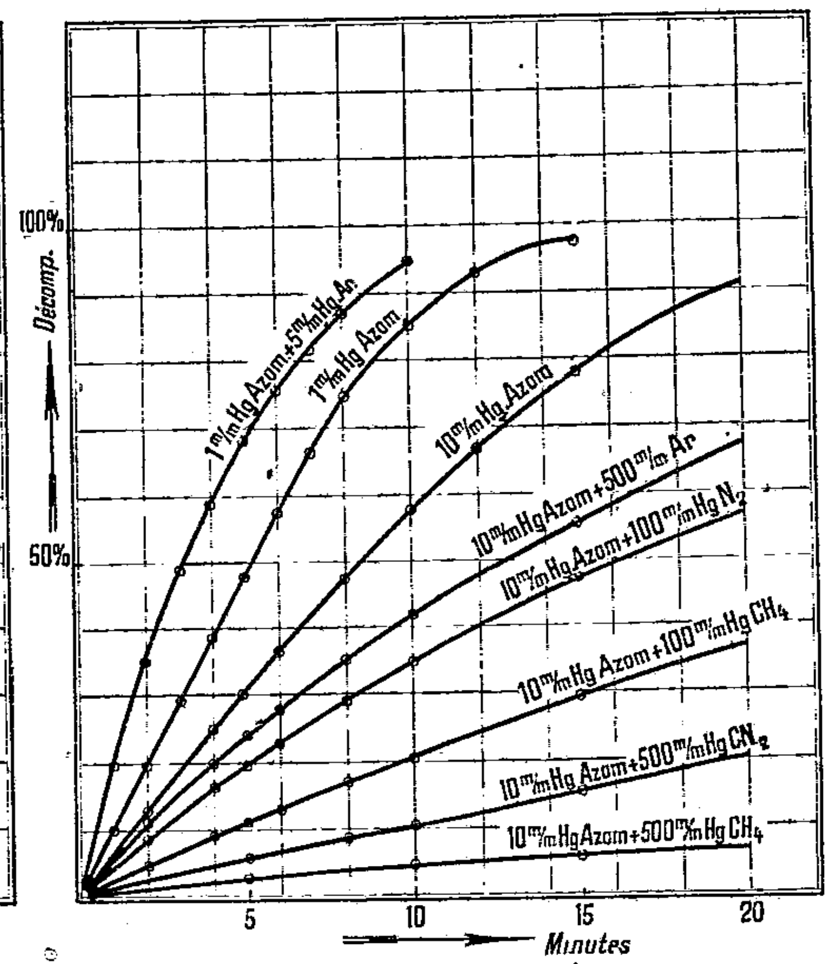


Fig. 2.

La figure 1 représente les proportions d'azométhane décomposées en fonction du temps aux différentes pressions initiales. Les courbes tracées sont calculées, et les cercles englobent les points expérimentaux. Chaque cercle représente une douzaine de points expérimentaux.

La vitesse *relative* est la plus grande pour les faibles pressions et diminue lorsque la pression augmente. Il n'est pas possible d'attribuer un ordre défini à la réaction. Celui-ci varie entre 0 et 2, selon la concentration de l'azométhane, ou l'addition des produits de réaction ou de gaz étrangers. Ce résultat est en contradiction avec celui de Ramsperger, d'après lequel la vitesse relative est indépendante de la pression initiale.

L'analyse de la réaction nécessite une étude de l'influence des produits de la réaction ainsi que celle des gaz étrangers.

La figure 2 montre la décomposition de l'azométhane pur, comparée à la réaction de l'azométhane mélangé avec N^2, CH^4 et Ar dans des proportions variant entre 5 et 50 fois la concentration de l'azométhane.

Les tableaux suivants indiquent les durées (en minutes) pour la décomposition de 25, 50 et 75 pour 100 d'azométhane.

Azométhane pur.

Pressions initiales (mm Hg)...	0,04.	0,2.	0,4.	1.	2.	10.	20.	90.	300.
Décomposition de 25 pour 100.	1	1,5	2	2	3	4	5	6,5	7,5 min.
» 50 pour 100.	2	3	4	5	6	8,5	10,5	16	20 »
» 75 pour 100.	4	5,5	6,5	7,5	9	14	18,5	34	48 »

Mélanges de 10^{mm} d'azométhane avec des gaz différents.

	Azom. pur.	+ 500^{mm} Ar.	+ 100^{mm} N^2.	+ 100^{mm} CH^4.	+ 500^{mm} N^2.	+ 500^{mm} CH^4.
Décomposition de 25 pour 100.	4	5,5	6,5	12,5	25	33,5 min.
» 50 pour 100.	8,5	13	16,5	30	–	(pr 12,5 %)
» 75 pour 100.	14	26	30	–	–	–

Mélange de 1^{mm} d'azométhane avec de l'argon.

	Azom. pur.	+ 5^{mm} Ar.
Décomposition de 25 pour 100.........	2	1,5 minute
» 50 pour 100.........	5	3 minutes
» 75 pour 100.........	7,5	6 »

Résultats : 1° A faible pression l'argon accélère la réaction;

2° A forte pression les trois gaz ralentissent la réaction;

3° Le ralentissement est le plus fort pour le méthane, puis pour l'azote, et enfin le plus faible pour l'argon.

RADIOCHIMIE. — *Émission de lumière ultraviolette pendant l'oxydation anodique de l'aluminium.* Note de MM. **René Audubert** et **Otakar Viktorin**, présentée par M. Georges Urbain.

Lorsqu'une électrode d'aluminium est le siège d'une polarisation électrolytique des phénomènes de luminescence apparaissent, que de nombreux

auteurs ont signalés; M. Fraymann [1] en particulier a montré que l'on obtient soit un spectre continu allant de 3690 Å à 5700 Å (luminescence), soit un spectre de raies (étincellement) lié à la nature de l'électrode et à celle du liquide, ces deux phénomènes pouvant apparaître à la cathode et à l'anode.

R. Audubert et Van Doormaal [2] ont montré qualitativement qu'un certain nombre de polarisations anodiques donnent lieu à de faibles émissions de lumière ultraviolette. Il était intéressant d'étudier quantitativement ce phénomène et de voir s'il pouvait être rapproché des luminescences déjà connues.

Nous avons fait cette étude en prenant comme électrolyte une solution de $PO^4(NH^4)^2H$ et en utilisant des compteurs photoélectriques de haute sensibilité, celle-ci étant mesurée par la méthode donnée par l'un de nous [3]. De cette manière, il est possible d'écarter les cellules dont la sensibilité est insuffisante, de contrôler, au cours du temps, l'évolution d'un compteur et enfin d'obtenir un ordre de grandeur de l'énergie rayonnée.

Afin d'apprécier le domaine spectral de ces émissions nous avons décelé celles-ci avec des photocellules, d'une part d'aluminium, d'autre part d'iodure de cuivre. Les courbes de sensibilité spectrale de ces deux photocathodes sont en effet assez différentes [4] (aluminium $\lambda_m = 2400$ Å; iodure de cuivre $\lambda_m = 2150$ Å). Dans tous les cas, l'effet est déterminé en mesurant l'accroissement du nombre de décharges du compteur pendant un temps donné.

Les résultats suivants ont été obtenus :

a. Lorsque l'on effectue une électrolyse au moyen d'une anode d'aluminium décapé, on constate que l'intensité du courant baisse très rapidement en fonction du temps par suite de la polarisation anodique [formation d'une couche d'hydrate d'alumine [5]]; si l'on détermine le rayonnement émis en fonction du temps on obtient, ainsi que le montrent les nombres suivants, une courbe analogue :

---

(1) *Recherches et Inventions*, 185, 1930, p. 5.
(2) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1883.
(3) R. AUDUBERT, *Comptes rendus*, 200, 1932, p. 2.
(4) R. AUDUBERT et J. RIETHMULLER, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 389.
(5) V. MÜLLER et K. KONOPICKY, *Zeit. f. Phys. Chem.*, 141, 1929, p. 343.

Temps (min.)	1	2	3	5	7	10	15	20	25
$I.10^3$ amp. (moy.)	16,0	12,5	11,5	10,2	9,4	8,7	8,0	7,9	8,1
ΔN	180	114	86	62	50	44	42	42	46
Photocathode	–	–	–	–	CuI	–	–	–	–

L'intensité de l'émission est donc particulièrement grande à l'instant initial, c'est-à-dire avant même que la pellicule de barrage ne soit formée, alors que dans le cas de la luminescence anodique visible, celle-ci n'apparaît que s'il existe à la surface de l'électrode une pellicule de grande résistance.

b. Dans les mêmes conditions on n'observe aucun rayonnement lorsque l'aluminium fonctionne comme cathode.

c. Les nombres obtenus vérifient, qu'à intensité moyenne constante, l'accroissement du nombre de décharges est proportionnel à la tension appliquée.

d. Si l'on désigne par ΔN l'accroissement de la fréquence des décharges par unité de temps, par i l'intensité et par E la tension, on a, aux erreurs d'expériences près,

$$\sum_{t_1}^{t_2} \Delta N = k\int_{t_1}^{t_2} E\,i\,dt = kQE,$$

où Q représente la quantité totale d'électricité passée dans le circuit.

e. Si l'on désigne par R le rapport $n\varepsilon/\Delta N$, où $n\varepsilon$ représente le nombre d'électrons passés dans le circuit pour un accroissement ΔN du nombre des décharges on constate que R diminue au cours de l'électrolyse quand la tension augmente. Si l'on tient compte de la sensibilité absolue du compteur, on constate que le nombre d'électrons par photon est compris suivant les cas entre 10^{12} et 10^{15}.

f. En examinant le rayonnement émis par l'oxydation anodique de l'aluminium avec des photocathodes d'aluminium et d'iodure de cuivre, nous avons obtenu les valeurs correspondantes du tableau :

E (volts).	ΔN		$\frac{\Delta N\,\text{CuI}}{\Delta N\,\text{Al}}$
	Al.	CuI.	
19,0	90	120	1,3
26,0	300	300	1
30,0	590	420	0,7
35,0	1620	710	0,4

Si l'on fait le rapport du nombre de décharges correspondant à $\lambda = 2150$ Å au nombre de décharges correspondant à $\lambda = 2400$ Å, on voit que ce

rapport diminue lorsque la tension aux bornes de la cuve d'électrolyse augmente. Ce résultat, dont l'interprétation immédiate est délicate, semble cependant montrer qu'il ne peut s'agir de production simple de lumière par collisions avec électrons accélérés par le champ dû à la couche de barrage d'oxydation anodique; si un tel mécanisme, en effet, se produisait suivant un processus aussi simple, on devrait observer, semble-t-il, un déplacement du spectre d'émission vers les courtes longueurs d'ondes, alors que l'expérience conduit à la conclusion contraire.

En définitive les microluminescences ultraviolettes provoquées par la polarisation anodique de l'aluminium présentent dans l'ensemble des propriétés différentes des phénomènes observés dans le spectre visible.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le principe dynamique de la solidification thixotrope et son application.* Note (1) de M. **Wilfried Heller**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous partons de la définition suivante de la thixotropie : un système colloïdal est thixotrope si l'on peut, par application d'une force mécanique, réduire son élasticité et si cette élasticité évolue d'une façon spontanée, isotherme et réversible avec le temps comme la figure l'indique schématiquement. L'allure des courbes résulte indirectement de nos expériences décrites en bas (2). E_1 représente la valeur de l'élasticité au-dessous de laquelle le système reste liquide (sols thixotropes à viscosité d'écoulement, courbe I). Au-dessus de E_1 le système prend l'aspect solide et devient un gel. Les élasticités finales qui ne dépassent pas E_2 peuvent, par simple agitation, être réduites aux valeurs inférieures à E_1 (thixotropie *permanente*, courbe II). Les valeurs finales et supérieures à E_2 définissent les gels permanents. Mais eux aussi sont liquéfiables aussi longtemps que E n'a pas encore évolué au-dessus de E_2 (thixotropie *intermédiaire*, courbe III). Si l'on applique, au lieu d'une agitation, la force mécanique exercée, lors de leur transport dans le champ électrique et à travers le gel, par des grains électriquement chargés, la valeur critique est supérieure à E_2 et égale à E_3 (3).

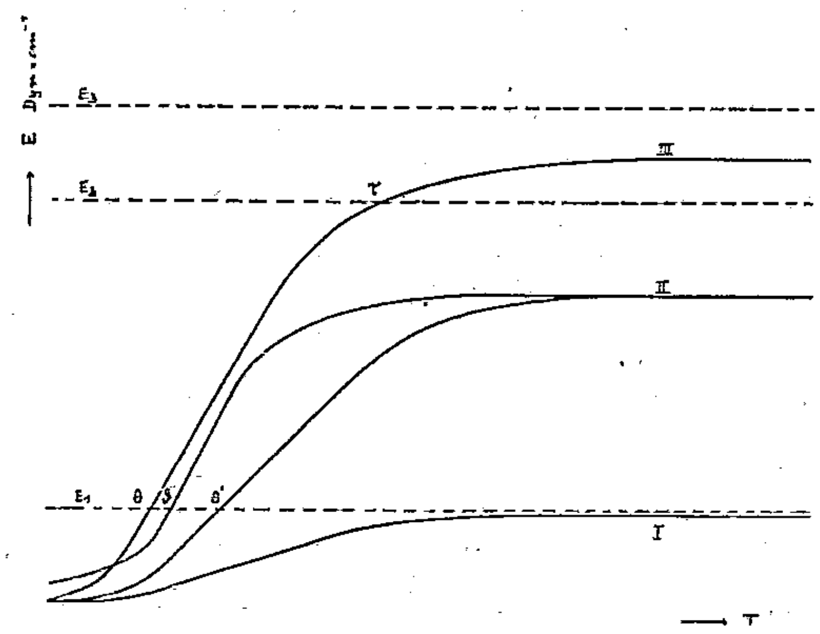
---

(1) Séance du 27 avril 1936.

(2) Elle peut s'appuyer aussi sur une mesure quantitative, faite par H. Freundlich et W. Rawitzer avec un sol d'oxyde de fer (*Koll. Beih.*, 25, 1927, p. 252).

(3) E_1, E_2, et E_3 varient dans une certaine mesure avec les conditions expérimentales. Aussi leurs rapports ne sont figurés que schématiquement.

H. Freundlich et H. A. Abramson ([1]), en étudiant la gélatine, ont pu montrer que les gels très hydrophiles peuvent aussi être thixotropes. Mais il semblait qu'ils ne le soient que d'une façon transitoire. En partant des considérations indiquées plus haut nous avons pu prouver qu'une thixo-



tropie permanente se laisse réaliser également dans cette espèce de gels ([2]). On peut y arriver de quatre façons :

1° L'élasticité diminue avec la concentration des gels. Il faut donc pouvoir trouver des concentrations pour lesquelles la valeur finale de E soit située entre E_1 et E_2. La marche du rapport τ/θ ([3]) dans le tableau ci-dessous (19°,90) indique que cela est possible. Cependant la région des concentrations favorables est très restreinte.

Gélatine pour 100.	6.	4.	3.	2.	1.	0,5.
θ	5,5-6^m	11 -12^m	23 -24^m	80-90^m	$\cong$24^h	$>$265^h
τ/θ	1,5-1,7	3,6- 4,1	12,5-15,0	$\gg$110	–	–

2° L'élasticité de la gélatine diminue fortement si la température augmente. Comme il fallait s'y attendre d'après la figure 1, il existe pour chaque concentration susceptible de gélifier au-dessus de 0°, un intervalle restreint de température pour lequel les gels montrent une thixotropie permanente. Le tableau ci-contre (6 °/₀ gélatine) en donne un exemple. *On traverse donc au cours d'une gélification non isotherme un stade de thixotropie permanente.*

([1]) *Z. physikal. Chem.*, 131, 1927, p. 278.

([2]) L'ensemble de l'étude sera publié ailleurs.

([3]) θ est relatif à la première solidification (à température constante) des systèmes chauffés préalablement et pendant 10 minutes à 50°.

T	14°,5.	19°,90.	21°,90.	23°,90.
ϑ	$2^m\ 3/4$	$5,5-6^m$	14^m	$55-60^m$
τ/ϑ	1,18	1,5-1,7	3,2-3,6	$>8,5$

3° L'élasticité varie par l'addition d'électrolytes. On peut donc, à une température donnée, doter d'une thixotropie permanente les gels à concentration très variée, en leur ajoutant un électrolyte en concentration convenable (nous avons utilisé : HCl, KOH, $NaCl$).

4° D'après Kruyt, une addition d'alcool déshydraterait les systèmes hydrophiles et les rapprocherait des systèmes hydrophobes. Puisque la thixotropie permanente est facile à réaliser dans ces autres systèmes, on pouvait en procédant ainsi, espérer l'obtenir plus facilement aussi dans les gels initialement hydrophiles. Les gels à concentration en gélatine très variée deviennent en effet très faciles à liquéfier s'ils contiennent une quantité convenable d'alcool ou d'acétone qui les rend plus ou moins opaques. L'addition de l'alcool tout seul produit des gels thixolabiles. Mais en y ajoutant un électrolyte on peut obtenir des gels thixotropes d'une stabilité parfaite. Le fait que les sels, comme $NaCl$, stabilisent, et cela même en forte concentration, montre que l'addition d'alcool à un sol hydrophile est loin de le transformer en un sol hydrophobe typique, quoique les autres phénomènes décrits soient plus faciles à concilier avec cette hypothèse.

θ et ϑ (liquéfaction isotherme) diffèrent toujours. Pour la gélatine à l'alcool, par exemple, on trouve $\theta > \vartheta$ (voir la figure). Cela indique une intervention des évolutions lentes (hydratation, etc.) des particules sur la *vitesse* des gélifications. Quant au *mécanisme* des gélifications isothermes [1] et non isothermes, il semble être unique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'application à la combustion lente du benzène de la théorie des réactions à chaînes.* Note de M. **Jean Amiel**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai montré [2] que, dans la combustion lente du benzène, la vitesse d'oxydation à température constante présentait au cours du temps un large

---

(1) W. Heller, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 61.

(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 984; 202, 1936, p. 946. *Thèse de doctorat*, Paris, 1933.

palier V avant de décroître (mélange $C^6H^6 + 15O$). Hinshelwood et Fort [1], en suivant la variation de pression d'un mélange $C^6H^6 + 9O$ à 527° C. par exemple, avaient obtenu une vitesse de réaction qui augmentait d'une façon exponentielle au cours du temps. Semenoff [2] rappelle tous les résultats précédents; il indique que les expériences d'Hinshelwood et Fort ne sont pas suffisantes pour résoudre entièrement cette question. Néanmoins, dans la suite, il préfère implicitement ces dernières expériences aux miennes, estimant sans doute ces deux groupes de recherches nécessairement contradictoires; cela le conduit à la conclusion suivante que je me propose de rectifier aujourd'hui.

Semenoff (p. 358) range, au point de vue de leur oxydation lente, les hydrocarbures et les aldéhydes en deux groupes. Le premier, comprenant le méthane, l'éthane, le pentane, est caractérisé par une vitesse qui, au début, croît en fonction du temps de façon exponentielle, qui passe par un maximum lorsque la moitié de la substance a été oxydée et qui décroît ensuite. Le second, comprenant l'acétylène et les aldéhydes, est caractérisé par une courte période d'induction suivie d'un long palier à vitesse constante; la vitesse ne diminue que lorsqu'une très grande partie de la substance a réagi; on ne sait pas encore si, pendant la première partie de la réaction, la vitesse croît suivant une loi $v = Ce^{\Phi t}$ ou bien une loi $v = C(1 - e^{-\Phi t})$. Le benzène est rangé par Semenoff dans le premier groupe. Mes expériences démontrent qu'il appartient au second. On retrouve bien la période d'induction et la longue période à vitesse constante au lieu du maximum de vitesse élevé et de courte durée des réactions du premier groupe. Il n'y a pas non plus contradiction entre les expériences d'Hinshelwood et Fort qui sont de courte durée (6 minutes) et les miennes (15 minutes à 8 heures). Les premières correspondent à la période d'induction (j'ai montré qu'elle est longue) et permettent d'indiquer la loi de croissance $v = Ce^{\Phi t}$. D'ailleurs Semenoff, après avoir examiné l'hypothèse d'une loi $v = C(1 - e^{-\Phi t})$ est conduit à penser qu'il doit y avoir action mutuelle des chaînes ramifiées. Or, s'il en est ainsi, la théorie développée par Semenoff [3] lui-même montre qu'au début la croissance doit être exponentielle. Précisons cette interaction des centres actifs des différentes

---

(1) *Proc. Roy. Soc.*, **127**, 1930, p. 218.

(2) *Chemical Kinetics and Chain Reactions*, Oxford, 1935, p. 338.

(3) *Op. cit.*, p. 74; *Phys. Z. d. Sowjetunion*, **1**, 1932, p. 725; *Trans. Far. Soc.*, **28**, 1932, p. 818.

chaînes : elle se traduit, semble-t-il, dans ce cas par un accroissement de la probabilité de rupture des chaînes, sans influence notable sur la probabilité de ramification.

Désignons par β la probabilité de rupture, par δ la probabilité de ramification, par $\Delta\tau$ la vie moyenne des centres actifs, par n le nombre des centres actifs à l'instant t, par n_0 le nombre de centres actifs produits dans l'unité de temps par l'agitation thermique. L'interaction se traduit en posant $\beta = \beta_0 n$, β_0 étant comme δ indépendant de n. Si l'on ne tient pas compte de l'influence des parois sur la rupture des chaînes, on a à résoudre l'équation

$$\frac{dn}{dt} = n_0 + \frac{\delta}{\Delta\tau} n - \frac{\beta_0}{\Delta\tau} n^2.$$

Ceci conduit après diverses approximations à $n = n_0 \Delta\tau/\delta \left(e^{\delta \frac{t}{\Delta\tau}} - 1\right)$ pour les petites valeurs de t et à la valeur limite $n_l = \delta/\beta_0$ pour les grandes valeurs du temps; à cette dernière limite correspond la vitesse maxima qui est celle du palier $V = n_l/\Delta\tau = \delta/\beta_0 \Delta\tau$.

Ces formules rendent qualitativement compte des expériences d'Hinshelwood et Fort et des miennes; elles permettent de comprendre aussi que la variation de V avec la température satisfasse à une loi d'Arrhenius $V = Ae^{-\frac{E}{RT}}$. J'avais indiqué ce résultat important et trouvé une énergie d'activation E de 56000 calories.

Ainsi se trouve traduit dans le langage de la théorie des chaînes une sorte d'inhibition de la réaction par certains produits de l'oxydation. J'avais indiqué ce fait. Je ferai remarquer en outre que, si les paliers de vitesse sont plus courts vers 450 à 480° C., c'est précisément pour ces mêmes températures que j'avais obtenu auparavant [1] des quantités appréciables de phénol et de benzoquinone.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la diffusion des gaz à la sortie des tubes capillaires.* Note de MM. **Georges Costeanu** et **Paul Renaud**, présentée par M. Louis de Broglie.

Il résulte des travaux de Stern [2] et Estermann [3], que les rayons moléculaires permettent d'étudier les faces de clivage de divers cristaux

(1) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1896.
(2) *Naturwissenschaft*, 17, 1929, 391.
(3) Estermann et Stern, *Zeitschrift für Physik*, 61, 1930, 95.

et d'obtenir des renseignements sur leur constitution et sur leurs réactions.

Si l'on a besoin de compléter les indications données par les rayons X, on peut songer aux rayons moléculaires, mais la technique n'est pas aisée. Conformément aux directives de M. Le Chatelier, il importe de la simplifier. Les deux parties essentielles de leur étude sont la production et la détection.

Pour la détection, nous avons cherché à réaliser une surface de sodium polie et brillante sur laquelle les rayons moléculaires pourraient dessiner des taches. Le sodium est fondu dans une atmosphère d'anhydride carbonique et la couche superficielle d'oxyde est enlevée mécaniquement. Des cristallisations superficielles diminuent le poli de la surface. On les atténue en homogénéisant la température de l'appareil.

La difficulté de la détection provient de la faible intensité des rayonnements utilisés, il convient de l'augmenter.

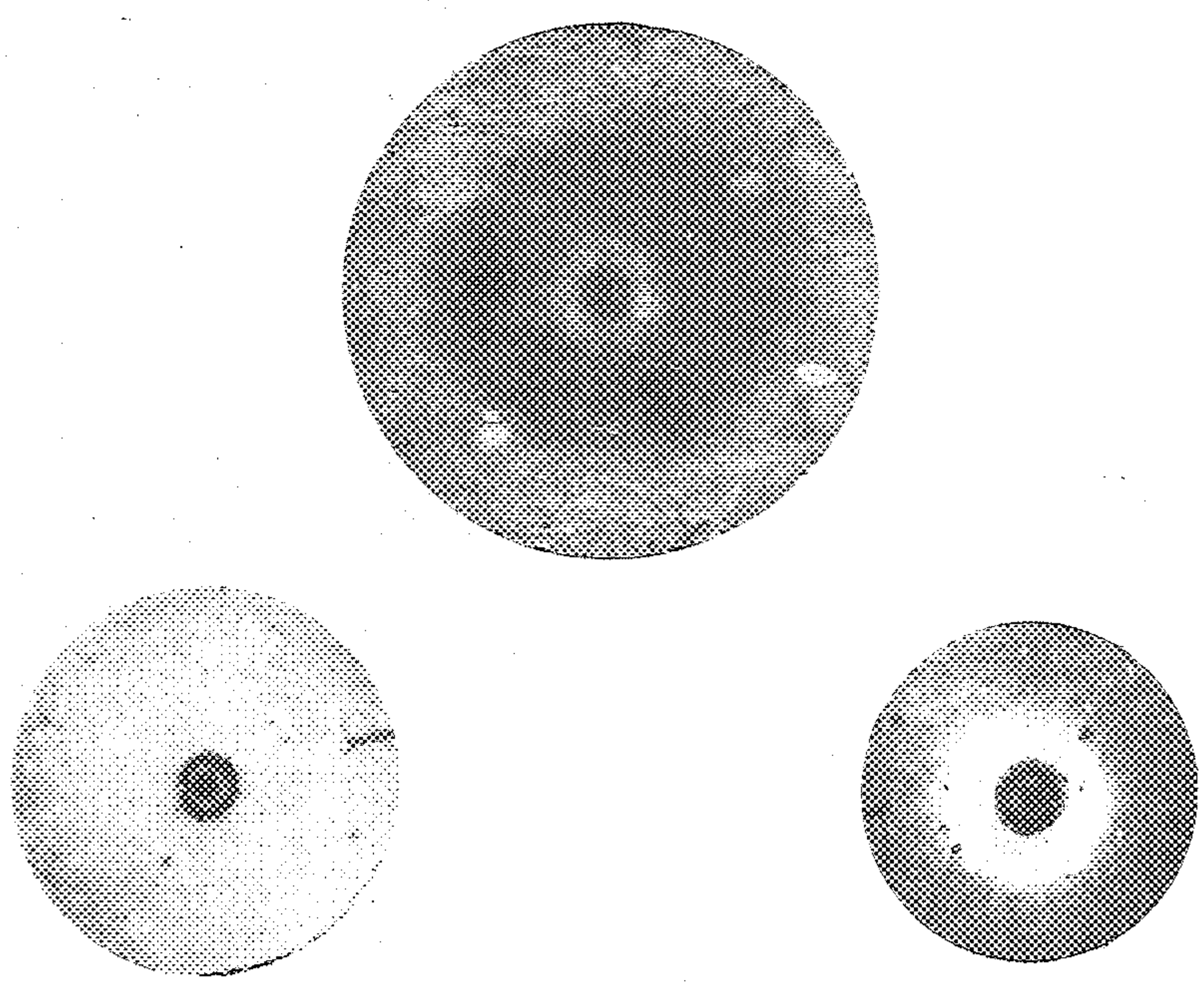
Pour améliorer leur production, nous avons pensé à utiliser la réorganisation de répartition des vitesses qui se produit en chaque point d'un tube capillaire, dont les extrémités ne sont pas soumises à la même pression. Il se produit un débit de gaz qui peut favoriser la non isotropie de répartition des vitesses à la sortie et multiplier, par un coefficient appréciable, l'intensité du rayonnement dans la direction de l'axe du tube. Les calculs semblent difficiles dans le cas où le libre parcours moyen des molécules est de l'ordre de grandeur du diamètre du tube capillaire, ce qui est précisément le cas intéressant. Il fallait donc s'en remettre à l'expérience.

Un tube capillaire fut placé devant une surface de sodium, à une distance de $1^{cm},5$ environ. Un courant de vapeur d'eau passait à travers le capillaire et arrivait sur le sodium sous une pression de l'ordre de quelques centièmes de millimètre. Aucune tache centrale n'apparut. Laissant rentrer l'air brutalement, nous vîmes une tache centrale entourée de trois anneaux. Ceux-ci nous parurent assez inattendus pour chercher à les reproduire. Dans des expériences ultérieures, il apparut une tache centrale très fine. L'action prolongée du courant d'air humide la transforme en un trou, presque imperceptible, dans la couche de sodium dont l'épaisseur était de 1^{mm} environ.

L'expérience fut recommencée dans des conditions variées et souvent des anneaux simples ou multiples apparurent. Les plus réguliers furent obtenus par l'arrivée d'un courant d'air, chargé d'acide sulfhydrique, sur une couche de gélatine, contenant de l'acétate de plomb.

La figure reproduit quelques aspects ainsi obtenus, agrandis cinq fois environ. L'anneau central peut se décomposer comme le montrent deux des

clichés. Sa grandeur est de l'ordre du millimètre, à une distance de l'ordre de $1^{cm},5$, pour un tube capillaire de $0^{mm},5$ de diamètre intérieur et de 30^{cm} de long. Le vide est fait au moyen d'une trompe à eau. La vitesse moyenne d'arrivée du gaz, estimée d'après le débit, était de l'ordre de 200 m/sec, alors que la vitesse moyenne des molécules d'oxygène, dans le mouvement brownien, est de l'ordre de 460 m/sec à la température ordinaire.



Dans d'autres conditions, nous avons obtenu régulièrement, en face du tube capillaire, une faible tache centrale au milieu d'une zone circulaire intacte, entourée elle-même d'une plage fortement noircie.

La théorie du phénomène, conduisant au calcul du rayon des anneaux, semble délicate. L'air arrivant sur la plaque rencontre celui qui en revient, car le libre parcours moyen est petit vis-à-vis du chemin parcouru. De plus, le frottement du gaz contre les parois du tube capillaire crée un gradient de vitesse à l'intérieur de ce dernier, c'est-à-dire à l'origine du mouvement. Enfin la déformation de la couche de gélatine, sous l'action d'une pression relativement élevée, ou celle du sodium par une réaction brutale, peut compliquer le phénomène. Quoi qu'il en soit, la production d'anneaux est inattendue, nous avions prévu un dégradé régulier à partir d'une tache centrale.

Malgré ces difficultés, il sera utile de rapprocher ce phénomène des théories de Nikiforov ([1]), Christiansen et Wulf. Ces auteurs s'efforcent d'interpréter les anneaux de Liesegang en utilisant la formule de M. Louis de Broglie $\lambda = h/mv$. Ils prennent pour valeur de v la vitesse moyenne de déplacement des molécules et pour valeur de m la masse de chaque molécule. Si cette façon de calculer la longueur d'onde associée était conforme aux faits expérimentaux, cette théorie devrait être appliquée chaque fois que deux milieux voisins présentent des vitesses relatives faibles, car les longueurs d'onde sont alors très supérieures au diamètre des molécules.

Le phénomène de la diffusion des gaz à la sortie des tubes capillaires peut fournir des arguments pour confirmer ou infirmer cette théorie.

CHIMIE COLLOÏDALE. — *Adsorption de protéides. Influence de sels sur l'adsorption de l'hémoglobine par le kaolin.* Note ([2]) de M. Mladen Paić et de Mlle Valérie Deutsch, présentée par M. Georges Urbain.

Dans un travail antérieur, sur l'influence de la concentration des ions hydrogène sur l'adsorption de l'hémoglobine par le kaolin ([3]), nous avons constaté que cette adsorption n'est pas uniquement influencée par le pH du milieu, mais aussi par la concentration du tampon présent. Ceci nous a incité à étudier de plus près l'influence de sels sur l'adsorption de l'hémoglobine par le kaolin.

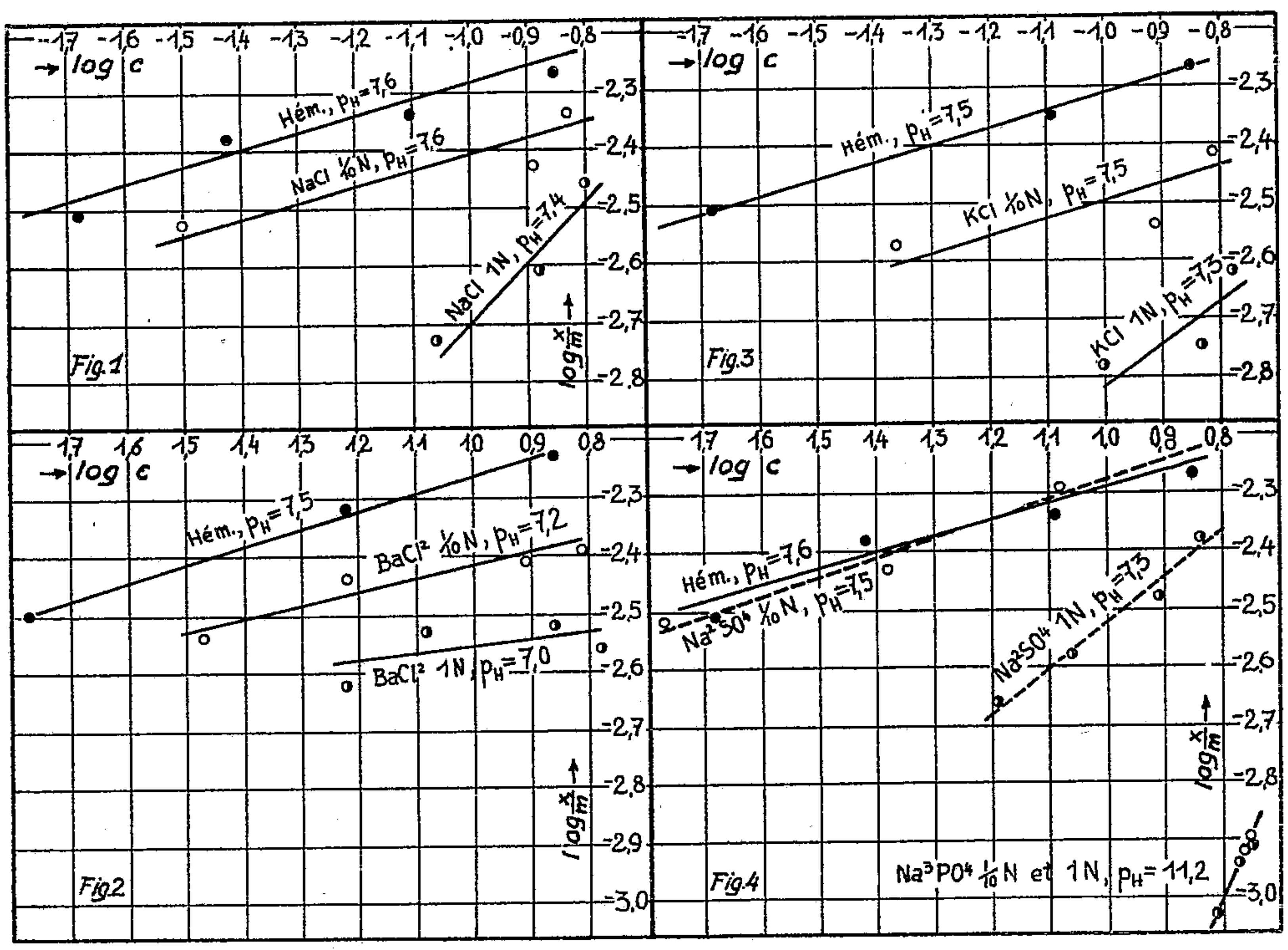
La concentration de sels dans la solution d'hémoglobine était 0,1 N ou 1 N. Toutes les expériences ont été effectuées avec la même solution initiale, contenant environ 1^g d'hémoglobine cristallisée commerciale dans 100^{cm^3}. Pour étudier l'adsorption, 5^{cm^3} de solution d'hémoglobine, contenant ou non du sel, ont été additionnés, à 20° environ, de quantités croissantes de kaolin ($0^g,5$ à $3^g,5$). Après avoir dosé réfractométriquement l'hémoglobine, avant et après adsorption, nous avons déterminé la valeur x/m, où x est la quantité d'hémoglobine (exprimée en grammes par 100^{cm^3} d'azote), adsorbée par m grammes de kaolin. L'adsorption de sels par le kaolin était toujours pratiquement nulle. Du fait que l'adsorption de l'hémoglobine par le kaolin varie avec la concentration des ions

([1]) *Journal de Chimie physique*, 32, 1935, p. 585.

([2]) Séance du 27 avril 1936.

([3]) M. Paić et V. Deutsch, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1283.

hydrogène de la solution, il était nécessaire de contrôler le pH des solutions avant et après adsorption. En contact avec le kaolin, le pH de la solution diminue et il est d'autant plus faible qu'il y a plus de kaolin. La différence de pH entre une solution ne contenant pas de kaolin et celle en contenant environ 3^g dans 5^{cm^3} peut atteindre 1 unité. De ce fait il faut s'attendre à une dispersion assez forte des résultats expérimentaux et, par conséquent,



à une difficulté d'établir avec précision la forme réelle des isothermes d'adsorption.

Les résultats que nous avons obtenus sont représentés sur les figures 1 à 4. Les isothermes peuvent être, en première approximation, représentées par des droites. Sur toutes les figures, les cercles pleins correspondent aux isothermes d'adsorption se rapportant à l'hémoglobine exempte de sels.

Le chlorure de sodium (*fig.* 1) diminue l'adsorption de l'hémoglobine. Cette diminution est plus forte pour la concentration 1 N que pour la concentration 0,1 N. L'isotherme obtenue en présence de NaCl 1 N présente, en coordonnées logarithmiques, un coefficient angulaire plus grand que l'isotherme de la solution initiale. Le chorure de potassium (*fig.* 2) se comporte

comme le chlorure de sodium, mais il diminue davantage l'adsorption. Le chlorure de baryum (*fig.* 3) diminue également l'adsorption, mais dans ce cas les coefficients angulaires des isothermes sont inférieurs à celui de l'isotherme de l'hémoglobine exempte de sel. Le sulfate de sodium (*fig.* 4) en concentration 0,1 N n'influence aucunement l'adsorption de l'hémoglobine; par contre, celle-ci est diminuée pour la concentration 1 N.

Pour tous les sels mentionnés le pH de la solution d'hémoglobine initiale ne varie pas considérablement après addition de sels, comme le témoignent les valeurs marquées sur chaque isotherme. De ce fait le pH des différentes solutions peut être considéré comme constant et les variations d'adsorption peuvent être attribuées, principalement, à l'influence de sels. Ceci ne se passe pas ainsi quand on a affaire à des sels d'acides faibles, tels que NaCNS ou Na^3PO^4. L'hydrolyse de ces produits provoque une augmentation considérable du pH qui masque l'influence du sel (*fig.* 4).

En résumé on peut dire que, dans le domaine de concentrations que nous avons étudié, les cations Na^+, K^+ et Ba^{++} diminuent l'adsorption de l'hémoglobine commerciale par le kaolin. Cette diminution est d'autant plus forte que la concentration en ions est plus grande. L'anion SO^{4--}, en concentration 0,1 N n'influence pas l'adsorption. Mais il la diminue en concentration 1 N. Les sels NaCNS et Na^3PO^4 diminuent fortement l'adsorption principalement à cause de l'augmentation du pH due à l'hydrolyse.

Les causes de la diminution de l'adsorption de l'hémoglobine en présence de sels peuvent être multiples : changement de propriétés capillaires du kaolin, action chimique des sels sur la protéide, déplacement de son point isoélectrique, augmentation de la solubilité, etc. Des recherches ultérieures doivent permettre d'éclaircir cette question.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les tellurates de potassium. Analogie avec les sulfates et les séléniates.* Note de M. **Marcel Patry**.

Les tellurates sont encore fort mal connus. On les considère généralement comme très différents des sulfates et des séléniates. En particulier, aucun cas d'isomorphisme n'a été signalé. J'ai pensé que les conclusions des études antérieures avaient pu être faussées par la diversité des acides telluriques (1). Les métatellurates seuls peuvent être comparés utilement aux

(1) M. Patry, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 71.

séléniates et aux sulfates. J'ai entrepris, dans le but de vérifier cette hypothèse, l'étude des tellurates de potassium; elle sera exposée en détail par ailleurs.

I. *Tellurates neutres de potassium :*

1° $TeO^4K^2, 4{,}5H^2O$. — Signalé par Berzélius, ce sel est formulé généralement $TeO^4K^2, 5H^2O$. Je l'ai préparé avec un rendement presque quantitatif et très pur en précipitant par l'alcool une solution concentrée de tellurate et de potasse en excès. Une huile dense se sépare, qui décantée cristallise aisément. Après lavage à l'alcool absolu et à l'éther, le sel est séché sur du chlorure de calcium jusqu'à poids constant. L'analyse lui attribue alors la formule $TeO^4K^2, 4{,}5H^2O$ qui est celle d'un métatellurate $TeO^4K^2, 4{,}5H^2O$ ou d'un orthotellurate $TeO^6H^4K^2, 2{.}5H^2O$. Il perd de l'eau sur l'acide sulfurique et à l'étuve dès 40°.

2° $TeO^4K^2, 2H^2O$. — Ce sel a été préparé directement par Retgers (1) et Gutbier (2). Je l'ai obtenu très aisément par déshydratation du sel $TeO^4K^2, 4, 5H^2O$. Il se décompose au-dessus de 110° en perdant de l'eau et éventuellement de l'oxygène. C'est un métatellurate $TeO^4K^2, 2H^2O$ ou un orthotellurate anhydre $TeO^6H^4K^2$. D'après Retgers il serait isomorphe de l'osmiate $OsO^6H^4K^2$ et correspondrait à la seconde formule. J'ai préparé cet osmiate et l'ai comparé au tellurate. Leurs diagrammes X de poudre ne présentant aucune analogie, l'isomorphisme signalé par Retgers ne doit pas être retenu.

3° TeO^4K^2. — Signalé incidemment par Lenher et Wolesensky (3), ce sel est évidemment un métatellurate anhydre. Je l'ai reproduit très aisément par chauffage d'un sel hydraté dans un courant d'oxygène au-dessus de 150°. Déshydratant puissant, il est déliquescent et se transforme à l'air en tellurate hydraté $TeO^4K^2, 4, 5H^2O$.

Ces trois tellurates neutres sont cristallisés et donnent des diagrammes X différents. Leurs solutions aqueuses sont rigoureusement identiques. Par addition d'alcool ou d'acétone on observe, pour des concentrations très diverses, un beau phénomène de coacervation. La couche inférieure toujours sursaturée, cristallise par agitation et se réforme par chauffage.

II. *Tellurates acides de potassium :*

Les sels suivants sont signalés : bitellurate $TeO^4HK, 1{,}5H^2O$ [Berzélius (4)], pyrotellurate acide $Te^2O^7HK, 1{,}5H^2O$ [Berzélius (5)], tritellurate $Te^3O^{10}K^2, 5H^2O$ [Hutchins (5)]. Il m'a été impossible de reproduire ces composés par les méthodes indiquées. J'ai toujours obtenu des masses amorphes dont la composition, mal définie,

(1) *Zeit. f. Physik. Chem.*, 10, 1892, p. 533.
(2) *Zeit. f. anorg. Chem.*, 31, 1901, p. 342.
(3) *Journal Am. Chem. Soc.*, 35, 1913, p. 720.
(4) *Schweigger's Journal*, 6, 1812, p. 311.
(5) *Journal Am. Chem. Soc.*, 27, 1905, p. 1157.

variait entre $Te^3O^{10}K^2$, aq et TeO^4HK, aq. Seul le bitellurate paraît être défini. Je l'ai obtenu exclusivement par évaporation de la solution aqueuse correspondante, rigoureusement titrée. On doit considérer les autres tellurates acides comme des produits d'adsorption.

Le bitellurate séché sur l'acide sulfurique à une composition voisine de TeO^4HK, $1,8H^2O$ (la teneur en eau varie suivant les expériences de $1,7$ à $1,9H^2O$). C'est donc un métatellurate. Au-dessus de 120°, il devient anhydre et insoluble dans l'eau. Au microscope il présente l'aspect de petites granules sphériques. Aux rayons X il se comporte comme une substance amorphe.

III. *Analogies entre le métatellurate neutre de potassium, le séléniate et le sulfate.* — Le métatellurate neutre ne pouvant être obtenu qu'à l'état microcristallin, seule la méthode de Debye et Scherrer peut être utilisée pour son étude cristallographique. J'ai comparé les diagrammes X de poudre du sulfate, du séléniate et du tellurate. Ils présentent une très grande analogie. Celui du séléniate est plus voisin de celui du tellurate que de celui du sulfate dont il est cependant isomorphe. Les structures cristallines de ces trois composés sont donc vraisemblablement les mêmes. Le sulfate et le séléniate, dont les paramètres ont été déterminés, cristallisant dans le système orthorhombique, ce système doit être attribué au tellurate.

En comparant un cliché de poudre du séléniate avec des diagrammes de cristal tournant faits avec un cristal isolé du même corps, on peut déterminer les notations probables des premières raies. En attribuant les mêmes indices aux raies correspondantes du tellurate, on peut calculer approximativement les paramètres de ce sel sans avoir recours à des cristaux isolés. On trouve

	a (Å).	*b* (Å).	*c* (Å).
SO^4K^2..............	7,42	10,01	5,73
SeO^4K^2..............	7,6	10,4	6,2
TeO^4K^2..............	7,9	10,5	6,25

Les paramètres sont voisins et croissent avec le nombre et le volume atomique. On trouve bien là les caractères d'une série isomorphe.

Conclusions. — Retgers a proposé en 1892 de rattacher le tellure à la famille du platine en se basant sur l'isomorphisme de l'osmiate $OsO^6H^4K^2$ et du tellurate $TeO^6H^4K^2$; comme je l'ai montré cet isomorphisme n'est pas fondé.

Au contraire l'exemple des sels de potassium fait prévoir une analogie profonde entre les *métatellurates*, les séléniates et les sulfates. Il ne paraît

cependant pas possible de confirmer leur isomorphisme par la formation de cristaux mixtes par dissolution ou par fusion. En effet d'une part, le metatellurate de potassium s'hydrate avec la plus grande facilité, d'autre part il se réduit aisément par action de la chaleur.

EFFET RAMAN. — *Sur le spectre Raman de quelques cyclohexènes substitués.* Note de MM. **Étienne Canals**, **Max Mousseron**, **Louis Souche** et **Pierre Peyrot**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons préparé les dérivés méthyl-1, éthyl-1, propyl-1, isopropyl-1, butyl-1, phényl-1, benzyl-1, cyclohexyl-1, cyclohexènes-Δ-1 dont nous avons pris les spectres Raman. Ceux-ci ont été comparés aux spectres du cyclohexène et des dérivés méthylé et éthylé déjà publiés par l'un de nous [1]. Les excitations ont été obtenues par les raies *e* et *k*.

I. Dans la région de la raie 800 cm^{-1}, raie relative à la liaison C — C, on retrouve deux raies de fréquence relativement constante; la raie 825 du cyclohexène semble se dédoubler dans les dérivés substitués, l'une de ces raies oscillant suivant la substitution entre 747 et 772, l'autre entre 825 et 850. Ces variations de fréquence avec la substitution sont faibles, mais on peut noter que dans les trois premiers corps, la raie 758 voit sa fréquence varier en raison inverse du nombre d'atomes de carbone (758, 752, 747). L'alourdissement de la molécule semble donc apporter une modification à cette fréquence, mais à partir du butyl-cyclohexène, cette raie devient floue, s'élargit et sa fréquence moyenne paraît augmenter légèrement.

II. La raie forte 997 du cyclohexène que l'on trouve également dans les carbures cycléniques en C^5, C^7, C^8 [2] se retrouve à peu près inchangée dans tous nos composés.

III. Dans la région 1200, on retrouve deux sortes de raies avec approximativement la même intensité dans tous nos dérivés, et dont la fréquence paraît constante : (1172-1191), (1267-1281). Les dernières semblent correspondre à la raie 1272 du cyclohexène qui serait ainsi caractéristique des carbures alicycliques, observation qui confirme d'ailleurs celle déjà faite par l'un de nous [2].

IV. La raie de la région 1440 caractérisant le groupe CH^2 se retrouve

---

(1) M. Godchot, E. Canals et Mlle G. Cauquil, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1407.
(2) M. Godchot, E. Canals et Mlle G. Cauquil, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 780.

Cyclohexène.	Méthyl-1-cyclo-hexène-Δ-1.	Éthyl-1-cyclo-hexène-Δ-1.	Propyl-1-cyclo-hexène-Δ-1.	Isopropyl-1-cyclo-hexène-Δ-1.	Butyl-1-cyclo-hexène-Δ-1.	Phényl-1-cyclo-hexène-Δ-1.	Benzyl-1-cyclo-hexène-Δ-1.	Cyclohexyl-1-cyclo-hexène-Δ-1.
	132 f							
176 ff				269 ff	289 ff (?)		207 Ff	
273 f			310 ff	315 ff			274 ff	
396 Ff			407 ff	381 ff				
	437 Ff	439 ff		410 ff				
451 ff				468 ff (?)				
494 ff	495 f			503 ff (?)			513 ff	
	588 f			563 ff				
	618 Ff			613 f		623 ff	623 Ff	
641 ff		625 ff		653 ff (?)				
	695 ff			698 ff (?)				
703 f								
	758 F	752 Ff	747 Ff	757 Ff	772 f, l	757 ff	747 Ff	762 f
							786 f	
825 Ff			791 Ff	794 f, l				
							816 f	801 f
	821 Ff	835 Ff	830 f, fl	845 Ff	845 Ff, l	845 ff	845 Ff	850 f
							865 f	
873 f	859 Ff	855 Ff	879 bf, fl	889 f, fl	899 f, fl			
905 f			933 ff	923 f	947 ff	928 ff		
968 f			957 ff	962 f		966 ff		
997 Ff	990 Ff	993 Ff	982 ff	995 ff	995 f	998 F	1000 F	995 f
1032 ff	1022 ff		1029 Ff	1034 f, fl	1073 f	1039 f	1034 F	1043 f
1069 Ff	1069 f	1055 f	1063 ff	1077 Ff	1110 f		1082 f	1087 f
	1087 f		1087 ff		1129 ff			
1139 ff (?)	1152 f		1149 f	1134 Ff		1158 f	1158 f	
	1177 Ff	1172 Ff	1172 Ff	1177 Ff	1172 f	1182 ff	1177 Ff	1191 f
1220 Ff								
	1253 f	1253 Ff	1215 f	1196 Ff		1238 F	1215 f	
1247 ff							1238 f	1243 f
1272 f	1267 Ff	1267 Ff	1267 Ff	1276 Ff	1276 f	1281 Ff	1271 Ff	1276 Ff
							1290 f	
	1309 Ff			1295 Ff				
					1323 f	1332 ff		
1342 f				1332 f			1346 f	
	1366 F						1383 f	
	1376 f	1381 f		1383 Ff				
1431 F	1435 F	1430 F	1430 FF	1434 FF	1430 F	1430 f	1434 F	
								1443 F, l
1462 Ff	1452 Ff	1453 Ff	1458 F	1458 F	1458 Ff	1453 ff	1453 F	
			1663 ff			1545 ff		
1655 Ff	1675 F	1675 F	1667 F	1672 FF	1672 F	1595 F	1609 FF, l	1618 ff
						1632 F	1663 FF	1668 F

ff = très faible; f = faible; Ff = moyenne; F = forte; FF = très forte; b = bande; fl = floue; l = large.

avec la même fréquence et à peu près la même intensité dans tous ces dérivés. Une raie satellite (1453 cm^{-1}) semble l'accompagner; celle-ci est toujours d'intensité moindre, mais se retrouve nettement dans tous les corps examinés. Seul, le cyclohexyl-1-cyclohexène-Δ-1 paraît faire exception; il donne une raie large, dont le maximum d'intensité est à 1443, moyenne des fréquences des deux raies signalées.

V. On retrouve aussi dans tous nos spectres la raie de la région 1600, caractéristique de la double liaison C = C, qui nous permet de confirmer également une observation déjà faite par l'un de nous (*loc. cit.*) : la substitution entraîne une augmentation de la longueur d'onde de la raie 1655 du cyclohexène (cyclohexène : 1655; méthyl-1-cyclohexène-Δ-1 : 1675), mais il est curieux de voir que la nature de la substitution hydrocarbonée n'entraîne, une fois cette valeur atteinte, aucune nouvelle modification importante pour les radicaux méthyle, éthyle, propyle, isopropyle et butyle. Pourtant, les radicaux, phényle, benzyle apportent une modification à cette fréquence; il apparaît deux raies de longueur d'onde plus faible dont l'une peut se rapporter à la substitution, l'autre au cyclohexène.

VI. Rien de particulier à signaler dans la région des liaisons CH où l'on retrouve les raies habituelles de 2812 à 3024 que nous n'avons pas cru devoir indiquer dans le tableau.

VII. Notons enfin l'apparition de très nombreuses raies dans le passage du propyl-1 à l'isopropyl-1-cyclohexène-Δ-1.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le chlorure de pyruvyle*. Note de MM. **Pierre Carré** et **P. Jullien**, présentée par M. Georges Urbain.

Le chlorure de pyruvyle n'a pu encore être obtenu par les méthodes habituelles de préparation des chlorures d'acides.

Les chlorures de phosphore réagissent à la fois sur le groupement acide et sur le groupement cétonique (ou énolique correspondant) de l'acide pyruvique. Klimenko [1], puis Beckurts et Otto [2] ont obtenu, par l'action du pentachlorure de phosphore, le chlorure de l'acide dichloropropionique CH^3-CCl^2-COCl. La réaction du trichlorure de phosphore fournit, d'après Bernton [3], le chlorure d'acide d'un dérivé phosphoré qui

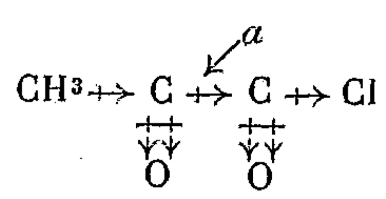
(1) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 3, 1872, p. 465.
(2) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 9, 1878, p. 389.
(3) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 58, 1925, p. 661.

conduit, par l'action ultérieure de l'eau, à l'acide phosphinique-oxypropionique CH^3-C(OH)(PO^3H^2)-CO^2H.

D'après H. Meyer (¹) le chlorure de thionyle est sans action sur l'acide pyruvique. Cependant le chlorure de thionyle permet de transformer l'acide lévulique en chlorure d'acide correspondant avec un bon rendement (²), et il réagit avec énergie sur l'acide acétylacétique. Un nouvel examen de la réaction du chlorure de thionyle sur l'acide pyruvique nous a donné les résultats suivants :

Le chlorure de thionyle réagit sur l'acide pyruvique dès la température ordinaire; il se produit un mélange complexe contenant du chlorure d'acétyle, de l'anhydride acétique, du chlorure d'éthylidène, et probablement aussi du chlorure de l'acide dichloropropionique et du trichloro-1.1.1-éthane; il nous a été impossible d'y trouver du chlorure de pyruvyle.

La formation de produits de scission de la chaîne en C^3 se comprend facilement si l'on envisage les actions répulsives qui résultent des polarités relatives des éléments directement liés. L'application de la règle pratique donnée par l'un de nous (³) conduit à représenter le chlorure de pyruvyle par la formule polaire suivante :



laquelle montre que la liaison *a* doit être peu stable, en raison des actions répulsives dues au caractère positif prépondérant des deux carbones liés, et au caractère négatif de chacun des oxygènes qu'ils supportent. La présence de chlorure d'éthylidène et de trichloréthane parmi les produits de la réaction ci-dessus s'explique également par le peu de stabilité de la même liaison dans l'acide dichloropropionique et dans son chlorure d'acide.

Nous avons pensé que, si l'on parvenait à neutraliser une partie de cette action répulsive, il deviendrait possible d'obtenir le chlorure de pyruvyle. Cette prévision s'est trouvée vérifiée; lorsqu'on effectue la réaction du chlorure de thionyle sur l'acide pyruvique en présence de pyridine, l'ion pyridinium positif neutralise plus ou moins complètement les répulsions négatives, et il se forme une certaine quantité de chlorure de pyruvyle.

(¹) *Analyse u. Konstitutionsermittlung*, 1931, p. 471.

(²) Clemo et Ramage, *J. chem. Soc.*, 1931, p. 49; H. Kato, *Sciences Reports of Tokyo Bunrika Daigaku*, 1935, p. 259.

(³) P. Carré, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 740.

On mélange 1^{mol} d'acide pyruvique avec 1^{mol} de pyridine anhydre, et l'on verse peu à peu ce mélange dans une solution de 1^{mol} de chlorure de thionyle dans 5 fois son poids d'éther anhydre; il faut agiter fréquemment, car la combinaison pyruvicopyridique est insoluble dans l'éther, et en même temps refroidir, car la réaction est assez vive. On fait ensuite passer un courant de gaz chlorhydrique pour précipiter toute la pyridine, on décante la solution éthérée et l'on rectifie les produits de la réaction. On trouve encore, comme en l'absence de pyridine, une forte proportion de produits de scission de la chaîne en C^3, mais on peut isoler environ 20 pour 100 d'une fraction distillant de 70 à 80°, dans laquelle le chlorure de pyruvyle a été caractérisé par sa transformation en *anilide pyruvique* fusible à 104°, ainsi que l'a indiqué Nef [1]; cette anilide abaisse nettement le point de fusion de l'acétanilide, de plus, elle donne une *semicarbazone* fusible à 268°. Il nous a été impossible de séparer complètement ce chlorure de pyruvyle du chlorure d'acétyle et des dérivés chlorés de l'éthane qui l'accompagnent.

L'application de la règle pratique de l'écart électronique nous a donc permis d'obtenir le chlorure de pyruvyle, qui n'avait pas encore pu être préparé.

GÉOLOGIE. — *Sur l'Age Givétien des Marbres de la Ville-Dé-d'Ardin (Deux-Sèvres)*. Note de M. **Gilbert Mathieu**, transmise par M. Charles Barrois.

La localité de la Ville-Dé-d'Ardin est située à 20^{km} au nord-ouest de la ville de Niort sur les premiers affleurements de Lias qui forment la bordure du Bassin d'Aquitaine.

Les trois gisements de marbre apparaissent dans des vallées qui entament la couverture jurassique. Le calcaire dévonien est visible dans le vallon de la Marbrière et dans celui de Périgny qui descendent au Sud vers Dilay; le troisième affleurement se trouve à mi-flanc de la vallée du Saumort à l'est de la Ville-Dé, au lieu dit *Le cimetière aux chiens*. Les autres affleurements primaires situés autour des marbres sont constitués par des conglomérats houillers et la série des schistes, quartzites, quartzophyllades du Briovérien. Ce gisement de calcaire paléozoïque unique dans le Massif vendéen se présente dans le prolongement exact du Bassin carbonifère de Vouvant-Saint-Laurs.

L'âge des marbres de la Ville-Dé a fait l'objet jusqu'à présent d'opinions très diffé-

(1) *Lieb. Ann.*, 270, 1892, p. 299.

rentes. A. Fournier (¹) a signalé des polypiers appartenant au genre *Cyathophyllum* et *Favosites* ainsi qu'un *Spirifer*. Il considérait ces calcaires comme d'âge dévonien, mais il admettait que les marbres noirs de la Marbrière étaient plus récents que le marbre blanc finement cristallisé du Cimetière aux chiens. G.-F. Dollfuss (²) à la suite d'une excursion de la Société géologique de France à la Ville-Dé publia une courte liste de polypiers et conclut à l'existence de *Frasnien* en Vendée. Bergeron, dans un rapport sur le Prolongement oriental du bassin houiller de Saint-Laurs, attribue les marbres d'Ardin au Carbonifère, parce qu'on peut remarquer dans la roche des sections de *Productus*. Welsch ne s'est jamais prononcé sur la question; dans ses différentes publications, il a toujours réservé l'âge exact des marbres qu'il a notés *hd* sur la feuille de Niort (³) M. Y. Milon (⁴) a signalé des *Calcisphères* dans le marbre de la Ville-Dé, mais cela ne donne aucune précision stratigraphique.

Étudiant les polypiers et les stromatopores, Mlle Le Maître a reconnu l'identité des gisements de la Marbrière, de Périgny et du Cimetière aux chiens par l'identité des organismes. Elle arrive aux déterminations suivantes, après l'examen de nombreuses plaques minces : *Pachypora cristata*, Blum; *Actinostroma clathratum*, Nich (avec tubes de *Caunopora*); *Amphipora ramosa*, Phill; *Stromatopora bucheliensis*, Bargatoky; *Stromatoporella eifeliensis*, Nich; *Thamnophyllum Murchisoni*, Pnk; *Clathrodictyon regulare*, Rosen. Cette liste de polypiers et de stromatopores permit à Mlle Le Maître de conclure que les marbres d'Ardin appartiennent au Dévonien moyen.

Les différences de couleur sont dues à la structure de la roche telle que nous le révèle le microscope. Les calcaires entièrement construits prennent une teinte jaunâtre et peuvent donner des marbres très clairs tandis que les boues calcaires avec quelques polypiers ont évolué en marbre bleu-noirâtre.

Pour fixer exactement la position stratigraphique de cette formation du Dévonien moyen, il était nécessaire de pouvoir examiner des brachiopodes. Les quelques débris réunis par Welsch ne permettent pas de faire une détermination sûre. M. Patte a bien voulu nous remettre les échantillons de la collection Sauvaget conservés à la Faculté des Sciences de Poitiers. Au milieu de nombreux polypiers on peut remarquer quelques très beaux

---

(¹) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 3e série, 16, 1887, p. 118-120.

(²) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, 3, 1903 (parue en 1905), p. 1006, fasc. 7.

(³) J. Welsch, *Carte géologique de Niort et légende*, n° 142, publiée en 1903.

(⁴) *Bull. Soc. géol. Fr., Compte rendu sommaire*, 1923, n° 15, p. 178-179 et *Thèse*, p. 65, Pl. II, fig. 1, 1928.

exemplaires de l'espèce *Stringocephalus Burtini*, Defrance; certains échantillons montrent le septum, l'aréa, le deltidium et le foramen de la valve ventrale, d'autres l'apophyse de la valve dorsale. Ces exemplaires très démonstratifs nous apportent la preuve de l'*Age Givétien* des marbres d'Ardin. Les fossiles recueillis par M. Sauvaget proviennent de la Marbrière ainsi qu'un exemplaire de *Stringocephalus Burtini* var. *dorsalis*, Goldf. (échantillon P. 192) déposé au musée de Niort.

Au cours d'une récente excursion sur le terrain nous avons pu dégager un Stringocéphale dans le bas de la carrière de la Marbrière. Dans la nouvelle carrière du Cimetière aux chiens, nous avons reconnu certains bancs qui montrent des sections typiques de cette espèce si caractéristique.

La présence de Givétien en ce point du Poitou est inattendue. On peut en donner deux explications : 1° la mer givétienne n'a pas dépassé à l'Ouest, dans la direction du Bocage vendéen, la zone d'ennoyage du Détroit poitevin; 2° ce sont des failles longitudinales, limitant le sillon houiller, de Vendée qui réduisent le Dévonien de la région aux seuls affleurements du Givétien de la Ville-Dé-d'Ardin.

GÉOPHYSIQUE. — *Mesure de la teneur en ozone des couches basses des l'atmosphère pendant l'hiver, à Abisko (Laponie suédoise).* Note de MM. **Daniel Barbier**, **Daniel Chalonge** et **Étienne Vassy**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Ces mesures ont été faites par la méthode spectroscopique : on photographiait, au moyen d'un spectrographe à prisme objectif et à optique de quartz, le spectre continu d'un tube à hydrogène placé à grande distance (1). En principe deux spectres auraient dû être pris chaque nuit à des distances notablement différentes D et *d*, afin de permettre la détermination de la densité optique de la colonne d'air de longueur D-*d*. En fait les difficultés matérielles nous ont amené à ne faire qu'une seule fois, le 10 janvier 1935, une telle détermination et à nous borner à mesurer pour chacune des autres nuits la variation subie par la densité optique relative à la plus grande distance D, entre le 10 janvier et la date considérée. Plusieurs spectres du tube à hydrogène, situé à une distance

(1) L'appareillage et la méthode ont été décrits dans le *Journal de Physique*, 7, 1934, p. 309.

$D = 1520^m$, ont été pris à cette fin, chaque nuit sans exception, depuis le 29 décembre 1934 jusqu'au 6 mars 1935. Le tableau donne l'ensemble des résultats : les teneurs en ozone sont exprimées en épaisseur équivalente ε d'ozone pur (évaluées en microns) [1], la précision étant de l'ordre du micron.

Décembre	29.	30.	31.								
ε	20	21	22								
Janvier	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11
ε	20	28	29	30	30	19	22	19,5	19	20	18
Janvier	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	
ε	17	20	16,5	16	15	20	18	19	15,5	14,5	
Janvier	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	
ε	18,5	13	22	17,5	17,5	17,5	19,5	18,5	14,5	18	
Février	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	
ε	13,5	14,5	15,5	21,5	26,5	23,5	18,5	14,5	20	17,5	
Février	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.		
ε	26,5	18	17,5	21	21	18,5	28	24	15,5		
Février	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.		
ε	24	19	18,5	16,5	7	17,5	19,5	25	20,5		
Mars	1.	2.	3.	4.	5.	6.					
ε	17	20	21,5	20	14,5	18,5					

2. Nous avons cherché à voir s'il existait une corrélation entre cette teneur en ozone des couches de l'atmosphère voisines du sol et divers facteurs météorologiques. Nous n'avons pu en découvrir clairement aucune ni avec la pression, ni avec la température, ni avec l'épaisseur totale de l'ozone atmosphérique le même jour, ni avec la nature de l'air qui recouvrait la région d'Abisko au moment des mesures [2]. Nous n'avons pu discerner, non plus, aucun effet saisonnier, alors que nous pensions constater un accroissement dans la teneur moyenne de la basse atmosphère en ozone à l'approche du printemps.

La valeur moyenne de l'épaisseur d'ozone par kilomètre s'est montrée du

---

(1) ε représente l'épaisseur d'ozone pur sous la pression 760^{mm} qui produirait la même absorption que l'ozone contenu dans 1^{km} d'air du lieu considéré ramené à la pression 760.

(2) Nous avons signalé, au contraire, qu'une corrélation assez nette semblait exister entre l'épaisseur totale d'ozone et la nature de l'air (*Comptes rendus*, 201, 1935, p. 787).

même ordre de grandeur que celle que nous avons mesurée à Lauterbrunnen en août 1933 ([1]), et inférieure à celles que nous avons trouvées au Jungfraujoch (alt. 3457^m^) en août 1933 ([1]) et en août 1934 et à Arosa (alt. 1900^m^) en avril-mai 1934 ([2]) (toujours avec le même appareillage).

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Atténuation progressive de l'accélération transmise à une radicelle par une racine traumatisée.* Note de Mlle MADELEINE FOURCROY, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

J'ai montré ([3]) comment s'opère le retour à une structure normale dans une racine reconstituée après lésion de son point végétatif. J'ai constaté par ailleurs ([4]), une transmission des phénomènes d'accélération, dus au traumatisme, de la racine mère à ses radicelles. Je me propose dans cette Note de suivre l'atténuation progressive de l'influence à distance dans une radicelle indemne de toute lésion, mais présentant une structure anormale et des ramifications multipliées par le seul fait de sa naissance à un niveau de la racine anormalement très accéléré. Le traumatisme a consisté en une piqûre d'insecte entraînant le développement d'une zoocécidie à la base de l'hypocotyle d'un Chou cultivé. Je rappelle que les phénomènes d'accélération à distance se manifestent, en ce qui concerne le xylème, de deux façons : d'une part, différenciation hâtive d'éléments qui n'apparaîtraient que plus tard dans une évolution normale; d'autre part, suppression par *non-différenciation* des éléments des phases primitives. C'est ce second processus d'accélération qui nous donne ici des résultats intéressants.

Au lieu de s'insérer par une bande diamétrale de vaisseaux alternes, typiquement réalisée dans toute insertion normale, la radicelle de premier ordre présente un cône vasculaire à base très élargie d'éléments superposés et secondaires dont le centre est occupé par du parenchyme médullaire anormal. La convergence accentuée au début, puis plus lente, des files longitudinales de vaisseaux nous prouve que les éléments de xylème tendent à se différencier de plus en plus vers l'axe de la radicelle, entraînant rapidement d'abord, puis beaucoup plus lentement, une réduction du

---

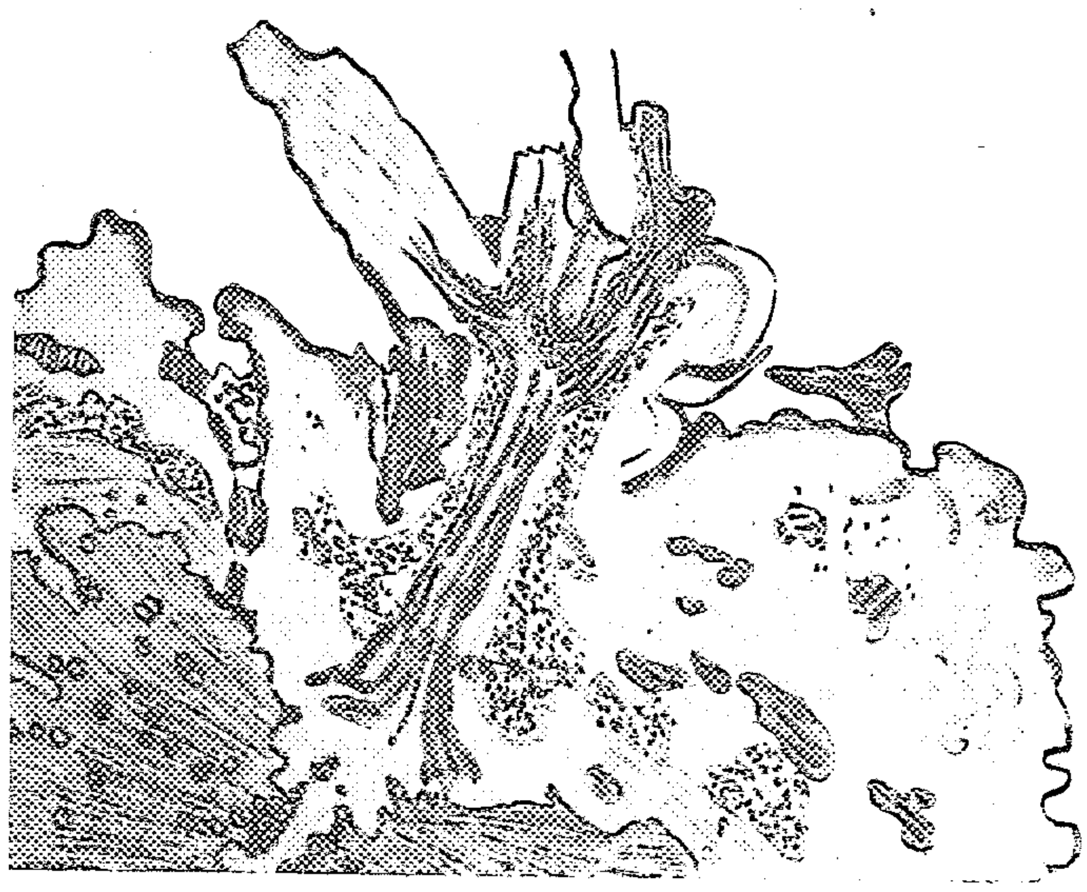
([1]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1442, et *Journal de Physique* (*loc. cit.*).

([2]) *Les propriétés optiques de l'ozone et leur emploi dans l'étude de l'atmosphère*, Paris, 1934.

([3]) M. FOURCROY, *Rev. gén. de Bot.*, 45, 1933, p. 159-170.

([4]) M. FOURCROY, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2213; 202, 1936, p. 1081.

parenchyme médullaire anormal; ceci, en allant de l'insertion vers la pointe. Nous retournons donc progressivement vers une structure vasculaire plus normale de la radicelle. Les éléments alternes, qui traduisent ce retour, sont différenciés au niveau où l'on ne trouve plus de parenchyme médullaire : alors nous pouvons affirmer que l'influence accélératrice s'est considérablement atténuée, ne se manifestant plus que d'une seule façon : apparition hâtive des éléments de la troisième phase. Le parenchyme



Coupe faite à $0^{mm},5$ au-dessous de l'expansion gallaire, 4^{mm} au-dessous de la piqûre de l'insecte.

médullaire anormal persiste d'autant plus loin de l'insertion que celle-ci se fait par des éléments plus tardifs dans l'évolution normale.

La radicelle de premier ordre est déviée sur la gauche au point où elle donne naissance à une radicelle de deuxième ordre dont le raccord est nettement anormal; plus bas, sur sa droite, elle émet une radicelle seconde, plus jeune que la précédente, dont l'insertion est presque normale : la coupe y montre fort peu de parenchyme médullaire et très près de l'insertion les éléments alternes profonds sont différenciés. Quant à la radicelle de second ordre à raccord anormal, elle donne très vite sur sa droite une radicelle de troisième ordre, à peine naissante, dont la vascularisation est assurée par trois éléments spiralés, courts et médians, donc appartenant à la phase alterne : le raccord est normal.

Alors que sur 3^{cm} de longueur la racine émet de nombreuses radicelles à insertion anormale, une de ces radicelles, née dans la région la plus accé-

lérée, ne transmet l'accélération de développement qu'à une, deux au plus, de ses radicelles secondes, qui, elles, se ramifient encore avec précocité mais normalement. D'autre part, la suppression par *non-différenciation* des éléments alternes du xylème porte sur plusieurs centimètres dans la racine, sur 3^{mm} dans la radicelle du premier ordre, 0^{mm},5 dans une radicelle du deuxième ordre et sur une longueur inappréciable dans l'autre. Il semble que la plante tende à retrouver les vaisseaux des phases primitives plus rapidement dans la radicelle que dans la racine. Or on sait que les éléments alternes les plus profonds sont susceptibles de non-différenciation dans la racine, par le jeu normal de l'accélération basifuge. Au contraire, quelle que soit l'espèce accélérée ou non à laquelle elles appartiennent, toutes les radicelles présentent normalement à leur insertion tous les vaisseaux de la phase alterne. Il semble donc que l'accélération provoquée s'atténue d'autant plus vite que les éléments sur lesquels elle porte échappent normalement à l'accélération basifuge.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Compléments à l'étude des propriétés humorales du Champignon de couche envers la Môle.* Note de M. **Jean Chaze**, présentée par M. Julien Costantin.

Nos travaux [1] ont montré que les filaments végétatifs du Champignon de couche développés en culture pure élaboraient des substances toxiques diffusibles dans le substratum, et que ces produits étaient susceptibles d'arrêter la germination ou la croissance du *Mycogone*, cause principale de la Môle. Nous avions donné à ces substances le nom d'anticorps, par analogie à celles que Noël Bernard avait mises en évidence chez les Orchidées; mais il nous apparaît qu'il serait préférable de dénommer ces humeurs : substances inhibitrices ou empêchantes, pour bien marquer la différence de leur origine avec les anticorps élaborés par les organismes animaux, et qui ne prennent naissance que sous l'influence d'un antigène. Chez les Végétaux soumis à notre étude, les produits toxiques, pour le parasite, se forment sans qu'aucun antigène soit présent. C'est ce que nous avons établi pour le *blanc* et que nous allons démontrer, dans ce travail, pour l'appareil sporifère.

---

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 781, 855; *Ann. Sc. nat. Bot.*, 18, 1936, p. 1 à 85.

D'autre part nos essais d'infection des Psalliotes à l'intérieur des carrières de la région parisienne ont montré que la contamination par le carpophore n'était possible que dans des conditions exceptionnelles. On peut donc supposer que les cellules du plectenchyme sont susceptibles, comme celles du « blanc », d'élaborer des substances inhibitrices envers la Môle, c'est ce que vont établir les expériences suivantes :

1° Sur des appareils sporifères très sains et désinfectés on prélève, à l'aide d'instruments flambés, dans les régions profondes du chapeau, des fragments de 2 à 3^{cm^3} de faux tissu, lesquels sont introduits aseptiquement dans les tubes stérilisés contenant un bouillon de carottes solidifié. Au bout de 48 heures environ, le milieu qui au début était translucide devient noirâtre tout autour du fragment de Psalliote qui prend lui-même la même teinte. Cette coloration est dûe à une diffusion des oxydases mises en évidence par G. Bertrand et E. Bourquelot. Au bout du sixième jour, on enlève les fragments du Champignon et l'on ensemence à leur place des spores de *Mycogone*, lesquelles germent en partie, mais avec un retard très marqué (2 à 3 jours) par rapport au témoin, et la croissance de leurs hyphes est toujours très réduite. D'autres tubes de culture où ont séjourné les fragments de Psalliote sont mis à l'étuve à 60° pendant 4 jours et ensemencés comme précédemment. La germination a lieu plus rapidement que dans la série précédente, mais la croissance y est moindre que dans les conditions normales.

2° Les fragments de Champignon sont introduits dans de l'eau stérilisée qui ne tarde pas à prendre une coloration plus ou moins noirâtre (action des oxydases). Au sixième jour les spores de *Mycogone* remplacent les morceaux de Psalliote. La diffusion des produits toxiques est dans ce cas plus intense, puisque les spores ne se développent pas ou avec la plus grande difficulté. Le même liquide porté à l'ébullition permet alors la germination; sur de telles cultures, on peut effectuer l'expérience suivante très suggestive. Lorsqu'apparaissent les premières hyphes, on introduit dans le tube de l'eau ayant séjourné au contact des Psalliotes et non traitée par la chaleur. Le développement est alors nettement entravé et s'il reprend par la suite, c'est avec une intensité très atténuée.

Il y a lieu de remarquer que la réussite de ces expériences n'a lieu que dans des cultures dépourvues de Bactéries et que la quantité de spores ensemencées joue un rôle capital, car le pouvoir inhibiteur des produits diffusés qui, vraisemblablement, sont fixés par adsorption sur les parasites n'est pas indéfini; et c'est en introduisant seulement quelques spores que l'on parvient aux résultats signalés ci-dessus.

Les oxydases ne paraissent jouer aucun rôle dans cet arrêt du développement des parasites, puisque le même phénomène a lieu avec le *blanc* qui ne laisse diffuser aucune oxydase dans le substratum.

Nos expériences démontrent donc que les cellules du carpophore comme celles de l'appareil végétatif du Psalliote élaborent, hors du parasite, des substances inhibitrices de nature inconnue, mais dont l'action diminue si elles sont soumises à une température de 60° ou à l'ébullition. Si cette propriété inhibitrice est beaucoup plus faible dans les cellules de l'appareil sporifère que dans le *blanc*, cette différence est due à ce que les essais sur le *blanc* portent sur des cellules en pleine activité, au métabolisme intense, alors qu'expérimentalement, les cellules du carpophore se trouvent placées dans les conditions anormales et que par suite de leur mort tout pouvoir sécrétoire est arrêté. Il n'en est évidemment pas de même pour les Champignons en plein développement.

ZOOLOGIE. — *Description d'un Lumbricidé nouveau de la faune française* (Eisenia metallorum *n. sp.*). Note de Mlle **Andrée Tétry**, transmise par M. Lucien Cuénot.

Au cours de recherches sur la faune de Lorraine, j'ai exploré les galeries abandonnées des mines de fer des environs de Nancy; les boisages pourris et humides, recouverts de fin terreau, hébergent de nombreux Oligochètes. Dans la concession de Boudonville (commune de Maxéville, près Nancy) j'ai trouvé : *Eisenia rosea* Savigny f. *typica* (très abondant), *Eisenia fœtida* Savigny, *Allolobophora caliginosa* Savigny f. *typica*, *Dendrobæna subrubicunda* Eisen, *Bimastus tenuis* Eisen et *Bimastus Eiseni* Levinsen (les *Bimastus* rares), des Enchytréidés en abondance, plus deux espèces de Lumbricidés qui me paraissent nouvelles; l'une d'elles est décrite dans cette Note. Au cours d'une visite, j'ai récolté neuf individus de cette nouvelle forme, dont sept adultes à clitellum.

Voici la description technique de l'espèce :

Longueur des individus fixés : 30 à 36^{mm}, un seul individu mesurant 52^{mm}; diamètre du corps au niveau de la région précédant immédiatement le clitellum : $2^{mm},5$ à 3^{mm}; diamètre de la partie postérieure : 1^{mm} à $1^{mm}5$; nombre de segments : 83 à 103. Forme cylindrique dans les parties antérieure et postérieure, surface ventrale légèrement aplatie dans la zone moyenne, surtout au niveau du clitellum. Face dorsale uniformément colorée en violet rosé, clitellum blanc jaunâtre très apparent; surface ventrale à peu près incolore sauf au niveau des quatorze premiers segments faiblement nuancés de gris. Les segments 1 à 5 n'ont pas de sillon transversal, presque tous les

autres sont triannelés. Le prostomium entame le segment buccal d'environ 1/2 à 2/3 (tête épilobe); il n'est pas limité à l'arrière par un sillon transversal. Soies sigmoïdes sans ornement avec un nodule très peu apparent; elles ne sont pas étroitement géminées; suivant la convention établie, j'appellerai les soies d'un même côté en commençant par les plus ventrales, *a*, *b*, *c*, *d*; les dispositions respectives des soies dans la région antérieure adjacente au clitellum sont données par les relations suivantes : $ab > cd$, $ab =$ env. $1\ ^1/_2\ cd$; $aa > bc$, $aa = 1\ ^2/_3\ bc$; $aa < dd$, $dd = 2\ aa$; $aa > ab$, $aa = 3\ ^1/_3\ ab$; dd légèrement $< 1/3$ de la circonférence du corps;

$$aa : ab : bc : cd : dd = 5 : 1,5 : 3 : 1 : 10.$$

Les deux paires de soies *cd* du 11ᵉ ou quelquefois du 10ᵉ segment, ou les soies *ab* pour un côté et les soies *cd* pour l'autre, ou seulement une paire de soies *cd* sont transformées en soies génitales, plus grandes que les soies normales et présentant une cannelure longitudinale; à leur niveau, l'anneau porte une surface papillaire blanche très caractéristique. Pores dorsaux en général bien visibles, sauf sur le clitellum; premier pore dorsal dans l'intersegment 5/6.

Le premier dissépiment bien développé est le 5/6; les dissépiments 6/7, 7/8, 8/9 sont un peu épaissis; les autres sont très minces. Glandes chromophiles bien développées dans les segments 3, 4 et 5. Tube digestif avec gésier occupant plus de deux segments. Le liquide cœlomique renferme des amibocytes et de nombreux éléocytes.

Pore ♂ situé sur le 15ᵉ segment entre les soies *b* et *c*, beaucoup plus proche de *b*. Il est entouré de petits champs glandulaires blancs assez saillants qui en général s'étendent très peu sur les deux anneaux adjacents. Le clitellum occupe les segments 28 — 33 (=6); il a une forme de selle; dorsalement la segmentation n'est pas visible, latéralement et ventralement elle est très nette. *Tubercula pubertatis* allant du 30ᵉ segment à la moitié du 32ᵉ (= $2\ ^1/_2$); ils ont une forme ovalaire régulière. Deux paires de testicules à la face inférieure des cloisons 9/10 et 10/11, faisant saillie dans les segments 10 et 11. Deux paires d'entonnoirs séminaux dans les anneaux 10 et 11. Trois paires de vésicules séminales dans les segments 10, 11 et 12; les deux premières paires s'ouvrent sur le dissépiment 10/11, la première à la face supérieure et la deuxième à la face inférieure du même dissépiment; la troisième paire débouche à la face inférieure du dissépiment 11/12. Elles ont à peu près les mêmes dimensions, celle du 12ᵉ est légèrement plus grande; la première est lisse, les deux autres paires sont lobées et ont un sillon transversal médian très prononcé qui semble les partager en deux parties. Les organes ♀ sont normaux. Deux paires de spermathèques piriformes avec un court pédoncule dans les segments 9 et 10, débouchant dans les intersegments 9/10 et 10/11 très près de la ligne médio-dorsale.

Cette espèce doit être rangée dans le genre *Eisenia* pour deux raisons : situation des spermathèques très proches de la ligne médio-dorsale et celle du gésier occupant plus de deux segments. Les positions numériques des vésicules séminales étant différentes de celles que l'on connaît chez *tous* les Oligochètes, cette forme doit être considérée comme nouvelle. Je l'appelle *Eisenia metallorum* (de metalla, mines). Exception faite de la situa-

tion particulière des vésicules séminales, elle se rapproche de l'*Eisenia veneta* Rosa, espèce très polymorphe renfermant de nombreuses variétés; la nouvelle forme est assez proche de *E. veneta* var. *Cognetti* Černosvitov de Tchécoslovaquie. Il est intéressant de noter que *E. veneta* possède ces globules sanguins si spéciaux (éléocytes) qui existent aussi dans d'autres genres (¹) (*Allolobophora*, *Eophila*).

Il semble que chez les Oligochètes, la différenciation des espèces s'est opérée par des changements numériques portant sur l'appareil sexuel, variations qui ne peuvent évidemment être que des sauts brusques. Chez *E. veneta* par exemple, il y a trois paires de vésicules séminales dans les segments 9, 11, 12; chez l'espèce que je viens de décrire il y en a encore trois paires mais dans les anneaux 10, 11, 12; une paire de plus située dans le 9ᵉ et le type des *E. fœtida, rosea*,... sera réalisé; il est impossible de dire quelle est la forme primitive.

Il est curieux de mentionner que L. Černosvitov a décrit un Oligochète nouveau *Eophila obscuricola* (²) provenant de la même mine. Je n'ai pas retrouvé cette espèce qui ne peut pas être confondue avec mon *Eisenia*. Ces deux Lumbricidés n'ont jamais été recueillis en dehors de cette station unique; ils ont dû pénétrer dans la mine soit par les fissures du sol, soit avec les boisages.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de la pilocarpine sur le métabolisme glandulaire et musculaire lisse.* Note de MM. **Radu Vladesco** et **Georges Nichita**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Pour élucider l'origine de l'acide lactique de la salive (³), nous l'avons dosé dans la salive obtenue par fistule du canal de la glande sous-maxillaire et secrétée comparativement sous l'influence de l'excitation de la corde du tympan et sous l'influence de la pilocarpine en injection intraveineuse.

Le dosage de l'acide lactique a été fait d'après la méthode de Friedmann, Cotonio et Shaffer (après défécation préalable de la salive à l'aide du réactif cupro-ferrocyanique) (⁴).

(¹) L. Cuénot, *Arch. de Biologie*, 15, 1897, p. 79.

(²) *Arch. Zool. Exp.*, 78, Notes et Revue, 1936, p. 1.

(³) R. Vladesco, *C. R. de la Soc. de Biol.*, 121, 1936, p. 275.

(⁴) R. Vladesco, *C. R. de la Soc. de Biol.*, 119, 1935, p. 768.

On a constaté que la teneur en acide lactique de la salive secrétée sous l'influence de la pilocarpine est toujours beaucoup plus grande que celle de la salive recueillie pendant l'excitation de la corde du tympan.

Voici les résultats obtenus dans trois expériences faites sur des chiens anesthésiés au chloralose :

Salive.	Chien n° 1 (mg °/₀).	Chien n° 2 (mg °/₀).	Chien n° 3 (mg °/₀).
Sous-maxillaire tympanique..............	4,39	4,04	1,47
Sous-maxillaire pilocarpine...............	20,90	12,00	6,30
Sous-maxillaire pilocarpine (injections répétées)...................	–	–	7,79
Mixte (s'écoulant de la bouche)...........	–	–	11,67

Afin d'éliminer l'objection de l'intervention possible de l'anesthésique dans ce phénomène, nous avons fait une deuxième série de trois expériences dont l'une sur un chien non anesthésié et deux sur des chiens anesthésiés au chloralose. Nous avons suivi, en même temps, les variations de la teneur en acide lactique du sang de ces chiens.

Nous avons obtenu les résultats suivants qui montrent que l'anesthésie n'a eu aucune influence sur le phénomène :

	Chien n° 4 (non anesthésié). mg °/₀	Chien n° 5 (anesthésié). mg °/₀	Chien n° 6 (anesthésié). mg °/₀
Salive tympanique.........................	12,62	1,189	2,127
Salive pilocarpinique......................	28,60	11,22	8,01
Sang, avant l'expérience.....................	8,7	5,46	3,491
Sang, après l'excitation de la corde du tympan...	16,17	9,29	–
Sang, après l'action de la pilocarpine.........	31,52	14,71	9,85

Il existe donc un parallélisme net entre les variations de la teneur en acide lactique de la salive et du sang, aussi bien sous l'influence de l'excitation de la corde du tympan que sous l'influence de la pilocarpine.

On peut pourtant se demander si l'augmentation de la quantité d'acide lactique contenue dans le sang et dans la salive, à la suite des injections de pilocarpine, est due seulement au travail glandulaire exagéré par cette substance parasympathicomimétique type ou bien si elle doit être attribuée à l'augmentation de l'activité des muscles lisses qui se manifeste surtout par un péristaltisme gastro-intestinal et vésico-urinaire exagéré ?

Les observations faites sur le muscle lisse montrent la formation d'acide

lactique aux dépens du glycogène pendant la contraction, au moins dans des conditions d'anaérobiose partielle, et aussi que le muscle lisse peut se contracter pendant un temps prolongé en l'absence d'oxygène. C'est pour cette raison qu'on admet que le mécanisme de contraction du muscle lisse est très voisin de celui du muscle strié.

Nous avons fait une dernière expérience dans laquelle nous avons fait intervenir l'activité de la musculature striée à côté de l'excitation de la corde du tympan ou de l'injection de pilocarpine; cette expérience montre encore l'action lactacidogène prédominante de la pilocarpine.

Chien n° 7.

	mg
Salive, par excitation de la corde du tympan	11,89 ‰
Salive, après le tétanos électrique du muscle strié et excitation de la corde du tympan	4,75
Salive, après tétanos électrique du muscle strié et injection de pilocarpine.	23,95
Sang, avant l'expérience	7,91
Sang, après tétanos électrique du muscle strié et excitation de la corde du tympan	14,9
Sang, après tétanos électrique du muscle strié et injection de pilocarpine.	25,12

Conclusions. — Il est donc certain que l'acide lactique du sang passe aussi dans la salive. Quant au surplus d'acide lactique salivaire à la suite de l'injection de pilocarpine, nous inclinons à croire qu'il provient en partie du métabolisme intermédiaire de la glande et, en partie, du métabolisme intermédiaire du muscle lisse, les deux étant augmentés par l'action parasympathicotonique exagérée de la pilocarpine.

PHYSICOCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence exercée par la vitamine* D, *et par certains carbures cancérigènes, sur les valeurs prises par le coefficient d'hydrophilie des lipides.* Note de MM. **André Kling** et **Guy Lecordier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'idée du présent travail nous a été inspirée par les résultats obtenus par l'un de nous, à la suite d'une étude qu'il a poursuivie relativement au mécanisme suivant lequel les gaz de guerre, dits suffocants, agissaient sur les cellules pulmonaires (¹). Nous avons pensé que, dans bien d'autres cas que

(¹) André Kling, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1782.

celui ayant fait l'objet de cette étude, les modifications que pouvait subir l'hydrophilie des lipides normalement contenus dans les organismes vivants devaient provoquer des viciations plus ou moins profondes du fonctionnement de ces organismes [1] et, qu'en conséquence, ces modifications devaient être intéressantes à rechercher et à étudier. C'est à cette fin que, tout d'abord, nous avons imaginé une méthode de mesure de l'hydrophilie des lipides. Nous en publierons ultérieurement la description et la justification, nous nous contenterons de noter ici :

1° qu'appliquée à un même lipide, elle fournit des résultats successifs constants, à 2 ou 3 pour 100 près;

2° qu'en première approximation, et sous certaines conditions, on peut, ainsi que nous l'avons reconnu, substituer à la détermination directe de l'hydrophilie celle de la tension interfaciale statique existant entre le lipide et la solution aqueuse vis-à-vis de laquelle s'exerce son action hydrophile [2].

Afin de ramener le problème à sa forme la plus simple, nous avons fait porter notre étude préliminaire sur des mélanges lipoïdiques obtenus en dissolvant, dans une huile de vaseline parfaitement raffinée, des proportions variables de stérols, de l'ordre de celles que l'on rencontre dans les matières grasses naturelles, de provenance physiologique ou pathologique.

On sait en effet que l'huile de vaseline pure est à peu près dépourvue d'hydrophilie mais que celle-ci apparaît et croît progressivement lorsqu'on y dissout des agents capables de faire naître, dans sa masse, des centres actifs exerçant sur l'eau, ou les solutions aqueuses, une attraction se traduisant par une diminution plus ou moins importante de la tension interfaciale, au contact des deux phases liquides.

Ayant opéré sur ces mélanges lipoïdiques, nous avons généralisé notre étude en comparant les résultats obtenus à ceux que nous ont fournis diverses substances grasses naturelles. De cette étude, qui a comporté un très grand nombre de déterminations dont nous donnerons le détail et l'extension dans un autre Recueil, se dégagent les faits suivants :

---

(1) Par modification des vitesses des réactions intercellulaires et de celles de leurs échanges avec le milieu ambiant; ces modications étant provoquées par des variations de l'hydrophilie spécifique des liquides imprégnant des éléments cellulaires.

(2) Les mesures portant sur des lipides concrets sont naturellement effectuées dans des conditions spéciales.

1° Les additions de stérols libres à une huile de vaseline accroissent progressivement les valeurs de son hydrophilie jusqu'à une valeur limite maxima et, toutes choses égales d'ailleurs, les hydrophilies d'un lipide déterminé sont, pour une bonne part, fonction de sa teneur en stérols libres;

2° A concentrations correspondantes, l'ergostérol manifeste une activité hydrophile notablement plus élevée que ne le fait le cholestérol, vis-à-vis des divers lipides et lipoïdes. L'irradiation accentue considérablement cette activité; le produit brut d'irradiation de l'ergostérol est plus actif que la vitamine D, isolée à l'état pur.

Hydrophilie de l'huile de vaseline
vis-à-vis du sérum physiologique à 7,5 *pour* 1000 *de* NaCl.

Huile de vaseline pure	19,86
Huile de vaseline à 0,05 pour 100 de cholestérol	30,0
Huile de vaseline à 0,05 pour 100 d'ergostérol	96,20
Huile de vaseline à 0,05 pour 100 d'ergostérol irradié	210,90

3° L'activité hydrophile de l'ergostérol, et surtout celle de l'ergostérol irradié, en solution dans l'huile de vaseline, subit une modification plus ou moins importante lorsque, dans ces solutions, on introduit des traces d'hydrocarbures polycycliques cancérigènes (benzopyrène, méthylcholanthène, etc.) alors que, dans les mêmes conditions, des carbures analogues à ceux-ci, ou leurs dérivés, dépourvus d'action cancérigène (anthracène, phénanthrène, méthylantraquinone, etc.) sont sans action. Ces hydrocarbures cancérigènes, inactifs vis-à-vis de l'huile de vaseline pure, agissent au contraire pour réduire l'hydrophilie de cette huile tenant en dissolution de l'ergostérol, de l'ergostérol irradié, ou de la vitamine D; leur action paraît donc être antagoniste de celle provoquée par ce stérol ou par les vitamines qui en dérivent.

C'est ainsi, par exemple, qu'une huile de vaseline contenant environ 0,05 pour 100 d'ergostérol irradié voit s'élever légèrement, ou tout au plus demeurer constante, la valeur de son hydrophilie lorsqu'on y dissout : phénanthrène, anthracène, diméthylanthracène, etc., à des taux de 0,05 pour 100, tandis que l'addition, à cette même huile, à un même taux, de méthylcholanthrène, de benzopyrène, etc., réduit cette hydrophilie; par exemple elle l'abaisse de 12 pour 100 dans le cas d'addition de benzopyrène.

Comme nous l'avons également constaté, d'autres vitamines, ou diverses hormones, agissent à la façon de la vitamine D et la modification exercée par ces divers produits sur les lipides semble conditionnée par la nature de chacun de ceux-ci.

CHIMIE MICROBIOLOGIQUE. — *Ubiquité et plasticité de* Plectridium cellulolyticum. Note de M. **Jacques Pochon**, présentée par M. Félix Mesnil.

Les souches de *Plectridium cellulolyticum* que nous avons jusqu'ici étudiées ([1]) avaient été isolées du contenu de la panse des Ruminants domestiques (bœuf et mouton). Nous avons, dans ce travail, cherché à mettre en évidence l'existence du même germe dans la panse d'un Ruminant dont les conditions de vie et l'alimentation diffèrent notablement de celles des animaux précédemment étudiés. De fait, alors que le contenu de la panse de bœuf a une réaction alcaline (pH = 7,5 ou 8), celle de la panse de chevreuil est plutôt acide (pH = 6,5); ce contenu présente en outre une odeur aromatique très accentuée. Cette acidité pourrait d'ailleurs expliquer la pauvreté de la panse de chevreuil en *Ophryoscolecidæ*, qui, on le sait, réclament un milieu neutre ou légèrement alcalin, comme les *Cycloposthium* (leurs homologues biologiques) dans le cæcum de cheval.

La technique d'isolement a été la même que celle précédemment utilisée. Cependant les premiers ensemencements ont été faits dans deux milieux différents : du milieu *panse-cellulose* préparé, l'un avec du contenu de panse de bœuf, l'autre avec du contenu de panse de chevreuil (dilué à 1/5e avec de l'eau de conduite). Lors du premier ensemencement, seul le milieu préparé avec la panse de chevreuil a permis la cellulolyse (cinq tubes de chaque milieu avaient été ensemencés). Lors du deuxième repiquage, la cellulolyse s'est produite dans les deux milieux, mais avec un délai plus bref dans celui à la panse de chevreuil.

L'enrichissement en bactéries cellulolytiques a été obtenu par repiquage en série continue et chauffage pendant cinq minutes à 75° lors de chaque repiquage. Au douzième repiquage, l'examen sur lame des cultures en cellulolyse offrait un aspect de pureté et les ensemencements en gélose profonde ne donnaient qu'un seul type de colonies (c'est parfois le seul

---

([1]) *Ann. Institut Pasteur*, 55, 1935, p. 676.

moyen d'affirmer la pureté d'une culture lorsque le milieu utilisé, stérilisé par la chaleur, mais non filtré, contient des germes morts, mais encore plus ou moins colorables). Nous avons plusieurs fois essayé, sans succès, d'obtenir une culture cellulolytique à partir d'une colonie unique (perte vraisemblable du pouvoir cellulolytique par passage sur un milieu riche et inadéquat).

Une autre série d'ensemencements a été réalisée à partir du contenu de la caillette de chevreuil : les résultats ont été les mêmes. Cependant, lors du premier ensemencement, le délai de cellulolyse a été beaucoup plus long. Ainsi que pouvait le faire prévoir la résistance *in vitro* des spores à l'acidité (résistance observée au cours d'expériences antérieures), celles-ci résistent également à l'acidité et aux ferments de la caillette. Le délai plus long de cellulolyse traduit la moindre richesse de l'ensemencement en germes, puisque seules les spores entrent en ligne de compte.

Dans les deux cas, le germe isolé présente, lorsque la culture pure a pu être obtenue (c'est-à-dire après douze repiquages), le même aspect morphologique que *Pl. cellulolyticum* du bœuf ou du mouton. Les caractères biochimiques, sommairement étudiés, sont également les mêmes : fermentation de la cellulose avec formation d'acides gras et de petites quantités de gaz, absence de pigment; le pouvoir fermentaire, vis-à-vis d'autres glucides, est identique; cependant l'inuline et l'amidon sont très lentement fermentés, si l'on opère en eau peptonée à 1 pour 100; le même résultat peut d'ailleurs être obtenu avec certaines souches isolées de la panse de bœuf.

D'un point de vue général, ces faits mettent en évidence l'adaptation très précise des souches cellulolytiques anaérobies à leur milieu naturel. Lors des premiers ensemencements, les souches isolées chez le bœuf et le chevreuil diffèrent par l'impossibilité pour ces dernières de proliférer dans le milieu à la panse de bœuf (corrélativement il a été vérifié que les premières ne prolifèrent qu'avec retard dans les milieux à la panse de chevreuil). Lors des repiquages ultérieurs *in vitro*, la spécificité des besoins des germes diminue progressivement (il s'agissait de modifications adaptatives réversibles) et il ne persiste plus aucune différence entre les deux types de souches isolées. Ces faits, rapprochés de ceux observés par Meyer [1], par nous-même [2], par Y. Khouvine et Soeters [3] (existence

---

(1) *Arch. f. Mikrobiol.*, 5, 1934, p. 185.
(2) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1808.
(3) *C. R. Soc. Biol.*, 119, 1935, p. 1036.

de souches plus ou moins thermo-résistantes et thermophiles de *B. cellulosæ dissolvens*), montrent la variabilité, plus ou moins accentuée suivant les espèces et portant sur des caractères plus ou moins importants, des bactéries cellulolytiques à spore terminale. Les caractères au moment de l'isolement diffèrent de ceux réalisés après un certain nombre de repiquages (le stade de *virus fixe* est difficile à préciser), et ceux de la souche obtenue à l'état de pureté ne sont déjà plus ceux des germes agissant chez l'animal-hôte. C'est cependant sur ces caractères initiaux qu'il faudrait se baser pour définir les espèces et, en particulier, l'espèce *Pl. cellulolyticum*, chez laquelle ils paraissent particulièrement instables. Les modifications adaptatives de ces germes sont, en tout cas, précises et accentuées, ainsi que le montre l'étude de leur extension chez les Ruminants.

La séance est levée à 15^h50^m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 MAI 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Auguste Piccard**, professeur de l'Université de Bruxelles, qui assiste à la séance.

THÉORIE MATHÉMATIQUE DE L'ÉLASTICITÉ. — *Sur les coefficients d'élasticité d'un solide anisotrope*. Note de M. **Léon Lecornu**.

Soient a_1, a_2, a_3 les dilatations linéaires et $2b_1$, $2b_2$, $2b_3$ les dilatations angulaires en un point d'un solide anisotrope. Admettons que les forces élastiques s'annulent en l'absence de forces extérieures. On compte alors 21 coefficients, qui sont ceux de la forme $2W$ homogène en a_i^2, b_j^2, a_ib_j,

$$i=\begin{cases}1\\2\\3\end{cases}\qquad j=\begin{cases}1\\2;\\3\end{cases}$$

W est le potentiel rapporté à l'unité de masse. Les tensions ont pour valeurs

$$n_i=\frac{\partial W}{\partial a_i},\qquad t_j=\frac{1}{2}\frac{\partial W}{\partial b_j}.$$

Ceci rappelé, je me propose de préciser la nature des coefficients en question.

Soient, par rapport à un système arbitraire d'axes orthogonaux,

$$(1)\qquad a_1x^2+a_2y^2+a_3z^2+2b_1yz+2b_2zx+2b_3xy=1,$$

$$(2)\qquad n_1x^2+n_2y^2+n_3z^2+2t_1yz+2t_2zx+2t_3nz=1,$$

les équations des deux indicatrices (dilatations et tensions).

Pour un état donné d'équilibre ces deux quadriques forment un ensemble déterminé : leur orientation relative et leurs dimensions sont indépendantes du choix des axes. Cette condition est évidemment remplie en ce qui concerne l'orientation : car l'expression de l'angle de deux directions quelconque est invariable. Mais, à l'égard des dimensions, comme les tensions sont fonctions des dilatations, il faut y regarder de plus près.

Les inverses des carrés des axes principaux de chaque indicatrice sont les racines de l'équation dite en s, dont les coefficients constituent par conséquent des invariants. Écrivons

$$s^3 - \theta_1 s^2 + \theta_2 s - \theta_3 = 0 \quad \text{pour la quadrique (1),} \tag{3}$$

$$s^3 - \varphi_1 s^2 + \varphi_2 s - \varphi_3 = 0 \quad \text{pour la quadrique (2).} \tag{4}$$

Les θ, φ sont des polynomes homogènes en a_i, b_i. Leurs indices marquent leurs degrés.

Notons que θ_1 est la dilatation cubique $a_1 + a_2 + a_3$ indépendante des b_j.

Quand on fait coincider les axes de coordonnées avec les directions principales de la quadratique (1) on a simplement

$$\theta_1 = a_1 + a_2 + a_3, \qquad \theta_2 = a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_3 a_1, \qquad \theta_3 = a_1 a_2 a_3.$$

Soit ω un quatrième invariant, fonction des a_i. Par élimination des a_i, on exprime ω en fonction de θ_1, θ_2, θ_3. Il n'existe donc que trois invariants indépendants, et ceci subsiste, en vertu de l'invariance, quel que soit le choix des axes.

Les φ, de même que les θ, ne pouvant changer que si l'état d'équilibre se trouve modifié par des forces extérieures, sont fonctions des θ.

Pour des raisons d'homogénéité, on doit avoir

$$\begin{cases} \varphi_1 = L\theta_1, \\ \varphi_2 = M\theta_1^2 + N\theta_2, \\ \varphi_3 = P\theta_1^3 + Q\theta_1^2\theta_2 + R\theta_3, \end{cases} \tag{5}$$

L, M, N, P, Q, R désignant six facteurs indépendants des a, b et que nous appellerons pour abréger les facteurs L.

Dans le cas particulier de l'isotropie, pour lequel

$$n_i = \lambda\theta_1 + 2\mu a_i, \qquad t_j = 2\mu b_j,$$

on trouve aisément

$$L = 3\lambda + 2\mu, \qquad M = \lambda(3\lambda + 2\mu), \qquad N = 4\mu^2,$$
$$P = \lambda^2(\lambda + 2\mu), \qquad Q = 4\lambda\mu^2, \qquad R = 8\omega^3.$$

Pour un solide anisotrope, les tensions sont :

$$\begin{aligned}
n_1 &= A_1 a_1 + C_3 a_2 + C_2 a_3 + E_1 b_1 + F_3 b_2 + G_2 b_3,\\
n_2 &= C_3 a_1 + A_2 a_2 + C_1 a_3 + G_3 b_1 + E_2 b_2 + F_1 b_3,\\
n_3 &= C_2 a_1 + C_1 a_2 + A_3 a_3 + F_2 b_1 + G_1 b_2 + E_3 b_3,\\
2t_1 &= B_1 b_1 + D_3 b_2 + D_2 b_3 + E_1 a_1 + G_3 a_2 + F_2 a_3,\\
2t_2 &= D_3 b_1 + B_2 b_2 + D_1 b_3 + F_3 a_1 + E_2 a_2 + G_1 a_3,\\
2t_3 &= D_2 b_1 + D_1 b_2 + B_3 b_3 + G_2 a_1 + F_1 a_2 + E_3 a_3
\end{aligned}$$

avec

$$21 \text{ coefficients} = A_i B_i C_i D_i E_i F_i G_i \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Vu l'invariance des $\varphi_1 \theta$, il suffit que les équations (5) soient vérifiées lorsqu'on fait coïncider les axes de coordonnées avec les directions principales de la quadrique (1), de façon à annuler b_1, b_2, b_3. On fait ainsi disparaître les B et les D et il n'y a plus que 15 coefficients. Les équations (5) imposent $3 + 6 + 10 = 19$ conditions à ces 15 coefficients et aux 6 facteurs L. On peut commencer par éliminer ces derniers. Il reste alors 13 conditions devant être remplies par 15 coefficients, dont 2 demeurent arbitraires et dont sont fonctions les facteurs L.

Si maintenant on se sert d'axes quelconques, on voit reparaître les 6 coefficients B et D, en sorte que le nombre total des coefficients arbitraires s'élève à 8.

Sans pousser jusqu'au bout les calculs, signalons que la relation $\varphi_1 = L\theta_1$ entraîne les égalités

$$A_1 + C_3 + C_2 = C_3 + A_2 + C_1 = C_2 + C_1 + A_3,$$

d'où

$$A_1 - C_1 = A_2 - C_2 = A_3 - C_3.$$

Il reste à examiner une question importante. En faisant intervenir la quadrique (1), j'ai obtenu des coefficients d'élasticité susceptibles de varier avec l'orientation de cette surface par rapport au solide.

On peut changer cette orientation en modifiant, au moyen des forces extérieures, les six quantités a, b. En s'arrangeant pour conserver, dans cette opération, les valeurs de θ_1, θ_2, θ_3, les dimensions de la quadrique (1) ne sont pas altérées. Si les coefficients restaient alors les mêmes, il faudrait conclure, contre toute vraisemblance, que les tensions sont indépendantes de la direction des axes principaux de dilatation. Interrogeons à cet égard la théorie moléculaire.

Cauchy a calculé, dans l'hypothèse des forces centrales, la résultante des forces agissant sur une molécule d'un solide anisotrope, de la part des

molécules voisines, quand celui-ci est écarté de son état d'équilibre naturel.

D'autre part les tensions éprouvées par un élément superficiel σ résultent, suivant Navier, de toutes les forces moléculaires dont la ligne d'action traverse cet élément. Lamé a proposé une autre définition. Poincaré [1] en a indiqué une troisième; mais il a fait voir qu'en réalité, pourvu que σ soit très grand vis-à-vis du rayon d'action moléculaire, toutes ces définitions sont équivalentes. En adoptant, par exemple, celle de Navier, les formules de Cauchy conduisent, pour l'expression des tensions, à des sommations fort compliquées, confirmant que les coefficients d'élasticité varient avec l'orientation relative du solide et des axes de coordonnées. Ce sont donc des fonctions des trois paramètres dont dépend cette orientation.

Vu l'ignorance où l'on est, en général, touchant la structure de l'édifice moléculaire, l'expérience est seule capable de renseigner, pour chaque corps, sur l'allure de ces fonctions. Il ne faut pas demander à la Théorie mathématique de l'Élasticité ce qu'elle est incapable de donner.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de l'acide cyanique par l'action du phosgène sur l'ammoniac.* Note de MM. **Richard Fosse**, **Paul De Graeve** et **Paul-Émile Thomas**.

De nombreux auteurs ont, depuis longtemps, constaté que le phosgène et l'ammoniac engendrent l'urée : Natanson (1856), Bouchardat (1869), Fenton (1879), Hantsch et Stuer (1905), E. A. Werner (1918).

D'après la plupart d'entre eux et les Traités de chimie, l'urée se produirait ainsi *directement* entre une molécule d'oxychlorure de carbone et *deux* molécules d'ammoniac :

$$CO\begin{cases}Cl + H - NH^2\\ Cl + H - NH^2\end{cases} \rightarrow CO\begin{cases}NH^2\\ NH^2\end{cases} + 2\,HCl.$$

Le mécanisme de sa formation serait semblable à celui qui donne naissance aux amides par l'action des chlorures d'acides sur l'ammoniac

$$R - CO - Cl + H - NH^2 \rightarrow R - CO - NH^2 + HCl.$$

A côté de l'urée bien d'autres corps apparaissent : l'acide cyanurique,

[1] *Leçons sur la Théorie de l'Élasticité*, Paris, 1892, p. 78.

l'acide mélanurénique, la guanidine (Bouchardat), la cyamélide (Stuer) et le biuret (E. A. Werner).

Dans l'action du gaz ammoniac sec sur le phosgène en solution benzénique, Werner obtient cinq des six substances énumérées, dans les proportions suivantes (¹) :

	I.	II.	III.
Température	20°-25°.	40°-50°.	65°-70°.
Produits formés pour 100 :			
Urée	31,7	37,3	41,2
Biuret	14,4	10,1	7,8
Ammélide	7,65	8,6	10,6
Acide cyanurique	3,45	6,4	5,98
Cyamélide	0,69	trace	–

Ce savant pense que l'acide cyanique doit se former d'abord, puis engendrer, d'après les schémas qui suivent :

l'urée

$$CONH, NH^3 \rightarrow NH^2.CO.NH^2;$$

le biuret

$$NH^2.CO.NH^2 + CONH \rightarrow NH^2.CO.NH.CO.NH^2;$$

l'acide cyanurique

$$NH\left\langle{CO-NH^2 \atop CO-NH^2}\right. + CONH \rightarrow NH\left\langle{CO-NH \atop CO-NH}\right\rangle CO + NH^3.$$

L'hypothèse de la formation de l'acide cyanique gagne encore en vraisemblance, si l'on invoque à son appui le fait de la préparation bien connue d'un de ses dérivés, l'isocyanate de phényle, aux dépens du phosgène et de l'aniline :

$$CO\left\langle{Cl \atop Cl}\right. + {H \atop H}\!\!\left.\right\rangle N.C^6H^5 \rightarrow CO{:}N.C^6H^5 + 2\,HCl.$$

Mais, jusqu'ici, il n'existait aucune preuve de la formation de l'acide cyanique par l'action de l'oxychlorure de carbone sur l'ammoniac.

Pour réaliser cette synthèse absolument nouvelle, il suffit de recevoir, à froid, le premier corps dans une solution aqueuse du second. On démontre aisément l'existence de la carbimide dans la liqueur par ses réactions caractéristiques et par l'analyse quantitative élémentaire de son sel d'argent, isolé à l'état pur.

Ces résultats ont pu être acquis grâce aux méthodes qui ont permis à

(¹) E.-A. WERNER, *The chemistry of urea*, Londres, 1923, p. 61.

l'un de nous de révéler l'origine et le mécanisme de la formation artificielle de l'urée par oxydation et de réaliser la synthèse très générale de l'acide cyanique en oxydant les substances organiques et l'ammoniac [1].

1. *Synthèse d'une substance uréogène par l'action du phosgène sur la solution aqueuse d'ammoniaque.* — Tandis que les auteurs précités obtiennent *directement* l'urée par réaction de ces deux corps à l'état gazeux ou en milieu anhydre, nos expériences établissent, au contraire, qu'il ne s'en produit point trace, à froid, avec l'ammoniaque en solution aqueuse. L'urée n'apparaît que par chauffage ou abandon à la température ordinaire de la solution ammoniacale d'oxychlorure de carbone.

Expérience. — Dans de l'ammoniaque concentrée (5 gouttes), refroidie par de la glace, introduire une très petite quantité de solution toluénique de phosgène (2 gouttes ou $1/24^e$ de centimètre cube), ajouter de l'eau (5^{cm^3}), de l'acide acétique (10^{cm^3}) et du xanthydrol méthylique à $1/10^e$ ($0^{cm^3},75$). Le mélange reste absolument limpide, même après 6 heures d'abandon à la température ordinaire.

Le xanthyl-urée se précipite, au contraire, rapidement et abondamment si l'oxychlorure et l'ammoniaque ont été préalablement chauffés avant de recevoir l'acide acétique et le xanthydrol. On recueille ainsi $18^{mg},5$ de xanthylurée.

2. *Caractérisation de l'acide cyanique dans la solution ammoniacale de phosgène par la formation ou la non formation d'urée.* — Les conditions dans lesquelles une solution produit ou ne produit point l'urée permettent d'y déceler et aussi d'y doser la carbimide, même s'il ne s'agit que de fort petites quantités.

Tandis que la liqueur ammoniacale de phosgène non chauffée ne précipite pas le xanthydrol acétique, elle dépose, au contraire, la combinaison xanthylée de l'urée, si elle a été préalablement maintenue 30 minutes à 90°.

D'autre part la même solution, acidulée par NO^3H et portée à 100°, perd la faculté d'engendrer l'urée par chauffage en milieu ammoniacal, par suite de la destruction de l'acide cyanique en acide carbonique et ammoniaque :

$$CONH + H^2O = CO^2 + NH^3.$$

Il a été précédemment établi que le cyanate d'ammonium, soumis à l'action de la chaleur, en milieu ammoniacal, se transforme intégralement en urée [2]. Puisque la solution ammoniacale de phosgène, préparée à froid,

---

[1] R. Fosse, *L'Urée*, Paris, 1928, p. 100-160.

ne contient pas d'urée, le poids de ce corps recueilli après chauffage représente exactement sa concentration en cyanate d'ammonium.

3. *Caractérisation de l'acide cyanique par la formation de son sel bleu cobaltipotassique.* — Recevoir dans l'ammoniaque concentrée (1^{cm^3}), la solution de phosgène dans le toluène (1^{cm^3}), ajouter de l'eau (deux fois son volume), passer à travers filtre mouillé et traiter le filtrat par une pastille de potasse et de l'alcool absolu. Si l'on triture quelques gouttes du liquide filtré avec un peu d'acétate de cobalt, on voit aussitôt se déclarer une très forte coloration bleue, due à la formation du cyanate cobaltipotassique, découvert par Blomstrand : $Co.(CON)^2$, $2CONK$.

4. *Identification de l'acide cyanique par l'analyse quantitative de son sel d'argent isolé à l'état pur.* — Ajouter du nitrate d'argent N (environ 5^{cm^3}) jusqu'à ce qu'il ne se produise plus de précipité à la liqueur obtenue en filtrant le mélange : ammoniaque à 22° (1^{cm^3}), solution toluénique de phosgène (1^{cm^3}), eau (5^{cm^3}). Essorer et laver le dépôt formé d'AgCl et de CONAg, l'épuiser à l'eau bouillante pour dissoudre le cyanate. Celui-ci se dépose cristallisé par filtration et refroidissement. Après une deuxième cristallisation dans le même solvant, on obtient CONAg pur à l'analyse.

Analyse. — Matière $9^{mg},332$; Ag $6^{mg},712$. Trouvé Ag pour 100, 71,92. Calculé pour CONAg Ag pour 100, 71,98.

Par trituration d'une trace de sel d'argent, de chlorure de potassium et d'acétate de cobalt cristallisés, dans une petite capsule de porcelaine, on voit la coloration bleue du cobalticyanate se déclarer avec intensité.

Le sel d'argent, en très faible quantité, chauffé avec NH^4Cl dissous, produit l'urée précipitable par le xanthydrol acétique. Une goutte de NO^3H le décompose et abolit définitivement sa faculté uréogenétique.

5. Ainsi se trouve réalisée et démontrée, pour la première fois, la synthèse de l'acide cyanique par l'action du phosgène sur l'ammoniac.

$$CO\begin{matrix}\diagup Cl \\ \diagdown Cl\end{matrix} + \begin{matrix}H\diagdown \\ H\diagup\end{matrix}NH \rightarrow CO:NH + 2HCl.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide sulfurique, en phase gazeuse, sur les chlorures et bromures forméniques.* Note [1] de MM. **Jean-Baptiste Senderens** et **Jean Aboulenc.**

L'acide sulfurique concentré était employé sous forme de ponce granulée pure Poulenc imbibée de cet acide. Cette ponce sulfurique était distribuée dans trois nacelles chauffées dans un tube de pyrex au four électrique, avec le dispositif adopté par l'un de nous, pour la décomposition des chlorures et bromures forméniques par divers catalyseurs [2].

Nous avons d'abord constaté que la ponce employée seule n'avait aucune action décomposante sur ces chlorures et bromures à des températures très supérieures à celles de nos expériences; elle ne sert qu'à répartir l'acide sulfurique sur une plus grande surface.

A. Carbures monosubstitués : *Chlorure de propyle-n,* $CH^3CH^2CH^2Cl$. — La décomposition par la ponce sulfurique se manifeste vers 180° par un dégagement gazeux assez faible qui devient régulier à 200° et abondant à 210°. A cette dernière température le gaz recueilli sur l'eau brûle à peine et a comme composition :

	°/₀.
CO..	40
CO^2..	60

Il se produit en même temps du HCl, du SO^2 retenus par l'eau du flacon laveur, de l'eau et un dépôt de charbon qui remplit les nacelles et tapisse les parois du tube de pyrex.

Ainsi par destruction et oxydation du chlorure de propyle l'acide sulfurique donne

$$C^3H^7Cl + O^3 = HCl + 3H^2O + C^3.$$

Une partie de C^3 est oxydée et fournit du CO et du CO^2 aux dépens de SO^4H^2 qui se transforme en SO^2 lequel s'ajoute au SO^2 provenant de la formation de H^2O.

Bromure de propyle $CH^3-CH^2-CH^2Br$. — La ponce sulfurique le décompose vers 210°-215° en donnant du HBr, du SO^2 avec un peu de

[1] Séance du 4 mai 1936.

[2] Cf. J. B. Senderens, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 612. Ici le flacon laveur ne renferme que de l'eau, au lieu de la solution légèrement alcaline employée dans cette Note.

brome provenant de la réaction partielle

$$2HBr + SO^4H^2 = SO^2 + 2H^2O + Br^2.$$

Il se dépose du charbon et, dans l'éprouvette à eau, on recueille un gaz qui brûle avec une flamme bleue et qui renferme

CO	70 pour 100
CO^2	30 »

Chlorure de butyle $CH^3-CH^2-CH^2-CH^2Cl$. — Sa décomposition par la ponce sulfurique qui se fait vers 205-210° donne un gaz faiblement combustible, mélange de 40 pour 100 de CO et de 60 pour 100 de CO^2. Il est accompagné de HCl, de SO^2 et de charbon.

Chlorure d'isobutyle $\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\!\!>CH-CH^2-Cl$. — Il est plus facilement attaqué par la ponce sulfurique car on a dès 160° un dégagement régulier de gaz brûlant avec une légère flamme bleue et formé de parties à peu près égales de CO et de CO^2. Les autres produits de destruction sont toujours du HCl, du SO^2 et du charbon.

B. Carbures bisubstitués : *Chlorure d'éthylène* CH^2Cl-CH^2Cl. Dichloro-éthane-1.2. — Sa décomposition par la ponce sulfurique se manifeste à 220° par un faible dégagement gazeux qui devient régulier à 230°. Le gaz éteint la flamme et se compose de

CO	30 pour 100
CO^2	70 »

Il se produit du HCl et du SO^2, mais peu de charbon.

Bromure d'éthylène CH^2Br-CH^2Br. — Ce dibromo-éthane-1.2 est décomposé par la ponce sulfurique à 225-230° avec un charbonnement insignifiant. En outre de HBr et de SO^2, on a un gaz qui brûle avec une flamme bleue et qui renferme

CO	70 pour 100
CO^2	30 »

C. Carbures trisubstitués : *Chloroforme* $CHCl^3$ (D_{15} 1,5; Eb. 61°,5). — La ponce sulfurique commence à le décomposer vers 200°, et l'on recueille un gaz brûlant avec une flamme bleue, composé de

CO	75,8 pour 100
CO^2	24,2 »

L'eau du laveur dissout HCl et SO^2. Il n'y a guère de charbonnement.

Bromoforme $CHBr^3$ (D_{15} 2,9; Eb. 150°,5). — L'attaque par la ponce sulfurique se fait vers 170° avec dégagement de brome, de SO^2 et de HBr en même temps que l'on recueille dans l'éprouvette à eau un gaz brûlant avec une belle flamme bleue, mélange de

CO........................	90 pour 100
CO^2........................	10 »

Nota. — En raison de sa grande densité, 2,9, le bromoforme ajouté à l'acide sulfurique se rassemble, dans un ballon, en une couche au-dessous de cet acide. Porté à l'ébullition, ses vapeurs en traversant SO^4H^2 se décomposent en brome, HBr, SO^2 et un mélange gazeux, brûlant avec une flamme bleue et composé de

CO........................	75 pour 100
CO^2........................	25 »

D. Carbure tétrasubstitué : *Tétrachlorure de carbone* CCl^4. — Ses vapeurs en passant sur la ponce sulfurique donnent vers 150°, avec du HCl et du SO^2, un gaz ayant l'odeur suffocante du $COCl^2$. On sait que cet oxychlorure, au contact de l'eau, donne

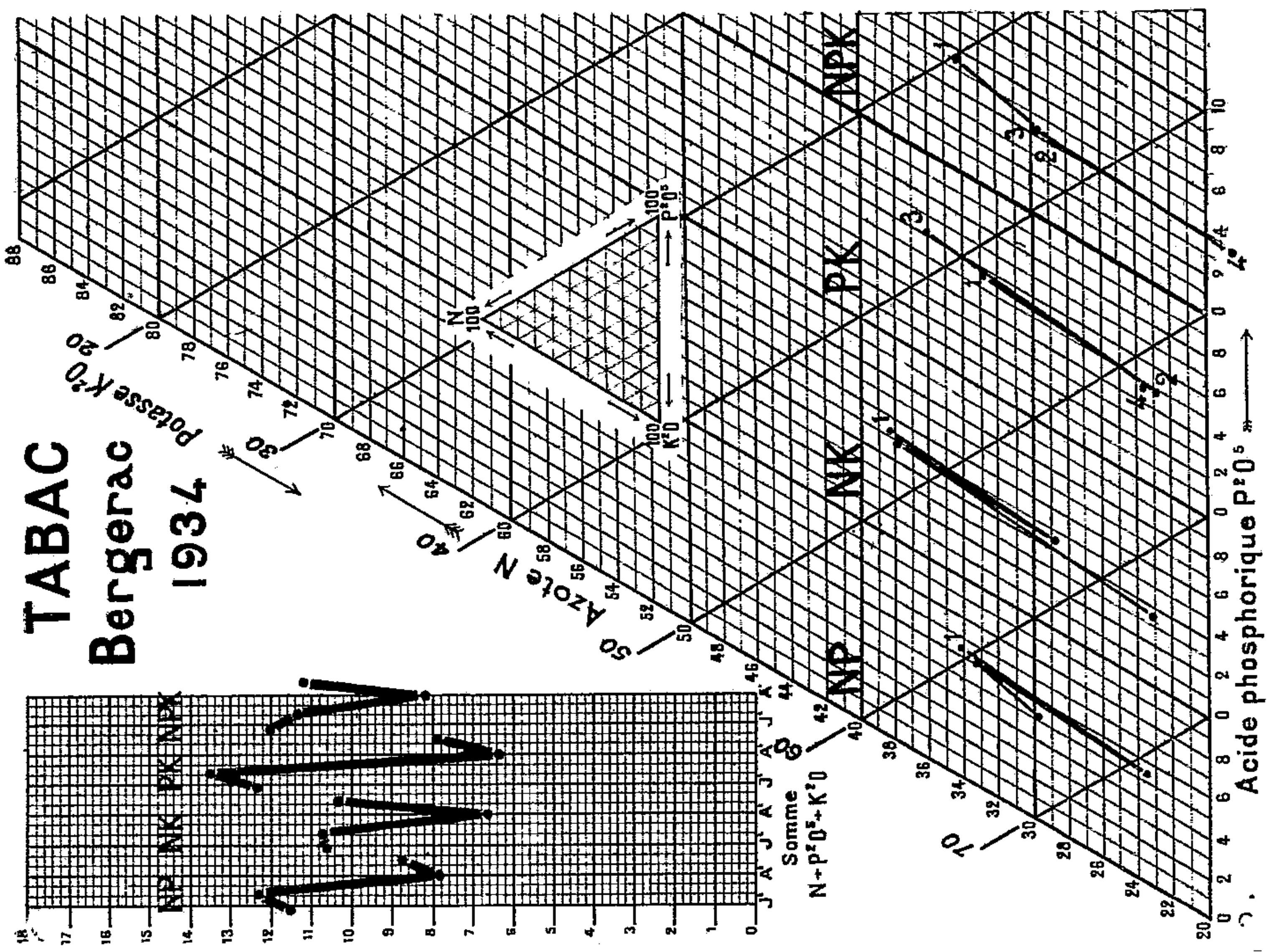
$$COCl^2 + H^2O = 2HCl + CO^2.$$

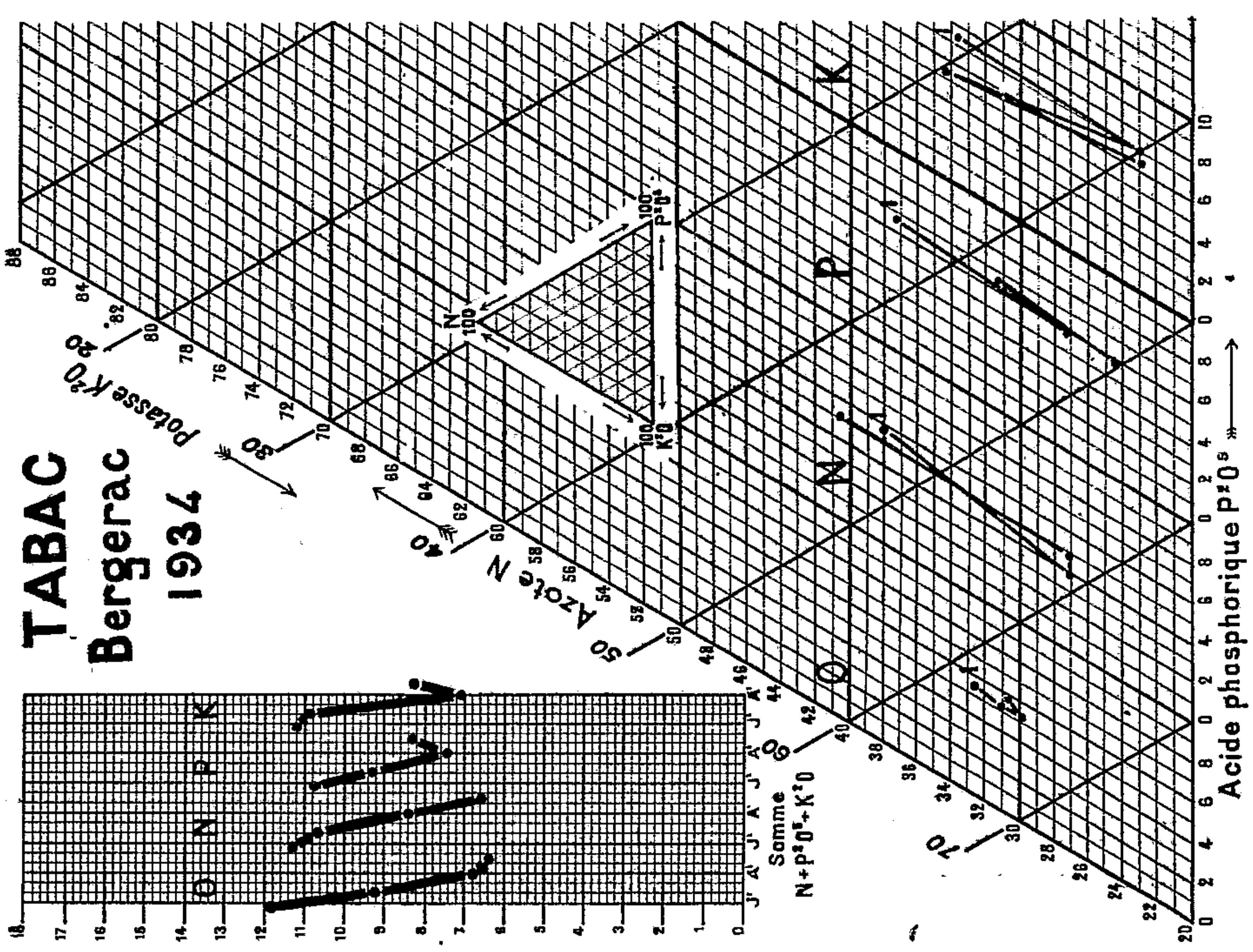
On ne recueille en effet, dans l'éprouvette à eau, que du CO^2.

AGRONOMIE. — *Sur la possibilité de variations de sens opposés et de grande amplitude, au cours d'une même année, pour l'équilibre* NPK *chez la feuille d'une plante cultivée.* Note de MM. **Henri Lagatu** et **Louis Maume.**

Nous nous sommes proposé de voir dans quelle mesure une plante cultivée peut, sous l'influence de variations atmosphériques notables, éprouver, au cours de son développement, des variations concomitantes dans l'équilibre physiologique de ses constituants minéraux. A cet effet, nous avons déterminé les teneurs en azote, acide phosphorique et potasse de l'ensemble des deux feuilles occupant chez le Tabac les rangs 2 et 3 à partir de la base de la tige, quand cette tige ne porte plus que les feuilles définitivement conservées.

La culture a été faite en 1934 à l'Institut expérimental des Tabacs de Bergerac


TABAC
Bergerac
1934
NP
NK
PK
NPK
Somme
N+P²O⁵+K²O
Potasse K²O
Azote N
Acide phosphorique P²O⁵


TABAC
Bergerac
1934
O
N
P
K
Somme
N+P²O⁵+K²O
Potasse K²O
Azote N
Acide phosphorique P²O⁵

(Dordogne) sur sol siliceux maigre. Planté le 17 mai, le Tabac de la variété Paraguay a été l'objet du premier prélèvement des feuilles le 27 *juin*, trois jours après un violent orage avec grêle et 58^{mm},9 de pluie; d'un deuxième prélèvement le 11 *juillet*, après temps chaud et sec à forte insolation. Entre le deuxième et le troisième prélèvement du 1er *août*, temps humide avec averses et insolation modérée. Enfin, entre le troisième et le quatrième prélèvement du 14 *août*, pluviosité importante, faible insolation. Nous avons prélevé les feuilles simultanément sur une parcelle témoin et sur sept autres parcelles diversement fumées (parcelles 11 à 18). Les apports par hectare sont désignés par des lettres sur nos graphiques :

$N = 60^{kg}$ d'azote du sulfate d'ammoniaque à 20 pour 100; $P = 60^{kg}$ d'acide phosphorique du basiphosphate à 29 pour 100; $K = 100^{kg}$ de potasse du sulfate de potasse à 48 pour 100.

Nos graphiques traduisent d'une part les variations de l'*alimentation globale* NPK (somme des teneurs en N, P^2O^5 et K^2O pour 100 de matière sèche de la feuille) et, d'autre part, les variations de l'*équilibre* NPK (répartition de N, P^2O^5 et K^2O proportionnellement à leurs teneurs dans la feuille, quand on a ramené à 100 la somme de ces teneurs), l'équilibre NPK étant représenté par un point de la surface d'un triangle équilatéral, à la façon des équilibres chimiques ternaires; le début de ce diagramme est marqué 1.

Ces diagrammes montrent que, du 27 juin au 14 août, les déplacements de l'équilibre NPK, très faibles dans la parcelle témoin, ont été singulièrement amplifiés par la présence d'un engrais.

Sans chercher à préciser ici les causes déterminantes du déplacement de l'équilibre NPK dans chaque parcelle, ni le rôle respectif de chaque engrais, nous retenons seulement l'*observation de déplacements de sens opposés et de grande amplitude pour l'équilibre* NPK *dans la feuille du Tabac.*

Nous avons précédemment démontré pour la Pomme de terre (¹) et pour la Vigne (²) que les conditions atmosphériques annuelles peuvent modifier considérablement les rapports physiologiques entre l'azote, l'acide phosphorique et la potasse, aussi bien en l'absence de toute fumure qu'avec la même fumure intensive répétée chaque année.

L'aire des variations possibles de l'équilibre NPK chez une feuille est spécifiquement limitée, mais elle n'en est pas moins considérable, et elle peut être largement parcourue par l'espèce considérée, soit d'une année à l'autre, soit au cours de la même année. D'autre part, quel que soit le sol, les conditions atmosphériques peuvent faire jouer largement les rapports physiologiques que ce sol ou les engrais qu'on y ajoute déterminent chez la plante.

(¹) *Comptes rendus Acad. Agr.*, 20, 16 mai 1934, p. 549.
(²) *Comptes rendus Acad. Agr.*, 22, 18 mars 1936, p. 363.

De telles éventualités montrent la distance qui sépare les règles générales de l'alimentation végétale, telles qu'on les expose dans les manuels ou les traités, de leur application en pratique agricole. Cette lacune provient de ce que ces règles dites générales ont été en réalité établies sur des plantes en conditions atmosphériques particulières, que le cultivateur a fort peu de chances de retrouver dans son milieu. Or chaque culture dépend chimiquement du temps qu'il fait.

La technique raisonnée de l'alimentation des plantes cultivées doit donc logiquement tenir compte des contingences locales et saisonnières auxquelles la pratique agricole ne peut se soustraire; et le seul moyen de connaître la résultante de toutes ces contingences et des réactions qu'elles provoquent chez le végétal consiste à suivre les *variations alimentaires de la plante en sa place culturale*. La valeur technique de toute intervention (par exemple une fumure) ne peut être déterminée que pour une année donnée, par comparaison avec un témoin de la même année.

Les pronostics que l'on cherchera à dégager de cette enquête en un lieu donné pour une campagne culturale à venir ne pourront se fonder que sur un nombre suffisant d'années d'observation; ils ne comporteront d'ailleurs qu'une probabilité, jamais une certitude, les variations imprévisibles du temps s'imposant à la chimie agricole comme à l'agriculture.

NOMINATIONS.

MM. **Jean Perrin** et **Charles Fabry** sont désignés pour représenter l'Académie à la célébration du *Centenaire* de la fondation de l'Université de Londres, du 29 juin au 3 juillet 1936.

PLIS CACHETÉS.

M. le **Président** ouvre un pli cacheté déposé le 3 janvier 1816 et enregistré sous le n° 35.

Ce pli contient une Note intitulée *Perfectionement des machines à feu agissant par la dilatation de l'air*, par MM. Desormes et Clément.

M. A. Carrayrou demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 4 mai 1936 et enregistré sous le n° 11 169.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, renferme un volume intitulé *Petit Traité schématique d'Électrostatique expérimentale schismatique*.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

M. Brunet. *Œuvres médicales d'Alexandre de Tralles.* Tome II. *Traité des Fièvres. Lettre sur les vers intestinaux. Livre premier des douze livres de Médecine.* (Présenté par M. Maurice de Broglie.)

M. Claudius Regaud prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Médecine et Chirurgie par le décès de M. *Charles Richet.*

ANALYSE COMBINATOIRE. — *Sur le nombre des isomères de certains composés chimiques.* Note de M. **Georges Pólya**, présentée par M. Émile Borel.

1. Je considère les équations fonctionnelles

$$q(x)=1+xq(x)q(x^2),$$
$$r(x)=1+\frac{x[r(x)^3+3r(x)r(x^2)+2r(x^3)]}{6},$$
$$s(x)=1+\frac{x[s(x)^3+2s(x^3)]}{3},$$
$$t(x)=x\exp\left(\frac{t(x)}{1}+\frac{t(x^2)}{2}+\frac{t(x^3)}{3}+\ldots\right);$$

j'ai posé, comme d'usage, $e^\mu=\exp(\mu)$. Ces quatre équations ont certaines propriétés communes : il existe une série entière procédant suivant les puissances de x et une seule qui satisfait à l'équation; cette série possède un rayon de convergence différent de O et, sur son cercle de convergence, un seul point singulier; ce point singulier est situé sur l'axe réel positif et il

est (ici l'une des équations s'écarte des autres) un pôle simple pour $q(x)$ et un point critique algébrique échangeant deux déterminations pour $r(x)$, $s(x)$, $t(x)$. Ici, comme dans ce qui suit, c'est l'élément de fonction de centre O satisfaisant à l'équation qui est désigné respectivement par $q(x)$, $r(x)$, $s(x)$, $t(x)$ et son rayon de convergence par k, ρ, σ, τ. On trouve que $1 > k > \rho > \sigma > 0$, $\rho > \tau > 0$.

La série entière $t(x)$ a été introduite par A. Cayley [1], qui a donné une interprétation combinatoire remarquable de son $n^{\text{ième}}$ coefficient (nombre des *root-trees* de n nœuds); la forme de l'équation donnée ici, ainsi que les propriétés fonctionnelles mentionnées, sont, je crois, nouvelles. Dans les trois séries $q(x)$, $r(x)$, $s(x)$ le coefficient de x^n a une signification combinatoire relative aux alcools isomères de la formule moléculaire $C^nH^{2n+1}OH$ comme j'ai déjà dit ailleurs [2]; ce coefficient désigne : en $s(x)$ le nombre des $C^nH^{2n+1}OH$ stéréoisomères; en $r(x)$ le nombre des $C^nH^{2n+1}OH$ isomères, sans tenir compte de la stéréoisomérie; en $q(x)$ le nombre de ceux des $C^nH^{2n+1}OH$ isomères qui ne contiennent aucun carbone asymétrique.

On a souvent remarqué la rapidité avec laquelle, dans les séries homologues, le nombre des isomères augmente avec le nombre des atomes C. Ce qui précède permet de préciser ces remarques et de donner des expressions asymptotiques pour le nombre de certains isomères. En indiquant quelques-unes de ces expressions je ferai usage de la locution abrégée suivante : si la fraction A_n/B_n a pour $n \to \infty$ une limite finie et positive, je dirai que A_n est *asymptotiquement proportionnel* à B_n et je nommerai la valeur de la limite le *facteur de proportionnalité*.

2. Sans tenir compte de la stéréoisomérie on a les résultats suivants :

I. Le nombre des paraffines C^nH^{2n+2} isomères et asymptotiquement proportionnel à $\rho^{-n}n^{-5/2}$.

II. Le nombre des alcools $C^nH^{2n+1}OH$ isomères est asymptotiquement proportionnel à $\rho^{-n}n^{-3/2}$.

III. Le nombre des hydrocarbures isomères de la formule $C^nH^{n+2-2\gamma}$ est asymptotiquement proportionnel à $\rho^{-n}n^{(3\gamma-5)/2}$. Pour $\gamma = 1$ on a le facteur de proportionnalité simple $1/4$ et pour $\gamma = 0$ le résultat I.

IV. Soient $X_1, X_2, \ldots, X_\delta$ des radicaux monovalents différents entre eux. Le nombre des isomères de la formule $C^nH^{2n+2-\delta}X_1, X_2, \ldots, X_\delta$ (paraffines δ fois substituées) est asymptotiquement proportionnel à $\rho^{-n}n^{(2\delta-5)/2}$.

---

(1) *Coll. Mathematical Papers*, 3, p. 242-246.

(2) *Zeitschrift für Kristallographie* (A), 93, 1936, p. 415-443.

C'est le résultat I pour $\delta = 0$ et II pour $\delta = 1$. Le facteur de proportionnalité a, excepté peut-être le cas $\delta = 0$, la valeur $\mathcal{L}\lambda^{\delta}$ où $\mathcal{L}$ et λ sont des nombres fixes.

V. Le nombre des dérivés isomères du benzène de la formule $C^{6+n}H^{6+2n}$ est asymptotiquement proportionnel au nombre des alcools isomères de la formule $C^nH^{2n+1}OH$, le facteur de proportionnalité étant

$$[r(\rho)^5 + r(\rho)r(\rho)^2]/2.$$

L'allure du nombre des isomères est semblable dans la série homologue issue du naphtalène, dans celle issue de l'anthracène, etc.

3. J'ajoute les résultats suivants où il s'agit de la stéréoisomérie :

VI. Le nombre des paraffines C^nH^{2n+2} stéréoisomères est asymptotiquement proportionnel à $\sigma^{-n}n^{-5/2}$.

VII. Le nombre des alcools $C^nH^{2n+1}OH$ stéréoisomères est asymptotiquement proportionnel à $\sigma^{-n}n^{-3/2}$.

VIII. Le nombre des paraffines C^nH^{2n+2} isomères sans carbone asymétrique est asymptotiquement proportionnel au nombre des alcools $C^nH^{2n+1}OH$ isomères sans carbone asymétrique, le facteur de proportionnalité étant 1/2, et les deux nombres sont asymptotiquement proportionnels à K^{-n}.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la distance de deux ensembles.* Note [1] de M. Eugène Blanc, présentée par M. Élie Cartan.

Soient un nombre positif α et un ensemble quelconque d'éléments d'un espace métrique; je désignerai respectivement par E_{α}, $E_{(\alpha)}$, $E_{\overline{\alpha}}$ la *sphère ouverte* de centre E et de rayon α (ensemble des points dont la distance à E est inférieure à α), la *réunion des sphères fermées* de rayon α ayant pour centres les différents points de E, la *sphère fermée* de centre E et de rayon α (ensemble des points dont la distance à E est au plus égale à α).

Le premier de ces ensembles est ouvert, le troisième est fermé. Il résulte des définitions que l'on a

$$E_{\alpha} \subset E_{(\alpha)} \subseteq E_{\overline{\alpha}}, \tag{1}$$

la seconde inclusion pouvant se réduire à une égalité dans un espace conve-

[1] Séance du 4 mai 1936.

nable et pour un ensemble fermé. Contrairement à ce que l'on serait tenté de croire l'ensemble $E_{\overline{\alpha}}$ ne coïncide généralement pas avec la fermeture des deux autres ([1]).

Soient A et B deux ensembles quelconques d'un espace métrique. Nous dirons qu'un nombre positif α satisfait à la condition (D_1) si l'on a simultanément

$$(D_1) \qquad A \subseteq B_\alpha, \qquad B \subseteq A_\alpha,$$

à la condition (D_2) si

$$(D_2) \qquad A \subseteq B_{(\alpha)}, \qquad B \subseteq A_{(\alpha)}$$

enfin à la condition (D_3) si

$$(D_3) \qquad A \subseteq B_{\overline{\alpha}}, \qquad B \subseteq A_{\overline{\alpha}}$$

Il est évident d'après (1) que tout nombre satisfaisant à (D_2) satisfait à (D_3) et que tout nombre satisfaisant à (D_1) satisfait à (D_2) et à (D_3). D'autre part si un nombre α_0 satisfait à l'une de ces conditions, il en sera de même de tout nombre supérieur à α_0.

Soit α_i ($i = 1, 2, 3$) la borne inférieure des nombres qui satisfont à D_i, il est immédiat que :

1° La condition D_i est satisfaite pour $\alpha > \alpha_i$;

2° On a

$$\alpha_1 \geqq \alpha_2 \geqq \alpha_3.$$

Je vais démontrer que l'on a toujours l'égalité

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3.$$

Il suffira évidemment de prouver que α_3 est au moins égal à α_1. Par définition de α_3, on a, quel que soit $\varepsilon > 0$,

$$A \subseteq B_{\overline{\alpha_3 + \frac{\varepsilon}{2}}}, \qquad B \subseteq A_{\overline{\alpha_3 + \frac{\varepsilon}{2}}},$$

mais d'après les définitions mêmes des sphères ouvertes et fermées, on a pour tout ensemble E et, quels que soient les nombres positifs β et γ,

$$E_{\overline{\beta}} \subset E_{\beta+\gamma}.$$

([1]) La condition pour qu'il en soit ainsi est que l'espace soit quasi convexe au sens de ma Note des *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1646.

En remplaçant β par $\alpha + \varepsilon/2$ et γ par $\varepsilon/2$, on en conclut que

$$A \subset B_{\alpha_3+\varepsilon}, \qquad B \subset A_{\alpha_3+\varepsilon},$$

et ceci prouve que la borne inférieure α_1 des nombres qui satisfont à (D_1) ne peut pas dépasser α_3.

α_1 est la distance des ensembles A et B, telle que la définit Hausdorff [1], α_2 est l'écart de A et B, tel que le définit M. F. Vasilesco [2]. On voit que ces deux notions coïncident. Enfin, il n'est pas indifférent de savoir que l'on peut utiliser la condition (D_3) pour définir entre A et B une distance identique à celle de Hausdorff. Cela présente l'avantage suivant :

Alors que la distance Δ de deux ensembles A *et* B *peut très bien ne pas satisfaire aux conditions* (D_1) *et* (D_2) *relativement à ces ensembles* [3], *elle satisfait nécessairement à* (D_3).

On a en effet, quel que soit $\varepsilon > 0$,

$$A \subseteq B_{\Delta+\varepsilon}, \qquad B \subseteq A_{\Delta+\varepsilon}.$$

Désignons par $DB_{\Delta+\varepsilon}$, $DA_{\Delta+\varepsilon}$ l'ensemble des points communs à tous les $B_{\Delta+\varepsilon}$ d'une part, à tous les $A_{\Delta+\varepsilon}$ d'autre part. Le premier de ces ensembles contient A et le deuxième B.

On montre aisément que le premier coïncide avec $B_{\overline{\Delta}}$ et le deuxième avec $A_{\overline{\Delta}}$. On a donc bien

$$A \subseteq B_{\overline{\Delta}}, \qquad B \subseteq A_{\overline{\Delta}}.$$

TOPOLOGIE. — *Les groupes de Betti des espaces métriques* [4]. Note [5] de M. **André Kolmogoroff**, présentée par M. Gaston Julia.

Nous étudions dans cette Note ce que devient notre théorie générale des groupes de Betti dans deux cas spéciaux des espaces métriques, à savoir dans le cas des compactums et dans celui des variétés ouvertes.

1. Soit R un compactum quelconque. Le but principal que nous poursuivons dans l'étude de ce cas est le théorème suivant :

---

[1] *Mengenlehre*, 2e édition. Leipzig, 1927, p. 145-146.

[2] *Thèse*, Paris.

[3] On a, par exemple, $(E, E_{\overline{\alpha}}) = \alpha$, et pourtant $E_{\overline{\alpha}}$ n'est contenu ni dans E_α, ni dans $E_{(\alpha)}$.

[4] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1144-1325. Notes désignées plus bas par (B. I) et (B. II).

[5] Séance du 20 avril 1936.

THÉORÈME. — *Le groupe* $B^r_u(R, \Theta)$ *est isomorphe au groupe de Betti ordinaire* $B^r(R, \Theta)$ *de* R *(au sens de M. Vietoris)* (¹).

Pour démontrer ce théorème, remarquons d'abord que, dans le cas des compactums, on peut considérer, au lieu des systèmes fondamentaux généraux, des *suites* fondamentales $S = \{\Sigma_1, \ldots, \Sigma_k, \ldots\}$ des subdivisions successives de R en des ensembles disjoints :

$$(\Sigma_k) \qquad R = B_1^k + \ldots + B_{s_k}^k, \qquad B_i^k . B_j^k = 0 \qquad (i \neq j),$$

les diamètres de B_i^k tendant vers zéro quand k augmente indéfiniment. Il suffit donc de démontrer l'isomorphie entre $B^r_u(R, \Theta, S)$ et $B^r(R, \Theta)$. Or, il correspond à S un *spectre projectif* Π_S de R au sens de M. Alexandroff (²) : il suffit de choisir dans chaque B_i^k un point a_i^k et de considérer ces points comme sommets du nerf N_k du système d'ensembles $\overline{B}_1^k, \ldots, \overline{B}_{s_k}^k$. On a alors la proposition suivante :

LEMME. — *Il y a un isomorphisme préservant l'homologie entre le groupe* $Z^r(R, \Theta, S)$ *et le groupe de tous les vrais cycles projectifs* c^r *du spectre* Π_S.

Soit en effet $\varphi^r(E_0, \ldots, E_r)$ un cycle u; posons pour tout simplexe r-dimensionnel $(a_{i_0}, \ldots, a_{i_r})$ de N_k

$$c_k^r(a_{i_0}, \ldots, a_{i_r}) = \varphi^r(B_{i_0}, \ldots, B_{i_r}).$$

Les sous-complexes algébriques c_k^r de N_k qu'on obtient ainsi sont des cycles, et la suite $\{c_k^r\}$ est un vrai cycle projectif c^r. On s'aperçoit facilement que cette correspondance entre φ^r et c^r est l'isomorphisme que nous voulions obtenir. Comme un vrai cycle de M. Vietoris, il ne nous reste que de prouver qu'inversement, un cycle de M. Vietoris quelconque est homologue à un vrai cycle projectif. La démonstration de cette proposition [due à M. Alexandroff (*loc. cit.*, p. 162) dans le cas où Θ est un groupe fini] repose sur la compacticité du champ des coefficients.

2. Soit maintenant R une variété ouverte à n dimensions. Considérons une décomposition cellulaire M^n quelconque de R. On peut alors appliquer à M^n, à des légères modifications près, la théorie que j'ai développée (³). Nous considérons dans ce but des fonctions $\varphi^r(x^r)$ impaires de cellules

(¹) M. Vietoris n'a énoncé ses définitions que pour le groupe des nombres entiers et pour le groupe d'ordre 2 comme champs des coefficients (*Math. Annalen*, 97, 1927, p. 454-472). Les champs des coefficients généraux ont été introduits par M. Alexandroff (*Fund. Math.*, 20, 1933, p. 140-151).

(²) *Annals of Math.*, 30, 1928, p. 101-187, en particulier p. 107.

(³) *Rec. Math. de Moscou*, 43, 1936, fasc. 1.

orientées x^r de M^n dont les valeurs sont des éléments de Θ, c'est-à-dire des sous-complexes algébriques *infinis* au sens classique. La définition des opérateurs g_u et g_o se fait de la même manière que dans mon Mémoire cité, le premier de ces opérateurs donnant d'ailleurs la frontière de $\varphi^r(x^r)$ au sens classique. Les définitions des groupes Z_u^r et Z_o^r des cycles u et des cycles o de même que la définition des sous-groupes Γ_u^r et Γ_o^r des cycles frontières respectifs se font automatiquement. Les groupes de Betti $B_u^r(M^n, \Theta) = Z_u^r - \Gamma_u^r$ sont alors isomorphes aux groupes $B_u^r(R, \Theta)$ définis dans (BI). On démontre ensuite que, M_1^n et M_2^n étant deux décompositions cellulaires de R, les groupes $B_o^r(M_1^n, \Theta)$ et $B_o^r(M_2^n, \Theta)$ sont encore isomorphes. Nous pouvons donc écrire $B_o^r(R, \Theta)$ au lieu de $B_o^r(M^n, \Theta)$.

Considérons d'autre part des sous-complexes algébriques *finis* de M^n, c'est-à-dire des fonctions impaires $f^r(x^r)$ aux valeurs appartenant à J et différentes de zéro seulement pour un nombre fini des x^r. Ces fonctions nous conduisent de la même manière que toujours aux groupes de Betti $B_u^r(M^n, J)$ et $B_o^r(M^n, J)$. On démontre facilement que $B_o^r(M^n, J)$ est isomorphe au groupe $B_o^r(R, J)$ défini dans (B. I) et que $B_u^r(M^n, J)$ est, aux isomorphies près, indépendant du choix de la subdivision cellulaire M^n de sorte qu'on peut considérer le groupe $B_u^r(M^n, J)$ comme le groupe $B_u^n(R, J)$; ce dernier groupe est d'ailleurs le groupe de Betti ordinaire de M^n au sens classique d'*Analysis situs* combinatoire. On démontre enfin, en faisant usage de deux subdivisions cellulaires réciproques, *le théorème de dualité de Poincaré*, c'est-à-dire les isomorphismes suivants :

$$B_u^r(R, \Theta) \approx B_0^{n-r}(R, \Theta), \tag{1}$$

$$B_u^r(R, J) \approx B_0^{n-r}(R, J). \tag{2}$$

On peut encore remarquer que, d'après le théorème de réciprocité de (B. II), les groupes (1) et (2) sont réciproques.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la déformation des arcs élastiques.* Note (1) de M. **Enrico Volterra**, présentée par M. Albert Caquot.

On peut simplifier l'étude des systèmes élastiques en supposant l'existence de liaisons virtuelles internes ne modifiant que très légèrement les déformations. On trouve ainsi des solutions très approchées par des calculs

(1) Séance du 27 avril 1936.

très réduits, comme nous l'avons déjà signalé dans d'autres circonstances.

Par exemple, pour le solide allongé, à axe rectiligne ou curviligne (poutre ou arc), on pourra partir d'un déplacement élastique de la forme

$$u = \lambda y + \mu z + \nu, \tag{1}$$

x étant l'abscisse curviligne de l'axe du solide et λ, μ et ν trois vecteurs fonction de la seule variable x.

En particulier, considérons un axe décrivant une courbe directrice plane et une déformation identique pour toutes les sections parallèles au plan de la courbe directrice supposé plan de symétrie. Le problème n'est plus qu'à deux dimensions et l'équation (1) se simplifie et devient

$$u = \lambda y + \nu. \tag{1'}$$

Nous désignerons par λ_x, λ_y, ν_x et ν_y les composantes des deux vecteurs λ et ν. L'expression du potentiel minimum conduit aux quatre équations suivantes :

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned}
E_1 = {} & \frac{d^2\lambda_x}{dx^2} - \frac{K\lambda x}{(L+2K)\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{d\rho}{dx}\frac{d\lambda_x}{dx} \\
& - c\,\frac{2L+3K}{L+2K}\frac{d\lambda_y}{dx} - \frac{cK}{(L+2K)\rho^2}\nu_x - \frac{K}{(L+2K)\rho^2}\frac{d\nu_y}{dx} = 0, \\
E_2 = {} & \frac{d^2\nu_x}{dx^2} - \frac{c^2K}{(L+2K)}\nu_x - \frac{L}{(L+2K)}c\frac{d\nu_y}{dx} + \frac{L}{(L+2K)}\frac{d\lambda_y}{dx} = 0, \\
E_3 = {} & \frac{d^2\lambda_y}{dx^2} - c\,\frac{L+4K}{K}\frac{d\lambda_x}{dx} - \frac{L+2K}{K\rho^2}\lambda_y \\
& + \frac{2}{\rho}\frac{d\rho}{dx}\frac{d\lambda_y}{dx} - \frac{L}{K\rho^2}\frac{d\nu_x}{dx} + \frac{Lc}{K\rho^2}\nu_y = 0, \\
E_4 = {} & \frac{d^2\nu_y}{dx^2} + \frac{d\lambda_x}{dx} + \frac{2(L+K)}{K}c\lambda_y + \frac{2L+3K}{K}c\frac{d\nu_x}{dx} - \frac{L}{K}c^2\nu_y = 0.
\end{aligned}\right.$$

Dans ces équations apparaissent la courbure c de la fibre moyenne et le rayon de giration ρ de la section, qui sont des fonctions de x et les constantes élastiques L et K [1]. Nous avons négligé les puissances supérieures de la quantité $\omega = \rho c$ la considérant comme un infiniment petit du premier

---

[1] L et K sont liées au module d'élasticité normal E et au coefficient d'élasticité transversal m par les relations suivantes :

$$L = -\frac{Em}{(1-2m)(1+m)}, \qquad K = -\frac{E}{2(1+m)}.$$

ordre. Dans le cas où il y aurait des forces de masse ou des tensions superficielles, il faudrait introduire les termes correspondant à leur travail dans le second membre qui ne sera pas nul. Les équations (2) peuvent être intégrées en les ramenant toujours au cas simple de courbure $c = 0$ (cas de la poutre à axe rectiligne) comme nous allons le montrer.

En effet les équations (2) appartiennent au type suivant :

$$(3)\qquad E_h = z''_h + \sum_1^4{}_k \left(A_{hk} z'_k + B_{hk} z_k\right) = 0 \qquad (h = 1, 2, 3, 4),$$

z_h représentant les inconnues, A_{hk} et B_{hk} étant des fonctions connues de la variable indépendante x. Si les seconds membres de la (3) ne sont pas nuls elles s'écrivent

$$(4)\qquad E_h = \mathcal{G}_h(x) \qquad (h = 1, 2, 3, 4).$$

Les coefficients A_{hk}, B_{hk}, G_h pourront prendre la forme suivante :

$$(5)\qquad A_{hk} = a_{hk} + \omega\alpha_{hk}, \qquad B_{hk} = b_{hk} + \omega\beta_{hk}, \qquad \mathcal{G}_h = X_h + \omega\Xi_h,$$

dans laquelle A_{hk}, b_{hk}, X_h sont indépendants de la courbure c. Après avoir, en conséquence, posé

$$(6)\qquad P_h = z''_h + \sum_1^4{}_k \left(a_{hk} z'_k + b_{hk} z_k\right); \qquad \Pi_h = \sum_1^4{}_k \left(\alpha_{hk} z'_k + B_{hk} z_k\right);$$

on tire de même de l'équation (4) l'équation

$$(7)\qquad E_h \equiv P_h + \omega\Pi_h = X_h + \omega\Xi_h.$$

Il sera préférable d'attribuer aux fonctions inconnues z_h la forme

$$(8)\qquad z_h = f_h + \omega\varphi_h,$$

en considérant les f_h comme les solutions qui sont définies par l'équation (7) pour $\omega = 0$. Dans le cas général de $\omega \neq 0$ comme dans le cas particulier de $\omega = 0$, pour la détermination des huit constantes d'intégration on a huit relations linéaires entre les z et leurs dérivées premières dans les deux sections extrêmes de l'arc, relations du type

$$(9)\qquad L_k = \Sigma_k\left(l_{hk} z'_k + m_{hk} z_k\right) = n_k \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots, 8),$$

l, m, n étant des constantes bien déterminées. Introduisons dans les équations (7) à la place des z_h leurs expressions (8). On doit négliger les termes

en ω^2 et, en conséquence des équations (4), (5), (6), (7), (8), il reste

$$E_h \equiv P_h(f) + \omega[P_h(\varphi) + \Pi_h(f)] = X_h + \omega\Xi_h \qquad (h = 1, 2, 3, 4), \tag{10}$$

où évidemment $P_h(f)$, $P_h(\varphi)$, $\pi_h(f)$ servent à désigner les équations différentielles (6) dans lesquelles aux z_h doivent être substitués les f ou respectivement les φ.

Des équations (10) dérivent les deux systèmes d'équations suivantes :

$$P_h(f) = X_h \tag{11}$$
$$P_h(\varphi) = -\pi_h(f) + \Xi_h \qquad (h = 1, 2, 3, 4), \tag{12}$$

dont le premier contient uniquement les premières approximations f et le second sert à la détermination des corrections φ. On a ainsi l'avantage que les équations (12) sont exactement celles du cas de la poutre à axe rectiligne dont l'intégration est immédiate. Pour les équations (12) les conditions correspondant aux extrémités prennent la forme homogène

$$L_k(\varphi) = 0 \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots, 8).$$

Dans l'ensemble elles fournissent les expressions explicites des corrections φ, une fois connue la solution du cas de la poutre à axe rectiligne correspondante.

MÉCANIQUE ET PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une théorie mécanique du corpuscule de lumière.* Note (1) de M. **Stephan Serghiesco**, présentée par M. Jules Drach.

Cette Communication contient une démonstration de la loi de la réfraction qui appartient à une étude de la mécanique du corpuscule de lumière, faite en partant du théorème de l'équivalence de la masse et de l'énergie d'Einstein et en poursuivant son extension, en vue d'obtenir une *interprétation physique réelle* de certains résultats connus.

On sait que M. Léon Brillouin (2) a retrouvé la loi de la réfraction par l'application du principe de Maupertuis aux quanta de lumière et à la quantité de mouvement du quantum et que M. Paul Langevin a indiqué la possibilité de l'application de la méthode corpusculaire à la réfraction en

(1) Séance du 4 mai 1936.
(2) *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 1696.

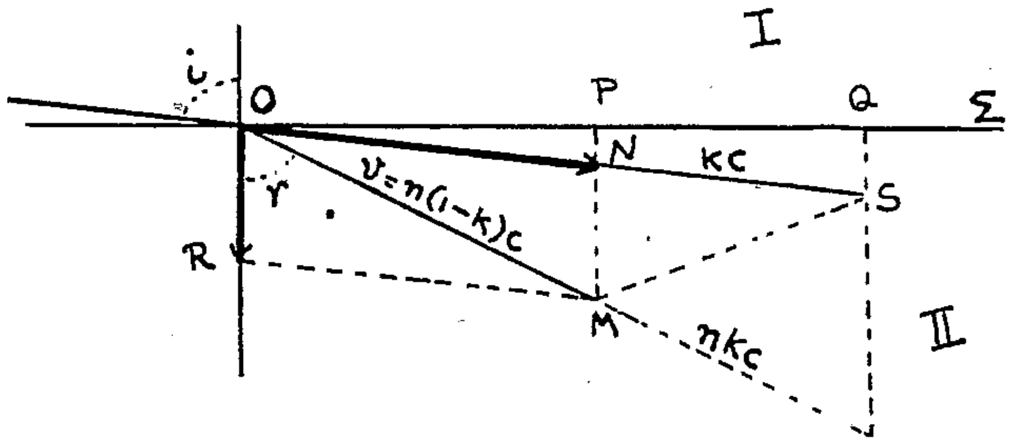
choisissant le rapport des masses du même corpuscule dans les deux milieux égal au rapport inverse des carrés des vitesses.

Supposons que l'atome de lumière n'est pas un projectile, mais un système matériel impondérable (ou presque impondérable) *dont le déplacement est dû seulement à son énergie interne et au milieu énergie environnant*. Il y a bien des exemples de ces systèmes dans la nature, mais ils sont pondérables. Si l'on suppose qu'il n'y ait pas de forces extérieures, comme par exemple la gravitation ou des forces d'attraction, les seules forces qui déplacent ce système impondérable seront des réactions du milieu provoquées par l'énergie interne du système. Nous pouvons concevoir ces forces de réaction comme étant de même nature que les affinités chimiques ou que les tensions superficielles de quantités infinitésimales de deux substances, ou en général des forces ne devenant sensibles qu'à des distances insensibles au sens de Laplace. Comme nous adoptons le principe de la conservation d'énergie du système, on doit concevoir que l'énergie interne fluctue de l'intérieur à l'extérieur et inversement pendant de courtes périodes et sans que le milieu retienne une quantité d'énergie appréciable, pour une longue période de temps. Des fluctuations rythmiques et régulières donneront l'idée de la cause de l'*uniformité* du mouvement et la symétrie de la structure du milieu et du mouvement, aussi bien que l'extrême grandeur de la vitesse, celle de la cause du mouvement *rectiligne*. Nous n'envisageons rien, pour le moment, sur le mécanisme du changement d'énergie interne, mais si le système traverse différents milieux, il aura en chacun d'eux, une énergie interne différente et par conséquent des vitesses différentes, mais l'énergie totale sera constante.

Le corpuscule arrivant en O sur la surface de séparation Σ de deux milieux sera soumis à des actions nouvelles, comme l'attraction du nouveau milieu II et à des forces de tension de Σ, toutes ces forces ayant une résultante normale à Σ. Remplaçons la nouvelle vitesse $\overrightarrow{OM}$ par ses deux composantes, une ON le long de la *direction incidente* et l'autre OR *normale* à Σ; ON représente aussi la vitesse modifiée du système due aux nouvelles forces dans le second milieu; OR dû à une action instantanée, localisée en O, est presque constante, excepté une variation quand l'angle i est voisin de $\pi/2$. Supposons que le milieu I soit le vide et $\overrightarrow{OS}$ le vecteur vitesse maximum de la lumière, égale à C, n l'indice de réfraction de II.

Introduisons maintenant un nouvel élément qui remplacera n : soit k le rapport de la projection sur Σ du vecteur vitesse $\overrightarrow{OS}$ à la projection sur Σ

du vecteur $\overrightarrow{MS}$. Comme nous avons $C \sin i = v \sin r + kC \sin i$, et comme C, v et n sont des constantes, *k est un invariant du milieu* II dont la valeur est égale à $1 - v/nC$ et, inversement, $n = v/(1-k)C$.



On peut dire aussi que *la composante de la vitesse suivant la direction incidente est réduite dans le rapport* de 1 à $(1-k)$.

Pour le cas air-eau, nous aurons

$$n_1 = \frac{n'}{n} = \frac{\sin r}{\sin r'} = \frac{1-k}{1-k'} : \frac{v'}{v}.$$

D'autre part n est égal aussi à C/v, la valeur de k peut donc être donnée par

$$\frac{1}{n^2} = 1 - k = \frac{v^2}{C^2}$$

qui exprime, en fait, la conservation de l'*énergie totale; la composante de la quantité de mouvement parallèle à Σ est constante* : $p = E/C \sin i = E/v \sin r$.

L'énergie E est définie par $E = m_0 C^2 = m_0(v^2 + kC^2) = mv^2$, la dernière égalité donne l'hypothèse de M. Langevin; ici $m = m_0/(1-k)$.

En résumé, la loi de la réfraction s'obtient en exprimant que *la nouvelle vitesse résulte d'une vitesse* OR *normale à* Σ et d'*une vitesse réduite* $C(1-k)$ *gardant la direction de la vitesse initiale; k, très petit*, caractérise le milieu.

Signalons les relations $NS = kC$, $ON = (1-k)C$, $OM = v = \sqrt{1-k}\,C$, et enfin

$$OR = C\sqrt{1-k}\left[\sqrt{1-(1-k)\sin^2 i} - \sqrt{1-k}\cos i\right],$$

qui montre que lorsque i varie de 0 à $\pi/2$, OR décroît de la valeur $v(1-\sqrt{1-k})$ voisine de $vk/2$ à la valeur $v\sqrt{k}$. La variation relative,

$$\frac{\delta OR}{OR} = \frac{\sqrt{1-k}\sin i}{\sqrt{1-(1-k)\sin^2 i}}\,\delta i,$$

est maximum pour $i = \pi/2$ et voisine de $\sqrt{1-k/k}\,\delta i$.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la nature des phénomènes vibratoires dus à certaines combustions du fluide évoluant dans un moteur thermique.* Note (¹) de MM. **Labarthe**, **Vichnievsky** et de Mlle **Manson**, présentée par M. Henri Villat.

L'étude des diagrammes des moteurs thermiques relevés au moyen de la méthode photocathodique révèle la complexité du phénomène de combustion et en particulier de certaines combustions qualifiées généralement de *détonantes*.

Le phénomène vibratoire qui apparaît peu après l'allumage par étincelles électriques, ou par point chaud, possède une période prédominante qui peut servir à caractériser un moteur donné. Dans le cas du moteur C.F.R. à soupapes à culbuteurs, cette période est voisine à 1/2300 seconde, quelle que soit la valeur du taux de compression utilisé. Cette période reste constante pendant toute la durée de la combustion et de la détente (*fig.* 1). Dans le cas d'un moteur à gaz à chambre de combustion cylindrique de 175^{mm} d'alésage et de 220^{mm} de course, cette fréquence est voisine de 950. D'autres types de moteurs permettent d'obtenir d'autres fréquences. Il semble donc que cette vibration du fluide évoluant est déterminée par la configuration de la culasse et qu'elle est indépendante de la position du piston par rapport au point mort. Ceci laisse à supposer que l'onde prédominante ne dépend que de la section de la culasse. La vitesse du moteur n'a pas d'influence sur la période du phénomène; à 200 tours par minute on enregistre le même phénomène qu'à 600 tours.

Comme la méthode photocathodique permet la transformation aisée du courant proportionnel à la pression évoluante, quelles que soient la valeur et la rapidité des variations de celle-ci, il est possible, en particulier, d'adjoindre au montage classique, des filtres électriques permettant d'analyser les courbes périodiques et non périodiques; il est ainsi possible d'isoler plus clairement la vibration prédominante et de mettre en évidence de nouveaux phénomènes vibratoires secondaires pouvant caractériser certains modes de combustions.

Dans certains cas particuliers les diagrammes filtrés montrent que la vibration prédominante présente 2 ou 3 régions d'amplitude maxima. La fréquence de toutes ces vibrations est constante. La vibration prédomi-

---

(¹) Séance du 4 mai 1936.

nante débute avec une amplitude croissante et s'éteint rapidement. Elle réapparaît immédiatement après et atteint un maximum maximorum aussitôt après le point mort haut.

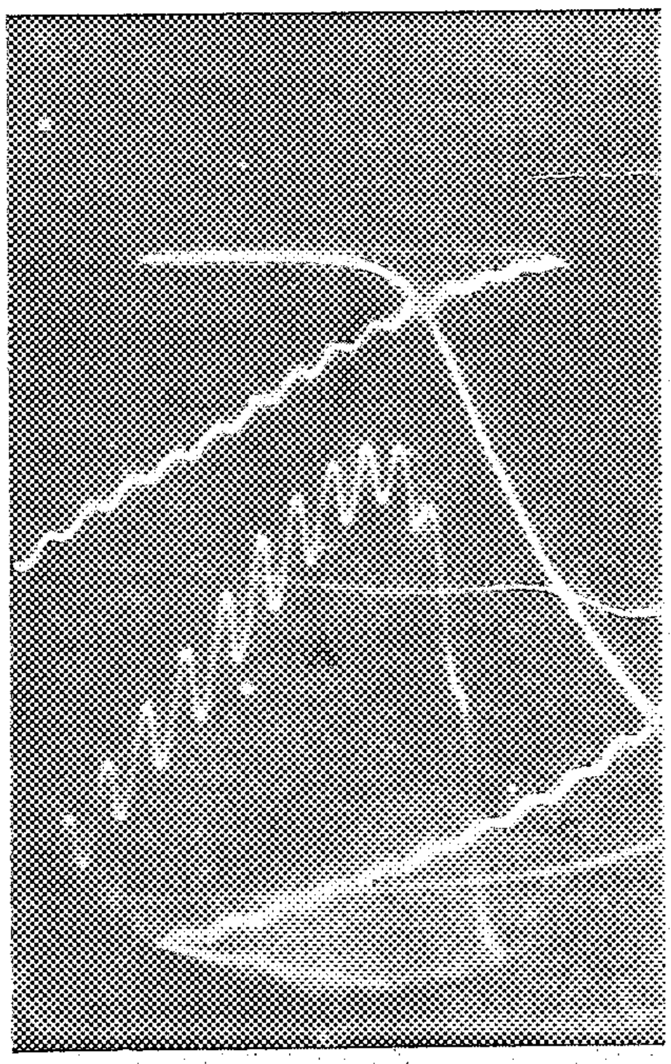


Fig. 1.



Fig. 2.

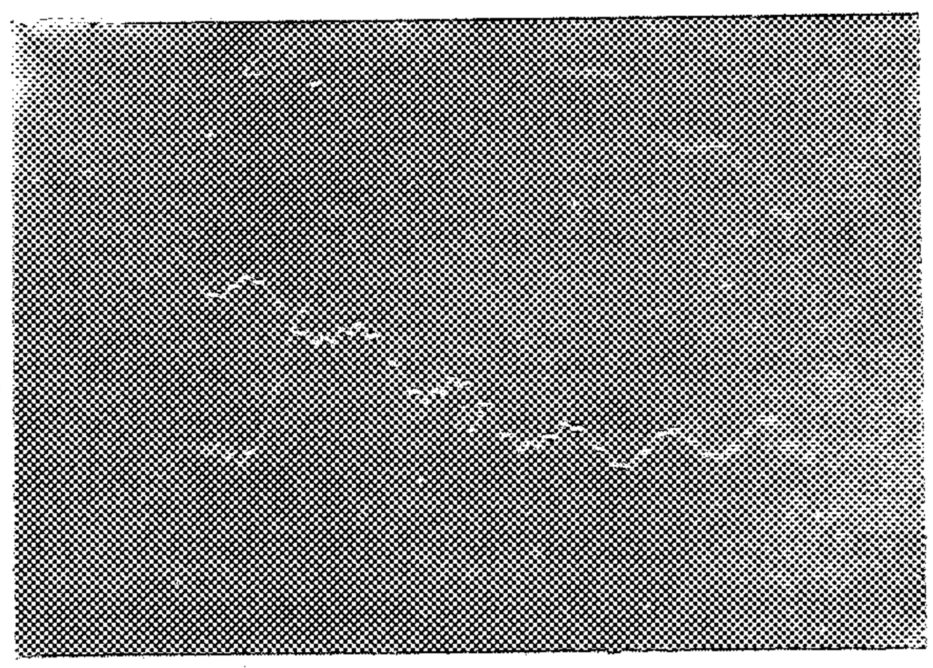


Fig. 3.

Fig. 1. — Les trois portions du diagramme pression-temps (A), (B), (C) correspondent à trois phases différentes de la combustion et de la détente d'un même cycle. Les autres courbes de jonction situées sur la figure, et dont il y a lieu de faire abstraction, correspondent aux retours du spot dont le déplacement suivant l'axe des x sont engendrés par un oscillateur à relaxation.

Fig. 2. — Vibration prédominante (la courbe normale du diagramme étant filtrée par un filtre passe-haut à 1000 périodes par seconde). On aperçoit sur cette figure quelques vibrations secondaires.

Fig. 3. — Portion de diagramme normal pression-temps montrant l'existence de vibration secondaires.

On constate d'autre part dans le diagramme l'existence de vibrations de faible amplitude et de fréquence plus élevée que celle correspondant à l'onde prédominante (*fig.* 3). Ces vibrations secondaires prennent naissance près du point mort haut et leur fréquence particulière varie avec la position du piston. Les fréquences de ces vibrations sont comprises entre 15 et 18000 immédiatement au voisinage du point mort et peuvent descendre à 6000 vers la fin de la détente sur le moteur C. F. R. Cette

vibration s'amortit beaucoup plus vite que la vibration prédominante. La variation de la période de ce phénomène secondaire semble déceler l'existence d'ondes se propageant suivant l'axe du cylindre.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Une période solaire de* 100 *ans.* Note [1] de M. Henri Mémery.

Les observations concernant la durée des périodes solaires présentées dans une Note précédente [2] laissaient supposer l'existence d'une période solaire de 100 ans comprenant 9 périodes undécennales des taches solaires de 11 ans, 1 en moyenne. Or cette période séculaire paraît de plus en plus probable; en effet la reprise de l'activité solaire en 1934 indique que le dernier minimum solaire doit être fixé en 1933, année où les époques d'absence de taches ont eu la plus longue durée (novembre et décembre 1933).

Les minima solaires précédents ayant eu lieu en 1923 et en 1913, on se trouve en présence de deux périodes solaires consécutives très courtes (10 ans chacune); mais ces deux périodes sont différentes, car celle de 1923-1933 présente une particularité dont on ne trouve pas d'exemple dans les autres périodes solaires. Le maximum de cette période ayant eu lieu en 1928 se place à égale distance des deux minima, c'est-à-dire que la phase de décroissance (1928-1933) se montre de même durée que la phase ascendante (1923-1928), soit 5 ans.

Cette particularité constitue une exception remarquable, étant donné que, dans chaque période solaire, les taches augmentent en nombre et en étendue pendant 3 à 5 ans, elles restent stationnaires pendant un an ou deux, puis elles diminuent pendant 6 à 8 ans, pour recommencer un autre cycle. La phase de développement ou de croissance est toujours plus courte que la phase de décroissance. Il y a là d'ailleurs un fait d'ordre général que l'on observe dans presque tous les phénomènes physiques ou biologiques.

L'exception présentée par la période solaire de 1923 à 1933 est donc des plus curieuses et mérite de retenir l'attention, surtout si l'on note que cette particularité se retrouve aux mêmes dates des siècles précédents.

---

(1) Séance du 4 mai 1936.

(2) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 483 à 485.

Minimum.	Maximum.	Minimum suivant.
1923	1928-1929	1933
1823	1828-1929	1833
1723	1728-1929	1733

Les observations solaires antérieures au XVIIIe siècle comportent de nombreuses lacunes; toutefois, les dates des minima et celles des maxima solaires d'avant 1700, quoique très incertaines et provenant de sources dont la valeur est discutable, se rapprochent sensiblement des millésimes ci-dessus.

Cette exception si curieuse dans la durée des phases d'une période solaire aux mêmes dates pendant plusieurs siècles paraît montrer l'existence d'une période solaire de 100 ans (quelquefois avec un décalage de ± 1 an) que l'on observe également dans le retour d'un certain nombre de saisons extrêmes (hivers rigoureux, étés très chauds), ce qui constituerait un nouveau lien entre le Soleil et les phénomènes terrestres.

PHOTOMÉTRIE STELLAIRE. — *Sur la détermination en valeurs absolues des magnitudes stellaires.* Note (1) de M. **André Lallemand**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Lorsque l'on se propose d'effectuer sur des clichés photographiques des mesures en valeurs absolues de magnitudes stellaires, il faut pouvoir rapporter le noircissement, mesuré pour chaque étoile, à une échelle de magnitudes fournie par la plaque elle-même. Une des méthodes qui donne les meilleurs résultats consiste (2) à placer devant l'objectif un réseau; on peut calculer, *a priori*, les différences de magnitudes entre l'image directe et les images diffractées reçues par la plaque et construire une échelle de magnitudes. Cette méthode s'applique à des images focales; or il est avantageux, par suite des propriétés photométriques de la plaque, de ne pas utiliser des images ponctuelles, mais de distribuer la lumière sur une petite surface de la plaque (3). Je me propose d'indiquer une méthode qui fournit une échelle très précise de magnitudes. On fera successivement sur la même

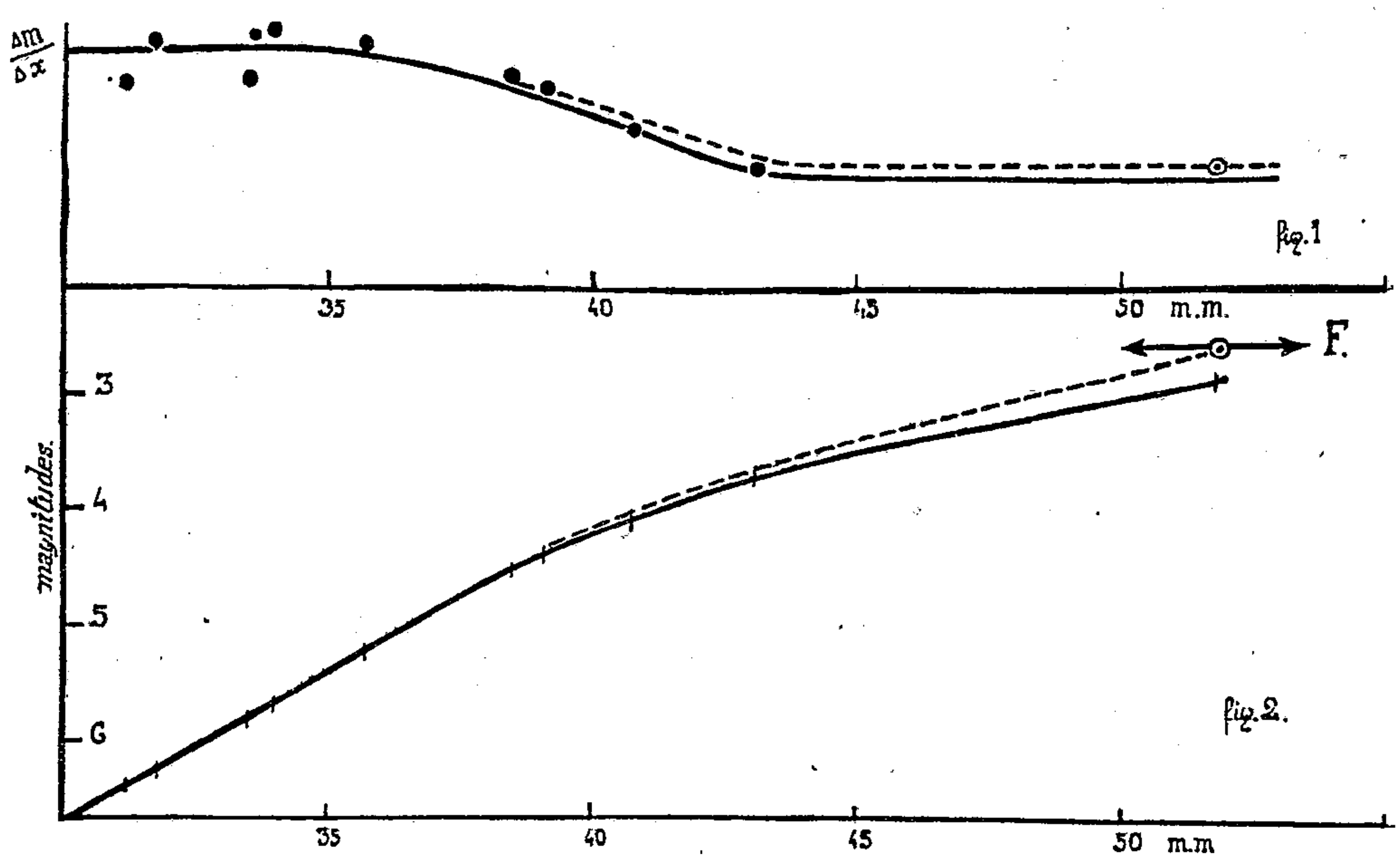
(1) Séance du 4 mai 1936.

(2) *Annals of Harvard College Obs.*, 71, 1917, p. 446.

(3) A. Lallemand, *Bull. Soc. Fr. de Physique*, n° 379, 1935, p. 134.

plaque trois poses légèrement décalées et de même durée. Chacune des poses sera obtenue en plaçant devant la plaque un écran de densité connue.

Pour la première pose on placera une glace en verre transparent, pour la deuxième un écran neutre clair (absorbant $0^{mg},75$ environ), pour la troisième pose un écran en verre neutre foncé. Ces trois écrans possèdent des épaisseurs optiques équivalentes. On mesure les noircissements au



microphotomètre; la comparaison des deux premières poses fournit, pour chaque étoile $\Delta m/\Delta x$, Δm : magnitudes absorbées par l'écran neutre et connues, Δx, différence des densités entre les images 1 et 2 (x exprimé en millimètres du coin du microphotomètre). On tracera la courbe $\Delta m/\Delta x$ en fonction de x. On peut intégrer cette courbe à l'aide d'un planimètre et l'on obtient ainsi $m = f(x)$ donnant l'échelle des magnitudes. En prenant Δm assez petit on connaît bien la valeur des tangentes à la courbe $m = f(x)$, mais au cours de l'intégration les erreurs de mesures peuvent s'ajouter, il peut alors arriver que l'on fasse de graves erreurs dans le tracé de $m = f(x)$; c'est ici qu'intervient le troisième écran. Il doit être choisi de manière à ramener les magnitudes des étoiles les plus brillantes aux magnitudes des étoiles faibles du cliché et il permettra d'ajuster les deux extrémités de la courbe $m = f(x)$.

L'étude de cette méthode a été faite sur les Pléiades. La figure 1 repré-

sente $\Delta m/\Delta x$ en fonction de x. La figure 2 représente $m=f(x)$ (en trait plein). Mais si l'on tient compte des résultats donnés par l'écran foncé, la courbe intégrée doit aboutir en F. On tracera donc par les points représentant $\Delta m/\Delta x$ toutes les courbes possibles et le planimètre permet de choisir celle dont l'intégration aboutit en F (elle est tracée en pointillé sur la figure). La courbe d'étalonnage se trouve ainsi tracée sans aucune ambiguité.

Le fait que cette méthode exige trois poses n'entraine point qu'elle soit plus laborieuse que celle du réseau qui n'en comporte qu'une. En effet les étoiles faibles, qui demandent les temps de pose prolongés, sont obtenues ici en employant l'objectif à pleine ouverture, sans dispositif absorbant de lumière; tandis que le réseau, par ses lames opaques, empêche la moitié de la lumière d'arriver sur l'objectif; la lumière diffractée utilisée pour former les images satellites n'est pas employée non plus à la formation de l'image directe; habituellement le rendement n'est que d'un quart, ce qui oblige à allonger, avec un objectif donné, considérablement le temps de pose. Si l'on veut, dans la méthode indiquée, s'affranchir des variations de la transparence atmosphérique, il suffira de diriger sur les étoiles brillantes que l'on photographie une petite lunette photographique qui pourra indiquer si cette transparence a varié et au besoin effectuer des corrections dans les cas pas trop défavorables, ou au moins attribuer avec sûreté un poids quant à la valeur du cliché obtenu.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Températures de couleur et absorption continue de l'hydrogène pour les étoiles des premiers types spectraux.* Note de MM. **Albert Arnulf**, **Daniel Barbier**, **Daniel Chalonge** et Mlle **Renée Canavaggia**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Une étude statistique des résultats publiés récemment [1] sur la distribution de l'énergie dans les spectres continus stellaires permet de mettre en évidence un certain nombre de faits qui peuvent, dès maintenant, être signalés malgré le nombre relativement faible des étoiles considérées. La corrélation entre les températures de couleur T_1, T_2, la discontinuité D, d'une part, et le type spectral, suivant la classification d'Harvard, d'autre part, apparaît très nettement et permet d'éliminer un certain nombre d'étoiles exceptionnelles; pour les autres étoiles on peut énoncer les résultats suivants :

1° La température de couleur moyenne T_1 des étoiles AO (déduite de l'étude des spectres de 8 étoiles distinctes) est égale à 11000° K. Cette

(1) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1488.

valeur est voisine de celle, 10000°, que l'on adoptait généralement il y a quelques années et diffère beaucoup de celle qu'ont adoptée récemment Greaves, Davidson et Martin (18000°).

2° La température de couleur T_2 dans l'extrémité ultraviolette des spectres (entre les types BO et F5) semble être toujours supérieure à T_1. Nous avons calculé la différence de gradient correspondant à la différence des températures T_1 et T_2, dans la théorie de l'équilibre radiatif, à l'approximation de la formule

$$T_\nu^4 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{K}{K_\nu}\right) T_e^4 \quad (^1),$$

et nous sommes arrivés au résultat

$$T_2 < T_1,$$

en contradiction avec les observations (²).

3° Les valeurs moyennes de la discontinuité D par type spectral sont les suivantes :

	B_0.	B_1.	B_2.	B_3.	B_5.	B_8.	B_9.	A_0.	A_2.	A_5.	F_5.
D....	0,02	0,07	0,10	0,18	0,28	0,27	0,36	0,47	0,52	0,40	0,26

Cette discontinuité, qui caractérise l'absorption continue de l'atome d'hydrogène passe donc par un maximum vers le type A_2 et évolue, ainsi qu'on pouvait s'y attendre, comme l'absorption par les raies de Balmer. Pour les supergéantes des types B et A, les valeurs de D sont inférieures à la normale.

P Cygn. est la seule, parmi les étoiles étudiées, pour laquelle la discontinuité de l'hydrogène n'apparaisse pas (³).

Barbier, Chalonge et Vassy (⁴) ont étudié la signification théorique de D en suivant une première analyse d'Unsöld (⁵) et ont signalé que les valeurs observées par eux (et qui sont en somme très peu différentes des valeurs étudiées ici) étaient supérieures à une certaine valeur théorique limite qu'elles n'aurait par dû atteindre. Mais cette théorie était assez

---

(¹) EDDINGTON, *The Internal Constitution of Stars*, 1926, p. 330.

(²) Les observations de Karpov sont en accord avec les nôtres à ce sujet, *Lick Obs. Bull.*, 16, 1934, p. 159.

(³) Fait déjà signalé par Yü, *Publ. Astr. Soc. Pac.*, 39, 1927, p. 112.

(⁴) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1730.

(⁵) *Zeits. für Astroph.*, 3, 1931, p. 81.

grossière ([1]) et celle proposée plus récemment, par Unsöld ([2]) en prenant le problème dans toute sa généralité, conduit à des caleurs compatibles avec nos observations.

4° Parmi les étoiles exceptionnelles, dont il est question au début de cette Note figurent les quatre étoiles à raies d'émission γ Cass, P Cygn, υ Cygn et χ Drac : leurs discontinuités D ainsi que leurs températures de couleur T_1 et T_2 sont inférieures à la moyenne. Pour γ Cass, chez laquelle l'émission continue de l'hydrogène se manifeste directement, la décroissance de l'intensité avec la longueur d'onde dans ce spectre d'émission explique la valeur trop faible de T_2; la présence possible, en émission, du spectre continu lié à la série de Paschen pourrait expliquer, de façon analogue, la faible valeur de T_1. Ces explications restent valables pour les autres étoiles à raies d'émission si l'on admet que les deux spectres continus d'émission existent, mais en restant masqués par l'absorption.

Pour α Andr., la valeur de D est trop faible, mais cette anomalie disparaît si l'on admet, avec Morgan ([3]), que son type est B_8 et non A_0.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le mécanisme de l'électrolyse des sels de manganèse.* Note de M. **Max Geloso**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons montré ([4]) qu'au cours de l'électrolyse des sels manganeux, la courbe potentiel anodique-courant, se compose de deux branches ascendantes. Le long de la première, au voisinage de 1^v, se dépose un pseudo-bioxyde de manganèse de formule $MnO^2 nMnO$; le long de la seconde, au voisinage de $1^v,6$, apparaît en outre un dégagement d'oxygène.

Nous avons indiqué, de plus, que les calculs de rendement conduisent à attribuer le transport du courant au manganèse tétravalent seul, durant la première branche de courbe; à l'ensemble manganèse tétravalent oxygène, durant la seconde branche.

Je donnerai ici quelques-uns des chiffres trouvés pour ces rendements.

([1]) L'absorption continue de l'hydrogène avait été négligée pour les longueurs d'onde supérieures à celles de la discontinuité et aussi pour le calcul de la moyenne de Rosseland.

([2]) *Zeits. für Astroph.*, 8, 1934, p. 32 et 225.

([3]) *Astr. Journ.*, 77, 1933, p. 330.

([4]) M. Geloso et Mlle C. Rouillard, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1418.

$I = 0^A,200$; $Mn = 318$ at-mg/lit.

		1re branche.			2e branche.	
Potentiel final (volts)		1,230.	1,280.	1,355.	1,781.	1,855
n		0,21.	0,18.	0,20.	0,12.	0,13
Rendement pour 100.	Manganèse total	(120)	(116)	(115)	94	53
	Manganèse tétravalent ρ	99	99	96	84	47
	Oxygène (par différence (100 — ρ).	–	–	–	16	53

Il résulte de ce tableau et des observations antérieures qu'au voisinage de 1^v se produit une oxydation du sel manganeux en peroxyde, sans intervention d'oxygène gazeux.

Le phénomène doit donc être attribué à la réaction

$$Mn^{++} \rightleftharpoons Mn^{IV+} + 2e.$$

D'autre part on sait que les ions Mn^{IV+} ne sont stables que dans les solutions très fortement acides. Dans le milieu où ils prennent naissance ici, ils subissent forcément une hydrolyse immédiate. Il en résulte du bioxyde plus ou moins hydraté, dont on constate le dépôt à l'anode

$$Mn^{IV+} + 2H^2O \rightarrow MnO^2 + 4H^+.$$

En considérant seulement les états initial et final, c'est-à-dire la somme des deux réactions précédentes, on a, sous l'influence du champ électrique une oxydation électrolytique de la forme

$$Mn^{++} + 2H^2O \rightleftharpoons MnO^2 + 4H^+ + 2e.$$

Il est possible, à l'aide de cette équation, de calculer le potentiel normal d'une électrode de bioxyde plongeant dans une solution de sel manganeux

$$_0\varepsilon_h = E - \frac{RT}{2F} Ln \frac{[H^+]^n}{[H_n^{++}]}.$$

E représente le potentiel *statique*, à intensité nulle qui est voisin de $1^v,0$ pour une concentration $[Mn^{++}] = 0,32$ ion-g/lit. à $pH = 3,3$. Tous calculs faits, $_0\varepsilon_h = 1^v,40$.

Ce résultat est très proche de celui trouvé par différents auteurs soit $1^v,35$ en moyenne.

Le long de la seconde branche de la courbe, l'oxygène se dégage. A l'oxydation électrolytique qui se poursuit, s'ajoute alors une *oxydation*

chimique

$$2.OH^- \rightleftharpoons H^2O + \frac{1}{2}O^2 + 2e,$$

$$SO^4Mn + \frac{1}{2}O^2 + H^2O \rightarrow SO^4H^2 + MnO^2.$$

Reste à expliquer la constitution complexe des pseudo-bioxydes déposés à l'anode.

C'est une remarque d'ordre général qu'il est impossible d'obtenir par voie humide un bioxyde pur répondant à la formule MnO^2. Les analyses du dépôt électrolytique ne font que confirmer ces observations. Or, des recherches antérieures m'avaient amené à proposer l'interprétation suivante (¹) :

Tous les précipités de bioxydes sont gélatineux; ils proviennent de substances qui ont passé par l'état colloïdal et conservent en conséquence la composition complexe des micelles MnO^2, $n\,MnO$ où n qui est inférieur à l'unité peut varier de façon continue. Le mécanisme de la formation des pseudo-bioxydes résulterait donc :

1° de l'hydrolyse partielle du sel manganeux donnant naissance à l'hydrate correspondant;

2° du déplacement de l'équilibre précédent par adsorption sur le bioxyde d'une partie de l'hydrate manganeux.

Cette hypothèse reçoit une confirmation nouvelle dans les résultats actuels.

Au cours de l'électrolyse on a constaté en effet que les pseudo-bioxydes sont susceptibles de *variation continue* suivant les conditions de leurs dépôts. On a observé en outre, une élévation très nette du degré oxydimétrique de ces composés, consécutive à une augmentation d'acidité ou, ce qui revient au même, à une rétrogradation de l'hydrolyse du sel manganeux.

Enfin cette interprétation permet de comprendre, pourquoi le manganèse tétravalent seul, dans la formule complexe des pseudo-bioxydes peut participer au passage du courant. La fraction divalente est absorbée et ne joue par conséquent aucun rôle actif dans le processus électrolytique.

(¹) M. Geloso, *Ann. Chim.*, 10ᵉ série, 6, 1927, p. 353; 10ᵉ série, 7, 1927, p. 113.

MAGNÉTISME. — *Sur l'apparition de ferromagnétisme dans quelques sels paramagnétiques à de très basses températures.* Note (¹) de MM. **Nicolas Kürti, Paul Lainé, Bernard-Vincent Rollin** et **Franz Simon**, présentée par M. Aimé Cotton.

En utilisant le sulfate double de manganèse et d'ammonium pour la production de très basses températures par la méthode magnétique, deux d'entre nous avaient observé (²) des effets qui les avaient conduits à penser que cette substance devient ferromagnétique aux très basses températures. Ces effets étaient néanmoins trop faibles pour permettre de conclure tout à fait catégoriquement. L'alun de fer ammoniacal, étudié lui aussi avec l'électroaimant d'Oxford, n'avait pas montré les mêmes caractères. Nous avons voulu voir s'il en serait encore de même en utilisant les champs plus intenses et plus étendus du grand électroaimant de Bellevue (³).

Nous avons utilisé un comprimé cylindrique d'alun ferrique de 13^{mm} de diamètre et 102^{mm} de longueur (⁴). Sa susceptibilité a été mesurée par une méthode d'induction décrite antérieurement (⁵). L'électroaimant était muni de pièces polaires cylindriques de 250^{mm} de diamètre. L'entrefer était de 40^{mm}. L'échantillon pouvait ainsi être placé dans un champ uniforme de 32 kilogauss.

En partant d'un champ initial de 32 kilogauss et d'une température initiale de 1°,08 K., on atteignait une température finale T^* (⁶) de 0°,010. (Le champ de mesure produit par le courant primaire était 1,4 gauss.) Lorsqu'on chauffait la substance, sa température apparente s'abaissait d'abord jusqu'à un minimum de 0°,009 (⁷) et reprenait ensuite sa course normale. (La susceptibilité passait par un maximum.)

(¹) Séance du 4 mai 1936.

(²) N. Kürti et F. Simon, *Proc. Roy. Soc.*, 149, 1935, p. 171.

(³) N. Kürti, P. Lainé, B.-V. Rollin et F. Simon, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1421.

(⁴) L'indication de la forme de l'échantillon est nécessaire à cause de l'importance du champ démagnétisant aux basses températures. Cf. *Proc. Roy. Soc.*, 152, 1935, p. 23.

(⁵) N. Kürti et F. Simon, *Proc. Roy. Soc.*, 149, 1935, p. 165.

(⁶) Température définie arbitrairement par l'extrapolation de la loi de Curie.

(⁷) Nous n'avons pas encore établi l'échelle absolue pour ces températures les plus basses. Nous pouvons cependant déduire d'expériences antérieures que ces températures sont certainement inférieures à 0°,03 K.

L'échantillon montrait, de plus, une rémanence très marquée dans cette région de température. Cette rémanence a été décelée et mesurée par deux méthodes différentes.

Dans la première méthode nous avons utilisé le dispositif qui nous servait dans la mesure des susceptibilités : le courant primaire ayant été établi dans un sens, puis coupé, on le rétablissait deux fois de suite dans le sens opposé et notait les déviations correspondantes du galvanomètre balistique. Comme le moment rémanent avait, avant ces deux dernières opérations, des signes opposés, les déviations du galvanomètre étaient différentes et leur différence permettait d'évaluer la rémanence.

Dans la seconde méthode, nous avons utilisé une bobine qui, placée à l'extérieur de l'appareil, entourait l'échantillon et était reliée à un galvanomètre balistique. La déviation de ce dernier, lorsqu'on éloignait la bobine de l'échantillon, donnait directement la rémanence. Pour éliminer les effets dus au champ magnétique terrestre, nous avons utilisé alternativement des champs magnétisants de sens opposés.

Les deux méthodes donnèrent, comme valeur de l'aimantation rémanente par centimètre cube à la température la plus basse et pour un champ inducteur de 1,4 gauss : $0,4_8$ C. G. S. (1).

Nous avons étudié ensuite la variation de cette rémanence avec la température. Nous avons trouvé qu'au cours du chauffage de l'échantillon la rémanence diminuait : à la température du maximum de susceptibilité, $T^* = 0,009^\circ$, sa valeur était la moitié de la valeur maxima observée. Une élévation ultérieure de la température T^* de $0^\circ,001$ l'a, finalement, fait disparaître complètement.

Nous avons aussi étudié la variation de la rémanence, avec le champ inducteur, dans la région du maximum de susceptibilité. Nous avons trouvé que la rémanence augmente tout d'abord avec ce champ, mais qu'elle atteint déjà, avec un champ de 7 gauss, la valeur de saturation.

L'ensemble de ces résultats, en particulier ceux concernant la rémanence, permet de conclure que l'alun de fer ammoniacal se comporte, dans cette région de température, comme un corps ferromagnétique (2). Nous ferons ici, au sujet de ce résultat, une seule remarque : le champ interne de

(1) La valeur que l'on obtiendrait avec un cylindre infiniment long serait probablement beaucoup plus grande.

(2) Nous avons observé les mêmes phénomènes avec l'alun de chrome, mais nous n'en avons pas fait une étude détaillée.

Lorentz devrait, comme on sait (¹), produire un pareil ferromagnétisme, mais une discussion des résultats obtenus avec des substances différentes montre qu'il est difficile d'expliquer les faits observés par la seule hypothèse du champ de Lorentz.

SPECTROSCOPIE. — *Effet Zeeman et effet Paschen-Back dans le cas du couplage j-j extrême. Exemple des configurations* $2p^5 ns$ *du néon.* Note de M. **Pierre Jacquinot**, présentée par M. Aimé Cotton.

Il n'a été donné jusqu'à présent aucun exemple d'effet Paschen-Back dans le cas du couplage *j-j* extrême. Les observations ont toujours été faites dans le cas Russell-Saunders (R-S), ou, récemment dans un cas intermédiaire, d'ailleurs assez mal défini (niveaux $6s6d$ de Hg). Il n'existe en effet que très peu d'exemples pouvant donner lieu à des phénomènes mesurables.

Le cas le plus simple est celui d'une configuration à deux électrons dont un électron *s*. Il relève de l'équation de W. V. Houston (²) qui introduit, outre la constante A du multiplet, un paramètre X qui, pour $X \rightarrow 0$, donne le couplage *j-j* et pour $X \rightarrow \infty$ donne le couplage R-S.

Dans le couplage R-S les quatre niveaux d'une telle configuration sont répartis entre un singulet $[^1P_1]$ et un triplet $[^3P_{0,1,2}]$ nettement séparés, et seuls les niveaux du triplet présentent l'effet Paschen-Back. Dans le couplage *j-j*, au contraire, les quatre niveaux se groupent en deux *doublets* nettement séparés par la distance A et ayant des largeurs égales approximativement à X/3 et à 2X/3. Les niveaux voisins dans chaque doublet peuvent ainsi s'influencer réciproquement quand le champs augmente et donner lieu à un effet Paschen-Back observable même quand A est très grand, alors que dans le cas R-S l'effet croît comme 1/A.

Dans l'effet P. B. commençant les écarts peuvent se mettre sous la forme $\Delta\nu_m = mg\omega + \beta_m\omega^2$, ω étant le champ en cm^{-1} et m le quantum magnétique, et l'on peut calculer les constantes β_m à partir de l'équation de Houston. Nous ne donnerons ici que les principaux résultats de ce calcul. Chaque coefficient peut se mettre sous la forme $\beta = \beta_{j.j} + \beta_{R.S}$, $\beta_{j.j}$ et $\beta_{R.S}$ étant respectivement les coefficients quand $X \rightarrow 0$ et quand $X \sim \infty$ (pour les

(¹) Cf. P. Debye, *Ber. Sächs. Akad. Wiss.*, 86, 1934, p. 105.
(²) *Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 297.

niveaux $^1P_1$ et $^3P_1$ cette équivalence n'est valable qu'en négligeant les termes en X^2). Dans les cas très voisins du couplage j-j complet $\beta_{R.S}$ est négligeable devant β_{jj}; on a, pour chaque « doublet » $\beta = \beta_{j.j} = k/\delta$, δ étant la largeur du doublet, et k un coefficient numérique propre à chaque niveau et sous-niveau et de signe tel que les raies voisines subissent dans chaque doublet un effet de *répulsion* réciproque.

Le spectre du néon contient une série montrant le passage du couplage R-S au couplage j-j extrême : c'est la série $2p^5 ns$. On peut lui appliquer l'équation de Houston comme à une configuration ps, à condition de prendre X et A négatifs. Chaque terme comprend 4 niveaux de notation R-S : $^1P_1$, $^3P_0$, $^3P_1$, $^3P_2$, appelés par Paschen s_2, s_3, s_4, s_5. Leur séparation en « doublets » devient très nette à partir de $n = 5$, le doublet $s_4 - s_5$ ayant une largeur à peu près double de $s_2 - s_3$. Nous avons étudié les raies suivantes, combinaisons de ces niveaux avec le niveau p_{10} :

$5s_2 - p_{10}$...	5433 Å	$5s_3 - p_{10}$...	5448	$5s_4 - p_{10}$...	5662	$5s_5 - p_{10}$...	5689
$6s_2 - p_{10}$...	4656 Å	$6s_3 - p_{10}$...	4661	$6s_4 - p_{10}$...	4827	$6s_5 - p_{10}$...	4837
$7s_2 - p_{10}$...	4334 Å	$7s_3 - p_{10}$...	4336				

Ces raies sont très faibles et, sauf 5689 (¹), n'ont jamais été photographiées dans le champ.

La source est un tube rempli de néon à la pression de 2mm, excité en haute fréquence avec décharge parallèle au champ et regardé « en bout ». La colonne lumineuse, de 3cm de long était placée transversalement dans un champ de 50000 gauss, uniforme sur environ 4cm de longueur, donné par le grand électroaimant de Bellevue. Le spectrographe est constitué par un grand réseau de Rowland utilisé dans le deuxième ordre, suivant un montage Eagle rendu stigmatique par une lentille cylindrique. Les temps de pose ont varié entre 2 et 10 heures.

Dans le tableau ci-après on trouve; pour chaque terme de la série, les valeurs de A et de X, les largeurs en cm^{-1} des doublets $s_2 - s_3$ et $s_4 - s_5$, ainsi que, pour chaque niveau les valeurs en cm^{-1} des déplacements $d = \beta\omega^2$ (ici $\omega^2 = 5,5$) mesurées et calculées; on y trouve aussi les valeurs de g mesurées et calculées d'après les formules de Houston. L'accord est partout satisfaisant, sauf pour le facteur g du niveau $7s_2$.

(¹) K. Murakawa et T. Iwama, *Sc. Pap. Tokyo*, 13, 1930, p. 283.

x	A	X.	s_2-s_3.	s_4-s_5.		s_2 $m=0$.	s_2 $m=\pm 1$.	s_3.	s_4.	s_5.
5	260	0,53	50	84	d_{mes}	0,04	0	$0,04_5$	~ 0	~ 0
					d_{calc}	0,05	0	0,05	0,006	0,006
					g_{mes}		$1,29_5$	0	1,207	–
					g_{calc}		1,292	0	1,208	–
6	260	0,25	22	42	d_{mes}	0,10	0	0,11	~ 0	~ 0
					d_{calc}	0,11	0	0,11	0,014	0,014
					g_{mes}		$1,31_3$	0	$1,18_4$	$1,50_0$
					g_{calc}		1,314	0	1,186	1,500
7	260	0,12	11	24	d_{mes}	0,21	0	0,22	–	–
					d_{calc}	0,22	0	0,22	–	–
					g_{mes}		$1,31_5$	0	–	–
					g_{calc}		1,324	0	–	–

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *La loi de Talbot en photométrie photoélectrique.* Note [1] de M. **Georges-Albert Boutry**, transmise par M. Ch. Fabry.

Pour étendre la loi de Talbot à un récepteur physique, on peut envisager deux énoncés qui ne se confondent que si la réponse du récepteur est linéaire :

I. *La réponse intégrale d'un récepteur qui reçoit un flux lumineux variant périodiquement est la même que si l'énergie lumineuse reçue était uniformément distribuée dans le temps.*

II. *Le facteur de transmission apparent d'un disque tournant de Talbot, mesuré à l'aide du récepteur, est égal à sa transparence géométrique, c'est-à-dire au quotient par* 2π *de l'angle total d'ouverture des secteurs transparents.*

L'énoncé II a été concrétisé à dessein. Quand il est vérifié, le disque devient un étalon de transparence calculable indépendant du temps et de la longueur d'onde. L'expérience m'a montré que les cellules photoémissives y obéissent mal.

Les résultats ci-après correspondent à des vitesses de rotation donnant 55 éclairs par seconde (durée totale de chaque éclair : 0,016 à 0,0015 seconde; passage de l'obscurité à la pleine lumière en 25 à 50 microsecondes). La sensibilité et la fidélité des mesures atteignent 10^{-3}.

(1) Séance du 4 mai 1936.

A. *Cellules à vide.* — Elles ne vérifient pas mieux l'énoncé II qu'elles ne vérifient la loi de proportionalité. Voici des exemples :

T géométrique		$0,889_6$	$0,401_6$	$0,100_0$
T apparent	Cellule 3512	$0,889_1$	$0,403_7$	$0,101_1$
	Cellule CP	$0,890_9$	$0,406_0$	$0,100_7$
	Cellule SP	$0,889_4$	$0,405_5$	$0,104_7$

Les trois cellules, bien d'accord pour les grandes transmissions, donnent des résultats qui divergent de plus en plus quand les transmissions mesurées diminuent; l'influence possible de la diffraction, sûrement très faible, n'est pas seule en cause. Sauf un seul nombre, toutes les transmissions apparentes excèdent les transparences géométriques; toutes les cellules étudiées avaient des cathodes sensibilisées par une mince couche de cæsium déposée sur argent ou sur enduit salin.

b. Cellules à atmosphère gazeuse. — Les écarts peuvent être très importants; pour certaines (cathodes de potassium massif sensibilisées par décharge dans l'hydrogène) ils ont lieu par défaut; pour d'autres (cathodes comme en A), par excès. Exemples (le flux est partout le même) :

T géométrique		$0,889_6$	$0,634_6$	$0,401_6$	$0,253_0$	$0,158_8$	$0,100_0$
T apparent	Cellule SQ (Pot.)	$0,888_0$	$0,621_0$	$0,383_9$	$0,235_9$	$0,150_6$	$0,094_3$
	Cellule 3530 (Cs)	$0,893_0$	–	$0,410_0$	–	$0,165_0$	$0,103_7$

En règle générale, les écarts sont d'autant plus grands que le point figuratif du fonctionnement de la cellule est placé plus près de la nappe d'instabilité de sa surface caractéristique. Exemples :

Cellule SQ	Tension, volts	170	164	160	140	120
	T apparent	$0,147_9$	$0,149_9$	$0,150_6$	$0,156_7$	$0,160_0$
Cellule D (Cs.)	Tension, volts	76	70	50	–	–
	T apparent	0,448	0,420	0,404	–	–

Le sens des écarts semble lié à la nature de la couche sensible, le remplissage gazeux en augmentant l'ordre de grandeur dans chaque cas. Cette manière de voir est confirmée par le fait que les phénomènes de dérive suivent des lois très différentes pour chaque catégorie de cellules. Chez les cellules à couche mince de cæsium, la dérive est en grande partie supprimée par l'éclairage intermittent, comme si une polarisation de la couche sensible (mauvaise conductrice) s'établissait en éclairage continu. Dans tous les cas, les transmissions apparentes varient avec les vitesses de rotation, mais, entre 25 et 200 éclairs par seconde l'ordre de grandeur de ces variations est *bien plus faible* que les écarts moyens constatés.

La conclusion pratique est pessimiste : avec deux cellules différentes, la transmission apparente d'un même disque peut varier, dans des cas extrêmes de 5 pour 100 (cellules à vide) à 25 pour 100 (cellules à atmosphère gazeuse). Avec la même cellule à atmosphère gazeuse utilisée dans des conditions diverses, des variations de 15 pour 100 ne sont pas rares.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Séparations par décantations de couches liquides dans les verres boro-alcalino terreux fondus.* Note (¹) de M. **Marc-Antoine Foëx**, présentée par M. Georges Urbain.

De nombreux verres boriques, particulièrement ceux de chaux, de strontiane et de baryte, donnent deux couches liquides entre certaines limites de concentrations et de températures. La couche supérieure présente dans tous les cas au refroissement un aspect vitreux et opalescent.

Guertler (²) a analysé la composition de ces verres. Il a montré l'enrichissement en oxyde métallique de la couche supérieure par élévation de température et l'appauvrissement simultané de la partie inférieure. Audessus d'une certaine température il ne trouve plus qu'une masse homogène.

Nous avions (³) examiné, à l'aide des conductibilités électriques, l'évolution de ces séparations en fonction de la concentration en chaux pour un verre boro-calcique.

Dans cette étude nous avons tout d'abord refait à 1200° les analyses relatives à la composition des couches données par les verres ne contenant qu'un seul oxyde métallique, puis recherché ce qui se passe dans le cas des verres boriques contenant à la fois de la chaux et de la baryte. Nous avons mesuré les densités à 1200° des couches inférieures et supérieures des différents verres fondus.

Les opérations ont été faites en creuset de terre réfractaire ou de platine. Après avoir procédé à une agitation de quelques minutes, nous avons laissé les solutions se séparer pendant 1 heure à la température fixée (1200°).

Il ne faut pas procéder trop vite en raison de la viscosité qui empêche les échanges rapides, sinon les résultats obtenus auraient peu de signification.

(¹) Séance du 27 avril 1936.

(²) *Zeit. für anorg. Chem.*, 40, 1904, p. 225 et 337.

(³) M. A. Foëx, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1100.

Les densités ont été mesurées par la méthode hydrostatique en pesant une sphère de platine, plongée d'abord dans l'air, puis dans le verre fondu.

A. *Verres ne contenant qu'un seul oxyde métallique :*

		Composition en poids pour 100.	Composition en molécules.	Densité.	Rapport des densités des deux couches.
		Verres boro-barytiques.			
Couche inférieure	B^2O^3....	69,6	100	2,49	1,491
	BaO	30,4	19,8		
Couche supérieure	B^2O^3....	92,65	100	1,67	
	BaO	7,35	3,6		
		Verres boro-stractiques.			
Couche inférieure	B^2O^3....	72,1	100	2,33	1,503
	SrO	27,9	26,0		
Couche supérieure	B^2O^3....	97,4	100	1,55	
	SrO	2,61	1,8		
		Verres boro-calciques.			
Couche inférieure	B^2O^3....	77,95	100	2,30	1,503
	CaO	22,05	35,2		
Couche supérieure	B^2O^3....	98,9	100	1,53	
	CaO	1,13	1,42		

Le rapport des densités des couches inférieures et supérieures est le même pour les différents systèmes à une température donnée et dans les limites d'erreur de l'expérience.

B. *Verres contenant à la fois de la chaux et de la baryte :*

En abscisses sont portées le nombre de molécules de chaux et de baryte pour 100 molécules d'anhydride borique, contenues au total dans les deux couches. En ordonnées sont indiquées le nombre de molécules de chaux et de baryte pour 100 molécules d'anhydride borique contenues dans les couches inférieures (*fig.* 1) et supérieures (*fig.* 2).

Soient A, I et S le rapport des nombres de molécules de chaux et de baryte, respectivement, dans le système global, dans la couche inférieure et dans la couche supérieure. On a dans tous les cas $I > A > S$.

Lorsqu'on augmente les quantités d'anhydride borique, les proportions totales de chaux et de baryte restant les mêmes, I se rapproche de A, S s'en éloigne. L'inverse se produit quand on diminue les quantités d'anhydride borique.

Par élévation de température on enrichit la couche supérieure en oxyde

métallique et appauvrit la couche inférieure, mais I et S n'évoluent que lentement.

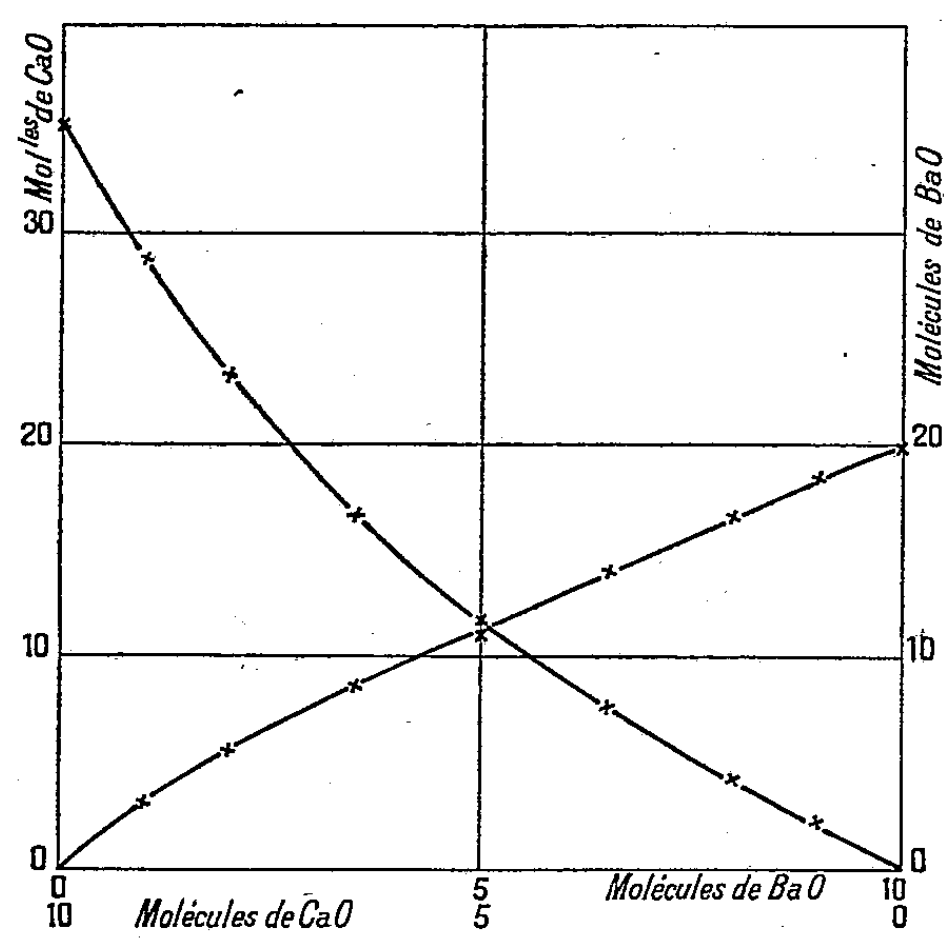


Fig. 1. — Couche inférieure.

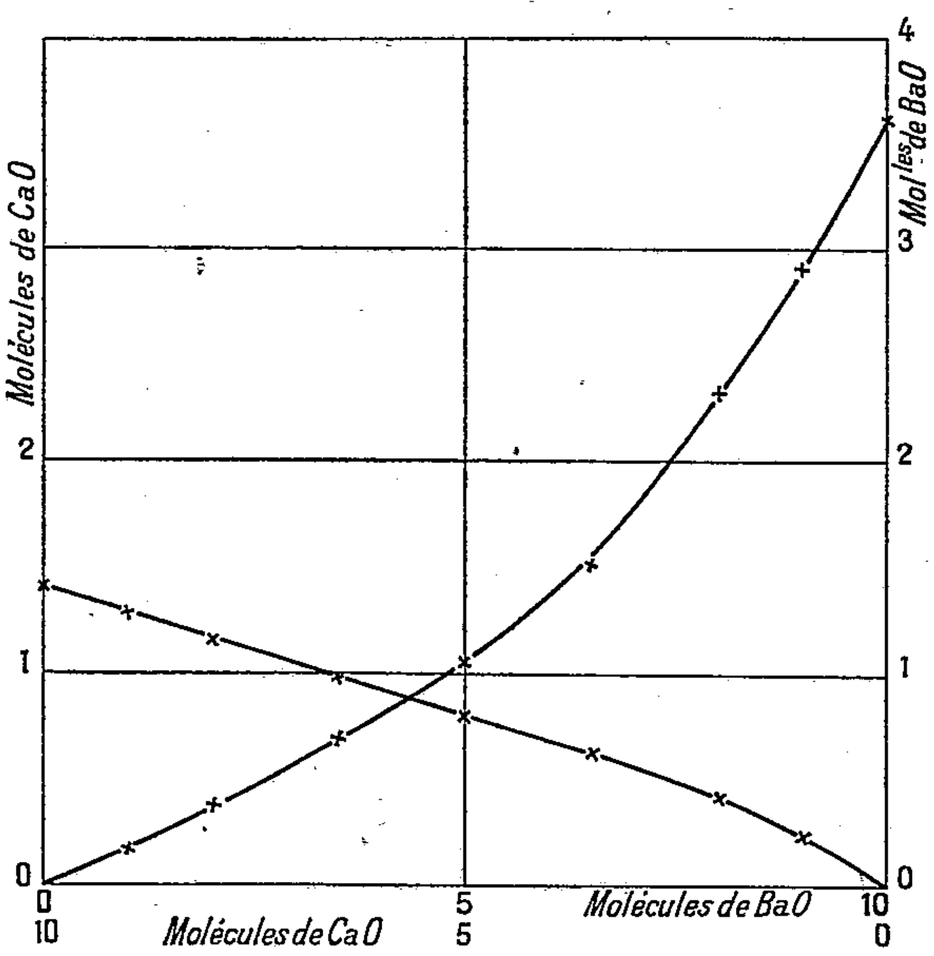


Fig. 2. — Couche supérieure.

La remarque précédente sur les densités s'applique à ces verres.

En résumé, nous avons constaté des différences de répartition de la chaux et de la baryte entre les deux couches obtenues après fusion de verres boro-calco-barytiques. Le rapport de densité des deux couches est constant à une température donnée, pour tous les verres alcalino-terreux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Cinétique de l'hydratation de quelques complexes cobaltiques.* Note de M. **Julien Brüll**, présentée par M. Georges Urbain.

Les sels de cobalti-dichloro-diéthylène-diamine s'hydratent lentement en solution aqueuse selon les deux réactions :

$$(a)\qquad \left[\mathrm{Co\ en^2}\begin{matrix}\mathrm{Cl}\\ \mathrm{Cl}\end{matrix}\right]^{+} + \mathrm{H^2O} = \left[\mathrm{Co\ en^2}\begin{matrix}\mathrm{Cl}\\ \mathrm{H^2O}\end{matrix}\right]^{++} + \mathrm{Cl^-},$$

$$(b)\qquad \left[\mathrm{Co\ en^2}\begin{matrix}\mathrm{Cl}\\ \mathrm{H^2O}\end{matrix}\right]^{++} + \mathrm{H^2O} = \left[\mathrm{Co\ en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O}\\ \mathrm{H^2O}\end{matrix}\right]^{+++} + \mathrm{Cl^-}.$$

Matsuno (¹) a mesuré les constantes de vitesse de ces deux réactions, en admettant que la vitesse initiale est due uniquement à la première et la vitesse finale à la seconde. Mais J. N. Brönsted (²) a montré que, du fait de leur hydrolyse, la constante de vitesse d'hydratation des hydrines diminue peu à peu au cours de la réaction. La constante calculée par Matsuno d'après la vitesse finale n'a donc pas de signification précise.

Nous avons repris l'étude de cette hydratation, soit sur le chlorure violeo (1,2), soit sur le chlorure praseo (1,6). Dans le cas du sel violeo, par exemple, et à 18°, la constante de vitesse de la réaction (*a*) ne varie pas pendant la première heure, elle augmente ensuite du fait de la réaction (*b*). Nous avons mesuré directement la vitesse de cette seconde réaction en partant de la chlorohydrine $Cl^2\left[\mathrm{Co\,en}^2 \begin{smallmatrix}\mathrm{Cl} & 1\\ \mathrm{H^2O} & 2\end{smallmatrix}\right]$, conformément aux résultats de Brönsted (*loc. cit.*), nous avons observé que la constante diminue au cours du temps; une extrapolation facile permet d'obtenir sa vraie valeur au début de la réaction. Nous avons opéré de la même manière avec le chlorure praseo et la chlorohydrine correspondante (³). Enfin nous avons étudié la vitesse d'hydratation du chlorure transchlorohydroxo

$$\mathrm{Cl}\left[\mathrm{Co\,en}^2 \begin{matrix}\mathrm{Cl} & 1\\ \mathrm{OH} & 6\end{matrix}\right] \ (^4).$$

Ces différentes réactions ont été suivies par des mesures de conductivité électrique. Le calcul de la constante de vitesse d'après la formule de Lamb et Marden (⁵) nécessite la connaissance de la conductivité moléculaire à la fin de la réaction. La valeur expérimentale de cette conductivité n'ayant, d'après la remarque précédente (hydrolyse), pas de sens précis, il nous a paru plus correct de la calculer à partir de la conductivité initiale.

La constante est alors donnée par les formules

$$k = \frac{1}{t}\log\frac{\eta_0}{2\eta_0 - \eta_t},$$

dans le cas d'un cation complexe monovalent comme $\left[\mathrm{Co\,en}^2 \begin{matrix}\mathrm{Cl}\\ \mathrm{OH}\end{matrix}\right]^+$, $\left[\mathrm{Co\,en}^2 \begin{matrix}\mathrm{Cl}\\ \mathrm{Cl}\end{matrix}\right]^+$, etc.

et

$$k = \frac{1}{t}\log\frac{\eta_0}{3\eta_0 - 2\eta_t}$$

pour les ions divalents comme $\left[\mathrm{Co\,en}^2 \begin{matrix}\mathrm{Cl}\\ \mathrm{H^2O}\end{matrix}\right]^{++}$.

(¹) *Sci. Imp. Univers. Tokyo*, 41 pt. 11, 1921, p. 12.
(²) *Z. physik. Chemie*, 122, 1926, p. 383.
(³) Préparé d'après Kinderlen, *Lieb. Ann.*, 438, 1924, p. 216.
(⁴) Préparé d'après Meisenheimer et Kinderlen, *Lieb. Ann.*, 438, 1924, p. 241.
(⁵) *J. of the Amer. Chem. Society*, 33, 1911, p. 1873.

Nous avons vérifié notre formule par la mesure de l'hydratation du nitrate-nitratopentamine. Pour une réaction totale et où l'hydrolyse n'intervient pas, les formules précédentes donnent les mêmes résultats que celle de Lambet-Marden (*loc. cit.*).

Dans ces conditions nous avons obtenu les résultats suivants :

Réactions. — Constante de vitesse à 18° pour une concentration de $0^{\mathrm{mol}},001$ par litre.

$$\mathrm{Cl}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{Cl\ 1}\\ \mathrm{Cl\ 2}\end{matrix}\right] + \mathrm{H^2O} \rightarrow \mathrm{Cl^2}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O\ 1}\\ \mathrm{Cl\ 2}\end{matrix}\right] \ldots\ldots\quad k = 4{,}35.10^{-3}$$

$$\mathrm{Cl^2}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O\ 1}\\ \mathrm{Cl\ 2}\end{matrix}\right] + \mathrm{H^2O} \rightarrow \mathrm{Cl^3}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O\ 1}\\ \mathrm{H^2O\ 2}\end{matrix}\right] \ldots\ldots\quad k = 1{,}38.10^{-3}$$

$$\mathrm{Cl}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{Cl\ 1}\\ \mathrm{Cl\ 6}\end{matrix}\right] + \mathrm{H^2O} \rightarrow \mathrm{Cl^2}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O\ 1}\\ \mathrm{Cl\ 6}\end{matrix}\right] \ldots\ldots\quad k = 1{,}02.10^{-3}$$

$$\mathrm{Cl^2}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O\ 1}\\ \mathrm{Cl\ 6}\end{matrix}\right] + \mathrm{H^2O} \rightarrow \mathrm{Cl^3}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O\ 1}\\ \mathrm{H^2O\ 6}\end{matrix}\right] \ldots\ldots\quad k = 1{,}28.10^{-3}$$

$$\mathrm{Cl}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{Cl\ 1}\\ \mathrm{OH\ 6}\end{matrix}\right] + \mathrm{H^2O} \rightarrow \mathrm{Cl^2}\left[\mathrm{Co\,en^2}\begin{matrix}\mathrm{H^2O\ 1}\\ \mathrm{OH\ 6}\end{matrix}\right] \ldots\ldots\quad k = 1{,}18.10^{-2}$$

Ces constantes n'ont d'ailleurs qu'une valeur relative, car elles dépendent de la concentration des complexes correspondants. C'est ainsi que pour la première réaction et pour une concentration cinq fois plus grande, la constante et abaissée de 25 pour 100. Elles permettent cependant de comparer les vitesses d'hydratation des différents ions. On remarquera la différence marquée des vitesses d'hydratation du chlorure violeo et de son isomère praseo et la valeur particulièrement élevée de la vitesse relative au sel *trans*-hydroxo-chloro.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la substitution de l'eau au chlore dans l'ion cobaltidichloro*-trans-*diéthylènediamine*. Note de MM. **Osias Binder** et **Pierre Spacu**, présentée par M. Georges Urbain.

Les solutions aqueuses vertes de chlorure de cobaltidichloro-*trans*-diéthylènediamine virent au violet avec le temps.

S. M. Jörgensen [1] attribue ce changement de couleur à la formation d'un sel aquo. A. Werner et Ch. Herty [2] ont montré que la conductivité

---

(1) *J. prakt. Chem.*, 2e série, 39, 1889, p. 15, et 41, 1890, p. 448.

(2) *Z. phys. Chem.*, 38, 1901, p. 331.

moléculaire de la solution du sel praséo varie lentement à 0°, fortement à 25°, par suite de la formation du sel monoaquo *cis*. J. Shibata ([1]), C. Schleicher ([2]), A. Uspensky et K. Tschibisoff ([3]) ont conclu de leurs études spectrographiques ou spectrophotométriques que la substitution de l'eau au chlore (aquotisation) a lieu suivant les réactions :

$$\underset{\text{vert.}}{\textit{trans}[\mathrm{Co\,en^2Cl^2}]\mathrm{Cl}} \xrightarrow{\mathrm{H^2O}} \underset{\text{violet.}}{\textit{cis}[\mathrm{Co\,en^2(H^2O)Cl}]\mathrm{Cl^2}} \xrightarrow{\mathrm{H^2O}} \underset{\text{rouge.}}{\textit{cis}[\mathrm{Co\,en^2(H^2O)^2}]\mathrm{Cl^3}}.$$

Enfin K. Matsuno ([4]) a étudié le mécanisme de ces réactions par la coagulation d'une solution colloïdale de sulfure arsénieux sous l'action du sel praséo à 25°. Les deux réactions monomoléculaires suivantes se produiraient successivement :

$$\underset{\text{vert.}}{\textit{trans}[\mathrm{Co\,en^2Cl^2}]\mathrm{Cl}} \xrightarrow{\mathrm{H^2O}} \underset{\text{violet.}}{\textit{trans}[\mathrm{Co\,en^2(H^2O)Cl}]\mathrm{Cl^2}} \xrightarrow{\mathrm{H^2O}} \underset{\text{rouge.}}{\textit{cis}[\mathrm{Co\,en^2(H^2O)^2}]\mathrm{Cl^3}}.$$

Le désaccord des résultats de Matsuno avec les travaux antérieurs porterait sur le produit intermédiaire de l'aquotisation du sel praséo. Les précédents admettent la formation du *cis*-monoaquo, tandis qu'il s'agirait pour Matsuno d'un *trans*-monoaquo qui se transformerait dans le produit final *cis*-diaquo par l'intermédiaire d'un composé *trans*-diaquo peu stable.

La thèse de Matsuno nous paraît peu probable du fait que l'ammine praséo se transforme facilement, en solution, en sel violéo. De plus, à partir du *cis*-violéo, on peut préparer le sel *cis*-monoaquo; tandis que le *trans*-monoaquo ne peut être préparé ni à partir du sel praséo ni à partir du sel violéo. D'ailleurs la couleur violette observée par Matsuno serait plutôt en faveur de la formation du *cis*-monoaquo qui est rouge bleuâtre que du *trans*-monoaquo qui est gris vert.

Nous avons repris ces recherches sur l'aquotisation des solutions aqueuses de chlorure de cobaltidichloro-*trans*-diéthylènediamine. Pour cela nous avons étudié par l'analyse chimique et par la diffraction des rayons X plusieurs phases solides obtenues par refroidissement des solutions en cours d'évolution par chauffage au bain-marie, à diverses étapes de cette aquotisation. Les spectres X ont été comparés entre eux et avec ceux des com-

---

([1]) *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, 37, Art. 2, 1915, p. 25.

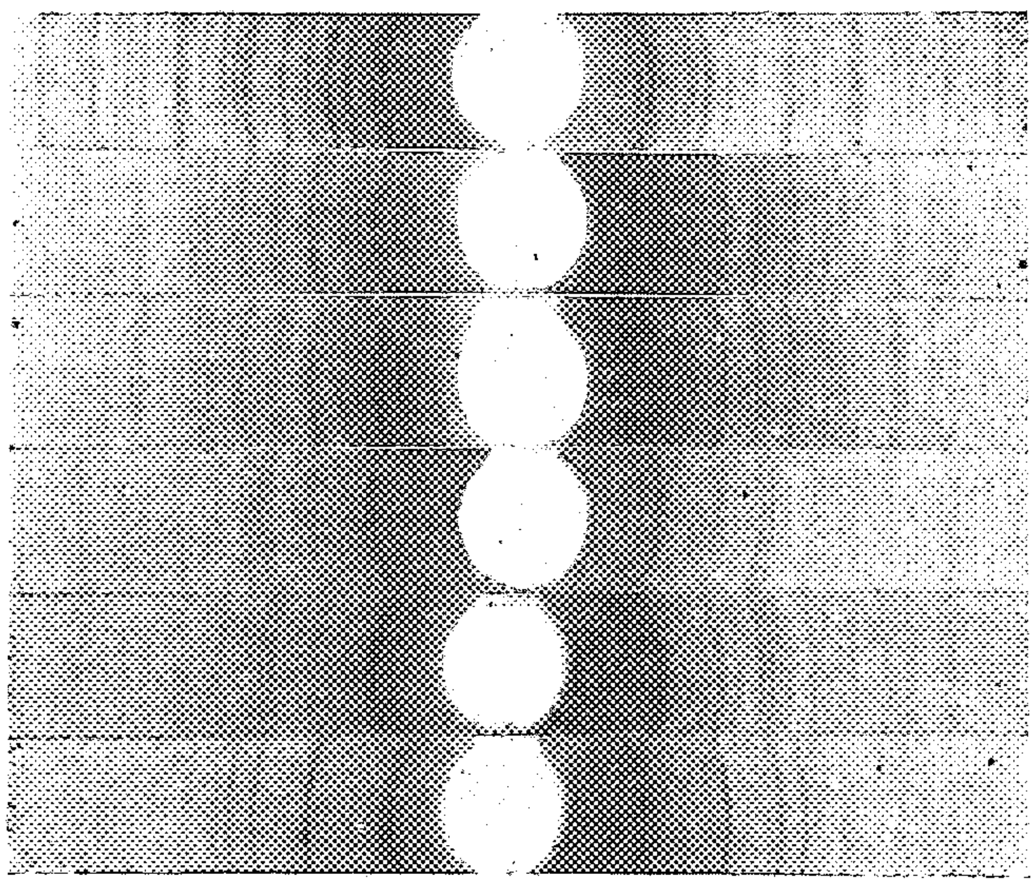
([2]) *Dissertation, Zürich*, 1921, p. 23 et 42.

([3]) *Z. anorg. Chem.*, 164, 1927, 329.

([4]) *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, 41, Art. 11, 1921, p. 12; *Bul. Chem. Soc. Japan*, 1, 1926, p. 133.

plexes *trans*-dichloro, *cis*-dichloro, *cis*-monoaquo et *cis*-diaquo que nous avons préparés d'après les méthodes de Werner.

Pour obtenir ces spectres, nous avons utilisé la radiation K_α du cobalt (K_β a été retenue par une feuille mince de fer).



$[Co\,en^2Cl^2]\,Cl$ *trans*.

produit de l'évaporation à sec du sel *trans*.

$[Co\,en^2Cl^2]\,Cl$ *cis*.

$[Co\,en^2(H^2O)\,Cl]\,Cl^2$ *cis*.

produit d'aquotisation.

$[Co\,en^2(H^2O)^2]\,Cl^3$ *cis*.

Ces recherches nous ont permis de constater que :

1° Les complexes *trans*-dichloro, *cis*-dichloro, *cis*-monoaquo et *cis*-diaquo donnent des spectres de diffraction de rayons X bien distincts;

2° Les diverses phases solides que nous avons préparées par aquotisation du chlorure-praséo sont identiques entre elles;

3° Le spectre de diffraction de rayons X du produit d'aquotisation est identique à celui du sel *cis*-monoaquo.

Par suite nous sommes en droit de conclure que la phase solide résultant de l'aquotisation du chlorure de cobaltidichloro-*trans*-diéthylènediamine n'est que le chlorure de cobaltichloroaquo-*cis*-diéthylènediamine. Toutefois l'évaporation à sec de la solution du sel praséo donne le sel violéo, ce qui est en accord avec les travaux de S. M. Jörgensen (1), A. Werner (2), Uspensky et Tschibisoff (*loc. cit.*).

(1) *J. prakt. Chem.*, 2e série, **41**, 1890, p. 448.
(2) *Lieb. Ann.*, **386**, 1912, p. 1 et 48.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude polarimétrique du malate d'aluminium.* Note de M. **Jean Louis Delsal**, présentée par M. Robert Lespieau.

Comme suite aux recherches polarimétriques de M. Pariselle [1] sur le tartrate d'aluminium, nous avons étudié le malate d'aluminium dans le but de comparer les résultats. Quadrat et Korecky [2] signalent comme probable la formation de deux complexes avec l'acide malique contenant respectivement 3 Al et 4 Al pour 2^{mol} d'acide. Nous n'avons pas trouvé ces résultats et avons au contraire isolé un complexe dans lequel le rapport acide/Al = 1.

1° *Courbes de variations continues de Job.* — La courbe construite pour les mélanges d'acide malique (MH^2) et d'alumine indique nettement un minimum pour la proportion indiquée. On peut donc prévoir l'existence d'un complexe contenant 1 atome de métal par molécule d'acide. La courbe construite pour les mélanges de malate acide de sodium et d'alumine conduit aux mêmes conclusions que la courbe précédente.

2° *Courbes de neutralisation de mélanges d'acide malique et d'un sel d'aluminium dans la proportion* 1 Al *pour* 1 MH^2 :

2^{cm^3} MH^2 moléculaire; 2^{cm^3} $(SO^4)^3Al^2$ (1 Al par litre);
Volume total : 50^{cm^3}; tube 4^{dm}; T. 21°.

NaOH (N) (en cm³)...	0.	2.	4.	5.	6.	7.	7,5.	8.	9.	10.
α raie verte du Hg [3].	−0°08	−0°25	−1°	−1°63	−2°30	−2°90	−2°31	−1°56	−0°36	(précipité alumine)

La courbe présente un minimum pour 3^{mol},5 de soude. Nous avons vérifié que ce minimum était indépendant de la concentration des réactifs. La courbe suivante vérifie que le minimum ne se déplace pas.

5^{cm^3} MH^2 moléculaire; 5^{cm^3} $(SO^4)^3Al^2$ (1 Al par litre);
Volume total : 30^{cm^3}; tube 4^{dm}.

NaOH (N) (en cm³)....	10.	15.	16.	17.	17,5.	18.	20.	22,5.
α raie verte du Hg..	−3°03	−7°15	−8°	−9°	−9°70	−9°40	−7°02	−1°82

En suivant le pouvoir rotatoire en fonction du temps et en traçant pour

---

[1] *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 130; **196**, 1933, p. 918; **197**, 1933, p. 1214.

[2] *Collection des travaux chimiques de Tchécoslovaquie*, **2**, 1930, p. 169.

[3] Les solutions présentent une très forte mutarotation. Les pouvoirs rotatoires indiqués sont ceux relatifs à l'équilibre.

chaque point la courbe $f(\alpha, t)$ on peut en déduire approximativement le pouvoir rotatoire à l'instant zéro. La courbe obtenue en portant en ordonnées ces pouvoirs rotatoires extrapolés et en abscisses le nombre de molécules de base indique un minimum pour 3 molécules de base. Ce point correspond à la formation de l'acide aluminomalique analogue à l'acide aluminotartrique.

Nous arrivons aux mêmes conclusions en remplaçant le sulfate d'aluminium par l'alun de potasse ou l'alun d'ammoniaque et la soude par l'ammoniaque. Les courbes de neutralisation obtenues avec $2MH^2$ et 1 Al, $3MH^2$ et 1 Al, $1MH^2$ et 2 Al ne donnent pas un minimum aussi net que dans le cas précédent.

La courbe électrométrique de la neutralisation par la soude d'un mélange de $1MH^2$ et $1/2(SO^4)^3Al^2$ indique un changement de pente net correspondant au point singulier obtenu par la polarimétrie.

3° *Préparation des complexes.* — En dissolvant 1^{mol} d'alumine fraîchement précipitée et lavée jusqu'à disparition de l'ammoniaque dans 1^{mol} d'acide malique, la dissolution est totale à chaud (sans que l'on puisse dissoudre plus d'une molécule d'alumine par molécule d'acide). En concentrant à chaud la solution obtenue on obtient par refroidissement des cristaux blancs peu solubles dans l'eau, très hygroscospiques. Desséchés dans un dessiccateur à $CaCl^2$, puis à 100° ils perdent $2H^2O$. L'analyse conduit à la formule brute $C^4O^6H^5Al$.

Si l'on effectue une cryoscopie de ce corps dans l'eau on trouve un poids moléculaire double du précédent. Il faut donc admettre l'existence d'un acide aluminomalique $C^8O^{12}H^{10}Al^2$.

Ce fait permet d'interpréter le minimum de la courbe polarimétrique qui correspond par suite à 7^{mol} de base pour 2^{mol} d'acide malique. En déduisant les 6^{mol} nécessaires pour la libération de l'alumine on peut donc concevoir l'existence d'un sel monosodé de l'acide dialuminodimalique à grand pouvoir rotatoire. Si l'on prépare une solution correspondant à ce minimum et que l'on concentre à chaud il cristallise d'abord l'acide dialuminodimalique peu soluble puis en concentrant à quelques centimètres cubes un précipité amorphe blanc très soluble correspondant au dérivé disodé.

En partant de $2Al(OH)^3 + 2MH^2 + 2NaOH$ on obtient uniquement le sel disodé précédent.

Si l'on ajoute encore une molécule de soude, l'alumine ne se dissout plus, il n'existe pas de dérivé plus sodé.

Les résultats polarimétriques et électrométriques sont donc bien en

accord avec l'existence de l'acide dialuminodimalique et de son sel disodé que nous avons isolés. Il existe probablement en solution un autre complexe monosodé à plus grand pouvoir rotatoire que les deux précédents.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la préparation du bicarbonate de sodium.* Note de M. **Ernest Toporescu**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Mon étude sur la préparation du bicarbonate de sodium (1) a été l'objet d'une critique très vive de M. B. Neumann et M. R. Domke (2).

Contrairement aux reproches de ces savants, j'ai rappelé les travaux antérieurs de Fedotieff dans mon mémoire complet (3).

Il est impossible, disent-ils, d'obtenir à 35°, sous la pression atmosphérique les dissolutions de bicarbonate d'ammoniaque sur lesquelles j'ai opéré. En fait, à cette température, je n'ai pas travaillé sous cette pression; je l'ai indiqué dans la deuxième de mes Notes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide diméthyl-2.4-phénylacétique. Sa préparation à partir de l'acide pinonique.* Note de M. **Jean-Vincent Harispe**, présentée par M. Marcel Delépine.

En 1909, Barbier et Grignard (4) ont obtenu l'acide diméthyl-2.4-phénylacétique en chauffant « pendant 14 heures à 100°, en autoclave émaillé, des quantités équimoléculaires d'acide pinonique et de brome avec un poids d'eau égal à la somme des poids des substances réagissantes ».

Reprenant les expériences de ces auteurs, nous avons obtenu un rendement d'environ 20 pour 100 de la théorie. Il se forme en outre des résines abondantes dont la séparation oblige à des manipulations longues et délicates.

Dans le triple but d'améliorer le rendement, d'accélérer la réaction et

---

(1) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 870; 175, 1922, p. 268.

(2) *Z. für Electrochemie*, 34, 1928, p. 138.

(3) *Bul. Sect. Scient. Acad. roumaine*, 10, 1926, p. 106, cité dans *Chem. Centralblatt*, 11, 1927, p. 231.

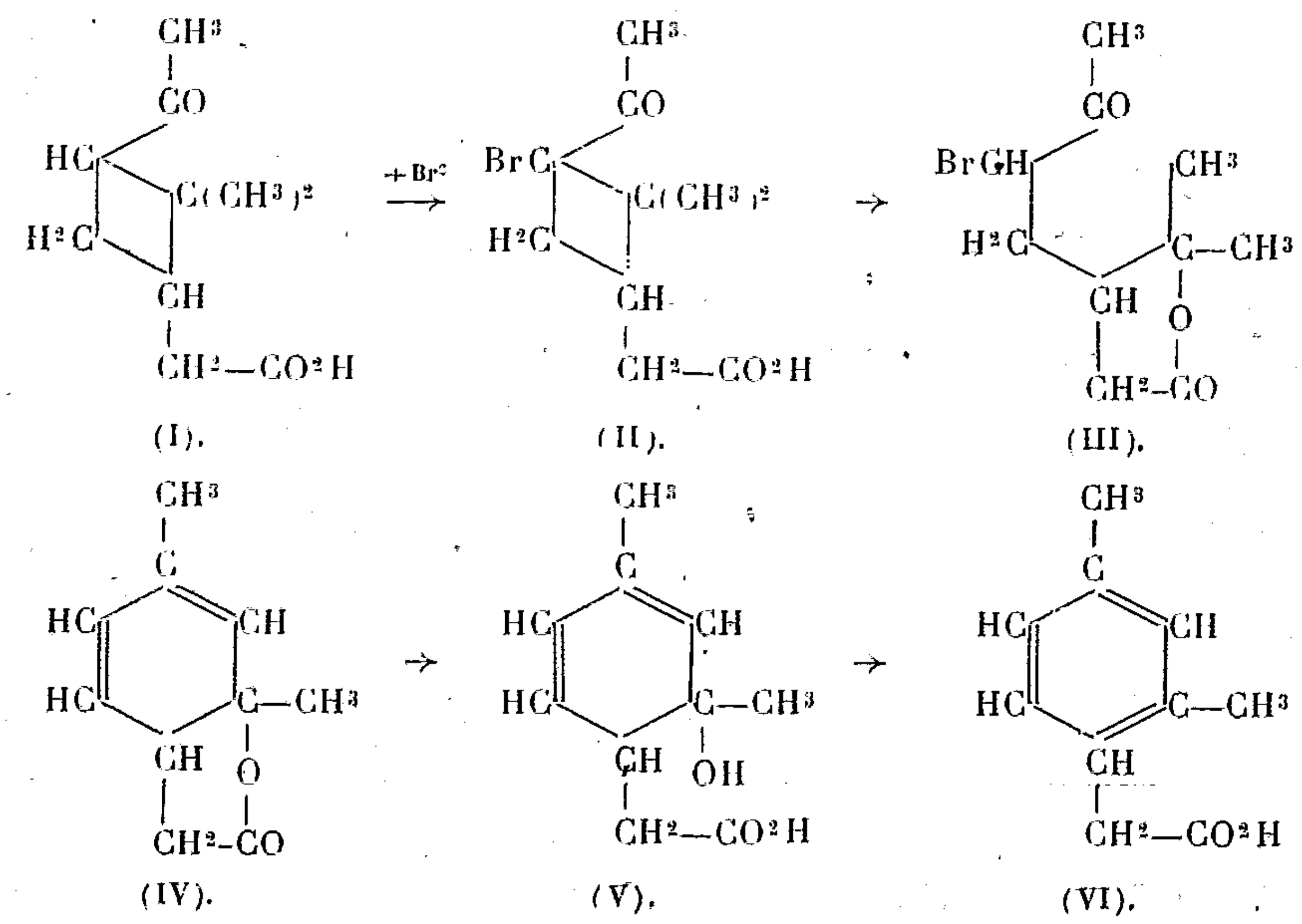
(4) *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 646.

de faciliter l'isolement de l'*acide diméthyl-2.4-phénylacétique*, nous avons mis au point la technique suivante :

Dissoudre 184^g (1^{mol}) d'acide pinonique dans 344^g de solution concentrée d'acide chlorhydrique. Ajouter 160^g de brome et agiter. La réaction vive terminée, chauffer trois heures à reflux au bain-marie bouillant, puis estérifier par le méthanol la masse réactionnelle refroidie. Rectifier avec précaution sous pression réduite. Le *diméthyl-2.4-phénylacétate de méthyle* (126^g) [Eb_{20} : 138° (corr.)] est ainsi séparé de 41^g de résines foncées indistillables. La saponification de cet ester est pratiquement quantitative. Rendement : 70 pour 100 de la théorie à partir de l'acide pinonique, ou 42 pour 100 à partir de l'essence de *Pinus halepensis*, matière première naturelle (en préparant l'acide pinonique suivant la technique de M. Delépine), soit un chiffre à peu près double de celui que peuvent fournir les modes d'obtention classiques de l'acide diméthyl-2.4-phénylacétique à partir du *m*-xylène.

L'étude de la réaction de Barbier et Grignard nous a amené à proposer le mécanisme suivant :

1° Dans une première phase, dont la durée est fonction de l'homogénéité du milieu, un atome de brome se substitue à un atome d'hydrogène de l'acide pinonique (I), vraisemblablement à celui supporté par le carbone voisin du groupement carbonyle.



2° Cette substitution correspond à la libération de BrH. Sous l'influence de cet acide minéral, ainsi que du ClH éventuellement utilisé dès le début,

comme nous le préconisons, *l'acide bromo-pinonique* (II) s'isomérise en *métho-éthyl-bromo-heptanone-olide* (III).

3° Cette lactone bromée, comme d'ailleurs le produit de bromuration de la lactone préparée d'avance, se trouve être très instable, et, lentement à froid, très rapidement à chaud, subit les transformations suivantes :

a. Élimination de BrH avec formation d'une double liaison, puis élimination de H^2O entre le groupe cétone et l'un des groupes CH^3 en fin de chaîne. Apparition d'une seconde double liaison et fermeture du cycle hexagonal (IV).

b. Hydrolyse de la lactone, immédiatement suivie de la déshydratation de l'alcool tertiaire correspondant (V). Apparition de la troisième double liaison benzénique pour aboutir à l'acide (VI).

Nous avons établi le bilan calorifique de la transformation en brûlant dans la bombe calorimétrique : l'acide *dl-cis*-pinonique $C^{10}H^{16}O^3$ (A); la *dl*-métho-éthyl-heptanone-olide $C^{10}H^{16}O^3$ (B) et l'acide diméthyl-2.4-phénylacétique $C^{10}H^{12}O^2$ (C).

	Chaleurs de combustion.		
	Volume constant.	Pression constante.	Chaleur de formation.
A (kg/cal)	1308,8	1310,3	178,9
B »	1302,9	1304,4	184,8
C »	1230,9	1232,1	120,5

Dans ces conditions, on calcule les chaleurs de réaction suivantes :

$C^{10}H^{16}O^3_{sol.(A)} \rightarrow C^{10}H^{16}O^3_{sol.(B)}$ .... $+ 5,9$ kg/cal

$C^{10}H^{16}O^3_{sol.(A)} + Br^2_{liq.} \rightarrow C^{10}H^{12}O^2_{sol.(C)} + H^2O_{liq.} + 2BrH_{diss.}$ .... $+68,6$ kg/cal

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réactivité et structure des amines primaires aliphatiques*. Note de MM. **Gustave Vavon** et **Louis Bourgeois**, présentée par M. Robert Lespieau.

Dans une précédente Note (1) nous avons étudié la réactivité des amines aromatiques en fonction de leur structure. Nous donnons ici quelques résultats d'une semblable étude faite sur des amines primaires de série grasse.

Les mesures ont porté sur quatre amines primaires de formule $C^7H^{15}NH^2$:

(1) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1446.

l'amino-1-heptane (I), l'amino-4-heptane (II), le diméthyl-2.4-amino-3-pentane (III) et l'éthyl-3-amino-3-pentane (IV).

Le groupement NH^2 est uni à un radical primaire dans (I), secondaire dans (II) et (III), tertiaire dans (IV) et l'encombrement au voisinage de la fonction augmente de (I) à (IV) :

$$CH^3-CH^2-CH^2-CH^2-CH^2-CH^2-CH^2-NH^2, \quad \text{(I)}. \qquad \begin{matrix} CH^3-CH^2-CH^2 \\ CH^3-CH^2-CH^2 \end{matrix}\!\!>\!CH-NH^2, \quad \text{(II)}.$$

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}\!\!>\!CH-\underset{}{\overset{NH^2}{\overset{|}{C}H}}-CH\!<\!\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}, \quad \text{(III)}. \qquad \begin{matrix} CH^3-CH^2 \\ CH^3-CH^2 \end{matrix}\!\!>\!\overset{NH^2}{\overset{|}{C}}-CH^2-CH^3. \quad \text{(IV)}.$$

Ces amines ont été préparées par hydrogénation des oximes correspondantes pour les trois premières et par dégradation de la triéthylacétamide pour la dernière.

Les réactifs employés sont le bromure de benzyle, de triméthyl-2.4.6-benzyle qui donnent l'amine secondaire $R-NH-CH^2-C^6H^5$ ou son dérivé triméthylé; l'oxalate dibenzylique qui conduit à l'amide $R-NH-CO-CO^2CH^2-C^6H^5$; le pipéronal qui donne la base de Schiff

$$R-N=CH-C^6H^3\!<\!\begin{matrix} O \\ O \end{matrix}\!>\!CH^2.$$

Mode opératoire. — La réaction est faite dans le toluène pour les bromures (concentration, N/20 en bromure, N/5 en amine) et pour l'oxalate (c., N/20 en amine et en oxalate), dans l'alcool absolu pour le pipéronal (c., N/20 pour les deux substances).

Dans le cas des bromures et de l'oxalate on suit la réaction en titrant l'amine qui n'a pas réagi : pour une molécule de bromure ou d'oxalate qui réagit, il disparaît en effet une molécule d'amine sous forme de produit neutre, bromhydrate ou amide. On met la prise d'essai dans de l'acide sulfurique N/10, en excès, on agite; l'amine passe dans l'eau sous forme de sulfate et l'on titre à la soude l'acide libre, en présence de bleu de bromophénol.

Cette technique n'est pas applicable au cas du pipéronal, car le virage n'est pas net en présence de la base de Schiff. On peut néanmoins suivre la réaction en titrant le pipéronal non combiné : on met la prise d'essai dans un excès d'acide sulfurique, on extrait au chloroforme que l'on décante et chauffe avec un excès de chlorhydrate d'hydroxylamine en solution

aqueuse jusqu'à évaporation du chloroforme. On titre alors au bleu de bromophénol l'acide chlorhydrique mis en liberté par la formation d'oxime.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant (temps en minutes de la demi-réaction).

Amine.	Bromure de benzyle (T = 69°).	Bromure de triméthylbenzyle (T = 69°).	Oxalate dibenzylique (T = 69°).	Pipéronal (T = 39°).
(I)	108	20	13	30
(II)	360	54	290	90
(III)	1020	240	1740	285
(IV)	2400	480	trop lent pour être mesuré	960 (T = 69°)

La vitesse décroît donc, pour les quatre réactions, de (I) *à* (IV), *c'est-à-dire à mesure que le radical carboné se ramifie et encombre plus le voisinage de la fonction amine.* Toutefois, si l'influence de la structure est de même sens pour les quatre réactions, elle ne s'y fait pas sentir au même degré : ainsi, entre les amines (III) et (IV), la vitesse varie beaucoup moins avec les bromures qu'avec le pipéronal et surtout qu'avec l'oxalate dibenzylique.

LITHOLOGIE. — *Sur le constituant essentiel de l'« argile à silex » de Normandie.* Note de M. **B. Brajnikov**.

L'étude micrographique des argiles à silex de Normandie, provenant de diverses localités, ayant montré que la masse de ces argiles est constituée par une phyllite présente dans toutes les préparations, mais possédant les caractères légèrement variables, j'ai cherché à déterminer la nature de ce minéral. Pour ce travail j'ai utilisé une argile à silex qui remplit les poches intérieures de la craie blanche sénonienne (craie à *Micraster cortestudinarium*, c^{7b} de la carte géologique au 1/80000e, feuille d'Évreux) dans une carrière située à la Chapelle Saint-Ouen, à 7^{km} à l'est de Vernon (Eure). La phyllite de cette argile m'a en effet paru la plus pure, et ses propriétés optiques sont nettement exprimées.

Pour séparer la phyllite des minéraux et des colloïdes qui l'accompagnent, l'argile brute a été traitée par l'eau distillée à l'ébullition douce pendant trois quarts d'heure environ, afin de faciliter le délitage. Le pro-

duit a été ensuite lavé plusieurs fois par décantation, séché et tamisé, puis les minéraux de plus de $0^{mm},25$ ont été triés sous la loupe, au moyen d'une aiguille montée. La phyllite isolée se présente en lamelles dont les dimensions atteignent 7^{mm} de diamètre et $0^{mm},5$ d'épaisseur; elles sont légèrement ondulées, translucides, de couleur brun-chocolat et présentent un éclat nacré.

L'analyse chimique de ce minéral lui assigne la composition centésimale suivante :

SiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	Mn^2O^3.	FeO.	CaO.	MgO.	K^2O.	Na^2O.	Perte au feu.	Total.
42,7	22,7	10,8	traces	–	3,5	1,1	0,9	traces	18,7	100,4

La perte au feu comprend l'eau, les matières organiques, et probablement l'anhydride carbonique des carbonates. Ces chiffres donnnent seulement l'ordre de grandeur des proportions relatives des éléments, car la purification de cette phyllite ne pourrait être poussée très loin : on doit en effet éviter l'emploi de tout réactif chimique, le minéral étant assez facilement décomposable.

D'autre part l'examen optique montre que ce minéral est uniaxe, avec son axe optique perpendiculaire aux plans des lamelles (clivage 001). Les indices de réfraction sont $n_\omega = 1,578 \pm 0,002$ et $n_\varepsilon = 1,538 \pm 0,002$; il est donc négatif et sa biréfringence est assez élevée (0,040).

En plaque mince, il a une couleur intense, intermédiaire entre le jaune et le brun; certaines lamelles sont légèrement polychroïques; enfin il est souvent fibreux, montrant une ébauche de croix noire. Sa densité est de 2,498 et sa dureté très faible.

Ces caractères chimiques et physiques permettent de ranger cette phyllite dans la série isomorphe nontronite-beidellite de Larsen (1) : la formule déduite de l'analyse pouvant s'écrire $(Al, Fe)^2O^3.3(\pm)SiO^2.nH^2O$. On peut préciser la place qu'elle occupe dans cette série en la désignant comme *beidellite à déficit de silice*.

L'exécution du spectre de rayons X de phyllite isolée montre que celui-ci se confond pratiquement avec celui des nontronites (2).

Toutefois, dans l'état actuel de nos connaissances, ces attributions ne

(1) E. S. Larsen and G. Steiger, *Am. Journ. of Sc.*, 15, n° 85, 1928, p. 1.

(2) B. Brajnikov et P. Urbain, *C. R. S. Soc. Géol. Fr.*, 14, 1934, p. 203. Les nontronites nous ayant servi de terme de comparaison nous avaient été aimablement offertes par M. J. Orcel.

peuvent être faites sans réserves. La beidellite n'a pas été étudiée par la méthode de rayons X, mais, par contre, la leverrierite (qui se confond avec la beidellite, tout au moins dans certain cas) l'a été par Corbett ([1]) et Ross et Kerr ([2]). Corbette apparente la leverrierite à la muscovite et à la pyrophyllite, le spectre obtenu par Ross et Kerr est identique à celui du groupe kaolinite-anauxite. Ceci laisse supposer que la beidellite (ou la leverrierite), définie par sa composition et ses caractères, constitue un centre de rayonnement pour les séries beidellite-nontronite, beidellite-kaolinite et peut-être beidellite-micas hydratés.

Il paraît donc légitime de considérer le minéral essentiel des argiles à silex normandes comme un membre de la série beidellite-nontronite, mais présentant des affinités avec la beidellite, par suite de la prépondérance de l'alumine sur oxyde ferrique.

PÉDOLOGIE. — *Les sols bruns et rouges à croûte carbonatée en Tunisie.* Note ([3]) de M. **V. Agafonoff.**

La région des sols à croûte (bruns et rouges) est limitée au Sud par les bords nord de la Dorsale Tunisienne et au Nord par les lignes frontières capricieuses des sols alluvionnaires et des rendzinas. La puissance de ces sols bruns et rouges (horizons A + B) varie de 10 à 50^{cm}; elle est en relation avec la profondeur à laquelle se trouve la croûte. Cette croûte est séparée nettement du sol; l'épaisseur de cette croûte est en général de 10 à 50^{cm}, en moyenne 30^{cm}; elle est d'un blanc-sale gris-brunâtre, jaune ou faiblement rouge; dans sa partie moyenne et supérieure elle est presque toujours compacte, souvent homogène même par sa coloration, parfois on observe une fine stratification déterminée par les changements de la coloration (toujours faible), due aux hydrates différentes de l'oxyde de fer et très rarement aussi à la présence des humates. Vers le bas, la croûte devient moins compacte et homogène et passe insensiblement à la couche croûtoïde sous-jacente, composée de grains relativement grands cimentés. Cette couche passe à son tour au calcaire, plus ou moins compacte et homogène, rarement sableux.

([1]) *Am. Journ. of Sc.,* 10, n° 57, 1925, p. 247.

([2]) *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.,* 165, 1931, p. 151.

([3]) Séance du 4 mai 1936.

A notre avis (ayant des prédécesseurs) la croûte de Tunisie se serait formée à une des époques du Quaternaire, où l'insolation était assez forte pour créer dans la roche mère un courant ascendant de solutions et de suspensions constituées en grande partie de carbonate de chaux.

La croûte ne prend aucune part à la vie actuelle du sol; les racines des plantes vivant dans ces sols ne percent pas la croûte, mais suivent sa surface, en la rongeant aux points de contact.

Ces sols à croûte sont formés des éléments apportés par le vent et par l'eau descendant des hauteurs, qui se trouvaient dans le passé, et souvent se trouvent même à présent au voisinage. Si le vent apporte presque exclusivement la poussière quartzeuse et calcaire, le ruissellement, aux différents points de notre région, ne donne pas les mêmes substances ni quantitativement ni qualitativement. Voilà une des causes des différences des sols appartenant à ce type; l'autre cause : l'insolation n'est et n'était pas la même dans les différents points de notre région. Il y a encore un facteur qui pouvait intervenir; c'est la formation de ces sols dans les petites « synclinales » *sans* croûtes; dans ces endroits les sols se forment non seulement par les processus décrits plus haut, mais aussi par le processus pédologique « normal » — par la décomposition de la roche mère.

Tous ces sols, un certain temps après leur formation, pouvaient se *souder*. Les combinaisons diverses de tous ces processus créaient des sols du même type, mais assez différents au point de vue physico-chimique. Malgré ces différences, on peut caractériser tous ces sols à croûte comme des sols peu puissants, constitués de terre fine en quantité médiocre et d'agrégats et de mottes de différentes grandeurs, composés de matériaux assez hétérogènes, surtout au point de vue de la forme et de la dimension des grains composant ces formations. L'analyse microscopique nous montre que ces mottes sont faiblement cimentées par du carbonate de chaux très fin qui ne réagit pas sur la lumière polarisée, quand il est imbibé par l'hydrate de fer plus ou moins foncé; dans ce fond sont disséminés les grains de quartz de deux types : la poussière quartzeuse, les petits débris de quartz, apportés par le vent, et les cristaux beaucoup plus gros, mais toujours roulés et parfois même arrondis et craquelés apportés par le ruissellement, ainsi que les concrétions bien roulées, les morceaux de la croûte ou de la roche mère des endroits situés plus haut et travaillés par les eaux de ruissellement.

La microstructure des croûtes se distingue de celle des sols en premier lieu par leur pâte; le ciment est plus homogène que dans le sol et joue le

rôle dominant parce que la quantité de grains de quartz est minime généralement on ne rencontre dans la microphotographie de la croûte que les débris du quartz poussiéreux éolien, les gros *cristaux* du quartz se rencontrent très rarement. Les plaques minces de la croûte nous montrent aussi les traînées de matière carbonatée fine avec de rares petits morceaux de quartz anguleux.

Aussi, pour notre *complexe-sol-croûte-roche mère calcaire*, la règle générale est la suivante : la plus grande quantité de quartz se trouve dans le sol, la plus petite dans la croûte, la *roche mère* au milieu ; pour le carbonate de chaux, les relations sont inverses, mais la roche mère donne, et cette fois, des chiffres moyens.

Nous avons fait beaucoup de dosages de CO^2 et des résidus insolubles dans l'acide chlorhydrique des sols bruns et rouges, de leurs croûtes et des roches mères ; les résultats sont concordants (à de très rares exceptions près) avec l'analyse microscopique.

Les processus de genèse, les paramètres chimiques des couches différentes du *complexe-sol-croûte-roche mère* ont le même caractère dans les sols *bruns* et les sols *rouges* à croûte, mais ces sous-types diffèrent plus ou moins les uns des autres par leur *complexe absorbant* et par leur capacité d'absorption,

Le calcul des coefficients moyens du paramètre 1er (SiO^2/Al^2O^3) pour les sols bruns nous donne 3,8 et pour les sols rouges 3,0 ; la capacité d'absorption moyenne, en milli-équivalents de Ni pour les sols bruns est 9,7 et pour les sols rouges, 7,6. Mais quelle est la cause de la différence de couleur entre ces deux sous-types de sols à croûtes ?

La seule réponse qu'on puisse donner est, à notre avis, que ces différences de couleur, rouge et brune, dépendent des différences de couleur des apports qui ont formé ces sols. La plus grande uniformité des sols rouges, dépend aussi de la plus grande uniformité des roches mères des apports.

La répartition géographique de ces sols donne un grand appui à cette déduction, parce que les régions des sols rouges sont disposées presque toujours parallèlement aux dépôts, plus ou moins élevés, du trias, tandis que les sols bruns touchent les *témoins* des différentes époques géologiques.

GÉOLOGIE. — *Le Flysch nummulitique sur la transversale de Malaga (Andalousie).* Note de M. **A. Robaux.**

J'ai montré [1] que le Flysch sénonien recouvre directement le Paléozoïque du Bétique de Malaga. La coupe se complète par d'autres niveaux et la série du Flysch se poursuit vers le Nord à travers les zones bétique, pénibétique et subbétique où il est intéressant de l'étudier.

Zone bétique. — Sur les grès grossiers supérieurs où sur les grès fins à Rosalina décrits dans ma dernière Note repose transgressivement l'Oligocène, représenté au Peñones près Colmenar par les niveaux suivants :

a. Calcaires bréchoïdes à Nummulites toutes petites, *Nephrolepidina Tournoueri*, Lépidocyclines diverses, *Eulepidina Raulini* Lem. et Douv., Amphistégines;

b. Grès fins rappelant les grès fins du Crétacé supérieur qui ont été signalés au Cerro Rengles (*loc. cit.*), mais ici avec Lépidocyclines nombreuses et très petites.

L'Éocène moyen et supérieur si bien développé dans la province de Cadiz et jusque dans la vallée du Guadalhorce n'existe pas dans ces coupes. Mais la lacune n'est pas générale dans cette zône, M. M. Blumenthal [2] ayant signalé en effet des calcaires à Alvéolines et à *Numm. atacicus* près de Casabermeja à 12^{km} à l'ouest des coupes précédentes.

Zône pénibétique. — Ni l'Éocène, ni l'Oligocène ne paraissent conservés sur le Sénonien de la Sierra Prieta, même au creux des synclinaux. Mais la plaine du Flysch, au nord de la chaîne calcaire du Realengro, comporte, sur des marnes bariolées néocrétacées, des grès quartziteux analogues à ceux de Colmenar. L'Éocène est bien développé au Cerro de Buitreras comme l'indique M. Blumenthal [3].

L'Oligocène à Lépidocyclines et à Nummulites existe au nord de Villanueva del Rosario avec le faciès gréseux ou bréchoïde de la zone de Colmenar. Ainsi les faciès de la zone bétique peuvent se retrouver jusqu'au nord du Pénibétique.

Zone subbétique. — A l'extérieur de la zone précédente, le Flysch est très recouvert par les formations miocènes, mais il apparaît encore dans

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1291.

(2) *Eclogae geologicae Helvetiae*, 23, n° 1, 1930, p. 43 à 293.

(3) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, 1, 1931, p. 25-94.

quelques coupes, en particulier près du Peñon de los Enamorados. On y voit les niveaux suivants :

a. A la base, entre le rocher et le miocène transgressif, une importante passée gréseuse contenant *Rosalina Linnei* d'Orb., des prismes d'Inocérames et des fragments d'Orbitoïdés.

b. Au sommet et latéralement, des calcaires assez tendres, bréchoïdes, sont bourrés de *Nephrolepidina Tournoueri Nephr. marginata* Mich., *Eulepidina Raulini*, *Heterostegina Numm. incrassatus* de la Harpe, toutes petites Nummulites *Numm. Bouillei*, etc.

c. Vers l'Est, au Cortijo d'El Palanco, les brèches signalées par M. Blumenthal deviennent plus fines et semblent faire suite aux précédentes formations, mais elles sont encore oligocènes.

Plus au Nord-Ouest les falaises de Jauja qui dominent le Rio Genil ne comportent pas d'Oligocène, mais le faciès est ici totalement différent du précédent : la série visible débute par des grès tendres et se poursuit par des calcaires crayeux et des marnes blanches contenant de petites Nummulites, des Lépidocyclines et de nombreux Rotalidés.

Les niveaux de base montrent des fragments de Rosalines remaniées témoignant de la présence du Crétacé supérieur non loin de là.

Enfin, vers le Nord-Est, aux abords d'Iznajar, les collines du Campo Agro donnent la coupe suivante :

A la base, grès calcaires finement bréchoïdes avec *Rosalina* sp., *Orbitoïdés crétacés*, *Gümbelina* et prismes d'Inocérames. A ce sommet, une puissance série de grès tendres et de calcaires montre une faune oligocène particulièrement riche. En dehors des espèces communes existent : *Nephrolepidina partita*, *Nephr. præmarginata*, *Eulepidina dilatata*, *Eul. formosoïdes*, Nummulites variées, etc.

Conclusions. — Sur la transversale de Malaga, jusqu'à la Vallée du Rio Genil, se développe un Flysch offrant, sous des aspects variés, les deux niveaux suivants : à la base un Crétacé supérieur d'aspect littoral et grossier au Sud (zône bétique) plus profond localement à la Sierra Prieta et à la Boca del Asno (zône pénibétique) rarement visible sous le Miocène du Subbétique au Nord ; au sommet une puissante série oligocène jouant un rôle prépondérant : le Nummulitique est varié du Sud au Nord et s'oppose complètement, dans son faciès bréchoïde ou par sa faune, à l'ensemble précédent.

Le Lutétien n'est conservé que localement et cette rareté donne aux coupes décrites un cachet spécial.

Nous retrouvons donc jusque sur la transversale de Malaga les termes définis dans la Province de Cadix. Le Sénonien particulièrement constant devient plus pélagique vers l'extérieur de la chaîne. Le Lutétien transgressif est ici raviné par l'Oligocène, mais je n'ai encore pu définir la loi de discordance entre les deux termes du Nummulitique.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Relations entre la conductibilité électrique de l'air et quelques facteurs météorologiques à l'Observatoire de Ksara (Liban).* Note (1) de M. **Jean Chevrier**, présentée par M. Charles Maurain.

Les mesures de la conductibilité furent faites d'août à décembre 1934 selon la méthode de Gerdien. A défaut d'enregistrement continu, je m'attachai à la rapidité des opérations (une vingtaine de secondes pour chaque charge) sans trop sacrifier de leur précision (l'erreur ne dépasse pas normalement 10^{-7} u. e. s.). Les mesures furent exécutées entre 8 et 19^h, 10 observations à chaque heure ronde (5 pour chaque charge).

A l'aide des relevés des appareils enregistreurs de l'Observatoire, j'établis les tableaux suivants où figurent 850 mesures de chaque signe.

I. — *Pression atmosphérique.*

Pression (mm Hg).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	$L.10^4$.	Pression (mm Hg).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	$L.10^4$.
678,5....	351	353	704	682,9....	392	350	742
679,6....	359	346	705	683,3....	422	388	810
680,2....	342	346	688	683,6....	389	402	791
680,7....	358	362	720	684,3....	389	368	757
680,9....	426	377	803	684,8....	357	385	742
681,2....	422	381	803	685,6....	340	355	695
681,5....	368	359	727	686,6....	360	355	715
682,0....	364	344	708	688,0....	366	338	704
682,4....	400	377	777				

L'ensemble est irrégulier avec une tendance à une diminution de la conductibilité quand la pression augmente.

(1) Séance du 4 mai 1936.

II. — *Température.*

Température (° C.).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	L.10^4.	Température (° C.).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	L.10^4.
7,8.....	375	351	726	24,6.....	373	348	721
13,9.....	396	367	763	25,3.....	375	391	766
16,5.....	372	371	743	26,2.....	390	377	767
18,8.....	339	370	709	27,0.....	354	365	716
20,5.....	336	352	688	27,9.....	387	381	768
21,7.....	361	348	709	29,1.....	399	384	783
22,4.....	375	373	748	31,2.....	400	381	781
23,0.....	356	347	703	32,8.....	410	387	797
23,7.....	406	357	763				

L'augmentation de la conductibilité avec la température se manifeste ici plus clairement.

III. — *Humidité relative.*

Humidité (%).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	L.10^4.	Humidité (%).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	L.10^4.
23,3.....	405	385	790	43,0.....	358	347	705
26,8.....	397	389	786	44,8.....	367	355	722
29,5.....	408	392	800	47,5.....	361	357	718
31,6.....	383	388	771	51,2.....	389	366	755
33,6.....	383	362	745	55,2.....	362	372	734
35,0.....	395	370	765	59,4.....	337	343	680
36,0.....	378	357	735	68,9.....	377	365	742
38,1.....	351	338	689	84,0.....	393	340	733
40,8.....	373	360	733				

La conductibilité de l'air diminue quand l'humidité relative augmente.

IV. — *Vitesse du vent.*

Vitesse (m/s).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	L.10^4.	Vitesse (m/s).	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	L.10^4.
0,0......	353	338	691	6,0.....	380	352	732
0,5......	340	342	682	6,5.....	400	350	750
1,0......	374	372	746	7,0.....	378	359	737
1,5......	369	413	782	7,5.....	415	382	797
2,0......	397	396	793	8,0.....	388	366	754
2,5......	475	343	818	9,0.....	362	366	728
3,0......	374	368	742	9,5.....	356	356	712
3,5......	293	335	628	10,0.....	398	366	764
4,0......	382	399	781	11,0.....	365	356	721
5,0......	367	358	725	12,0.....	353	348	701
5,5......	389	359	748				

En dehors de l'absence de vent, il semble que la conductibilité diminue quand la vitesse du vent augmente.

V. — *Direction du vent.*

Direction.	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	$L.10^4$.	Direction.	$l+.10^4$.	$l-.10^4$.	$L.10^4$.
N........	(1)	(1)	(1)	SSE.....	340	405	745
NNW....	332	335	667	SE.......	420	412	832
NW.....	395	352	747	ESE.....	405	388	743
WNW...	383	358	741	E........	344	334	678
W.......	360	366	726	ENE.....	328	352	680
WSW....	382	382	764	NE......	355	319	674
SW......	385	397	782	NNE.....	375	449	824
SSW.....	376	362	738	Calme...	403	336	739
S........	384	366	750				

Les vents dominants sont ceux de NW à SW; ceux de S à E, souvent orageux ou poussiéreux, paraissent entraîner une augmentation de la conductibilité, tandis que ceux d'E à NE, venant de la montagne, amènent une baisse.

On notera que, dans la plupart des cas, la conductibilité négative présente des oscillations moins amples que la conductibilité positive. Enfin il résulte des relations esquissées ici qu'une étude plus approfondie exige, comme pour les facteurs météorologiques, un enregistrement continu de la charge électrique de l'air.

GÉOCHIMIE. — *Sur la teneur en néon des gaz naturels.* Note (2) de M. **Nicolas P. Péntcheff**, présentée par M. Marcel Delépine.

La recherche quantitative du néon dans les gaz naturels est très peu avancée. En dehors de l'air atmosphérique, il n'existe que deux cas d'analyse à ce point de vue : les gaz spontanés de la source Kings Well (Bath, Angleterre) (3) et les gaz spontanés de la source de Tchouloudja (Hissar, Bulgarie) (4). D'autre part la connaissance de la teneur en néon des gaz naturels est très importante pour les déductions de la théorie de

(1) Pas d'observations.

(2) Séance du 4 mai 1936.

(3) *Gmelins Hdb. der anorg. Chemie*, 8 Aufl., 1926, n° 1, *Edelgase*, p. 24.

(4) N. P. Péntcheff, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 322.

MM. Moureu et Lepape ([1]), par rapport à laquelle les résultats des analyses de ces deux gaz de sources ne sont pas d'accord. En effet, d'après les recherches de Ramsay, la teneur en néon des gaz de la source de Bath est beaucoup plus grande que la même teneur de l'air atmosphérique, et pour expliquer ce résultat (ainsi que les résultats d'expériences spéciales) MM. Cameron et Ramsay avaient admis que le néon se produit dans la nature d'une façon plus ou moins analogue à celle de l'hélium ([2]). Au contraire nos recherches ont montré que les valeurs des rapports quantitatifs entre le néon et les autres gaz inertes (sauf l'hélium) dans les gaz spontanés de la source de Tchouloudja sont bien celles qu'exige la loi de constance de MM. Moureu et Lepape.

Le premier de ces deux résultats (Ramsay) fut mis en doute par MM. Moureu et Lepape ([3]) à la suite de leurs propres expériences sur les gaz de Bath, et on a toutes les raisons d'adopter les conclusions théoriques qui résultent de nos recherches. Pourtant il serait utile d'avoir à cet égard des confirmations plus nombreuses, c'est pourquoi nous avons déterminé la quantité de néon présente dans les gaz spontanés d'une autre source bulgare, celle de Kovanlik. Nous avons procédé de la façon suivante :

Au moyen d'une technique expérimentale ([4]) très délicate et rigoureusement contrôlée, nous avons obtenu, d'une manière aussi précise que possible, les données suivantes sur ce gaz naturel ([5]) :

1° La densité (en grammes par litre) du mélange global des gaz rares (D);

([1]) Ch. Moureu, *Journ. de Chimie phys.*, **11**, 1913, p. 134-152.

Pour expliquer la richesse exceptionnelle en hélium de quelques gaz naturels provenant de formations lagunaires anciennes, M. Lepape a formulé une ingénieuse hypothèse, d'après laquelle la plus grande partie de l'hélium de ces gaz serait produite par la désintégration de l'élément numéro atomique 87 (ékacésium) qui, à cause de sa courte période, aurait aujourd'hui disparu (*Rapports du XIVe Congrès international d'Hydrologie, de Climatologie et de Géologie médicales*, Toulouse, 1933, p. 372; *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1643; **200**, 1935, p. 163 et 336).

([2]) Ramsay et Rudorf, *Die Edelgase* (*Hdb. der allgem. Chemie*, Bd II, Leipzig, 1914, p. 186).

([3]) A. Lepape, *Rapports du XIVe Congrès, etc.*, ci-dessus, p. 370.

([4]) N. P. Péntcheff, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 511; **186**, 1928, p. 249; **192**, 1931, p. 691.

([5]) L'analyse qualitative a montré la présence des cinq gaz rares.

2° La quantité (en volume) de la fraction des gaz rares légers (Q)[1] isolée d'une quantité connue de mélange global des gaz rares;

3° Les quantités (en volumes) d'argon (a), de krypton (b) et de xénon (c) dans le même mélange.

Connaissant aussi les densités séparées (D_{He}, D_{Ne}, D_{Ar}, D_{Kr} et D_{Xe}) de tous les gaz rares, nous avons calculé la quantité (x), en volume, de néon dans le mélange global des gaz rares, d'après l'équation suivante:

$$x = \frac{D(Q + a + b + c) - D_{He}.Q - D_{Ar}.a - D_{Kr}.b - D_{Xe}.c}{D_{Ne} - D_{He}}$$

De la valeur trouvée, nous avons déduit la teneur du gaz naturel primitif en néon. Les gaz spontanés de la source de Kovanlik, située dans le mont Kara-Baïr, près du Rhodope occidental (Bulgarie), contiennent 0,003 pour 100 (en volume) de néon.

Ce résultat, malgré la grande précision des valeurs que nous avons déterminées par voie expérimentale, n'est pas précis, car la proportion du néon dans le gaz étudié est très faible par rapport à celles de l'argon et de l'hélium. Néanmoins il donne l'ordre de grandeur de la teneur en néon et nous permet d'affirmer que celle-ci vérifie l'hypothèse de MM. Moureu et Lepape relativement à cet élément. Les valeurs des rapports suivants, quoique approximatives, montrent que le néon est soumis à la même loi de constance que l'argon, le krypton et le xénon :

$$\frac{\frac{Ne}{Ar}(\text{source})}{\frac{Ne}{Ar}(\text{air})} = 1,1, \qquad \frac{\frac{Ne}{Kr}(\text{source})}{\frac{Ne}{Kr}(\text{air})} = 0,8, \qquad \frac{\frac{Ne}{Xe}(\text{source})}{\frac{Ne}{Xe}(\text{air})} = 0,8.$$

Ces données sont en accord avec les résultats que nous avons obtenus pour les gaz spontanés de la source de Tchouloudja (Hissar), dont les rapports respectifs ci-dessus avaient les valeurs suivantes :

0,77, 0,73, 0,7.

Remarque. — Dans le calcul des rapports, nous avons adopté, pour la teneur de l'air atmosphérique en néon, le nombre de G. Claude (0,0015 pour 100, en volume).

---

[1] Mélange hélium-néon. Voir à ce sujet : N. P. Péntcheff, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 323; *Annuaire de l'Université de Sofia, Faculté physico-mathématique*, **30**, 1933-1934, 2, p. 47.

PALÉONTOLOGIE. — *Une forme ancestrale des Amphibiens Anoures dans le Trias inférieur de Madagascar.* Note de M. **Jean Piveteau**, présentée par M. Henri Douvillé.

Les Amphibiens Anoures (Grenouilles, Crapauds etc.) constituent dans l'ensemble des Vertébrés terrestres un groupe très aberrant. Leur histoire paléontologique ne nous apportait jusqu'ici aucune indication sur la genèse de leurs curieuses spécialisations squelettiques. Le plus ancien Anoure connu, *Montsechobatrachus*, du Jurassique supérieur d'Espagne, présente en effet toutes les particularités des types vivants. Avec lui, l'évolution structurale du groupe est entièrement achevée.

Tout récemment M. Massinot a découvert dans le Trias inférieur du nord de Madagascar (province d'Ambilobé) un curieux fossile, auquel nous avons donné le nom de *Protobatrachus* nov. sp., et dont la figuration ainsi qu'une courte description vont paraître dans un autre Recueil.

Nous allons essayer de montrer que ce fossile, qui doit prendre place parmi les plus importants que la Paléontologie nous ait révélés, présente toutes les caractéristiques que l'on peut théoriquement s'attendre à trouver dans une forme ancestrale des Anoures.

Le crâne est déjà essentiellement du type anoure. Très aplati, avec de larges fenêtres palatines, un ptérygoïde à trois branches et un parasphénoïde en T renversé, il n'offre aucune différence importante avec celui des espèces vivantes. En outre, il ne fait aucun doute que le nerf hypoglosse sortait en arrière du crâne; le nombre des segments post-otiques est ainsi le même chez *Protobatrachus* que chez les Anoures actuels.

On observe dans *Protobatrachus* le début de réduction de la partie présacrée de la colonne vertébrale; cette réduction sera poussée à l'extrême dans les Anoures vivants. Les côtes sont très réduites.

La colonne vertébrale des Anoures actuels se termine par une longue tige osseuse, le coccyx ou urostyle. Cette même région est formée chez *Protobatrachus* de vertèbres distinctes. Nous voyons ainsi, comme nous le suggéraient l'Anatomie comparée et l'Embryologie, que les Anoures, au début de leur histoire, n'avaient pas d'urostyle, et que l'ilion s'attachait à la colonne vertébrale beaucoup plus en arrière que dans les formes vivantes. La transformation des vertèbres en urostyle est en corrélation avec le déplacement vers l'avant de l'attache de l'ilion.

Aucun Amphibien Anoure vivant ne présente naturellement de queue. Dans le genre actuel *Ascaphus*, on a parfois considéré comme queue un appendice qui n'est qu'un simple organe copulateur. Mais cette même forme, fait unique chez les Anoures, présente deux muscles caudaux (*m. pyriformis* et *m. caudalipuboischiotibialis*), peut-être homologues des deux muscles caudaux des Amphibiens à queue ou Urodèles. L'anatomie comparée nous montre ainsi que les formes ancestrales des Anoures ont dû avoir une queue, et que celle-ci n'a sans doute disparu qu'à une phase relativement récente de leur histoire. Or *Protobatrachus* présente une véritable queue, formée par au moins quatre vertèbres.

La ceinture pelvienne, par l'allongement des ilions et la forme des ischions, entre dans le type anoure.

Les membres antérieurs et postérieurs, de longueur si différente chez les Anoures actuels, sont sensiblement égaux chez *Protobatrachus*, les antérieurs étant néanmoins les plus courts. Le radius et le cubitus, le tibia et le péroné restent distincts, au lieu de se souder comme dans les types actuels. De plus, le tibia et le péroné sont beaucoup moins longs que le fémur. Ainsi, la structure de l'ilion comme celle du membre postérieur montrent qu'il n'existe pas, dans *Protobatrachus*, les particularités squelettiques que l'on s'accorde à considérer comme traduisant une adaptation au saut. Il semble cependant que l'allongement des os tarsiens soit amorcé.

Le contour du corps *Protobatrachus*, parfaitement marqué, est tout à fait semblable à celui des Anoures actuels.

Nous avons ainsi, avec ce fossile du Trias malgache, des indications précises sur une phase très ancienne et décisive de l'histoire des Amphibiens Anoures. *Protobatrachus* nous montre que l'évolution crânienne de ce groupe a été achevée dès le début de l'ère secondaire; que les particularités des membres, des ceintures et des vertèbres n'ont été acquises qu'ultérieurement. Plus encore, il nous permet de comprendre (comme nous essayerons de l'établir dans l'étude détaillée de cette forme) le mécanisme de ces transformations.

Il nous paraît enfin affirmer les affinités entre Anoures et Stégocéphales Phyllospondyles. Par contre, rien ne rapproche spécialement *Protobatrachus* des Urodèles. Nous retrouvons ainsi par la paléontologie une confirmation des vues de Wintrebert sur l'origine différente des Anoures et des Urodèles, ou tout au moins sur leur séparation très ancienne.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Numération chromosomique et évolution nucléaire chez le* Koelreuteria paniculata. Note de MM. ANDRÉ EICHHORN et ROBERT FRANQUET, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

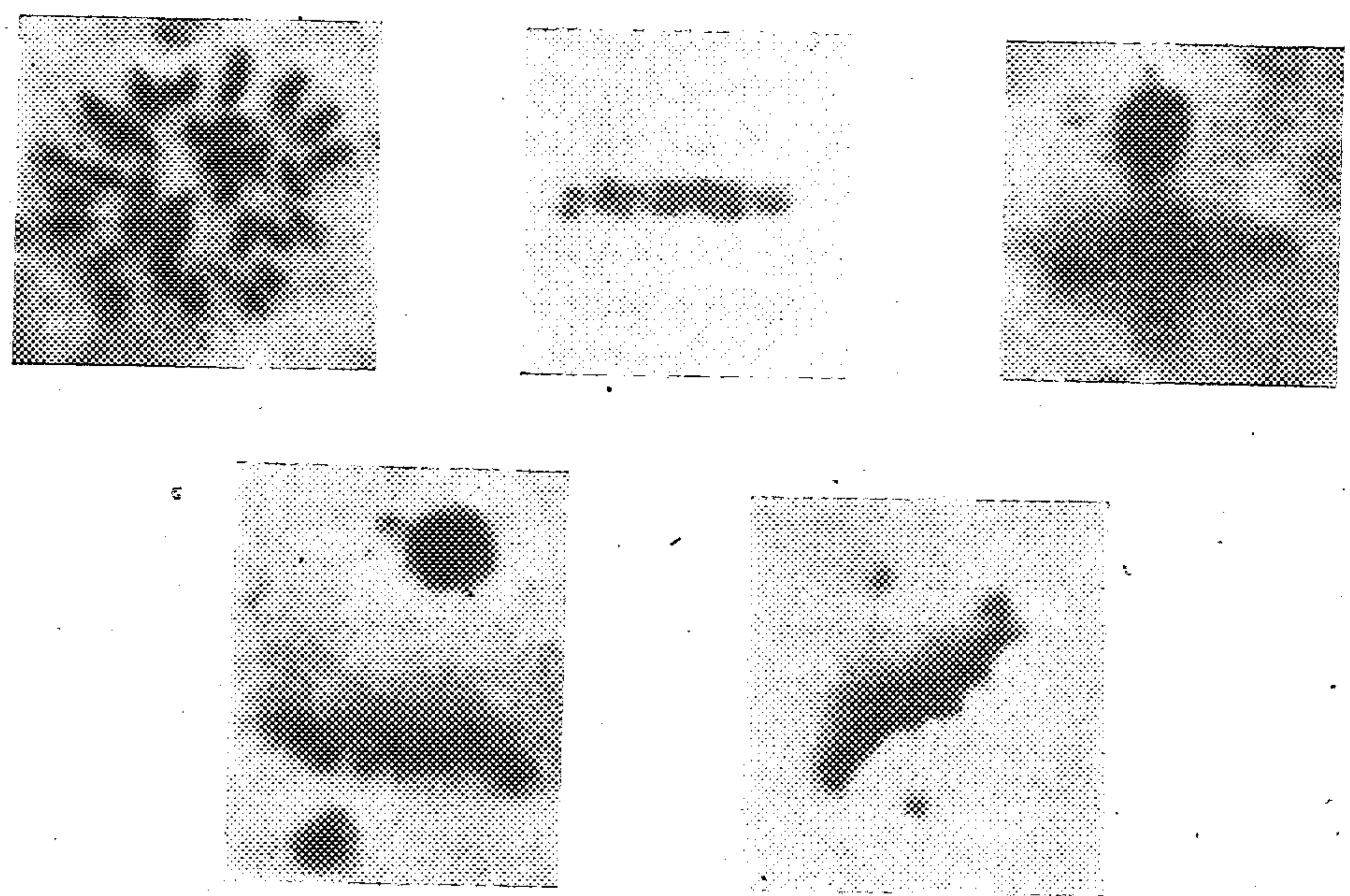
A notre connaissance aucune numération chromosomique n'a encore été faite chez les Sapindées. Ceci s'explique, en partie, par le fait que les représentants de cette famille sont peu nombreux en Europe. Aussi nous proposant de combler cette lacune, dans la mesure du possible, nous sommes-nous adressés, en premier lieu, au *Koelreuteria paniculata*, arbre ornemental de Chine, souvent planté dans nos parcs. Cette espèce possède, dans les cellules somatiques, *trente* chromosomes de petite taille. Le dénombrement n'est pas très aisé, car les cellules de l'extrémité radiculaire ne sont pas larges, de telle sorte que la plaque équatoriale ne peut s'étaler et que les chromosomes, pressés les uns contre les autres, sont souvent insuffisamment distincts. De plus le nucléole persiste au delà de la prophase, comme nous allons le voir, et sa présence, à la métaphase où il se fragmente, gêne considérablement la numération des chromosomes qui se confondent en partie avec lui ou dont certains sont masqués par un des fragments issus de sa division.

Le noyau au repos ne présente pas de réseau chromatique; la chromatine est localisée dans les granulations placées à la périphérie, contre la membrane, et auxquelles nous avons donné le nom de prochromosomes, en raison de leur rôle. Au centre, un seul gros nucléole occupe la majeure partie de la cavité nucléaire et baigne dans l'enchylème nucléaire qui, sous l'action des liquides fixateurs, se coagule et prend, après coloration par l'hématoxyline, une teinte légèrement grisâtre.

Le devenir du nucléole nous retiendra surtout, car nous avons rencontré, avec une particulière constance, des images de division prouvant qu'il ne s'agit pas là, ainsi que nous avions été autrefois tentés de le penser, de phénomènes provoqués par la fixation. Le nucléole présente, insérés sur lui, ou à proximité, deux ou trois petits corps annexes de nature nucléolaire et formés, selon toute vraisemblance, par bourgeonnement. Ces corps annexes ne nous paraissent pas avoir, dans ce cas particulier, d'importance spéciale, comme nous le verrons par la suite. Au cours de la métaphase, les chromosomes définitivement constitués sont groupés tout autour du nucléole et l'on peut constater que ni le nucléole ni les corps annexes n'ont subi de changement apparent.

A un moment donné, ce nucléole volumineux se fragmente, mais il est

assez difficile de dire en combien de parties il se divise. En effet, s'il est aisé de constater que souvent deux fragments se détachent de la plaque équatoriale pour gagner les pôles opposés de la cellule (phénomène au surplus très constant), on s'aperçoit que d'autres portions du nucléole demeurent mélangées aux chromosomes installés à l'équateur de la cellule. Ces masses nucléolaires émigrent ensuite avec les chromosomes fils et seront reprises dans le noyau fils lors de sa reconstitution. Leur volume est restreint



Divers aspects de la métaphase chez le *Koelreuteria paniculata*, avec division du nucléole.

et légèrement moindre que celui des fragments rejetés vers les pôles et sur lesquels on peut retrouver, bien distinct, un des corps annexes; néanmoins, on peut aisément déceler leur présence aux extrémités de la figure anaphasique en décolorant suffisamment la préparation.

Quelles conclusions peut-on tirer de ces faits? On peut admettre tout d'abord que les images de division, par étranglement, du nucléole, signalées autrefois déjà par l'un de nous, correspondent bien à la réalité. Ensuite que le nucléole d'une cellule mère fournit, dans certains cas, la masse fondamentale du nucléole des cellules filles. Enfin, qu'une partie du nucléole se dissout au moment de la caryocinèse, car indépendamment des parties qui gagnent les pôles dès le début de la métaphase, et qui ne

sont pas reprises dans le noyau fils, il est évident qu'une portion de l'énorme nucléole disparaît au moment de la plaque équatoriale, car les fragments qui persistent alors sont loin de représenter la masse considérable que constitue le nucléole initial.

Quant aux chromosomes, ils se forment à partir des prochromosomes qui s'accroissent peu à peu et cela sans doute en élaborant, à partir de l'enchylème nucléaire, le matériel nécessaire. On ne peut supposer, en effet, que ce soit aux dépens de la substance nucléolaire, car durant la prophase, et jusqu'à ce que les chromosomes aient atteint leur taille définitive, le nucléole demeure inchangé.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Le polyphylétisme chez les Abiétées.* Note de Mlle **Fernande Flous**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'étude détaillée des espèces dans les genres *Abies*, *Keteleeria*, *Picea*, *Pseudotsuga*, *Tsuga* montre qu'on peut envisager dans chaque genre la séparation de phylums indépendants. Cette indépendance est souvent particulièrement marquée dans une même région. Par exemple les espèces japonaises du genre *Abies* présentent des différences anatomiques et morphologiques caractérisant divers phylums.

L'étude de la classification naturelle des Abiétées permet de constater un deuxième fait important. Dans une même région, quelques espèces de chaque genre présentent un même caractère et ce caractère se retrouve dans tous les genres.

Prenons un exemple : dans la région péripacifique asiatique et américaine, les genres *Abies*, *Picea*, *Pseudotsuga*, *Tsuga* présentent, dans quelques espèces, des feuilles à grands canaux sécréteurs ($0^{mm},13$ de diamètre, au lieu de $0^{mm},04$ à $0^{mm},07$ pour les autres espèces). Ce caractère se trouve dans 7 *Abies* (sur 14), 4 *Picea* (sur 12), 3 *Pseudotsuga* (sur 6), 3 *Tsuga* (sur 7).

On peut se demander si le caractère est dû à l'influence géographique. On imagine difficilement une condition géographique commune au Japon, à l'Alaska, aux Rocheuses. On peut imaginer que les grands canaux foliaires apparaissent indépendamment des conditions géographiques, par simple mutation. Il serait alors normal que la mutation apparaisse n'importe où aussi bien dans le centre de la Chine que dans l'Himalaya ou en Europe. On ne voit pas pourquoi quelques espèces de la région péripacifique posséderaient seules ce privilège. Une seule hypothèse répond aux diverses

objections : un ancêtre commun (ce que j'ai appelé un *Priscopinus* [1]) aurait eu une espèce à grand canaux foliaires, ancêtre des espèces péripacifiques à grands canaux.

L'ensemble des Abiétées serait polyphylétique, chaque grand phylum passant de genre en genre.

D'autres exemples permettent d'envisager une hypothèse analogue. La forme de la section de la feuille chez les Abiétées présente deux types : l'un fréquent dans lequel le bord de la feuille est arrondi, l'autre où ce bord est aigu et plus ou moins recourbé vers la face inférieure. Ce type ne se trouve que dans des espèces chinoises : dans 6 *Abies* (sur 10), les 3 *Pseudotsuga*, 5 *Tsuga* (sur 7), les 5 *Keteleeria*. Il manque dans le genre *Picea*.

Un troisième exemple est fourni par une vingtaine d'espèces américaines prises dans les genres *Abies*, *Picea*, *Tsuga*. *Pseudotsuga*. Elles ont en commun une section foliaire épaisse, à bords arrondis, à petits canaux. En l'absence d'autres caractères, le seul contour de la section ne permet pas de déterminer le genre. Il y a là aussi un argument en faveur de l'hypothèse d'un ancêtre commun.

Enfin l'étude des écailles du cône montre dans les régions himalayenne, balkanopontique, europeo-africaine, l'existence d'un type cunéiforme qui se trouve dans les genres *Abies* et *Picea*. Les autres Abiétées manquent actuellement dans la région considérée. Il est intéressant de remarquer que ce même type se retrouve dans le genre *Cedrus*, dont l'aire se superpose en partie à celle des *Abies* eurasiatiques. J'ai retenu ce fait en faveur de l'hypothèse d'un ancêtre commun aux genres *Abies* et *Cedrus*.

Cette conception polyphylétique de l'évolution des Abiétées et Pinacées est nouvelle. Elle peut s'appliquer à d'autres familles très différentes. Vaviloff (1932), dans son travail sur les processus de l'évolution dans les plantes cultivées, insiste sur la présence de séries homologues dans la variation. Il cite des exemples de parallélisme des caractères dans des espèces d'un même genre et dans des genres différents de la même famille. Deux interprétations sont possibles : ou bien le caractère commun est lié au milieu et, dans une région déterminée, se manifeste dans des espèces ou des genres proche parents; ou bien ce caractère appartient à certains phylums, et est passé de genre en genre, et c'est l'hypothèse du polyphylétisme. Ce polyphylétisme implique le polytopisme des genres et peut amener à des modifications nombreuses des théories paléogéographiques.

---

(1) F. Flous, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 863.

PHYSIOLOGIE. — *Pression barométrique et résistance au froid.* Note de MM. **Jean Giaja** et **Stefan Gelineo**, présentée par M. Louis Lapicque.

La résistance physiologique au froid reposant principalement sur l'augmentation de l'intensité des combustions intraorganiques, il y a lieu de se demander comment agit la pression barométrique, et avec elle la tension de l'oxygène, c'est-à-dire du comburant, sur cette calorification qui est au service de la résistance au froid. La question n'est pas sans importance pratique, puisque, lors des ascensions dans l'atmosphère, à la dépression barométrique s'ajoute l'abaissement de la température ambiante.

Pour l'étude de la calorification dans l'air raréfié, nous avons adapté notre appareil respiratoire, construit sur le principe de l'appareil classique de Regnault et Reiset, de façon à pouvoir y produire à l'intérieur, à l'aide d'une pompe, la dépression voulue, celle-ci restant ensuite constante et la composition de l'air étant maintenue normale durant toute l'expérience. Nos expériences ont porté sur le Rat.

Le Rat, qui résiste à des températures au-dessous de 0° à la pression barométrique normale, se refroidit à la température ambiante de 17° dès que la pression est tombée à environ 600^{mm}. Lorsque la pression continue à baisser, la consommation d'oxygène diminue de plus en plus :

Rat mâle de 130^{g} (température ambiante : 17°).

Pression (mm Hg)	750	742	572	460	305	250
Oxygène consommé (cm³ par min.)	4,119	3,934	3,594	2,289	1,797	1,550

Ces résultats sont semblables à ceux obtenus par A. Mayer et Chevillard [1] sur la Souris avec de l'air à pression normale mais à différentes teneurs en oxygène.

Tout autre est l'effet de la dépression sur les combustions si l'animal se trouve à une température ambiante assez élevée pour que les besoins de sa calorification soient couverts par sa dépense de fond. Ainsi à 32° la consommation d'oxygène du Rat précédent reste constante même lorsque la pression barométrique est tombée à 360^{mm}. Au-dessous de cette limite les combustions baissent brusquement et la limite de pression compatible avec la vie est bientôt atteinte :

---

[1] *Ann. Physiol. et Physicochim. biol.*, 11, 1935, p. 225.

Température ambiante : 32°.

Pression (mm Hg)	758	415	367	312
Oxygène consommé (cm^3 par minute)	2,741	2,699	2,916	1,855

Cette indépendance des combustions de la pression barométrique dans les limites indiquées ne s'observe que si la température ambiante est assez élevée pour qu'il n'y ait pas apparition d'hypothermie au cours de l'expérience.

D'après ce qui précède, la résistance au froid est notablement entravée déjà par une dépression correspondant à une altitude de 2000^m environ; aussi les troubles de la thermorégulation doivent-ils être comptés parmi les premiers effets de la dépression barométrique. Mais, si l'organisme est protégé contre le froid, de façon à pouvoir maintenir sa température par sa production calorique de fond (métabolisme de base), les troubles de son métabolisme énergétique n'apparaissent qu'aux fortes dépressions, correspondant à environ 6000^m, c'est-à-dire près de la limite des pressions compatibles avec la vie.

Ces résultats sont à rapprocher de ceux de W. Lintzel (1) qui a également étudié l'effet de l'air raréfié sur la calorification.

Remarque sur la Note de MM. Giaja *et* Gelineo, par M. **Louis Lapicque.**

Je crois utile, pour éviter des applications erronées de ces intéressantes expériences, de remarquer explicitement qu'au point de vue quantitatif tout au moins, on ne peut transposer leurs résultats à l'Homme, en raison de la différence des tailles.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Recherches sur la composition du pourpre rétinien et ses rapports avec les cellules visuelles.* Note de Mlle **Marie-Louise Verrier** et de M. **Raymond Pannier**, présentée par M. Louis Bouvier.

On admet actuellement une relation entre l'existence de bâtonnets dans la rétine et la présence de pourpre et son abondance (2). Partant de là,

---

(1) *Pflüger's Archiv*, 227, 1931, p. 693.

(2) O. Brunner, E. Baroni et W. Kleinau, *Zeitsch. f. Physiol. Chem.*, 236, 1935, p. 257.

nous avons étudié en les comparant des solutions de pourpre de différents animaux. Nous nous sommes adressés à un Céphalopode : l'Éledone (*Eledone moschata* Leach), à un Sélacien : la Roussette (*Scyllium canicula* L.), à un Téléostéen : la Girelle (*Julis Giofredi* Risso), à un Batracien : la Grenouille (*Rana esculenta* L.). La rétine de l'Élédone ne comprend qu'une seule sorte de cellules visuelles rappelant les bâtonnets classiques. De même en est-il de la Roussette. Girelles et Grenouilles présentent deux sortes d'éléments, les uns voisins des cônes, les autres des bâtonnets, mais avec des différences très sensibles. Chez les Girelles les bâtonnets sont très longs et très minces et les cônes volumineux. Par contre ces derniers très réduits alternent chez la Grenouille avec des bâtonnets courts et trapus.

Nous avons employé les solvants classiques du pourpre (taurocholate et glycocholate de soude en solution aqueuse à 4 pour 100). Dans chaque cas nous avons pu extraire la vitamine A, des carotines-albumines.

Voici quelques détails de technique :

Recherches de la vitamine A, à l'abri de l'air : à partir de la solution de taurocholate, extraction par le chloroforme. Réaction de Carre-Price, virage au rouge par chauffage à 60° ou par addition de chloroforme gaïacolé. Réaction iodo-iodurée. Vérification spectrale.

Recherche de xanthophylle : extraction par le benzène, addition d'une quantité égale de méthanol à 90°, différenciation par addition prudente d'eau distillée.

Recherche des protéines-albumines : à partir de la solution de taurocholate débarrassée de carotonoïdes, précipitation par l'éthylol à 80°, centrifugation, extraction par l'acétone, concentration à l'étuve à 50°, donne avec l'acide sulfurique une réaction bleue fugace, puis rouge ou rouge uniquement suivant les cas. Réaction iodo-iodurée.

Séparation des pigments : par le procédé préconisé par Verne sur le carbonate de calcium.

Recherche de corps réducteurs par le réactif de Nessler et la solution cupro-potassique (méthode de G. Bertrand).

Les carotines-albumines de Grenouilles, de Roussettes, de Girelles [1] sont bleuâtres en solutions concentrées. Elles deviennent rouges sous diverses actions, la chaleur notamment. Les protéines supportant les caro-

---

[1] Les mélanines de l'épithélium pigmentaire de la Girelle sont d'une couleur rouge violacée qui rappelle la couleur du pourpre de l'Elédone; mais ces mélanines ne sont pas fixées sur la protéine.

tines-albumines de l'Élédone sont, en plus, accompagnées d'un pigment rouge violacé résistant à l'extraction acétonique, ce qui laisse à la protéine sa coloration rouge; nous apparentons ce pigment aux mélanines.

Nous avons comparé des solutions de taurocholate de soude dans lesquelles avaient macéré pendant 12 heures et à 5° C., d'une part, des rétines de Grenouilles obscurées pendant 12 heures et, d'autre part, des rétines de Grenouilles exposées pendant le même temps à une lumière intense. La première solution était colorée en rose pâle, la seconde en jaune très faible. Nous avons retrouvé la vitamine A dans les deux cas. Quant aux carotines-albumines, elles se sont montrées légèrement différentes, les différences portant sur la possibilité d'une dissolution partielle dans le chloroforme, la partie soluble dans le chloroforme n'étant pas un caroténoïde.

Nous sommes amenés à penser que les teintes roses, puis jaunes de rétines successivement obscurées et éclairées, proviennent d'une modification des carotines-albumines et non de la formation suivie de la destruction de la vitamine A, accompagnée de la présence de Xanthophylle, comme le prétend G. Wald ([1]). La vitamine A pourrait agir en temps que catalyseur d'un phénomène d'oxydation ou d'hydrolyse, qui serait à la base des différences entre les deux sortes de rétines. Chez l'Élédone, l'étude spectrophotométrique, que nous avons confiée à M. Escher-Desrivières, de solutions de pourpre avant et après extraction de la vitamine A a donné des courbes de transparence comparables (les seules différences correspondaient à l'extraction de la vitamine A); la couleur des solutions n'avait pas sensiblement varié.

Quant à l'abondance de protéines, elle nous paraît en rapport avec les caractères de l'épithélium pigmentaire et non avec la richesse en bâtonnets. Nous rapprochons ce fait d'une observation antérieure ([2]) : chez certains Oiseaux diurnes, tels que le Pigeon, la rétine présente des bâtonnets nombreux et volumineux et le pourpre fait défaut ou n'existe qu'en quantité infinitésimale.

([1]) *Nature*, **137**, 1935, p. 790; *J. Gen. Physiol.*, **19**, 1935, p. 351.
([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, p. 383.

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Influence de la suppression des électrolytes, dans les liquides de conservation, sur les valeurs des paramètres de l'excitabilité et sur la résistance au courant galvanique du nerf moteur de* Rana esculenta. Note de MM. **Jean Régnier** et **André Quevauviller**, présentée par M. Louis Lapicque.

L'un de nous ([1]) a proposé, pour déterminer l'activité relative des solutions anesthésiques locales, de comparer les pourcentages de la baisse de la chronaxie des troncs nerveux, moteurs ou sensitifs, produite sous l'influence de ces solutions. Une des conditions primordiales pour obtenir des résultats précis consiste à ne faire agir la solution anesthésique qu'après une franche stabilisation des paramètres observés. Cette stabilisation s'obtient aisément par séjour de la préparation, pendant une heure environ, après la dissection, dans le liquide de Ringer.

Le désir d'étudier, non plus seulement sur la cornée ([2]) mais aussi sur les fibres nerveuses, l'activité de nouveaux sels des bases anesthésiques locales, et l'obligation où nous étions, dans ces essais, d'éviter la présence de tout anion étranger au sel, nous ont amenés à écarter l'utilisation du liquide de Ringer. Nous avons ainsi cherché à obtenir une stabilisation du nerf dans des solutions privées d'électrolytes.

Après avoir vérifié l'impossibilité de maintenir l'irritabilité du nerf en eau distillée, inexcitabilité rapide, nous avons étudié l'influence de solutions d'urée, $14^g,9$ pour 1000, de saccharose 85^g pour 1000, et de glucose $44^g,7$ pour 1000 isotoniques au sang de grenouille, et à pH $= 6,0$.

Dans ces essais, où nous réalisions d'abord, en solution de *Ringer*, la stabilisation des paramètres, et où nous faisions agir ensuite, seulement sur le tronc nerveux, la solution privée d'électrolytes, nous avons obtenu les résultats suivants :

Sous l'influence des solutions privées d'électrolytes, la chronaxie baisse, le voltage rhéobasique s'élève, mais la résistance au courant galvanique augmente dans de telles proportions, que l'intensité rhéobasique décroît considérablement; chronaxie et intensité rhéobasique varient donc dans le même sens. Du fait de ces variations, la valeur de l'excitabilité,

---

([1]) J. Régnier, *Thèse Doct. Méd.*, Paris, 1929.

([2]) J. Régnier et R. David, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1428; J. Régnier, R. Delange et R. David, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 591.

conçue selon H. Lassalle et L. Lapicque (1) comme l'inverse de l'énergie électrique dépensée pour déclencher l'excitation, s'élève. Ces phénomènes, qui se produisent dans les premières minutes après l'application, sont communs aux trois solutions. Dans la suite, cependant, on constate des différences. La préparation soumise à l'influence de l'urée présente une variation régulière de ses paramètres (baisse régulière de la chronaxie, puis remontée) qui indique, dans les conditions de nos essais, l'intervention non seulement du manque d'électrolytes, mais encore celle d'une action toxique. Les préparations soumises à l'influence du glucose et du saccharose présentent, assez rapidement (10 à 20 minutes) une stabilisation nette de leurs paramètres, stabilisation qui se maintient, particulièrement pour le glucose, pendant 4 à 6 heures, durée très suffisante pour l'étude d'une action pharmacodynamique. Soumise à nouveau à l'action d'une solution saline équilibrée, la préparation ainsi stabilisée, en solutions sucrées, retrouve peu à peu son excitabilité de départ. Il ne semble donc pas y avoir lésion du tissu.

Si nous comparons enfin les valeurs de la résistance, qui caractérisent les deux périodes de stabilisation, la première en solution de Ringer, la seconde en solutions isotoniques, sans électrolytes, on voit que la résistance du nerf est toujours environ 10 fois plus grande dans la seconde période que dans la première.

Ces constatations présentent, comme nous l'a fait remarquer L. Lapicque, un intérêt certain au point de vue non seulement des conceptions du fonctionnement du nerf, mais de celles de la constitution du protoplasme nerveux.

Mlle L. Fandard (2) a obtenu des résultats assez faciles à concilier avec les nôtres. Nos essais apportent cependant la preuve, d'une part qu'on n'assiste pas, dans les conditions de nos recherches, à une perte d'excitabilité, comme tendaient à le montrer les essais effectués avec le chariot d'induction, mais au contraire à une augmentation d'excitabilité, d'autre part que cette variation tend vers une limite suffisamment stable pour que nous puissions effectuer des essais pharmacodynamiques sur le nerf ainsi stabilisé (3).

---

(1) J. Régnier et A. Quevauviller, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 912.

(2) *Mémoire pour le diplôme d'études supérieures de Physiologie*, Paris, 1909.

(3) Pour les indications bibliographiques complémentaires, nous renvoyons à une publication ultérieure.

Nous présentons, dans le tableau suivant, un de nos essais : expérience du 7 octobre 1935. *Rana escul* ♀, poids : 32g; température du laboratoire : 19°. Nerf sciatique droit isolé à 15h30, et conservé en liquide de Ringer.

Heures.	Rhéobase. Volts.	Rhéobase. Micro ampères.	Chronaxie. Millièmes de seconde.	Résistance. Milliers d'ohms.	Excitabilité. $1 \times 10^3/R(2i)^2\tau$.
h m 16.30	0,38	1,23	0,52	65	4,9
16.40	0,38	1,23	0,52	65	4,9
16.45	Le liquide de Ringer est remplacé par la solution de glucose à 44,7 p. 1000, pH 6,0				
16.50	0,60	0,69	0,36	205	7,14
17	0,86	0,42	0,29	500	9,80
17.10	0,86	0,37	0,28	565	11,50
17.20	0,89	0,37	0,27	585	11,50
17.30	0,86	0,35	0,28	600	12,10
17.40	0,94	0,37	0,27	615	11,0
17.50	0,94	0,37	0,28	615	10,6

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Différence d'action des polypeptides suivant leur mode d'introduction dans l'organisme.* Note de M. **Richard Jahiel** et Mme **Simone Delauney**, présentée par M. Antonin Gosset.

Notre but a été de préparer des produits débarrassés de toute protéine. Nous avons mis au point la technique suivante [1] :

Les organes prélevés immédiatement après la mort de l'animal sont soumis à une digestion chlorhydro-pepsique dans un milieu de pH = 2. Après 15 heures, l'action diastasique est arrêtée par chauffage à 80°. Après traitement à l'éther qui procure une solution limpide, on vérifie que le liquide ne renferme plus d'albumine vraie. Les polypeptides sont alors précipités par addition d'acide phosphotungstique, et le complexe obtenu est séparé par centrifugation, puis décomposé par l'eau de baryte, qui laisse, d'une part : un abondant précipité de phosphotungstate de baryum; d'autre part : une solution claire contenant les polypeptides; on se débarrasse du baryum par un courant de CO^2, puis par quelques gouttes d'acide sulfurique dilué. Pour purifier ces polypeptides, il suffit de recourir à une nouvelle précipitation phosphotungstique suivie d'un autre traitement à la baryte.

Suivant cette méthode, nous adressant à des organes ou tissus variés :

[1] Après plusieurs essais infructueux de la méthode de Sivori, préconisée ensuite par P. Étienne Martin.

cerveau, foie, estomac, muscle, nous avons préparé plusieurs séries de polypeptides de cobaye, de lapin, de chien. Ces solutions, toujours titrées d'après leur teneur en azote, concentrées à divers titres et amenées à l'isotonie par addition de NaCl en quantité déterminée, ont servi pour toute notre expérimentation.

Nous avons procédé à deux séries de recherches :

1° Répétant sur un chien les expériences de P. Duval et L. Binet, nous avons observé, grâce à l'injection déchaînante effectuée 15 jours après l'unique injection préparante, les mêmes lésions pulmonaires décrites par ces auteurs.

2° Pratiquant des injections journalières, intraveineuses ou sous-cutanées, de polypeptides à dose diluée (au total de 500 à 800^{mg} en azote répartis sur une période de 3 à 4 semaines), chez deux lapins et un chien, nous avons pu constater un accroissement très sensible de la polypeptidémie qui est passée, suivant les cas, de 10 à 50^{mg} pour 1000, de 14 à 64^{mg} pour 1000, de 12 à 63^{mmg} pour 1000, soit une augmentation respective de 400 pour 100, 367 pour 100, 425 pour 100. Aucun phénomène décelable n'a pu être constaté chez ces animaux que nous avons sacrifiés par la suite pour des préparations ultérieures de polypeptides.

Les résultats ont été les mêmes, que l'on ait employé les polypeptides spécifiques de l'animal lui-même ou des produits provenant d'animaux d'espèce différente.

Il ressort de nos expériences que la toxicité des polypeptides est tout à fait différente suivant leur mode d'introduction dans l'organisme. Elle est nulle si l'on réalise de petites injections répétées journalières, elle est très importante si l'on se place dans les conditions de l'anaphylaxie expérimentale.

Les phénomènes d'auto-sensibilisation aux polypeptides de nos tissus présentent le caractère particulier de réaliser une intoxication avec des produits normaux endogènes de l'organisme. L'un de nous a publié les premiers exemples d'autosensibilisation en 1933 à propos des accidents d'intoxication menstruelle chez la femme.

La constatation que nous avons faite de l'existence de ces phénomènes d'auto-sensibilisation, au sang menstruel d'une part, aux polypeptides de nos tissus, d'autre part, permet d'entrevoir un nouveau chapitre intéressant de pathologie générale. D'autres processus de même ordre existent peut-être qui permettraient dans l'avenir d'interpréter sous un angle nouveau certains états morbides.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Répartition du titane dans les organes de l'Homme.* Note (¹) de MM. **Louis-C. Maillard** et **Jean Ettori**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le dosage du titane au dix-millième de milligramme par notre méthode des captures a permis d'établir (²) la présence constante de cet élément chez plusieurs espèces de Mammifères, considérées collectivement en tant que groupe zoologique. Ce premier point acquis, nous nous sommes attachés particulièrement à l'étude de l'Homme.

Nos déterminations précédentes comprenaient bien déjà quelques échantillons empruntés à l'espèce humaine; nous avions choisi les tissus homologues de ceux où Ti était resté indécelable, avant nos recherches, chez les Mammifères en général. Nos résultats ne laissaient aucun doute : sang total, $2^{\gamma},3$ à $3^{\gamma},1$; hémisphères cérébraux, $1^{\gamma},7$; muscle strié, $4^{\gamma},4$ à $8^{\gamma},1$.

Mais nous désirions une première vue d'ensemble sur la *répartition du titane dans les principaux organes* de notre espèce. Le tableau ci-dessous comprend une série de prélèvements faits simultanément chez un homme d'une cinquantaine d'années avec les soins les plus attentifs pour éviter toute contamination par des poussières extérieures.

	Ti en γ pour 100g de substance fraîche.		Ti en γ pour 100g de substance fraîche.
Muscle strié	8,1	Intestin grêle	1,7
Muscle cardiaque	2,3	Foie (parenchyme)	3,0
Cerveau (hémisphères)	1,7	Pancréas	2,9
Cervelet	4,3	Rein (parenchyme)	1,5
Bulbe et moelle	1,8	Rate	11,0
Tendons (Achille, fléchisseurs)	5,5	Moelle osseuse rouge	1,9
Cartilage (costal)	5,0	Surrénales	10,0
Peau (région dorsale)	2,4	Thyroïde	8,7
		Testicules	2,7

L'intestin avait été soumis à une détersion soignée de la muqueuse, au moyen d'eau chlorurée isotonique : l'échantillon ainsi préparé ne renfermait manifestement pas de souillures titanifères.

Nous nous étions posé la question de savoir si les tractus conjonctifs

(¹) Séance du 4 mai 1936.

(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 594 et 1459.

qui pénètrent divers organes seraient susceptibles de modifier notablement la teneur attribuable au parenchyme spécifique de ces organes, et nous avons analysé diverses formations riches en tissu conjonctif : peau, tendons, cartilage. Ces échantillons n'ont rien révélé de particulier quant à leur teneur en titane.

L'interprétation du tableau exigerait une grande prudence. S'il est vrai, par exemple, que c'est la rate qui a donné la proportion de Ti la plus élevée, il ne faudrait pas se hâter d'en conclure à un certain parallélisme entre le titane et le fer : cette impression ne serait pas corroborée par les chiffres du sang, du foie, de la moelle rouge des os. Nous préférons donc ne pas nous aventurer dans le domaine des commentaires, et nous tenir, jusqu'à plus ample documentation, sur le terrain des faits.

MICROBIOLOGIE. — *Sur une résistance aux colorations de certains corps microbiens acquise par chauffage dans le lait.* Note de M. **Gustave Guittonneau** et de Mlle **Jeanne Brigando**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Lorsqu'on examine au microscope, sur frottis rapidement colorés par le bleu de méthylène, des laits microbiens qu'on vient de soumettre à un fort chauffage (1 heure à 100° ou 20 minutes à 120°), on constate que beaucoup de microorganismes contenus dans ces laits, et notamment de ferments lactiques, ont résisté à l'action du colorant et forment des images blanches sur le fond teinté des tableaux microscopiques. Si, d'autre part, avant de les traiter au bleu de méthylène, on a lavé les préparations à l'acide acétique dilué, les mêmes microbes apparaissent normalement colorés en bleu, comme dans le cas d'un lait non chauffé.

Les *images blanches* ainsi définies avaient retenu l'attention de l'un de nous dès 1932 [1], mais il restait à les interpréter. Dans ce but, nous avons étudié l'influence qu'exercent sur leur apparition trois facteurs présumés fondamentaux.

a. Nature des cellules microbiennes. — Différentes souches microbiennes de notre collection et deux provenant de l'Institut Lister de Londres (*B. subtilis* et *B. megatherium*) étaient rajeunies par culture de 24 heures en

---

[1] Observations inédites de G. Guittonneau, J. Keilling et Mlle Ch. Deguy.

lait stérilisé. Les microbes de ces cultures étaient plusieurs fois lavés à l'eau distillée, par centrifugation, puis incorporés à du lait cru qu'on examinait aussitôt au microscope sur frottis colorés par quelques secondes de contact avec une solution aqueuse à 1 pour 100 de bleu de méthylène.

Toutes les souches mal colorées à ce premier examen (certains types de Monilias et d'Oïdiums) ont été éliminées de nos recherches. Les tubes de lait renfermant les autres microbes, dont la coloration initiale ne laissait rien à désirer, étaient chauffés puis examinés à nouveau toujours suivant le même protocole expérimental. A ce deuxième examen, les observations suivantes ont été relevées :

Sur 11 souches de ferments lactiques du genre *Streptococcus* [O. Jensen (1)], 7 ont donné irrégulièrement et 4 régulièrement des images blanches. Les dernières comprenaient une souche de *Sc. thermophilus* et 3 de *Sc. cremoris*, retenues comme types pour nos études ultérieures. Les images blanches de certains éléments présentaient quelquefois un très petit point de couleur foncée (*Sc. thermophilus*) et l'image d'une même chaînette pouvait comprendre des éléments blancs et d'autres bleus (*Sc. cremoris*).

Parmi 18 souches de ferments lactiques du genre *Thermobacterium* (O. Jensen), nous n'en avons trouvé que 2 donnant irrégulièrement et 3 régulièrement des images blanches. Comme type de ces dernières nous avons retenu une souche de *Tb. helveticum*.

Deux souches de *B. coli* essayées ont donné des images blanches tandis que de telles images n'ont pu être obtenues ni avec *B. subtilis* (2 souches), ni avec *B. megatherium* (2 souches).

La formation des images blanches est donc en rapport avec la nature ou un certain état, non encore défini, des cellules microbiennes.

b. Réactions propres de certains constituants du lait au cours du chauffage. — Notons tout d'abord que nos microbes types ne nous ont jamais fourni de bonnes images blanches après chauffage dans du lait préalablement stérilisé ou simplement maintenu pendant une heure à 100°. Certains produits de l'altération thermique des constituants du lait semblent donc devoir apparaître en présence de cellules microbiennes sensibles pour que le phénomène étudié puisse se réaliser.

Ces produits proviennent d'ailleurs des complexes phosphocaséinatiques du lait car :

1° nous n'avons jamais observé d'images blanches après chauffage des

(1) *The lactic acid Bacteria*, p. 129 et suivantes.

microbes types dans les lactosérums d'emprésurage desquels, comme on le sait, les paracaséinates et les phosphates colloïdaux de calcium sont éliminés par le caillage;

2° nous avons par contre obtenu des images blanches des mêmes microbes après chauffage de ceux-ci dans des pseudo-solutions à pH = 6,7 du complexe caséinate de calcium + phosphate de calcium, préparées par voie synthétique, suivant la technique de Ch. Porcher (1).

Deux autres séries d'essais analogues aux précédents mais effectués en présence : *a*, de caséinates de calcium ou de sodium, et *b*, de phosphate dicalcique, ne nous ont par contre donné que des résultat indécis (*a*) ou négatifs (*b*).

c. Mode de coloration. — En colorant nos préparations par le violet de gentiane aniliné, le bleu de Unna, l'érythrosine, l'hématoxyline, nous avons pu confirmer les résultats obtenus avec le bleu de méthylène.

La fuchsine phéniquée de Ziehl nous a également donné des résultats concordant avec les précédents, mais elle faisait souvent apparaître en outre, autour des cellules, certains effets auréolaires indépendants des chauffages d'épreuves et qui ne peuvent être, sans études nouvelles, assimilés au phénomène que nous avons étudié.

En s'en tenant à ce dernier on voit qu'il est, dans une très large mesure, indépendant de la méthode de coloration adoptée. Il perd d'ailleurs toute sa netteté lorsqu'on prolonge beaucoup (plusieurs heures) l'action des colorants quels qu'ils soient.

Conclusion. — La chromorésistance relative définie dans cette Note est acquise par certaines cellules microbiennes à la faveur d'une première altération thermique des complexes phosphocaséinatiques du lait cru.

MICROBIOLOGIE. — *Existence en France du virus murin de la chorio-méningite lymphocytaire.* Note de M. **Pierre Lépine** et M[lle] **Valentine Sautter**, présentée par M. Félix Mesnil.

Des souris blanches (stock de l'Institut Pasteur, provenant de fournisseurs divers), ayant reçu par voie cérébrale un matériel expérimental (sérum de rougeoleux), ont présenté à plusieurs reprises des troubles plus ou moins marqués, accompagnés de l'existence, dans leur névraxe, de

(1) *Le lait au point de vue colloïdal*, p. 350.

lésions d'un type particulier. Toutefois l'absence de résultats obtenus sur d'autres lots de souris inoculées dans les mêmes conditions et surtout l'existence de lésions analogues, quoique d'un type plus atténué, rencontrées chez les animaux témoins faisant partie du stock originel, ont montré qu'il s'agissait en l'occurrence de lésions causées, non par le matériel inoculé, mais par un virus parasitant à l'état latent les souris de l'élevage incriminé. Après quelques essais et avec certains artifices expérimentaux, il a pu être isolé un virus que nous entretenons depuis plusieurs mois au laboratoire. Les souris, inoculées par voie cérébrale, présentent régulièrement une infection à symptomatologie nerveuse qui détermine la mort le 7ᵉ ou le 8ᵉ jour. Le névraxe et les organes sont dénués de germes cultivables; l'encéphale, le foie, le poumon, le sang sont virulents. Le névraxe des souris ayant succombé offre un tableau caractéristique, constitué par une infiltration intense des plexus choroïdes à prédominance lymphocytaire, accompagnée de méningite, principalement des septums, et de lésions encéphalitiques d'intensité variable. Il existe également des lésions hépatiques, constituées par des foyers d'infiltration, et presque constamment des lésions pulmonaires revêtant l'aspect d'une broncho-pneumonie exsudative. Le virus se montre faiblement pathogène pour les rats et les cobayes; il ne détermine pas de maladie apparente chez le lapin. Les singes (*Macacus cynomolgus*), inoculés par voie cérébrale, présentent, après une incubation d'une semaine, une méningite fébrile curable, avec envahissement du liquide céphalo-rachidien par un nombre considérable de lymphocytes. Pendant la période fébrile, le virus est présent en abondance dans le liquide céphalo-rachidien et le sang; il persiste dans l'encéphale à la défervescence. Les lésions névraxiques chez le singe, du même type que celles observées chez la souris, sont essentiellement choroïdiennes et méningées, avec infiltration lymphocytaire et exsudation.

Des recherches *in vitro* montrent que le virus est très résistant au froid, à la glycérine et à la dessiccation.

L'ensemble de nos constatations rappelle d'une manière frappante les observations similaires qui ont été faites aux États-Unis et en Angleterre, où des virus analogues ont été isolés, soit à partir de l'encéphale d'animaux [singes : Armstrong et Lillie [1]; souris : Traub [2]], soit à partir du

(1) *Pub. Health Rep.*, 49, 1934, p. 1019.

(2) *Science*, 81, 1935, p. 298.

liquide céphalorachidien de malades [Findlay, Alcock et Stern (1), Mac Nair Scott et Rivers (2)] présentant un symptôme méningitique lymphocytaire aigu, l'identité de ces divers virus paraissant bien établie.

Nous avons étudié les virus américain et anglais de chorio-méningite lymphocytaire (3) comparativement au virus que nous avons isolé : bien que le tableau de la maladie et les lésions histo-pathologiques présentent quelques différences, la ressemblance entre la souche française et les souches anglo-saxonnes est évidente. De plus, le sérum de lapins (4) ayant reçu par voie sous-cutanée ou péritonéale plusieurs injections de virus parisien neutralise les souches anglo-saxonnes, et réciproquement. Le sérum de lapins neufs ou n'ayant reçu qu'une seule injection virulente ne présente pas cette propriété. Nous devons donc considérer qu'il existe une parenté extrêmement étroite, sinon une similitude complète, entre le virus que nous avons isolé et ceux qui, trouvés dans des conditions analogues, se montrent, en Angleterre et en Amérique, pathogènes pour l'homme. Nous pensons que le virus parisien de la chorio-méningite lymphocytaire murine est probablement responsable de certaines infections humaines observées en France et revêtant le type de méningite lymphocytaire curable, dont l'individualité clinique est bien établie (4) et dont l'étiologie est jusqu'ici restée obscure (5).

IMMUNOLOGIE. — *De la nature de l'immunité chez les lapins vaccinés contre l'épithélioma.* Note (6) de MM. **Alexandre Besredka** et **Ludwik Gross**, présentée par M. Antonin Gosset.

Dans le sarcome de la souris et surtout dans l'épithélioma du lapin, c'est l'enveloppe cutanée qui occupe, comme nous l'avons montré, une place à part au milieu des autres organes, tant au point de vue de la réceptivité que de l'immunité.

---

(1) *The Lancet*, 230, 1936, p. 650.

(2) *Journ. Exp. Med.*, 63, 1936, p. 397.

(3) M. G. M. Findlay a bien voulu nous remettre les souches anglaise et américaine entretenues dans son laboratoire. Nous l'en remercions chaleureusement.

(4) Voir à ce sujet le travail de Y. Boquien, *La méningite lymphocytaire curable* (*Thèse de Paris*, 1933).

(5) Des recherches ultérieures montreront si le sérum des malades ayant été atteints de méningite lymphocytaire présente un pouvoir neutralisant pour notre virus.

(6) Séance du 20 avril 1936.

Aussi y avait-il lieu de se demander, par analogie avec ce que nous apprîmes pour le charbon, si l'immunité anti-épithéliomateuse active, consécutive à la cutivaccination, ne s'effectuait pas, elle aussi, sans participation d'anticorps, c'est-à-dire si cette immunité n'était pas locale.

Pour nous en assurer, nous n'avions qu'à procéder par exclusion, c'est-à-dire voir si le sérum de nos animaux cutivaccinés, en possession d'une solide immunité acquise, ne renfermerait pas des anticorps.

Dans les expériences visant à conférer l'immunité au moyen des sérums, les auteurs (¹) se sont adressés soit à des animaux préparés avec des organes normaux ou avec des émulsions de tumeurs hétérologues, soit à des animaux n'ayant pas réagi à l'inoculation ou devenus réfractaires après l'opération ou la résorption de petites tumeurs. Les résultats de ces expériences ont été des plus contradictoires. D'ailleurs *l'immunité* des animaux en question ne saurait être comparée à l'immunité spécifique de nos lapins que nous avions précédemment solidement vaccinés contre l'épithélioma.

Nos lapins cuti-immunisés étaient saignés, puis leurs sérums étaient essayés, en même temps que les sérums des lapins neufs, au point de vue de leur pouvoir préventif. Suivant le cas, les sérums étaient injectés la veille ou en même temps que l'émulsion tumorale; dans ce dernier cas, les mélanges étaient maintenus pendant deux heures à l'étuve et, souvent, pendant deux autres heures au laboratoire. Dans une série d'expériences, le sérum à éprouver fut injecté directement dans l'épaisseur même de la tumeur.

Pour avoir la certitude que les lapins vaccinés, fournisseurs de sérum, étaient sûrement doués d'immunité active au moment de la saignée, nous avions soin de les éprouver séance tenante, chaque fois que cela pouvait se faire, par une inoculation d'épithélioma sous ou dans la peau.

Voici, à titre d'exemple, une de ces expériences parmi les plus récentes :

Le sérum et les organes, cerveau et rate, employés dans cette expérience provenaient d'un lapin (nº 12), qui fut vacciné par la voie intracutanée le 26 avril 1935; il fut réinjecté dans la suite, également dans la peau, le 2 et le 27 juillet de la même

(¹) CLOWES, *Bull. Johns Hopkins Hosp.*, 16, 1905, p. 130; LEYDEN et BLUMENTHAL, *Deutsch. med. Woch.*, 36, 1902, p. 637; LEWIN, *Med. Klin.*, 31, 1922, p. 983; LUMSDEN, *Amer. Journ. Cancer*, 15, nº 2, 1931, p. 563; KROSS, *Journ. Cancer Res.*, 6, 1921, p. 25; ROHDENBURG, *Proc. Soc. Exp. Biol. and Med.*, 14, 1916-1917. p. 167; UHLENHUTH, *Med. Klin.*, 37, 1912, p. 1496; JENSEN, *Zentr. f. Bakter.*, 34, 1903, p. 28 et 112; STICKER, *ibid.*, 4, 1906, p. 227; COLLIER et COHN, *ibid.*, 35, 1932, p. 641; BESREDKA et GROSS, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1217.

année; puis, une troisième fois, le 13 février 1936, cette fois-ci sous la peau. Bien que recevant chaque fois des doses massives d'épithélioma, le lapin demeurait toujours réfractaire. Le 20 mars 1936, on le saigna partiellement : son sérum, mélangé à une émulsion d'épithélioma, fut injecté à un animal neuf; il n'a pas empêché l'éclosion d'une tumeur. Le 3 avril 1936, ce lapin (n° 12) fut saigné à blanc; nous prélevâmes aussi la rate et le cerveau. L'expérience dont les détails suivent a été faite le 4 avril.

Lapin (n° 12) reçoit sous la peau un mélange de 6^{cm^3},5 de sérum du lapin (n° 12) et de 4^{cm^3} d'émulsion de la tumeur épithéliomateuse, après deux heures et demie de contact à l'étuve (38° C.).

Lapin n° 73 est injecté dans les mêmes conditions que le lapin n° 72.

Lapin n° 74 reçoit un mélange de cerveau du lapin n° 12 et de 4^{cm^3} d'émulsion de tumeur épithéliomateuse, après deux heures et demie de contact à l'étuve (38° C.).

Lapin n° 75 reçoit sous la peau un mélange de rate du lapin n° 12 et de 4^{cm^3} d'émulsion de tumeur épithéliomateuse, après deux heures et demie de contact à l'étuve (38° C.).

Lapin n° 76 reçoit sous la peau 4^{cm^3} de même émulsion épithéliomateuse, après deux heures de séjour à l'étuve (38° C.).

Cinq à huit jours plus tard, chez tous ces lapins il a été constaté des tumeurs sous-cutanées caractéristiques; ces tumeurs évoluèrent dans la suite chez tous les animaux en expérience, sans distinction, de la même façon.

Dans une autre expérience, le sérum (9 à 12^{cm^3}) fut injecté à trois lapins directement dans l'épaisseur des tumeurs déjà formées et, tout autour de celles-ci, les tumeurs continuèrent à se développer tout comme chez les témoins.

Le lapin a donc beau être solidement vacciné contre l'épithélioma, son sérum, pas plus que son cerveau ni sa rate, ne possède aucun pouvoir préventif. Il reste donc à conclure que l'immunité, active spécifique, si facile à réaliser à volonté par la voie intracutanée, qui met l'animal à l'abri de l'inoculation de l'épithélioma en n'importe quel point de l'organisme, s'élabore sans participation d'anticorps; cette immunité est donc cellulaire ou, d'après notre définition, de nature locale.

A 16^{h} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^{\text{h}}30^{\text{m}}$.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 MAI 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau deux brochures intitulées :

Jubilé scientifique de M. Édouard Goursat. Allocutions prononcées à la cérémonie du 20 novembre 1935;

Jubilé scientifique de M. Marcel Brillouin. Allocutions prononcées à la cérémonie du 17 décembre 1935.

M. **Jean Tilho** écrit de Bangui qu'il vient de terminer avec succès la mission que lui a confiée l'Académie. Il sera de retour en juin et lui communiquera lui-même les résultats obtenus sur la réalité de la menace du détournement du Logone, affluent du Tchad, vers la Benoué, affluent du Niger.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action conjuguée de la folliculine et de certains catalyseurs minéraux sur le développement d'une levure*. Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Anton Philip Weber**.

Des expériences effectuées sur la Souris avec des aliments artificiels minutieusement purifiés ont apporté la preuve irrécusable de l'ingérence du zinc dans le développement de l'animal [1]. Les mêmes expériences ont révélé ce fait important que le métal n'intervient d'une manière efficace

[1] Gab. Bertrand et B. Benzon, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 289; Gab. Bertrand et R. Bhattacherjee, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1823.

qu'en présence de vitamines et, réciproquement, que celles-ci sont sans action lorsqu'elles sont administrées à l'exclusion de toute trace de zinc ([1]).

A l'égard des plantes, en particulier de la moisissure noire *Aspergillus niger*, il a été bien établi que le zinc joue un rôte alimentaire ([2]), mais comme la question phytophysiologique des vitamines et des substances analogues est peu avancée, il n'a pas encore été possible de rencontrer d'effet synergique du zinc permettant d'étendre au règne végétal la portée d'une découverte issue de recherches sur le règne animal. Les expériences dont nous publions aujourd'hui les résultats permettent de combler cette lacune.

En cultivant huit espèces de levures dans le milieu nutritif de Reader ([3]), complété de minimes proportions de certains métalloïdes et métaux (bore, iode, cuivre, manganèse, thallium et zinc), en opérant pour chacune des espèces comparativement sur le milieu ainsi obtenu et sur le même milieu additionné de folliculine, l'un de nous a reconnu récemment que l'hormone possède une influence prononcée sur la formation de la matière sèche de deux sur huit des espèces essayées ([4]). Ces deux espèces sont des levures colorées en rose : *Rhodotorula Suganii* (Okunuki) Lodder et *Rhodotorula Glutinis* var. *Saitoi* (Cif. et Red.).

Ce résultat acquis, il était intéressant de rechercher si l'un des catalyseurs minéraux ajoutés au milieu de culture intervenait dans l'action constructive de la folliculine.

Des expériences ont été entreprises en cultivant *Rhodotorula glutinis* var. *Saitoi* dans des séries de matras contenant le milieu nutritif complet ou ce milieu moins certains des catalyseurs visés, chaque série comprenant des matras sans folliculine et des matras additionnés de folliculine.

Quatre millieux de culture ont été préparés et diversement utilisés :

A. Le milieu de Reader seul ([5]);

([1]) Voir aussi GAB. BERTRAND, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 18, 1966, p. 213-224.

([2]) M. JAVILLIER, *Ann. Inst. Past.*, 22, 1908, p. 720.

([3]) V. READER, *Biochem. J.*, 21, 1927, p. 904.

([4]) A. P. WEBER, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 517.

([5]) Ce milieu renferme par litre :

3^g de $SO^4(NH^4)^2 + 0^g,7$ de $SO^4Mg, 7\,H^2O + 1^g\,PO^4H^2K + 0^g,16\,PO^4HK^2$ (pour porter le pH à 7,4) $+ 0^g,5$ de $ClNa + 0^g,4(NO^3)^2Ca + 10^g$ de glucose.

Nous avons remplacé le PO^4HK^2 par la quantité correspondante du sel de sodium, plus facile à purifier et à conserver; en compensation, nous avons pris du ClK au lieu de ClNa, de manière à ne pas changer les concentrations ioniques. L'eau et les substances dissoutes avaient été purifiées avec soin.

B. Le milieu de Reader + 1^{mg} de zinc par litre;

C. Le milieu de Reader + 1^{mg} de bore + 1^{mg} d'iode + $0^{mg},1$ de cuivre + 1^{mg} de manganèse + 1^{mg} de thallium par litre;

D. Le milieu C + 1^{mg} de zinc par litre.

Dans les milieux avec folliculine, cette hormone était ajoutée à la dose de 1^{mg} par litre.

Les matras contenaient 50^{cm^3} de milieu nutritif. On les a ensemencés à la pipette, à partir d'une culture de 24 heures sur malt gélosé, préalablement diluée dans l'eau pure. Un centimètre cube de la dilution, introduit dans chaque matras, contenait $0^{mg},1$ de matière sèche. Les matras ensemencés ont été maintenus dans un bain-marie à secousses mécaniques à la température constante de + 30°. Les récoltes ont été faites sur filtre à plaque poreuse d'Iéna n° 1 G 4, lavées à l'eau distillée et séchées à l'étuve à + 105°. Les poids de matières sèches sont exprimés en milligrammes.

Voici les résultats de nos expériences :

	Sans folliculine.	Avec folliculine.	Augmentations dues à la folliculine.
Durée de la culture : 51 heures et demie.			
	mg	mg	°/o
Milieu A	3,0	3,1	3
Milieu B	3,1	6,4	107
Durée de la culture : 53 heures.			
	mg	mg	°/o
Milieu A	3,8	4,4	16
» B	4,0	5,0	25
» D	4,8	8,6	79
Durée de la culture : 67 heures.			
	mg	mg	°/o
Milieu A	3,3	3,7	12
» B	3,6	9,0	150
» C	3,4	9,8	178
» D	4,0	14,4	260

Ces résultats mettent nettement en évidence l'intervention conjuguée de l'hormone et de plusieurs métalloïdes et métaux dans le développement de la levure. La synergie du catalyseur organique et d'un catalyseur minéral a été particulièrement élevée dans le cas du zinc.

Ainsi, tandis que l'addition de la folliculine seule au milieu primitif de culture n'a augmenté la récolte que de 12 à 16 pour 100 et celle du zinc

seul au plus à 10 pour 100, l'addition des deux catalyseurs à la fois a porté le rendement de 100 à 179 dans la culture de 53 heures et même à 250 dans celle de 67 heures.

Ce nouvel exemple de synergie *in vivo* des catalyseurs biologiques n'est pas spécial à la folliculine et au zinc; le mélange des autres métalloïdes et métaux essayés a permis d'obtenir, bien qu'à un degré moindre, un résultat analogue. On remarquera enfin que les catalyseurs ont additionné leurs effets dans une certaine mesure : en les faisant agir tous à la fois, le rendement de levure est passé de 100, en l'absence de la folliculine, à 360, en présence de cette substance.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations du Pissenlit décapité.* Note (1) de M. **Lucien Daniel.**

J'ai décrit (2) les modifications, variables suivant les pieds, des découpures des feuilles roncinées de la variété originelle de Pissenlit apogame dont j'avais, en 1934, semé les graines dans un sol riche. J'ai sélectionné en 1935 et 1936 la forme à feuilles presque entières, spatulées et dressées qui jusqu'ici ne m'a fourni aucune hampe florale et a conservé les caractères acquis, comme c'est aussi le cas chez les exemplaires cultivés serrés et en polarité renversée qui avaient fourni les graines. Mais ceux-ci ont continué à fournir des hampes florales nombreuses.

A la fin de février 1935, j'ai voulu voir quelle serait l'influence du sectionnement de la racine à des hauteurs variables sur les tiges réparatrices. Sur 20 exemplaires, je décapitai la racine à 2, 4 ou 8^{cm} de la rosette, comparativement avec des pieds laissés intacts. De nombreuses tiges réparatrices apparurent sur les bouts de racines laissées en terre; leur sortie en forme de balai feuillé se fit d'abord sur les pieds sectionnés le plus près de la rosette ; elle eut lieu ensuite sur les pieds sectionnés à 4^{cm} et enfin chez ceux qui étaient coupés à 8^{cm} de la rosette. Les feuilles nouvelles différaient par leur forme de celles de la race primitive; les lobes latéraux étaient asymétriques; le lobe terminal étroit et triangulaire, large et plus ou moins spatulé, prédominait fortement sur les latéraux. Le nombre des hampes florales était réduit dans des proportions variables suivant les

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1506.

exemplaires : il était de 6 au plus quand il atteignait les chiffres 10 à 16 chez les témoins. Les hampes étaient plus grosses parfois mais beaucoup plus courtes. Les bractées inférieures de l'involucre, au lieu d'être retournées vers le bas étaient presque toutes horizontales; quelques-unes mêmes étaient dressées.

Cette année, à la fin de février, j'ai fait deux lots des Pissenlits à racines décapitées en 1935. Dix ont été de nouveau décapitées à des hauteurs de 2, 4 et 8^{cm}; dix ont été laissées intactes, en place avec les témoins. Les dix pieds décapités en 1936 se comportent jusqu'ici exactement à la façon de ceux décapités en 1935. Quant à ceux qui n'ont pas subi de sectionnement nouveau, certains exemplaires ont présenté des modifications remarquables, jusqu'ici non encore signalées dans le Pissenlit et qui ont porté spécialement sur l'appareil reproducteur.

Des bractées sont apparues sur les hampes florales qui n'en présentent jamais chez les pieds normaux. Elles se trouvaient à des hauteurs variables, au nombre de une (*fig.* 1, 2 et 3) ou par deux (*fig.* 4), plus ou moins rap-



Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Fig. 1 et 2. Hampes florales à une seule bractée étroite et longue. — Fig. 3. Hampe avec une bractée foliacée. — Fig. 4. Hampe portant deux bractées filiformes alternes.

prochées. Leurs dimensions et leurs formes étaient également variables. Tantôt elles étaient courtes et à limbe filiforme ou allongé (*fig.* 1, 2 et 4); tantôt elles avaient un limbe bien caractérisé, pétiolé et dépassant le sommet du capitule (*fig.* 3). Chez quelques capitules de Pissenlits de ce lot, les bractées externes de l'involucre n'étaient plus situées toutes sur une

même ligne circulaire mais s'inséraient à des hauteurs différentes sur la hampe florale, séparées par de faibles intervalles. En outre, elles étaient plus longues et plus étroites que les bractées normales des témoins. Dans quelques pieds, la hampe florale s'est tordue en spirale.

Les conclusions qu'on peut tirer des faits observés chez des pieds à racines sectionnées, provenant de graines sûrement apogames, sont les suivantes :

1° Les variations des bractées externes sur lesquelles De Candolle s'est basé pour distinguer du type de Linné le *Taraxacum lævigatum* et le *Taraxacum palustre* sont dues à des variations de nutrition. Ces caractères peuvent se modifier sous l'action du milieu extérieur, en particulier à la suite de la suralimentation par l'action des blessures. Cette suralimentation, dans mes expériences de sectionnement, a mis en mouvement des corrélations qui ont provoqué l'apparition de caractères nouveaux qui ne se seraient sans doute jamais montrés sans les conditions extraordinaires où les Pissenlits ont été placés par le sectionnement des racines et la régénération de l'appareil aérien supprimé avant la phase de fructification.

2° Ces faits viennent à l'appui des théories de Lamarck sur l'action des milieux. Ils sont en opposition avec l'hypothèse de Weissmann sur le rôle absolu de l'amphimyxie dans la production des variations, puisque les Pissenlits utilisés ont varié bien que apogames et que déjà certaines de ces variations se sont montrées héréditaires par multiplication asexuée. J'ai récolté des graines sur les capitules portés par des hampes pourvues de bractées et je me propose d'en étudier l'hérédité à la suite du semis.

M. Charles Jacob offre à l'Académie, de la part de la Direction des Travaux publics de Tunisie, la *Carte géologique provisoire de la Régence* en 22 feuilles au 1/200 000e. A cette œuvre considérable, terminée l'an dernier, est associé le nom de notre confrère, Pierre Termier, qui en avait le contrôle scientifique. S'y sont plus particulièrement intéressés MM. Berthon et Reufflet, directeur des Mines, avec un concours de tous les instants de M. Marcel Solignac, depuis une quinzaine d'années chef du Service géologique, dont il continue, sous les ordres de M. l'ingénieur en chef Roux, à coordonner les travaux.

M. Maurice Gignoux fait hommage à l'Académie de son ouvrage intitulé : *Géologie stratigraphique* (2e édition).

M. **Henri Villat** fait hommage à l'Académie d'un ouvrage de MM. Robert Mazet et François Gallissot : *Travaux pratiques de Mécanique rationnelle*, dont il a écrit la *Préface*.

NOMINATIONS.

M. **Gabriel Bertrand** est désigné pour représenter l'Académie aux *Journées* de Chardonnet *et des* Frères Lumière, les 28 et 29 mai 1936, à Besançon.

M. **Jules Drach** représentera l'Académie au *Congrès international des Mathématiciens*, à Oslo, avec MM. **Émile Borel**, **Élie Cartan**, **Gaston Julia**, précédemment désignés.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Georges Bruel. *La France équatoriale africaine.*

2° *Recueil de quelques travaux d'anatomie végétale exécutés à Liège de* 1929 *à* 1935.

M. **Antoine Magnan** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Médecine et Chirurgie par le décès de M. *Charles Richet.*

ALGÈBRE. — *Sur une généralisation du théorème de Rolle pour les polynomes.* Note de M. **Lubomir Tchakaloff.**

Désignons par p et q deux nombres entiers ($p \geqq 0$, $q \geqq 0$) et par a et b deux nombres réels et différents ($a < b$). Si $f(x)$ est un polynome réel satisfai-

sant aux conditions

$$(1) \quad \begin{cases} f(a) = f'(a) = \ldots = f^{(q)}(a) = 0, \\ f(b) = f'(b) = \ldots = f^{(p)}(b) = 0, \end{cases}$$

on sait que la dérivée $f^{(p+q+1)}(x)$ s'annule au moins pour une valeur $x = \xi$ comprise à l'intérieur de l'intervalle (a, b). Nous nous proposons dans ce qui suit de restreindre autant que possible le champ de variabilité de ce nombre ξ en supposant que le degré de $f(x)$ ne dépasse pas un nombre fixe.

Désignons par $C_k(p, q)$ la classe des polynomes réels de degré $\leqq p + q + k + 1$ satisfaisant aux conditions (1) et par $D_k(p, q)$ la classe des dérivées d'ordre $p + q + 1$ des polynomes de la classe $C_k(p, q)$. Il est évident que la classe $D_k(p, q)$ est composée de polynomes réels de degré $\leqq k$. Convenons de dire qu'un ensemble $\mathcal{E}_k(p, q)$ de nombres réels est un *ensemble minimum par rapport à la classe* $C_k(p, q)$ lorsqu'il jouit des deux propriétés suivantes : 1° quel que soit le polynome $f(x)$ de la classe $C_k(p, q)$, l'ensemble $\mathcal{E}_k(p, q)$ contient au moins un zéro de la dérivée $f^{(p+q+1)}(x)$; 2° aucun sous-ensemble vrai de $\mathcal{E}_k(p, q)$ ne possède la propriété 1°. Notre but est de déterminer effectivement tous les ensembles minima correspondant à un nombre naturel k.

On peut démontrer que la condition nécessaire et suffisante pour qu'un polynome réel $\varphi(x)$ de degré $\leqq k$ appartienne à la classe $D_k(p, q)$ est exprimée par l'équation

$$(2) \quad \int_a^b (b - x)^p (x - a)^q \varphi(x)\, dx = 0.$$

Le problème de l'existence et de la structure des ensembles minima $\mathcal{E}_k(p, q)$ n'est donc qu'un cas spécial du problème général que nous avons résolu dans une publication récente ([1]); il suffit de définir la fonction croissante $\psi(x)$ dans les théorèmes généraux de la dite publication par

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{x} u(t)\, dt$$

où l'on a posé $u(t) = (b - t)^p (t - a)^q$ pour $a \leqq t \leqq b$ et $u(t) = 0$ en dehors de l'intervalle (a, b), et d'entendre par $P_n(x)$ le polynome hypergéomé-

---

([1]) *Acta Mathematica*, 63, 1934, p. 77-97.

trique

$$P_n(x) = C(x-a)^{-q}(x-b)^{-p}\frac{d^n}{dx^n}\{(x-a)^{q+n}(x-b)^{p+n}\}.$$

Ainsi par exemple, lorsque $k > 3$ est impair, $k = 2n - 1$, il existe un seul ensemble minimum $\mathcal{E}_{2n-1}(p, q)$ coïncidant avec l'intervalle ouvert $\alpha < x < \beta$ dont les extrémités sont les zéros extrêmes du polynome $P_n(x)$ défini plus haut.

En supprimant la restriction concernant la réalité des polynomes $f(x)$ et $\varphi(x)$, soumis aux conditions (1) et (2), on peut définir d'une manière analogue les classes $\overline{C}_k(p, q)$ et $\overline{D}_k(p, q)$ de polynomes à coefficients complexes et chercher une région dans le plan de la variable complexe x contenant au moins un zéro de tout polynome de $\overline{D}_k(p, q)$. La condition (2) étant une relation linéaire et homogène entre les coefficients de $\varphi(x)$, on peut appliquer, pour obtenir une telle région circulaire, un théorème classique de Grace. On parvient ainsi au résultat suivant :

Toute région circulaire contenant tous les zéros du polynome

$$G(z) = \int_a^b (b-x)^p(x-a)^q(z-x)^k\,dx,$$

contient au moins un zéro de la dérivée $f^{(p+q+1)}(x)$ d'un polynome arbitraire $f(x)$ de la classe $\overline{C}_k(p, q)$.

Il est intéressant d'observer que, pour $p = q$, tous les zéros du polynome $G(z)$ sont simples et situés sur la perpendiculaire élevée au milieu du segment (a, b), de sorte qu'on peut prendre pour la région circulaire la fermeture de l'intérieur ou de l'extérieur d'un cercle passant par deux zéros voisins de $G(z)$, ou bien un demi-plan fermé limité par ladite perpendiculaire.

STATISTIQUE. — *La distribution des événements compatibles.* Note [1] de M. **E. J. Gumbel**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $p(\nu_1)$; $(\nu_1 = 1, 2, \ldots, n)$ les probabilités des n événements compatibles $E(\nu_1)$, soit $p(1, 2, \ldots, n)$ la probabilité de l'événement $E(1, 2, \ldots, n)$, soient $p(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_x)$ pour $\nu_1 \neq \nu_2 \ldots \neq \nu_x = 1, 2, \ldots, n$ les probabilités des $\binom{n}{x}$ événements $E(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_x)$. Posons

$$(1)\qquad S(0) = 1, \qquad S_n = p(1, 2, \ldots, n), \qquad S_x = \sum_{\nu_1, \nu_2 \ldots \nu_x} p(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_x).$$

---

[1] Séance du 4 mai 1936.

La probabilité pour que x, et seulement x, des événements compatibles arrivent, est

$$(2) \qquad w(x) = \sum_{k=x}^{n} (-1)^{k-x} \binom{k}{x} S_k,$$

formule due à M. Ch. Jordan [1], généralisation de la valeurs $w(0)$, donnée par H. Poincaré [2]. M. M. Fréchet [3] a établi les inégalités les plus précises limitant $w(0)$. La probabilité pour qu'au moins x événements arrivent est

$$(3) \qquad P(x) = \sum_{k=x}^{n} (-1)^{k-x} \binom{k-1}{x-1} S_k.$$

On tire de la fonction [4] caractéristique $\Psi(t)$ des moments M_k

$$(4) \qquad \Psi(t) = \sum_{x=0}^{n} S_x (e^t - 1)^x;$$

le moment d'ordre k ne dépend que des probabilités de combinaisons contenant jusqu'à k événements. L'espérance mathématique et le second moment sont

$$(5) \qquad M_1 = S_1, \qquad M_2 = S_1 + 2!\, S_2.$$

Dans un grand nombre d'essais faits sur des événements compatibles on trouvera en moyenne $\sum_{\nu_1=1}^{n} p(\nu_1)$ événements. Pour calculer les autres moments on remplace dans (4) les indices F par des puissances et l'on obtient

$$(6) \qquad \frac{1}{1 - S^{(1)}(e^t - 1)} = e^{Mt}, \qquad 1 = (1 + S^{(1)})\, e^{Mt} - S^{(1)} e^{(M+1)t}.$$

En développant, on arrive à la relation récurrente

$$(7) \qquad M_k = S_1 + S^{(1)} \sum_{\lambda=1}^{k-1} M_\lambda \binom{k}{\lambda}.$$

---

(1) *Acta Univ. Hungar*, II, 7, Szeged 1934, p. 103.

(2) *Calcul des probabilités*, Paris 1923, p. 60.

(3) *Fundamenta Mathematicæ*, 25, Varsovie 1935, p. 379.

(4) Cette formule est due à la collaboration de M. Maxime Lehmann. Je profite de cette occasion pour remercier M. Eyraud pour un conseil précieux.

Il y faut traiter les puissances symboliques comme réelles. L'opération faite, on les remplace par des indices. On aura par exemple, pour $n \geqq 4$,

$$M_3 = S_1 + 6S_2 + 3!S_3, \qquad M_4 = S_1 + 14S_2 + 36S_3 + 4!S_4.$$

Les moments ne dépendent pas d'une façon explicite de la seule constante n.

Pour le jeu de la rencontre, où n est le nombre des boules numérotées, tirées et non remises dans l'urne, on obtient

$$(1') \qquad S_k = \frac{1}{k!}, \qquad w(x) = \frac{1}{x!}\sum_{\nu=0}^{n-x}\frac{(-1)^\nu}{\nu!},$$

formule qui se trouve chez L. Bachelier (1). On tire de la formule récurrente

$$(8) \qquad (x+1)\,w(x+1) = w(x) - \frac{(-1)^{n-x}}{x!(n-x)!};$$

pour $x = 0$: la dominante sera nulle (ou un) suivant que n est pair (ou impair). Mais la différence entre $w(0)$ et $w(1)$ disparaît assez vite pour n croissant.

On obtient à l'aide de (8) les moments

$$(7') \qquad M_k = \sum_{\nu=0}^{k-1}\binom{k-1}{\nu}M_\nu,$$

formule, valable jusqu'au $n^{\text{ième}}$ moment, et identique à la relation de tous les moments de la loi des événements rares ayant l'espérance mathématique un. Donc, pour n croissant, *la distribution des rencontres s'approche de la loi des événements rares*. On peut tirer cette conclusion aussi d'après

$$(4') \qquad \Psi(t) = e^{e^t - 1},$$

formule calculée à l'aide de (4) et (1') et valable jusqu'au moment d'ordre n.

Pour $n = 10$ les différences entre les deux distributions n'apparaissent qu'après la cinquième décimale.

---

(1) *Calcul des probabilités*, Paris, 1912, p. 78.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Étude d'une correspondance entre courbes et surfaces.* Note de M. L. **Ermolaev.**

1. Considérons une surface S et une courbe Γ; imaginons une certaine correspondance, telle qu'à chaque point M de S corresponde un point N de Γ et qu'à chaque point N de Γ correspondent ∞^1 points de S, formant sur S une certaine courbe (p); soient t le plan tangent à S en M et τ le plan osculateur à Γ en N.

Cherchons en particulier s'il est possible de choisir S, Γ *et la correspondance indiquée de sorte que* MN *et la droite d'intersection des plans* t, τ *soient conjuguées par rapport à la quadrique de Lie du point* M *de* S.

2. Attachons à chaque point M de S un tétraèdre MM_1M_2N, dont les arêtes MM_1, MM_2 sont les tangentes asymptotiques de S en M, tandis que les arêtes MN, M_1M_2 sont les droites conjuguées en jeu. Les coordonnées des sommets de ce tétraèdre satisfont aux conditions suivantes :

$$\frac{\partial M}{\partial u} = aM + M_1, \qquad \frac{\partial M}{\partial v} = bM + M_1,$$
$$\frac{\partial M_1}{\partial u} = k\alpha M - aM_1 + \beta M_2, \qquad \frac{\partial M_1}{\partial v} = k\alpha\varepsilon M + bM_1 + N,$$
$$\frac{\partial M_2}{\partial u} = -k\nu\alpha M + aM_2 + N, \qquad \frac{\partial M_2}{\partial v} = -\nu k\varepsilon\alpha M + \gamma M_1 - bM_2,$$
$$\frac{\partial N}{\partial u} = \nu\alpha M_1 + \alpha M_2 - aN, \qquad \frac{\partial N}{\partial v} = \nu\varepsilon\alpha M_1 + \varepsilon\alpha M_2 - bN.$$

Dans ces équations u, v sont les paramètres asymptotiques et β, γ les coefficients de la forme cubique de M. Fubini. Les conditions d'intégrabilité de ces équations forment un système de Cauchy aux dérivées partielles du premier ordre avec 7 inconnues a, b, α, ν, k, β, γ; la fonction ε est déterminée en termes finis. Il en résulte que la solution générale du problème posé existe et dépend de 7 fonctions arbitraires d'un argument.

3. Soit NA la tangente à la courbe Γ en N, et A le point (situé sur $M_1 M_2$) où cette tangente coupe le plan t. La droite MA détermine en chaque point M de S une direction et nous appelons (γ) les courbes de S tangentes en chacun de leurs points à la direction MA correspondante.

Si les deux familles (p) *et* (γ) *sont conjuguées, la courbes* Γ *est plane et vice-versa.*

Si les familles (p) *et* (γ) *coïncident ce sont des droites et la surface* S *est réglée.*

4. Si la courbe Γ dégénère en une droite, son plan osculateur τ devient indéterminé; le problème prend alors la forme suivante : *trouver dans le plan t une droite* $M_1 M_2$ *qui passe par le point* A *et est conjuguée de* MN *par rapport à la quadrique de Lie du point* M *de* S.

Quelles que soient la surface S et la droite Γ, on peut, et en général d'une seule façon, réaliser une telle correspondance. En dehors des familles (p), (γ) déjà définies, nous définirons une nouvelle famille de courbes (t) de S, par la condition que, M se déplaçant sur une telle courbe, le plan NM_1M_2, au lieu de pivoter autour de la droite Γ, reste immobile. *Les deux familles* (p), (t) *forment un système conjugué dans les deux cas suivants :*

a, la droite Γ *est tangente aux quadriques de Lie de la surface* S;

b, la famille (t) *coïncide avec la famille* (γ), et ce second cas donne des surfaces dépendant de six fonctions arbitraires d'un argument.

Si les courbes (γ) *sont asymptotiques de* S, *ce sont des droites rencontrant* Γ, *de sorte que* S *est une surface réglée dont la droite* Γ *est une directrice.*

5. *Si* Γ *est une droite et si* MN, M_1N_1 *sont les directrices de Wilczynski, les asymptotiques de* S *appartiennent chacune à un complexe linéaire.* S *est une surface* R et le point analytique M vérifie le système

$$M_{uu}=\left(\frac{1}{2}\beta_u+\frac{\beta^2}{4}-\frac{\beta\gamma}{2}+1\right)M+\beta M_v,\qquad M_{vv}=\left(\frac{1}{2}\gamma_v+\frac{\gamma^2}{4}-\frac{\beta\gamma}{2}+1\right)M+\gamma M_u,$$

les invariants de Fubini β, γ étant de la forme $\beta=U'/(V-U)$ et $\gamma=V'/(U-V)$, où U et V dépendent respectivement de u ou v seul. *Les directrices de Wilczynski appartiennent au complexe linéaire spécial d'axe* Γ.

Si, de plus, on a $\beta=\gamma$, les invariants ponctuels du réseau R sont nuls et $\beta=\gamma=1/(c-u-v)$.

TOPOLOGIE. — *Cycles relatifs. Théorème de dualité de M. Alexander.* Note (1) de M. **André Kolmogoroff** (2), présentée par M. Gaston Julia.

1. Soit R un espace localement bicompact, Q un ensemble fermé dans R. Nous dirons que le complexe $\varphi^r(E_0, \ldots, E_r)$, complexe u dans le sens

(1) Séance du 4 mai 1936.

(2) Voir *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1144, 1327 et 1558. Ces Notes seront désignées par (B I), (B II) et (B III).

de (BI), *est situé* sur Q si l'on a quels que soient $E_0, \ldots, E_r$, la relation

$$\varphi^r(E_0, \ldots, E_r) = \varphi^r(E_0.Q, \ldots, E_r.Q).$$

Un complexe s'appelle d'après M. Lefschetz [1] un *cycle relatif par rapport à* Q ou simplement *cycle* mod Q, si sa frontière est située sur Q. Soit ζ^r un cycle mod Q, nous dirons qu'il est *frontière* mod Q ou bien qu'il est homologue à zéro mod Q, s'il existe un complexe φ^{r+1} tels que $g_u\varphi^{r+1}_r - \zeta^r$ est situé sur Q. Les cycles-frontières mod Q forment un sous-groupe Γ^r_Q du groupe Z^r_Q de tous les cycles mod Q à r dimensions. Le groupe

$$B^r_u(R, Q, \Theta) = Z^r_Q - \Gamma^r_Q$$

est *le groupe de Betti u* mod Q *de* R.

L'annulateur de Γ^r_Q dans F^r est le groupe Z^r_Q de tous les cycles o à r dimensions, nuls sur Q [dans ce sens que $z^r(p_0, \ldots, p_r) = 0$, si tous les points p_i appartiennent à Q]. L'annulateur de Z^r_Q dans F^r est le groupe H^r_Q de tous les cycles-frontières o nuls sur Q. On s'aperçoit, par des raisonnements analogues à ceux de (B II) que les groupes $Z^r_Q - H^r_Q = B^r_0(R, Q, J)$ et $B^r_u(R, Q, \Theta)$ sont réciproques.

2. Théorème. — *Les groupes* $B^r_0(R, Q, J)$ *et* $B^r_0(R - Q, J)$ *sont isomorphes; sont isomorphes aussi les groupes* $B^r_u(R, Q, \Theta)$ *et* $B^r_u(R - Q, \Theta)$.

Le second de ces isomorphismes est une conséquence immédiate du premier. Celui-ci se laisse démontrer à l'aide du lemme suivant :

Lemme. — *Un cycle* o *quelconque, nul sur* Q, *est homologue à un cycle qui ne diffère de zéro que sur un ensemble bicompact dans* R — Q.

3. Les raisonnements précédents peuvent être appliqués à la démonstration des théorèmes suivants :

Premier théorème de dualité. — *Soit* R *un espace localement bicompact dont les groupes* $B^r_0(R, J)$ *et* $B^{r-1}_0(R, J)$ *sont nuls. Quel que soit l'ensemble* $Q \subset R$ *fermé dans* R, *les groupes* $B^{r-1}_0(Q, J)$ *et* $B^r_0(R - Q, J)$ *sont isomorphes.*

Second théorème de dualité. — *Soit* R *un espace localement bicompact dont les groupes* $B^r_u(R, \Theta)$ *et* $B^{r-1}_u(R, \Theta)$ *sont nuls. Quel que soit l'ensemble* $Q \subset R$ *fermé dans* R, *les groupes* $B^{r-1}_u(Q, \Theta)$ *et* $B^r_u(R - Q, \Theta)$ *sont isomorphes.*

---

[1] M. Lefschetz a énoncé sa définition, bien entendu, pour les cycles relatifs au sens ordinaire de M. Victoris. Il a aussi étudié, pour ce cas, les notions d'homologie et de groupes de Betti relatifs (*Topology*, New-York, 1930).

4. Soit maintenant $R = R^n$ l'espace euclidien à n dimensions. Dans le cas

$$1 < r < n,$$

les conditions des théorèmes de dualité sont remplies. On obtient donc dans ce cas d'après les formules (1) et (2) de (B III) que *les groupes isomorphes*

$$B_0^{r-1}(Q, J) \approx B_0^r(R^n - Q, J) \approx B_u^{n-r}(R^n - Q, J)$$

sont réciproques aux groupes

$$B_u^{r-1}(Q, \Theta) \approx B_u^r(R^n - Q, \Theta) \approx B_0^{n-r}(R^n - Q, \Theta).$$

Il en résulte en particulier que $B_u^{r-1}(Q, \Theta)$ et $B_u^{n-r}(R^n - Q, J)$ sont réciproques, ce qui constitue précisément *le théorème de dualité de M. Alexander* dans la forme générale qui lui a été récemment donnée par M. Pontrjagin.

TOPOLOGIE. — *Sur l'homotopie n-dimensionnelle.* Note de M. **Natan Aronszajn**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans une Note précédente [1], nous avons défini plusieurs notions (comme quasi-groupe, lacet pur, etc.) que nous allons utiliser maintenant.

1. Soit P un polyèdre topologique connexe. Nous appellerons *lacet n-dimensionnel dans* P, l'ensemble $[L^n, t]$ d'un lacet pur L^n et d'une transformation continue t de la pseudo-variété V de L^n dans le polyèdre P.

Deux lacets dans P, $[L_1^n, t_1]$ et $[L_2^n, t_2]$ seront dits du même type et considérés comme essentiellement identiques s'il existe une homéomorphie h entre les pseudo-variétés V_1 et V_2 conservant les simplexes distingués et les côtés droits et telle que $t_1(x) = t_2[h(x)]$ pour tout x de V_1.

Fixons une transformation continue τ d'un simplexe géométrique $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ telle que $\tau[(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)] \subset P$. Considérons ensuite l'ensemble de tous les lacets $[L^n, t]$ dans P tels que la transformation t sur le simplexe distingué $A = (a_1, \ldots, a_n)$ s'obtient de τ par l'intermédiaire de la correspondance barycentrique β entre $(a_1, \ldots, a_n)$ et $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ avec $\beta(a_i) = \alpha_i$, de manière que $t(x) = \tau[\beta(x)]$ pour tout x de A. De cet ensemble nous allons faire un quasi-groupe $A^n(P)$ comme suit : nous poserons, 1° — $[L^n, t] = [-L^n, t]$; 2° $[L_1^n, t_1] + [L_2^n, t_2] = [L_1^n + L_2^n, t]$, où t coïncide sur l'ensemble $V_i' - (B_i + C_i)$ (comp. la construction de $L_1^n + L_2^n$) avec t_i et sur les simplexes recollés essentiellement avec τ.

Deux lacets $[L_1^n, t_1]$ et $[L_2^n, t_2]$ sont homotopes, si $L_1^n = L_2^n = L^n$ et s'il existe une

---

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1475.

fonction continue $f(\theta, x)$ définie pour $0 \leqq \theta \leqq 1$, $x \in V$, telle que $f(0, x) = t_1(x)$, $f(\theta, x) \in P$, $f(1, x) = t_2(x)$ et que pour $x \in A$ et $0 \leqq \theta \leqq 1$, $f(\theta, x) = t_1(x) = t_2(x)$. L'homotopie est conservée par l'inversion et l'addition des lacets. Ceci permet de diviser les éléments du quasi-groupe $\Lambda^n(P)$ en classes d'éléments homotopes et de définir l'inverse $-C$ d'une telle classe C comme la classe des inverses des éléments de C et la somme de deux classes $C_1 + C_2$ comme la classe des sommes de deux éléments pris dans C_1 et C_2. On obtient ainsi le quasi-groupe $\Gamma^n(P)$ d'homotopie n-dimensionnelle de P. Ce groupe semble *a priori* dépendre du choix de la transformation τ du simplexe distingué dans P. Mais il n'en est rien d'après le

THÉORÈME. — *Les quasi-groupes $\Gamma^n(P)$ correspondant aux différentes transformations du simplexe distingué sont isomorphes.*

Par conséquent nous pouvons admettre dans la suite *que dans les lacets* $[L^n, t]$ *le simplexe distingué est transformé en un seul point $p \in P$.*

On voit tout de suite que $\Gamma^1(P)$ forme le groupe fondamental de Poincaré.

2. En se basant sur le théorème du n° 1 de la Note précédente, on peut former, à partir du quasi-groupe d'homotopie $\Gamma^n(P)$, une quantité des groupes. A cet effet on prendra dans $\Gamma^n(P)$ un sous-quasi-groupe, ensuite on choisira dans celui-ci un sous-quasi-groupe normal et l'on formera le groupe quotient du premier par le second.

Nous allons utiliser les quasi-groupes des lacets purs Δ^n_k introduits dans la Note précédente.

Prenons un sous-quasi-groupe δ_k de Δ^n_k et considérons l'ensemble de tous les lacets $[L^n, t]$ dans P tels que L^n appartient à δ_k et que l'image $t(V)$ de la pseudo-variété V de L^n est au plus i-dimensionnelle. Ces lacets forment un sous-quasi-groupe $\lambda_{k,i}$ de $\Lambda^n(P)$. A $\lambda_{k,i}$ correspond dans le quasi-groupe d'homotopie $\Gamma^n(P)$ un sous-quasi-groupe $\gamma_{k,i}$. On a évidemment les inclusions : $\gamma_{k,0} \subset \gamma_{k,1} \subset \gamma_{k,2} \subset \ldots \subset \gamma_{k,n} = \gamma_{k,n+1} = \ldots$. On démontre le théorème suivant :

THÉORÈME I. — *Pour $j > i \geqq k$, $\gamma_{k,i}$ est un sous-quasi-groupe normal de $\gamma_{k,j}$. Si $n \geqq 2$, le groupe-quotient $\gamma_{k,j}/\gamma_{k,i}$ est abélien.*

Dans la multitude des quasi-groupes et groupes que l'on peut ainsi obtenir, nous choisirons certains qui nous paraissent les plus remarquables.

Tout d'abord, en prenant, pour $k = 0$, δ_0 composé du seul lacet sphérique (qui forme à lui seul un sous-groupe de Δ^n_0), on obtient comme $\gamma_{0,n}$ le groupe $\pi_n(P)$ de Hurewicz et comme $\gamma_{0,i}$ ($i = n-1, n-2, \ldots, 0$) une suite décroissante des sous-groupes de $\pi_n(P)$ finissant par $\gamma_{0,0}$ composé du seul élément zéro.

Ensuite, pour $0 \leqq k \leqq n-1$, nous prendrons comme δ_k le quasi-groupe Δ^n_k

tout entier. En place des $\gamma_{k,i}$, nous obtiendrons maintenant des quasi-groupes $\Gamma^n_{k,i}(P)$. $\Gamma^n_{n-1,n}(P)$ coïncide avec $\Gamma^n(P)$. On trouve que le groupe-quotient $\Gamma^n_{k,j}/\Gamma^n_{k,i}$ est isomorphe à un sous-groupe de $\Gamma^n_{k,j_1}/\Gamma^n_{k,i}$ pour $k \leqq i \leqq j \leqq j_1$. Les plus importants de ces groupes sont les $\pi_{n,k}(P) = \Gamma^n_{k,n}(P)/\Gamma^n_{k,k}(P)$ pour $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Pour les deux groupes extrêmes de cette suite, on obtient les propositions suivantes :

Théorème II. — *$\pi_{n,0}(P)$ est isomorphe avec le groupe $\pi_n(P)$ de Hurewicz.*

Théorème III. — *Pour $n \geqq 2$, $\pi_{n,n-1}(P)$ est isomorphe avec le $n^{ième}$ groupe de Betti de P, $B^n(P)$ aux coefficients entiers.*

En utilisant certaines méthodes de M. Hurewicz on arrive au

Théorème IV. — *Soit $n \geqq 2$. Si, pour $1 \leqq i \leqq n-1$, les groupes $\pi_i(P)$ se réduisent à l'élément zéro, le quasi-groupe $\Gamma^n(P)$ est isomorphe à la somme directe du quasi-groupe des lacets n-dimensionnels purs et du groupe de Betti $B^n(P)$; dans ce cas tous les groupes $\pi_{n,k}(P)$ sont isomorphes avec $B^n(P)$.*

Ces résultats proviennent du fait que sous les hypothèses du théorème deux lacets dans P, $[L^n, t]$ et $[L^n, t_1]$, sont homotopes si les deux cycles $t(V)$ et $t_1(V)$ sont homologues dans P.

Nos considérations s'appliquent aux polyèdres P finis ou infinis et même aux espaces satisfaisant à la condition (Δ), introduits récemment par M. Borsuk. Il serait intéressant d'adapter les définitions et notions introduites ici aux espaces plus généraux, par exemple les espaces localement contractiles.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de maximum de Stieltjes.* Note de M. Tibère Popoviciu.

1. *Hypothèses faites sur la fonction $f(x)$.* — $f(x)$ est une fonction réelle, définie et uniforme sur l'ensemble E formé par m intervalles finis et fermés (a_i, b_i), $a_i < b_i (i = 1, \ldots, m)$; $b_i \leqq a_{i+1} (i = 1, \ldots, m-1)$ de l'axe réel. Nous dirons que $f(x)$ est une fonction (C) si, dans chaque intervalle (a_i, b_i) : 1° elle est non-négative dans l'intervalle ouvert, mais il y a des points aussi voisins que l'on veut de a_i et de b_i où la fonction est positive; 2° elle est continue en a_i et en b_i; 3° $f(a_i) = f(b_i) = 0$; 4° elle est exponentiellement concave dans tout l'intervalle. Cette dernière propriété signifie

que

$$f(x_2) > f(x_1)^{\frac{x_3-x_2}{x_3-x_1}} f(x_3)^{\frac{x_2-x_1}{x_3-x}} \qquad (a_i \leqq x_1 < x_2 < x_3 \leqq b_i),$$

donc que $\log f(x)$ est concave.

2. *Hypothèses faites sur les points x_i.* — Nous dirons que les n points x_1, $x_2, \ldots, x_n$ de l'axe réel ont une distribution donnée $[k_1, k_2, \ldots, k_m]$ si, parmi ces points, il y en a k_i dans l'intervalle $(a_i, b_i)(i=1, \ldots, m)$. On a $k_i \geqq 0$, $k_1+k_2+\ldots+k_m=n$. Nous dirons que deux distributions différentes $[k_1, k_2, \ldots, k_m]$ et $[k'_1, k'_2, \ldots, k'_m]$ de n points $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$ (dont aucun ne coïncide avec un a_i ou un b_i) et $x'_1, x'_2, \ldots, x'_n$ respectivement, sont *consécutives* si on peut choisir les points x'_i de manière que l'on ait

$$x_1 < x'_1 < x_2 < x'_2 < \ldots < x_n < x'_n \qquad \text{ou} \qquad x'_1 < x_1 < x'_2 < x_2 < \ldots < x'_n < x_n.$$

Nous dirons aussi que deux distributions $[k_1, k_2, \ldots, k_m]$ et $[h_1, h_2, \ldots, h_m]$ de n points $x_1 < x_2 < \ldots < n_n$ et de $n-1$ points $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}$ respectivement, sont *consécutives* si on peut choisir les points y_i de manière que l'on ait $x_1 < y_1 < x_2 < \ldots < y_{n-1} < x_n$.

3. *Position du problème.* — La fonction $f(x)$ étant une fonction (C) et les points x_i ayant une distribution donnée, nous avons étudié le maximum de l'expression

$$D(x_1, x_2, \ldots, x_n; f) = f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n) \prod_{i>j}^{1, 2, \ldots, n} (x_i - x_j)^2.$$

4. *Résultats.* — Dans ces conditions, nous avons trouvé que :

I. $D(x_1, x_2, \ldots, x_n; f)$ *a un maximum atteint pour au moins un système de points x_i.*

II. *Ce maximum est atteint pour un seul système de n points, distincts et différents des points a_i et b_i.* Nous désignons par $\xi_{n,1} < \xi_{n,2} < \ldots < \xi_{n,n}$ les points pour lesquels le maximum est atteint. Nous dirons que c'est le *système maximisant* de notre problème.

III. *La correspondance entre une fonction* (C) *et son système maximisant est continue.* Donc, à tout $\varepsilon > 0$, correspond un $\eta > 0$ tel que si $g(x)$ est une autre fonction (C) vérifiant $|f-g| < \eta$ sur E, on ait

$$|\xi_{n,i} - \xi'_{n,i}| < \varepsilon \qquad (i=1, \ldots, n),$$

$\xi'_{n,i}$ étant le système maximisant de $g(x)$ correspondant au même problème.

IV. *Les systèmes maximisants $\xi_{n,i}$, $\xi'_{n,i}$ correspondant, pour la même fonction $f(x)$, à deux distributions consécutives de n points, se séparent.* On a donc

$$\xi_{n,1} < \xi'_{n,1} < \xi_{n,2} < \ldots < \xi_{n,n} < \xi'_{n,n} \qquad \text{ou} \qquad \xi'_{n,1} < \xi_{n,1} < \xi'_{n,2} < \ldots < \xi'_{n,n} < \xi_{n,n}.$$

V. *Les systèmes maximisants $\xi_{n,i}$, $\xi_{n-1,i}$ correspondant, pour la même fonction $f(x)$, à deux distributions consécutives de n et de n — 1 points, se séparent.* On a donc

$$\xi_{n,1} < \xi_{n-1,1} < \xi_{n,2} < \ldots < \xi_{n-1,n-1} < \xi_{n,n}.$$

On peut dire que deux systèmes maximisants de n points ou bien de n et $n-1$ points se séparent toujours, à moins que cette séparation ne soit *visiblement impossible*.

5. *Le problème de Stieltjes.* — Le cas particulier

$$f(x) = \prod_{i=1}^{m} |x - a_i|^{\sigma_i} |x - b_i|^{\rho_i} \qquad (\sigma_i, \rho_i \text{ positifs})$$

a été examiné par Th. Stieltjes, qui a obtenu les propriétés I et II d'une autre manière [1] Dans ce cas, le polynome $P(x) = \prod_{i=1}^{n} (x - \xi_{n,i})$ vérifie une équation différentielle linéaire de la forme

$$y'' + \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i}{x - a_i} + \frac{\rho_i}{x - b_i} \right) y' + \frac{\psi(x)}{(x - a_1)(x - b_1)\ldots(x - a_m)(x - b_m)} y = 0,$$

$\psi(x)$ étant un certain polynome de degré $2m - 2$.

Nous avons obtenu les propriétés IV et V en montrant qu'il suffit de faire la démonstration pour ce cas particulier et même seulement pour certaines valeurs particulières des constantes σ_i et ρ_i.

La propriété IV est une généralisation, très étendue, de certains résultats de F. Klein [2] et E. B. van Vleck [3]. La propriété V se rattache, pour $m = 1$, à la théorie des polynomes de Jacobi [4].

---

(1) *Acta Mathematica*, 6, 1885, p. 321.
(2) *Mathematische Annalen*, 18, 1881, p. 237.
(3) *Bulletin of the Amer. Math. Soc.*, 2e série, 4, 1898, p. 426.
(4) TH. J. STIELTJES, *Comptes rendus*, 100, 1885, p. 620.

CALCUL DES VARIATIONS. — *Courbes minimisantes non rectifiables et champs généraux de courbes admissibles dans le calcul des variations.* Note ([1]) de M. **Karl Menger**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit D un domaine fermé et borné d'un espace euclidien, $f(p, \mathfrak{S})$ une fonction définie pour les points p de D et les directions $\mathfrak{S}$ de l'espace. $P = \{p_1, \ldots, p_n\}$ étant un polygone, nous posons

$$l(P, f) = \Sigma f(p_i, \mathfrak{S}_i)\, d(p_i, p_{i+1}),$$

où $\mathfrak{S}_i$ désigne la direction de p_i à p_{i+1} et $d(p, q)$ d'une façon générale la distance des points p et q. Soit C une courbe (image continue d'un intervalle fermé). Si pour toute suite distinguée $P_1, P_2, \ldots$ de sous-polygones de C les nombres $l(P_1, f), l(P_2, f), \ldots$ convergent, nous considérerons, comme l'ont fait, indépendamment l'un de l'autre, M. Bouligand et moi, leur limite (qui est indépendante de la suite distinguée considérée) et nous la désignerons par $l(C, f)$.

Soit $f(p, \mathfrak{S})$ une fonction en tout point p continue et quasi régulière, c'est-à-dire satisfaisant à l'inégalité

$$f(p, \mathfrak{S}_{pq})\, d(p, q) + f(p, \mathfrak{S}_{qr})\, d(p, r) \geqq f(p, \mathfrak{S}_{pr})\, d(p, r),$$

$\mathfrak{S}_{xy}$ désignant la direction de x à y. Alors $l(C, f)$ existe pour toute courbe *rectifiable* C et nous avons le théorème : *$\mathcal{C}$ étant une famille complète de courbes rectifiables, sous la condition ci-après* (A) *il existe au moins une courbe de $\mathcal{C}$ pour laquelle $l(C, f)$ atteint son minimum.* (A) : *quel que soit λ, la longueur des courbes rectifiables C telles que $l(C, f) \geqq \lambda$ est bornée.*

Désignons en chaque point p par $g(p)$ le minimum de $f(p, \mathfrak{S}) + f(p - \mathfrak{S})$ pour toutes les directions $\mathfrak{S}$ et faisons sur f la nouvelle hypothèse : $g(p) > 0$ *quel que soit p de* D. Dès lors $l(C, f)$ existe pour *toute* courbe et, en particulier, $l(C, f) = \infty$ si C non rectifiable. Par ailleurs les deux conditions suivantes (A_0) et (K) sont *équivalentes.* (A_0) : *la longueur des courbes rectifiables* C *telles que $l(C, f) \leqq 0$ est bornée.* (K) : *de toute suite de courbes $C_1, C_2, \ldots$ pour lesquelles $l(C_n, f)$ est borné on peut extraire une suite qui converge vers une courbe.* Un exemple remarquable de Hahn ([2]) montre que même dans le cas d'une fonction semi-définie positive, c'est-à-

---

([1]) Séance du 11 mai 1936.

([2]) *Wiener Akad. Ber.*, 134, 1925, p. 445.

dire ne prenant que des valeurs $\geqq 0$, les deux conditions peuvent être en défaut. Cet exemple présente une suite de courbes rectifiables C_1, C_2, ... de longueur arbitrairement grande avec $l(C, f) = 0$ de laquelle en même temps il est impossible d'extraire une suite convergeant vers une courbe.

Si f est continue, quasi régulière et satisfait à la condition $g(p) > 0$ partout dans D et à une des conditions équivalentes (A_0) *et* (K), *chaque famille complète C de courbes quelconques (rectifiables ou non) en contient au moins une, et notamment une courbe rectifiable (pourvu que C ne contienne pas uniquement des courbes non rectifiables) pour laquelle $l(C, f)$ atteint son minimum relatif à toutes les courbes de $\mathcal{C}$.* Voici un théorème dans lequel le champ des courbes de comparaison admet des courbes continues quelconques.

Si f est demi-définie positive, continue, quasi régulière et satisfait à la condition K, *et si $g(p) > 0$ pour tous les points p de* D *à l'exception de ceux d'un ensemble de mesure linéaire nulle au sens strict, toute famille complète $\mathcal{C}$ de courbes en contient encore au moins une pour laquelle $l(C, f)$ atteint son minimum relatif à la famille $\mathcal{C}$.* Mais dans ce cas, comme le montre un autre exemple de Hahn (¹), *la courbe minimisante n'est pas nécessairement rectifiable.* Pourvu que deux points quelconques de D suffisamment voisins puissent être joints par une courbe de longueur arbitrairement petite, les conditions (K) et $f(p, \mathfrak{S}) \geqq 0$ sont vérifiées sous l'hypothèse suivante : *pour tout couple de points distincts p et q la borne inférieure des nombres $l(C, f)$ pour l'ensemble des courbes C joignant p et q est > 0.* Voici donc des classes étendues de problèmes qui n'admettent une solution qu'après l'admission des courbes non rectifiables.

Quant à la condition $g(p) > 0$ dans le cas du plan et d'une fonction $f(x, y, x', y')$ admettant des dérivées partielles par rapport à x' et y', elle signifie que la figuratrice au point $p = (x, y)$ n'est pas plane. Dans tous les problèmes *semi-normaux* au sens de M. Tonelli on a donc $g(p) > 0$ partout. Si f est supposée en outre semi-définie positive, la condition $g(p) > 0$ équivaut au fait qu'on n'a pas au point $p : f(p, \mathfrak{S}) \equiv 0$ par rapport à $\mathfrak{S}$.

La positivité de $g(p)$ en tout point à l'exception de ceux d'un ensemble de mesure linéaire nulle au sens strict signifie alors que l'ensemble des points p où $f(p, \mathfrak{S}) \equiv 0$ en $\mathfrak{S}$ possède le même caractère.

Les théorèmes précédents peuvent être généralisés pour des espaces *distanciés généraux* et des *fonctions discontinues et irrégulières.* En conservant

(¹) *Loc. cit.*, p. 446. Cf. aussi CARATHÉODORY, *Variationsrechnung*, 1935, p. 310.

les notations de ma Note précédente (1), les théorèmes de la présente Note restent vrais lorsqu'on remplace la condition 5° par 5 *bis* : il existe trois nombres η, ρ, ω tous > 0 tels que pour tout polygone P avec $l(P)/\alpha(P) > \eta$, $\alpha(P)$ désignant la distance des points finaux p et q de P, on ait

$$l_p(P, f) \geqq [\sigma(p, \rho) + \omega]\, l(P).$$

Dans l'espace euclidien à k dimensions cette condition est réalisée lorsque f est uniformément continue par rapport à ϑ et que

$$\frac{[g(p) - 2F\tau(p)]}{5k} > \sigma(p, \rho) + \omega.$$

Remarquons en terminant que pour des classes étendues de problèmes on peut démontrer que les courbes minimisantes dont nous venons d'affirmer l'existence sont des *arcs*, c'est-à-dire des courbes sans points multiples.

THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ. — *Le problème de Barré de Saint-Venant pour un corps homogène non isotrope imparfaitement flexible.* Note de M. **Charles Platrier**, présentée par M. Émile Jouguet.

Barré de Saint-Venant a traité le problème fondamental de la résistance des matériaux : « Équilibre élastique d'une barre homogène prismatique longue par rapport aux dimensions de sa section droite et soumise uniquement à des efforts appliqués aux deux sections droites de base » en supposant la matière isotrope parfaitement flexible et déformée à partir d'un état naturel.

En utilisant les notations d'une Communication antérieure (2) et de mon Cours de Mécanique à l'École Polytechnique, je me propose de traiter ce même problème en supposant encore la barre déformée à partir d'un état naturel, mais, a, imparfaitement élastique (c'est-à-dire que les tensions sur un élément de surface ne sont pas réductibles à une force unique, mais à une force et à un couple); b, non plus isotrope, mais homogène d'une manière particulière, son homogénéité étant définie par la fonction Φ qui entre dans les formules (3) de ma Note précitée (2) et que je choisis de la

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1007-1009.
(2) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 157.

forme

$$\Phi = \lambda(e_1 + e_2 + e_3)^2 + 2\mu(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + 2g_1^2 + 2g_2^2 + 2g_3^2)$$
$$+ \rho\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 + \sigma\left(\frac{\partial q}{\partial z}\right)^2 + \tau\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2.$$

Le cas de Saint-Venant correspond à $\rho = \sigma = \tau = 0$; mais il est raisonnable de supposer qu'il n'en est point ainsi pour une barre prismatique allongée dans le sens de l'axe des z.

La solution $\overline{V}$ du problème de Saint-Venant [1] doit subir les seules modifications suivantes :

1° Le tenseur couple de tension $\overline{\overline{\Theta}}$ a trois coordonnées non nulles :

$$\Theta_{13} = \frac{\rho(1-\varpi)}{2\mu}(bz + l), \qquad \Theta_{23} = -\frac{\sigma(1-\varpi)}{2\mu}(az + m), \qquad \Theta_{33} = \frac{n\tau}{\mu}.$$

2° Le tenseur tension $\overline{\overline{T}}$ est dissymétrique et son composant gauche est le vecteur

$$P = -\frac{\rho(1-\varpi)}{4\mu}b, \qquad Q = \frac{\sigma(1-\varpi)}{4\mu}a, \qquad R = 0.$$

3° Les fonctions harmoniques φ_a et φ_b dont dépend la solution $\overline{V}$ sont telles que

$$\frac{-d\varphi_a}{\alpha\, dn} = \varpi y^2 - x^2 - \frac{\sigma(1-\varpi)}{2\mu}, \tag{1}$$

$$\frac{-d\varphi_b}{\beta\, dn} = \varpi x^2 - y^2 - \frac{\rho(1-\varpi)}{2\mu}. \tag{2}$$

4° Les conditions limites sur les bases où L, M, N sont à remplacer par

$$L - \int_{S_0} \Theta_{13}\, ds, \qquad M - \int_{S_0} \Theta_{23}\, dS, \qquad N + \int (Px + Qy - \Theta_{33})\, dS,$$

ne modifient pas les expressions de a, b, c, mais donnent

$$l = \frac{L}{A + \frac{\rho(1-\varpi)}{2\mu}S}, \tag{3}$$

$$m = \frac{-M}{B + \frac{\sigma(1-\varpi)}{2\mu}S}, \tag{4}$$

$$n\left(A + B + \frac{\tau}{\mu}S\right) + \frac{1}{2}\int_{S_0}\left(x\frac{d\varphi}{dy} - y\frac{d\varphi}{dx}\right)dS = N + aU - bV, \tag{5}$$

[1] P. PAINLEVÉ et CH. PLATRIER, *Cours de Mécanique de l'École Polytechnique*, p. 399 et suiv., Paris.

et si les axes centraux d'inertie de la section droite de la barre sont des axes de symétrie de cette section

$$n = \frac{N}{C + \frac{\tau}{\mu} S - \int_L \varphi_n(x, y)\, d\frac{x^2+y^2}{2}}. \tag{6}$$

L'étude des flexions simples et composées et celles de la torsion de la barre exige donc la connaissance de trois nouveaux coefficients de Lamé : ρ et σ que j'appellerai *coefficients de flexion* et τ que j'appellerai *coefficient de torsion.*

Pour fixer les qualités de la matière constituant une barre, on ne saurait donc se contenter de déterminer ses coefficients d'élasticité dits coefficient longitudinal et coefficient transversal. Il est nécessaire de procéder à des expériences de flexion et de torsion pour évaluer les coefficients de flexion et de torsion [en utilisant par exemple les formules (3), (4) et (6)]. Lorsque ces derniers ne sont pas négligeables (et les procédés de laminage des barres en métallurgie font qu'il en est généralement ainsi), la détermination des échantillons des poutres métalliques en résistance des matériaux (basée sur le problème de Saint-Venant) doit subir des corrections qui peuvent être importantes.

Observation de M. **Émile Jouguet.**

L'importance de problème de Saint-Venant rend intéressante toute généralisation de ce problème.

Nous voudrions signaler qu'on peut obtenir une généralisation de ce problème dans une voie différente de celle qu'a suivie ici M. Platrier. En restant dans le domaine de la théorie de l'élasticité ordinaire, et sans introduire les rotations comme le fait la Note précédente, on peut envisager un milieu admettant un axe d'isotropie oz, tel que celui qu'a envisagé Boussinesq [1], peu déformé et *peu chauffé* à partir d'un état initial naturel. Le potentiel par unité de volume d'un tel milieu est, τ désignant une petite élévation de température

$$- \eta\tau(e_1+e_2) - \eta'\tau e_3 + \left(\frac{\lambda}{2}+\mu\right)(e_1^2+e_2^2) + \left(\frac{\lambda}{2}+\mu''\right)e_3^2$$
$$+ \lambda'(e_1+e_2)e_3 + \lambda e_1 e_2 + 2\mu'(g_1^2+g_2^2) + 2\mu g_3^2.$$

---

[1] *Cours d'Analyse infinitésimale*, 1, fasc. 2, p. 118.

On peut étendre la théorie de Saint-Venant à un prisme formé d'une telle matière et ayant ces génératrices parallèles à Oz, à condition que l'élévation de température τ soit uniforme.

Cette remarque peut être intéressante pour certains matériaux.

HYDRODYNAMIQUE. — *La période variable de l'écoulement d'un liquide dans un tube capillaire indéfini.* Note [1] de M. **Albert Grumbach**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'équation du régime permanent d'écoulement d'un liquide sous l'influence de son propre poids a été donnée par G. G. Stokes [2]; j'ai établi et intégré l'équation du régime variable, en le supposant laminaire. Le tube cylindrique de rayon a est vertical; μ est la viscosité cinématique du liquide, r la distance à l'axe, v la vitesse; on a ainsi

$$r\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{g}{\mu}r=\frac{r}{\mu}\frac{\partial v}{\partial t}. \tag{1}$$

Quand le régime permanent est établi, la vitesse est

$$w=\frac{g}{4\mu}(a^2-r^2). \tag{2}$$

Nous posons

$$v=w+f(r,t).$$

On trouve, en combinant (1) et (2),

$$r\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}+\frac{\partial f}{\partial r}=\frac{r}{\mu}\frac{\partial f}{\partial t}, \tag{3}$$

équation qui s'intègre par la méthode de Fourier

$$f(r,t)=\Sigma u_n e^{-K_n\mu t}, \tag{4}$$

où $u_1, u_2, \ldots, u_n$ sont des fonctions de la seule variable r; nous obtenons ainsi les équations différentielles

$$r\frac{d^2 u_n}{dr^2}+\frac{du_n}{dr}+K_n r u_n=0, \tag{5}$$

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Math. and Ph. Pap., Cambr. U. P.*, **1**, 1880, p. 105.

qui se ramènent à l'équation de Bessel d'ordre zéro. Les u_n demeurant finis, l'on adopte la solution

$$f(r,t) = \Sigma A_n J_0(\sqrt{K_n}\, r)\, e^{-K_n \mu t}. \tag{6}$$

Le glissement étant supposé nul,

$$\sqrt{K_n} = \frac{\alpha_n}{a},$$

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots$ étant les zéros de $J_0(x)$.

v tendant vers w quand t croît indéfiniment, l'on trouve, avec $r = a\theta$,

$$v = \frac{ga^2}{4\mu}\left(1 - \theta^2 - 8\sum \frac{J_0(\alpha_n\theta)}{\alpha_n^3 J_1(\alpha_n)} e^{-\frac{\alpha_n^2}{a^2}\mu t}\right). \tag{7}$$

L'expression du débit est

$$\frac{dQ}{dt} = 2\pi a^2 \int_0^1 v\theta\, d\theta = \frac{\pi g a^4}{8\mu}\left[1 - 32\left(\frac{e^{-\frac{\alpha_1^2}{a^2}\mu t}}{\alpha_1^4} + \frac{e^{-\frac{\alpha_2^2}{a^2}\mu t}}{\alpha_2^4} + \ldots\right)\right]. \tag{8}$$

La vitesse initiale étant nulle, il faut que

$$\Sigma \alpha_n^{-4} = \frac{1}{32},$$

nous retrouvons ainsi une des formules de Lord Rayleigh ([1]).

L'équation (8) montre que le régime permanent s'établit rapidement; par exemple, si de l'eau ($\mu \cong 10^{-2}$) s'écoule à travers un tube de $0^{mm},5$ de diamètre, le développement en série se réduit pratiquement à son premier terme égal ici à

$$0,03\, e^{-92t}.$$

L'équation du régime permanent fournit une valeur très approchée du volume débité un temps suffisamment long; avec les mêmes données numériques, le volume écoulé en 100 secondes s'obtient ainsi à 0,00014 près. L'expression exacte est

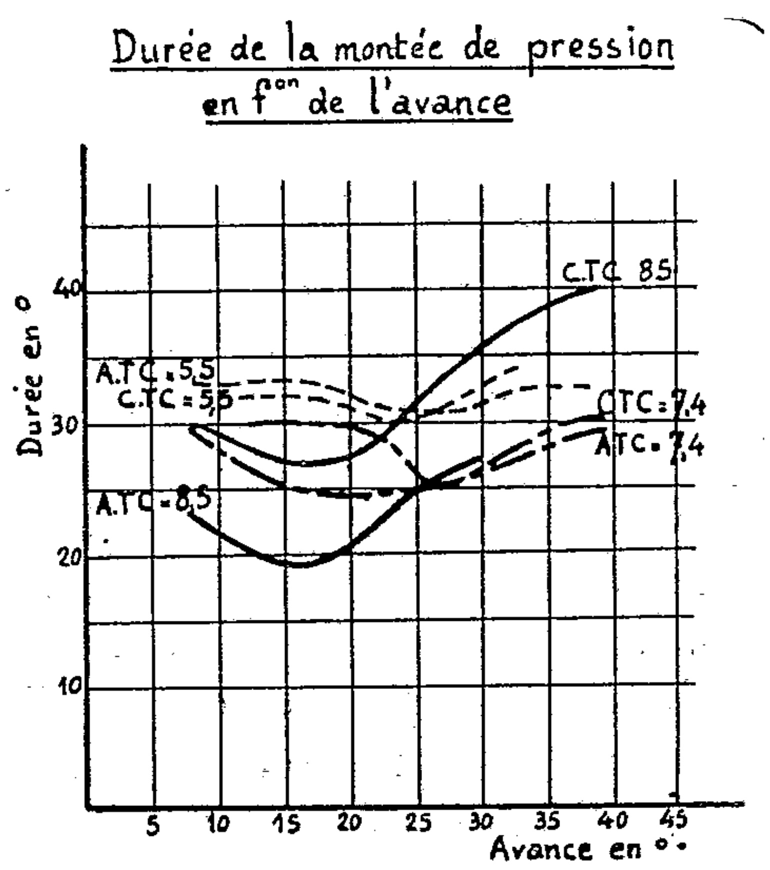
$$Q = \frac{\pi g a^4}{8\mu}\left[t - \frac{32 a^2}{\mu \alpha_1^6}\left(1 - e^{-\frac{\alpha_1^2}{a^2}\mu t}\right)\right]. \tag{9}$$

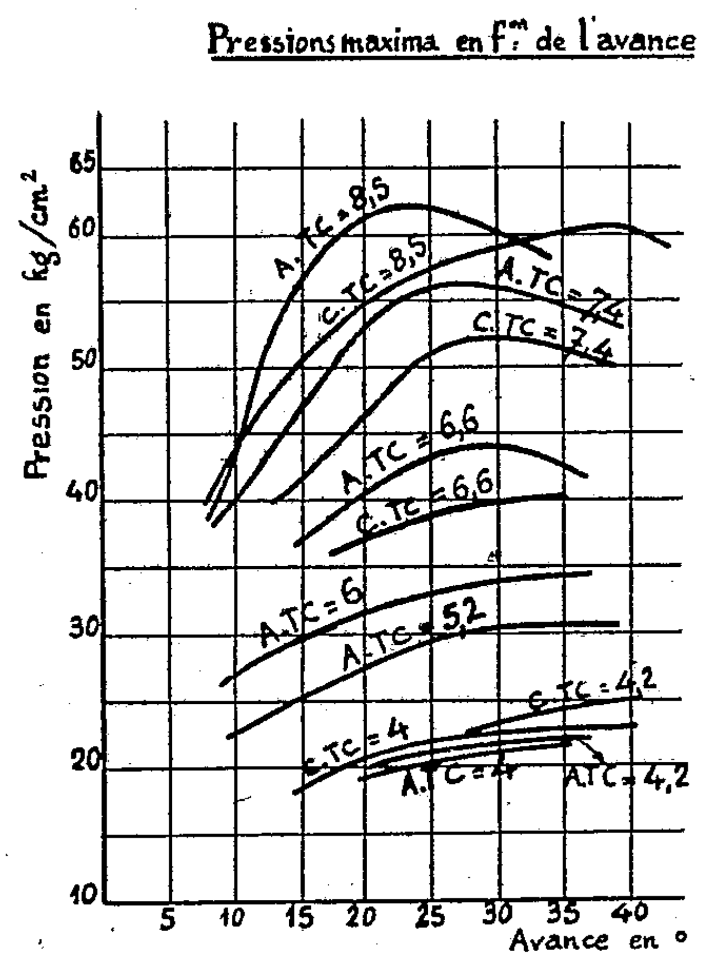
Les résultats précédents s'appliquent à l'écoulement libre d'un liquide contenu dans un réservoir très court surmontant un tube capillaire très long.

([1]) *Sc. Pap., Cambr. U. P.*, 1, 1900, p. 190.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Relation entre le phénomène vibratoire accompagnant la détonation, la durée de la montée en pression et la valeur de la pression maxima durant la combustion dans un moteur thermique.* Note (1) de M. **Vichniesky**, présentée par M. Henri Villat.

L'expérimentation des moteurs thermiques, et en particulier la détermination des valeurs antidétonantes des essences combustibles au moyen de la méthode photocathodique permet d'effectuer un certain nombre d'observations qui précisent le mécanisme de la combustion.





Le maximum d'amplitude du phénomène vibratoire dû à la détonation ne coïncide pas avec la pression maximum lorsqu'on enregistre la courbe des pressions en fonction de l'avance à l'allumage. Cependant, l'intensité du phénomène vibratoire dépend de la pression maxima que l'on peut obtenir avec un carburant donné pour une avance donnée. Ainsi, on peut constater que le phénomène vibratoire est plus intense lorsqu'on utilise une essence qui permet d'obtenir des pressions maxima plus élevées. Cependant, on ne peut pas affirmer que l'intensité du phénomène vibra-

(1) Séance du 4 mai 1936.

toire est plus élevé avec une certaine essence détonante (A) qu'avec une autre essence moins détonante (C) sélectionnée par les méthodes courantes telle que la méthode C. F. R., car d'autres facteurs peuvent intervenir.

En effet, on constate que :

Le phénomène vibratoire est plus important pour l'essence C que pour l'essence A aux faibles taux de compression inférieurs à la valeur 5,5.

Les pressions obtenues avec l'essence C sont supérieures à celles qu'on peut obtenir pour le même taux de compression, celui-ci étant toujours inférieur à 5.

Au taux de compression 5,5 les deux essences donnent sur le diagramme des pressions maxima très voisines.

Si l'on dépasse la valeur 5,5, l'emploi de l'essence A détermine un phénomène vibratoire beaucoup plus intense que celui de l'essence C. De même les pressions maxima de combustion, obtenues avec l'essence A, sont supérieures à celles qu'on peut obtenir avec l'essence C pour une même valeur du taux de compression.

L'étude du délai de montée en pression (pressure lag.) montre que le maximum d'intensité du phénomène vibratoire coïncide avec le minimum de durée de montée en pression quel que soit le carburant utilisé (essence, éthanol, benzol, etc.). Dans l'étude du phénomène de montée en pression on est conduit à faire une distinction identique basée sur les différentes valeurs des taux de compression. Lorsque celui-ci a une valeur inférieure à 5,5 la durée de montée en pression pour l'essence très détonante A est supérieure à la durée de montée en pression de l'essence C, par contre, si le taux de compression dépasse la valeur 5,5, la position respective des courbes s'inverse et l'essence A donne une durée de montée en pression inférieure à celle obtenue avec l'essence C. Aux taux de compression voisins de 5,5 les deux essences se comportent de la même manière. Elles donnent en plus des pressions maxima très peu différentes et le phénomène vibratoire a la même intensité.

Ainsi, si l'on admet que l'intensité du phénomène vibratoire ou la durée de montée en pression déterminent la valeur antidétonante de l'essence, on voit que, suivant les conditions dans lesquelles on compare deux essences, on peut être conduit à leur attribuer des caractéristiques antidétonantes inverses.

ASTRONOMIE. — *Représentation analytique du relief lunaire.* Note [1] de M[lle] **Georgette De Nockere.**

On sait avec quel succès Love d'abord, Prey ensuite ont abordé le problème de la représentation analytique du relief de la Terre; ils ont réussi non seulement à donner une description mathématique synthétique de la lithosphère, mais encore à interpréter les configurations actuelles comme le résultat des actions exercées au cours des âges par les forces gravitationnelles sur la croûte terrestre, à préciser ainsi notre connaissance de ces phénomènes.

La transcription de cartes et de tableaux synoptiques en langage algébrique peut s'effectuer à l'aide de développements en polynomes de Legendre ou de Laplace; M. Georges Prévost [2] a publié des tables de fonctions sphériques et de leurs intégrales qui facilitent grandement ce genre de calculs; les coefficients des développements de la série équivalente à la carte s'obtiennent par la méthode dite des *compartiments équivalents* dont l'utilité pratique a été démontrée par des travaux de Hayford et Bowie, puis de M. Marcel Brillouin.

Nous nous sommes proposé de représenter analytiquement le relief lunaire par les méthodes dont il vient d'être question. Nous nous sommes basée sur la carte hypsométrique de M. Helmuth Ritter [3] obtenue par l'observation des séparatrices d'ombre et de lumière sur la surface de la Lune, et qui, bien qu'elle prête à critique [4], fournit, par l'application d'une méthode générale suffisamment précise, les éléments de la transcription analytique des caractères principaux du relief lunaire.

Désignant par θ la colatitude sélénographique comptée de 0 à 180° à partir du pôle Sud et par α la longitude sélénographique comptée de 0 à 180° comme l'indique la figure ci-après (canevas de la projection orthographique), nous obtenons pour expression des altitudes Δr exprimées en dix-millièmes du rayon linéaire de la Lune ($r = 1736^{\text{km}}$) la formule

$$\Delta r = 2{,}58 + 4{,}55\cos\theta + \sin\theta\,(0{,}56\cos\alpha + 7{,}54\sin\alpha) + 4{,}83\,\frac{(3\cos^2\theta - 1)}{2}$$
$$+ 3\cos\theta\sin\theta\,(2{,}09\cos\alpha + 5{,}01\sin\alpha) + 3\sin^2\theta\,(1{,}18\cos 2\alpha + 1{,}8\sin 2\alpha).$$

---

[1] Séance du 4 mai 1936.

[2] *Tables des Fonctions sphériques et de leurs intégrales*, Paris, 1933.

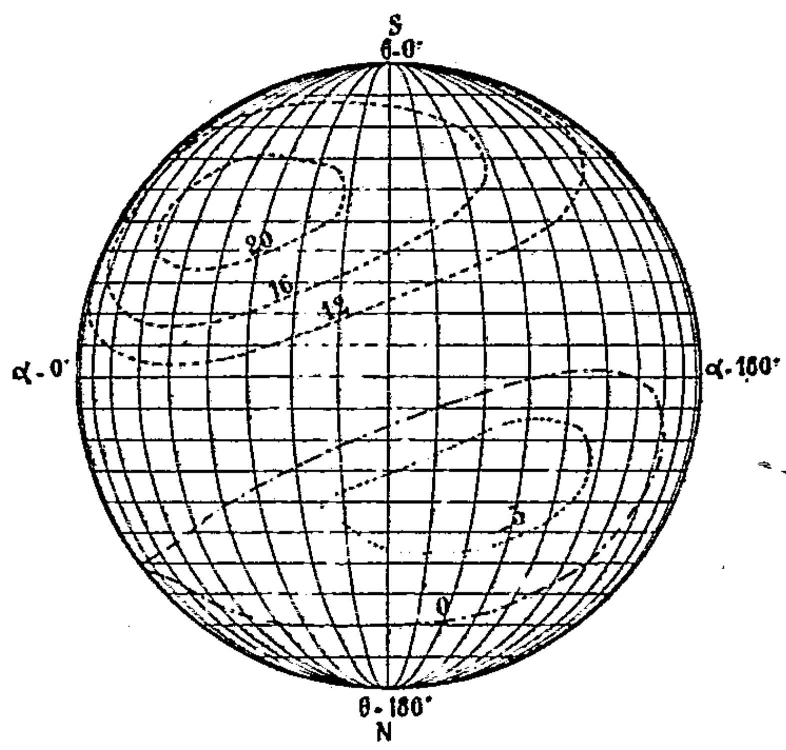
[3] *A. N.*, 252, n° 6034, 9 juin 1934.

[4] A. Jakowkin et I. Belkowitsch, *A. N.*, 256, n° 6137, 19 août 1935.

Le tracé des courbes de niveau calculées figure sur l'épure; en la comparant à la carte de M. Ritter on vérifie que la formule constitue un instrument descriptif suffisamment fidèle.

Pour obtenir la représentation du détail il faudrait calculer, semble-t-il, les harmoniques du troisième ordre. Il s'agirait là d'un travail assez considérable qu'il serait sans doute prématuré d'entamer avant de posséder une carte hypsométrique fort précise.

La formule que nous avons calculée paraît avantageuse pour l'étude des



problèmes relatifs à la figure de la Lune tels que les posait J. Franz [1]; la formule peut s'interpréter en considérant que l'harmonique du premier ordre correspond à la position excentrique du centre de figure par rapport au centre de la sphère de référence, que l'harmonique du second ordre correspond à l'aplatissement des méridiens sélénographiques.

La position du centre de la sphère de référence dans le trièdre constitué par les axes principaux d'inertie de la Lune repose sur l'observation méridienne des bords de la Lune, sur l'observation des occultations, sur la détermination des valeurs de l'équation du centre et des librations.

---

[1] *Die Figur des Mondes*, Sonderabdruck aus Band 38 der *Astronomischen Beobachtungen auf der Königl. Universitäts Sternwarte zu Königsberg*, 1899.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une théorie synthétique de la gravitation et de l'électromagnétisme.* Note de M. **Jean Hély**, présentée par M. Ernest Esclangon.

L'espace-temps est simplement tel que l'on puisse avoir, en tout point, avec des coordonnées appropriées,

$$g_{11}=g_{22}=g_{33}=-1, \qquad g_{44}=1, \qquad g_{\alpha\beta}=0 \quad \text{pour} \quad \alpha\neq\beta;$$

les coefficients g désignant les composantes numériques de l'opérateur tensoriel servant à définir en chaque point le produit scalaire de deux vecteurs et le carré de l'intervalle élémentaire d'hyperespace ds.

Ceci posé, chaque masse M_0 de l'Univers, prise sur sa ligne d'Univers à une hyperdistance nulle d'un certain point P, crée en ce point un élément de fonction de force gravifique réduite, φ, égal à

$$\frac{KM_0}{c^2 r}\left(1+3\sum\frac{KM_0}{c^2 r}\right),$$

K désignant la constante habituelle de la gravitation, c la vitesse de la lumière et r le produit scalaire d'un certain quadrivecteur-unité $\overline{1}_{M_0}$ (variable avec M_0) par le quadrivecteur $\overline{r}$, d'hyperlongueur nulle, qui joint le point M_0 au point P.

Chaque charge q crée de même au point P un élément de quadrivecteur-potentiel électrodynamique égal à

$$q\left(\frac{\overline{ds}}{ds}\right)_q\cdot\frac{1}{\rho} \quad (^1), \tag{1}$$

ρ désignant le produit scalaire du quadrivecteur joignant q et P (et d'hyperlongueur nulle) par un certain quadrivecteur-unité $\overline{1}_q$.

Le quadrivecteur-unité $\overline{1}_{M_0}$, utilisé pour la masse M_0 et le calcul de r, est seulement assujetti à être parallèle au quadrivecteur-somme

$$\Sigma e^{-\frac{r}{B}}\, m_0\left(\frac{\overline{ds}}{ds}\right)_{m_0},$$

(1) $\left(\frac{\overline{ds}}{ds}\right)_q$ ou encore $\frac{\overline{ds}_q}{ds_q\ \overline{1}_q}$, autre solution du problème.

(où B est une constante et où r est obtenu, pour chaque masse m_0, à partir des quadrivecteurs $\overline{1}_{M_0}$ et $\overline{m_0 M}$), étendu à toutes les masses m_0 de l'Univers prises à une hyperdistance nulle de M_0. Le quadrivecteur-unité $\overline{1}_q$, utilisé pour la charge q et le calcul de ρ, est défini d'une manière analogue à partir de toutes les charges électriques existant dans l'Univers et de lui-même, soit d'une manière implicite.

Dans ces conditions, Φ représentant la fonction de force réduite totale de la gravitation et $\overline{\Psi}$ le quadrivecteur-potentiel électrodynamique, au point variable P où se trouve une certaine particule mobile m_0, e, le mouvement de cette particule est simplement tel que l'intégrale

$$\int \left(m_0 c^2 \, ds_{m_0} \sqrt{1 - 2\Phi} + e \, \overline{ds}_{m_0} \, \overline{\Psi} \right)$$

soit stationnaire entre deux points quelconques de la ligne d'Univers décrite, lorsque l'intégration est effectuée le long de cette ligne d'Univers, ou d'une autre ligne voisine ayant mêmes extrémités.

Une fois en possession de ces lois, on peut toujours enfin, pour étudier tel ou tel problème particulier, choisir un système de coordonnées de Lorentz tel que l'on ait en tout point $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ et qu'un certain quadrivecteur-unité $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_{M_0}$ ait ses trois composantes spatiales nulles. La charge q ou la masse M_0, créatrice de potentiel, à laquelle se rapporte le quadrivecteur considéré $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_{M_0}$, n'a pas en général une vitesse nulle dans le système de coordonnées en question; mais comme la quatrième et unique composante de $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_{M_0}$, dans ce système, est nécessairement $1/c$, le produit scalaire du quadrivecteur $\overline{r}$ (suivant lequel s'exerce l'action de q ou de M_0) par le quadrivecteur $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_M$, se réduit à $c^2 \times 1/c \times d/c = d$, d représentant la longueur spatiale du quadrivecteur $\overline{r}$ (dont la composante de temps est nécessairement d/c, puisque l'hyperlongueur $c^2 t^2 - d^2$ de ce quadrivecteur est nulle par hypothèse). Dans certains cas d'ailleurs, tels que celui du mouvement des planètes autour du Soleil, le quadrivecteur-unité $\overline{1}_{M_0}$ est parallèle au quadrivecteur-déplacement de la masse créatrice de potentiel, et celle-ci se trouve au repos dans le système de coordonnées ci-dessus défini. La distance spatiale d du Soleil à la planète peut alors être considérée comme la distance, à tel instant où l'on observe la planète, des positions simultanées ou non des deux astres.

PHONOGRAPHIE. — *Sur un répétiteur automatique destiné à la culture physique de la mémoire.* Note (1) de M. **Louis Routin**, présentée par M. Léon Lecornu.

La mémoire enregistre avec facilité toute audition, musicale ou littéraire, à condition qu'elle ne soit pas de trop longue durée (au maximum de 15 à 20 secondes) et qu'elle soit répétée un nombre de fois suffisant. Notre méthode pour la *culture physique de la mémoire* comporte l'utilisation de ces *deux grands principes du fractionnement et de la répétition.* Son application est réalisée par la création d'un phonographe de type nouveau qui permet de fractionner à volonté l'audition d'un enregistrement quelconque et de faire répéter automatiquement le paragraphe en étude aussi longtemps que cela est jugé nécessaire.

Le problème à résoudre était assez complexe; on se bornera ici à indiquer sommairement les conditions essentielles qu'il fallait remplir et les solutions qui ont été adoptées.

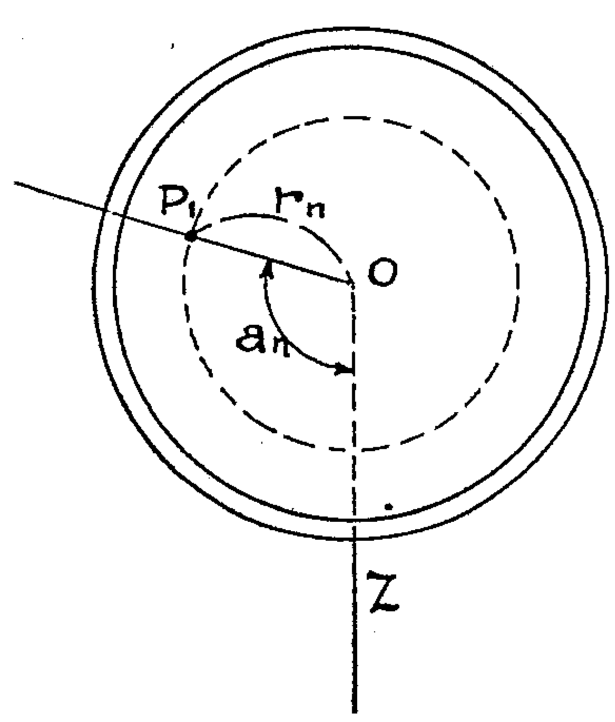


Fig. 1.

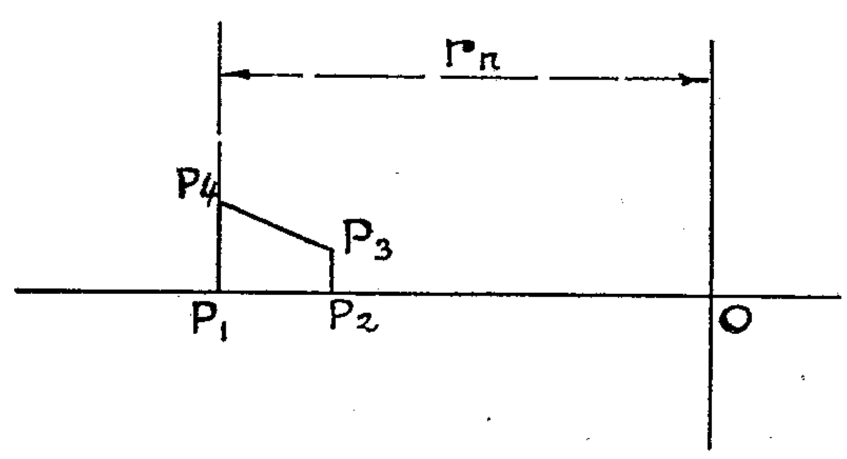


Fig. 2.

Si l'on désigne (voir *fig.* 1) par r_n et a_n les deux coordonnées polaires qui, par rapport au centre du disque et à un rayon-origine Oz tracé sur le plateau porte-disque, définissent le point P_1 du disque qui correspond au début du

(1) Séance du 11 mai 1936.

paragraphe en étude, il faut tout d'abord qu'à chaque répétition le mécanisme assure la reproduction de chacune de *ces deux coordonnées* au point du disque où s'effectue la reprise de contact avec l'aiguille.

Reproduction de r_n. — Une tige de commande qui peut coulisser librement suivant l'axe vertical autour duquel tourne le bras du phonographe est utilisée pour produire successivement (voir *fig.* 2) un soulèvement vertical de l'aiguille, de P_2 en P_3, puis un déplacement hélicoïdal de P_3 et P_4, et enfin un abaissement vertical de P_4 en P_1. Les déplacements verticaux sont obtenus par un basculement, et la composante horizontale du déplacement hélicoïdal est obtenue par la réaction d'une double rampe en forme de V sur un couteau qui est solidaire de la tige de commande et dont la rotation entraîne celle du bras du phonographe. La double rampe peut être orientée autour de l'axe vertical du bras, puis fixée dans une position qui assure la reproduction de la coordonnée r_n.

Les déplacements verticaux de la tige de commande sont obtenus à l'aide d'une came de manœuvre qui, à la fin de chaque audition, est entraînée, comme il sera expliqué plus loin, par le moteur du phonographe.

Reproduction de a_n. — Si l'on désigne par D la durée d'un tour du disque, par M la durée de la manœuvre de déplacement de l'aiguille et par A la durée du contact entre le disque et l'aiguille, on voit de suite que, pour assurer la reproduction de a_n, il faut et il suffit que $(M + A)$ soit un multiple de D.

Or, pour permettre l'étude de paragraphes ayant des longueurs différentes, A doit pouvoir, sans discontinuité, prendre l'une quelconque des valeurs comprises entre 1 et 20 secondes; il faut donc, pour remplir la condition sus-énoncée, que la durée de manœuvre M puisse être convenablement ajustée; et il est, de plus, évident que l'amplitude de sa variation doit pouvoir atteindre D.

Pour permettre de régler avec précision la valeur de A et pour assurer l'ajustage automatique de M, l'entraînement de la came de manœuvre est produit en utilisant un embrayage constitué à l'aide d'un cliquet (porté par la came) qui, dès qu'il est libéré, vient en prise, successivement avec une première roue à rochet comprenant 32 dents, puis, après avoir été déplacé suivant son axe, avec une seconde roue qui est accolée à la première et ne comporte que 8 dents. Les deux roues à rochet tournent d'un mouvement continu et le déplacement longitudinal de l'axe du cliquet est produit par une rampe fixe, après une rotation de 180° de la came de manœuvre. L'encliquetage final comportant 8 dents, il suffit de donner aux roues à rochet

une vitesse huit fois plus petite que celle du plateau porte-disque pour que, à chaque répétition, la reprise de contact s'effectue toujours sur le même rayon du disque, ce qui assure la reproduction de la coordonnée angulaire a_n.

D'autre part, comme on a conservé pour le disque la vitesse standard de 78 tours à la minute, la came fait un tour en $(60 \times 8)/78$, soit 5,6 secondes et, l'encliquetage initial comportant 32 dents, la durée A pendant laquelle l'aiguille restera en contact avec le disque peut être réglée avec une précision égale à 5,6/32, ce qui correspond à moins d'un cinquième de seconde.

L'arrêt de la came de manœuvre est produit par une butée qui soulève son cliquet chaque fois que, après avoir fait un tour complet, la came provoque en fin de course la reprise de l'audition. La libération du cliquet de la came de manœuvre à la fin du paragraphe en étude est produite par un dispositif chronométrique actionné par le moteur du phonographe.

Comme organes complémentaires, on a prévu un dispositif de signalisation qui entre en action dès que l'aiguille en service a été utilisée pendant un temps prédéterminé, ainsi qu'un servo-moteur qui permet d'obtenir à distance la suspension temporaire de l'audition à la fin du paragraphe en étude, puis sa reprise correcte au début du même paragraphe.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'oxydation électrolytique du chlorure de sodium en chlorate de sodium.* Note de MM. **Lucien Delavenna** et **Jean Maillard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons réussi à améliorer le rendement de l'oxydation du chlorure de sodium en chlorate de sodium en empêchant le dégagement du chlore par circulation rapide de l'électrolyte, en opérant sous pression, en utilisant une forte densité de courant anodique et en refroidissant la liqueur.

Une cuve cylindrique en acier constitue la cathode; elle est obturée par un bouchon de caoutchouc supportant l'anode en toile de platine, fixée concentriquement au cylindre avec un écartement de 2^{mm}. Le bouchon laisse passer un thermomètre, puis au centre un gros tube de verre plongeant d'environ 2^{cm} dans le liquide, et sur la périphérie, affleurant la face inférieure du bouchon, un autre gros tube de verre pour le dégagement de l'hydrogène. Ces deux tubes sont prolongés vers le haut sur une longueur convenable en rapport avec la pression statique envisagée (400^{cm} d'eau), et

leurs extrémités supérieures sont réunies par un conduit ouvert à la pression atmosphérique. La partie médiane inférieure de ce conduit forme une cuvette destinée à recueillir le chlorate de sodium cristallisé produit.

L'appareil étanche est chargé d'une solution de chlorure de sodium saturée à 0° et contenant par litre, comme d'habitude, 10 à 15^g de bichromate de sodium cristallisé. Le refroidissement est obtenu par circulation de saumure réfrigérée. L'hydrogène provoque un mouvement ascendant dans l'un des tubes et l'électrolyte est ramené à l'électrolyseur par l'autre tube. On maintient la saturation de l'électrolyte en ajoutant du chlorure de sodium cristallisé, et par addition d'un excès, il se dépose dans le conduit de liaison, du chlorate de sodium, en une bouillie cristalline impalpable donnant directement par simple essorage, sans lavage, du chlorate de sodium pur ne contenant que de petites quantités de chlorure de sodium, de l'ordre de 0,5 pour 100.

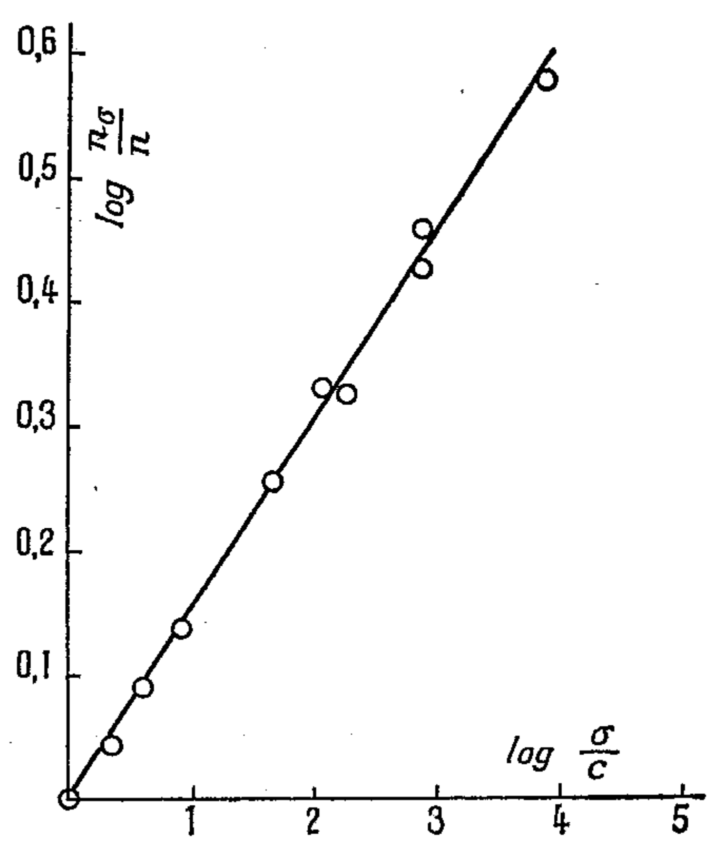
Pour une pression statique de 400^{cm} d'eau, nous avons constaté que la variation du rendement est fonction de la densité de courant anodique, du degré de saturation de l'électrolyte en chlorure de sodium et de la température. Avec une densité de courant anodique de 20 ampères par décimètre carré, dans un électrolyte saturé en chlorure de sodium et maintenu à la température de 0°, on obtient 95 pour 100 du rendement théorique, tandis que si l'on opère à 15°, les autres conditions restant les mêmes, on n'obtient plus que 83 pour 100. L'abaissement de la saturation en chlorure de sodium produit le même effet que l'élévation de la température, c'est-à-dire une diminution de rendement.

Nous sommes parvenus à tempérer cette influence néfaste de la température, en injectant dans l'électrolyseur une solution de chlorure de sodium additionnée d'acide chlorhydrique. Nous avons constaté que, pour une injection de *un* centimètre cube-heure par ampère-heure, on ne commence à percevoir un dégagement de chlore (pour une pression de 400^{cm} d'eau) qu'avec une concentration en acide chlorhydrique de 30$^{cm^3}$ de la solution à 22° B. dans 100$^{cm^3}$ de la liqueur d'injection.

On obtient ainsi l'oxydation électrolytique sous pression sans dégagement de chlore, sans danger d'explosion due au gaz tonnant, avec production d'hydrogène récupérable et extraction de chlorate de sodium directement cristallisé à 99,5 pour 100 de pureté.

ÉLECTROCHIMIE. — *Potentiel électrométrique et concentration des électrolytes.* Note [1] de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. Georges Urbain.

Le potentiel électrométrique des électrolytes en solution aqueuse précédemment défini [2], et qui varie dans une large mesure avec la nature de l'individu chimique concerné, se présente, pour un individu chimique donné, comme une fonction croissante de la concentration. La présente



Étude électrométrique du chlorure cuivrique.

étude a eu pour objet de préciser cette fonction dans le cas du chlorure cuivrique. La concentration a varié, à la température ordinaire, de la saturation σ à $\sigma/10\,000$.

Si l'on désigne par Π_σ le potentiel électrométrique de saturation, trouvé voisin de $+0,52$ volt et par c la concentration effective de la solution, la courbe représentative de $\log \Pi_\sigma/\Pi$ en fonction de $\log \sigma/c$ est approximativement une droite, comme le montre la figure. D'où

$$\Pi = \Pi_\sigma \left(\frac{c}{\sigma}\right)^{\mathrm{K}},$$

(1) Séance du 27 avril 1936.
(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 121.

formule rappelant celle que, dans un autre ordre d'idées, Freundlich a proposée pour rendre compte de l'adsorption des corps dissous.

La constante K est un nombre fractionnaire positif. Pour le chlorure cuivrique, $1/K$ est approximativement égal à 6.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Influence du* pH *sur l'effet Becquerel d'électrodes colorées.* Note de Mlle **Cécile Stora**, présentée par M. Jean Perrin.

I. Indicateurs d'oxydo-réduction (bleu de Nil, de méthylène, de crésyl).

Le *potentiel à l'obscurité* d'une électrode colorée (Pt + collodion teint) déterminé en fonction du pourcentage de substance réduite, donne, quel que soit le pH, une courbe en S dont le point d'inflexion E'_0 correspond à l'égalité de concentration des formes oxydées et réduites ($[Sr]/[So] = 1$). La courbe lieu de $E'_0 = \Psi(pH)$ s'identifie avec celle obtenue par W. Clark, R. Wurmser, etc. pour les mêmes colorants en solution aqueuse.

pH	2,2.	2,8.	3,8.	5.	5,4.	6,6.	6,8.	7.	8.	9.	9,4.	12,3.
E'_0 bleu de méthyl. (mv) :												
W. Clark (30°)	–	+280	+190	–	+80	–	+38	–	– 20	–	– 63	–170
C. Stora (12 à 18°)	–	+272	+194	–	+80	–	+28	–	– 15,5	–	– 65	–166
E'_0 bleu de Nil (mv) :												
W. Clark (30°)	+210	+135	+ 65	–16	–38	–108	–	–140	–162	–196	–212	–404[a]
C. Stora (12 à 18°)	+208	+132	+ 66	–20	–30	–106	–	–142	–150	–184	–214	–394

L'identité de ces courbes jointe à l'obtention de courbes en S confirme l'*existence indubitable d'un équilibre d'oxydo-réduction réversible à la surface* (Pt) *de l'électrode* dont le potentiel à l'obscurité s'écrit, pour tous les pH,

$$E_h = E'_0 - \frac{RT}{nF} \operatorname{Log} \frac{(Sr)}{(So)}.$$

La *courbe des photopotentiels* correspondant à une courbe en S garde la même allure quel que soit le pH. On y observe, en général, un effet négatif à l'oxygène de l'air (réduction du colorant) tandis que, sous azote, en présence du réducteur on remarque un premier maximum faible, suivi d'un léger minimum, auquel succède un deuxième maximum très fortement accusé, tous effets positifs attribuables à l'oxydation du leuco-dérivé. Le pH affecte peu la forme de cette courbe mais surtout la grandeur des effets.

pH........	1,17.	2,2.	2,8.	3,8.	5.	5,4.	6,6.	7.	8.	9,4.	11.	12,8.
					Effet négatif (mv). (Oxygène).							
B. de Nil....	+2,6	+2	+0,3	+2,8	−3,1	−3	-	−3,5	−3	−1,5	−0,6	−0,4
					Deuxième max. positif (mv). (Azote).							
B. de méthyl.	-	-	+17	+27	-	+36	-	+45	+50	+47	-	+13
B. de Nil....	-	+22	+24	+35	+42	+45	+190	+180	+75	+75	-	+19

D'après certaines règles empiriques établies pour les électrodes recouvertes d'un sel métallique (Garisson, Audubert) une diminution du pH diminue ou inverse un photopotentiel négatif tandis qu'elle augmente un photopotentiel positif. Seul l'effet négatif du bleu de méthylène et du bleu de Nil paraît se conformer à ces lois. Le photopotentiel positif correspondant au deuxième maximum diminue au contraire quand le pH diminue [1] (maximum entre 5 et 9).

II. Dérivés du xanthane, du di et triphényl méthane.

Les photopotentiels obtenus sous azote pur sont les suivants :

pH........	1,17.	2,2.	4,16.	6,1.	8.	10.	12,2.	13,1.	13,8.
				Xanthane (mv).					
Éosine......	+1,6	+2	+75	+94,5	+92	+105	+32,6	−15,3	−108
Érythrosine.	+1,5	+13,7	+200	+320	+322	+358	+240	+3,1	−80
Rhodamine B.	+25	+39,7	+78	+62,5	+59,9	+51,5	+19,3	−19	−75
				Di et triphényl méthane (mv).					
Auramine...	+62,4	+56,8	+91,2	+89	+102	+58	+10,8	−55,5	−120
Violet hexaméthylé..		+2	+6,3	+10,5	-	+9,3	−13,8	−11	−80

L'effet positif (oxydation) de ces colorants passe en général, par un

---

[1] *Remarque importante.* — L'effet positif (2e maximum) du bleu de Nil, faible de pH 2 à 6, croît fortement au delà (6 à 10). Or d'après Clark les solutions réduites de ce colorant sont promptement réoxydées par l'air de pH 6,4 à 10, alors que cette oxydation est lente ou absente, en solution acide de pH 1 à 6,4.

Nous constatons, une fois de plus, que *l'effet Becquerel s'associe à l'aptitude réactionnelle* (oxydabilité, réductibilité, instabilité, etc., fonction de la constitution chimique) *de la molécule colorée organique* et cela, je pense, *dans la même mesure où la sensibilité photochimique de la molécule s'y rattache* (K. Gebarht, etc.).

maximum plus ou moins accusé $pH = 4$ et $pH = 10$; il s'inverse aux pH élevés, d'autant plus facilement que les dérivés sont moins photosensibles. Ce photopotentiel négatif doit être attribué, non à une réduction du colorant, mais probablement à la sensibilité photochimique ou thermique du carbinol formé par fixation d'ions (OH^-) sur le carbone central de la molécule colorée (Ariga, etc., solutions).

L'énorme photosensibilité positive de certains dérivés du xanthane s'annule presque aux faibles pH, ce qui est encore en opposition avec les règles empiriques précédentes. Par contre et si l'on se souvient que d'après O. Gros, D. Brownlie, K. Gebarht, N. Choucroun, une augmentation du pH accroît fortement la vitesse de la réaction photochimique, le parallélisme entre l'effet Becquerel et la sensibilité photochimique des molécules organiques colorées paraît se poursuivre. Notons toutefois qu'à ces faibles pH les colorants xanthaniques pâlissent; la chute de l'effet Becquerel pourrait alors relever d'une variation d'absorption.

On est ainsi amené à conclure que les règles relatives à l'influence du pH sur l'effet Becquerel d'électrodes à sels métalliques, ne sauraient convenir dans la majeure partie des cas, aux électrodes colorées. Le voisinage des pH de décoloration (ou de virage) et des pH *d'anomalie* photovoltaïque conduit à penser que, pour édicter des règles générales, il faudrait, indépendamment d'une catalyse de la réaction photochimique (sur l'électrode) par les ions (OH^-), tenir compte de l'absorption du corps photosensible, variable avec le pH et opérer en lumière monochromatique.

PHOTOMÉTRIE. — *Photométrie photographique dans l'ultraviolet extrême.* Note (¹) de Mme **Renée Herman-Montagne**, MM. **Lewi Herman** et **Raymond Ricard**, présentée par M. Charles Fabry.

On sait que le spectre de fluorescence du salicylate de sodium, formé d'une large bande bleue-violette, présente une distribution spectrale énergétique indépendante du rayonnement incident, tout au moins pour les longueurs d'onde inférieures à 3000 Å [2]. Pour les plaques photographiques recouvertes d'une couche mince de salicylate de sodium, les facteurs de contraste γ (à temps de pose constant) et γ' (à éclairement constant)

(1) Séance du 4 mai 1936.

(2) G. Déjardin et L. Herman, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 651.

doivent donc conserver les mêmes valeurs dans un large domaine spectral. Divers expérimentateurs [1] ont constaté qu'il en est bien ainsi entre 3000 et 1250 Å. Nous avons étendu la vérification jusqu'à 700 Å, pour les plaques Lumière, étiquette bleue traitées par une solution hydroalcoolique de salicylate de sodium de concentration égale à 9 pour 100. L'appareil dispersif utilisé est un spectrographe à réseau dans le vide, et la source de rayonnement est un tube cylindrique renfermant de l'air raréfié, rendu luminescent par le passage de courants de haute fréquence dans un enroulement extérieur (décharge sans électrodes).

Les résultats obtenus, relatifs au facteur γ', sont réunis dans le tableau suivant. Les valeurs de γ' ont été calculées en considérant :

λ(A).	γ'.	λ(A).	γ'.	λ(A).	γ'.	λ(A).	γ'.
1808.....	2,19	1561.....	2,25	1277.....	2,30	977.....	2,15
1676.....	2,26	1482.....	2,19	1207.....	2,26	834.....	2,21
1657.....	2,24	1356.....	2,28	1037.....	2,19	718.....	2,18
1592.....	2,28	1323.....	2,28	1010.....	2,27		

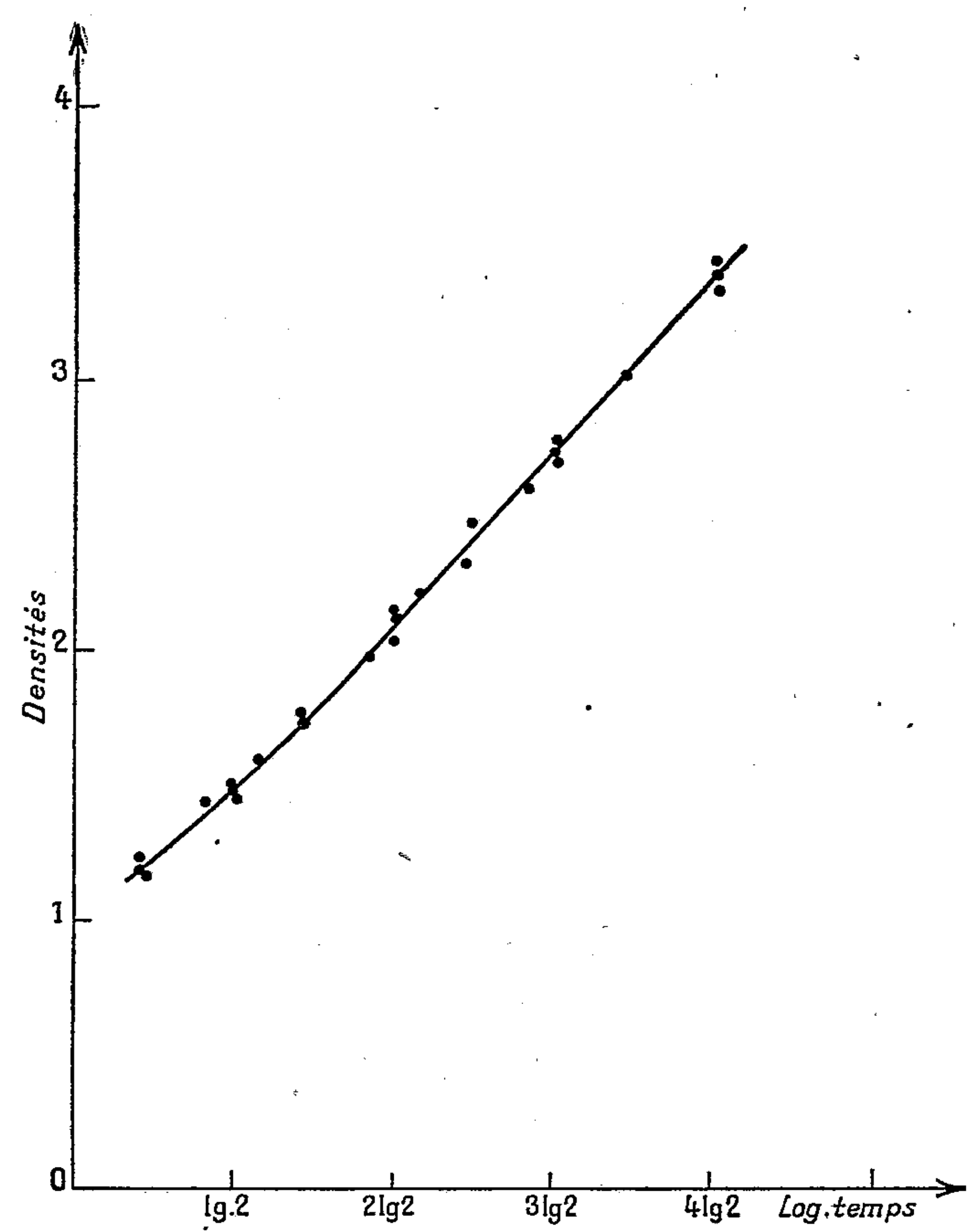
pour les courbes de noircissement relatives aux diverses longueurs d'onde, la portion correspondant aux densités comprises entre 2,8 et 3. On remarque que γ' est constant à moins de 6 pour 100 près. D'autre part, toutes les courbes de noircissement sont semblables et peuvent se déduire l'une de l'autre par une translation perpendiculaire à l'axe des densités. Ceci permet de tracer une seule courbe caractéristique, valable dans un large intervalle spectral, avec une précision très supérieure à celle que l'on obtient généralement en utilisant les repères peu nombreux correspondant à une longueur d'onde déterminée. Pour cela, il suffit de faire subir à chacune des courbes la translation convenable pour l'amener en coïncidence avec l'une d'entre elles. La figure 1 représente une courbe moyenne ainsi obtenue.

Les plaques sensibilisées par le salicylate de sodium ont été comparées systématiquement avec celles obtenues par le procédé préconisé par J. Duclaux et P. Jeantet [2], qui consiste à détruire le support de gélatine des plaques ordinaires par immersion dans l'acide sulfurique étendu. Les plaques traitées de cette manière présentent un facteur γ' beaucoup plus faible (au moins trois fois plus petit) que celui des plaques sensibilisées au salicylate. Mais la portion de la courbe caractéristique correspondant à

[1] Tien Kiu, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1348; J. Terrien, *Ibid.*, 202, 1936, p. 211; R. Herman-Montagne et R. Ricard, *Ibid.*, 202, 1936, p. 477.

[2] *Journal de Physique*, 6e série, 2, 1921, p. 156.

l'exposition normale est bien plus étendue dans le cas des plaques sans support de gélatine. Il en résulte que ces dernières, moins sensibles que les plaques au salicylate pour les forts éclairements, sont au contraire beaucoup plus sensibles pour les éclairements faibles. C'est ainsi que, pour

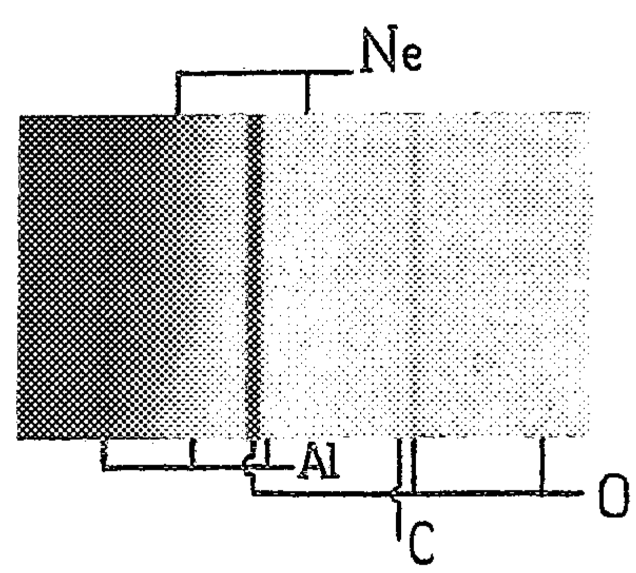


$\lambda = 1592$ A, par exemple, l'obtention d'une densité de noircissement égale à 1,5 nécessite, avec les plaques au salicylate, un temps de pose environ trois fois plus grand qu'avec les plaques sans gélatine. Ces dernières peuvent donc être employées avantageusement pour déceler des raies ou des bandes de faible intensité.

ÉLECTROOPTIQUE. — *Sur une méthode permettant d'obtenir des rayons X mous dans le cas des gaz et particulièrement le spectre K du néon.* Note (1) de M. J. M. Bačkovský, présentée par M. Maurice de Broglie.

Nous avons réussi récemment, en collaboration avec M. V. Dolejšek, à obtenir le spectre d'émission de la série L de l'argon au moyen d'un tube ionique à basse tension (2).

Nous venons maintenant d'obtenir le spectre K du néon avec le même dispositif. Dans le cas du néon, la décharge dans le tube était très instable et nous dûmes changer la distance des électrodes, en conservant leur forme et leur nature, pour satisfaire au changement des conditions de la décharge (principalement au changement de la chute cathodique). Les électrodes



ont été faites en aluminium, avec une couche de borate de lithium sur l'anticathode, pour affaiblir l'intensité du spectre continu. Il est important pour un bon fonctionnement du tube de faire circuler et de purifier le gaz par la méthode utilisée par Paschen, dans le cas des spectres optiques. Dans notre dispositif le gaz entrait dans le tube par une fine soupape de verre (3) et passait dans le spectrographe par la fente, d'où il était repompé au moyen d'une pompe à condensation. Avant de rentrer dans le tube, il était dirigé à travers un appareil monté d'après Gehlhoff (4) où il était purifié par une décharge électrique dans la vapeur de potassium. Après

(1) Séance du 27 avril 1936.
(2) J. M. Bačkovsky et V. Dolejšek, *Nature*, 136, 1935, p. 643.
(3) V. Kunzl, J. B. Slavík, *Zs. f. techn. Phys.*, 9, 1935, p. 272.
(4) R. Seeliger, *Gasentladungen*, Leipzig, 1927, p. 237.

avoir trouvé les conditions nécessaires pour le fonctionnement correct du tube, nous avons pu constater, que le tube fonctionnait en qualité de source des rayons X, même sous une pression de néon de 1^{mm} de mercure.

La durée des poses atteignait 6 heures, la tension du tube 1400 volts et le courant 200 milliampères.

En nous servant de l'appareillage décrit, nous avons pu obtenir, pour le néon, le spectre K du premier et du second ordre. La valeur mesurée pour la longueur d'onde de la raie $K\alpha_{1,2}$, $\lambda = 14{,}61$ Å, est en bon accord avec la valeur calculée par interpolation d'après la loi de Moseley, en utilisant les mesures de M. Södermann [1] faites dans le spectre K des éléments voisins Na et F à l'état solide. On voit aussi, sur le cliché, les raies de l'aluminium des électrodes et celles de l'oxygène provenant du borate de lithium. Les raies du bore et du lithium [2] n'apparaissent pas, parce que l'angle du réseau ne convenait pas aux conditions de leur réflexion.

En obtenant ainsi les spectres du néon et de l'argon nous avons prouvé qu'avec la méthode décrite, il est possible d'obtenir les spectres d'émission des gaz dans le domaine des rayons X de grande longueur d'onde émis par une anticathode gazeuse. M. Kunzl étudie maintenant la série K du néon, en appliquant sa méthode de focalisation et en utilisant un cristal de mica.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dépolymérisation de l'eau par capillarité et sur l'inversion du sucre.* Note de M. Édouard Toporescu, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On admet que l'eau liquide contient des molécules plus ou moins polymérisées [3], dont la proportion diminue à mesure que la température s'élève [4]. Ce phénomène donne une interprétation de l'absorption du spectre infrarouge par les différentes solutions salines et l'explication de l'inversion du sucre [5].

J'ai pensé pouvoir mettre en évidence cette polymérisation par des mesures électriques faites dans des espaces capillaires. En mesurant la différence de potentiel entre deux métaux en contact avec l'eau, on trouve

(1) *Zs. f. Phys.*, 52, 1929, p. 795; *Phil. Mag.*, 10, 1930, p. 600.

(2) J. M. Baĉkovsky et V. Dolejŝek, *Nature*, 136, 1935, p. 836.

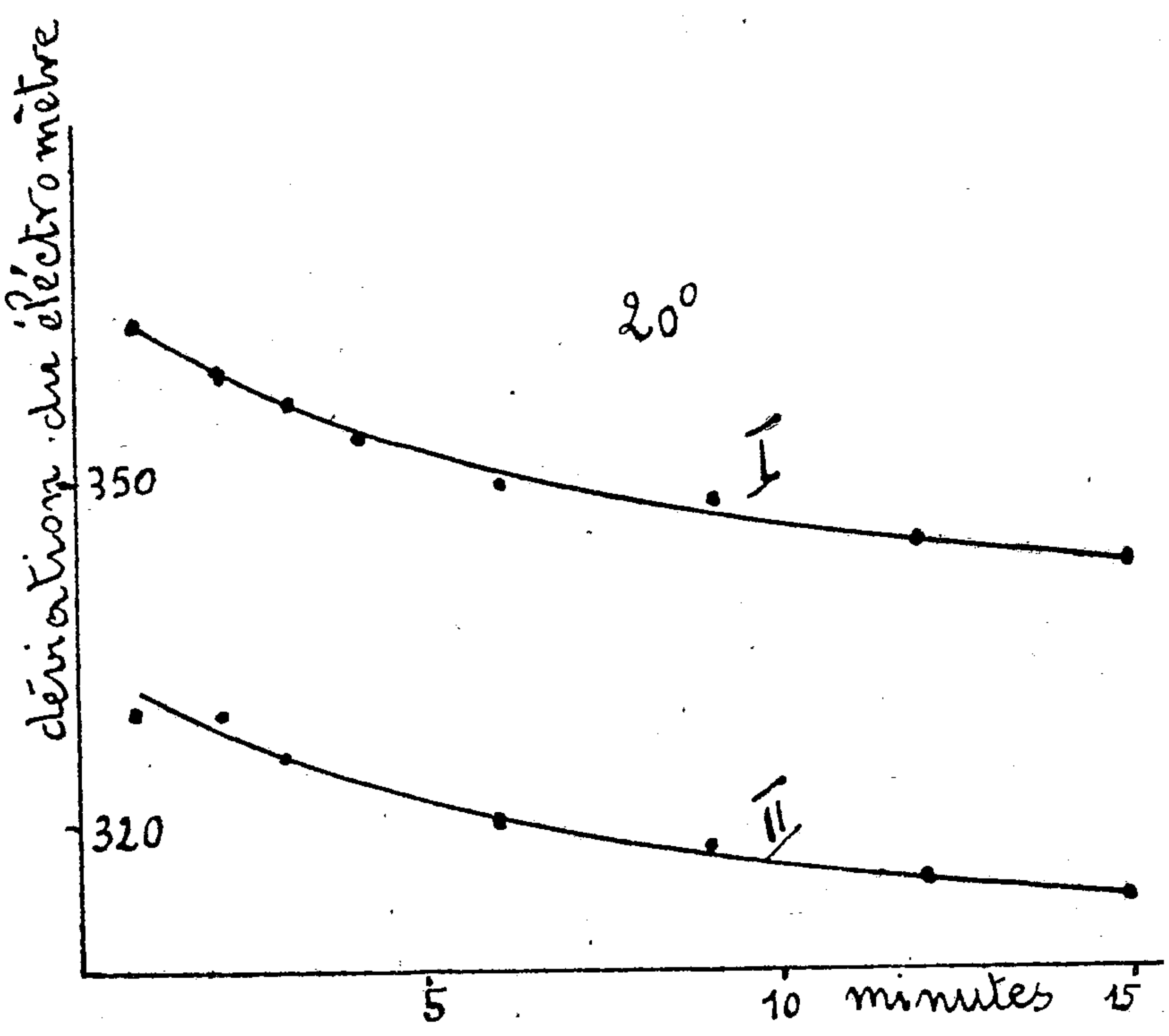
(3) P. Pascal, *Traité de Chimie générale*, 1, p. 170.

(4) J. R. Rac, *Nature*, 132, 1933, p. 480.

(5) E. Toporescu, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 724.

des résultats discordants lorsque l'une des électrodes se trouve dans un capillaire. La différence quoique faible dépasse les erreurs expérimentales. Elle conduit à admettre que, dans les espaces capillaires, l'eau a une constitution spéciale.

Après de multiples expériences, je me suis arrêté au couple platine-nickel. Ces deux métaux ont l'avantage de ne pas être attaqués par l'eau et de donner en même temps une différence de potentiel assez grande. Les mesures ont été faites avec un électromètre Dolezalek de grande sensibilité. Le capillaire était formé par deux lames de verre faisant un angle aigu. L'électrode dans le capillaire était disposé de manière à se trouver à 2^cm au-



dessus du niveau du liquide dans le vase. Les résultats moyens sont représentés sur le diagramme ci-dessus.

La courbe I représente la différence de potentiel pour les deux métaux plongés dans l'eau et la courbe II pour le cas où l'électrode en nickel touche l'eau du capillaire.

En rapprochant ce résultat de mes expériences antérieures sur l'inversion du sucre montrant que le chlorure de sodium dépolymérise l'eau, j'ai

pensé que la présence d'un corps poreux, comme une membrane de dialyseur, pourrait agir sur l'inversion du sucre.

Dans un dialyseur, ayant un diamètre de $8^{cm},5$, j'ai mis une solution de sucre à 10 pour 100, le vase extérieur contenant une solution de NaCl à 6 pour 100, de façon à maintenir des deux côtés le même niveau. Le tout a été plongé dans un thermostat réglé à une température comprise entre 34° et 37°. Dans le même thermostat était placé un flacon renfermant la même solution de sucre pour servir de témoin.

La membrane du dialyseur était constituée par du papier parchemin bouilli et lavé à l'eau distillée. Chaque expérience durait 24 heures. Le glucose a été dosé avant et après chaque expérience par la méthode de A. Bauduin et J. Lecoin (¹).

		Glucose pour 1000.
Avant l'expérience		0,32
Après l'expérience :	Témoin	0,65
»	Dialyseur	1,20
»	Vase extérieur	2,00

La conclusion de ces expériences est que l'inversion du sucre est augmentée par le phénomène de diffusion dans un corps poreux.

La dépolymérisation de l'eau par capillarité et en présence de chlorure de sodium semble devoir jouer un rôle important dans les phénomènes biologiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Comparaison des spectres d'absorption infrarouges et des spectres Raman de quelques amines primaires aliphatiques et aromatiques.* Note de Mme **Marie Freymann**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons étudié le spectre d'absorption entre $0^{\mu},8$ et $1^{\mu},2$ environ de diverses amines primaires; des bandes d'absorption caractéristiques de la présence du groupement NH dans la molécule ont été examinées; leurs positions sont indiquées dans le Tableau suivant :

(¹) *J. Bull. Soc. Chim. Biol.*, 9, 1927, p. 280.

Méthylamine (sol. aq. N/2)	λ...	10420 (I)	–	10012 (? masquée par la		–	–
	ν...	9597	–	9988 bande de l'eau)		–	–
Propylamine	λ...	10455 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9564	–	9835	–	9939	–
Butylamine	λ...	10452 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9567	–	9835	–	9939	–
Butylamine (sol. aq. N)	λ...	10445 (I)	–	(bandes faibles masquées par la			–
	ν...	9574	–	bande de l'eau)			–
Isobutylamine	λ...	10446 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9573	–	9835	–	9939	–
Amylamine	λ...	10452 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9567	–	9835	–	9939	–
Isoamylamine	λ...	10452	–	10168 (f)	–	10064	–
	ν...	9567	–	9835	–	9939	–
Benzylamine	λ...	10465 (I)	–	10175 (f)	–	10076 (f)	–
	ν...	9554	–	9828	–	–	–
Benzylamine (sol. aq. N)	λ...	10452 (I)	–	(bandes faibles masquées par la			–
	ν...	9567	–	bande de l'eau)			–
Aniline	λ...	–	10289 (I)	–	10000 (f)	–	9622 (tf)
	ν...	–	9720	–	–	–	–
Monométhylaniline	λ...	–	10212 (I)	–	–	–	–
	ν...	–	9792	–	–	–	–

Nota. — λ en Å, ν en cm^{-1}; (I) = intense, (f) = faible, (tf) = très faible.

Les conclusions suivantes peuvent être déduites de ces données :

1° la bande appelée par abréviation bande (NH) présente en réalité *trois composantes* pour les amines primaires aliphatiques : la composante la plus intense est située vers les grandes longueurs d'onde; rappelons que le spectre Raman [1] et le premier harmonique infrarouge [2] des mêmes substances ne semblent présenter que deux composantes. On pourrait donc penser que l'une des composantes faibles que nous avons observées serait due à une bande (CH); mais il semble que cette hypothèse est peu vraisemblable étant donné que leur intensité reste constante quand on monte dans la série homologue; une étude de l'effet Raman utilisant un grand pouvoir de résolution serait donc intéressante.

2° A l'exception de la méthylamine (étudiée en solution aqueuse) la position et l'intensité des composantes de la bande (NH) restent *constantes quand on monte dans la série homologue* : aux erreurs d'expérience près il

(1) K. W. F. Kohlrausch, *Der Smekal Raman Effekt*, p. 189.

(2) O. R. Wulf et U. Liddel, *J. Am. Chem. Soc.*, 58, 1935, p. 1464; 55, 1933, p. 3574.

semble en être de même dans l'effet Raman; ce fait est analogue à celui déjà observé pour la bande (OH) des alcools à l'état liquide (1).

3° Comme le montre la comparaison de la butylamine et de la benzylamine, pures ou en solution aqueuse, la bande (NH) se déplace légèrement *vers les fréquences élevées quand on dilue* l'amine; ce fait a déjà été signalé tant dans l'effet Raman que dans l'infrarouge pour l'ammoniaque et l'hydrazine (2).

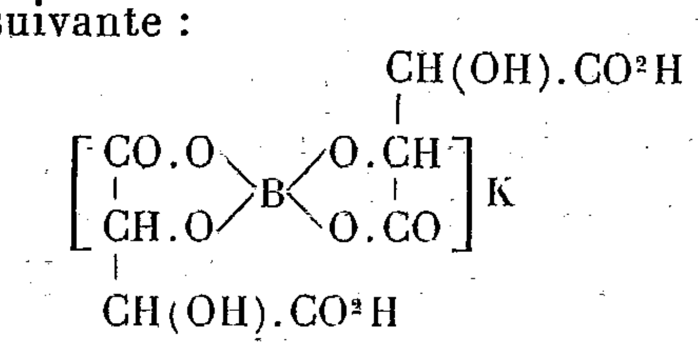
4° En comparant les spectres d'absorption des amines *aliphatiques* à ceux des amines *aromatiques* (aniline et dérivés) on note *un déplacement des composantes de la bande* (NH) *vers les fréquences élevées;* la même observation est valable pour les spectres Raman et le premier harmonique infrarouge. On peut donc distinguer les bandes (NH) des composés aliphatiques et les bandes (NH) des composés aromatiques, comme on distingue les bandes (CH saturé) et (CH aromatique) (bandes infrarouges vers 0,90 et 0,87 μ environ respectivement). Nous tenons à souligner l'intérêt analytique de cette remarque.

En étudiant la benzylamine $C^6H^5CH^2NH^2$, nous avons obtenu un spectre presque identique à celui des amines aliphatiques; il est intéressant de rappeler que cette similitude se retrouve dans les propriétés chimiques.

5° Le tableau et des résultats publiés antérieurement montrent que la *distance moyenne des deux composantes* de la bande (NH) est *sensiblement constante* pour les diverses amines grasses ou aromatiques.

PHYSICOCHIMIE. — *Étude par l'effet Raman de deux complexes borotartriques en solution.* Note (3) de Mlle **Marie Théodoresco**, présentée par M. Charles Fabry.

Lowry a proposé pour le complexe BT^2K déjà signalé par M. E. Darmois (4) la formule suivante :



(1) R. Freymann, *Ann. de Phys.*, 20, 1933, p. 243.

(2) Mme M. Freymann, R. Freymann, P. Rumpf, *Journ. Phys.*, 7, 1936, p. 30.

(3) Séance du 4 mai 1936.

(4) *Journ. Chim. Physique*, 23, 1926 p. 131 et 650; 27, 1930, p. 180.

M. Yeu Ki Heng (1) et Mlle Uri (2) ont démontré, l'un par des études de polarisation rotatoire, l'autre par des études cryoscopiques que le complexe BT^2K qui cristallise très bien se décompose en solution en une molécule de BTK et une autre d'acide tartrique (TH^2).

J'ai fait une étude comparative entre les raies Raman de solutions de complexes borotartriques : BT^2K et BTK, de solutions d'acide tartrique, d'acide borique, de borate et de borax. J'ai également examiné des spectres de l'eau utilisée comme solvant.

Le complexe BT^2K a été préparé par la méthode indiquée par M. E. Darmois : deux molécules d'acide tartrique pour une molécule d'acide borique dans 200^{cm^3} d'une solution de KOH à la concentration de 5 molécules-grammes au litre. J'ai pris les précautions nécessaires pour qu'il ne se forme pas de bitartrate. Le complexe a été purifié par des cristallisations fractionnées et les solutions ont été ultrafiltrées.

Le complexe BTK a été préparé molécule à molécule et avec les mêmes précautions. Ce complexe ne cristallise pas. Il est instable en solution et précipite en quelques jours. La solution du complexe de Lowry est bien plus stable bien que généralement un précipité apparaisse à la longue.

Au cours de mes expériences j'ai fait varier la concentration des solutions. La figure 1 donne en fréquences Raman les spectres de TH^2, BT^2K, BTK.

On retrouve dans les solutions du complexe de Lowry les raies de TH^2 avec un léger déplacement pour la plupart. Une seule raie nouvelle semble apparaître dans les solutions du complexe : la raie $\Delta\nu = 934$ u. R. environ.

III. Cette même raie paraît sans déplacement dans les solutions de BTK où nous retrouvons quelques autres raies de TH^2. Ces dernières raies semblent un peu plus déplacées que celles des solutions du complexe de Lowry.

La raie du groupement carboxyle, qui vibre aux environs de 1730 dans l'acide tartrique, subit une augmentation de fréquence dans les deux complexes. Cette augmentation est plus grande dans le cas de BTK que dans le cas de BT^2K et la raie a pour valeur 1741 u. R. environ dans BT^2K et 1751 u. R. environ dans BTK.

1° La raie 1273 u. R. environ de TH^2 vibre aux environs de 1310 u. R. environ dans les deux complexes.

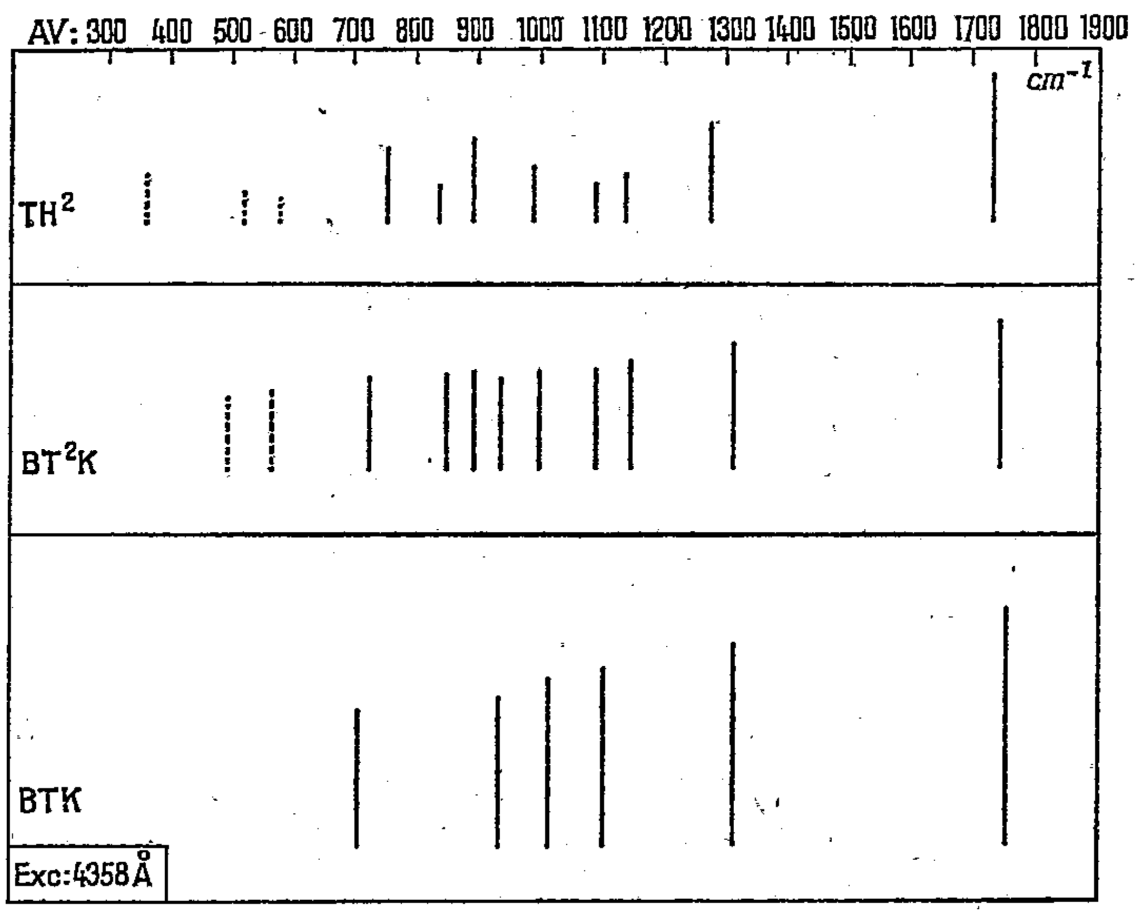
---

(1) *Thèse*, 1936.

(2) *Diplôme d'Études supérieures*, 1934.

2° La raie 1136 u. R. environ de TH^2 prend la valeur 1145 u. R. environ dans le cas de BT^2K.

3° La raie 1088 u. R. environ de TH^2 semble vibrer avec la même fréquence dans BT^2K; elle prend la valeur 1102 u. R. environ dans BTK.



Raies de l'effet Raman construites en fréquence.

4° La raie 987 u. R. environ de TH^2 vibre aux environs de 997 u. R. dans BT^2K et aux environs de 1011 u. R. dans BTK.

5° La raie qui vibre aux environ de 753 u. R. dans TH^2 subit une diminution de fréquence dans les deux complexes. Cette diminution est plus forte dans le cas de BTK que dans celui de BT^2K; la raie a pour valeur : 723 u. R. environ dans le cas de BT^2K et 740 u. R. environ dans celui de BTK.

On remarque que le déplacement d'une raie en passant de TH^2 aux complexes s'effectue dans le même sens pour les deux complexes. De plus une raie de BT^2K occupe une position intermédiaire entre la raie correspondante de TH^2 et celle de BTK.

Ces résultats favoriseraient la théorie proposée par M. Yeu Ki Heng et par Mlle Uri : le complexe de Lowry n'existerait pas en solution, mais se décomposerait en une molécule de BTK et une autre de TH^2.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sulfonation de la β-éthylnaphtaline. Synthèse du 2-éthylnaphtol-6*. Note de M. **Georges Lévy**, présentée par M. Marcel Delépine.

Continuant mes recherches sur la synthèse des éthylnaphtols (1), j'ai repris la sulfonation de la β-éthylnaphtaline qui avait déjà été tentée par Marchetti (2) sans que cet auteur ait réussi à déterminer la constitution du dérivé monosulfoné obtenu.

J'ai exécuté cette sulfonation de la manière suivante :

Une molécule (156g) de β-éthylnaphtaline est agitée pendant 5 heures à la température de 95° avec 200g d'acide sulfurique à 66°B. La dissolution est totale. En versant le produit dans une solution saturée de ClNa, le sulfonate de sodium précipite avec un rendement de 86 pour 100. Pour en établir la constitution, je l'ai transformé en naphtol.

Ce sel essoré, puis séché, est traité par fusion alcaline à 280°-300°. Le naphtol obtenu, après cristallisation dans la ligroïne, fond à 97°-98°, son picrate fond à 106°-107°. Le rendement très élevé démontre que le sulfonate est presque exclusivement formé d'un seul isomère.

De nombreux exemples font supposer que le groupe SO^3H s'est fixé sur le noyau non éthylé et en position β, donc en 6 ou en 7.

Pour lever cette indétermination, j'ai préparé le 2-éthyl-naphtol-6 par la méthode suivante qui ne laisse aucun doute sur sa constitution.

J'ai condensé le chlorure d'anisyle sur l'éther éthylmalonique sodé. L'éther anisyl-éthylmalonique (I) obtenu bout à 161° sous 2mm. L'acide malonique (II) correspondant fond à 131°,5-132°,5 (après cristallisation dans l'acide acétique). Par décarboxylation, on obtient l'acide α-anisylbutyrique (III) (PE_{13}=195°) dont l'ester amylique (PE_{13}=188°) est réduit par la méthode de Bouveault et Blanc en alcool (IV) (PE_{13}=165°). L'alcool est transformé en son chlorure par le chlorure de thionyle en présence de diméthylaniline par la méthode de M. Darzens (3), avec le rendement théorique; il bout à 160° sous 13mm. Sa transformation directe en nitrile n'a pas été possible, j'ai dû passer par l'intermédiaire de l'iodure préparé par ébullition prolongée du chlorure avec une solution alcoolique de INa (PE_{13}= 165°). L'iodure est alors transformé en nitrile (V) (PE_{13}= 172-175°) et ce dernier saponifié par une solution méthylalcoolique

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1749; **194**, 1932, p. 1952; **197**, 1933, p. 772.

(2) *Gazetta chimica italiana*, **11**, 1881, p. 442.

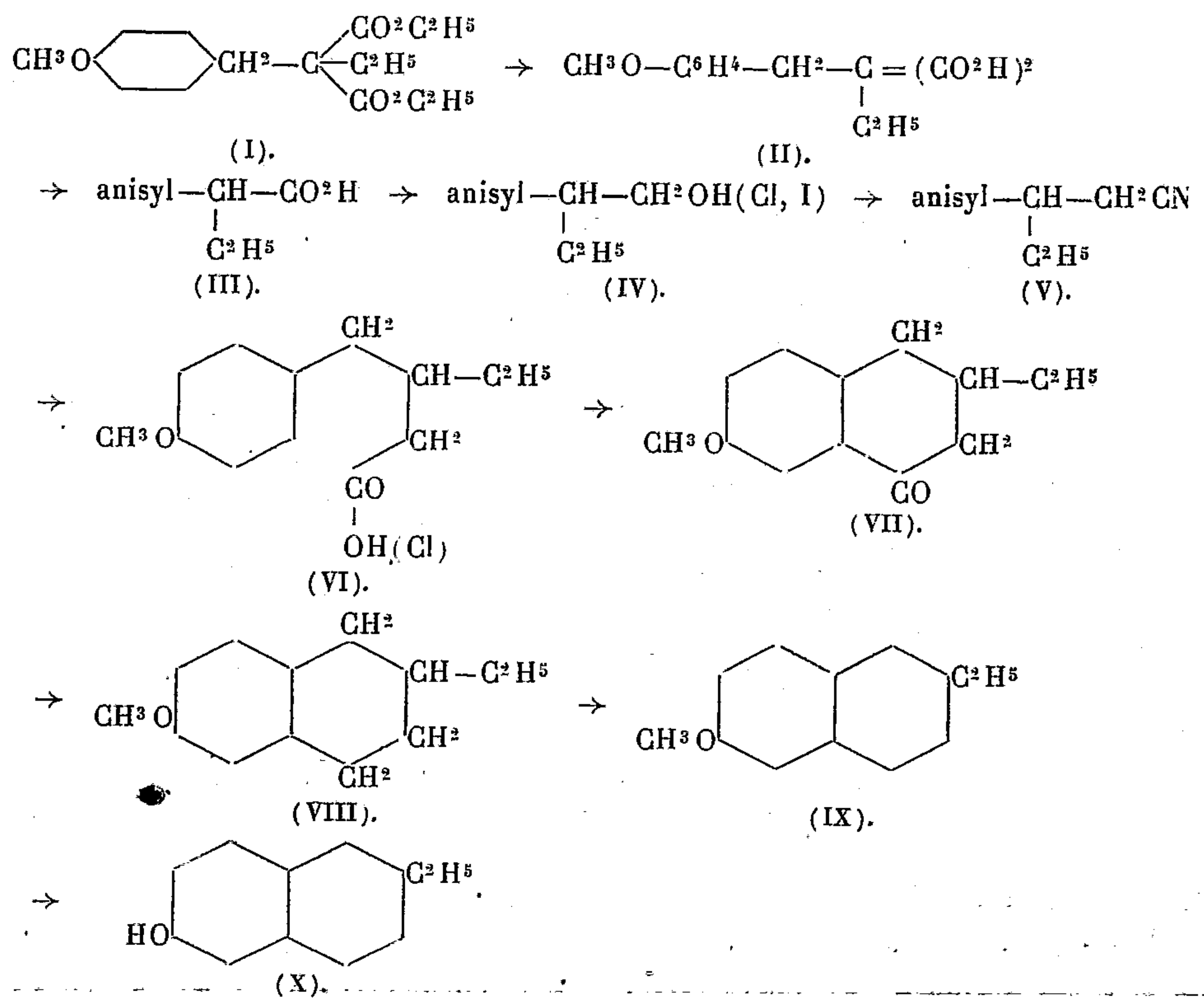
(3) *Comptes rendus*, **152**, 1911, p. 1314.

de potasse en acide β-anisyl valérianique (VI) ($PE_{13} = 205°$). Le chlorure de cet acide ($PE_{13} = 175°$) est cyclisé avec 90 pour 100 de rendement par le chlorure d'aluminium en présence d'hexane en cétone (VII) ($PE_{13} = 180°$) dont la semi-carbazone fond à 171-172° (corrigé). Cette cétone est réduite par la méthode de Clemmensen en 2-éthyl, 6-méthoxytétrahydronaphtaline (1.2.3.4) ($PE_{13} = 148$-$153°$) avec un rendement de 50 pour 100.

Ce produit (VIII) a une odeur poivrée agréable. On le déshydrogène en naphtolate de méthyle (IX) par le soufre. La réaction est achevée en 10 minutes, le corps obtenu bout à 160° sous 13^{mm} et fond à 57°-59°, il possède une odeur anisée.

Enfin, par déméthylation par l'acide iodhydrique concentré à l'ébullition, j'ai obtenu le naphtol (X) (PF = 97°-98°, PF du picrate 107°) que j'ai identifié par la méthode des mélanges appliquée à lui-même et à son picrate avec le naphtol préparé par fusion alcaline du dérivé sulfoné.

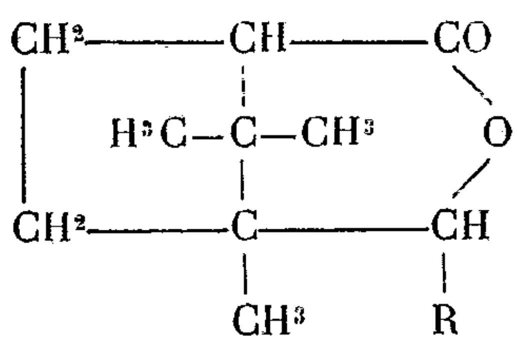
Ces réactions successives sont figurées dans le schéma suivant :



J'ai donc démontré que la sulfonation de la 2-éthyl-naphtaline a lieu principalement en position 6.

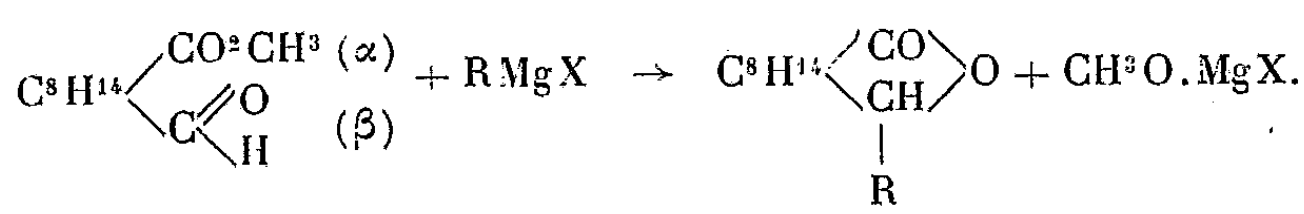
CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention des dérivés de substitution monoalcoylés et monoarylés de la β-campholide et des acides δ-alcools correspondants.* Note de M. **Jean Vène**, présentée par Marcel Delépine.

Les dérivés monosubstitués de la β-campholide, issue du camphre droit, de formule générale



(R = radical alcoyle ou aryle),

n'avaient pas encore été préparés. Nous sommes parvenu à obtenir quelques termes de cette série, à l'état cristallisé, en faisant agir les dérivés organomagnésiens mixtes sur l'éther méthylique de l'acide β-aldéhyde camphorique, obtenu lui-même aisément à partir de la camphoquinone ([1]). La réaction qui leur donne naissance peut être formulée de la façon suivante :

(I) 

Elle est analogue à celle qui permet la préparation des phtalides monosubstituées ([2]). Les composés suivants ont été ainsi préparés :

Magnésien de départ.	Composé obtenu.	Point de fusion.	Pouvoir rotatoire $[\alpha]_{D-C^2H^5OH}^{15°}$
CH^3MgI	β-méthyl-β-campholide : $C^8H^{14}{<}^{CO}_{CH-CH^3}{>}O$	178°	− 47°,7
C^2H^5MgBr	β-éthyl-β-campholide : $C^8H^{14}{<}^{CO}_{CH-C^2H^5}{>}O$	78	− 81,8
C^6H^5MgBr	β-phényl-β-campholide : $C^8H^{14}{<}^{CO}_{CH-C^6H^5}{>}O$	212	− 31,7 (dans $CHCl^3$)
$C^6H^5.CH^2MgCl$	β-benzyl-β-campholide : $C^8H^{14}{<}^{CO}_{CH-CH^2.C^6H^5}{>}O$	102	− 146

([1]) Bredt, *Journal prakt. Chemie*, 95, 1917, p. 63; Salmon-Legagneur, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 51, 1932, p. 814.

([2]) Mermod et Simonis, *Ber. d. chem. Ges.*, 38, 1905, p. 3981; 41, 1908, p. 982.

Les rendements en produit cristallisé varient de 30 à 45 pour 100.

La réaction principale (I) peut d'ailleurs s'accompagner d'une réaction sedondaire dans laquelle la fonction aldéhyde est réduite et qui conduit à la β-campholide. Cette dernière se produit en faible proportion quand $R = C^2H^5$, mais peut être isolée en quantité assez importante quand $R = C^3H^7$ ou $R = C^4H^9$. Avec $R = C^3H^7$ par exemple, on a

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2.CH^3\\ C\begin{matrix}\diagup\!\!\diagup O\\ \diagdown H\end{matrix}\end{matrix}\right. + CH^3.CH^2.CH^2MgBr \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2.CH^3\\ CH^2OMgBr\end{matrix}\right. + CH^3.CH = CH^2$$

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2.CH^3\\ CH^2OMgBr\end{matrix}\right. \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO\\ CH^2\end{matrix}\right\rangle O + CH^3OMgBr;$$

et nous n'avons pu isoler de β-propyl-β-campholide à l'état pur. Avec $R = C^4H^9$, nous avons pu obtenir en outre la β-butyl-β-campholide, sous forme d'une huile : $\text{Éb}_{16^{mm}} = 179^\circ - 181^\circ$; $[\alpha]_D^{15^\circ} = -52^\circ$ (alcool éthylique).

Par chauffage au bain-marie avec la soude alcoolique, l'anneau lactonique des β-campholides substituées s'ouvre aisément pour donner des sels d'acides-alcools secondaires suivant la réaction

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO\\ CH-R\end{matrix}\right\rangle O + NaOH \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.ONa\\ CH(OH)-R\end{matrix}\right.$$

la vitesse seule de cette réaction semblant être influencée par la nature du radical R. Les acides-δ-alcools correspondants sont stables et peuvent être isolés ensuite par simple acidification par l'acide chlorhydrique.

Nous avons ainsi obtenu, à l'état cristallisé, les composés suivants :

	Point de fusion.	Pouvoir rotatoire $[\alpha]_{D-C^2H^5OH}^{15^\circ}$
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-CH^3\end{matrix}\right.$	135°	+61°,2
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-C^2H^5\end{matrix}\right.$	73	+33,3
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-C^6H^5\end{matrix}\right.$	166	+32,9
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-CH^2-C^6H^5\end{matrix}\right.$	154	très faible

Certains de ces acides-alcools sont susceptibles de cristalliser, soit anhydres (dans un mélange éther-ligroïne), soit hydratés (dans l'eau chaude). C'est ainsi que le composé $C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-C^2H^5\end{matrix}\right.$, dissous dans

l'eau chaude, cristallise par refroidissement en aiguilles fondant à 86° $[\alpha]_D^{15°} = +37°,6$. La forme anhydre (F. 73°) pulvérisée et laissée à l'air se transforme d'ailleurs complètement au bout de quelques jours en la forme hydratée (F. 86°). Les conditions de transformation mutuelles des formes anhydres et hydratées ainsi que l'état exact d'hydratation font l'objet de recherches en cours.

Le passage inverse des acides-alcools aux campholides substituées se fait aisément par action d'un déshydratant tel que l'anhydride acétique ou par simple chauffage, au-dessus du point de fusion, pendant un temps suffisant.

En résumé, les β-campholides β-substituées s'obtiennent aisément à partir d'un éther β-aldéhyde camphorique et peuvent être transformées par hydrolyse alcaline en acide-δ-alcools stables du type $C^8H^{14}\langle^{CO.OH}_{CH(OH)-R}$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques éthers boriques de glycérines tétra-substituées.* Note de M. **Pierre Pastureau** et de Mlle **Marguerite Veiler**, présentée par Marcel Delépine.

L'un de nous a signalé [1] que l'action de l'acide hypochloreux (chlorure de chaux + acide borique) sur le diméthylpenténol donnait une chlorhydrine anormale fondant à 132°. Ce corps assez volatil, brûlant avec une flamme verte attribuée au chlore, sans laisser de résidu appréciable, est en réalité un éther borique de la chlorydrine de la tétraméthylglycérine. C'est en étudiant les réactions de ce corps que nous avons remarqué un résidu minéral inexplicable chez un corps organique.

Ce résidu minéral n'avait pas été remarqué lors de l'analyse de la substance dont la combustion avait été faite en présence de chromate de plomb, et la différence entre le poids de la substance et la somme des poids du carbone, de l'hydrogène et du chlore avait été attribuée à de l'oxygène.

La recherche directe du bore sur le composé chimiquement pur, après destruction de la molécule par l'acide nitrique, est tout à fait positive.

Les chiffres trouvés à l'analyse et la détermination du poids moléculaire permettent d'attribuer à ce corps la formule (I).

---

[1] M. Veiler, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1704.

On obtient d'ailleurs le même composé fondant aussi à 132° en mélangeant une solution aqueuse de chlorhydrine de la tétraméthylglycérine avec une solution aqueuse d'acide borique. L'éther borique, peu soluble dans l'eau se précipite au bout de peu de temps. On le purifie par cristallisation dans le benzène.

Analyse :

Trouvé pour 100...........	C=43,99	H=7,37	B=5,06	Cl=18,45
Calculé pour 100...........	C=43,6	H=7,2	B=5,71	Cl=18,4

Cryoscopie acétique : P. M. pour $C^7H^{14}O^3BCl$; trouvé, 196; calculé, 192,5.

Nous avons pu préparer d'autres éthers boriques :

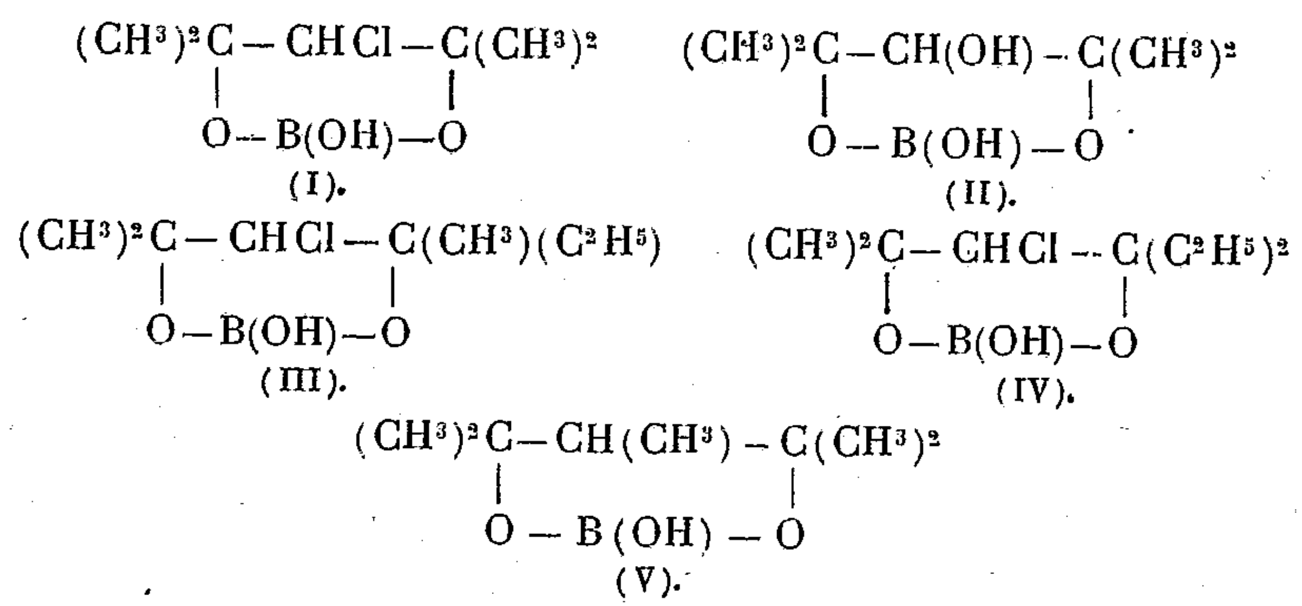
éther borique de la tétraméthylglycérine formule [(II)] qui s'obtient en mélangeant les solutions aqueuses d'acide borique et de tétraméthylglycérine et en extrayant le produit par l'éther (F. 118°);

éther borique de la chlorhydrine de l'éthyltriméthylglycérine : F. 58° [formule (III)];

éther borique de la chlorhydrine de la diéthyldiméthylglycérine : F. 55° [formule (IV)];

éther borique du triméthylpentanediol : F. 72° [formule (V)].

(Le glycol a été préparé par M. Joyeux.)



Les glycérines ou glycols substitués par un ou plusieurs groupes phényle ne donnent point d'éthers boriques dans les mêmes conditions.

Les éthers boriques de la glycérine ordinaire et des polyalcools en général, dont l'existence est démontrée par voie physico-chimique (Bœseken), sont difficiles à isoler. On connaît toutefois un certain nombre d'éthers boriques des glycols substitués préparés ou signalés par

P. H. Hermans (1) : éthers boriques du diméthylpentanediol, du diméthylhexanediol, du pentane-2.4-diol, de la pinacone, etc.

Ce travail montre combien l'obtention de certains éthers boriques est aisée, puisque l'éthérification a lieu même en présence d'eau.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation des cétones β-chloréthylées et des cétones β-vinylées.* Note de M. **Jean Décombe**, présentée par M. Marcel Delépine.

La préparation des cétones β-chloréthylées a été réalisée par MM. Blaise et Maire en faisant réagir les composés organozinciques mixtes sur le chlorure de l'acide β-chloropropionique (2). Les cétones β-vinylées s'en déduisent par élimination d'une molécule d'hydracide sous l'action de la diéthylaniline. Ces travaux ont établi, en outre, que de tels composés étaient de précieux auxiliaires de synthèses.

La méthode que nous proposons aujourd'hui permet de préparer des cétones qui, à l'exception du premier terme, diffèrent des précédentes par la présence d'un substituant dans la position α sur le groupement chloréthylé ou vinylé. Elle utilise comme point de départ les β-cétols à fonction alcoolique primaire qui résultent de l'action du formol sur les cétones

$$R-CH^2-CO-CH^2-R'+CH^2O = R=CH^2-CO-CH(R')-CH^2OH.$$

Ces composés, sous l'action de l'acide chlorhydrique, donnent aisément les cétones β-chloréthylées

$$R-CH^2-CO-CH(R')-CH^2OH+ClH = R-CH^2-CO-CH(R')-CH^2Cl+H^2O$$

et, par déshydratation, ils se transforment en cétone vinylée

$$R-CH^2-CO-CH(R')-CH^2OH = R-CH^2-CO-C(R')=CH^2+H^2O.$$

Alors que les condensations des cétones sur elles-mêmes ou avec les aldéhydes supérieures ont donné lieu à un nombre considérable de travaux, l'action du formol sur les cétones n'est représentée dans la littérature que

(1) *Zeitschr. f. anorg. u. allg. Chem.*, **142**, 1925, p. 83.

(2) *Comptes rendus*, **144**, 1907, p. 93 et 572; *Bull. Soc. Chim.*, **3**, 1908, p. 413 et 543.

par un brevet de Bayer [1] et une communication de MM. Gault et Germann [2]. Nous avons condensé, suivant la technique de Bayer, le formol avec l'acétone, la méthyléthylcétone et la diéthylcétone en présence de carbonate de potassium comme agent catalyseur. Les vitesses de réaction sont très différentes suivant les cétones utilisées. Avec l'acétone ordinaire, le formol a disparu au bout de vingt-quatre heures; ce temps est de quinze jours avec la méthyl-éthylcétone et de trente jours avec la diéthylcétone.

Bien que les rendements de la réaction ne soient pas très élevés, celle-ci paraît avantageuse, étant données la nature des matières premières et la simplicité de la manipulation qui peut porter sur plusieurs centaines de grammes de formol à la fois.

Nous avons préparé de la sorte la *butanol-1-one-3* : $CH^3-COCH-CH^2OH$ avec un rendement de 26 pour 100 par rapport au formol mis en œuvre, la *méthyl-2-butanol-1-one-3* : $CH^3-CO-CH(CH^3)-CH^2OH$ avec un rendement de 45 pour 100 (la constitution de ce cétol résulte des travaux de MM. Gault et Germann) et la *méthyl-2-pentanol-1-one-3* $CH^3-CH^2-CO-CH(CH^3)-CH^2OH$ avec un rendement de 25 pour 100. Ce dernier cétol qui n'est pas décrit dans la littérature bout à 97-98° sous 20^{mm}; il donne une phénylhydrazone fondant à 103°. Les deux derniers composés peuvent être conservés pendant quelque temps sans altération sensible, le premier se transforme progressivement en une masse vitreuse.

Préparation des cétones β-chloréthylées. — Ces cétones se préparent en versant le cétol correspondant dans un excès (3 fois la quantité théorique) d'acide chlorhydrique aqueux saturé à 0°. L'opération s'effectue en refroidissant énergiquement. On laisse ensuite revenir lentement à la température ambiante. La solution d'abord homogène se trouble progressivement (dans le cas de la butanol-1-one-3, il se fait une séparation très nette en deux couches). Au bout de 1 heure environ, on verse le mélange sur de la glace et l'on extrait à l'éther. Il convient de ne pas opérer sur plus de 25 ou 30^g de cétol à la fois pour ne pas trop augmenter la quantité de résine formée. L'expérience montre qu'il se fait, en outre, une certaine quantité de cétone vinylée; celle-ci peut être diminuée en ajoutant préalablement dans le cétol 5 à 10 pour 100 de chlorure d'aluminium finement pulvérisé. Ce fait conduit à penser que la réaction n'est pas une simple éthérification,

---

[1] D. R. P. 223.207, Frdl, 10, 1007.

[2] *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 620.

mais que l'acide chlorhydrique agit d'abord comme agent de déshydratation, puisqu'il se fixe ensuite sur la cétone éthylénique formée. Nous avons en effet vérifié, d'une part que l'acide chlorhydrique était susceptible de se fixer sur les cétones vinylées, dans les conditions de l'expérience, avec des rendements de 50 pour 100 environ, d'autre part, qu'un cétol du type $-CO-C(R, R')-CH^2OH$ dont le groupement alcoolique est fixé sur un carbone entièrement substitué ne s'éthérifiait pas dans ces conditions.

La chloro-1-butanone 3 : $CH^3-CO-CH^2-CH^2Cl$ (déjà décrite par MM. Blaise et Maire) s'obtient à partir de la butanol-1-one 3 avec un rendement de 63 pour 100. Elle bout à 53-55° sous 15mm.

La chloro-1-méthyl-2-butanone-3 : $CH^3-CO-CH(CH^3)-CH^2Cl$ s'obtient à partir de la méthyl-2-butanol-1-one-3 avec un rendement de 50 pour 100. Elle bout à 60-62° sous 16mm.

La chloro-1-méthyl-2-pentanone-3 : $CH^3-CH^2-CO-CH(CH^3)-CH^2Cl$ s'obtient à partir de la méthyl-2-pentanol-1-one-3 avec un rendement de 50 pour 100. Elle bout à 65-66° sous 14mm.

Ces composés ne se conservent pas; au bout de quelques jours ils se colorent en brun et fument à l'air.

Préparation des cétones vinylées. — Les cétones vinylées se préparent directement avec d'excellents rendements (75 pour 100 et plus) en déshydratant les cétols correspondants par distillation en présence de traces d'iode. Ce sont des liquides incolores, à odeur piquante, lacrymogènes. Le premier terme ne se conserve pas, mais les deux autres peuvent être gardés pendant quelque temps sans altération.

La butène-1-one-3 : $CH^3-CO-CH=CH^2$ (déjà décrite par MM. Blaise et Maire) bout à 34° sous 120mm.

La méthyl-2-butène-1-one-3 : $CH^3CO-C(CH^3)=CH^2$ bout à 29-31° sous 60mm et à 96-99° à la pression atmosphérique. Elle donne une oxime fondant à 43°.

La méthyl-2-pentène-1-one-3 : $CH^3CH^2-CO-C(CH^3)=CH^2$ bout à 119-120° à la pression atmosphérique. Elle donne une semi-carbazone fondant à 158°.

CRISTALLOGRAPHIE. — *De l'orientation des cristaux de fluoborate de potassium par le mica et la barytine et des cristaux de sulfite de sodium par le mica.* Note de M. **Louis Royer**.

I. H. Seifert [1] rapporte que l'on peut préparer une série de cristaux mixtes dans les systèmes $BaSO^4-KBF^4$ et KBF^4-KMnO^4. Pour que

---

(1) *Fortschritte der Min., Kristallogr. u. Petrogr.*, **19**, 1935, p. 172.

cela soit possible, il faut que le fluoborate de potassium possède une structure du même type que celle de la barytine avec des paramètres voisins. Barker [1] a signalé l'orientation des cristaux de permanganate de potassium se déposant au contact d'un cristal de barytine; de mon côté, j'ai indiqué [2] qu'un clivage frais de mica oriente les cristaux de $KMnO^4$ qui prennent naissance à son contact.

De l'ensemble de ces faits, on peut prévoir que le fluoborate de potassium doit donner un dépôt orienté sur le mica et sur la barytine. C'est ce que je me suis proposé de vérifier dans les expériences décrites ci-dessous.

2. Le fluoborate de potassium est peu soluble dans l'eau chaude et les cristaux obtenus à partir d'une solution aqueuse sont très petits. Mais, sachant qu'ils sont de symétrie orthorhombique, leurs formes sont aisément déterminables; j'y ai reconnu la combinaison des formes simples suivantes : $p(001)$, $m(110)$ et $a^2(102)$. En faisant cristalliser sur un clivage frais de mica une solution concentrée de fluoborate de potassium, on constate que la plupart des cristaux sont orientés par le mica.

Les plans $p(001)$ de KBF^4 coïncident avec les plans $p(001)$ du mica; en plus la rangée (010) de KBF^4 est parallèle à l'une des branches de la figure de choc du mica.

Il en résulte pour le fluoborate de potassium orthorhombique trois orientations différentes tournées l'une par rapport à l'autre de 60° autour de la normale au plan p (001) du mica. La rangée [010] de KBF^4 coïncide soit avec la rangée [100], soit avec la rangée [130], soit avec la rangée $[1\bar{3}0]$ du mica.

3. Sur la barytine, le fluoborate de potassium donne une orientation de telle manière que les faces de même notation et dans ces faces les rangées de mêmes indices coïncident dans les deux espèces. Ces orientations s'observent d'une manière particulièrement nette sur les faces de clivage de la barytine, donc sur les faces $p(001)$ et $m(110)$; mais elles doivent se faire sur n'importe quelle face de barytine.

KBF^4 donne donc sur le mica et sur la barytine les mêmes accolements réguliers que $KMnO^4$, $KClO^4$ et $AmClO^4$.

Il est fort probable que les cristaux du chromate de baryum $BaCrO^4$ donnent également la même orientation sur le mica et la barytine. Mais les essais d'épitaxie avec le chromate de baryum sont rendus quasi-impossibles par suite de la très faible solubilité de ce sel.

---

(1) *Zeitschrift f. Kristallographie*, 45, 1908, p. 1.

(2) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 620.

4. Une solution concentrée à chaud de sulfite de sodium Na^2SO^3 dans l'eau abandonne au refroidissement d'abord des cristaux hexagonaux de sulfite anhydre et en dessous de 35° environ des cristaux monocliniques de sulfite à sept molécules d'eau. La structure du sulfite anhydre a été établie par Zachariasen et Buckley [1]; dans le plan p (0001) sa maille élémentaire peut être définie par un losange ayant un côté de 5,44 Å. Le mica pseudo-sénaire possède dans son plan p(001) une maille losangique de côté 5,12Å.

Sulfite de sodium anhydre et mica présentent donc tous deux dans leur plan p des mailles quasi-identiques en forme et en dimensions. De ce fait une orientation des cristaux de sulfite de sodium anhydre se déposant au contact du mica devient probable. L'expérience montre que c'est bien ce qui a lieu.

On prépare une solution concentrée à chaud de Na^2SO^3 dans l'eau; on étale une mince couche de ce liquide sur un clivage frais de mica et l'on observe au microscope. On voit alors apparaître des cristaux tabulaires à contours hexagonaux qui sont orientés par le mica de telle manière que leurs plans p (0001) coïncident avec le plan p (001) du mica et qu'en plus un côté de l'hexagone a même direction que la rangée [100] du mica. Ce sont les cristaux de sulfite de sodium anhydre qui s'accolent dans la position ainsi définie au mica. Quand la solution étalée à la surface du mica s'est refroidie en dessous d'environ 35°, on voit alors se former les cristaux monocliniques de l'hydrate $Na^2SO^3.7H^2O$ qui eux ne sont pas orientés par le mica.

On observe cette orientation des cristaux de Na^2SO^3 anhydre d'une manière particulièrement nette quand on ajoute à la solution de Na^2SO^3 du bisulfite de sodium du commerce. Dans ces conditions, j'ai constaté sur plusieurs échantillons de mica que la totalité des cristaux de Na^2SO^3 déposés était orientée.

Ces essais portent à 29 le nombre de sels différents qui donnent au laboratoire un accolement régulier sur le mica.

MINÉRALOGIE. — *Sur la composition chimique des titanomagnétites.* Note de M. **Georges Jouravsky.**

Dans les roches éruptives de profondeur, la magnétite forme généralement des groupements microperthitiques avec l'ilménite. Dans les

(1) *Physical Review*, 37, 1931, p. 1295.

roches basiques d'épanchement, la magnétite possède fréquemment des propriétés optiques et magnétiques particulières. En l'absence d'analyse chimique, on a été conduit à envisager certaines hypothèses sur la composition de cette magnétite. On a admis l'existence de plusieurs séries de solutions solides, notamment $Fe^3O^4 - FeO$, $Fe^3O^4 - Fe^2O^3$, $Fe^3O^4 - FeTiO^3$, etc.

Actuellement la plupart des auteurs ne prennent en considération que la série $Fe^3O^4 - FeTiO^3$ et donnent aux composés de cette série le nom de titanomagnétite. D'après les travaux de Paul Ramdohr [1], la séparation de l'ilménite de la magnétite nécessite un refroidissement lent; dans les roches d'épanchement refroidies brusquement la solution solide d'ilménite dans la magnétite, formée à haute température, persiste à l'état de faux équilibre. Il semble que cette théorie ne suffit pas pour expliquer l'ensemble des faits.

En effet, dans certaines roches d'épanchement, les pouvoirs réflecteurs des titanomagnétites, mesurés ou simplement observés qualitativement, sont notablement plus bas que ceux de l'ilménite et de la magnétite. Il est difficile d'expliquer ce fait par l'existence d'une solution solide de ces minéraux.

D'autre part, on trouve dans les sables basaltiques de Madagascar des grains de titanomagnétite dont le noyau est parfaitement homogène, tandis que les bords présentent une structure microperthitique bien développée.

Dans l'impossibilité d'attribuer ce changement de structure aux conditions de refroidissement, on doit recourir à l'idée de variation de composition chimique.

Il semble que l'explication des faits observés peut être cherchée dans l'étude des sables basaltiques. Certains d'entre eux, notamment ceux de l'Ankaratra (Madagascar) renferment des grains de titanomagnétite homogène, dont l'étude permet d'établir un lien entre leurs propriétés physiques et leur composition chimique. Les résultats obtenus jusqu'à présent ont montré que les titanomagnétites de Madagascar et celles de l'Ardèche possèdent un pouvoir réflecteur notablement plus bas que celui de la magnétite et de l'ilménite. D'autre part, la dispersion des pouvoirs réflecteurs est normale pour ces deux minéraux; elle est anormale pour les titanomagnétites étudiées.

---

(1) *Sonderdruck aus des Festschrift zur* 150 *Jahr-freier der Bergakademie Clausthal*, 1925, p. 307.

Enfin, ces dernières possèdent une susceptibilité magnétique plus faible que celle de la magnétite et un point de Curie plus bas. Leur composition chimique est représentée par les analyses suivantes :

	Ankaratra 1.	Ankaratra 2.	Ampohimanga.	Ardèche.
Fe^2O^3	35,61	34,99	44,80	47,00
FeO	29,33	35,10	28,75	34,94
Al^2O^3	13,21	8,95	6,08	3,75
TiO^2	13,88	15,52	15,42	12,18
MgO	7,07	6,12	4,75	2,35
MnO	0,12	–	traces	0,10
Insoluble	0,45	–	–	–
	99,67	100,68	99,80	100,32

A notre connaissance, on n'a pas signalé de minéraux homogènes de composition semblable. Une ancienne analyse ([1]) a donné des résultats analogues, mais elle a été faite sur un mélange.

Les propriétés physiques des titanomagnétites étudiées et celles des titanomagnétites de certaines roches d'épanchement se rapprochent beaucoup; on peut donc se demander si l'alumine et la magnésie ne jouent pas un rôle important dans leur composition chimique. La présence de ces oxydes pourrait favoriser la formation des titanomagnétites homogènes et expliquer les faits en désaccord avec la théorie de Ramdohr.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie du Crétacé moyen en Chartreuse.* Note de M. Maurice Breistroffer.

L'Urgonien de la Chartreuse est directement recouvert par des calcaires lumachelliques, attribués au Gault inférieur par Ch. Lory et plus spécialement à l'horizon de Clansayes par M. Ch. Jacob. Mais cette formation, d'épaisseur variable (0-30m), représente un niveau indéterminé de l'Aptien ([2]), comme le pensait A. de Lapparent (qui n'appuyait d'ailleurs son hypothèse sur aucun argument positif, puisqu'il n'y cite pour tout fossile en Dauphiné que *Ammonites Milletianus*, en réalité caractéristique de l'Albien inférieur !).

Dès 1907, M. Jacob y a signalé, sur le plateau du Haut-du-Seuil : *Cidaris*

([1]) L. Vogt, *Ztschr. f. pract. Geologie*, Heft 8, 1900, p. 236.

([2]) Cf. M. Breistroffer, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1204.

cf. *gaultina* Forbes et *Actinometra vagnasensis* De Loriol (12 ex.); or cette dernière espèce caractérise l'Aptien aux Plagnieux en Vercors (V. Pâquier, 1906) comme à Laval-Saint-Roman dans le Gard (Ed. Pellat, 1905). A Rochepleine, la lumachelle nous a fourni un mauvais fragment de *Deshayesites* (?) sp. ind., associé à une faunule aptienne :

Rhynchonella Bertheloti d'Orb., *Rh.* aff. *lata* d'Orb., *Rh. sulcata* Park. in Davids. var. *paucicostata* Jacob et Fall., *Terebratula sella* Sow. var. *tornacensis* Davids., *Terebratella Rhodani* Pict. et R., *Cidaris* cf. *Lardyi* (?) Desor [1], *C.* (*Balanocidaris*) cf. *ryzacantha* A. Gras, *Typocidaris* cf. *arduennensis* (?) Lamb., *Pseudopyrina* cf. *cylindrica* (?) A. Gras sp., etc.

Sur la lumachelle repose la couche phosphatée de l'Albien inférieur, bien conservée dans le seul gisement de la Frassette. Là, parmi une centaine d'espèces de fossiles bruns ou blancs, pourvus de leur test, on remarque de nombreuses formes du niveau de Clansayes [2] :

Phyllopachyceras aff. *baborense* Coq. sp., *Phylloceras Goreti* Kil., *Jauberticeras* Lamberti nov. sp. (= *J. Jaubertianum* d'Orb. sp. var. ap. Jacob, 1908, in *Mém. Soc. pal. Fr.*, 15, n° 38, Pl. XII, fig. 15 : holotype, leg. A. Lambert, et fig. 16 = mut.), *Tetragonites* aff. *depressus* Rasp. sp., *Pictetia* nov. sp. (espèce de Clansayes; non *P. depressa*, det. prius), *Beudanticeras* (*Uhligella*) *Toucasi* Jacob sp., *B.* (*U*?) *clansayense* Jacob sp., *Diadochoceras nodosocostatum* d'Orb. sp., *D.* aff. *Migneni* Seun. sp. (non ex local. Cucheron), *Douvilleiceras* (!) cf. *clansayense* Jacob, *Acanthoplites aschiltaensis* Anth. sp. cum. var. *aplanata* Sinz. et var. cf. *rotundata* Sinz., *A.* aff. *Lorioli* Sinz., *A. multispinatus* Anth. sp. cum. var. cf. *tenuicostata* Sinz., *A.* (?) *Tobleri* (Jacob) var. *discoidalis* Sinz., *A.* (?) n. sp. (gr. *gargasense* d'Orb. sp.), *A.* cf. *Abichi* Anth. sp., *A. Bergeroni* Seun. sp., *A. Bigoureti* Seun. sp., *A. Anthulai* Brst., *A.* (*Hypacanthoplites*?) cf. *Uhligi* Anth. em. Sinz. sp., *A.* (*H.*) *Nolanisimilis* Brst. cum var. *crassa* (Sinz.) et var. *subrectangulata* (Sinz.), *Aconoceras* (*Sanmartinoceras*) nov. sp.. etc.

Partout ailleurs, les couches phosphatées de diverses zones de l'Albien sont réduites à un très mince béton (0-20^{cm}) de fossiles usés et roulés, à l'état de mauvais moules internes. On y trouve en mélange des espèces provenant de tous les horizons du Gault, depuis le niveau de Clansayes (à Rochepleine : *Tetragonites* aff. *depressus* Rasp. sp., *Douvilleiceras* cf.

---

[1] Les débris d'Échinides ont été déterminés (10 nov. 1932) par M. J. Lambert.

[2] Cf. M. Breistroffer, *C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, 4 février 1933, n° 3, p. 28 à 30, et *Ann. Univ. Grenoble*, nouv. série, 8, 1931, p. 187-236 ; cf. *Trav. Lab. Géol. Univ. Grenoble*, 17, fasc. 3, 1933, p. 1 à 50.

clansayense Jacob, *Acanthoplites Bigoureti !* Seun. sp.) jusqu'au Vraconien (à Rochepleine : *Turrilites Bergeri* Brongn.; au Cucheron : *Arrhaphoceras* cf. *Studeri* Pict. et C. sp., *Stoliczkaia* cf. *dispar* d'Orb. sp., *Turrilitoides* cf. *Hugardianus* d'Orb. sp., etc.). Parmi tous ces fossiles, devenus uniformément rouges (à Rochepleine) ou gris (au Cucheron) par remaniement, nous avons découvert, au Cucheron, *Schloenbachia* cf. *Coupei* Brgn. sp. et *Hypoturrilites* sp. ind., indiquant la présence de fossiles cénomaniens dans ce complexe remanié à la base du Sénonien.

L'étage cénomanien a donc existé en Chartreuse comme dans le Vercors, où il est connu à la Fauge et aux Prés de Rencurel. Il se retrouve d'ailleurs dans les chaînes subalpines de Haute-Savoie (Brongniart 1818; A. Favre 1867; E. Fallot 1885, etc.) (1).

GÉOLOGIE. — *Les lambeaux houillers de la Ville-Dé-d'Ardin et de Fougeroux (Deux-Sèvres). Transgression stéphanienne et doublement des axes synclinaux.* Note (2) de M. **Gilbert Mathieu**, transmise par M. Charles Barrois.

Afin d'éclaircir les conditions de gisement du Bassin houiller de Vouvant que nous étudions depuis 1930, nous venons de revoir à nouveau les rapports du Houiller avec les marbres d'âge Givétien (3) de la Ville-Dé-d'Ardin.

Nous avons pu suivre, à l'est de Saint-Laurs, une étroite bande houillère dirigée NW-SE située dans le prolongement du Bassin de Vouvant et signalée du reste par Welsch (4) en 1916. Les roches que nous avons examinées sur des déblais de puits et la flore fossile nous permettent de couclure au Namurien. A l'ouest de la métairie de la Gaconnière, dans le Vallon de Périgny, il existe des poudingues siliceux à galets de quartz. Cette même roche forme un nouveau lambeau carbonifère au croisement des chemins allant de la Gaconnière à Dilay et de Périgny à la Marbrière. Enfin, grâce à une coupe pratiquée dans le Bois Carré de la Gaconnière, nous avons observé sur plus de 500^m le même poudingue siliceux et extrê-

(1) Cf. L. Moret, *Mém. Soc. géol.*, nouv. série, 10, n° 22, 1934, p. 29-30.

(2) Séance du 11 mai 1936.

(3) Voir *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1523-1525.

(4) *Bull. Soc. Géol.* (*Comptes rendus*), 8, 1916, p. 61-62.

mement dur. Le lambeau carbonifère noté *h* sur la feuille de Niort et porté à l'ouest de la Ville-Dé, doit être ainsi doublé de superficie.

Les poudingues siliceux du Bois-Carré de la Gaconnière comme ceux du *Cimetière-aux-Chiens*, situés dans la Vallée du Saumort, ressemblent lithologiquement au conglomérat stéphanien [1] de la Verrerie de Faymoreau et non aux conglomérats du Namurien. Dans le Bois-Carré de la Gaconnière, on peut établir que le Stéphanien repose sur le Givetien.

Nous arrivons donc à deux nouvelles conclusions : 1° la série des lambeaux houillers qui prolongent le Bassin de Vouvant depuis Saint-Laurs jusqu'à la Ville-Dé montre des formations tantôt d'âge namurien tantôt d'âge stéphanien; 2° dans l'ensemble du pli synclinal dévonien-carbonifère de Vendée, le Stéphanien repose à Chantonnay sur le Westphalien, à Faymoreau sur le Namurien, à la Ville-Dé sur le Givétien. La grande transgression des dépôts stéphaniens sur les formations antérieures est ainsi mise en évidence en Vendée.

Présence d'un lambeau houiller au nord du Bassin de Vouvant. — A la Ville-Dé, nous assistons au dédoublement des axes synclinaux carbonifères puisqu'un deuxième gisement de Stéphanien et de Givetien se retrouve au *Cimetière-aux-Chiens*, bien en dehors de la ligne *Saint-Laurs-la Marbrière*. Cette constatation nous a incité à rechercher des lambeaux houillers au nord du Bassin de Vouvant. Nous basant sur les dires des paysans du Busseau (Deux-Sèvres) qui signalaient des terres charbonneuses au Fougeroux, nous avons réussi à trouver une *passée charbonneuse* et des blocs de grès houiller, dans ce secteur, mais sur le territoire du département de la Vendée. Ce lambeau houiller de Fougeroux est séparé du Bassin de Vouvant par une bande de schiste X. Comme les dépôts superficiels sont abondants entre Faymoreau et le Busseau, ils peuvent très bien cacher un îlot carbonifère d'une certaine importance (superficie possible : largeur 500^m, longueur 2^{km}).

Cette observation modifie l'aspect de la feuille de Fontenay-le-Comte qui n'indique que le schiste X dans cette région.

Des brèches houillères existeraient aussi probablement à la Ménardière, commune de la Chapelle-Thireuil d'après un rapport de Bergeron.

Le nouvel axe synclinal *Le Fougeroux-Le Cimetière-aux-Chiens* est rigoureusement parallèle au grand synclinal *Vouvant-Saint-Laurs-la Marbrière de la Ville-Dé.*

---

[1] G. MATHIEU, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1204.

La ligne du poudingue et quartzite rouge séricitique de Champdeniers qui représente la bande centrale du synclinal cambrien [1] de Champdeniers (Dalle verte et rhyolite) traverse notre axe synclinal récemment reconnu pour venir se terminer contre le Bassin de Vouvant au Terrier de la Rue. Autrement dit, les deux plis hercyniens à noyau carbonifère dirigés NW-SE *recoupent* un synclinal de Cambrien de la Gâtine orienté presque E-W.

Cette constatation démontre une phase orogénique *post-cambrienne* et *ante-namurienne* en Vendée.

Plis posthumes. — Les lambeaux houillers du Bois Carré de la Gaconnière et du Bois Blanc sont à des cotes supérieures à celles du Charmouthien sous le plateau de la Gaconnière et de la Ville-Dé. Une faille verticale d'effondrement renfonce le Lias au nord du Carbonifère. On reconnaît là une disposition identique à celle de la *Fosse-jurassique* [2] *de Chantonnay*.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les limites des courants aériens dans l'Afrique de l'Ouest.* Note [3] de M. **Henry Hubert.**

Ayant donné l'an dernier [4] les premières coupes de l'atmosphère, sur 10^{km} de hauteur, au-dessus des colonies françaises, je me propose d'ajouter ici quelques indications sur les limites des courants aériens observés, du Nord au Sud, à travers l'Afrique de l'Ouest, en étendant cette fois les renseignements, d'une part, jusqu'à Brazzaville (4°17′ lat. S.); et, d'autre part, jusqu'à Tamanrasset (22°47′ lat. N.), soit, en latitude, sur 3000^{km} environ.

Les nouveaux éléments utilisés dans cette Note sont des coupes journalières et des cartes à différentes altitudes que j'ai établies d'après les sondages effectués en 1935 dans les stations du Service Météorologique Colonial en A. E. F., A. O. F., Togo et Cameroun et par la station de Tamanrasset (Service Météorologique de l'Algérie). On ne trouvera ici qu'une coupe très générale, montrant pour deux mois de l'année, choisis intentionnellement, la répartition la plus fréquente des limites extrêmes des quatre grands courants aériens les plus voisins du sol.

---

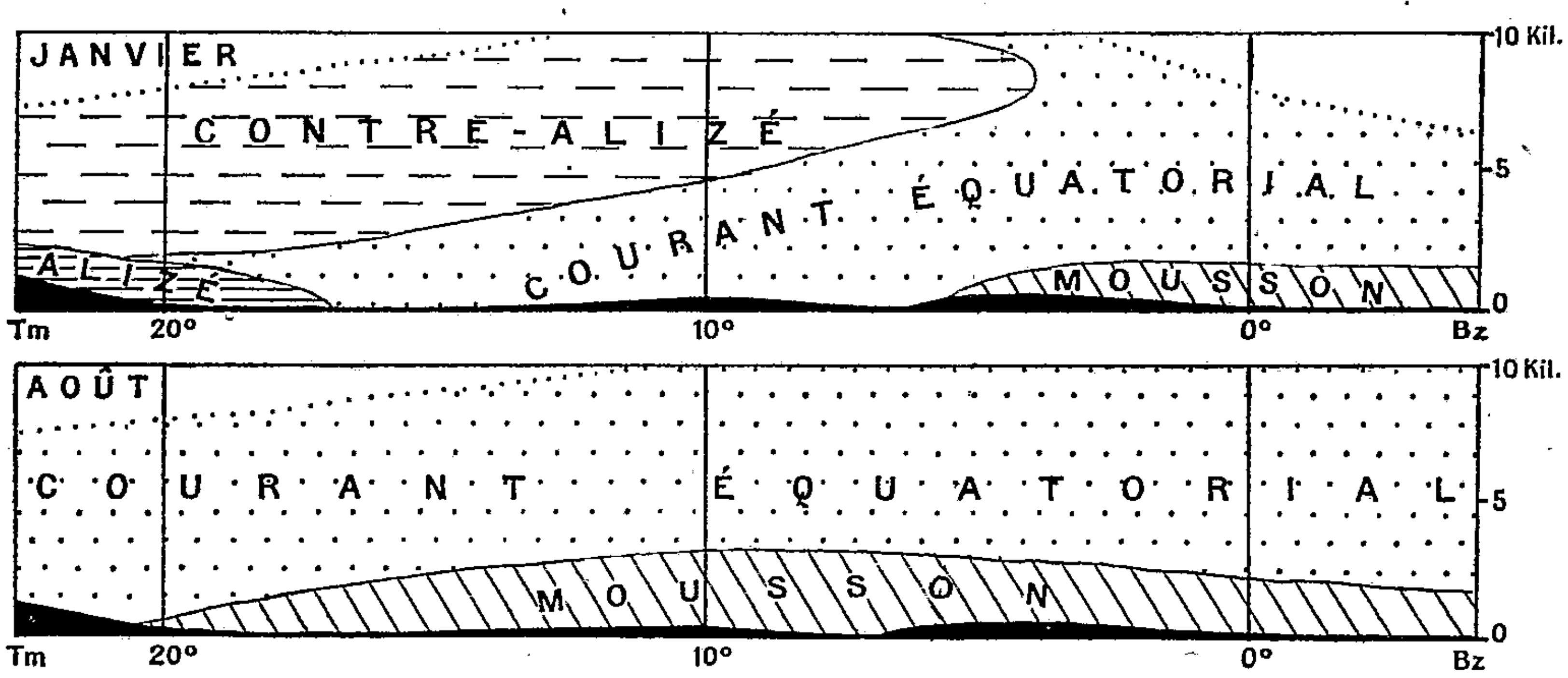
[1] G. Mathieu, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 330.

[2] G. Mathieu, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2202.

[3] Séance du 11 mai 1936.

[4] *Ann. Phys. du Globe de la France d'Outre-Mer*, 7, 1935, p. 21.

a. En janvier, la partie continentale de l'*alizé septentrional* (N à NE), qui fait généralement corps avec la partie atlantique de ce même courant, mais est beaucoup moins développée que celle-ci, a eu sa limite nord comprise entre le 14° latitude N et la Méditerranée, avec une position fré-



quemment voisine du 33ᵉ parallèle (voisine du 27ᵉ parallèle pour janvier 1936). Cette limite correspond souvent à une dorsale de pression avec vents divergents du Nord et du Sud.

La limite méridionale de cet alizé est comprise entre les 4° et 27° latitude N, mais elle est plus généralement voisine du 17ᵉ parallèle. Le plafond de ce courant peut atteindre 4^{km} au-dessus du sol, mais la hauteur de 1500^{m} est rarement dépassée.

En août, l'alizé septentrional, dont l'extension vers le Sud se trouve très diminuée sur l'océan et sur le littoral de la Mauritanie, ne subsiste plus dans l'intérieur du continent, au moins au sud du tropique du Cancer.

b. La *mousson* (S à W), dont les éléments sont empruntés aux filets d'air de l'alizé méridional, existe pratiquement toute l'année au sud du 4° lat. N. Au nord de cette latitude, en janvier, son individualité n'est pas distincte de celle de la brise de mer le long du golfe de Guinée ; malgré l'indécision qui en résulte, on est en droit de considérer que sa limite nord ne dépasse pas alors le 6ᵉ parallèle.

En août, cette limite atteint normalement le 21ᵉ parallèle et peut parvenir exceptionnellement jusqu'au 35ᵉ parallèle. A environ 1200^{km} au sud de cette limite, s'observe la plus grande hauteur moyenne atteinte par le plafond de la mousson (3000^{m} environ, avec comme extrêmes accidentels, localisés, o et 8000^{m}).

c. Le *courant équatorial* (NE à SE, avec E dominant), dont l'*harmattan* soudanais ne représente qu'une petite partie, comme je l'ai montré d'autre part, occupe toute l'année, au sol, le long de la coupe, au nord de la mousson, une étendue de l'ordre d'un millier de kilomètres en latitude. De plus, il est cantonné au-dessus de la mousson, dans les régions où souffle celle-ci. En outre, en hiver, il est surmonté partiellement par le contre-alizé et est superposé à la partie méridionale de l'alizé; il finit au Nord en coin entre ces deux courants. Il peut recouvrir parfois entièrement l'alizé et se retrouver au sol au nord de la zone où souffle celui-ci. En été, il peut atteindre, le long du sol, le 30e parallèle, limite à partir de laquelle se trouve alors d'ordinaire une zone de vent nul ou de vent du sud. Le courant équatorial, dont le plafond dépasse souvent 10000m, là où il n'est pas surmonté par le contre-alizé, est normalement fort plastique par rapport aux courants inférieurs, ses limites étant celles qui lui sont imposées par ces derniers.

d. Le *contre-alizé* (S à W) n'a pas été observé en août 1935 dans la partie d'atmosphère atteinte par les sondages. En janvier 1935, sa limite méridionale s'est parfois traduite par une pointe située aux environs du 4° lat. N. et vers 8000m de hauteur (cette limite s'est étendue notablement plus au Sud et jusqu'à 10000m d'altitude pour décembre 1935). La partie inférieure de ce courant surmonte le courant équatorial, puis l'alizé. Elle atteint parfois le sol dans les régions sahariennes. Les sondages ont reconnu ce courant, en hiver, au moins jusqu'à 8000m à Tamanrasset, et jusqu'à au moins 10000m au sud du 15e parallèle.

Outre les renseignements généraux ci-dessus, certains sondages donnent des renseignements sporadiques sur les vents supérieurs, mais ces renseignements ont été trop peu nombreux en 1935 pour pouvoir faire l'objet de généralisations [1].

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la solubilité des composés tanniques du bois de châtaignier*. Note de M. **Maurice Quendiac**, présentée par M. Marin Molliard.

Un seul dissolvant est insuffisant pour extraire la totalité des tannins de certains végétaux.

---

[1] Les parties figurées en noir sur la coupe ci-contre traduisent le relief du sol entre Tamanrasset (Tm) et Brazzaville (Bz).

Pour le bois de châtaignier épuisé d'abord par l'acétone, l'extrait aqueux contient des composés se présentant sous forme de précipité colloïdal et bloquant les tannins vis-à-vis de l'acétone.

On les a considérés comme constituant une substance adsorbante et, après les « tannins-masses » de Lloyd, E. Michel-Durand a émis l'hypothèse de « tannin-mucilage ».

Observant microchimiquement les effets des différents solvants sur le tissus ligneux du châtaignier, j'ai pu observer que les tannins imprégnant les membranes des éléments du bois âgé résistaient à l'action dissolvante prolongée de l'acétone et au contraire disparaissaient rapidement sous l'action de l'eau chaude. L'action dissolvante de l'alcool s'exerçait également sur ces mêmes tannins imprégnés.

Afin d'éliminer la plus grande quantité possible de composés pectiques qui passent en solution dans les extraits aqueux, j'ai effectué des épuisements sur la sciure de bois de châtaignier par l'acétone pure et par l'alcool à 95-96°. Une première série d'analyses à été faite sur une solution alcoolique obtenue sans extraction préalable par l'acétone.

Deux volumes égaux de cette solution étant évaporés à sec sous pression réduite, les résidus ont été repris l'un par l'eau chaude, l'autre par l'acétone, cette dernière opération étant effectuée à l'ébullition avec réfrigérant ascendant, pendant deux heures.

La presque totalité des tannins dissous par l'alcool ont été retrouvés dans la solution cétonique; le rapport tannins dissous par l'acétone/tannins dissous par l'alcool a toujours été aux environs de 80/100 et a même atteint 88/100.

Des expériences complémentaires ont été faites en exerçant le pouvoir dissolvant de l'acétone sur la solution aqueuse obtenue à partir du résidu alcoolique. Les poids de tannins obtenus ont été un peu plus faibles, mais le rapport ci-dessus s'est maintenu aux environs de 70/100.

Cette diminution n'est pas surprenante si l'on tient compte de la grande oxydabilité des composés tanniques qui a pu s'exercer pendant les manipulations supplémentaires nécessitées par ce dosage.

Une autre série d'expériences a été faite en faisant précéder l'extraction alcoolique d'un épuisement à l'acétone pure.

Rapportées au même poids de sciure que dans la série précédente les quantités de composés tanniques dissoutes dans l'alcool étaient un peu plus faibles, mais les rapports des poids de tannins solubles dans l'acétone aux poids de ces mêmes substances solubles dans l'alcool sont restés constants,

soit dans l'action directe de l'acétone sur le résidu alcoolique (80/100), soit dans son action après dissolution du résidu par l'eau (65 à 70/100).

D'autre part les tannins ont été dosés dans l'acétone qui avait été mise en contact direct avec la sciure. Ces tannins ne sont que partiellement solubles dans l'alcool (40 à 45 pour 100).

Dans tous les cas les poids de substances tanniques dissoutes directement ont toujours été de beaucoup inférieurs à ceux des mêmes substances dissoutes par l'acétone dans l'extrait alcoolique.

Dans une même expérience on a obtenu :

Extrait cétonique (ramené à 100^{cm^3}).

	mg
Tannins solubles dans l'acétone..........................	49,2
Tannins solubles dans l'alcool..........................	22,0

Extrait alcoolique (ramené à 100^{cm^3}).

Tannins solubles dans l'alcool..........................	120,0
Tannins solubles dans l'acétone..........................	96,0

Avec un même poids de sciure, sans traitement préalable à l'acétone, on a eu :

Extrait alcoolique (ramené à 100^{cm^3}).

Tannins solubles dans l'alcool..........................	$136^{mg},0$
Tannins solubles dans l'acétone..........................	$120^{mg},0$

En comparant ces résultats on constate que les tissus épuisés par l'acétone sont susceptibles de livrer à l'alcool une grande quantité de substances tanniques, ce qui laisserait supposer que la substance adsorbante retenant les tannoïdes passerait en solution dans l'alcool. Or les hypothèses jusqu'ici formulées ont toujours considéré cette substance comme devant appartenir au groupe des pento-hexosanes qui sont insolubles ou très peu solubles dans l'alcool à 95°. Il y a donc lieu de remarquer que les tannins qui sont dissous dans l'alcool ne sont pas associés à des matières pectiques ou à des mucilages, mais on pourrait penser que la substance adsorbante est d'une nature différente.

Or l'acétone mis en présence de l'ensemble des composés dissous dans l'alcool enlève à ceux-ci la presque totalité des tannins qui s'y trouvent contenus. Il n'y a pas lieu d'envisager la destruction du complexe hypothétique par la chaleur, car la température d'évaporation de l'alcool n'a pas été supérieure à la températutre d'extraction directe à l'acétone.

On est donc amené à envisager la présence de tannins *libres* qui résisteraient à l'action dissolvante de l'acétone pure dans les tissus végétaux.

La recherche des tannins adsorbés et de la substance adsorbante doit donc être effectuée dans les extraits aqueux obtenus après les épuisements cétonique et alcoolique.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Élaboration par la cellule sécrétrice et phénomènes de sécrétion chez* Primula obconica. Note de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous déduirons quelques conclusions de l'ensemble de nos observations antérieures [1].

Si nous considérons la sécrétion de *Primula obconica* à l'état d'inclusions intra-cytoplasmiques, les recherches de solubilité montrent que celles-ci, bien solubles dans la plupart des solvants utilisés, ne le sont par contre que très lentement dans l'éther ou dans l'acétone. Les observations que nous avons faites nous conduisent à admettre que ces inclusions sont formées de substances de nature différente, entre autres des phytostérols et des saponosides, ces derniers en quantité assez notable. Or l'insolubilité, ou tout au moins une résistance très marquée à la dissolution dans l'éther et l'acétone, est un des principaux caractères du complexe stérol-saponoside, ce qui nous amène à envisager qu'il pourrait constituer une partie importante de la masse des inclusions intra-cytoplasmiques.

Dans la sécrétion extra-cytoplasmique, outre les phytostérols et les saponosides, auxquels il y a vraisemblablement lieu d'attribuer les réactions cutanées provoquées par l'excrétat de *Primula obconica* décrites par plusieurs auteurs, nous avons mis en évidence des graisses neutres ou un mélange de graisses neutres et d'acides gras; c'est à la présence de ces lipides et peut-être aussi à la séparation du saponoside de sa combinaison avec les stérols qu'il faudrait attribuer les modifications des caractères de solubilité de la sécrétion qui hors du cytoplasme devient extrêmement soluble dans les deux solvants précités. La composition de la sécrétion est donc différente de part et d'autre de la limite cytoplasmique périphérique.

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 234, 436 et 1089; *C. R. Soc. Biol.*, 120, 1935, p. 29.

M. et Mme F. Moreau (1), dans leur étude sur la sécrétion dans les poils, de Houblon ont émis, pour expliquer la disparition complète du chondriome dans les cellules sécrétrices, l'hypothèse d'une intervention des lipoïdes dans les phénomènes d'excrétion, les lipoïdes modifiant la perméabilité cytoplasmique et facilitant aux essences et résines la sortie hors de la cellule. Il ne semble pas qu'il en soit ainsi chez *Primula obconica*, mais que des processus particuliers dont nous n'apercevons que les manifestations aient lieu dans la couche cytoplasmique périphérique se traduisant notamment par l'individualisation de lipides à la faveur de laquelle la sécrétion serait émise à l'extérieur. Cette hypothèse pourrait expliquer certains faits décrits par Hanstein et également par Tschirch dont la théorie sur la participation, morphologiquement apparente, de la membrane aux phénomènes d'élaboration de la sécrétion est infirmée par nos observations.

En effet, pendant tout le développement du poil et pendant les processus de sécrétion, la zone sous-cuticulaire de la membrane de la cellule terminale persiste, offre les réactions de la cellulose et reste mince. Et bien que la cellule subterminale offre dans sa région interne des caractères chimiques particuliers rien ne permet d'y trouver une analogie avec la *couche résinogène*; il s'agit de modifications que les techniques de coloration font attribuer à la présence de substances voisines de la cutine, n'ayant qu'un rapport lointain avec les processus de sécrétion et qu'il faut rapprocher des exemples de cutinisation et de subérification de la membrane des cellules sécrétrices signalés par de Bary, Tschirch et Zacharias.

Au cours de la formation de la sécrétion par la cellule on assiste d'une part à la raréfaction du chondriome et à la disparition des chondriocontes, d'autre part à la transformation chimique d'une partie du chondriome. A ce sujet il y a lieu de remarquer que les méthodes d'imprégnations argentiques et osmiques avec action modérée des réactifs ne permettent généralement d'observer presque exclusivement qu'un chondriome court et épais qu'il faut vraisemblablement assimiler, pour quelques stades du moins, aux chondriocontes en évolution.

De ces observations cytologiques et des résultats des recherches microchimiques il ressort que le chondriome jouerait un rôle, au moins passif, dans le phénomène de sécrétion et que ce serait le plus souvent au niveau des vacuoles et avec la participation de la substance lipoïdique du chondriome, que s'élaboreraient les inclusions, complexe de substances hétérogènes où entreraient des lipoïdes.

---

(1) *Rev. Génér. de Bot.*, 34, 1922, p. 193.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la soi-disant dégénérescence de la Navicule bleue* (Navicula fusiformis *Grün.* = N. Ostrearia *Bory*). Note [1] de

M. Gilbert Ranson, présenté par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Il m'a été donné d'observer de vieilles cultures de Diatomées brunes et de constater chez de très nombreux individus la ségrégation des endochromes en grains de diverses dimensions et de formes variées, le plus souvent arrondis. On est convenu de qualifier ce phénomène de dégénérescence granulo-graisseuse; or, si l'on utilise les Algues dans cet état pour ensemencer un nouveau milieu de culture, elles se développent, se reproduisent parfaitement et donnent de nouveau une culture normale. Le terme de dégénérescence paraît donc impropre et l'on devrait plutôt parler de nouvel équilibre morphologique du cytoplasme en rapport avec les conditions spéciales du milieu extérieur.

Ces mêmes particularités peuvent être constatées dans des cultures récentes auxquelles on ajoute certains sels. Dans tous les cas, il est le résultat d'un déséquilibre du milieu par suite d'un excès de l'une des substances ou de l'addition d'un élément exceptionnel. On sait que le cuivre, le fer, le manganèse sont très favorables, voire même indispensables à doses infinitésimales et extrêmement néfastes à doses plus fortes.

J'ai soumis, d'autre part, des Chlorophycées d'eau douce du genre *Ankistrodesmus* à l'action de certains sucres. A la dose utilisée, il est résulté une ségrégation en grains des chloroplastes comme cela a lieu pour les Diatomées de vieilles cultures et même d'une façon plus prononcée encore.

Dans tous ces cas, les granulations en question sont de l'ordre du micron. Si nous observons en masse les Algues dont la structure cytoplasmique est ainsi modifiée, nous n'observons pour ainsi dire pas de changement notable dans la pigmentation. Les *Ankistrodesmus* paraissent seulement d'un vert plus vif; les Diatomées sont toujours brunes, mais seulement avec une petite teinte verdâtre. Au contraire, au microscope en lumière naturelle quelquefois, mais surtout en lumière artificielle, ces granulations de 1^{μ} ou moins, nous apparaissent bleu verdâtre ou même nettement bleues. Il s'agit donc d'une simple apparence; en réalité nous sommes en présence d'un pigment vert allant au vert émeraude.

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

Je possède, en ce moment, une culture unialgale d'une petite Algue dont la dimension est voisine de 1$^{\mu}$ appartenant probablement aux Chlorophycées, Autosporinées. Au grossissement de 900 à 1000, tous les spécialistes qui l'ont vue comme moi, ont dit tout d'abord : « elle est bleue, c'est peut-être une cyanophycée ». Cependant lorsqu'on porte son regard sur la culture extraordinairement dense d'une trentaine de litres se trouvant à côté, on n'a plus de doute : c'est un organisme vert.

C'est un pigment bleu de cet ordre que E. Bachrach a vu et dont elle a parlé dans diverses Notes, dont une très récente (1). Il est à peine besoin de dire que ce qui est constaté, décrit, figuré depuis longtemps chez *Navicula fusiformis* (*ostrearia*) est absolument différent. Chez la Navicule bleue, le contenu cellulaire est parfaitement normal, sans aucune trace de ségrégation cytoplasmique ; nous n'observons pas de rapports morphologiques essentiellement nouveaux au sein du cytoplasme. Le protoplasma des extrémités et souvent celui des parois latérales est coloré d'une façon parfaitement homogène, diffuse, par un véritable pigment bleu, isolé et étudié par Bocat sous le nom de marennine (1907) (2) et moi-même. Tous les auteurs, botanistes et spécialement diatomistes, ayant observé depuis un siècle cette Navicule, sont d'accord pour affirmer qu'il n'existe rien de semblable dans la nature chez les Diatomées et que ce pigment bleu est bien spécial à *Navicula fusiformis Grün.*, dans certaines conditions de nutrition.

E. Bachrach n'a jamais vu un tel pigment bleu chez les autres Diatomées, dans la nature. Au lieu de s'appuyer sur les opinions autorisées des spécialistes, elle fait état d'une affirmation de G. Hinard suivant lequel il existerait d'autres Diatomées bleues que cette Navicule sur les fonds ostréicoles. Or feu Hinard, connaissait peu les Diatomées. Il résumait, à leur sujet les travaux des autres auteurs. Je me suis entretenu avec lui au sujet de cette dernière affirmation. Il a reconnu avoir mal interprété certains passages de mon travail de 1927.

D'autre part les endochromes de la Navicule bleue un peu différents de ceux de la même Algue planctonique n'en sont pas moins homogènes et ne montrent pas le moindre indice de ségrégation ; ils sont bruns. L'hypothèse suivant laquelle « le bleuissement est un signe de dégénérescence, l'indice d'un organisme sénile, malade, mourant, est absolument contraire aux faits les plus élémentaires. Il suffit d'avoir assisté une seule fois au développe-

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 976.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, Paris, 62, 1907, p. 1073.

ment de la Navicule sur les fonds ostréicoles pour s'en convaincre. La cellule normalement planctonique, devient un peu plus longue et plus large dès qu'elle se fixe sur un fond, ou une Algue supérieure, ou une matière organique, dans un état donné, se trouve présente; elle acquiert alors une activité débordante, sécrète un mucilage abondant et une matière organique pigmentée, soluble dans l'eau. Elle se divise avec une rapidité extraordinaire et l'on trouve constamment six frustules doubles sur dix. Il suffit que les conditions ne soient plus propices pour que, l'activité se ralentissant, la Navicule ne sécrète plus de mucilage la retenant fixée au sol et reprenne progressivement ses caractères de Diatomée brune; entraînée par les courants elle redevient alors immédiatement planctonique, comme il m'a été donné de le constater en 1926, en pleine mer, sur plusieurs ares de surface, dans la zone de balancement des marées de la région de Marennes. La Navicule bleue est tout l'opposé d'une Algue qui se meurt.

BACTÉRIOLOGIE DES SOLS. — *La* fatigue *des sols. Cause et remèdes.* Note [1] de MM. **Albert Demolon** et **Antoine Dunez**, présentée par M. Émile Schribaux.

Dans nos précédentes recherches, nous avons mis en évidence le rôle du bactériophage du *B. radicicola* dans la fatigue des sols [2]. Nos observations ont été récemment vérifiées et confirmées par Arnaudi et Castellani [3]. En 1935, dans une série d'expériences culturales que nous exposerons ailleurs en détail, nous avons contrôlé la valeur pratique de nos conclusions antérieures.

Le bactériophage du B. radic. *dans ses rapports avec la fatigue.* — L'apparition du bactériophage dans les luzernières peut faire l'objet d'un diagnostic rapide, grâce à l'examen microscopique de frottis sur lame de jeunes nodosités. On constate, dans ce cas, une dégénérescence granulaire précoce des bactéroïdes. Ce test est particulièrement utile pour différencier la fatigue proprement dite des phénomènes d'origine cryptogamique ou parasitaire.

La luzerne implantée dans un sol peut poursuivre sa végétation en présence du bactériophage, mais toute production de nodosités cesse bientôt dans ces conditions; la plante se comporte alors comme une *non légumineuse*

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1344, et **199**, 1934, p. 1257.

(3) *Boll. del. Sez. Ital.*, **4**, 1934, p. 317-321.

utilisant l'azote du sol; sa vigueur et sa productivité sont toujours diminuées. C'est ce que montrent les résultats suivants relatifs à une luzernière semée en 1934 dont une partie manifesta la fatigue dès 1935.

Champ d'expérience de la Lanterne (graines non inoculées).

Kilogrammes par hectare.	Partie normale. 1934. 3 coupes.	Partie normale. 1935. 4 coupes.	Partie fatiguée. 1934. 3 coupes.	Partie fatiguée. 1935. 4 coupes.
Matière sèche récoltée	5700	10610	5700	6900
Poids des racines	600	2100	600	980
Azote dans la récolte totale (partie aérienne et racines)	229	371	229	239

En définitive la symbiose bactérienne représente un phénomène qui tend à disparaître spontanément, en même temps qu'apparaît la fatigue. C'est là un fait important au point de vue biologique et agronomique; il doit être rapproché des constatations déjà faites par P. Dangeard (1) sur les phénomènes de phagocytose dans les tubercules.

On peut se demander quels sont les facteurs dont dépend l'intensité des phénomènes bactériophagiques dans les conditions naturelles. A cet effet nous avons comparé quatorze variétés de luzerne cultivées côte à côte à Versailles (2), dont la résistance à la fatigue, en troisième année, se montrait très différente. Les cinq provenances suivantes : Russie d'Europe, Turkestan, États-Unis, Cap et Argentine, en voie de disparition totale, étaient aussi les plus riches en bactériophage; l'extrait de racines examiné suivant la technique que nous avons précisée, assurait, dès le 3e passage, une lyse totale sans culture secondaire. Au contraire, une luzerne provenant de Seine-et-Oise, qui s'était maintenue en bon état, ne renfermait que des traces de bactériophage. D'une façon générale, nous avons noté qu'il y a un parallélisme entre le degré de fatigue et la teneur en bactériophage de la plante.

Cette même expérience nous a permis de constater l'identité de comportement des bactériophages provenant des diverses variétés de luzerne cultivées *dans le même sol*, à la condition que ceux-ci aient été préalablement amenés, par un nombre suffisant de passages, à leur maximum de

(1) *Recherches sur les tubercules radicaux des légumineuses* (*Le Botaniste*, 16e série, 1926, p. 173).

(2) Voir ALABOURETTE et MÉNERET, *Ann. Agron.*, 3, 1936, p. 407.

virulence. C'est donc uniquement l'aptitude à la multiplication du bactériophage dans la plante qui différencie les variétés de luzerne cultivées côte à côte. Par contre, les bactériophages provenant de régions différentes varient dans leur activité lytique; celle-ci s'est montrée maxima pour les régions méridionales.

En ce qui concerne le *B. radicicola*, certaines de nos souches sont extrêmement sensibles à la lyse bactériophagique; d'autres le sont devenues au bout d'un certain temps de culture. Par contre, nous avons pu isoler des régions septentrionales quelques races individuelles présentant une résistance considérablement accrue et douées d'une excellente activité symbiotique.

Rôle de l'inoculation des graines. — La première condition, pour qu'une terre fatiguée redevienne propre à la culture de la légumineuse, est l'élimination totale du bactériophage présent dans le sol ou dans les débris de racines. Cette disparition par voie spontanée est plus rapide dans les terres légères et perméables que dans les limons argileux; l'irrigation l'accélère; quant aux façons culturales habituelles, leur action est moins efficace, d'où la nécessité d'un délai suffisant.

D'autre part, l'ensemble des expériences que nous avons effectuées sur le rôle de l'inoculation des graines, dans les conditions de la pratique culturale, conduit aux conclusions suivantes :

1° l'inoculation effectuée avec des cultures polyvalentes résistantes à la lyse, permet de retarder l'apparition de la fatigue et de maintenir plus longtemps la luzerne au maximum de sa productivité. Elle n'a que peu modifié la teneur en azote de la matière sèche récoltée (moyenne de 50 déterminations 3,74 pour 100 contre 3,61 pour les témoins); aussi, l'augmentation des matières azotées obtenue est-elle directement liée à l'accroissement du rendement;

2° l'inoculation des graines permet de réussir la culture de la luzerne en diverses régions où elle avait été abandonnée, en raison d'échecs répétés dus à la disparition du *B. radicicola* du milieu. Cette disparition, imputée souvent à tort à l'acidification du milieu, est d'origine bactériophagique;

3° enfin, en nous affranchissant de la réinfection spontanée du milieu, l'inoculation permet de diminuer considérablement l'intervalle de temps généralement considéré comme nécessaire au retour de la luzerne sur le même sol. Cet intervalle peut être réduit au temps nécessaire à la disparition du bactériophage dans le sol.

CYTOPHYSIOLOGIE. — *Sur le rôle du cytoplasme du gamète mâle dans le phénomène de la fécondation.* Note de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Si nos connaissances sur le rôle du noyau du gamète mâle dans la fécondation ont fait de très grands progrès, le rôle du cytoplasme de ce gamète est encore peu connu. Nous avons pu observer, chez les Champignons, trois étapes de la fécondation dont l'étude apporte quelques clartés sur le rôle du cytoplasme mâle. La première étape était réalisée chez *Nadsonia fulvescens*, les deux étapes suivantes chez *Pythium* de *Baryanum*.

Première étape. — Le gamète mâle de *Nadsonia*, étant encore engagé dans le canal de copulation, a déjà déversé la plus grande partie de sa masse dans le gamète femelle. L'action du leucodérivé du bleu de Nil permet de distinguer les deux cytoplasmes en contact; le cytoplasme mâle coloré en vert bleuâtre se détache nettement du cytoplasme femelle coloré en vert clair. Ainsi, lorsque le gamète mâle pénètre dans le gamète femelle son cytoplasme a conservé le caractère sexuel physico-chimique qu'exprime la première loi de sexualisation (pouvoir oxydant plus élevé).

Deuxième et troisième étapes. — Elles sont représentées chez *Pythium;* le gamète mâle a pénétré dans l'oosphère. A la deuxième étape, les noyaux, mâle et femelle, sont encore éloignés l'un de l'autre. A la troisième étape, ils viennent d'opérer leur fusion. Dans l'un et l'autre cas, ni l'action du leucodérivé du bleu de méthylène, ni l'action du leucodérivé du bleu de méthyle ne permettent de distinguer, dans l'œuf, le cytoplasme d'origine mâle du cytoplasme femelle.

On sait que chez les deux espèces étudiées, à la phase de rapprochement des gamètes, la sexualisation du chondriome est nette [1]. Ce caractère persiste aux trois étapes de la fécondation. Lors de la première étape, chez *Nadsonia*, par l'action du leucodérivé du bleu de Nil, le chondriome mâle se présente sous la forme de baguettes colorées en bleu qui se détachent nettement sur le fond cytoplasmique mâle. Les chondriocontes femelles sont plus grêles et colorés en vert. A la deuxième étape, chez *Pythium*, par l'action du leucodérivé du bleu de méthylène, ou par l'action du leucodérivé du bleu de méthyle, on distingue nettement les chondriocontes mâles, plus trapus, colorés en bleu et placés autour du noyau mâle, des

---

[1] Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 894, et 198, 1934, p. 1071.

chondriocontes femelles, plus grêles et moins colorés. A la troisième étape, les chondriosomes mâles et femelles sont devenus granuleux, la différence sexuelle morphologique est atténuée, mais il est encore possible, par l'un ou l'autre des deux réactifs indiqués, de distinguer, parmi les mitochondries disséminées dans la masse cytoplasmique de l'œuf, des grains un peu plus gros et surtout plus colorés, ce sont les chondriosomes mâles. Ainsi, les méthodes utilisées ne permettent la distinction des cytoplasmes mâle et femelle qu'à la première étape de la fécondation, mais elles montrent que la sexualisation du chondriome persiste pendant la fécondation jusqu'à la troisième étape du phénomène.

De cette étude se dégagent deux *conclusions* : 1° *le cytoplasme mâle qui pénètre dans le gamète femelle a conservé ses qualités sexuelles physico-chimiques*; 2° *le gamète femelle reçoit, par la fécondation, un élément catalyseur* (*chondriome mâle*) *dont la puissance d'oxydation est plus élevée que celle de son chondriome propre.*

Nous ignorons le degré de généralité de la 1re conclusion, mais, pour les raisons suivantes la 2e conclusion semble avoir une portée générale. Cette proposition repose en effet sur trois constatations : 1° la pénétration du chondriome mâle; 2° le caractère de sexualisation du chondriome, 3° le pouvoir de catalyse du chondriome. Chacun de ces trois faits présente une certaine généralité : 1° la pénétration du chondriome mâle dans le gamète femelle a déjà été mise en évidence par Meves qui lui attribue un caractère général; 2° la sexualisation du chondriome existe chez les Sporozoaires, les Algues, les Champignons et, d'après les résultats de recherches en cours, chez les Prêles; elle a un caractère général; 3° le pouvoir de catalyse d'oxydo-réductions du chondriome présente une très grande généralité [1].

Parmi les qualités physicochimiques nouvelles que peut apporter le cytoplasme mâle dans la fécondation, celle qui est donnée par le chondriome mâle est importante. La pénétration d'un catalyseur à pouvoir oxydant plus élevé dans la masse cytoplasmique femelle est un des facteurs qui interviennent dans les modifications de métabolisme dont l'œuf est le siège après la fécondation. Un deuxième facteur de ces modifications est certainement la réorganisation cellulaire qu'entraîne la pénétration du gamète mâle. Nous avons insisté ailleurs sur l'importance du facteur organisation dans la respiration intracellulaire [1].

Puisque, d'après Rumström et Örström, en ce qui concerne le système

(1) *Protoplasma*, 23, 1935, p. 50.

déshydrogénases et leurs coferments et le système oxydase-cytochrome, l'œuf fécondé et l'œuf vierge ne présentent aucune différence, c'est dans l'apport des deux facteurs indiqués plus haut qu'il faut chercher les causes de la modification du métabolisme.

PHYSIOLOGIE. — *Influence du déséquilibre alimentaire sur le quotient respiratoire et le métabolisme de base du Pigeon.* Note de MM. **Raoul Lecoq** et **Joseph M. Joly**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

On sait que, du point de vue nutritif, les substances d'un même groupe (glucidique, protidique ou lipidique) sont loin d'être équivalentes. Les divers hexoses : glucose, lévulose et galactose, par exemple, ne peuvent être remplacés impunément l'un par l'autre, dans une ration satisfaisante par ailleurs quant aux autres constituants. Des proportions de 35, 66, 80 et 84 pour 100 de glucose, introduites dans des régimes artificiels convenablement établis, se montrent toujours parfaitement utilisées par l'organisme du pigeon, un large excès de vitamines B, sous forme de levure de bière, pouvant être ajouté sans inconvénient. L'équilibre alimentaire de la ration n'apparaît plus aussi satisfaisant quand le glucide employé est le lévulose ou le galactose. Un équilibre strict se trouve réalisé cependant avec 66 pour 100 de lévulose et 35 pour 100 de galactose, mais uniquement avec addition d'une dose optima de levure. Des proportions supérieures de galactose (66 pour 100 par exemple), ou de lévulose (80 à 84 pour 100) entraînent la production d'un déséquilibre alimentaire se traduisant par la production plus ou moins rapide de crises polynévritiques, malgré l'addition de doses élevées de levure de bière, la mort des sujets survenant peu après ([1]). Ces crises, analogues à celles qu'on observe dans l'avitaminose B, paraissent dues à l'accumulation d'acide lactique dans les tissus ([2]). Il nous a semblé que celle-ci devait, normalement, entraîner un trouble des combustions musculaires et s'accompagner par conséquent de modifications dans les échanges respiratoires. Pour nous en rendre compte, nous avons poursuivi systématiquement la détermination du quotient respiratoire et du métabolisme de base des pigeons recevant des régimes déséquilibrés à base de

([1]) Mme L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1068; R. Lecoq, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 807; 197, 1933, p. 1155; *C. R. Soc. Biol.*, 121, 1936, p. 226.

([2]) R. Lecoq, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1304.

galactose et de lévulose, additionnés de doses variées de levure de bière. A cet effet, nous avons utilisé la méthode en circuit fermé que nous préconisons pour les études de nutrition sur le pigeon adulte, laquelle tient compte à la fois du poids et de la surface dans le calcul du métabolisme de base ([1]). Toutes les déterminations furent répétées chaque jour sur l'animal à jeun; celui-ci recevait ensuite sa ration, par gavage, à la dose quotidienne de 20^g, de l'eau étant donnée, en outre, à volonté.

Nous avons opposé au régime à 66 pour 100 de galactose, fortement déséquilibré, entraînant la mort des sujets d'expérience en 6 à 8 jours, malgré l'addition de $0^g,50$; 1^g; 2^g et 4^g de levure par jour, un régime à 66 pour 100 de glucose bien équilibré, que complétait d'ailleurs parfaitement une simple addition de $0^g,50$ de levure. Le régime à 80 pour 100 de lévulose fut suivi parallèlement, avec des additions de $0^g,50$; 1^g; 2^g et 4^g de levure, comme plus haut; occasionnellement, nous y avons joint l'épreuve faite avec le régime à 84 pour 100 de lévulose, additionné quotidiennement de 2^g de levure. Les fortes additions de levure restaient suivies, dans le cas des régimes au lévulose, de survies encore appréciables (déséquilibre atténué). Nous nous bornerons à enregistrer ci-après les résultats extrêmes :

		Poids			Quotient respiratoire			Métabolisme de base		
Régimes.	Survies.	début.	fin.	variations.	début.	fin.	variations.	début.	fin.	variations.
Galactose 66 °/₀ :				%			%			%
sans levure	7 jours	380	271	−28	0,79	0,68	−14	12,67	17,58	+38
$+0^g,50$ de levure ...	6 »	396	327	−17	0,82	0,67	−16	11,99	14,74	+22
$+1^g$ » ...	8 »	390	325	−16	0,77	0,70	− 9	12,41	15,71	+26
$+2^g$ » ...	6 »	288	240	−16	0,75	0,69	− 8	17,59	22,83	+29
$+2^g$ » ...	6 »	410	351	−14	0,79	0,71	−11	11,59	13,65	+17
$+4^g$ » ...	6 »	336	252	−24	0,79	0,68	−13	15,66	21,34	+36
Glucose 66 °/₀ :										
sans levure	16 jours	338	317	− 6	0,75	0,68	− 9	13,56	15,67	+16
$+0^g,50$ de levure ...	>4 mois	324	325	0	0,75	0,76	+ 1	16,36	16,15	− 1
Lévulose 80 °/₀ :										
sans levure	19 jours	285	215	−24	0,82	0,68	−17	18,30	23,37	+27
$+0^g,50$ de levure ...	23 »	302	253	−16	0,82	0,69	−15	18,12	23,26	+28
$+1^g$ » ...	24 »	368	270	−27	0,78	0,68	−12	12,95	18,37	+41
$+2^g$ » ...	141 »	335	250	−25	0,77	0,70	− 9	15,10	20,85	+38
$+4^g$ » ...	69 »	370	285	−22	0,78	0,71	− 8	12,62	17,28	+36
Lévulose 84 °/₀ :										
$+2^{gr}$ de levure	82 jours	318	267	−16	0,81	0,69	−14	16,55	20,29	+22

([1]) R. Lecoq et J.-M. Joly, *C. R. Soc. Biol.*, 122, 1936, p. 193.

Précisons que nous nous trouvions provoquer, en l'absence de levure, une avitaminose B : pure, dans le cas du glucose, et plus ou moins compliquée de déséquilibre, dans le cas du galactose et du lévulose.

Conclusions. — 1° Nous avons trouvé, au début des expériences, chez tous nos pigeons (préalablement soumis à un régime de graines) des quotients respiratoires variant de 0,75 à 0,82, chiffres comparables à ceux que Magne et Simonnet avaient obtenus précédemment par une autre méthode (¹).

2° En l'absence de toute addition de vitamines B, les régimes à base des différents hexoses (glucose, galactose et lévulose) entraînent tous, plus ou moins rapidement, une chute du quotient respiratoire et une augmentation du métabolisme de base, celui-ci étant calculé en tenant compte du poids et de la surface de l'animal.

3° En présence de vitamines B, alors que le régime au glucose permet un bon entretien des pigeons, on observe avec les régimes au galactose et au lévulose, producteurs de déséquilibre alimentaire, des modifications des échanges respiratoires analogues à celles qu'on observe dans l'avitaminose B simple et même, semble-t-il, une exagération plus grande du métabolisme de base.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *L'électrisation superficielle, caractère spécifique des microorganismes.* Note (²) de Mlle **N. Choucroun**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que l'électrophorèse consiste dans le transport, le long d'un champ électrique, de particules en suspension dans un liquide ionisant, tel qu'une solution aqueuse. Ce transport révèle l'électrisation de la particule; le sens du transport en donne le signe, et la vitesse par rapport au liquide en mesure l'importance (proportionnelle au moment électrique superficiel de la particule). Tout ceci pourvu qu'on sache tenir compte des mouvements du liquide dus à l'osmose électrique et au reflux qui en résulte.

Je rappelle que j'ai réalisé des conditions où le liquide demeure invariable malgré l'emploi d'un champ élevé, les ions provenant des réactions secondaires qui accompagnent l'électrolyse, demeurant au voisinage des

(¹) H. Magne et H. Simonnet. *Bull. Soc. Chim. biol.*, 4, 1922, p. 419.

(²) Séance du 11 mai 1936.

électrodes, dans une région de grande conductibilité relative, donc de champ relatif faible, où ils progressent lentement ([1]).

J'ai montré de plus comment ([2]), dans le dispositif particulier adapté à l'observation microscopique (liquide enfermé dans une cuve plane à faces parallèles, on peut déterminer avec précision et simplement, la vitesse vraie de la particule par rapport au liquide, en mesurant sa vitesse *apparente* dans le plan bien défini où le liquide a une vitesse nulle; comment de plus, la mesure de cette vitesse dans le plan médian donne alors la vitesse propre du liquide le long des faces de la cuve, qui nous renseigne sur l'électrisation prise par la paroi au contact du liquide interparticulaire.

Alors que des particules d'une même substance inerte (gomme-gutte par exemple) ont toutes des électrisations égales avec mêmes mobilités dans le champ électrique, j'ai tout de suite constaté de grandes différences individuelles entre les mobilités des bacilles d'une même culture. Ce caractère se traduit par une *répartition statistique des mobilités* (c'est-à-dire des électrisations), représentée par une courbe analogue à celle de Gauss, avec une précision d'autant plus grande que la statistique porte sur un nombre plus grand de bacilles (100 déterminations suffisent pratiquement).

Si n est le nombre total des bacilles par unité de volume, le nombre de bacilles ayant une vitesse comprise entre v et $v + dv$, qui viennent frapper l'unité de surface normale au champ dans l'unité de temps, est une certaine fonction $nvf(v)\,dv$ telle que son intégrale donne, à un facteur près, le nombre total N de bacilles de toutes vitesses ayant traversé le bord dans l'unité de temps. Le nombre de bacilles observés est proportionnel à ce nombre N.

Pour avoir une statistique correcte, on pointe le premier bacille traversant dans la direction du champ le bord du quadrillage du micromètre oculaire, à partir du moment où l'on est prêt à faire une mesure.

On construit alors la courbe intégrale en portant en abscisse les vitesses (par ordre décroissant, par exemple), et en ordonnée le nombre total de bacilles ayant une vitesse supérieure à la vitesse considérée. Cette courbe en escalier donne l'*allure* de la répartition; et sa courbe dérivée ou *courbe de répartition* des bacilles selon leur vitesse, caractérise l'émulsion. La position de cette courbe sur l'axe, sa largeur et sa hauteur en sont, comme pour une bande d'absorption dans un spectre, les caractères importants.

([1]) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 777.

([2]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 36.

Il arrive que la courbe de répartition s'écarte de la forme classique par des anomalies qui suggèrent l'existence de groupes constituant par leur mélange l'espèce étudiée.

Néanmoins j'ai constaté que deux groupes mélangés ne superposent pas simplement leurs courbes de répartition. En effet les émulsions faites à partir de cultures de deux variétés de bacilles tuberculeux, à courbes de répartition très différentes, ont été mélangées, et j'ai constaté pour l'ensemble une courbe de répartition très différente de la courbe théoriquement prévue (grâce à un calcul de Francis Perrin) en admettant que les deux espèces subsistent dans le mélange avec leurs électrisations. Il y a donc eu modification réciproque des électrisations des deux variétés de bacilles. Probablement parce que le milieu interbacillaire n'est plus le même que pour chacune des espèces mélangées, comme le montre l'électrisation (mesurée) que prend la paroi de verre de la cuve dans chacun des deux milieux et dans leur mélange.

Ce résultat est d'autant plus curieux que la bactérie semble défendre son électrisation contre les agents minéraux (tels que sels polyvalents) qui agissent le plus facilement sur l'électrisation des substances inertes.

Il faut donc attribuer la modification réciproque observée dans l'électrisation à des substances *actives* engendrées par les bacilles eux-mêmes au cours de leur métabolisme. Et nous devons alors penser qu'au sein d'une même culture, les populations de bacilles ayant des *hérédités* différentes, réagissent les uns sur les autres, en quelque sorte élastiquement, en modifiant des électrisations qui pourront reprendre des valeurs spécifiques quand on séparera ces populations.

Cette action se superposerait à l'*influence du milieu* que j'ai observée sur les cultures faites à partir d'une même souche, (et pour 17 souches différentes, préparées dans le laboratoire de M. Bocquet) d'une part sur milieu à l'œuf, d'autre part sur pomme de terre glycérinée, et qui donnent des courbes de répartitions différentes, plus ou moins étalées sur l'axe des mobilités.

Chacun des deux milieux, en favorisant ou en entravant le développement de certaines populations, imposerait à la culture une certaine répartition des électrisations. Sans agir aucunement sur les propriétés *héréditaires*, dans le cas des *lignées pures* que j'ai réussi à mettre en évidence en séparant par le champ électrique les bacilles d'une même émulsion et en les cultivant.

Ainsi l'électrisation superficielle de la bactérie, liée sans doute à son

métabolisme interne, apparaîtra comme un *caractère spécifique* de l'espèce. Nous aurons par là un moyen commode et *rapide* de saisir ou de suivre, en dehors des tests biologiques, les modifications spontanées ou provoquées des espèces bactériennes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les modifications du rôle de l'acide ascorbique, comme activateur de la catepsine hépatique, sous l'influence des métaux ajoutés soit sous forme ionisable, soit faisant partie de complexes dérivés de la vitamine* C. Note de M. **André Badinand**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

D'après v. Euler, Karrer et Zehender, l'acide ascorbique active la catepsine du foie au même titre que certains corps sulfurés et cette activation, étudiée aussi vis-à-vis d'autres protéases par Maschmann et Helmert et par Purr, est renforcée par addition d'ions fer^{II}, fer^{III} et calcium et annihilée par les ions $cuivre^{II}$.

Nous avons recherché si d'autres ions métalliques agissent de la même façon et comparé l'action des métaux suivant qu'on les introduit à l'état ionisable ou faisant partie des complexes organométalliques solubles dérivés de l'acide ascorbique ou de son premier produit d'oxydation réversible (acide déshydrascorbique), qu'ont préparés et étudiés, quant à certaines de leurs activités biologiques, Arloing, Morel et Fosserand [1], qui nous les ont remis pour notre étude.

Notre catepsine hépatique a été débarrassée de ses activateurs naturels, suivant la technique de Waldschmidt-Leitz et Grassman et nous avons determiné, comme v. Euler et ses collaborateurs, son action hydrolysante sur la gélatine. Nous donnons les valeurs, en centimètres cubes à $+ 20°$ et sous 740^{mm}, pour des prélèvements de 5^{cm^3}, de l'azote aminé (van Slyke) libéré par protéolyse après 24 heures dans le milieu réactionnel : 25^{cm^3} d'un mélange tamponné d'extrait glycériné de catepsine inactivée et de solution de gélatine, auquel est ajouté ou non l'activateur.

---

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 456, et 745, et 202, 1936, p. 598.

Activateurs.		Azote aminé libéré.
Néant		0,15
Acide déhydrascorbique (5^{mg})		0,17
Acide ascorbique (5^{mg}) + sel métallique (10^{mg})		–
»	+ néant	0,60
»	+ sulfate ferreux	0,90
»	+ chlorure ferrique	0,90
»	+ sulfate de zinc	0,85
»	+ acétate de calcium	0,75
»	+ chlorure de baryum	0,63
»	+ sulfate de magnésium	0,63
»	+ acétate de plomb	0,62
»	+ chlorure de titane	0,58
»	+ acétate de cuivre	0,14

L'amplification de l'activation reste la même si des proportions identiques de ces sels sont ajoutées à des quatités plus grandes d'acide ascorbique, soit 10 et 15^{mg} au lieu de 5^{mg}.

Activateurs.			Azote aminé libéré.
Néant			0,15
Acide déhydrascorbique (5^{mg})			0,17
Acide ascorbique (5^{mg})			
+ complexe (5^{mg})			–
+ néant			0,60
+ ascorbique ferrososodique			0,77
+ »	titanosodique		0,70
+ déhydrascorbique	ferricocalcique		1,00
+ »	ferricozincosodique		0,90
+ »	ferricoplombosodique		0,90
+ »	ferricozincoplombosodique		0,88
+ »	titanosodique		0,88
+ »	ferricomagnésien		0,82
+ »	ferricosodique		0,82
+ »	ferricobarytosodique		0,80
+ »	titaniplombosodique		0,75
+ »	cupriplombosodique	0,70, 0,65,	0,70
+ »	cupribarytosodique	0,65, 0,65,	0,65

Conclusions. — Le zinc, ajouté sous forme ionisable amplifie, aussi bien que le fer ou le calcium, l'action activante de l'acide ascorbique. Le baryum, le magnésium, le plomb, le titane, sous cette forme, ne l'amplifient pas. Pour le fer, le zinc, le plomb, le titane, le cuivre, à l'état de

complexes ascorbiques ou déshydrascorbiques, il y a une amplification analogue ou légèrement plus grande que lorsqu'ils sont introduits à l'état d'ions, de même pour le calcium, le baryum et le magnésium, lorsqu'ils leur sont associés dans ces complexes.

Tandis que le cuivre, sous forme ionisable, inhibe toute activation, à l'état de générateur de complexes déhydrascorbiques, il ne l'empêche pas.

La constatation *in vitro* du pouvoir amplifiant du zinc, sous les deux formes, peut servir à l'interprétation, tout au moins partielle, du rôle biologique de ce métal et de sa synergie avec les vitamines démontrés *in vivo* par G. Bertrand (1).

SÉROLOGIE. — *Pluralité des zones de floculation et de gélification sériques.* Note (2) de Mlle **Irène Kopaczewska** et M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Dès le début de nos recherches sur la gélification sérique par les acides, nous avons signalé deux faits suivants : 1° la gélification précède immédiatement la floculation micellaire visible; 2° les gels, primitivement transparents, se troublent peu à peu (3). Or, la floculation colloïdale étant un phénomène périodique, d'après les recherches de E. Duclaux, Spring, Billiter et autres, il était logique de supposer également une allure périodique à la gélification en fonction de la concentration de l'agent gélifiant. L'expérience démontre la réalité de cette supposition.

Technique expérimentale. — Nous avons étudié l'action de l'acide chlorhydrique et de la soude caustique sur le sérum humain présumé normal préalablement concentré à froid, dans le vide, de façon à ce que cette concentration soit finalement de 100 pour 100, après addition de NaOH(0,01 M à 8,0 M) ou d'HCl (6,0 M). La récolte, la composition du sérum humain et les conditions expérimentales de la gélification ont été déjà décrites (4). Nous avons fait, en outre, la détermination du pH^+ de nos mélanges à l'aide des disques colorés de Hellige (indicateur universel, puis, pour plus de précision, pourpre de bromo-crésol, tropéoline O et rouge de phénol) et du degré d'opacité, destiné à fixer les limites des zones floculantes au moyen du colorimètre de Buerker, transformé en néphélémètre pour la circonstance. Toutes ces opérations ont eu lieu à 20°C.

---

(1) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 17, 1935, p. 1137, et 18, 1936, p. 213.

(2) Séance du 20 avril 1936.

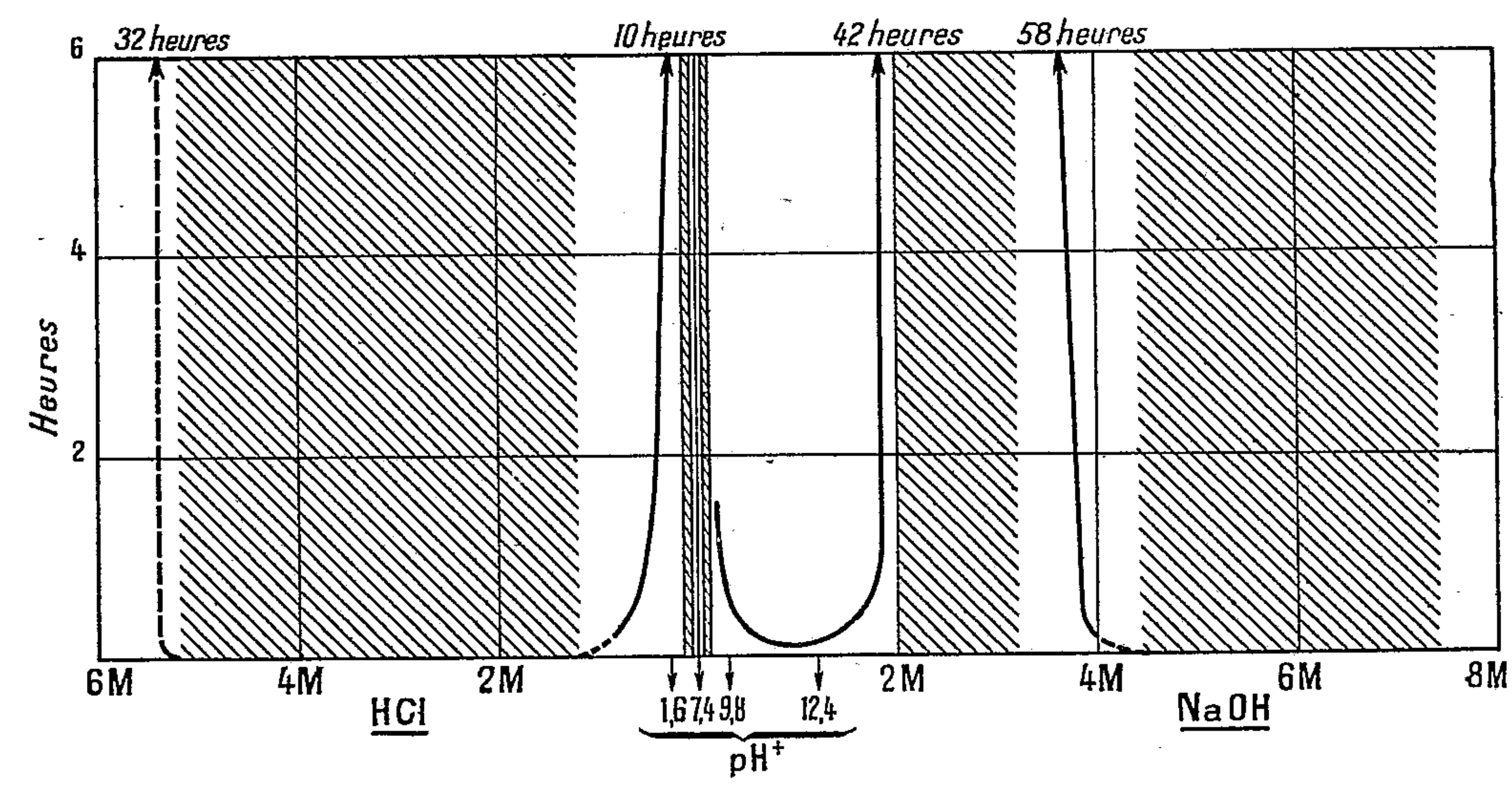
(3) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1271, et 200, 1935, p. 266.

(4) I. Kopaczewska, W. Kopaczewski et S. Marczewski, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1212.

Les *résultats*, que nous résumons sous forme schématisée, dans la figure ci-dessous, se rapportent aux conditions expérimentales précisées ci-dessus; ils sont nettement différents lorsque l'on opère avec du sérum plus concentré ou plus dilué, ou bien si l'on utilise des agents gélifiants à des concentrations différentes.

Ajoutons à ces données quelques observations complémentaires :

1° A partir de la concentration moléculaire finale 1,6 et jusqu'à 5,4, l'*acide chlorhydrique* provoque une floculation sérique instantanée, massive, irréversible et d'aspect gélatineux (coagélation), à laquelle fait suite immédiatement une synérèse. Au delà de ces concentrations, la floculation disparaît par agitation; elle est alors suivie d'une gélification; tou-



Zones de floculation et de gélification du sérum en fonction du pH+.

tefois, cette gélification est de beaucoup plus rapide dans la zone des concentrations faibles que dans le cas opposé. Les gels formés, transparents au début, se troublent progressivement; ils ne se liquifient pas, même au bout de 15 jours. A partir de la concentration finale 0,1 M, une nouvelle bande de floculation apparaît, mais elle n'est pas suivie d'une zone nouvelle de gélification.

2° Avec de la *soude caustique*, on constate l'existence d'une large zone de floculation instantanée, massive, gélatineuse et irréversible (coagélation), suivie d'une rapide syncrèse; cette zone couvre les concentrations moléculaires finales 4,4 à 7,4. De deux côtés de cette zone, la floculation

disparaît par agitation. Cette disparition est de beaucoup plus lente dans la zone des concentrations fortes et dure plusieurs jours; une fois cette floculation disparue, le liquide, transparent et d'une parfaite fluidité, se gélifie rapidement en présence des concentrations faibles, tandis que les doses fortes ne font apparaître, peu à peu, qu'un trouble léger et un épaississement progressif. Cette zone de floculation gélatineuse est précédée des deux autres, s'étendant l'une, moins large, de 2,0 M à 3,2 M, et l'autre, très étroite, coïncidant avec des concentrations moléculaires finales allant de 0,06 à 0,16. Entre ces deux zones on gélifie le sérum par la soude, mais l'allure de la courbe obtenue diffère de celle produite par l'acide chlorhydrique : elle est asymptotique aux zones de floculation qui la bordent; elle présente un optimum pour la concentration finale 1,0 M; bien plus, la gélification est, dans cette zone, spontanément réversible (*loc. cit.*); la liquéfaction débute par les concentrations faibles de la soude caustique.

Conclusions. — L'action de l'acide chlorhydrique et de la soude caustique sur du sérum humain, présumé normal, se traduit par l'apparition de cinq zones de floculation entre lesquelles s'intercalent cinq zones de gélification.

TUBERCULOSE. — *Pleurésie séro-fibrineuse expérimentale par inoculation intra-péritonéale de bacilles tuberculeux bovins du type dysgonique lisse.* Note de MM. **Alfred Boquet** et **Roger Laporte**, présentée par M. Félix Mesnil.

Lorsqu'ils sont inoculés à très petite dose par la voie péritonéale, les bacilles bovins du type dysgonique lisse, récemment isolés et très virulents, déterminent chez le cobaye le développement de granulations sur la séreuse, une épiploïte caséeuse et des altérations viscérales, nodulaires ou diffuses, qui s'étendent progressivement, se généralisent et amènent la mort en plusieurs semaines ou plusieurs mois.

L'infection produite par l'inoculation de fortes doses des mêmes germes, par la même voie, diffère de cette forme classique de la tuberculose péritonéale non seulement par la rapidité de son évolution, mais surtout par l'installation précoce d'un processus exsudatif localisé à la séreuse pleurale.

4 à 6 jours après qu'ils ont reçu dans le péritoine 1 à 5^{mg} de ces bacilles en suspension dans 1^{cm^3} d'eau physiologique, les cobayes perdent leur

vivacité habituelle; leur respiration devient bientôt dyspnéique; ils cessent de s'alimenter et succombent entre le 8e et le 15e jour.

A l'autopsie on trouve, appliqué contre la grande courbure de l'estomac, un volumineux cordon épiploïque envahi par des foyers caséeux; la rate est congestionnée et hypertrophiée, comme dans la tuberculose du type Yersin; le foie apparaît criblé de petits foyers blanchâtres, comme dans l'infection produite par l'inoculation intraveineuse de bacilles aviaires; la séreuse ne contient que quelques gouttes d'exsudat limpide. La cavité thoracique est à demi ou aux deux tiers remplie par un liquide citrin, clair, coagulable; les poumons sont collabés et hépatisés, mais il n'existe à leur surface, ni sur la plèvre pariétale, aucune granulation visible. L'examen microscopique du liquide épanché révèle la présence de bacilles acido-résistants en assez petit nombre, une forte proportion de lymphocytes (75 à 85 pour 100), des monocytes (9 à 20 pour 100), peu de polynucléaires (5 à 8 pour 100) et quelques hématies.

Le processus exsudatif ainsi observé rappelle de très près le tableau de la pleurésie séro-fibrineuse de l'homme. Du point de vue expérimental, il offre un intérêt d'autant plus vif qu'il résulte d'une infection indirecte de la séreuse et que, contrairement à l'infection directe, par inoculation dans la plèvre même, il évolue en l'absence de toute altération tuberculeuse pleuro-pulmonaire macroscopique. Enfin, il est comparable à celui que provoque, chez le cobaye, l'injection sous-cutanée de toxine diphtérique ou l'inoculation de bacilles de Loeffler.

Un grand nombre d'essais, effectués chez des cobayes tuberculeux par injection intradermique, nous ont permis de constater que l'exsudat pleural, filtré sur bougie Chamberland L_2, ne renferme pas de quantités appréciables de tuberculine libre.

Si l'apparition de l'épanchement pleural coïncide avec le début de la sensibilité cutanée à la tuberculine, l'expérience montre cependant que l'état d'allergie ou d'immunité, créé par une infection bacillaire antérieure, n'exerce aucune influence sur la rapidité et l'intensité de l'exsudation.

D'autre part, la virulence des germes inoculés ne paraît jouer qu'un rôle accessoire dans la formation de l'épanchement, car celui-ci ne peut être obtenu que d'une façon inconstante et presque toujours tardive par l'inoculation intrapéritonéale de bacilles humains très pathogènes; les bacilles bovins fixés depuis un grand nombre de générations dans le type eugonique rugueux (souche Vallée) ne le produisent pas; par contre il se manifeste sous l'action des bacilles aviaires, inoculés à la dose de 10 milligrammes.

Ces constatations nous conduisent à penser que la pleurésie séro-fibrineuse, déterminée chez le cobaye par l'inoculation intrapéritonéale, relève moins des effets pathogènes habituels des bacilles tuberculeux déversés dans les poumons et dans la plèvre par la circulation lymphatique et sanguine, que d'une inflammation exsudative aiguë, mise en jeu par une substance antigénique particulière, libérée à distance dans les foyers péritonéaux et épiploïques et fixée par la séreuse pulmonaire.

Les bacilles bovins du type dysgonique et lisses récemment isolés sont les plus abondamment pourvus de cette substance active ou se montrent les plus aptes à l'élaborer dans les tissus. Mais la culture en série a pour effet d'en priver graduellement les bacilles eugoniques rugueux, auxquels ils donnent naissance par dissociation, même lorsque ces germes conservent une haute virulence.

BIOCHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur la signification du rapport : albumine/globuline, dans le sérum humain normal et pathologique.* Note [1] de Mme **Andrée Roche** et de MM. **Marcel Dorier et Louis Samuel**, présentée par M. Charles Achard.

L'albumine et la globuline sériques, de poids moléculaires différents, participent en raison inverse de ceux-ci à la pression osmotique (pression osmotique des colloïdes) du sérum et, par là, à la régulation des échanges entre le sang et les tissus. La connaissance de la valeur du rapport : albumine/globuline, ou quotient albumineux, présente de ce fait un intérêt particulier. Nous avons [2] précédemment précisé les caractères de solubilité de la globuline et de l'albumine du sérum humain normal dans des milieux de concentration croissante en sulfate d'ammonium à $pH = 5,7$. Nous avons montré que la globuline précipite entre 30 et 60 pour 100 de la concentration en ce sel correspondant à la saturation et l'albumine entre 60 et 70 pour 100 de celle-ci. Aussi le quotient albumineux obtenu après fractionnement des protéines sériques au moyen du sulfate d'ammonium à demi-saturation ou par d'autres sels (sulfates de sodium et de magnésium) à concentration moléculaire égale, n'exprime-t-il pas la proportion dans

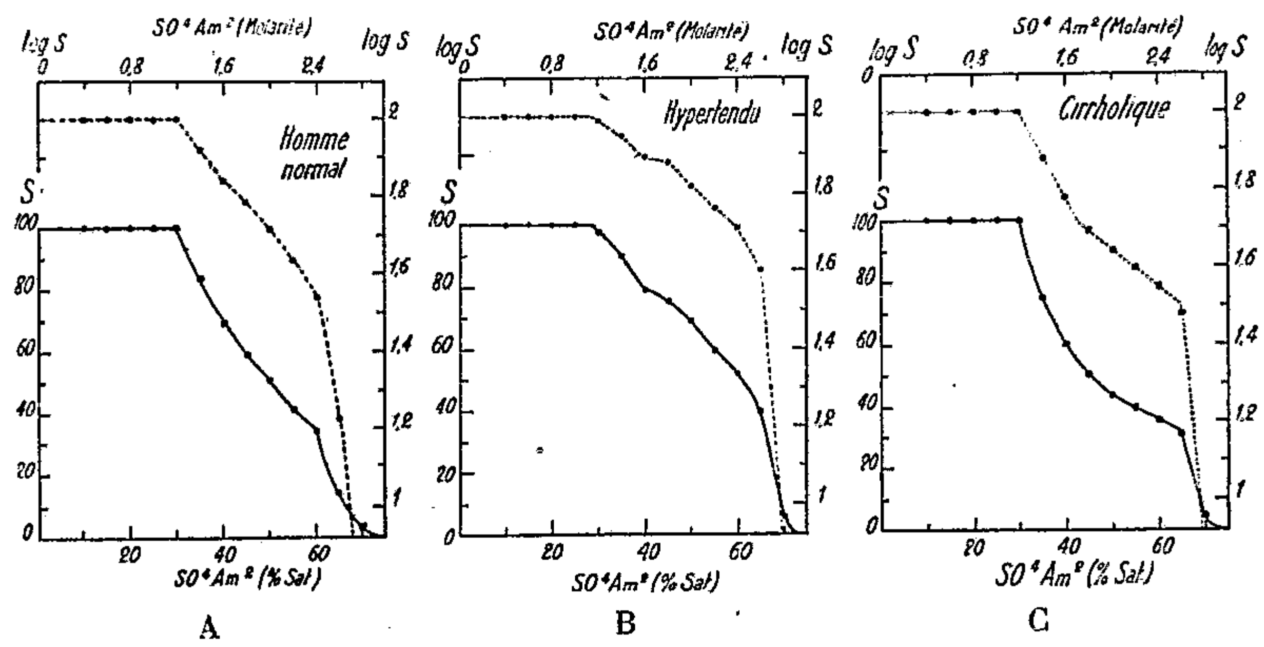
---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, 121, 1936, p. 1019.

laquelle l'albumine et la globuline existent dans le sang, mais seulement un *indice*.

Ceci étant, il y avait intérêt à étendre nos recherches à divers sérums pathologiques où il est de règle que le quotient albumineux subisse des variations importantes. Le but de cette Note est d'exposer les résultats obtenus sur des sérums d'hypertendus et de cirrhotiques, les premiers



Courbes de solubilité, à pH = 5,7, des protéines du sérum humain en fonction de concentrations croissantes en sulfate d'ammonium : A, *sérum normal*; B, sérum d'un *hypertendu*; C, sérum d'un *cirrhotique*. En abscisses, pour toutes les courbes : pourcentage en solution saturée de sulfate d'ammonium (abscisses inférieures) et molarité (abscisses supérieures). En ordonnées : pour les trois courbes inférieures (trait plein), pourcentage (S) de protéines dissoutes; pour les trois courbes supérieures (trait pointillé), logarithme de S.

présentant fréquemment une augmentation, les seconds une inversion de ce rapport (C. Achard, Abrami et leurs élèves).

Nous avons établi, au moyen d'une technique mise au point antérieurement (*loc. cit.*), les courbes de la solubilité, S, des protéines de sept sérums d'hypertendus (cardio-rénaux, maladie d'Hodgson) et de sept sérums de cirrhotiques (cirrhose de Laënnec), en fonction de la concentration en sulfate d'ammonium et calculé le logarithme de S([1]). Les résultats que nous avons obtenus sont illustrés par les courbes ci-dessus, données à titre d'exemple et se rapportant à des sérums provenant d'un

---

([1]) S. P. L. Sörensen, E. J. Cohn ont établi que, dans un mélange de protéines, les variations de log S en fonction de la concentration en sels forment des droites dont l'intersection correspond à la fin de la précipitation d'une protéine et au début de la précipitation d'une autre.

sujet normal (A), d'un hypertendu (B) et d'un cirrhotique (C). Les tracés A peuvent être considérés comme caractéristiques du sérum humain normal, car nous avons obtenu des valeurs identiques sur six échantillons provenant de sujets sains. Au contraire, dans les cas pathologiques étudiés, il existe des différences individuelles notables, en sorte que les courbes B et C ne sont que des exemples.

L'examen de ces courbes permet de tirer les conclusions suivantes :

1° Chez les cirrhotiques, l'albumine et la globuline du sérum possèdent les mêmes caractères de solubilité que chez l'homme normal, à ceci près que l'ébauche de fractionnement vers 40 pour 100 de la saturation en sel y est plus marquée; seul le taux respectif des deux protéines est changé. L'abaissement du quotient albumineux traduit alors réellement la variation quantitative de ces corps dans le sérum.

2° Au cours des hypertensions artérielles étudiées, au contraire, la précipitation par les sels ne permet plus d'individualiser l'albumine et la globuline, fait qui traduit probablement une modification de la nature ou de l'état micellaire de celles-ci. Toute détermination précise de leur taux par des méthodes basées sur leurs caractères de solubilité en milieu salin est alors impossible. Aussi l'établissement du quotient albumineux perd-il dans ce cas toute signification en ce qui concerne le taux réel des albumines et des globulines.

3° La connaissance de la courbe de solubilité des protéines du sérum aux diverses concentrations en sulfate d'ammonium permet par contre de définir la signification des variations pathologiques du quotient albumineux. Celles-ci peuvent en effet traduire, suivant les cas, des modifications quantitatives (cirrhoses) ou qualitatives (hypertensions) des protéines du sérum.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Médecine et Chirurgie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Charles Richet :*

En première ligne...........	M. **Paul Portier**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*........	MM. **Léon Binet**, **Antoine Magnan**, **André Mayer**, **Henri Pieron**, **Claudius Regaud**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h 30m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 2 mars 1936.)

Note de M. *P. Carré*, Sur une règle pratique permettant d'interpréter certaines réactions de la chimie organique du point de vue électronique :

Page 741, ligne 3 en remontant, *au lieu de* (négative pour N dans la liaison $N \twoheadleftarrow C$), *lire* (négative pour N dans le groupe NH^2).

Page 742, ligne 2, *au lieu de* $H^2N \twoheadleftarrow \langle$ ..., *lire* $H^2N \twoheadrightarrow \langle$ ....

(Séance du 16 mars 1936.)

Note de M. *Albert Robaux*, Répartition du Flysch dans le Subbétique selon la transversale de Ronda (Andalousie) :

Page 962, ligne 2 (titre), *au lieu de* Londa, *lire* Ronda; ligne 17, *au lieu de* Rondo, *lire* Ronda.

(Séance du 6 avril 1936.)

Note de M. *Albert Robaux*, Sur la présence du Crétacé supérieur sur le Paléozoïque du Bétique de Malaga (Andalousie) :

Page 1292, ligne 17, *au lieu de* Gumbetina, *lire* Gumbelina.

(Séance du 11 mai 1936.)

Note de M. *Léon Lecornu*, Sur les coefficients d'élasticité d'un solide anisotrope :

Page 1541, équation (2), *au lieu de* $2t_3nz$, *lire* $2t_3xy$.

Page 1542, ligne 12, *au lieu de* homogènes en a_1, b_1, *lire* homogènes en a_i, b_j; dernière ligne, *au lieu de* $R = 8\omega^3$, *lire* $R = 8\mu^3$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 MAI 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le PRÉSIDENT annonce à l'Académie que la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 2 juin au lieu du lundi 1er.

M. le PRÉSIDENT souhaite la bienvenue à M. JOHN VON NEUMANN, de l'Institut pour l'avancement des sciences de l'Université de Princeton, qui assiste à la séance.

AÉRODYNAMIQUE. — *Recherche comparative sur l'aérodynamique des petites et des grandes vitesses.* Note (1) de M. DIMITRI RIABOUCHINSKY.

Considérons un profil d'aile ayant la forme d'un segment de cercle, placé dans un courant relatif de vitesse q_0, parallèle à la corde du segment. Pour obtenir une force sustentatrice P, il faut que le côté convexe serve de face dorsale (*fig.* 1) dans les mouvements subsoniques et, au contraire, de face ventrale (*fig.* 2) dans les mouvements supersoniques. Dans le premier cas c'est la dépression dorsale au voisinage du bord d'attaque qui joue le rôle de facteur principal de sustentation; dans le second cas c'est l'onde positive ventrale qui détermine la sustentation. Cet exemple fait voir qu'un profil d'aile approprié aux vitesses subsoniques peut ne pas l'être aux vitesses supersoniques et inversement.

(1) Séance du 18 mai 1936.

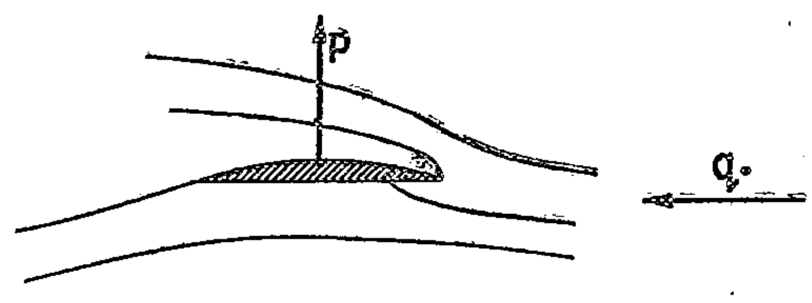


Fig. 1.

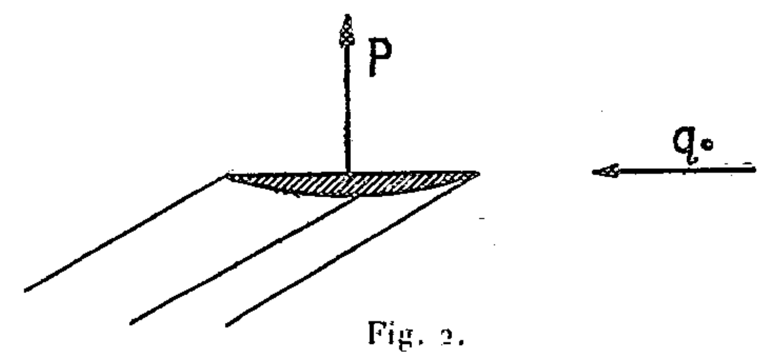


Fig. 2.

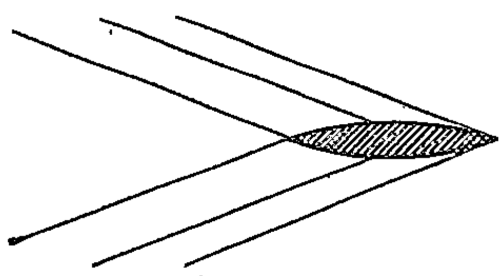


Fig. 3.

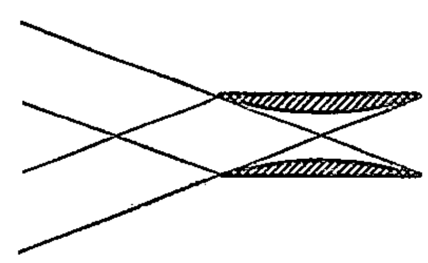


Fig. 4.

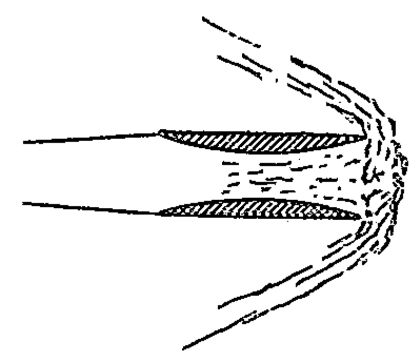


Fig. 5.

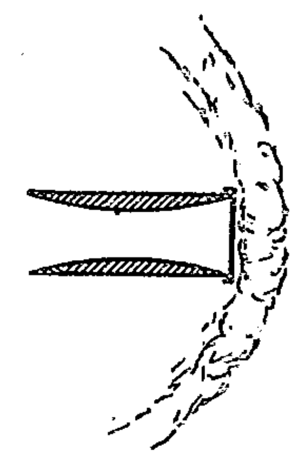


Fig. 6.

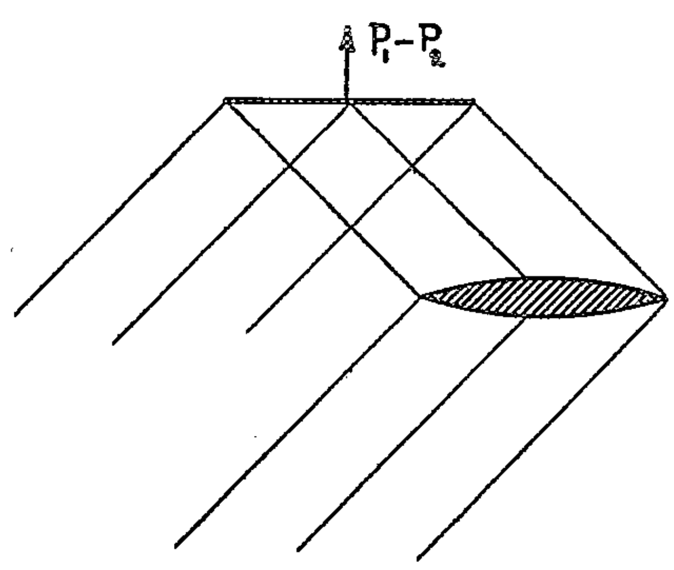


Fig. 7.

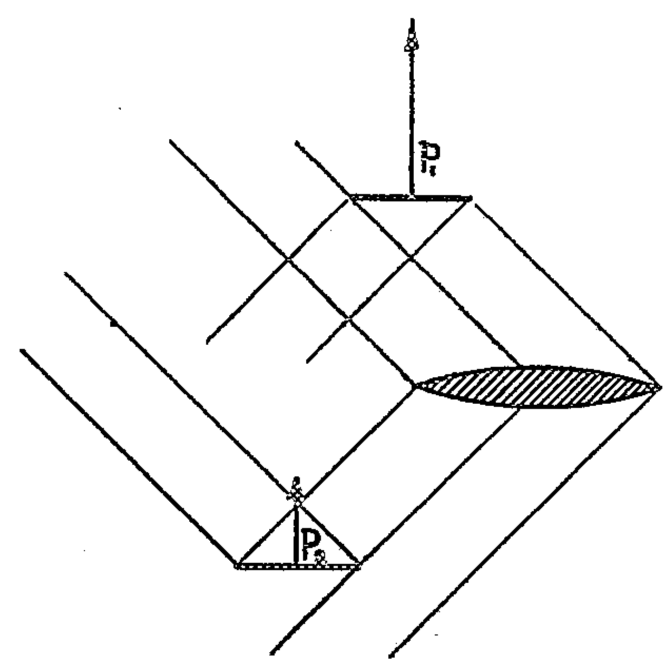


Fig. 8.

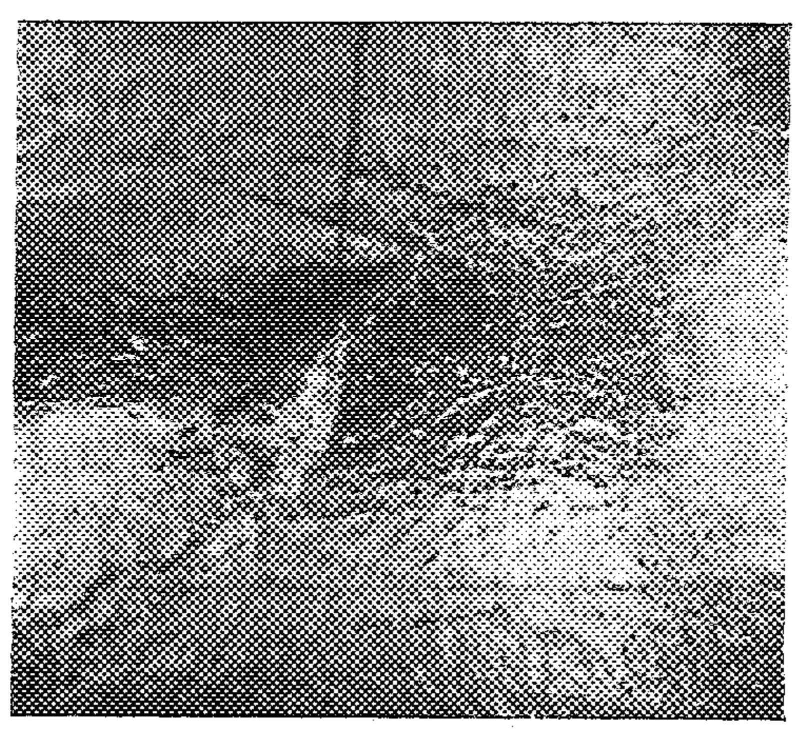


Fig. 9.

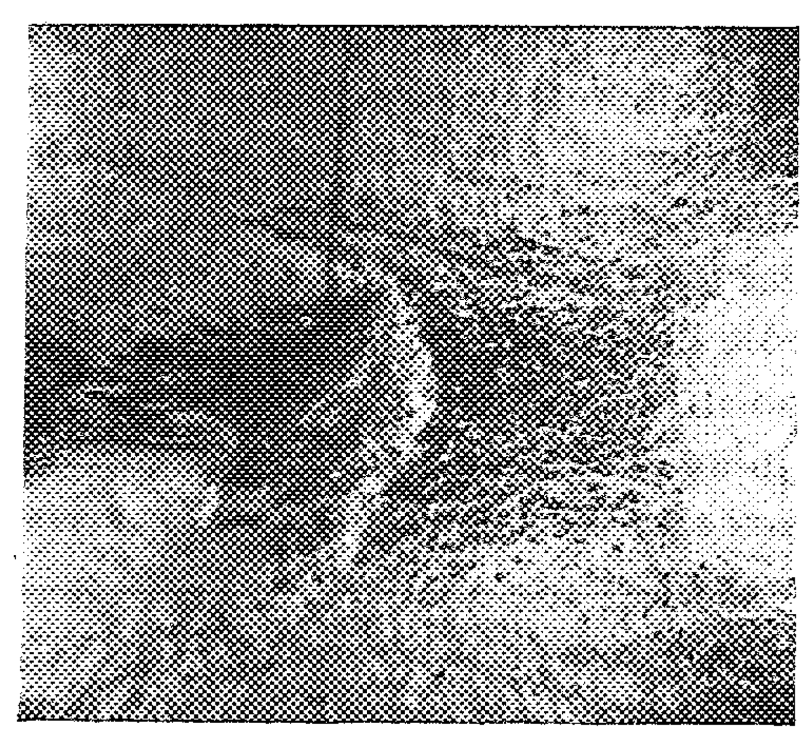


Fig. 10.

En observant la variation du système d'ondes produites par un plan mince introduit dans l'appareil de l'analogie hydraulique des mouvements d'un fluide compressible ([1]), j'ai constaté que la configuration des ondes varie brusquement au voisinage d'un angle d'attaque d'environ 30°, comme les photographies ci-jointes (*fig.* 9 et 10) le font voir. Ce phénomène, que j'ai observé en utilisant des ailes de formes différentes, semble être très général. La courbe des moments est particulièrement affectée par cette variation de régime et devient pratiquement discontinue au voisinage de l'angle critique. Il est intéressant de noter que la discontinuité observée par Rateau aux petites vitesses est déterminée par une variation de l'écoulement sur la face dorsale du plan, tandis que celle que je viens de décrire, correspondant aux vitesses supersoniques, est due à une variation du système ondulatoire prenant naissance sur la face ventrale du plan.

Aux petites vitesses on obtient une résistance à l'avancement plus faible avec les carènes de dirigeables arrondies à l'avant et effilées à l'arrière. Aux vitesses supersoniques c'est le phénomène inverse qu'on observe. Dans des publications antérieures, j'ai développé une théorie de la résistance ondulatoire des projectiles effilés à l'avant, en admettant que le bout effilé joue en quelque sorte le rôle d'une tuyère contribuant à l'augmentation progressive de la pression et à la formation d'ondes qui ne sont pas, du moins au début, des ondes de choc. J'ai obtenu ainsi une courbe de résistance se rapprochant de la courbe expérimentale de Siacci. En supposant que le projectile engendre des ondes de choc j'ai obtenu, en appliquant la formule de Rayleigh, une courbe qui se rapproche de celle qu'on obtient avec des projectiles cylindriques. On peut obtenir ces deux régimes de résistance avec le même corps en procédant comme suit. En plaçant dans l'appareil de l'analogie hydraulique les corps représentés sur les figures 3 et 4, on constate que la résistance qu'ils éprouvent est sensiblement la même. Mais si l'on perturbe le fluide au devant du corps perforé représenté sur la figure 4, ou dans certains cas spontanément, il se forme une onde de choc, représentée sur la figure 5 et la résistance devient environ deux fois plus grande, ce qui est en assez bon accord avec la théorie. Si l'on ferme le passage entre les deux ailes, en plaçant au devant de ces dernières un plan mince (*fig.* 6), on obtient une onde de choc et une résistance beaucoup plus importantes.

([1]) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 999.

Il est indispensable de noter que, dans le régime de l'onde de choc, l'analogie hydraulique est mise en défaut. En effet, en posant $\gamma = 2$ dans la formule déterminant la célérité de l'onde de choc, on n'obtient pas la célérité du ressaut correspondant dans l'eau. Mais, en développant une théorie purement hydraulique de la résistance, j'ai obtenu une courbe qui se rapproche beaucoup plus de la courbe de Rayleigh que celle que l'on obtient en posant dans cette dernière $\gamma = 2$. Le parallélisme entre les mouvements bidimensionnels d'un gaz et ceux d'une mince couche d'eau est ainsi rétabli.

Je mentionnerai, en dernier lieu, le problème des plans réflecteurs d'ondes ([1]) qu'on peut opposer à celui des surfaces adjointes et des ailes à fentes que j'avais étudiées ([2]) en vue de l'amélioration des qualités aérodynamiques des profils d'ailes aux petites vitesses. J'ai adapté des plans réflecteurs d'ondes, non seulement à des profils d'ailes, mais aussi à des corps dont l'axe de symétrie est parallèle à la vitesse q_0 et qui ne peuvent, par conséquent, servir de sustentateurs par eux-mêmes. En comparant les figures schématiques 7 et 8, on se rend compte qu'il est plus avantageux d'utiliser deux plans déterminant respectivement une réflexion de l'onde supérieure de surpression vers le bas et de l'onde inférieure de dépression vers le haut. Les rapports de la sustentation à la résistance mesurés et calculés, en faisant quelques simplifications et en appliquant le théorème des projections des quantités de mouvement, s'accordent bien en première approximation.

MINÉRALOGIE. — *Formule et schéma structural de l'attapulgite.* Note de M. **Jacques de Lapparent.**

J'ai donné le nom d'*attapulgite* ([3]) à des phyllites argileuses dont les analyses chimiques répondent de la formule brute : $Si^3O^{12}.(Al^{1/3}, Mg^2).H^8$; le remplacement du magnésium par l'aluminium se faisant par substitution de Al^2 à Mg^3, en respect de la règle des valences; une très petite quantité de K ou de Na pouvant d'autre part remplacer partie de H. Le pôle magnésien de ces corps est la sépiolite.

([1]) D. Riabouchinsky, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 634.

([2]) *Bulletin de l'Institut aérodynamique de Koutchino*, Fasc. II, janvier 1909, p. 107; Fasc. III, décembre 1909, p. 63.

([3]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 481

Dans la formule indiquée on utilise quatre molécules d'eau libérées par la substance lorsqu'on la chauffe à partir d'un échantillon sec. Cependant, l'étude de la déshydratation met d'abord en évidence que la moitié environ de l'eau part au-dessous de 105°, et qu'au-dessus de cette température il y a départ continu de la presque totalité du reste de l'eau jusque vers 550°; un ralentissement dans le dégagement s'étant produit vers 300° et une accélération vers 450° (suivant les résultats mis en évidence par les analyses chimiques et par des courbes de déshydratation établies par M. C. Alexanian).

La question se pose de savoir s'il est légitime de concevoir la formule de l'attapulgite, ou de son pôle magnésien la sépiolite, avec la totalité des quatre molécules d'eau écrites plus haut.

Si l'on envisage, en accord avec les tests fournis par l'expérimentation de ces substances aux rayons X, l'édifice cristallin des attapulgites comme du type à 10Å et qu'on lui attribue l'architecture suggérée par M. L. Pauling pour de tels édifices, on écrira sa formule structurale, suivant qu'on utilise le quart (1), la moitié (2) ou la totalité (3) de l'eau fournie par l'analyse,

$$(1) \qquad (OH)^2.H^{\frac{2}{3}}\left(Mg^{\frac{8}{3}}, Al^{\frac{16}{9}}\right).Si^4 \quad O^{10},$$

$$(2) \qquad (OH)^2.H^{\frac{6}{5}}\left(Mg^{\frac{12}{5}}, Al^{\frac{8}{5}}\right).Si^{\frac{18}{5}}H^{\frac{8}{5}}O^{10},$$

$$(3) \qquad (OH)^2.H^2\left(Mg^2, Al^{\frac{1}{3}}\right).Si^3 H^4 O^{10};$$

formules où les rapports moléculaires de silice à l'alumine ou à la magnésie sont les mêmes. Rien n'empêcherait d'ailleurs d'imaginer tous les intermédiaires possibles entre (1) et (3), mais on ne pourrait aller au-dessous de la teneur en eau de (1) sans tomber sur des corps d'un autre module formulaire.

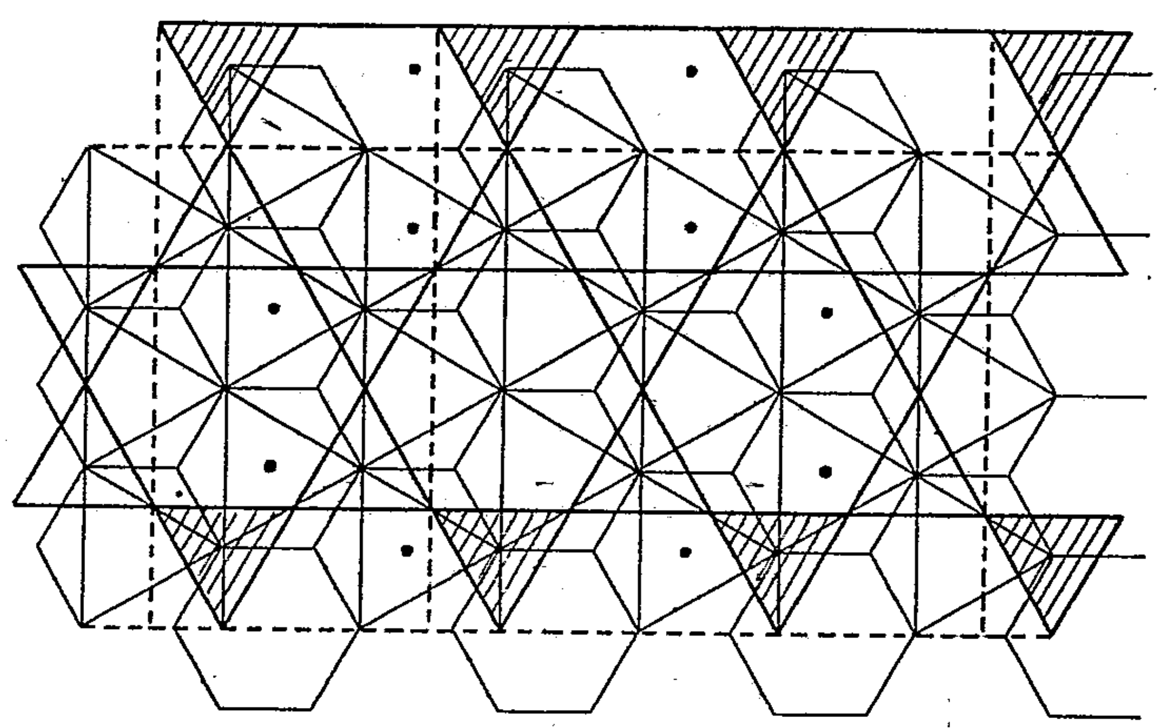
Le choix entre ces formules serait absolument libre si l'on ne voulait essayer de rendre compte, par l'une d'elles, de propriétés structurales importantes appartenant aux minéraux du groupe en question. Ces propriétés sont manifestées le plus nettement par les sépiolites, et elles consistent en le développement fibrillaire de certaines d'entre elles : Mlle Caillère a précisément fait connaître la sépiolite fibreuse originaire de Madagascar (1).

---

(1) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 416, et 199, 1934, p. 1626.

Lorsqu'on examine de près cette sépiolite, on s'aperçoit que les fibres mettent en évidence deux clivages à 90° l'un de l'autre, dirigés comme est allongé le minéral, dont l'un est perpendiculaire au plan des axes optiques et l'autre parallèle à celui-ci; de sorte que le premier clivage est assimilable au clivage phylliteux, tandis que le second se comporte comme un clivage accessoire donnant à la fibre sa direction.

Or si l'on adopte la formule (3) et qu'on l'essaie sur le schéma représentatif de la structure des phyllites de M. L. Pauling, on est conduit à attribuer à la série des tétraèdres, qui sont à la base et au sommet de la carcasse *en corset* de la phyllite, un centre en H^4 pour trois centres en Si. On voit très bien sur la figure (1) que la répartition des tétraèdres en H^4



est telle que ceux-ci forment, dans l'épaisseur du cristal, des plans structuraux perpendiculaires au clivage phylliteux. D'autre part le mode de dégagement de l'eau des attapulgites et de la sépiolite incite à penser que les trois quarts de l'eau s'y comportent comme l'eau des zéolites et, partant, que les H, hormis ceux du groupe OH de tête de la formule, doivent, avec les O voisins, s'être résolus en eau. Les plans structuraux perpendiculaires

(1) Le réseau des triangles en traits épais figure la base des tétraèdres à centre H^4 pour les triangles hachurés, à centre Si pour les autres triangles. Les traits fins figurent la projection de la couche octaédrique moyenne. Les points indiquent une possibilité de répartition des Al pour une attapulgite purement alumineuse. Les files de triangles hachurés marquent la direction du clivage accessoire et celle de l'allongement des fibres dans les sépiolites fibreuses.

au clivage phylliteux pris en considération marqueront donc nécessairement des zones faibles dans le cristal et permettront ainsi la naissance du second clivage. On attribue au même fait la tendance du cristal à la forme fibrillaire lors de son accroissement. Rien de semblable ne peut être déduit des formules (1) ou (2), et c'est pourquoi il nous paraît légitime de représenter les corps de cette série en se servant de $4H^2O$.

On remarquera que, si les attapulgites se manifestent comme des phyllites à 10 Å, la sépiolite témoigne d'une épaisseur de son feuillet élémentaire égale à 12 Å environ, mais qui prend la valeur de 10 Å lorsqu'on chauffe le corps, ainsi que l'ont bien montré MM. Henri Longchambon et G. Migeon [1]. On explique ce fait en imaginant que l'eau, dans ces minéraux, a besoin d'un espace supérieur à celui qui suffit aux seuls ions O ou OH, et qu'elle trouve cet espace dans les corps alumineux parce que, par la substitution de Al^2 à Mg^3, plus de place se trouve disponible dans ces derniers. Les carcasses sont déformées dans les sépiolites et ne reprennent leur forme qu'après départ d'eau.

Ainsi imaginons-nous que sépiolites et attapulgites ont d'abord crû, ioniquement, en édifices à 10 Å, mais que la constitution de l'eau, qui prend alors caractère zéolitique, déforma l'édifice lorsque manquait l'espace réclamé par la molécule. L'édifice aux dimensions primitives n'est rétabli que si l'on en chasse une partie de l'eau.

NOMINATIONS.

M. **Charles Fabry** est désigné pour faire une lecture dans la séance publique des cinq Académies, le 24 octobre 1936.

Le **Bureau de l'Académie**, MM. **L. de Launay**, **A. Cotton**, **Ch. Fabry**, **P. Janet**, **L. Lumière**, **M. d'Ocagne**, **M. de Broglie** sont désignés pour représenter l'Académie à la commémoration de la *date anniversaire* de la mort d'*Ampère* à Paris, les 9 et 10 juin 1936.

---

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1946.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un membre de la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Charles Richet* décédé.

Le nombre de votants étant 53,

M. Paul Portier	obtient..........	31	suffrages
M. Claudius Regaud	»	15	»
M. André Mayer	»	6	»
M. Henri Pieron	»	1	»

M. **Paul Portier**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur certains modes de convergence de lois d'estimation.* Note de M. **Daniel Dugué**, présentée par M. Émile Borel.

M. J. L. Doob á donné (¹) une démonstration sous certaines hypothèses du caractère gaussien à la limite de l'estimation par la méthode du *maximum of likelihood.* Nous pouvons donner de ce fait une démonstration beaucoup moins restrictive en utilisant les résultats obtenus par M. Fréchet sur la convergence en probabilité et ceux mis en évidence par M. Khintchine (²) sur une extension de la loi des grands nombres.

Nous nous contenterons d'énoncer les résultats obtenus : Soit $f(x, m)dx$ la loi de probabilité élémentaire :

(¹) *Trans. of American Math. Society*, 36, 1934, p. 759.
(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 477.

I. *Convergence en probabilité de l'estimation optimum.* — *a*. Si $\int f(x, m)\,dx$ est dérivable par rapport à m sous le signe $\int$;

b. Si $1/f.\partial f/\partial m$ est uniformément continue au point m quel que soit x (sauf peut être sur un ensemble de probabilité nulle);

c. Si l'équation

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{f(x_i, T)} \frac{\partial f(x_i, T)}{\partial m} = 0$$

n'a qu'une racine en T dans l'intervalle de recherche quand n augmente indéfiniment, *cette racine converge en probabilité vers la valeur m.*

Il est possible par les mêmes méthodes de mettre en évidence une infinité d'estimations convergentes en probabilité vers m.

Soit $u_i(x, m)$ une suite de fonctions telles que

$$\int u_i(x, m) f(x, m)\,dx = 0$$

et que toutes ces intégrales convergent uniformément vers zéro si les limites sont infinies.

a. Si toutes les intégrales $\int |u_i(x, m)| f(x, m)\,dx$ sont bornées;

b. Si tous les $u_i(x, m)$ sont *également* uniformément continues au point m quel que soit x;

c. Si $\sum_{i=1}^{n} u_i(x_i, T) = 0$ n'a qu'une racine en T, *cette racine converge en probabilité vers m.*

Cas particulier. — Soit $u(x)$, tel que $\int u(x) f(x, m)\,dx = \varphi(m)$. Sous les conditions précédentes, T racine de $\varphi(T) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u(x_i)$ est une estimation correcte de m.

II. *Condition sous lesquelles la loi limite est une loi de Gauss.* — Soit T_l l'estimation par la méthode du *maximum of likelihood*.

a. Si $[\partial^2 \log f(x, m)]/\partial m^2$ existe et est uniformément continu en m dans tout l'intervalle de variation de x;

b. Si l'on a $\int \frac{\partial^2 f}{\partial m^2}\,dx = 0$, la variable aléatoire $\sqrt{n}(T_l - m)$ *suit une loi qui tend vers une loi de Gauss* dans laquelle la moyenne est nulle et l'écart-type égal à $1/\sqrt{E(1/f.\partial f/\partial m)^2}$.

Ce théorème est fondé sur le lemme suivant : *si une variable aléatoire* z_n *est le quotient de* y_n *par* x_n *et si la loi de probabilité de* y_n *tend vers* $f(y)$, *alors que* x_n *converge en probabilité vers a différent de* o, *la loi de probabilité de* z_n *tend vers* $a f(az)\,dz$.

Le résultat précédent avait été obtenu par M. J. L. Doob sous des conditions plus restrictives.

Si T_c est une estimation obtenue par la méthode exposée à la fin du paragraphe I.

a. Si les $\partial u_i/\partial m$ sont *également* uniformément continus en m pour toutes les valeurs de x_i;

b. Si tous les $E(u_i^2)$ existent ainsi que les $E[(\partial u_i/\partial m).(1/f).(\partial f/\partial m)]$, alors $\sqrt{n}(T_c - m)$ *suit à la limite une loi de Gauss* de moyenne nulle et d'écart type

$$\frac{\sqrt{\dfrac{\Sigma E(u_i^2)}{n}}}{\dfrac{1}{n}\Sigma E\left(\dfrac{\partial u_i}{\partial m}\dfrac{1}{f}\dfrac{\partial f}{\partial m}\right)}.$$

Ces propositions sont encore valables si l'on a affaire à des lois discontinues en x de la forme $p_x(m)$, mais continues et dérivables en m.

Pour que $E(T_l)$ ou $E(T_c)$ tendent vers m et $E(T_l - m)^2$ ou $E(T_c - m)^2$ vers les écarts-types correspondants, il est nécessaire de faire des hypothèses supplémentaires sur la loi $f(x, m)$ ainsi que sur les fonctions u_i.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur quelques réseaux conjugués.* Note de M. **Serge Finikoff.**

M. Pantazzi [1] examine un problème de M. Terracini : *déterminer un réseau conjugué tel que les deux congruences* C_1 *et* C_{-1} *du réseau soient projectivement applicables de seconde espèce.* Il est facile de voir que *le réseau de M. Pantazzi coïncide avec le réseau* A *de* M. *Slotnick, défini par l'égalité des invariants tangentiels* H, K *et ponctuels de Darboux,* h, k, $H = h$, $K = k$ [2]. Car deux congruences C_1, C_{-1} sont applicables de seconde espèce si C_{-1} est projectivement applicable sur la transformée par polarité C'_1 de C_1, c'est-à-dire si les développables de C'_1, C_{-1}, ainsi que les asympto-

---

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 550.

[2] *Amer. Journ. of Math.*, 53, 1931, p. 143.

tiques de leurs nappes focales se correspondent et si l'invariant ponctuel commun à deux nappes focales de C'_1 est égal à celui de C_1. Or les développables de C_1, C_{-1} se correspondent; les asymptotiques de la première nappe focale S, qui porte le réseau, se correspondent; quant aux asymptotiques des deux secondes nappes S_1, S_{-1}, transformées de Laplace de S, elles se correspondent si le réseau (S) est celui de M. Slotnick. Transformer par polarité C_1 en C'_1 ne trouble pas ces correspondances et substitue les invariants tangentiels aux invariants ponctuels; or si k est l'invariant ponctuel commun de S et S_{-1}, l'invariant tangentiel correspondant K appartient à S et S_1, de sorte que K est commun aux deux nappes focales de C'_1 et l'égalité $K = k$ prouve le résultat annoncé.

2. Si l'un affecte des indices 1, 2, ...; —1, —2, ..., les invariants des réseaux transformés de Laplace, S_1, S_2, ...; S_{-1}, S_{-2}, ..., les relations

$$K + H_1 = 2H - \frac{\partial^2 \log H}{\partial u\, \partial v}, \qquad K_1 + H = 2K - \frac{\partial^2 \log K}{\partial u\, \partial v},$$

$$h_{-1} + k = 2h - \frac{\partial^2 \log h}{\partial u\, \partial v}, \qquad h + k_1 = 2k - \frac{\partial^2 \log k}{\partial u\, \partial v}$$

donnent $H_1 = h_{-1}$, $K_{-1} = k_1$; si (S_1) est du type de M. Slotnick, $H_1 = h_1$, $K_1 = k_1$ et par suite on a

$$K_{-1} = k_1 = K_1 = H = h = k_{-1}, \qquad H_{-1} = K = k = h_1 = H_1 = h_{-1}$$

et (S_1) est encore du type de M. Slotnick : *si deux réseaux consécutifs d'une suite de Laplace sont du type de M. Slotnick, tous le sont.* Il est probable que toutes les surfaces de la suite sont des quadriques.

3. *Si la surface possède un réseau de Slotnick, elle en a une infinité; les points homologues de leurs transformés de Laplace sont sur une droite, les plans tangents homologues passent par une autre droite* (axes de chaque réseau). Le point de Slotnick (conjugué par rapport aux deux foyers de l'axe du point homologue de S) décrit un nouveau réseau S′ de Slotnick, possédant les mêmes axes que S, et les mêmes transformées S_1, S_{-1}.

4. Un autre réseau remarquable est le *réseau harmonique de Wilczynski :* les rayons homologues des congruences transformées de Laplace C_2 et C_{-2} se coupent. *Si deux réseaux consécutifs d'une suite de Laplace sont harmoniques, tous le sont* (8 fonctions arbitraires d'un argument).

Si le point commun aux rayons homologues de C_2, C_{-2} est foyer du rayon de C_2, chaque foyer de la suite est situé sur le rayon homologue de la troisième transformée de Laplace (7 fonctions arbitraires d'un argument).

Les suites périodiques de 4 en 4 sont un cas particulier de la suite harmonique (6 fonctions arbitraires d'un argument).

Les réseaux harmoniques qui sont aussi R dépendent de 4 constantes arbitraires. Les réseaux harmoniques qui sont aussi de Slotnick se répartissent en 4 classes : les deux premières ont des invariants h, k égaux à 1, la troisième dépend de 4 constantes arbitraires, la quatrième contient les suites de période 4.

Sur une surface arbitraire, le réseau harmonique général s'obtient par une équation aux dérivées partielles du second ordre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités du problème restreint des trois corps.* Note de M. **Constantin Dramba**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Je me propose d'étudier les singularités possibles du problème restreint. Je suppose que les deux masses non nulles m_1, m_2 ont un mouvement relatif circulaire, et que leur distance, la vitesse angulaire de ce mouvement et la somme des deux masses m_1, m_2 sont toutes trois égales à l'unité.

Soient X, Y les coordonnées relatives de la masse m_3 par rapport à l'axe portant m_1, m_2 et à l'axe perpendiculaire dans le sens direct au centre de gravité O. On sait que le système différentiel correspondant admet l'intégrale de Jacobi, qu'on peut écrire

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dX}{dt}\right)^2+\left(\frac{dY}{dt}\right)^2\right]=\frac{m_1}{r_1}+\frac{m_2}{r_2}+\frac{1}{2}\rho^2+h,$$

r_1, r_2 et $\rho=\sqrt{X^2+Y^2}$ désignant les distances de m_3 à m_1, m_2 et au point O.

Supposons que, quand t croît à partir de l'instant initial t_0, le mouvement est régulier, c'est-à-dire X et Y sont holomorphes, pour $t<t_1$, et que X, Y ne sont plus holomorphes pour $t=t_1$. Soient deux cercles (C_1) et (C_2) de rayons aussi petits qu'on veut mais fixes, entourant les masses m_1 et m_2, et un troisième (C) de rayon aussi grand qu'on veut mais fixe, entourant les deux premiers.

Quand t tend vers t_1, s'il existe indéfiniment des instants où m_3 est extérieure à (C_1) et (C_2) et intérieure à (C), dX/dt, dY/dt sont bornés, d'après l'intégrale de Jacobi. Selon le théorème de Cauchy, X, Y sont holomorphes dans un cercle ayant pour centre le point t et un rayon fixe. Si t est assez voisin de t_1, ce cercle contient t_1 et X, Y sont holomorphes pour $t=t_1$, contre l'hypothèse. Ce premier cas est impossible. Donc quand t tend

vers t_1, m_3 finit par être ou bien à l'intérieur de tout cercle (C_1), si petit soit-il, ou de tout cercle (C_2), si petit soit-il, ou bien à l'extérieur de tout cercle (C), si grand soit-il. *Nous dirons dans les deux premiers cas que m_3 choque m_1 ou m_2.*

Nous allons montrer que le dernier cas est impossible. En effet, supposons qu'à l'instant t' le point m_3 soit au dehors de (C) et pour $t' < t < t_1$ reste au dehors de (C). Et transformons X, Y en coordonnées polaires $X = \rho\cos\theta$, $Y = \rho\sin\theta$; l'intégrale de Jacobi montre que la différence

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \rho^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - \rho^2$$

est bornée supérieurement, par suite la différence $(d\rho/dt)^2 - \rho^2$ et le quotient $|d\rho/\rho\,dt|$ le sont aussi. Donc dans l'intervalle (t', t_1), ρ ne pourrait varier que d'une quantité bornée, m_3 resterait à distance bornée de O et en même temps serait extérieure à (C_1) et (C_2). Donc nous serions ramené au cas que nous avons écarté.

Considérons maintenant un choc de m_3 et de m_1. Faisons $r_1 = r$, $t_1 = 0$ et désignons par x, y les coordonnées de m_3 par rapport à des axes passant par m_1 et de directions fixes. Par le même calcul que M. Sundman a appliqué au cas où la masse m_3 est différente de zéro, j'ai démontré que quand t tend vers zéro, la distance r finit par décroître constamment et que la droite m_1m_3 tend vers une direction limite. En outre, j'ai régularisé le système au voisinage du choc considéré, en introduisant la variable u de M. Sundman, soit $dt = r\,du$. Si l'on pose

$$E = -m_2\frac{x-\cos t}{r_2^3} - m_2\cos t, \qquad F = -m_2\frac{y-\sin t}{r_2^3} - m_2\sin t,$$

$$\alpha = \frac{r'}{r}x' - m_1\frac{x}{r}, \qquad \beta = \frac{r'}{r}y' - m_1\frac{y}{r}, \qquad \lambda = \frac{xy'-yx'}{r},$$

$$L = xE + yF + \frac{2m_2}{r_2} + 2\lambda - 2m_2(x\cos t + y\sin t) + 2h + m_2^2,$$

les accents désignant des dérivations par rapport à u, le système obtenu est

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{lll} \dfrac{dt}{du} = r, & \dfrac{dr}{du} = r', & \dfrac{dr'}{du} = m_1 + rL, \\ \dfrac{dx}{du} = x', & \dfrac{dx'}{du} = \alpha + r^2E, & \dfrac{d\alpha}{du} = rr'E + x'L, \\ \dfrac{dy}{du} = y', & \dfrac{dy'}{du} = \beta + r^2F, & \dfrac{d\beta}{du} = rr'F + y'L, \\ & \dfrac{d\lambda}{du} = r(xF - yE). & \end{array}\right.$$

Le théorème de Cauchy est applicable au système (1), qui est régulier au voisinage du choc et donne des développements dont les premiers termes sont

$$x=\frac{m_1\varphi}{2}u^2+\frac{m_1\varphi(m_2^2+2m_2+2h)}{24}u^4+\ldots,\qquad x'=m_1\varphi u+\ldots,$$

$$y=\frac{m_1\chi}{2}u^2+\frac{m_1\chi(m_2^2+2m_2+2h)}{24}u^4+\ldots,\qquad y'=m_1\chi u+\ldots,$$

$$r=\frac{m_1}{2}u^2+\frac{m_1(m_2^2+2m_2+2h)}{24}u^4+\ldots,\qquad r'=m_1 u+\ldots,$$

$$\alpha=m_1\varphi+\ldots,\qquad \beta=m_1\chi+\ldots,$$

$$\lambda=-\frac{3}{56}m_1^3\varphi\chi u^7+\ldots,\qquad t=\frac{m_1}{6}u^3+\frac{m_1(m_2^2+2m_2+2h)}{120}u^5+\ldots.$$

Par inversion, u s'exprime à l'aide d'une série entière en $t^{1/2}$, et par suite la distance r et les coordonnées x, y sont développables en séries de même forme commençant par des termes en $t^{2/3}$.

Ainsi on est conduit à prendre une variable et écrire une équation de plus que dans le calcul qui résulte simplement de la transposition du calcul de M. Sundman.

Les trajectoires du problème qui conduisent à un choc, dépendent de trois paramètres : l'instant du choc, la direction limite de la droite $m_1 m_3$ et la constante de Jacobi; il y a donc une condition de choc. La transformation précédente s'étend au cas où le mouvement de la masse nulle est quelconque dans l'espace : les mouvements avec choc dépendent de quatre paramètres, et il y a deux conditions de choc. Nous démontrons ainsi qu'*il n'existe pas d'autres singularités réelles du problème restreint que les chocs qui résultent, quand une masse s'annule, des développements suivant les puissances du temps formés par M. Sundman*, et qui ont été étudiés notamment avec les variables de M. Levi-Civita par M. Belorizky.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions d'un système différentiel au voisinage d'une multiplicité singulière.* Note (1) de M. **Eugène Leimanis**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans l'étude des singularités d'un système différentiel réel, M. Chazy (2) a démontré un théorème qui généralise certains résultats classiques de Poincaré, en supposant que les racines de l'équation caractéristique sont

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, 56, 1932, p. 81.

réelles. Dans cette Note ([1]), j'étends l'énoncé de M. Chazy au cas où l'équation caractéristique a des racines réelles et des racines complexes et j'applique ce théorème généralisé au problème restreint des trois corps.

THÉORÈME. — Soit le système différentiel Σ

$$\begin{aligned}
&\frac{d\bar{x}_1}{\alpha_1\bar{x}_1+\alpha_2\bar{x}_2+\ldots}=\frac{d\bar{x}_2}{-\alpha_2\bar{x}_1+\alpha_1\bar{x}_2+\ldots}=\ldots\\
&=\frac{d\bar{x}_{2r-1}}{\alpha_{2r-1}\bar{x}_{2r-1}+\alpha_{2r}\bar{x}_{2r}+\ldots}=\frac{d\bar{x}_{2r}}{-\alpha_{2r}\bar{x}_{2r-1}+\alpha_{2r-1}\bar{x}_{2r}+\ldots}\\
&=\frac{dx_1}{\lambda_1x_1+\ldots}=\frac{dx_2}{\lambda_2x_2+\ldots}=\ldots=\frac{dx_p}{\lambda_px_p+\ldots}\\
&=\frac{d\bar{y}_1}{\beta_1\bar{y}_1+\beta_2\bar{y}_2+\ldots}=\frac{d\bar{y}_2}{-\beta_2\bar{y}_1+\beta_1\bar{y}_2+\ldots}=\ldots\\
&=\frac{d\bar{y}_{2s-1}}{\beta_{2s-1}\bar{y}_{2s-1}+\beta_{2s}\bar{y}_{2s}+\ldots}=\frac{d\bar{y}_{2s}}{-\beta_{2s}\bar{y}_{2s-1}+\beta_{2s-1}\bar{y}_{2s}+\ldots}\\
&=\frac{dy_1}{\mu_1y_1+\ldots}=\frac{dy_2}{\mu_2y_2+\ldots}=\ldots=\frac{dy_n}{\mu_ny_n+\ldots}\\
&=\frac{dz_1}{\ldots\ldots\ldots}=\frac{dz_2}{\ldots\ldots\ldots}=\ldots=\frac{dz_q}{\ldots\ldots\ldots}
\end{aligned}$$

entre les $2r+p+2s+n+q$ variables $\bar{x}$, x; $\bar{y}$, y; z : nous supposons que les $2r$ coefficients α et les p coefficients λ sont des constantes positives et les $2s$ coefficients β et les n coefficients μ des constantes négatives et que les termes non écrits sont des fonctions holomorphes des variables $\bar{x}$, x; $\bar{y}$, y; z de degré 2 au moins en $\bar{x}$, x, $\bar{y}$ et y dans les $2r+p+2s+n$ premiers dénominateurs, et de degré 1 au moins dans les q derniers. *Le système Σ admet la multiplicité singulière représentée par les $2r+p+2s+n$ équations*

$$\begin{aligned}
&\bar{x}_1=\bar{x}_2=\ldots=\bar{x}_{2r-1}=\bar{x}_{2r}=0, \qquad x_1=x_2=\ldots=x_p=0,\\
&\bar{y}_1=\bar{y}_2=\ldots=\bar{y}_{2s-1}=\bar{y}_{2s}=0, \qquad y_1=y_2=\ldots=y_n=0,
\end{aligned}$$

puisque, ces équations étant vérifiées, tous les dénominateurs s'annulent; *et, le long de cette multiplicité singulière, l'équation caractéristique a p racines positives, n racines négatives, $2r$ racines complexes à partie réelle positive, $2s$ racines complexes à partie réelle négative et q racines nulles.*

Dans les hypothèses énoncées, *en chaque point z_0 de cette multiplicité singulière passent deux familles de caractéristiques du système Σ. La première*

([1]) Cf. aussi ma Note précédente, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1244.

est définie, d'abord par $n+2s+q$ équations qu'on peut écrire symboliquement

$$(1)\qquad y = S_2(x, \bar{x} \mid z), \quad \bar{y} = S'_2(x, \bar{x} \mid z), \quad z - z_0 = S_1(x, \bar{x} \mid z_0),$$

et qui expriment les $n+2s$ variables y et $\bar{y}$ en fonctions holomorphes des x, $\bar{x}$ et des z nulles à l'ordre 2 avec les x et les $\bar{x}$, et les q différences $z - z_0$ en fonctions holomorphes des x, $\bar{x}$ et des z_0, nulles aussi avec les x et les $\bar{x}$; *et d'autre part est définie, après substitution des $n+2s+q$ équations* (1) *dans le système Σ, par le système différentiel d'ordre $2r+p-1$ formé par les $2r+p$ premiers rapports de ce système* et dont l'équation caractéristique a $2r$ racines complexes à partie réelle positive et p racines positives.

Au total les caractéristiques de cette première famille engendrent en chaque point z_0 de la multiplicité singulière la multiplicité à $p+2r$ dimensions définie par les équations (1), et, quand ce point varie le long de la multiplicité singulière, elles engendrent la multiplicité à $p+2r+q$ dimensions définie par les $n+2s$ premières équations de (1).

La seconde famille de caractéristiques est obtenue, si l'on veut, par changement des signes de tous les dénominateurs des équations Σ et par application de la définition qui précède. Certaines des multiplicités ainsi obtenues peuvent être considérées comme des extensions des surfaces mises en évidence par Poincaré en un col ou en un col-foyer et en un point d'une ligne de nœuds et de foyers d'un système différentiel du second ordre.

On démontre aussi que *le système Σ n'admet pas d'autres caractéristiques aboutissant à un point de la multiplicité singulière ou s'en rapprochant asymptotiquement que les caractéristiques des deux familles obtenues, et la multiplicité singulière elle-même :* par extension de la proposition de M. Picard [1] selon laquelle en un col d'une équation différentielle réelle du premier ordre n'aboutissent pas d'autres caractéristiques que les deux caractéristiques holomorphes.

Ce théorème, dans la forme qui précède ou après une nouvelle généralisation pour les cas où les parties réelles de certaines racines complexes s'annulent, s'applique notamment *au problème restreint des trois corps au voisinage des cinq points de libration* et présente les résultats dans un ordre nouveau. On sait que, dans ce problème, quand les deux masses S et J non

---

[1] *Traité d'Analyse*, 3 (3e éd.), 1928, p. 28 et 209; voir aussi CHAZY, *loc. cit.*, p. 82 et 84.

nulles, de valeurs $1-\mu$ et $\mu(0<\mu\leq 1/2)$, ont un mouvement circulaire, la masse nulle P admet cinq positions d'équilibre relatif : trois L_1, L_2, L_3 sur la droite SJ, et deux L_4, L_5 forment des triangles équilatéraux avec les points S et J.

Aux points L_1, L_2, L_3, les quatre racines de l'équation caractéristique sont de la forme $\pm\alpha$, $\pm\beta i(\alpha>0, \beta>0)$: *il existe en chacun de ces points deux trajectoires asymptotes avec des tangentes déterminées, dont l'une est située sur l'hypersurface portant ∞^2 trajectoires asymptotes à ∞^1 trajectoires fermées enveloppant le point considéré et formant une surface*, et qui correspondent à des mouvements périodiques. Aux points L_4 et L_5 il faut distinguer deux cas selon que $\mu\lessgtr\mu_0$, μ_0 vérifiant l'équation $27\mu_0(1-\mu_0)=1$, et les racines de l'équation caractéristique étant respectivement de la forme $\pm\alpha i, \pm\beta i$ et $\pm\alpha\pm\beta i(\alpha>0, \beta>0)$. Dans les deux cas *il existe deux surfaces portant chacune ∞^1 trajectoires, fermées pour $\mu<\mu_0$ et asymptotes pour $\mu>\mu_0$*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La différentielle dans les espaces linéaires abstraits avec une topologie*. Note [1] de MM. **A.-D. Michal** et **E.-W. Paxson**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous considérons un espace linéaire abstrait, L, topologisé d'une façon un peu plus restreinte que celle donnée récemment par M. J. von Neumann [2]. Dans cette Note nous définissons la différentielle pour une transformation dont l'argument et les valeurs sont dans L. Elle se réduit à la différentielle de M. Fréchet [3], si l'espace est soumis à la topologie métrique de M. Banach [4]. Il nous semble que le caractère général de l'espace employé empêche de considérer la notion de différentiabilité dans

---

(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) *Trans. Amer. Math. Soc.*, **37**, 1935, p. 1-20. Nous nous servons de ses axiomes [déf. 2 b, (1)-(6)], en leur adjoignant les deux autres, (8) le produit αU est V de **u** pour α quelconque $\neq 0$, (9) la somme U + V est W de **u**. On formule des exemples pour démontrer l'indépendance de ces axiomes par rapport aux autres et la compatibilité entre eux. L'espace de Hilbert dans sa topologie faible fournit un exemple non métrique de nos axiomes. Nous ajoutons à la notation de von Neumann la désignation S_i^x pour l'intérieur d'un ensemble S qui possède x comme point frontière. Pour la topologie générale voir les ouvrages importants de MM. Fréchet, Sierpinski et Kuratowski.

(3) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 806.

(4) *Théorie des Opérations linéaires*, Lwow, 1932.

le sens de notre définition, pour les transformations *entre* des espaces L distincts.

DÉFINITION. — *Soit* $f(x)$ *une fonction du type mentionné ci-dessus. S'il existe une fonction* $f(x;z)$ *dont les deux arguments et les valeurs soient dans* L, *et qui satisfasse aux conditions suivantes :* 1° *que* $f(x;z)$ *soit additive et continue par rapport à* z (*linéaire*); 2° *que, donné* $\rho > 0$, *on détermine* $V \in U$, $V = V(\rho)$, *de telle sorte que pour au moins un* $U \in \mathbf{u}$, *qui possède* ρz *comme point frontière, on ait* $f(x_0+z) - f(x_0;z) \in f(x_0) + U_i^{\rho z}$ *pour* $z \in V_i(\rho)$, $z \neq 0$, *nous disons que* $f(x)$ *possède une différentielle* $f(x_0;z)$ *pour* $x = x_0$ *et pour un accroissement* z *de* x.

On peut définir aussi une différentielle généralisée de Gateaux. Nous montrons que cette différentielle est unique et que l'existence de la différentielle généralisée de Fréchet implique l'existence de cette dernière et l'égalité de toutes les deux. Il s'ensuit que $f(x_0;z)$ est unique. On démontre aussi que les fonctions $f(x)+g(x)$ et $\alpha f(x)$ possèdent les différentielles $f(x_0;z)+g(x_0;z)$ et $\alpha f(x_0;z)$ à condition qu'existent les différentielles $f(x_0;z)$ et $g(x_0;z)$.

THÉORÈME. — *Soit* $f(x)$ *une fonction avec une différentielle* $f(x_0;z) = 0$ *pour tous les points* x_0 *d'un ensemble convexe* [1] *de* L. *Alors* $f(x)$ *est une constante abstraite sur la région.*

Pour la démonstration on définit une intégrale généralisée de Riemann $\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} f(\alpha)\,d\alpha$, pour une fonction $f(\alpha)$, bornée topologiquement, de variable réelle α, et avec valeurs dans L. On en démontre quelques-unes des propriétés élémentaires; en particulier

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \frac{df(\alpha)}{d\alpha}\,d\alpha = f(\alpha_1) - f(\alpha_0)$$

pour une dérivée de $f(\alpha)$, intégrable sur (α_0, α_1).

Pour exposer quelques-unes des méthodes topologiques employées dans les démonstrations nous donnons la preuve du théorème suivant :

THÉORÈME. — *L'existence de la différentielle* $f(x_0;z)$ *implique la continuité de la fonction* $f(x)$ *pour* $x = x_0$.

Par définition on a $f(x_0+z) \in f(x_0) + f(x_0;z) + U_i^{\rho z}$ pour $z \in V_i(\rho)$ (ρ arbitraire). D'après l'axiome (6) il existe des α pour $f(x_0;z) \in$ L

[1] Ensemble convexe au sens précisé dans l'ouvrage de BANACH, *Opérations linéaires*, p. 27.

et $W \in \mathbf{u}$ de sorte que $f(x_0; z) \in \alpha W$, où $\alpha = \alpha(z, W)$. Puisque $f(x_0; z)$ est linéaire (c'est-à-dire continue), un ensemble ouvert T détermine un ensemble ouvert S(T) si bien que pour $f(x_0; z_0) \in T$ et $z_0 \in S$, $z \in S$ implique $f(x_0; z) \in T$. A cause de l'additivité $o \in T$. Alors on peut prendre $T = W_i$, $z_0 = o$.

Ainsi $f(x_0; z) \in \alpha W$ pour $z \in V_i(\rho)$ et $f(x_0; z) \in V_i$ pour $z \in S(W)$. Par conséquent $f(x_0; z) \in W_i$ pour z dans la partie commune, $I(\rho, W)$, des ensembles $V_i(\rho)$, $S(W)$. I est ouvert, $o \in I$. Ainsi

$$f(x) \in f(x^0) + W_i + U_i^{\rho z}$$

pour $z \in I(\rho, W)$, ou $f(x) \in f(x_0) + R(\rho, W)$, R ouvert, $o \in R$. En rappelant que W et ρ sont arbitraires, on peut faire $W = W(\rho)$. Alors on a $R = R(\rho)$, $I = I(\rho)$, dépendant de ρ seulement. Réciproquement, en choisissant R on détermine ρ. Maintenant $I = I(R)$ et les conditions pour la continuité de $f(x)$ sont satisfaites.

Nous remarquons que l'espace linéaire L peut admettre les nombres complexes comme facteurs. On modifie les axiomes (4) et (8) (pour (4), $\alpha| \leq 1$). Alors la plus grande partie de la théorie subsiste.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Dirichlet généralisé et ses rapports avec le balayage.* Note de M. **Florin Vasilesco**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai montré (¹) comment l'extension donnée par M. de La Vallée Poussin (²) à la méthode du balayage de Poincaré, introduit tout naturellement le problème de Dirichlet généralisé. Le balayage sur la frontière d'un domaine, d'une masse contenue dans celui-ci, donne sur la frontière une distribution dont le potentiel, à l'intérieur du domaine, est égal à la solution du problème de Dirichlet généralisé relative aux valeurs du potentiel primitif sur la frontière, supposé continu. *Grâce à l'unicité de cette solution*, j'ai pu démontrer celle de la distribution obtenue (cette unicité étant considérée par rapport à la condition de conserver à l'extérieur le potentiel primitif, et de ne pas l'augmenter à l'intérieur). A cet effet, ainsi que pour rechercher les valeurs du nouveau potentiel sur la frontière (donc à l'intérieur des masses), je me suis borné provisoirement

(¹) *Journ. de Math.*, **14**, 1935, p. 209; *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 199.

(²) *Annales de l'Institut Poincaré*, **3**, 1933, p. 175.

à des domaines limités par des surfaces irrégulières, afin d'éviter, dans le cas d'une frontière quelconque, d'employer le théorème de Gauss sans une étude préalable à son sujet qui me paraissait nécessaire.

J'ai montré à cette occasion, que la fonction de Green généralisée du domaine, ayant le point P comme pôle, est égale en tout point M, à $1/r$ moins le potentiel en M de la distribution sur la frontière résultant du balayage de la masse unité concentrée en P.

Dans un très intéressant travail récent [1], M. Frostman étudie directement les distributions de masse et leurs potentiels. Il utilise la notion de capacité, donnée auparavant par M. de La Vallée Poussin, qu'il retrouve comme cas particulier d'une définition plus générale. Ses résultats font ressortir l'importance de la notion *d'ensemble de capacité nulle*. Or on voit immédiatement que :

La notion d'ensemble impropre, que j'ai donnée depuis longtemps déjà [2] et dont l'utilité est montrée par mes résultats antérieurs, *coïncide avec la notion précédente d'ensemble de capacité nulle.*

Dès lors, le résultat de M. Frostman concernant l'ensemble des points irréguliers coïncide avec le mien [3].

M. Frostman démontre directement l'existence d'une distribution unique de masse positive, sur un ensemble fermé borné F, dont le potentiel v est égal à 1 sur F, sauf aux points d'un ensemble de capacité nulle.

Or j'ai démontré précédemment [3] le théorème suivant :

Il ne peut pas y avoir deux fonctions harmoniques bornées dans un domaine, si leur différence tend vers zéro sur la frontière, sauf aux points d'un *ensemble impropre* de celle-ci.

A cause de ce que v est continu aux points où il est égal à 1, par suite de sa semi-continuité inférieure, on conclut que

Le potentiel v coïncide avec le potentiel conducteur (de Wiener) de F, *et est donc la solution du problème de Dirichlet généralisé par les valeurs* 1 *sur* F.

La distribution de la capacité de F donnant le potentiel conducteur, trouvée par M. de La Vallée Poussin [4], et celle donnée initialement par M. Wiener sont *uniques* et jouissent de la même propriété que celle

---

(1) *Medd. Lunds Universitets Matematiska Seminarium*, 3, 1935, p. 1.

(2) *Journ. de Math.*, 9, 1930, p. 100.

(3) *Journ. de Math.*, 14, 1935, p. 217 ou *Comptes rendus* cités.

(4) Voir *loc. cit.*, p. 226 et suiv.

de M. Frostman avec laquelle elles coïncident : elles rendent minimum l'intégrale d'énergie.

M. Frostman opère le balayage d'une masse extérieure à un ensemble fermé borné F, sur cet ensemble. Il montre *directement* que la distribution est unique et que son potentiel est égal sur F, au potentiel primitif, sauf aux points d'un ensemble de capacité nulle, où il est plus petit. De plus, il évalue la masse transportée sur F par le balayage.

A cause de ce que le potentiel primitif est continu sur F, et de mon théorème rappelé ci-dessus, on conclut, moyennant un raisonnement facile, que

Le potentiel de la masse balayée est égal à la solution du problème de Dirichlet généralisé, pour les valeurs du potentiel primitif sur F. *Dès lors, le potentiel de la masse balayée a, en tous les points de* F, *les valeurs que j'ai indiquées précédemment* (1). *Le résultat que j'ai donné pour la fonction de Green généralisée se trouve étendu à ce cas général du balayage. De plus, l'unicité de la distribution, dans le cas du balayage d'un domaine infini, que je n'avais démontrée que pour les distributions issues d'un balayage, se trouve démontrée ainsi complètement.*

CALCUL MÉCANIQUE. — *Machine à calculer fondée sur l'emploi de la numération binaire.* Note de M. **Raymond Valtat**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

L'emploi du système de numération binaire a l'avantage de permettre l'exécution mécanique des opérations arithmétiques au moyen d'organes plus simples que ceux qu'exige l'emploi de la numération décimale. Mais la machine doit alors comporter de nouveaux dispositifs destinés à la transposition en écriture binaire des nombres écrits en écriture décimale, et inversement. Ces dispositifs, appelés l'un *codifieur*, l'autre *traducteur*, doivent donc compléter, sans d'ailleurs y ajouter de grandes complications, le mécanisme calculateur proprement dit.

Le codifieur sera constitué par des organes de liaison entre les touches d'un clavier décimal et les éléments d'un compteur binaire. L'appui sur une touche fera enregistrer l'équivalent binaire du nombre décimal inscrit sur la touche.

---

(1) *Journ. de Math.*, 14, 1935, *loc. cit.*, p. 224 et suiv.

Pour la multiplication, un compteur reçoit le multiplicande A inscrit en binaire. Un autre compteur le multiplicateur B.

Le mécanisme mis en œuvre consiste à concrétiser mécaniquement l'opération telle qu'elle serait effectuée à la main.

Dans le parallélogramme formé de 1 et de 0 et constitué par les produits partiels de la multiplication, les lignes horizontales représentent le multiplicande (ou 0) les lignes obliques le multiplicateur (ou 0). A l'intersection de la ligne horizontale de rang h et de la ligne oblique de rang k, il y aura un 1 si les chiffres des rangs correspondants du multiplicateur et du multiplicande sont des 1; par contre il y aura un 0 si l'un des chiffres précités est un 0.

On conçoit, à titre d'exemple, que les 1 et les 0 puissent être mécaniquement représentés par des dents susceptibles de se soulever à la surface d'une plaque. 1 est représenté par une dent soulevée; 0 correspond à la dent en position basse.

On conçoit également que la saillie des dents à la surface de la plaque puisse être commandée par l'enregistrement des nombres binaires dans les compteurs (multiplicande et multiplicateur); de sorte que le parallélogramme de multiplication est immédiatement concrétisé dans la forme voulue.

Il suffit dès lors de sommer par colonnes verticales les dents en saillie à la surface de la plaque, ce qui peut s'effectuer commodément par des roues dentées opérant d'une manière analogue à celles de la machine Odhner.

Un totalisateur binaire recueille les éléments de sommation en tenant compte des reports.

Le mécanisme de calcul peut d'ailleurs être d'une nature très différente de celui décrit ci-dessus à titre d'exemple.

Il suffit en effet de remarquer qu'en numération binaire 1 est concrétisé par *quelque chose* et 0 par l'absence de ce *quelque chose*, caractère exclusif à la numération binaire.

Ainsi du courant dans un circuit électrique représentera 1, l'absence de courant 0.

Les autres opérations arithmétiques ne donnent lieu à aucune remarque particulière.

Cependant l'opération d'extraction d'une racine carrée prend, dans le système binaire, un aspect très simple.

~~En effet doubler la partie trouvée consiste à y ajouter un 0, que l'on fait~~ suivre d'un 1 pour l'essai du chiffre suivant.

Le mécanisme d'extraction de racine pourra être identique à celui de la division à cette différence près, qu'au lieu de retrancher d'un reste partiel le diviseur (quantité fixe), on retranche la partie trouvée (quantité variable) suivie de 01.

D'autre part la séparation du dividende, chiffre par chiffre, fait place à une séparation par tranches de deux chiffres.

Tous ces mécanismes sont évidents.

Il y a lieu, après calcul, de restituer en décimal les résultats obtenus en binaire. C'est l'office du traducteur dont le mécanisme s'apparentera à celui du codifieur.

Observations relatives à la Note de M. Raymond Valtat, par M. **Maurice d'Ocagne**.

Je ne sais si l'idée d'utiliser la numération binaire pour le jeu d'une machine à calculer s'est déjà présentée à quelques esprits; je n'en ai, en tout cas, nulle connaissance et je ne sache pas qu'aucun projet détaillé de machine ait été antérieurement fondé sur ce principe. L'idée est d'ailleurs des plus heureuses, puisqu'ici les chiffres intervenant dans les opérations ne sont plus qu'au nombre de deux (0 et 1) au lieu de dix, ce qui, au point de vue de l'organe opérateur, entraîne une grande simplification. La partie la plus délicate du mécanisme réside dans les organes propres à transformer automatiquement les nombres donnés, exprimés dans le système décimal en nombres du système binaire (*codifieur*) et inversement pour le résultat (*traducteur*). J'ai pu me rendre compte de l'ingéniosité avec laquelle M. Raymond Valtat a conçu ces organes. Pour ce qui est du principe même sur lequel repose la machine, j'ai été amené à faire un rapprochement vraiment inattendu. En même temps que M. Valtat venait me soumettre son projet, je recevais une curieuse communication de M. Lucien Malassis, remarquable érudit en tout ce qui concerne les procédés de calcul, auteur déjà de nombreuses et intéressantes trouvailles ayant trait à divers procédés utilisés soit dans les temps anciens, soit, de nos jours, en certains pays dont la civilisation est très différente de la nôtre.

En faisant une étude approfondie de la *Rhabdologie* de Neper, ouvrage extrêmement rare, connu autrement que de nom par bien peu de gens, il y a découvert, sous forme d'une sorte d'appendice, un curieux procédé de multiplication au moyen d'un damier ou échiquier de k^2 cases, k étant un entier quelconque. La théorie peut en être réduite à ce qui suit :

désignons par AB la base du damier, par AC et BD ses côtés perpendiculaires à AB; appelons *colonnes* les files de cases perpendiculaires à AB, *rangées* les files parallèles à AB, et notons les cases des unes et des autres au moyen des nombres 1, 2, 4, ..., 2^{k-1}, à partir de celle qui est bordée par AC pour les colonnes, et de celle qui est bordée par AB pour les rangées. Tirons enfin les obliques, perpendiculaires à la bissectrice de l'angle BAC, qui joignent les points de division déterminés, sur les côtés du carré ABCD, par les droites limitant les colonnes et les rangées et cotons ces obliques, à partir de celle qui joint les deux premiers points de division sur AB et sur AC, au moyen des nombres 1, 2, 4, ..., 2^{2k}; chaque case sera alors affectée de la cote de l'oblique qui, pour cette case, est une diagonale. Dans ces conditions, il est bien facile de voir que la case qui se trouve à la rencontre de la colonne 2^m et de la rangée 2^n possède elle-même la cote 2^{m+n}.

Cela posé, tout nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une somme de puissances de 2 (c'est là le principe de la numération binaire), pour multiplier le nombre $2^{m_1}+2^{m_2}+2^{m_3}+\ldots$ par le nombre $2^{n_1}+2^{n_2}+2^{n_3}+\ldots$, on voit qu'il suffira de marquer par un signe quelconque (trait de crayon ou jeton, par exemple) toutes les cases situées à la rencontre des colonnes 2^{m_1}, 2^{m_2}, 2^{m_3}, ..., et des rangées 2^{n_1}, 2^{n_2}, 2^{n_3}, ..., prises deux à deux, puis de faire la somme des cotes de toutes les cases ainsi marquées pour avoir le produit cherché.

Or, et c'est en cela que consiste le rapprochement qui m'a frappé, cette description du procédé de la multiplication par le damier fournit exactement le schéma du principe sur lequel est fondée la machine de M. Valtat. Il va sans dire, au surplus, que celui-ci, en imaginant sa très remarquable invention, n'avait pas le moindre soupçon de ce procédé du damier, qui vient seulement de nous être révélé par M. Malassis.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Sur une machine à résoudre les systèmes d'équations linéaires.* Note de M. **Paulino Castells Vidal**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

La résolution mécanique des systèmes d'équations linéaires exige le groupement de mécanismes dans le but d'obtenir :

1° les déplacements, linéaires ou angulaires, qui doivent faire apparaître les valeurs des inconnues;

2° les déplacements qui représentent les produits de chaque inconnue par ses coefficients;

3° la somme algébrique de ces produits dans chaque équation;

4° l'égalité, à tout instant, des déplacements qui représentent une même inconnue dans toutes les équations;

5° la réversibilité des mécanismes qui relient les valeurs des n sommes ou termes indépendants, avec les valeurs des n inconnues.

Ces liaisons étant ainsi disposées, on obtient à la fin n chaînes cinématiques parallèles et reliées aussi transversalement, grâce auxquelles on trouve les valeurs des n termes indépendants si l'on part des valeurs des n inconnues; et réciproquement, on trouve les valeurs de ces inconnues si l'on donne aux termes indépendants les valeurs voulues.

L'appareil comporte des roues dentées A, B, C, ..., séparées deux à deux par une crémaillère.

La première crémaillère à gauche, soit M, est fixe. Les autres, N, P, Q, ... sont dentées sur les deux côtés et peuvent glisser, convenablement guidées, dans le sens de la longueur.

Les roues A, B, C, ... peuvent aussi se déplacer, vers le haut, ou vers le bas, guidées chacune par deux flasques, une de chaque côté, qui dépassent les dents.

On comprend facilement que, dans un jeu de roues et crémaillères ainsi disposé, si les roues se déplacent verticalement et si les chemins parcourus sont respectivement x, y, z, ..., tous ces chemins sont sommés par les crémaillères, et la dernière à droite, soit Q, parcourt un chemin qui est double de la somme algébrique des déplacements antérieurs. On peut donc écrire

$$x \pm y \pm z \pm \ldots = k.$$

C'est la réalisation d'une équation linéaire dont tous les coefficients sont égaux à ± 1.

Pour réaliser la même équation, dans le cas général de coefficients quelconques a, b, c, ..., il suffit de placer chaque roue à l'extrémité d'une bielle AA' qui est articulée avec un levier oscillant O pivotant autour d'un axe passant par son milieu et de disposer le point d'articulation A' sur un curseur qu'on peut fixer à droite ou à gauche de l'axe d'oscillation du levier et à la distance convenable.

Avec cette addition, si nous fixons les articulations des bielles aux distances a, b, c, ... qui soient proportionnelles aux coefficients de l'équation donnée et que nous fassions parcourir aux extrémités R, S, T, ... des

leviers, les chemins x, y, z, ..., ceux qui parcourront les roues A, B, C, ... ne seront pas les mêmes. On peut les considérer comme proportionnels aux produits de chacun des déplacements antérieurs par le bras de son levier (cette proportionnalité est pratiquement exacte pour les déviations qu'on utilise, ne surpassant pas les 12°) et le chemin parcouru par la crémaillère Q sera maintenant

$$ax \pm by \pm cz \pm \ldots = k.$$

C'est la réalisation d'une équation linéaire avec des coefficients quelconques.

Pour arriver à la résolution d'un système d'équations, il suffit de considérer que chaque équation de ce système peut être représentée de la même façon, avec des roues et crémaillères qui sont montées sur des platines parallèles. Nous avons ainsi un jeu de mécanismes sur le plan I pour la première équation. Un autre jeu sur le plan II pour la seconde. Un autre sur le plan III et ainsi de suite.

Mais les valeurs de x, y, z, ..., dans les plans susdits, ne peuvent être indépendantes. Chacune de ces valeurs doit satisfaire à toutes les équations du système. Il faut par conséquent les relier, en vue d'obtenir que les déplacements angulaires de tous les leviers correspondant à une même inconnue soient égaux à chaque instant. Cette égalité est obtenue en reliant tous les leviers de chaque groupe par deux traverses, c'est-à-dire par des cadres formant entretoise. Les déviations angulaires de ces cadres produisent évidemment la même oscillation dans tous les leviers de chaque groupe, et ces déviations, convenablement amplifiées, *donnent les valeurs des inconnues*, au moment où les crémaillères Q indiquent sur les plans respectifs les valeurs k, k', k'', ...

On peut faire encore la remarque suivante :

Si x, y, z, ... sont les valeurs *approchées* et α, β, γ, ... leurs *corrections*, on a

$$a(\varphi + \alpha) + b(y + \beta) + c(z + \gamma) + \ldots = k,$$
$$a'(\varphi + \alpha) + b'(y + \beta) + c'(z + \gamma) + \ldots = k',$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

En vérifiant ces opérations et en désignant par k, k', k'', ... les résultats des substitutions des valeurs approchées, nous aurons :

$$a\alpha + b\beta + c\nu + \ldots = K - K_1 = \Delta,$$
$$a'\alpha + b'\beta + c'\nu + \ldots = K' - K'_1 = \Delta, \ldots.$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

On voit donc que les corrections α, β, γ, ... sont les inconnues d'un autre système de la même nature, avec les mêmes coefficients a, b, c, ... et de nouveaux termes indépendants qui sont Δ, Δ', Δ'', ...

La brièveté de cette Note nous empêche de décrire deux mécanismes complémentaires, dont nous dirons seulement l'objet :

Au lieu d'actionner à la main, et l'un après l'autre, les curseurs k, k', k'', ..., on peut les comprimer au moyen de ressorts; et, au moment voulu, tous ces ressorts fonctionnent simultanément. La résolution du système est faite ainsi dans une fraction de seconde.

Un autre dispositif supprime, au moment des lectures, le petit jeu qu'il y a toujours entre les dents des engrenages. Ce jeu est nécessaire pendant les manœuvres; mais quand elles sont finies, il suffit de pousser un bouton d'ajustage qui comprime, jusqu'à les serrer, tous les jeux laissés entre roues et crémaillères, et ledit jeu disparaît.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les trompes à réaction.*
Note [1] de M. **Joseph Chalom**, présentée par M. Henri Villat.

Les nouvelles expériences que j'ai faites avec les trompes à réaction, appareils utilisés pour augmenter la réaction des jets propulseurs [2], ont pour but de comparer les résultats obtenus à ceux obtenus en Allemagne par L. Kort [3] et aux États-Unis par Eastman et Shoemaker [4]. J'ai pris comme grandeur de comparaison l'augmentation de la réaction, définie par le rapport R_T/R_J de la réaction totale à la réaction théorique du jet libre, et les pertes d'énergie cinétique correspondantes, définies par le rapport K_1 de l'énergie cinétique perdue W' à l'énergie cinétique théorique W_J du jet libre. On a

$$K_1 = \frac{W'}{W_J} = 1 - \frac{M_S V_S}{MV} \frac{MV}{M_J V_J} \frac{V_S}{V_J}, \tag{1}$$

avec $M_S V_S$ quantité de mouvement à la sortie de la trompe, $M_J V_J$ quantité de mouvement théorique du jet libre et MV quantité de mouvement pesée de ce dernier.

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) Les premières expériences ont été faites par M. Melot à Saint-Cyr.

(3) *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt*, 23, n° 16, 1932, p. 483.

(4) *National advisory Committee for Aeronautics*, *Technical Notes*, n° 431, fig. 2 et 3, septembre 1932.

En ce qui concerne les quantités de mouvement $M_S V_S$ et MV, M. Riabouchinsky ayant attiré mon attention sur l'incompatibilité de leur égalité [1] avec une augmentation de la réaction totale par rapport à celle du jet libre, de nouvelles expériences effectuées m'ont permis de constater qu'en effet une augmentation de la réaction du fait de l'adjonction d'une trompe entraîne une augmentation équivalente de la quantité de mouvement à la sortie de cette dernière. En appelant R_T la réaction totale on a : $M_S V_S = R_T$ de même que $MV = R$, R étant la réaction pesée du jet libre. En première approximation K_1 est déterminé en fonction des données de l'expérience par la relation suivante :

$$K_1 = \frac{R_T}{R_J}\sqrt{\frac{R_T}{R_J} \times \frac{\rho}{\rho_S} \times \frac{S_J}{S_m} \times \frac{S_m}{S_S}}, \tag{1'}$$

avec ρ, densité théorique du fluide moteur; ρ_S, densité du mélange dans la section S_S; S_S, section à la sortie de la trompe; S_J, section théorique du jet libre; S_m, section minima de la tuyère d'éjection.

Les conditions dans lesquelles mes expériences ont été effectuées ainsi que celles effectuées en Allemagne et aux États-Unis sont schématisées dans le tableau ci-dessous :

Éléments des expériences.	A. Jet n° 1.	A. Jet n° 2.	B.	C.
Fluide moteur : air comprimé à la pression maxima (kg/cm²) de	5	5	13	11
Fluide entraîné : air ambiant	–	–	–	–
Dimensions de la tuyère d'éjection. d_m, diamètre à la gorge (mm).	8,3	8,3	$3/8'' \cong 9$	10,5
d_s, diamètre à la sortie (mm).	9	14	$3/4'' \cong 18$	15,8
d_s/d_m, rapport des diamètres.	1,08	1,68	2	1,5
D_s, diamètre à la sortie de la trompe (mm).	76	76	$8'' \cong 196$	158
$\frac{S_s}{S_m} = \frac{\text{sect. à la sortie de la trompe}}{\text{sect. à la gorge de la tuyère d'éjection}}$.	83	83	465	225

avec A, expériences faites par moi; B, expériences faites par Eastman et Shœmaker, et C, expériences faites par L. Kort.

Les deux tableaux suivants donnent les résultats comparés pour deux séries d'expériences, l'une faite avec trompe à tuyère unique et la deuxième avec trompe à tuyères multiples.

---

(1) J. Chalom, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1289.

Trompe à tuyère unique.

Pression absolue en kg/cm².	Rt/Rj. A. Jet n°1.	Jet n°2.	B.	C.	K₁. A. Jet n°1.	Jet n°2.	B.	C.
3.......	1,62	1,37	1,10	–	0,725	0,788	0,934	–
4.......	1,53	1,35	1,16	–	0,725	0,764	0,925	–
5.......	1,60	1,44	1,20	–	0,680	0,727	0,910	–
11.......	–	–	1,23	–	–	–	0,870	–
13.......	–	–	1,19	–	–	–	0,858	–

Trompe à tuyères multiples.

Pression absolue en kg/cm².	Rt/Rj. A. Jet n°1.	Jet n°2.	B.	C.	K₁. A. Jet n°1.	Jet n°2.	B.	C.
3.......	1,72	–	1,25	–	0,690	–	0,919	–
4.......	1,63	–	1,30	–	0,707	–	0,909	–
5.......	1,50	–	1,35	–	0,713	–	0,892	–
11.......	–	–	1,22	1,40	–	–	0,866	0,770
13.......	–	–	1,25	–	–	–	0,850	–

En comparant les données des tableaux précédents, on se rend compte de l'amélioration que j'ai obtenue dans le fonctionnement des trompes à réaction. Cette amélioration a été obtenue grâce à une étude expérimentale très détaillée des éléments constitutifs de la trompe à réaction. L'influence de chacun de ces éléments sur le fonctionnement de la trompe fera l'objet d'une publication ultérieure.

AÉRODYNAMIQUE. — *Veine plane guidée. Influence sur les caractéristiques aérodynamiques des ailes sustentatrices.* Note (¹) de MM. **A. Toussaint** et **S. Pivko**, présentée par M. Henri Villat.

Nous nous sommes proposé d'étudier l'influence des parois sur les caractéristiques aérodynamiques des ailes essayées dans les souffleries, quand les dimensions de l'aile (corde et l'épaisseur du profil) sont importantes par rapport à l'épaisseur du courant. A l'aile réelle nous avons

(¹) Séance du 18 mai 1936.

substitué un système de remplacement, comportant un tourbillon et trois *doublets orientés* (¹). Les doublets font intervenir l'épaisseur et la corde du profil.

Système de remplacement de l'aile. — On suppose que le profil de l'aile dérive du cercle par transformation conforme avec la fonction $z=\zeta+c^2/\zeta$. La vitesse complexe totale en un point z modérément rapproché du profil sera $w=u-iv=-V_0e^{i\alpha}+V_0a^2e^{-i\alpha}/z^2-V_0c^2e^{i\alpha}/z^2-i\Gamma m/2\pi z^2-i\Gamma/2\pi z$. En introduisant les approximations légitimées par la valeur modérée des incidences, la vitesse complexe induite sera donnée par l'expression

$$w_0=u_0-iv_0=-\frac{i\Gamma}{2\pi z}+\frac{k_1}{z^2}-i\frac{k_2+k_3}{z^2}.$$

On voit que le premier terme correspond à un tourbillon et les autres termes aux trois doublets orientés avec les intensités

$$k_1=V_0\frac{l^2}{8}\eta e;\qquad k_2=V_0\frac{l^2}{8}\alpha(1+\eta e);\qquad k_3=\frac{\Gamma l\eta e}{8\pi},$$

l étant la corde du profil; $e=em/l$, l'épaisseur relative maximum du profil; $\eta=0,77-0,011\tau^0$, le coefficient η dépendant du genre du profil et de τ^0 qui est l'angle des tangentes d'intrados et d'extrados à la pointe arrière du profil.

Système d'images. — Les contraintes dues aux parois de la veine guidée seront remplacées par celles dues aux quatre séries indéfinies d'images, orientées de telle façon que la vitesse résultante normale aux parois soit nulle. Les images constitueront avec l'aile réelle, placée à l'origine (tourbillon et trois doublets), un système de quatre files infinies verticales (voir la figure). La vitesse complexe du système total sera

$$w=\frac{df}{dz}=-\frac{i\Gamma}{2h}\operatorname{coséch}\frac{\Pi z}{h}+k_1\left(\frac{\Pi}{h}\right)^2\operatorname{coséch}^2\frac{\Pi z}{h}$$
$$-i(k_2+k_3)\left(\frac{\Pi}{h}\right)^2\operatorname{coséch}\frac{\Pi z}{h}\operatorname{cotgh}\frac{\Pi z}{h}.$$

En un point quelconque, la vitesse due aux images (parois) seules sera $w_i=w-w_0$ ou w_0 représente la vitesse induite due à l'aile réelle. A l'origine, pour $z=0$, cela nous donne

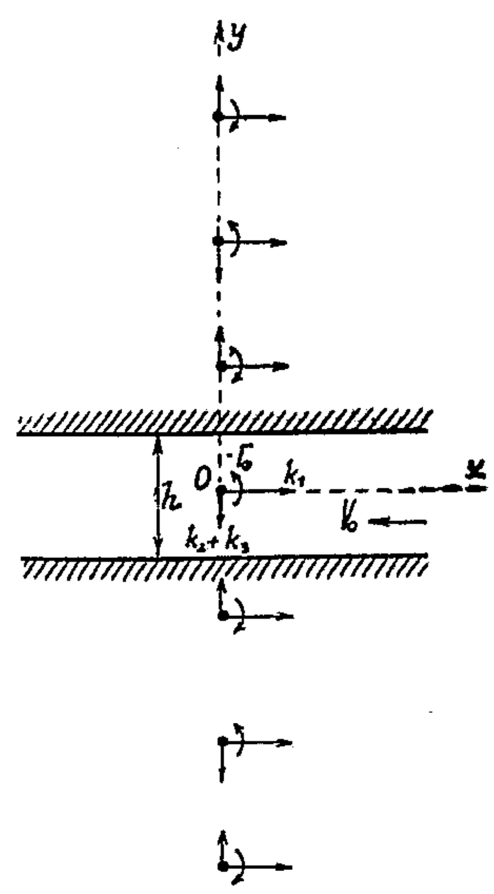
$$w_{i0}=-\frac{1}{3}\left(\frac{\Pi}{h}\right)^2\left[k_1+i\frac{1}{2}(k_2+k_3)\right]=u_{i0}-iv_0,$$

(¹) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 206.

La composante $v_{i0} = 1/6\,(\Pi/h)^2(k_2+k_3)$, dirigée vers le haut, provoque une *augmentation de l'incidence* effective au droit de l'aile, soit $\Delta\alpha \approx v_{i0}/V_0 = \alpha_\infty . m$, avec

$$m = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_\infty} = \frac{1}{3}\left(\frac{\Pi l}{4h}\right)^2 (1+\eta e)\left(1+\frac{\Gamma}{\Gamma_\infty}\eta e\right).$$

La composante $u_{i0} = -1/3\,(\Pi/h)^2 k_1$ provoque une *augmentation* (pratiquement négligeable) *de la vitesse* locale.



Or, comme une augmentation de l'incidence correspond à une augmentation de la circulation autour du profil, nous avons

$$\Delta\Gamma = \pi l(1+\eta e)V\,\Delta\alpha \approx \pi l(1+\eta e)V_0\alpha_\infty m = \Gamma_\infty m$$

et, d'autre part, $\Delta\Gamma = \Gamma - \Gamma_\infty$ et $\Gamma/\Gamma_\infty = m+1$.

Portons cela dans notre expression pour m, nous obtenons, tous calculs faits,

$$m = \frac{1}{3}L^2\,\frac{1+2\eta e}{1-\frac{1}{3}L^2\eta e} \qquad \text{avec} \quad L = \frac{\pi l}{4h}.$$

Conclusions. — En résumé, l'influence d'une *veine plane guidée* de hauteur h sur les caractéristiques aérodynamiques des ailes sustentatrices correspond aux corrections suivantes :

La sustentation unitaire dans un courant illimité sera

$$C_{z\infty} = C_{zh} - C_{xh}\,\Delta\alpha \approx C_{zh};$$

la résistance unitaire $C_{x\infty} = C_{x(h)} + C_{z(h)}\Delta\alpha$; l'incidence correspondante

$$\alpha_\infty = \alpha_{(h)} + \Delta\alpha = \alpha_{(h)} \frac{1}{1-m} \qquad \text{avec} \quad \Delta\alpha = \alpha_\infty - \alpha_{(h)} = \alpha_\infty m,$$

en désignant partout par l'index ∞ les valeurs dans un courant illimité et par l'indice (h) les valeurs mesurées dans la veine guidée.

AVIATION. — *Sur les possibilités de vitesse et de rayon d'action des gyroplanes.* Note de M. **Louis Breguet**, présentée par M. Émile Jouguet.

Depuis quelques années, j'ai repris l'étude des hélicoptères se déplaçant transversalement, qu'avec M. Charles Richet j'avais, en 1907, appelés *gyroplanes* (1).

J'emploierai les unités M. K. S. et les notations ci-après :

P, W, poussée sustentatrice verticale et puissance dépensée;

n, D, N, nombre de tours, diamètre et nombre de pales des ailes tournantes coxiales;

V, $\gamma = V/nD$, vitesse horizontale et paramètre de la translation;

θ, inclinaison propulsive de l'axe des hélices sur la verticale (6° à 9° à grande vitesse);

h_0, rapport de la surface des pales à celle du cercle balayé;

h_r, fraction alaire résiduelle que mes essais, pour des pales allant jusqu'au moyeu, ont fixée à 0,015;

C_{x_0}, coefficient de traînée minimum d'un élément de pale;

λ, allongement efficace déterminant la parabole induite;

$C_{z_f} = \sqrt{\pi\lambda C_{x_0}}$, coefficient de poussée élémentaire correspondant à la finesse;

$C_z = \mu C_{z_f}$, $C_x = (1+\mu^2) C_{x_0}$, coefficients de poussée et de traînée élémentaires des pales;

σ, δ, surface réduite représentant les résistances du corps et des accessoires et densité relative de l'air.

Pour intégrer les actions élémentaires de l'air, il faut, outre C_{x_0}, μ, h_0, connaître λ, dépendant de l'interaction des pales, que mes études et expériences m'ont conduit à calculer, en fonction de γ, h_0 et h_r par la formule

$$\lambda = \frac{1}{\pi\left[\dfrac{h_0}{N} + h_r + \dfrac{h_0 + h_r}{1 + 1{,}28\gamma}\right]}. \tag{1}$$

(1) *Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 523.

J'ai pu alors établir théoriquement, dans le cas du vol en palier, en supposant C_z de même valeur uniforme pour les éléments actifs des pales, compte tenu de leur passage dans le *cercle d'inversion* des vitesses, les formules nouvelles, valables jusqu'à $\gamma = \pi$,

$$(2) \qquad \alpha_z = \frac{P}{\delta n^2 D^4} = 0,162\,\mu h_0 \sqrt{\frac{C_{x_0}}{\frac{h_0}{N} + h_r + \frac{h_0 + h_r}{1 + 1,28\gamma}}}\,(1 + 0,15\gamma^2 - 0,01\gamma^3),$$

$$(3) \qquad \beta = \frac{W}{\delta n^3 D^5} = 0,383\,C_{x_0} h_0 (1 + \mu^2)(1 + 0,3\gamma^2 + 0,006\gamma^4) + \frac{\sigma}{D^2}\gamma^3,$$

$$(4) \quad \operatorname{tang}\theta = \frac{1 + \mu^2}{\mu} \sqrt{C_{x_0}\left(\frac{h_0}{N} + h_r + \frac{h_0 + h_r}{1 + 1,28\gamma}\right)} \times \frac{0,475\gamma + 0,02\gamma^3 + 0,617\,\frac{\sigma}{C_{x_0} h_0 (1 + \mu^2) D^2}\gamma^2}{1 + 0,006\gamma^3}.$$

Ces formules fondamentales sont en bon accord avec mes expériences, tant récentes que de 1907, et avec les essais faits de 1924 à 1926.

J'ai construit d'après mes brevets, et récemment essayé avec succès un appareil d'étude pesant 2 tonnes, muni de quatre pales de 16^{m} de diamètre, et de $13^{m^2},5$ de surface, qui n'a dépensé que 180 CV pour se sustenter près du sol, donc de qualité $q_0 = 0,41$, *la qualité Breguet* étant [1]

$$(5) \qquad q = \frac{P^{\frac{3}{2}}}{DW} = \delta^{\frac{1}{2}} \frac{\alpha_z^{\frac{3}{2}}}{\beta}.$$

J'appelle *résistance relative globale* $\operatorname{tang}\Phi$ l'expression

$$(6) \qquad \operatorname{tang}\Phi = \frac{W}{PV} = \frac{\beta}{\alpha_z \gamma}.$$

Mes formules montrent que cette expression passe par un *minimum*, pour une certaine valeur de γ.

Si l'on envisage un *gyroplane d'avenir* ayant $\sigma/D^2 = 1/15000$

$$h_0 = 0,07, \qquad h_r = 0,013, \qquad C_{x_0} = 0,009, \qquad \mu = 1,5,$$

on voit que, pour des valeurs de γ voisines de 2, $\operatorname{tang}\Phi = 0,104$. Si la puissance motrice utilisée est de 15^{kgm} par seconde et par kilogramme de

---

(1) *IVe Congrès international d'Aéronautique*, Nancy, 1909.

poids total, la vitesse $V = W/P \tan \Phi$ sera 144 m/sec, soit plus de 500km à l'heure, ceci sans que la vitesse résultante à l'extrémité des pales qui avancent atteigne celle du son.

Par le bilan des poids, j'ai vérifié que la distance franchissable à cette vitesse pourrait atteindre 6000km, avec une charge marchande appréciable, tandis que le meilleur avion, chargé à 150 kg/m², muni de moteurs de même légèreté et de même consommation spécifique, ne pourrait effectuer un tel parcours, avec la même charge, qu'à des vitesses inférieures à 360km à l'heure.

Ainsi il apparaît que les gyroplanes posséderont, outre les qualités qui leur sont propres (envol et atterrissage verticaux), des avantages appréciables sur les avions, *en ce qui concerne la vitesse et le rayon d'action.*

Ce sont ces derniers avantages, qui m'ont incité à établir la présente Note.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Influence de la turbulence sur le coefficient polytropique de détente dans les moteurs à essence.* Note [1] de M. **Max Serruys**, présentée par M. Émile Jouguet.

L'étude des variations du coefficient polytropique pendant la détente permet, comme on sait, de calculer pour chaque instant du cycle la somme algébrique de la quantité de chaleur produite par les réactions chimiques qui se poursuivent au même moment dans la charge gazeuse et de la quantité de chaleur échangée par celle-ci avec les parois.

Il n'avait malheureusement pas été possible jusqu'ici de déterminer le diagramme de détente d'un moteur à explosion *à régime rapide* avec une exactitude suffisante pour pouvoir en tirer des conclusions précises concernant les quantités de chaleur en question. Opérant avec le manographe optique à faible inertie [2], l'auteur a pu enregistrer des diagrammes suffisamment précis pour qu'après transformation en axes pression-volume on puisse en déduire les variations du coefficient $\gamma = (dp/p)/(dv/v)$ le long de la détente avec une approximation suffisante [3].

---

[1] Séance du 18 mai 1936.

[2] Il est évidemment d'autant plus difficile de déterminer exactement la valeur moyenne de γ dans un intervalle donné, que cet intervalle est plus restreint.

[3] *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1083.

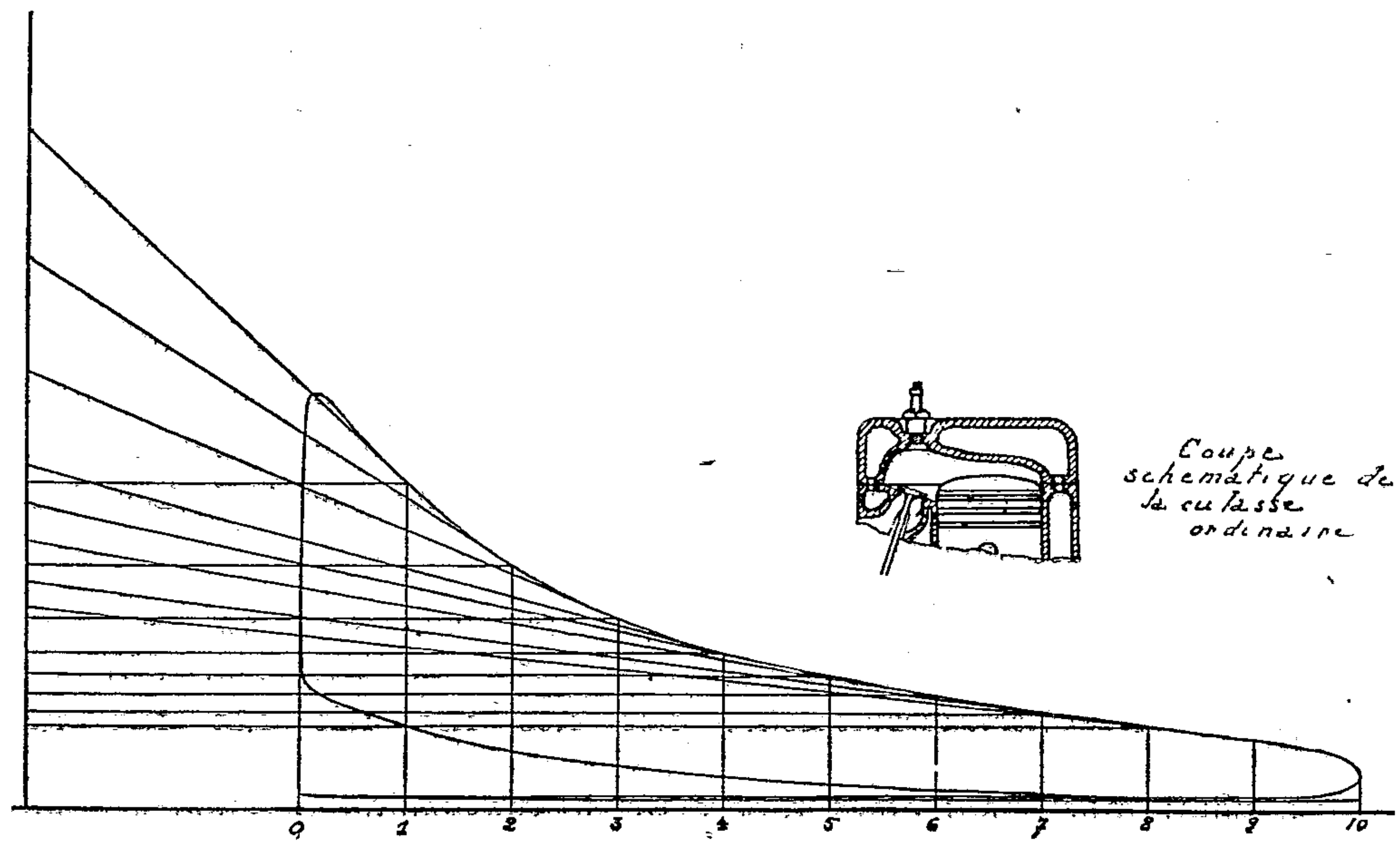

Coupe schematique de la culasse ordinaire
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Fig. I.

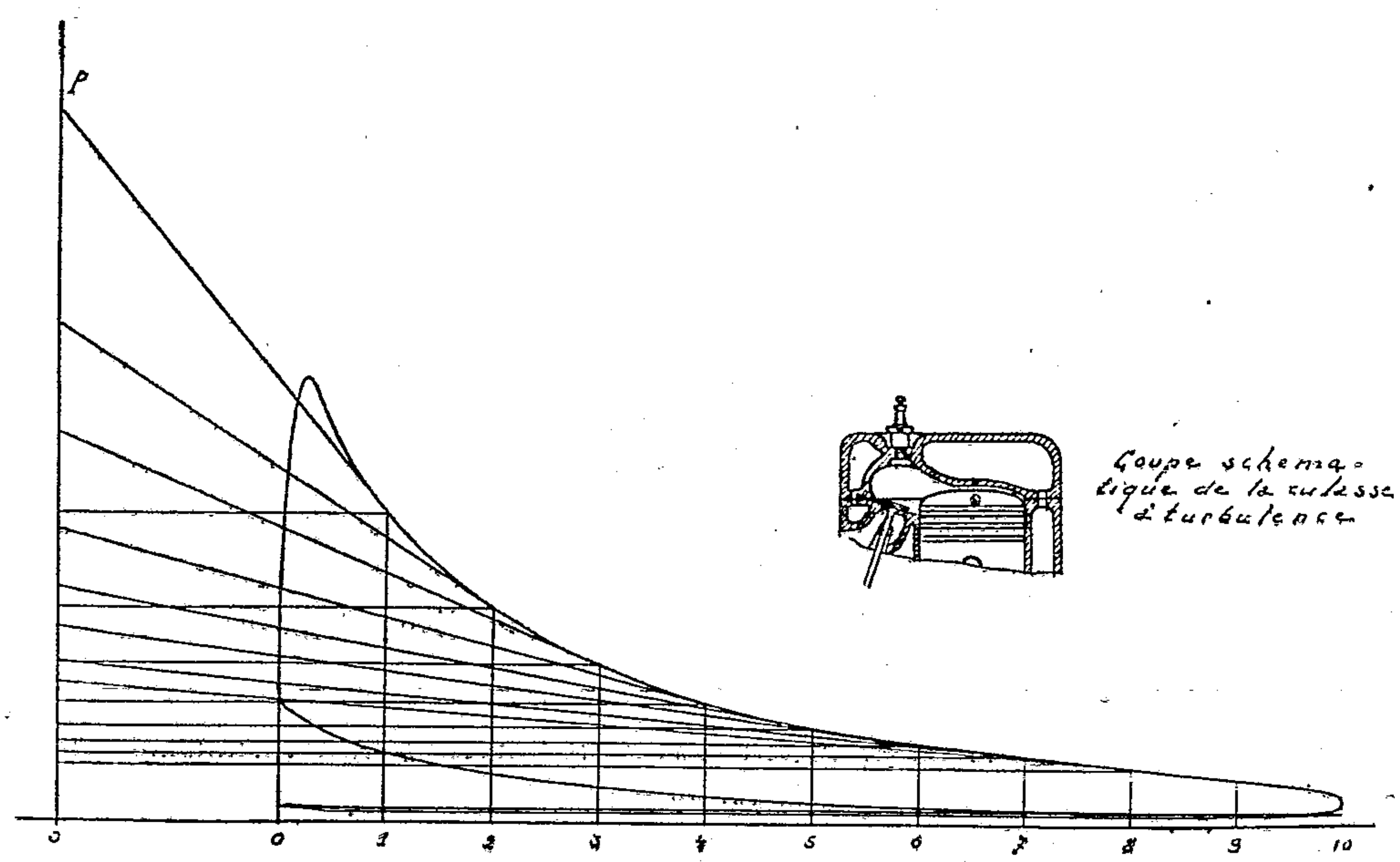

P
Coupe schematique de la culasse à turbulence
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Fig. II.

Les figures I et II représentent le résultat de la transformation en axes pression-volume de deux diagrammes obtenus au même régime et sur le même moteur dans des conditions identiques de température, d'humidité, de pression et de carburation, mais avec des culasses de formes différentes.

Le diagramme de la figure I a été obtenu avec une culasse à faible turbulence tandis que le diagramme de la figure II correspond à une culasse donnant une turbulence assez forte.

La valeur du coefficient polytropique γ a été calculée pour les différents points de la détente par la construction de Lacoin et contrôlée en calculant la valeur moyenne correspondant à un intervalle représentant un dixième de la course totale du piston et encadrant le volume considéré. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Fractions de la course		0,1.	0,2.	0,3.	0,4.	0,5.	0,6.	0,7.
Valeurs de γ.	Diagr. I (faible turbulence)...	1,07	1,25	1,28	1,21	1,28	1,32	1,32
	Diagr. II (forte turbulence)...	1,30	1,33	1,45	1,46	1,46	1,46	1,46

Le point mort haut étant repéré sur le diagramme original à moins de 0°,5 près, et l'échelle des pressions étant linéaire et connue à moins de 1 pour 100 près, les valeurs de γ ainsi calculées peuvent être considérées comme exacte à 0,05 près environ. Dans ces conditions il apparaît clairement *que la combustion se poursuit activement jusqu'à la fin de la détente dans le cas où la turbulence est faible, tandis que l'équilibre chimique paraît être atteint avant le premier tiers de la détente, lorsque la turbulence est suffisante* (1).

L'importance de ce résultat, qu'on n'aurait pu déduire avec certitude de la simple comparaison des coefficients polytropiques moyens est évidente en ce qui concerne le fonctionnement du moteur. En outre on peut en tirer cette conséquence que les analyses faites sur des échantillons de gaz prélevés au delà d'orifices d'échappement, qui sont franchis généralement avec une turbulence extrêmement forte, ne peuvent renseigner que très imparfaitement sur la qualité de la combustion réalisée dans le moteur.

(1) De toutes façons, et même dans le cas de la culasse à forte turbulence, il ne semble pas possible d'admettre que la faible valeur initiale de γ soit due aux variations de chaleur spécifique des gaz avec la température.

MÉCANIQUE ET PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formule de Fresnel dans une théorie corpusculaire de la lumière.* Note (¹) de M. **Stéphan Serghiesco**, présentée par M. Jules Drach.

On sait que la formule de Fresnel, vérifiée expérimentalement par Fizeau et plus tard par Michelson et Morley, a été l'objet de discussions théoriques sur l'entraînement des ondes lumineuses de l'éther. Des interprétations de cette formule ont été données dans l'ancienne théorie ondulatoire aussi bien que dans la théorie électromagnétique de Lorentz, mais c'est seulement par la cinématique relativiste d'Einstein que l'on a obtenu une interprétation *au sens corpusculaire*.

Nous présentons ici une interprétation de la formule de Fresnel dans une théorie corpusculaire, qui devient extrêmement simple si l'on fait usage des éléments introduits dans une Communication précédente (²).

Soit i l'angle d'incidence du corpuscule venant du milieu I (air) avec une vitesse v. Nous savons que la variation de cette vitesse incidente quand le corpuscule passe dans le second milieu II (eau) est représentée par $k'v$, k' étant l'invariant de l'eau par rapport au vide, l'autre composante de la vitesse étant *normale* à Σ.

Supposons maintenant l'eau animée d'une vitesse u, *suivant la projection de la vitesse incidente sur la surface* Σ et, par exemple, en sens inverse de cette projection. Comme on a supposé que le déplacement du système lumineux n'est dû qu'à son énergie interne et aux réactions correspondantes de l'énergie environnante, la variation de la vitesse du corpuscule suivant la direction incidente sera représentée par $k'(v+u\cos\theta)$, en désignant par θ l'angle de la vitesse incidente avec la vitesse de l'eau : cet angle est simplement $(\pi/2-i)$. Cela revient à supposer le liquide en repos et le corpuscule venant avec la vitesse $v+u\cos\theta$. La composante OR′, normale à Σ, ne changera pas; nous avons vu que son expression est, quand v est la vitesse incidente,

$$OR' = v\sqrt{1-k'}\left[\sqrt{1-(1-k')\sin^2 i} - \sqrt{1-k'}\cos i\right].$$

Ainsi, en première approximation, la composante de la vitesse suivant

(¹) Séance du 18 mai 1936.

(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1563.

la direction du rayon lumineux incident sera $v - k'(v + u \sin i)$, c'est-à-dire que la vitesse suivant cette direction correspondant à l'eau immobile $v(1 - k')$ est diminuée de la quantité $k' u \sin i$, ou encore $(1 - 1/n'^2) u \sin i$. C'est la formule de Fresnel. En observant que l'invariant absolu k de l'air est très petit, on peut écrire ce terme $(1 - 1/n_1^2) u \sin i$, $n_1 = n'/n$ étant l'indice de l'eau par rapport à l'air. La différence des deux termes est en effet comparable au produit $k/n'^2 . u \sin i$, dans lequel k et u sont très petits. C'est ce que donne la cinématique d'Einstein.

Lorsqu'on suppose que la vitesse de l'eau, u, est *normale* à Σ, l'angle θ sera l'angle d'incidence i, la vitesse relative du corpuscule par rapport à l'eau sera $v + u \cos i$. Mais il semble qu'alors on doive modifier la composante OR', par exemple par le remplacement de v par $v + u$ pour l'incidence normale $i = 0$. Cela introduit un terme $uk' : 2$, du même ordre de grandeur que celui déjà obtenu et l'influence de la vitesse normale u de l'eau se traduit par la diminution $3/2.(1 - 1/n'^2) u$ de la vitesse normale du corpuscule. Une analyse précise des actions du milieu eau, au moment où le corpuscule y pénètre, peut sans doute permettre d'écarter ce terme $uk' : 2$ et redonner la formule classique.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur l'application de la relation masse-luminosité aux étoiles doubles visuelles.* Note (¹) de M. **Georges Durand**, présentée par M. Ernest Esclangon.

J'ai montré (²) l'accord entre la relation masse-luminosité et l'observation en considérant des étoiles particulièrement bien connues, mais nécessairement en nombre restreint (20). Je me propose d'exposer ici comment l'étude d'une classe étendue d'étoiles conduit à un ensemble de résultats numériques qui confirment pleinement la relation d'Eddington.

Il s'agit de la totalité des binaires visuelles pour lesquelles on connaît l'orbite et la parallaxe (trigonométrique ou spectroscopique). On a ainsi deux relations : 1° la relation masse-luminosité qui fournit directement les masses individuelles μ_1 et μ_2 ; 2° la relation classique $a^3 = Sp^3 P^2$ entre les éléments orbitaux a et P, la parallaxe p et la somme des masses S (la masse du Soleil étant prise pour unité). Si toutes les données issues de l'observa-

(¹) Séance du 18 mai 1936.

(²) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1915.

tion sont exactes, ainsi que la relation d'Eddington, il y a identité entre les valeurs déduites des deux relations; mon but est d'établir que les écarts constatés entre ces valeurs correspondent aux erreurs sur les données, spécialement à l'erreur Δp sur la parallaxe qui joue un rôle prépondérant.

Pour caractériser cet écart, je considère la différence $\delta = p - \varpi$, ϖ étant défini avec la seconde relation : $a^3 = (\mu_1 + \mu_2)\varpi^3 P^2$. La différence δ est plus précise que $S - (\mu_1 + \mu_2)$, la somme S étant très sensible à une erreur Δp; et surtout δ a l'avantage de pouvoir être aussitôt comparée à l'erreur probable sur la parallaxe qui est connue *a priori*.

Soient $r = \Delta p/p$, $y = \delta/p$, et Δ' une somme de trois termes, d'ailleurs faibles, qui dépendent respectivement des erreurs sur la parallaxe, sur les magnitudes et sur les éléments orbitaux. Les équations d'Eddington donnent, pour chaque couple,

$$y = 1 - \frac{(1+r)^{\frac{4}{5}}}{1+\Delta'}.$$

Si l'on fait la moyenne des $|y|$ et des y pour un ensemble de couples, on a

$$Y_1 = \overline{|y|} = 0,8(1+k_1)\,\overline{|r|} + k_2, \tag{1}$$

$$Y_2 = \overline{y} = -0,72\,\overline{r^2} - k_3, \tag{2}$$

les k représentant des nombres *positifs* petits (0,02 à 0,05).

Résultats numériques. — Les éléments orbitaux proviennent du Catalogue de Finsen [1] et des déterminations plus récentes, publiées séparément. Les parallaxes sont tirées du *General Catalogue of stellar parallaxes* (1935). Le calcul numérique des termes k se fait avec une précision suffisante en appréciant l'erreur moyenne sur les magnitudes et les données orbitales; il faut aussi tenir compte du fait que certaines composantes sont elles-mêmes binaires : en leur appliquant la relation d'Eddington comme à des étoiles simples, on commet une erreur qui a pour effet d'augmenter ces termes, surtout k_3. Enfin, les constantes adoptées dans la relation masse-luminosité sont celles d'Eddington.

Parallaxes trigonométriques (102 couples). — Comme on connaît, avec chaque parallaxe, l'erreur probable e, la considération de Y_1 est particulièrement intéressante. Posant $x = e/p$, la définition de l'erreur probable donne pour un ensemble de couples $\overline{|r|/x} = 1,183$. Afin d'appliquer la

---

(1) *Union Observatory, Circular* n° 91, 1934, p. 23.

relation (1), j'écarte 10 couples pour lesquels $x > 1$, puis je répartis les autres en 9 groupes de 8 à 12 couples, les valeurs de x croissant d'un groupe au suivant et étant peu dispersées dans chacun d'eux; il en résulte que les 9 points figuratifs (x, Y_1) sont sur une *droite* d'équation $Y_1 = 0,95(1+k_1)x + k_2$. De plus, k_1 diffère peu de 0,03, tandis que k_2 vaut 0,03 à 0,05.

Les résultats numériques sont en excellent accord avec la théorie : le coefficient de corrélation trouvé est 0,989, de sorte que les points sont très voisins d'une droite dont l'équation, calculée par la méthode des moindres carrés, est $Y_1 = 0,978x + 0,053$.

Pour Y_2, le calcul est un peu plus délicat, le terme principal étant du second ordre, et il y a lieu de prendre la moyenne pour un grand nombre de couples. Pour l'ensemble des 9 groupes précédents, la théorie donne $Y_2 = -0,11$ et la valeur trouvée est $-0,125$; si l'on se borne aux 8 premiers groupes (82 couples), les valeurs analogues sont respectivement $-0,07$ et $-0,066$.

Parallaxes spectroscopiques (109 couples). — L'erreur probable sur une magnitude absolue spectroscopique étant 0,4 (¹), on a, d'après (1), $Y_1 = 0,175(1+k_1)+k_2$; le terme k_1 reste sensiblement égal à 0,03, mais k_2 est un peu plus faible que précédemment : il est voisin de 0,02 à 0,04. En fait, la valeur obtenue pour Y_1 est 0,203.

Pour Y_2, la théorie donne $-0,065$ et l'on trouve $-0,071$.

Ces résultats confirment non seulement la réalité de la relation masse-luminosité, mais aussi la conclusion de la Note rappelée au début, d'après laquelle il n'y a pas lieu de faire subir une correction notable aux constantes adoptées par Eddington. Une telle correction modifierait *dans le même sens* k_1, k_3 et le coefficient 0,72, de sorte que Y_2 se trouverait sensiblement augmenté ou diminué.

CHALEUR. — *Les dimensions théoriques des tourbillons cellulaires de Bénard.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Reprenant (²) le Mémoire de Lord Rayleigh de 1916, nous avons attiré l'attention sur cette circonstance exceptionnelle, que le procédé employé

(¹) Voir *Astrophysical Journal*, 81, 1935, p. 191 et *General Catalogue of stellar parallaxes*, Yale, 1935, Introduction, p. VII.

(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 119.

pour intégrer un problème de convection, peut mettre en défaut les équations de la convection, pourtant indiscutables, telles que les avait données Boussinesq. Et nous avons esquissé une autre méthode pour déterminer les conditions-limites d'apparition des phénomènes de convection (sous la forme de tourbillons cellulaires), méthode consistant à étudier *séparément* les conditions-*limites* de refroidissement et de ralentissement d'une particule fluide, placée dans des circonstances accidentelles. Ce procédé, qui revient à séparer, en première approximation, le problème thermique du problème mécanique, est classique dans l'étude des phénomènes d'entretien. Nous avons ainsi conduit les calculs en considérant qu'une inégalité de vitesse ou de température se dissipait par diffusion visqueuse.

Le calcul de la *dimension* des tourbillons, effectué par Lord Rayleigh, pour remarquable qu'il soit, semble devoir, lui aussi, donner prise à la critique. D'abord, comme nous allons le voir, la *forme* de solution adoptée *n'était pas la plus générale* et ne permettait pas d'exprimer toute condition aux limites; d'où il résultait que la période de la distribution des vitesses ou des températures, dans la couche fluide, selon le sens vertical, ne pouvait être déterminée *a priori*, comme l'auteur l'avait supposé. Ensuite on admettait que les dimensions les plus probables des tourbillons devaient correspondre au cas où la perturbation (qui devait engendrer le tourbillon) s'amplifiait le plus vite possible : hypothèse *a priori* raisonnable, mais que l'on ne peut cependant soutenir, les équations n'étant pas les mêmes avant et après l'installation des tourbillons.

Nous allons reprendre la question d'un tout autre point de vue, en étudiant les diverses *distributions de vitesses*, *susceptibles d'exister* au sein de la masse fluide contenue dans une cuvette plate, en une couche d'épaisseur h, vitesses qui pourraient par suite, en première approximation, y être *entretenues* par un apport extérieur d'énergie. Limitons-nous, pour simplifier, à un problème à deux dimensions (tourbillons en bandes), et considérons les *solutions simples* ue^{nt}, we^{nt}, termes des séries suivant lesquelles seraient développées par la méthode de Fourier, les expressions de la composante horizontale U de la vitesse, et de sa composante verticale W (suivant l'axe des z). Nous observons qu'en éliminant, entre les équations de l'hydrodynamique, la pression et l'une des composantes de la vitesse, l'autre, U par exemple, est donnée par l'équation $\Delta\Delta U = \nu\,\partial(\Delta U)/\partial t$, Δ désignant le laplacien; c'est-à-dire que c'est le *laplacien de la vitesse*, *et non la vitesse*, qui est donné par *l'équation de la viscosité*.

Il en résulte que, pour avoir la solution générale en u, il faut *ajouter*, au

terme *trigonométrique* classique $\cos\alpha x(A\cos\gamma z + B\sin\gamma z)$, des termes en $\cos\alpha x \operatorname{ch}\alpha z$ et $\cos\alpha x \operatorname{sh}\alpha z$, dont le laplacien est nul. Le problème s'en trouve *complètement changé*. En exprimant la relation d'incompressibilité, et la nullité des vitesses au fond de la cuvette, on trouve

$$u = \gamma\cos\alpha x[\alpha A\cos\gamma z - \gamma A'\sin\gamma z - \alpha A \operatorname{ch}\alpha z - \alpha A' \operatorname{sh}\alpha z], \tag{1}$$
$$w = \alpha\sin\alpha x[\gamma A'\cos\gamma z + \alpha A\sin\gamma z - \gamma A' \operatorname{ch}\alpha z - \gamma A \operatorname{sh}\alpha z]. \tag{2}$$

Les amplitudes A et A′ et les paramètres α et γ sont liés par deux conditions, homogènes en A et A′, exprimant que la face supérieure du fluide est libre, et qui relient α et γ par l'une ou l'autre des deux équations

$$\alpha \operatorname{sh}\alpha h \sin\gamma h + \gamma \operatorname{ch}\alpha h \cos\gamma h = \gamma, \tag{3}$$
$$3\alpha^2 - \gamma^2 = 0. \tag{3'}$$

S'il s'agit de mouvements quelconques, il faut écrire que la pression est sensiblement constante à la surface libre, ce qui donne la condition ci-dessous, achevant de résoudre le problème

$$\gamma \operatorname{tang}\gamma h + \alpha \operatorname{th}\alpha h = 0. \tag{4}$$

Les racines successives en α et γ n'étant pas équidistantes, une expression formée au moyen des diverses *solutions simples* ne serait pas périodique. La seule manifestation possible, à lignes nodales équidistantes, serait liée à une *solution simple* correspondant à un seul couple de valeurs de α et γ.

Mais *si des tourbillons de grande amplitude sont entretenus*, la condition (4) doit être remplacée par la condition

$$\cos\gamma h - \operatorname{ch}\alpha h = 0, \tag{4'}$$

qui expriment que A et A′ deviennent *infinies* (à cause du caractère linéaire des équations). La relation (3)′ convient seule alors.

On trouve, dans ce cas, ce résultat très remarquable que les solutions en α et γ sont des *nombres complexes* qui présentent bien des lignes nodales équidistantes; la structure suivant l'axe des x n'est donc *pas périodique*, et l'on peut montrer que les *objections* faites dans notre Note précitée, quant à l'application des équations de la convection, *tombent*. La plus petite valeur de αh est alors $\alpha h = \pi(\sqrt{3} + i) : 2$. D'où résulte que la *largeur des tourbillons* (laquelle serait égale à la période que l'on trouverait effectivement dans la structure suivant l'axe des x, si l'on savait traiter le problème en rétablissant dans les équations les termes non-linéaires, et en tenant compte de la déformation de la surface libre et des effets de capil-

larité correspondants) est $4h : \sqrt{3}$, nombre voisin de ceux obtenus expérimentalement par M. Bénard, et obtenu effectivement par lui dans une expérience particulière.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur l'extension des propriétés du quadripole aux réseaux polyphasés équilibrés les plus généraux.* Note (¹) de MM. **Roger Julia** et **Jean Fallou**, présentée par M. Paul Janet.

Lorsqu'on cherche à étendre aux réseaux polyphasés équilibrés les résultats classiques relatifs au quadripole, à savoir que V_1, I_1 tension et courant à l'entrée du quadripole et V_2, I_2 tension et courant à la sortie du quadripole sont liés par les équations

$$(1) \qquad \begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2, \\ I_1 = CV_2 + DI_2, \end{cases}$$

A, B, C, D, fonctions de la fréquence, étant liés par

$$(2) \qquad AD - BC = 1,$$

on obtient les deux propositions suivantes qui sont valables pour des réseaux *linéaires*.

I. *Dans le réseau polyphasé équilibré conservatif* (*formé d'éléments purement réactifs*) *le plus général, les grandeurs* $V_1^{(i)}$ *et* $I_1^{(i)}$ *appliqués sur la phase i à l'entrée du réseau, s'expriment en fonction linéaire des grandeurs* $V_2^{(i)}$, $I_2^{(i)}$ *recueillies sur la phase i à la sortie du réseau, par les relations* (1). *Mais la relation* (2) *devient*

$$(3) \qquad |AD - BC| = 1 \qquad (\text{module de } AD - BC = 1).$$

(Les tensions $V_1^{(i)}$ et $V_2^{(i)}$ sont des tensions étoilées.)

II. *Dans le réseau polyphasé équilibré* dissipatif (*comportant des éléments dissipatifs*) *le plus général, les relations* (1) *sont toujours valables entre* $V_1^{(i)}$, $I_1^{(i)}$ et $V_2^{(i)}$, $I_2^{(i)}$ *mais il n'y a plus de relation entre* A, B, C *et* D.

Pour démontrer ces deux propositions, une méthode simple consiste à substituer au réseau étudié un réseau *régulier* équivalent, dans lequel toutes les liaisons sont effectuées en *étoile*. La substitution du réseau régulier

(¹) Séance du 18 mai 1936.

équivalent au réseau proposé est possible, grâce aux deux théorèmes suivants :

Théorème I. — *Toute branche d'un réseau polyphasé équilibré conservatif, quel que soit le mode de liaison entre ses phases, dans laquelle les réactances placées sur ses phases ou entre ses phases sont couplées par induction mutuelle, peut être remplacée, au point de vue des courants et tensions à l'entrée et à la sortie, par une branche polyphasée équivalente conservative, où la liaison entre phases est effectuée en étoile et où les réactances ne sont plus couplées par induction mutuelle.*

Théorème II. — *Tout transformateur polyphasé équilibré le plus général dans lequel :*

1° *Le secondaire peut présenter par rapport au primaire une permutation de phases quelconque, compatible avec l'équilibrage du transformateur;*

2° *Chaque enroulement du primaire est couplé par induction mutuelle avec tous les autres enroulements du primaire et avec tous les enroulements du secondaire;*

3° *Le mode de liaison des enroulements primaires et des enroulements secondaires peut être quelconque (étoile, polygone, zig-zag ou même aucune liaison définie),*

peut être remplacé, en ce qui concerne les tensions et les courants à l'entrée et à la sortie, par un transformateur polyphasé équilibré régulier *équivalent dans lequel :*

1° *Le secondaire possède la même succession de phases que le primaire;*

2° *Seules les phases correspondantes du primaire et du secondaire sont couplées par induction mutuelle;*

3° *Le coefficient d'induction mutuelle dans le sens primaire secondaire est un nombre complexe* imaginaire conjugué *du coefficient d'induction mutuelle dans le sens secondaire primaire.*

Les équations de Kirchhoff du réseau régulier équivalent s'écrivent alors, V_1, I_1, V_2, I_2 étant les grandeurs appliquées à la même phase, à l'entrée et à la sortie,

$$
(4)\quad \left\{\begin{array}{r}
V_1 = j\omega a_{11} I_1 + j\omega(a_{12}+jb_{12}) I_2 + j\omega(a_{13}+jb_{13}) I_3 + \ldots + j\omega(a_{1n}+jb_{1n}) I_n, \\
-V_2 = j\omega(a_{12}-jb_{12}) I_1 + j\omega a_{22} I_2 + j\omega(a_{23}+jb_{23}) I_3 + \ldots + j\omega(a_{2n}+jb_{2n}) I_n, \\
0 = j\omega(a_{13}-jb_{13}) I_1 + j\omega(a_{23}-jb_{23}) I_2 + j\omega a_{33} I_3 + \ldots + j\omega(a_{3n}+jb_{3n}) I_n, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots; \\
0 = j\omega(a_{1n}-jb_{1n}) I_1 + j\omega(a_{2n}-ja_{2n}) I_2 + j\omega(a_{3n}-jb_{3n}) I_3 + \ldots + j\omega a_{nn} I_n, \\
\text{[Tous les } a_{ij} \text{ et les } b_{ij} (i=j \text{ ou } j \neq i) \text{ sont réels].}
\end{array}\right.
$$

Si l'on divise chaque équation par j, on obtiendra un nouveau système dont le déterminant des inconnues Δ jouira des propriétés suivantes :

1° Tous les mineurs relatifs à la diagonale principale sont réels;

2° Deux mineurs relatifs à deux éléments symétriques par rapport à la diagonale principale sont imaginaires conjugués.

En sorte que si l'on fait l'élimination de I_3, I_4, ..., I_n, on trouve le système

$$V_1 = j\omega\frac{c}{e}I_1 - j\omega\frac{d-jf}{e}I_2, \qquad -V_2 = -j\omega\frac{d+jf}{e}I_1 + j\omega\frac{b}{e}I_2,$$

à partir duquel il est très facile de former le système en V_1, I_1 pour lequel il apparaît aussitôt que

$$|AD - BC| = 1.$$

En ce qui concerne la deuxième proposition, du fait de la présence d'éléments dissipatifs dans le réseau, le déterminant Δ précédent ne jouira plus des propriétés qu'on lui a reconnues. Il est aisé alors de montrer que A, B, C, D ne sont plus liés par aucune relation.

MAGNÉTISME. — *Conditions de désaimantation du sesquioxyde de fer rhomboédrique.* Note (1) de M. **André Michel**, présentée par M. Aimé Cotton.

Étudiant (2) l'anomalie d'aimantation à chaud que présentent les oxydes ferromagnétiques sur leur courbe de premier chauffage, nous avons établi que la dureté magnétique est le facteur essentiel de ce phénomène et que cette propriété est profondément modifiée par les traitements thermiques : en particulier elle diminue lorsqu'on élève suffisamment la température de recuit.

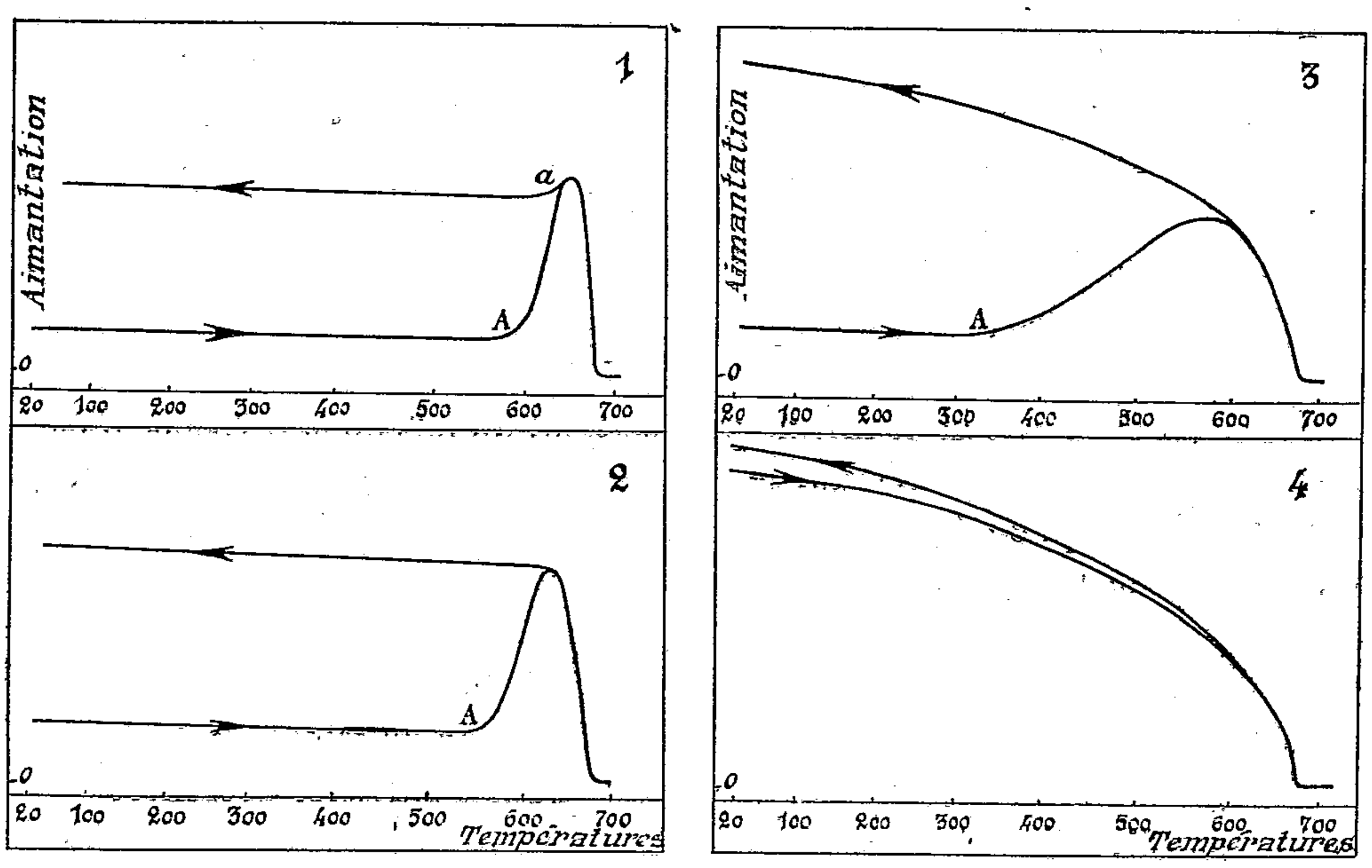
Dans cette Note nous nous proposons de montrer, à propos du sesquioxyde de fer rhomboédrique, que les courbes de refroidissement présentent également une anomalie dont l'amplitude et la position dépendent de la température de recuit. Nous citerons un certain nombre d'expériences.

a. Le sesquioxyde de fer précipité recuit à 700° présente l'anomalie A (voir figure, courbe 1) d'aimantation à chaud à partir de 600°. Au refroi-

(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) A. Michel et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 171.

dissement, la température du point de Curie étant dépassée, l'aimantation croît normalement, passe par un maximum, puis décroît légèrement (anomalie *a*, voir figure, courbe 1) et reste ensuite sensiblement constante jusqu'à la température ordinaire.



1, $Fe^2O^3\alpha$ recuit 1 heure à 700°; 2, $Fe^2O^3\alpha$ recuit 1 heure à 900°; 3, $Fe^2O^3\alpha$ recuit 1 heure à 1300° 4, $Fe^2O^3\alpha$ recuit 6 heures à 1300°.

b. Si le recuit est fait entre 800° et 900°, l'anomalie A est abaissée vers 560° et l'anomalie *a* (voir figure, courbe 2) a disparu sur la courbe de refroidissement.

c. Lorsque le recuit est poussé au delà de 1000°, la température du point A continue à s'abaisser et la courbe de refroidissement tend vers l'allure parabolique normale (voir figure, courbe 3).

d. Enfin, si le recuit est effectué au voisinage de 1300° pendant plusieurs heures, on obtient les courbes de chauffage et de refroidissement normales et parfaitement réversibles.

La courbe de refroidissement, comme celle de chauffage, dépend donc de l'histoire thermique de l'oxyde.

Il est également important de remarquer que le second cycle d'analyse thermique, comme les suivants, est toujours parfaitement réversible, mais

qu'il conserve toujours les caractéristiques de la première courbe de refroidissement.

Une étude systématique de la désaimantation de ces échantillons nous a fait trouver une propriété de la température correspondant au point *a* de la courbe de refroidissement.

La température minimum de désaimantation varie avec le traitement thermique; celle-ci est possible au-dessous du point de Curie, à condition de se trouver au-dessus de l'anomalie *a*.

Quand par recuit cette singularité a disparu, la désaimantation ne peut se faire qu'au-dessus du point de Curie, mais il faut remarquer qu'elle devient de plus en plus difficile au fur et à mesure que la température de recuit augmente.

Le Tableau suivant résume nos expériences :

Traitement thermique.	Température de l'anomalie A.	Température de l'anomalie *a*.	Désaimantation.
10 minutes à 700°.....	600°	620°	$t > 620°$
1 heure à 700°........	580	640	$t > 640$
1 heure à 900°........	550		$t > 675$
1 heure à 1000°........	500	plus d'anomalie	désaimantation difficile
10 minutes à 1100°....	480		
10 minutes à 1200°....	420		
10 minutes à 1300°....	320		
6 heures à 1300°......	plus d'anomalie		

Le recuit à 1300° qui communique au sesquioxyde de fer rhomboédrique un réseau stable et des propriétés chimiques définies (avec forte diminution d'affinité) se révèle également capable de l'acheminer vers un état magnétique normal.

Il semble que ces conclusions puissent être étendues aux ferrites et autres oxydes ferromagnétiques.

OPTIQUE. — *Mesures de biréfringences dans l'ultraviolet lointain.* Note de M. **Roger Servant**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans un travail important (¹) sur la dispersion des propriétés optiques des cristaux dans l'ultraviolet, P. Sève a tracé en particulier les courbes

(¹) *Annales de Physique*, **17**, 1932, p. 137.

de dispersion de la biréfringence $n_m - n_p$ de la barytine et $n_g - n_p$ du gypse. Ses mesures s'arrêtaient à 2400 Å environ. Or il était possible d'aller au delà avec le spectropolarimètre à miroirs et réseau métalliques que j'ai décrit précédemment ([1]). J'ai jusqu'à présent étendu les mesures jusqu'à 1860 Å environ.

J'ai utilisé pour la barytine des lames taillées perpendiculairement à la bissectrice de l'angle aigu des axes et pour le gypse des lames de clivage. J'ai opéré suivant les méthodes déjà décrites : *a*, avec des lames à faces planes parallèles (exemple : $e = 1{,}85^{mm}$ pour la barytine, $e = 0{,}278^{mm}$ pour le gypse); *b*, avec des lames dont les faces formaient un léger angle (exemple : 1°).

Les spectrogrammes (*b*) sont particulièrement *utiles :* par leur simple aspect ils justifient, alors qu'ils auraient infirmé le cas échéant, l'hypothèse de la croissance régulière des ordres d'interférence, car un même ordre d'interférence pour deux longueurs d'onde différentes entraînerait des franges d'inclinaison contraires. De plus, ils fournissent les mêmes renseignements que les clichés (*a*) lorsqu'on les explore à niveau constant dans le sens des longueurs d'onde (parallèlement au repère obtenu sur le cliché en tendant un fil fin à angle droit de la fente du spectrographe).

Les résultats ont été les suivants :

Barytine. — Biréfringence principale $n_m - n_p$; température 20°.

I, longueurs d'onde en Å; II, $(n_m - n_p) \times 10^4$.

I...	2524	2470	2417	2376	2335	2297	2263	2235	2205	2178	
II..	22,52	23,37	24,17	25,05	25,88	26,70	27,53	28,40	29,20	30,02	
I...	2154	2130	2110	2088	2071	2052	2034	2020	2004	1991	1976
II..	30,85	31,66	32,51	33,30	34,14	34,95	35,74	36,58	37,38	38,20	38,99
I...	1964	1951	1939	1928	1916	1906					
II..	39,81	40,60	41,41	42,21	42,99	43,81					

Gypse. — Biréfringence principale $n_g - n_p$ pour $t = 20°$ (extinctions un peu moins bonnes, sans doute à cause de la dispersion tournante).

I, longueurs d'onde en Å; II, $(n_g - n_p) \times 10^3$.

I.....	2520	2409	2310	2231	2168	2113	2069	2027	2000	1968
II....	10,51	10,84	11,22	11,63	12,10	12,58	13,03	13,51	14,03	14,53
I.....	1944	1920	1895							
II....	15,00	15,54	15,98							

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 476.

Ces résultats montrent *l'accroissement rapide* de la biréfringence au voisinage des régions d'absorption.

Je compte les préciser encore en poursuivant les mesures dans la région de Schumann jusqu'à la limite extrême de transparence des échantillons cristallins.

MAGNÉTISME. — *Étude magnétique des cristaux mixtes de cuivre et d'argent divalents.* Note [1] de MM. **Léandre Capatos** et **Nicolas Perakis**, transmise par M. Pierre Weiss.

I. L'argent et le cuivre monovalents sont diamagnétiques, d'accord avec la théorie qui veut que les ions possédant des couches complètes de 10 électrons aient un moment nul.

Les ions divalents de ces deux éléments ont un électron en moins, ils doivent par conséquent être paramagnétiques.

Le cuivre divalent a été étudié par de nombreux chercheurs : son moment a une valeur variant entre 9 et 10 magnétons de Weiss.

L'étude de l'argent divalent est à peine commencée. S. Sugden [2] a trouvé, pour le moment de cet ion, des valeurs variant entre 8,6 et 10,7 magnétons de Weiss.

Jusqu'ici on n'est pas arrivé à préparer des sels simples d'argent divalent. Des complexes stables de cet ion ont été isolés, pour la première fois, en 1912, par G. A. Barbieri [3]. On en a préparé de nouveaux récemment.

Barbieri a isolé, entre autre, le persulfate d'argent tétrapyridiné : $S^2O^8(Ag^{II}.4C^5H^5N)$. En outre, il a préparé, à partir de ce sel et du sel correspondant de cuivre, des cristaux mixtes d'argent et de cuivre.

II. Nous avons fait une étude magnétique de ces cristaux mixtes.

Les complexes étudiés ont été préparés et analysés par nous. Pour les mesures magnétiques, nous avons employé la méthode d'attraction dans un champ non uniforme. L'intervalle de température exploré s'étend de la température ordinaire à la température de la neige carbonique, parfois à la température de l'air liquide. La correction du diamagnétisme du reste de la molécule, qui atteint 20 pour 100 de la

(1) Séance du 11 mai 1937.

(2) *Jour. Chem. Soc.*, 1, 1932, p. 161. Voir aussi W. Klemm, *Zeits. f. anorg. und allg. Chem.*, 201, 1931, p. 32; A. A. Noyes, K. S. Pitzer and C. L. Dunn, *Jour. Amer. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 1234.

(3) *Gazzetta Chim. Ital.*, 42, 1912, p. 7.

valeur du magnétisme de toute la molécule, a été déterminée à partir des diamagnétismes de la pyridine et du persulfate de potassium (Pascal).

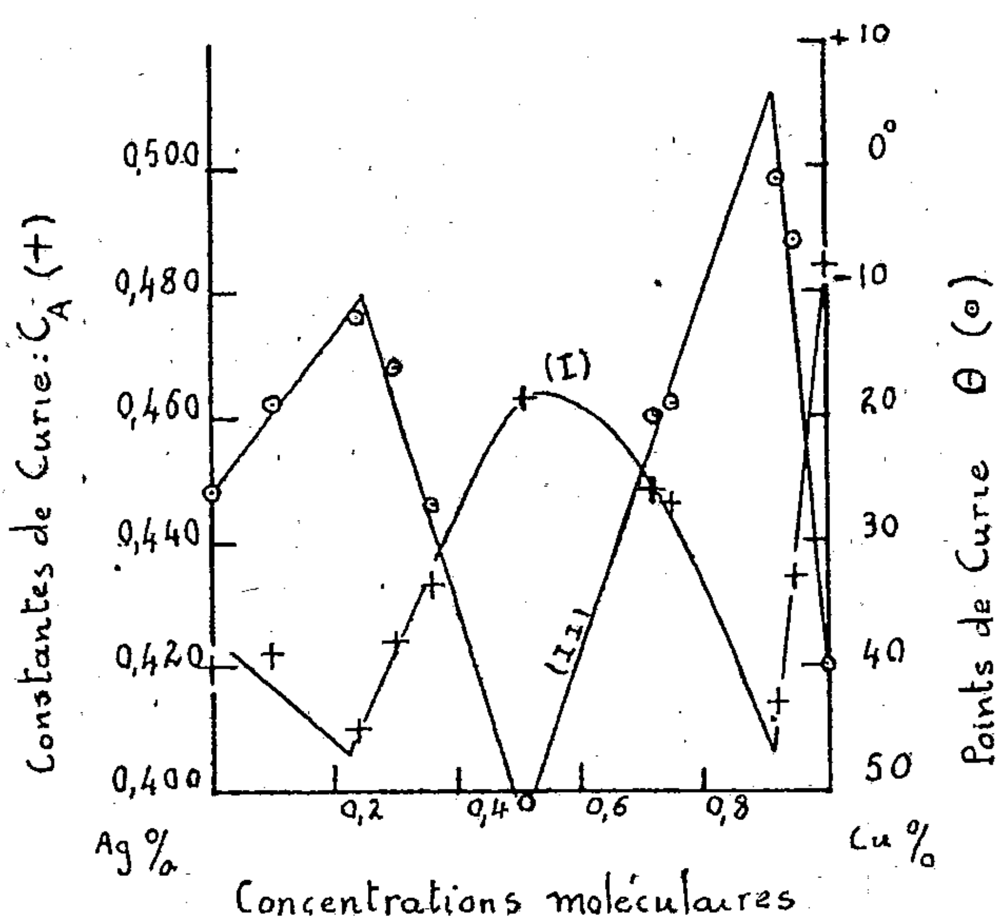
III. Résultats. — *a. Persulfate d'argent tétrapyridiné :*

$$S^2O^8[Ag^{II}4C^5H^5N].$$

Sugden (*loc. cit.*) donne, pour ce sel, à partir de la loi de Curie, un moment de 1,74 magnétons de Bohr, soit 8,6 magnétons de Weiss.

Nous avons trouvé que ce sel obéit à la loi de Weiss, représentée dans ce cas par l'expression $0{,}420 = \chi_A(T+26)$. Cette valeur de la constante de Curie correspond à un moment de 9,11 magnétons de Weiss (¹).

Nous ferons remarquer que la différence entre notre valeur (9,11) et celle de Sugden (8,6) *est due au fait que cet auteur a supposé valable la loi*



de Curie, alors que, comme nous venons de le montrer, le sel suit la loi de Weiss. En effet Sudgen trouve pour la susceptibilité atomique de l'ion Ag^{II}, à 16°C., $1{,}303.10^{-6}$ et nous $1{,}314.10^{-6}$, à 20°C. La correction du diamagnétisme du reste de la molécule est, à moins de 1 pour 100 près, la même dans les deux cas.

(¹) Ce résultat est en parfait accord avec celui, inédit, que nous avons obtenu à partir du quinoléate d'argent divalent, complexe récemment isolé par Mlle A. Burada (*Annales Scient. de l'Université de Jassy*, **20**, 1934, p. 71).

b. Persulfate de cuivre tétrapyridiné : $S^2O^8[Cu^{II}.4C^5H^5N]$. — Voici quel est l'équation caractéristique du cuivre divalent et son moment

$$0,484 = \chi_A(T + 40) \quad \text{et} \quad \mathfrak{M} = 9,78$$

magnétons de Weiss.

Ce moment est supérieur de 0,67 magnéton à celui de l'argent divalent, trouvé à partir du persulfate d'argent tétrapyridiné.

c. Les cristaux mixtes étudiés ici sont du type :

$$S^2O^8[Ag^x Cu^y 4C^5H^5N],$$

x et y variant de 0 à 1.

Le graphique ci-contre traduit les résultats de cette étude.

Les courbes I (constantes de Curie-concentrations) et II (points de Curie-concentrations) de ce graphique montrent qu'il y a parallélisme entre les constantes et les points de Curie : la constante de Curie, C_A, d'un mélange est d'autant plus grande que le point de Curie, θ, est plus grand.

Ce graphique montre, en outre, que l'introduction d'une faible quantité d'argent dans du cuivre, et réciproquement, abaisse la constante et le point de Curie du constituant prédominant, et que cet abaissement est linéaire [1]. Il est, d'ailleurs, plus grand avec le cuivre qu'avec l'argent.

L'additivité, observée sur différentes propriétés des cristaux mixtes, n'est pas retrouvée ici.

OPTIQUE. — *Filtres de Christiansen.*

Note de M. **Georges Ahier**, présentée par M. Aimé Cotton.

Un filtre monochromateur de Christiansen consiste en une cuve contenant une poudre de verre rendue transparente par immersion dans un liquide de même indice. Pour que la bande de transmission soit étroite, et pour que sa position dans le spectre varie peu avec la température, il convient que les dispersions du verre et du liquide soient aussi différentes que possible, et que la dilatation du liquide soit faible. Cette dernière condition est mal remplie par les liquides organiques employés jusqu'ici. Les résultats récents de Duclaux et Jeantet m'ont suggéré l'emploi de

(1) Ce résultat s'accorde, du moins en ce qui concerne C_A, avec celui trouvé par M. Manders avec une série de solutions solides à base de nickel (voir L. Néel, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 135).

solutions minérales moins dilatables et plus dispersives. Les bromo- et iodomercurates de K et Ba, mêlés à la poudre d'un crown au baryum relativement assez réfringent ($n_D = 1,6$) et peu dispersif remplissent ces conditions pour le spectre visible. Comme les liquides sont employés sous de faibles épaisseurs, leur transparence s'étend assez loin dans le spectre : pour une cuve de 2^{cm}, l'iodomercurate très jaune permet d'opérer jusqu'à $0^{\mu}, 45$ et le bromomercurate presque incolore jusqu'à $0^{\mu}, 38$. Par addition d'eau on fait varier l'indice des solutions, et par suite, avec le même verre, la position de la bande de transparence d'un bout du spectre à l'autre.

Le coefficient de dilatation d'une solution de bromomercurate d'indice 1,62 a été trouvé égal à 50.10^{-5} entre 0° et 40°. La différence des dispersions de ce liquide et du crown au baryum entre les raies C et F est 0,0191 ; elle est 0,0296 pour l'iodomercurate. Tous ces nombres sont plus favorables que ceux que donnent les liquides organiques ; pour le benzoate de méthyle et le crown ordinaire, la différence des dispersions est seulement 0,007, alors que le coefficient de dilatation du benzoate est 86.10^{-5}.

Aussi les bandes de transmission sont-elles étroites, sans que la densité optique du filtre soit élevée pour la radiation moyenne qui donne la plus grande transparence. Si nous appelons largeur l de la bande la différence des deux longueurs d'onde pour lesquelles la densité optique du filtre dépasse de l'unité la densité pour la radiation moyenne, nous trouvons pour diverses longueurs d'onde :

Bromomercurate.		*Iodomercurate.*	
λ.	l.	λ.	l.
0,67	320 Å	0,64	185 Å
0,40	25	0,45	30
0,38	16		

Le déplacement de la bande de transparence, quand la température varie, est d'autant plus faible que la longueur d'onde est plus courte (ou la solution plus diluée). Pour le bromomercurate

vers $0^{\mu},60$	35 Å par degré
$0^{\mu},40$	15 »

Pour l'iodomercurate les nombres sont inférieurs de 10 pour 100 environ. Ils sont beaucoup plus favorables que ceux que donnent les liquides organiques ; aussi n'est-il pas nécessaire de placer les filtres dans un thermostat.

La variation de température pour laquelle la bande se déplace de sa propre largeur est (bromomercurate)

vers 0,67 µ	6°
0,40	1,6
0,38	1

Tous ces nombres ont été obtenus avec des grains de verre de $0^{mm},2$ sous une épaisseur de 2^{cm}. La substitution à une cuve unique de 2^{cm} de deux cuves de 1^{cm}, à une certaine distance l'une de l'autre diminue beaucoup la largeur de la bande en augmentant la densité.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Perméabilité du palladium à l'hydrogène. Perte du pouvoir diffusant du palladium pur sous l'action de la température. Régénération du palladium empoisonné.* Note de MM. **Victor Lombard**, **Charles Eichner** et **Maxime Albert**, présentée par M. Georges Urbain.

En étudiant le pouvoir diffusant d'un palladium très pur avec lequel deux de nous avaient construit un appareil à grand pouvoir diffusant [1], nous avons obtenu entre 250° et 500° C. des valeurs de la perméabilité qui déterminent, à la représentation graphique, deux branches de courbes continues l'une au-dessous de l'autre.

Un examen attentif des conditions de nos essais nous a convaincus qu'à une époque de nos mesures notre septum était passé, sous l'action de la température (500-520° C), d'un état stable de grande perméabilité à un état de perméabilité moindre également stable [2].

Avec une autre lame de la même origine, chauffée au delà de 800° C. en présence d'hydrogène, nous avons observé une diminution très grande du pouvoir diffusant, un véritable empoisonnement.

Des essais avec du palladium également pur, mais d'une autre « venue », ont conduit à des résultats analogues et nous ont permis de trouver un procédé de régénération du palladium empoisonné.

Après examen des conditions expérimentales de nos essais et de nos résultats numériques et rapprochement de ces derniers des résultats de nos

(1) Cet appareil a été construit dans plusieurs buts : préparation d'hydrogène physiquement pur en quantités importantes, continuation des recherches antérieures sur la diffusion des gaz, étude de l'activation de l'hydrogène par diffusion à travers le palladium, etc.

(2) Stable au-dessous de 450-500° C.

recherches antérieures ([1]), nous avons pensé pouvoir formuler les propositions suivantes :

1° Un septum en palladium pur, à un état de grande perméabilité à l'hydrogène, éprouve une perte considérable, sinon totale, de son pouvoir diffusant par chauffage assez prolongé au delà de 500-520°C. en présence d'hydrogène.

2° Cette perte ne s'effectue pas brusquement ni par bonds, mais progressivement et d'autant plus vite que la température a été portée à une valeur plus élevée.

3° Elle est irréversible.

4° L'évolution d'une lame de palladium pur en voie d'empoisonnement au-dessus de 500-520°C. est arrêtée par abaissement de la température au-dessous de 450-500°C.

5° On doit donc par ce moyen pouvoir amener une lame de palladium à des états de perméabilité stables différents.

6° Seul l'état de perméabilité maxima (celui dénommé dans les précédents Mémoires : état de diffusion normale) serait caractéristique du métal.

7° Par chauffage à 500°C. dans un courant d'air d'un septum à perméabilité diminuée (par action d'une température élevée), refroidissement à l'air et réduction subséquente par l'hydrogène au-dessous de 140°C. de la couche superficielle d'oxyde formé, on rend audit septum, au moins en grande partie sinon en totalité, son pouvoir diffusant perdu.

8° Une oxydation vers 500° suivie d'une réduction à la même température n'améliore pas l'état de perméabilité d'une lame à pouvoir diffusant altéré. Elle produit plutôt l'effet inverse.

9° Un même septum en palladium pur est susceptible de plusieurs altérations et régénérations successives.

10° Notre procédé de régénération rappelle le procédé de préparation des métaux catalyseurs d'hydrogénation.

11° L'état de surface doit donc avoir un rôle très important dans le mécanisme de la diffusion de l'hydrogène à travers le palladium, opinion appuyée par l'aspect finement granuleux, signalé autrefois, des lames expérimentées.

12° Dans cette théorie, la perte du pouvoir diffusant par élévation de la

---

([1]) V. Lombard et Ch. Eichner, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 51, 1932, p. 1462-1486; 53, 1933, p. 1176-1206; 55, 1934, p. 945-954 et 954-967; 5e série, 2, 1935, p. 1555-1577.

température serait le résultat d'une agglomération plus ou moins avancée des fins granules superficiels du septum, entraînant une diminution de l'aire de ses faces.

13° La température d'agglomération commençante des granules serait au voisinage de 500° C. dans le cas du palladium pur.

14° Elle doit être fortement élevée par la présence de certaines des impuretés des palladiums commerciaux.

Il est possible qu'elle soit abaissée par certains autres.

15° En ce qui concerne la nature des fins granules superficiels d'un septum en palladium à grand pouvoir diffusant, on peut faire diverses hypothèses (métal divisé à l'état ordinaire, métal divisé à l'état amorphe, etc.). Nous estimons n'avoir pas encore assez de données pour faire un choix autorisé.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination de l'hydratation globale des ions de l'iodure de potassium, par voie cryoscopique.* Note de Mlle **O. Hun**, présentée par M. Georges Urbain.

Dans le but de déterminer l'hydratation globale des ions de l'iodure de potassium, j'ai appliqué la méthode déjà employée par M. F. Bourion et ses collaborateurs [1], et qui consiste à fixer la constante cryoscopique apparente k' de la solution du sel étudié.

Nous avons cherché à obtenir k' pour les solutions d'iodure de potassium 1 M et 0,5M; pour y parvenir, nous avons dissous dans ces milieux, des quantités croissantes de résorcine allant de 0,250M à 2M; pour la solution IK 1 M et de 0,250 à 2,5M, pour la solution 0,5M IK.

En solution 0,5M, nous avons expérimentalement constaté l'existence d'équilibres entre molécules de résorcine simples et triples, dans un domaine s'étendant de la concentration 1,125 en résorcine à la concentration 2,500 (voir Tableau ci-après). Si nous admettons, comme précédemment, que le comportement de la résorcine n'est pas troublé par la présence du sel, la constante d'équilibre K_3 donnée par la relation habituelle

$$K_3 = \frac{c^3}{c'} = \frac{3\,C^2(330\,\Delta - ak')^3}{4\,k'^2 a^2(3ak' - 330\,\Delta)},$$

doit être la même que dans l'eau. Nous avons alors déterminé k' de façon

---

(1) F. Bourion, E. Rouyer et Mlle O. Hun, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1015, ...

que $K_3 = 3,500$ et avons obtenu

$$k' = 19,99.$$

En solution IK 1 M, nous n'avons pas pu déceler d'équilibres évidents entre les molécules de résorcine; les constantes calculées à cet égard, croissent continûment comme l'indiquent les résultats consignés dans le Tableau. Nous avons dû de ce fait renoncer à fixer la constante cryoscopique apparente en solution IM :

	IK 1 M, $k' = 21,3$.		IK 0,5 M, $k' = 20$.	
Conc.	Δ.	K_3.	Δ.	K_3.
0,250	0,534	–	0,485	1,211
0,375	0,755	–	0,715	1,743
0,500	1,026	–	0,934	2,077
0,625	1,260	–	1,153	2,477
0,750	1,487	2,719	1,364	2,732
0,875	1,710	2,880	1,571	2,926
1 M	1,931	3,028	1,774	3,069
1,125	2,157	3,217	1,977	3,208
1,250	2,378	3,344	2,178	3,315
1,375	2,597	3,429	2,380	3,410
1,500	2,818	3,509	2,583	3,500
1,625	3,040	3,581	2,785	3,562
1,750	3,261	3,618	2,980	3,527
1,875	3,482	3,633	3,183	3,546
2 M	3,711	3,686	3,388	3,562
2,125	–	–	3,590	3,530
2,250	–	–	3,805	3,573
2,375	–	–	4,015	3,550
2,500	–	–	4,231	3,544

En ce qui concerne la solution 0,5 M, la connaissance de k' nous permet de calculer la quantité d'eau soustraite au solvant par une demi-molécule d'iodure. Elle est de

$$977,6 \times \frac{19,99 - 18,4}{19,99},$$

977,6 étant le poids d'eau contenu dans un litre de solution IK 0,5 M, et 18,4 la constante cryoscopique de l'eau pure.

Une molécule d'iodure en solution 0,5 M fixe donc

$$n = 977,6 \times \frac{19,99 - 18,4}{19,99} \times \frac{2}{18} = 8^{\text{mol}},6 \text{ d'eau}$$

et l'hydrate est IK 8,6 H^2O.

Les hydratations globales des ions de ClK et BrK, obtenues précédemment par la même méthode ([1]), ont été trouvées égales à 10,2 pour ClK, et à 9,6 pour BrK. On voit que, en ce qui concerne les halogènes, pour un même cathion, l'hydratation décroît, quand le poids atomique de l'anion augmente. Ce résultat est d'accord avec ceux observés par G. Baborowski ([2]) en solution 1 M, par la méthode de transport des ions, pour les sels KCl, KBr et IK auxquels il attribue les charges respectives de 9, 8, 7 molécules d'eau.

COLLOÏDES. — *Sur le mécanisme de l'ascension des hydrosols et des solutions colorées à travers les corps poreux.* Note ([3]) de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Paulette Berthier**, présentée par M. Jean Perrin.

L'un de nous ([4]) a montré que la pénétration des granules colloïdaux ou des ions colorés d'un hydrosol ou d'une solution colorante à travers un corps poreux, une bande de papier par exemple, tient non comme on l'écrit souvent à une sorte de *capillarisation*, bien difficile à concevoir de ces granules ou de ces ions, mais à leur entraînement mécanique par le courant liquide auquel donne lieu l'imbibition du corps poreux. La matière colorante se fixe par adsorption sur le support et son ascension est généralement plus lente que celle du solvant; c'est seulement lorsque les granules ou les ions colorés ne se fixent pas sur le support que leur vitesse d'ascension devient égale à celle du solvant.

On pourrait objecter à la théorie précédente que l'ascension des granules ou des ions colorés ne s'arrête généralement pas lorsque le solvant atteint l'extrémité supérieure du corps poreux, alors qu'il semblerait que le courant d'imbibition qui s'établit entre la solution et le corps poreux dût être nul. En réalité, il peut y avoir appel du solvant vers la portion du corps poreux non encore atteinte par les granules ou les ions colorés, sous l'influence de deux causes principales : 1° un gonflement progressif du support où se fait l'ascension lorsque celui-ci est de nature colloïdale (papier à filtrer); 2° une évaporation du solvant par la surface du corps

([1]) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 111; F. Bourion et Mlle O. Hun, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1921.

([2]) *Zeit. phys. Chem.* (A), 168, 1934, p. 135.

([3]) Séance du 18 mai 1936.

([4]) A. Boutaric, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 2247.

poreux bien difficile à supprimer entièrement même lorsqu'on opère dans une atmosphère qu'on s'efforce de maintenir saturée de vapeur du solvant.

Dans le cas de l'ascension d'un hydrosol à travers une bande de papier à filtrer, désignons par l la longueur de la bande située hors du liquide et par x la hauteur atteinte à l'instant t par les granules ou les ions colorés. La quantité d'eau qui s'évapore par unité de temps dans la partie de la bande non encore atteinte par les granules ou les ions peut être considérée comme proportionnelle à $(l-x)$, le coefficient de proportionnalité a dépendant de la température et de l'état hygrométrique de l'atmosphère. La quantité d'eau susceptible d'augmenter le gonflement de la partie du papier non encore atteinte par les granules ou les ions est également proportionnelle à $(l-x)$ avec un coefficient de proportionnalité, décroissant en fonction du temps, qu'on peut prendre de la forme be^{-kt}.

La hauteur dx dont s'élève le niveau atteint par les granules ou les ions pendant le temps dt est donc

$$dx = \mathrm{M}\,(a + b\,e^{-kt})\,(l - x)\,dt, \tag{1}$$

M désignant un coefficient lié à l'adsorption des granules ou des ions sur le support poreux. En prenant pour instant initial ($t = 0$) celui où le solvant atteint la partie supérieure du papier, les granules se trouvant à une hauteur x_0, l'intégration de l'équation précédente fournit

$$\log(l - x) = -\mathrm{A}\,t + \frac{\mathrm{B}}{k}\,e^{-kt} + \log(l - x_0). \tag{2}$$

La courbe représentant $y = \log(l-x)$ en fonction de t part de l'ordonnée $y_0 = \log(l - x_0)$ avec un coefficient angulaire négatif dont la valeur absolue décroît progressivement de $\mathrm{A}+\mathrm{B}$, pour $t = 0$, à la valeur limite A atteinte au bout de quelques heures.

Le tableau suivant donne les valeurs de $y = \log(l-x)$ relatives à l'ascension du bleu de méthylène (solution à 1 g/litre) et le coefficient angulaire moyen de la courbe : m entre deux valeurs consécutives de y pour une bande de papier à filtrer exempt de cendres (marque Durieux n° 111) de masse superficielle 0,76 g/dm², de longueur $l = 18^{\mathrm{cm}},5$, observées dans une atmosphère de température $\theta = 9°,5$ et d'état hygrométrique $e = 0,91$.

	0h.	1h.	4h.	5h.	7h30.	9h.	19h.	22h30.
$l - x$......	15,55	14,0	11,85	11,25	10,05	9,5	6,3	5,45
y..........	1,192	1,146	1,074	1,051	1,002	0,975	0,799	0,737
$m\,(\times 10^{-2})$..		−4,6	−2,4	−2,3	−2,0	−1,8	−1,8	−1,8

Lorsque le bleu de méthylène se rapproche de plus en plus du sommet de la bande, les points figuratifs ont tendance à se placer au-dessous de la droite de coefficient angulaire — A (la valeur absolue de *m* augmente).

Ce fait peut être attribué à ce que l'équation (1) ne tient pas compte de l'évaporation se produisant par le bord supérieur de la bande qui doit intervenir par un terme constant.

En se limitant aux valeurs de t suffisamment grandes pour que le terme e^{-kt} soit négligeable, l'équation du phénomène devient alors

$$dx = [\mathrm{A}(l-x) + \mathrm{C}]\,dt \tag{3}$$

qui, C étant toujours très faible par rapport à $\mathrm{A}(l-x)$, conduit à l'équation

$$\log(l-x) = -\mathrm{A}t - \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{A}(l-x)} + \log(l-x_0),$$

le terme $\mathrm{C}/\mathrm{A}(l-x)$ négligeable pour les petites valeurs de x devient de plus en plus important à mesure que x croît et permet de comprendre que les points figuratifs s'écartent de plus en plus de la droite de coefficient angulaire — A à mesure que le niveau de la matière colorante se rapproche davantage du sommet de la bande.

CHIMIE MINÉRALE. — *Les sels d'argent de l'acide amidosulfonique.* Note [1] de Mlle **Lucienne Chaumeton**.

En présence d'acide amidosulfonique la potasse ne précipite pas l'oxyde d'argent des sels de ce métal. Cette dissimulation laisse supposer l'existence d'un composé où l'argent est directement fixé à l'azote. Divers et Haga [2] supposent qu'il se forme, un sel simple $AgNHSO^3K$ et un sel double $AgNHSO^3K, KNHSO^3K$. Hoffmann et Biesalski [3] signalent le premier, à l'état hydraté, $AgNHSO^3K, H^2O$ formé pour une dilution précise des solutions de potasse employées. En dehors de ces conditions on rencontre différents composés dont ces auteurs n'ont pas poursuivi l'étude, car elle est rendue malaisée par l'hydrolyse et par l'extrême sensibilité de ces composés aux températures croissantes. L'absorption est aussi une cause d'erreur.

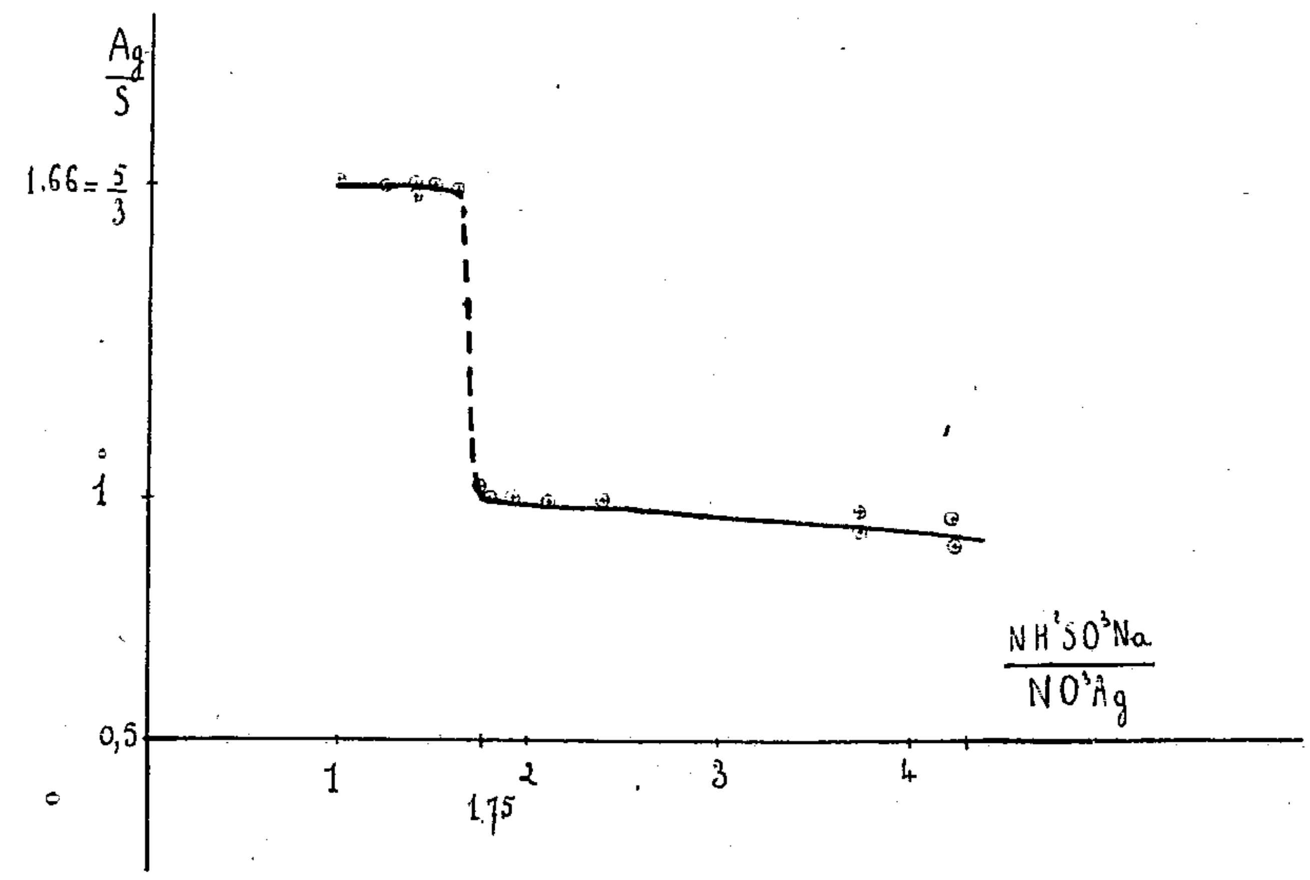
(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) *J. Chem. Soc. London*, 69, 1896, p. 1634.

(3) *Jahrb. phil. Fakultät Bern*, 45, 1912, p. 1731.

Nous n'avons pu la rendre négligeable que par lavage à l'alcool absolu. Les sels de sodium, comme ceux de potassium, conduisent à des dépôts cristallins analogues, insolubles ou décomposés par les solvants usuels : la dilution des solutions de soude employées, la présence de soude en excès, les proportions relatives d'acide amidosulfonique et de nitrate d'argent utilisés pour la préparation agissent sur la composition de ces précipités.

Nous avons étudié, tout d'abord, la variation de ces précipités en fonction des quantités de nitrate d'argent et d'acide mis en présence au cours



de la réaction. On utilise pour la préparation des sels l'acide amidosulfonique dissous dans la lessive alcaline à 20 pour 100, en quantité exactement nécessaire pour neutraliser l'acide amidosulfonique et les ions NO^{3-} libérés. L'erreur commise sur la quantité de soude ajoutée est de 4 pour 100. Le nitrate d'argent est ajouté à l'état solide, afin de maintenir constante la dilution de la solution. Ce sel se dissout et, suivant les teneurs en argent, il précipite lentement soit des composés blancs, soit des composés jaunes. Dans ces précipités le rapport moléculaire de l'argent au soufre est égal au rapport de l'argent au sodium, résultat qui permet d'affirmer que le sodium est fixé au soufre et non à l'azote dans les composés plus riches en argent. Sur la courbe, tracée en portant en abcisses le rapport moléculaire de l'amidosulfonate de sodium au nitrate d'argent, en ordonnées le rapport de l'argent au soufre, il existe un premier palier pour les faibles teneurs en argent. Pour un rapport moléculaire de l'amidosulfonate de sodium au

nitrate d'argent égal à 1,75, le rapport de l'argent au soufre passe de la valeur 1 à la valeur 1,66 = 5/3 qui reste constante. Les analyses montrent donc qu'il existe deux composés, l'un de formule brute $AgNHSO^3Na, H^2O$, l'autre de formule $AgNHSO^3Na, Ag^2NSO^3Na, 4H^2O$.

Il est remarquable que, dans les deux cas, les composés formés puissent être représentés par des formules correspondant à l'existence d'un sel mixte aussi bien que par celles correspondant à un sel basique. Il n'est pas possible de choisir entre ces formules en chassant l'eau de cristallisation par voie thermique, car ces composés se dissocient sous l'action de la chaleur. Des essais de déshydratation lente à température ordinaire sont en cours.

L'argent a été dosé à l'état de chlorure d'argent, le soufre à l'état de sulfate de baryum, le sodium à l'état de sulfate de sodium.

	Palier I.			*Palier II.*			
	Théorie.	Analyses.		Théorie.	Analyses.		
Molécules de Ag %....	0,409	0,392	0,4	0,519	0,518	0,514	0,520
Molécules de S %.....	0,409	0,4	0,402	0,311	0,304	0,308	–
Molécules de Na %....	0,409	0,398	0,405	0,311	0,314	0,310	–

Les diagrammes de rayons X fait sur les composés du palier I ne présentent pas de raies communes avec les diagrammes de rayons X du composé du palier II.

Nous avons essayé d'obtenir un dérivé argentique où deux atomes d'argent seraient substitués à la totalité de l'hydrogène porté par l'azote. L'acide amidosulfonique, en présence d'une solution très concentrée de nitrate d'argent, ne conduit qu'au composé $AgSO^3NH^2$. Nous avons alors utilisé la solubilité des sels d'argent et de sodium précédemment signalés dans l'ammoniaque. Ces solutions abandonnent rapidement un produit blanc rassemblé en masses cristallines biréfringentes qui répondent à la formule brute $3NH^3, Ag^3NSO^3, 2H^2O$. Ce produit, soluble dans un excès d'ammoniaque décomposé par l'eau, réagit sur l'eau oxygénée comme les complexes d'argentidiammine. Nous avons fait la synthèse de ce composé à partir du nitrate d'argent ammoniacal et de l'acide amidosulfonique. Elle ne conduit à une précipitation que si l'on ajoute la quantité de soude nécessaire pour neutraliser les ions NO^3. L'analyse et les diagrammes de rayons X confirment l'identité des produits ainsi obtenus par deux voies différentes. On peut ainsi donner à ce composé défini la formule $[NH^3Ag]^2NSO^3[AgNH^3], 2H^2O$.

	Théorie.		Analyses.	
Molécules de Ag %...........	0,596	0,592	0,593	0,584
Molécules de S %............	0,198	0,196	0,192	0,195
Molécules de N %............	0,78	0,76	–	0,765

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide malonique sur le chlorure de cobaltidichloro-*trans-*diéthylènediamine.* Note de MM. **Osias Binder** et **Pierre Spacu**, présentée par M. Georges Urbain.

Lors de nos recherches sur l'aquotisation du chlorure de cobaltidichloro-*trans*-diéthylènediamine ([1]), nous avons dû préparer le sel *cis*-monaquo $[Co\,en^2(H^2O)Cl]Cl^2$ en vue de lui comparer les différentes phases solides obtenues aux diverses étapes de l'aquotisation. Pour obtenir ce sel monoaquo nous avons utilisé le procédé (et les conditions expérimentales mêmes) qu'a indiqué W. Schramm ([2]), l'action de l'acide malonique sur le chlorure de cobaltidichloro-*trans*-diéthylènediamine. Le produit violet ainsi obtenu présente un spectre de diffraction de rayons X identique à celui du chlorure de cobaltidichloro-*cis*-diéthylènediamine. Or, le sel *cis*-monaquo, préparé selon la méthode de A. Werner ([3]), donne, comme nous l'avons indiqué (*loc. cit.*), un pectre de diffraction de rayons X distinct de celui du *cis*-dichloro.

Ces faits nous ont alors incité à étudier de plus près le produit résultant de l'action de l'acide malonique sur le chlorure de cobaltidichloro-*trans*-diéthylènediamine $[CO\,en^2Cl^2]Cl$.

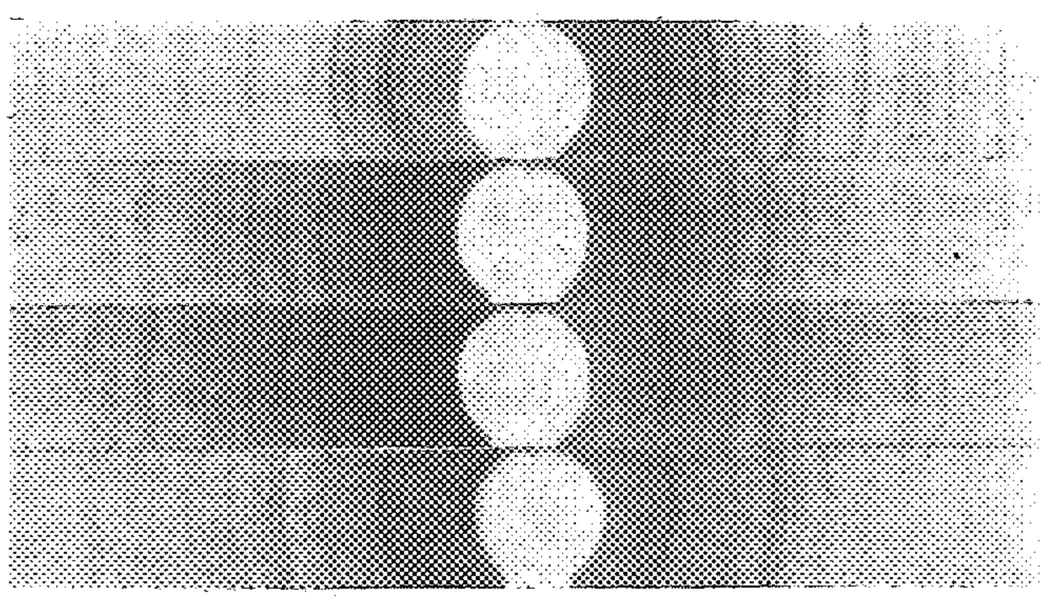
Seules les propriétés et l'analyse ont déterminé Schramm à conclure à la formation du sel monoaquo. Cependant les deux produits, le sel monoaquo et le sel violéo, ont la même composition centésimale et à lui seul le dosage de cobalt effectué par Schramm ne pouvait lui permettre de discriminer ces deux produits. De plus la couleur violette du produit était même celle du complexe *cis*-dichloro; le sel monoaquo est rouge bleuâtre.

Par contre le dosage du chlore ionogène aurait été plus concluant. Toutefois, bien que nous ayons pris la précaution de précipiter rapidement et à

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1586.
([2]) *Z. anorg. Chem.*, 180, 1929, p. 161.
([3]) *Lieb. Ann.*, 386, 1912, p. 1.

froid le chlore ionogène par le nitrate d'argent, on a toujours obtenu un taux de chlore très rapproché de celui du chlore total. Ceci est très probablement dû à l'aquotisation que subit l'ammine *cis*-dichloro en solution aqueuse (*loc. cit.*). Cependant la diffraction des rayons X nous a permis de lever l'indétermination ; ainsi qu'on peut le constater d'après les spectres ci-dessous, l'action de l'acide malonique sur le chlorure de cobaltidichloro-*trans*-diéthylènediamine donne l'isomère violéo et non le sel monaquo.

La formation du chlorure de cobaltidichloro-*cis*-diéthylènediamine apparaît d'ailleurs comme normale en considérant d'une manière globale quelques-unes des réactions générales données par Schramm dans la partie



$[Co\,en^2Cl^2]\,Cl$ *trans.*

$[Co\,en^2Cl^2]\,Cl$ *cis.*

produit préparé d'après Schramm.

$[Co\,en^2(H^2O)\,Cl]\,Cl^2$ *cis.*

Spectres de diffraction de rayons X (K_α du cobalt).

théorique de son étude sur l'action de l'acide malonique sur les complexes tétramminés du cobalt :

$$2\,[Co\,en^2Cl^2]\,Cl + C^3H^4O^4 = [Co\,en^2Cl^2]^2C^3H^2O^4 + 2\,HCl,$$
$$[Co\,en^2Cl^2]\,Cl + HCl = [Co\,en^2Cl^2]\,Cl.HCl,$$
$$[Co\,en^2Cl^2]^2C^3H^2O^4 + H^2O = [Co\,en^2(H^2O)Cl]\,Cl^2 + [Co\,en^2(H^2O)Cl]\,C^3H^2O^4,$$
$$[Co\,en^2(H^2O)Cl]\,Cl^2 + C^3H^4O^4 = [Co\,en^2(H^2O)\,Cl]\,C^3H^2O^4 + 2\,HCl,$$
$$[Co\,en^2(H^2O)Cl]\,C^3H^2O^4 + 2\,HCl = \mathrm{cis}\,[Co\,en^2Cl^2]\,Cl + C^3H^4O^4 + H^2O.$$

L'un des produits secondaires de ces réactions est l'acide chlorhydrique. Or Werner (*loc. cit.*) a montré que les radicaux acides déplacent la molécule d'eau de constitution du sel aquo en donnant le sel *cis*-diacido, ce qui est en accord avec nos résultats expérimentaux. Comme phase finale on obtient donc un produit hétérogène formé de $[Co\,en^2Cl^2]\,Cl.HCl$ vert et de *cis* $[Co\,en^2Cl^2]\,Cl$ violet. Ce dernier étant moins soluble dans l'eau froide que le premier, on peut le séparer par lavage.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les métaphosphates et pyrophosphates de calcium.* Note de M. André Boullé, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La présente Note a pour but d'exposer les résultats relatifs à la composition et aux propriétés des produits résultant de la précipitation de l'eau de chaux et de certains sels de calcium solubles (chlorure, nitrate, acétate) par des solutions d'hexa et de trimétaphosphates de sodium.

I. *Précipitation à partir d'une solution d'hexamétaphosphate de sodium.* — Ludert (¹) a préparé un métaphosphate de calcium en versant une solution de métaphosphate de sodium vitreux (hexamétaphosphate) dans une solution neutre de chlorure de calcium. Nous avons constaté que l'on obtient ainsi une masse visqueuse, amorphe, difficile à purifier, retenant encore 20 pour 100 d'eau après séchage à froid dans le vide; la déshydratation n'est complète que par chauffage prolongé à 300°; le produit anhydre est encore amorphe à cette température; la cristallisation s'amorce vers 400° et nous désignerons par α la variété cristalline qui se forme ainsi; elle est caractérisée par son spectre X et les angles θ correspondant aux raies les plus intenses (pour le rayonnement $K\alpha$ du cuivre) ont les valeurs suivantes :

6°45′	9°20′	11°50′	14°15′	15°40′
21°20′	24°30′	27°05′	29°40′	32°45′

L'examen des courbes d'analyse thermique différentielle et des spectres X montre l'existence, en cours du chauffage du métaphosphate α, d'une transformation réversible méta $\alpha \rightleftharpoons$ méta B à 765°.

Le métaphosphate B est isolé par trempe rapide après chauffage au-dessus de 765°, son réseau cristallin est identique à celui du produit obtenu par déshydratation du phosphate monocalcique à une température supérieure à 400° (²).

Nous avons d'autre part ajouté de l'hexamétaphosphate de sodium à de l'eau de chaux N/25 : l'analyse du précipité obtenu conduit au rapport $P^2O^5/CaO = 1,85$. Or le métaphosphate de calcium décrit précédemment, et sous l'aspect où il se présente après séchage à froid dans le vide, donne au contact de l'eau des solutions contenant $P^2O^5CaO = 5^g$ par litre. Il en résulte que, dans l'essai de précipitation de l'eau de chaux, la dilution est telle que le métaphosphate de calcium formé reste presque totalement en

(¹) *Zeit. anorg. Chem.*, 5, 1893, p. 34.
(²) Boullé, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1434.

solution; celle-ci, par suite de l'alcalinité du mélange, évolue rapidement avec formation d'un précipité qui se dépose en même temps qu'un peu de métaphosphate de calcium.

Le même résultat ne se produit pas avec l'eau de baryte de diverses concentrations N/3 à N/60; les précipités recueillis correspondent toujours au rapport $P^2O^5/BaO = 1$; mais ils sont moins solubles dans l'eau $P^2O^5BaO = 1^{gr}$ par litre après séchage à froid dans le vide.

II. *Précipitation à partir d'une solution de trimétaphosphate de sodium.* — Si l'on ajoute à une solution neutre de $(NO^3)^2Ca$, une solution de trimétaphosphate de sodium (neutre également), il ne se produit aucun précipité; il en est de même avec des solutions neutres de $(NO^3)^2Ba$, $(NO^3)^2Sr$. Nous avons obtenu au contraire des précipités amorphes pour lesquels $P^2O^5/MO = 2$ (M étant Ca, Ba, Sr, Pb) en utilisant des solutions de chlorure de calcium, acétate de calcium, acétate de plomb, légèrement alcalines a l'hélianthine, lorsqu'elles ne sont pas fraîchement préparées; il en est de même avec les solutions franchement alcalines d'hydroxydes : eau de chaux, de baryte, de strontiane.

Les précipités de diverses origines, pour lesquels le rapport P^2O^5/CaO est voisin de 2, ont été déshydratés à 300°, température à laquelle la cristallisation est très lente, puis maintenus à 700°. L'examen des spectres X des produits calcinés montre que l'on obtient ainsi une même variété cristalline de pyrophosphate de calcium. Cette variété est identique à celle qui résulte de la calcination à 700° également des précipités provenant du mélange dans les proportions théoriques de solutions de pyrophosphate neutre de sodium et d'eau de chaux ou de nitrate de calcium.

En résumé : 1° le métaphosphate de calcium étudié subit par chauffage des transformations allotropiques mises en évidence par l'analyse thermique et les spectres de rayons X; on peut les représenter par le schéma

$$\text{méta anhydre amorphe} \underset{400^\circ}{\rightarrow} \text{méta } \alpha \underset{765^\circ}{\rightleftharpoons} \text{méta B}$$

Le tableau ci-dessous résume les modes d'obtention des trois variétés cristallines de métaphosphates de calcium que nous avons isolées; à haute température, on ne peut avoir qu'une seule variété : le métaphosphate B.

méta A...	déshydratation du phosphate monocalcique au-dessous de 400°,
méta B...	1° déshydratation du phosphate monocalcique au-dessus de 400°, 2° trempe après chauffage à $t > 765°$ du métaphosphate précipité anhydre;
méta α...	1° chauffage à $400° < t < 765°$ du métaphosphate précipité anhydre, 2° refroidissement lent du méta B formé à $t > 765°$.

2° Le métaphosphate de calcium correspondant au trimétaphosphate de sodium ne peut être obtenu par double décomposition en milieu neutre ; et en milieu alcalin, le triméta et l'hexamétaphosphate de sodium précipitent des produits pour lesquels le rapport $P^2O^5/CaO = 2$.

Ces précipités cristallisent après calcination, et constituent une même variété de pyrophosphate de calcium.

MÉTALLURGIE. — *Mécanisme de la décomposition des solutions solides aluminium-magnésium.* Note [1] de MM. **Paul Lacombe** et **Georges Chaudron**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les solutions solides homogènes de magnésium dans l'aluminium [2] soumises à des revenus à différentes températures donnent un potentiel de dissolution variable [3]. Les résultats obtenus nous ont fait penser que le mécanisme de précipitation (apparition de la phase β) devait être plus compliqué qu'on ne l'admet habituellement.

L'électromètre Curie nous a servi à mesurer les différences de potentiel entre une électrode-étalon au calomel et une électrode de l'alliage étudié plongée dans une solution aérée de chlorure de sodium à 3 pour 100.

Le tableau suivant résume les valeurs obtenues avec un alliage à 9 pour 100 de magnésium préparé à partir de métaux extra-purs (99,99 pour 100). La température de solubilité, dans l'état solide de cette quantité de magnésium dans l'aluminium, est de 360°.

Traitement thermique.	Trempé.	Revenu à 300°.	Revenu à 200°.
Potentiel en volts.......	— 0,800	— 0,820	— 1,07

Durée de revenu.	30 minutes.	1 heure.	89 heures.	200 heures.	400 heures.
Potentiel en volts......	— 0,92	— 1,02	— 1,15	— 0,90	— 0,85

Après un revenu à une température inférieure à 280° le potentiel de la solution solide trempée augmente d'abord, puis si l'on prolonge le traitement, il revient pratiquement à la valeur initiale.

Les mesures de corrosion vérifient ces résultats : en effet, la théorie de la

---

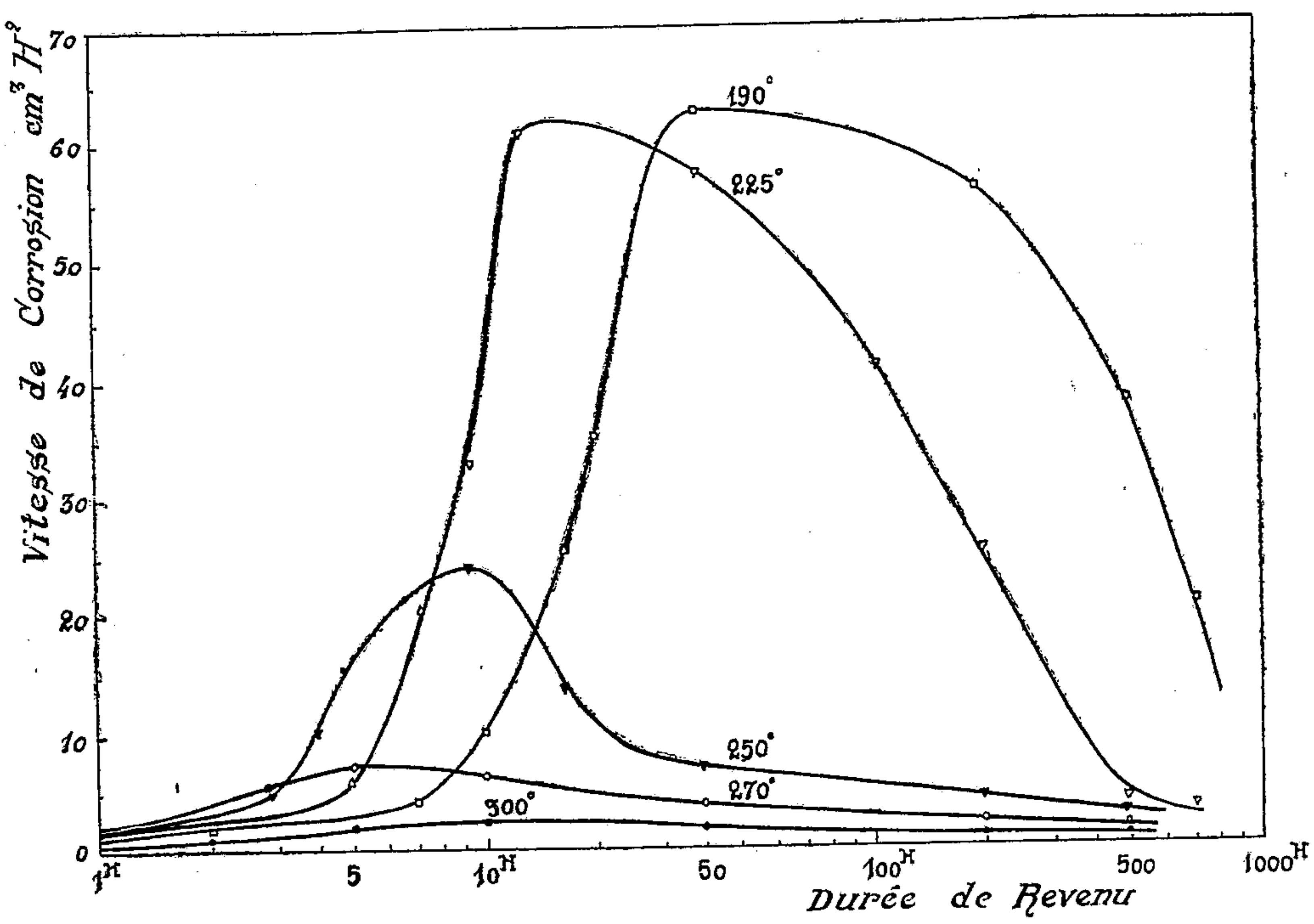
(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) Dix et Keller, *Am. Inst. Min. Met. Eng. Techn. Publ.*, n° 187, 1929; Schmid et Siebel, *Z. Metallkunde*, 23, 1931, p. 202.

(3) G. Chaudron et R. Dandres, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1324.

pile locale permet de prévoir que l'échantillon revenu à basse température sera beaucoup plus corrodable que les deux autres; car seul, il est hétérogène au point de vue électrochimique.

La méthode Thyssen-Bourdouxhe ([1]) qui consiste à suivre le dégagement d'hydrogène au cours de l'attaque du métal par un acide de concentration



Ordonnées : Vitesse de corrosion exprimée par le nombre de centimètres cubes de H^2 dégagés en 20 minutes par attaque à HCl (2N) d'une surface de $1^{cm^2},3$.
Abscisses : Durée de revenu en heures (échelle logarithmique).

constante, nous a permis de tracer, pour différentes températures de revenu, les courbes représentant la vitesse de corrosion en fonction de la durée de ce revenu. Pour les basses températures, la vitesse de corrosion passe par un maximum très net et très élevé, mais si l'on prolonge la durée du revenu, la vitesse d'attaque tend vers une même limite.

Dans les alliages préparés avec des métaux ordinaires, les impuretés telles que le silicium (0,2 pour 100) et le fer (0,15 pour 100) augmentent simplement la vitesse de précipitation.

([1]) Appareil Thyssen-Bourdouxhe (voir Bastien, *Thèse*, Paris, 1933, p. 78).

Il semble donc que le constituant précipité à basse température et au début du phénomène, soit instable et plus riche en magnésium que le composé défini Al^3Mg^2 qui constitue la phase β du diagramme. Un tel mécanisme implique nécessairement une teneur en magnésium de la phase α inférieure à celle de l'équilibre.

Cette étude est à rapprocher du travail de MM. Chevenard et Portevin (1) qui ont pu montrer qu'au début de la précipitation du carbure de chrome dans les ferro-nickels chromés et carburés, il se formait, autour des grains de carbure précipité, des zones sensiblement déchromées.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur l'application des méthodes d'analyses microchimiques à l'étude de la corrosion des alliages légers d'aluminium.* Note (2) de M. **Henri Fournier**, présentée par M. Léon Guillet.

On sait qu'on peut utiliser l'analyse chimique des liquides de corrosion, ou des méthodes dérivées, pour mesurer l'altération de métaux ou alliages placés dans ces liquides.

J'ai pensé qu'il serait possible d'obtenir une mesure de très petites corrosions et une accélération des essais en utilisant conjointement un dispositif assurant le renouvellement du liquide autour d'une éprouvette fixe, et une méthode d'analyse microchimique permettant de doser les produits dissous ou entraînés après un certain temps d'attaque.

Mes essais ont été effectués à l'aide de l'appareil Thyssen et Bourdouxhe (3).

Ainsi que l'ont montré Portevin et Bastien (4), cet appareil a la propriété de donner des pertes de poids proportionnelles au temps, à condition que la vitesse du liquide soit supérieure à une certaine limite et que la concentration en produits dissous reste négligeable; désirant au contraire rechercher par voie chimique la variation de concentration en fonction du temps d'attaque, j'ai été amené à utiliser un appareil analogue à celui décrit, mais dans lequel la quantité de liquide soit faible par rapport à la surface de l'éprouvette.

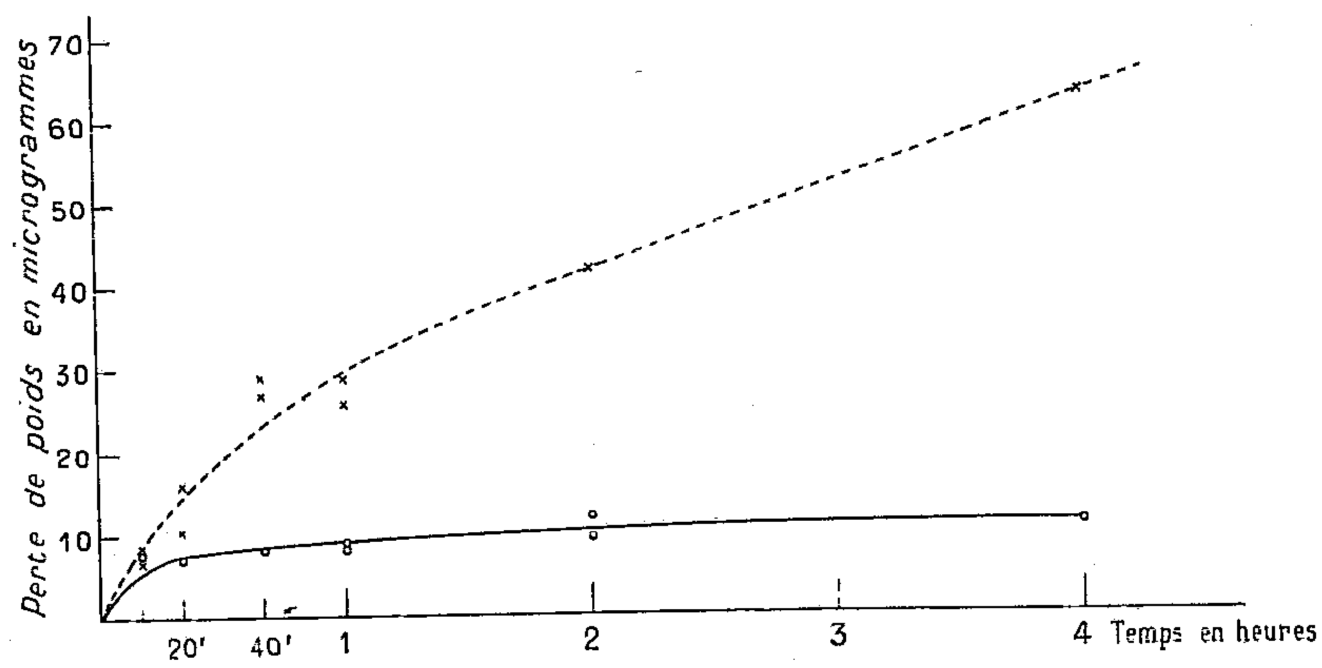
Comme conséquence de cette variation de concentration, la courbe des

(1) *Rev. Métal.*, 33, 1936, p. 96.
(2) Séance du 11 mai 1936.
(3) *Rev. Univ. des Mines*, 19, 1928, p. 63.
(4) *Génie civil*, 50, 1932, p. 559.

pertes de poids en fonction du temps cesse d'être rectiligne et prend une allure logarithmique.

J'ai appliqué cette méthode à des alliages légers d'aluminium corrodés par une solution de chlorure de sodium à 10 pour 100, et j'ai recherché une méthode de dosage microchimique de ce métal applicable à ce cas.

Après avoir examiné celles proposées par différents auteurs ([1]), j'ai



Courbes de dissolution

adopté le dosage colorimétrique de l'aluminium au moyen de la laque formée avec l'hématoxyline en milieu tamponné ([2]); j'ai étudié son application dans les solutions de chlorure de sodium et ai examiné l'action perturbatrice des éléments d'addition de l'alliage : silicium, fer, manganèse, cuivre, magnésium, qui peuvent être entraînés avec le métal de base.

J'ai constaté expérimentalement que la méthode était applicable pour des concentrations en aluminium de 0,1 à 2^{mg} par litre, et que l'addition d'une quantité égale d'un sel de magnésium et de quantités 10 fois plus faibles de sels des autres métaux n'apportaient que de petites perturba-

([1]) Goppelsroder, *Z. Anal. Chem.*, 7, 1868, p. 195; Horsley et Schumaker, *Z. Anal. Chem.*, 31, 1892, p. 222; Atack, *J. Soc. Ch. Ind.*, 34, 1915, p. 946; Schanel, *Mikroch.*, 2, 1924, p. 174; Roller, *J. Am. Ch. Soc.*, 55, 1933, p. 2437; Alten, Weiland et Loofmann, *Angew. Chem.*, 46, 1933, p. 668; Alten, Weiland et Kruppenberg, *Z. Anal. Chem.*, 96, 1934, p. 91.

([2]) Naumann, *Ch. Ztg*, 57, 1933, p. 315.

tions dans les résultats, l'erreur la plus importante étant causée par le fer.

La conduite de ces dosages, que j'ai effectués à l'aide du colorimètre Duboscq, demande quelques précautions : ils doivent être effectués sur le liquide d'attaque aussitôt après sa sortie de l'appareil Thyssen et Bourdouxhe et dans le vase même où il a été recueilli. Dans le cas contraire, on trouve des teneurs en aluminium trop faibles, vraisemblablement par suite de phénomènes d'adsorption au contact du verre.

Résultats. — Les essais ont été effectués :

1° Sur un alliage léger, type duralumin, de composition

Pour 100 : Cu = 3,80, Fe = 0,41, Si = 0,35, Mn = 0,46, Mg = 0,91, Al = diff.;

2° Sur un alliage aluminium-magnésium de composition

Pour 100 : Si = 0,32, Mn = 0,54, Mg = 8,65, Al = différence,

les deux produits se trouvant à l'état normal d'emploi.

Les courbes de la figure ci-contre montrent, pour les alliages étudiés, la quantité d'aluminium dissous en fonction du temps; elles ont été obtenues dans les conditions d'expérience suivantes :

Quantité de liquide : 100^{cm^3};
Éprouvette : cylindrique de 20^{mm} de longueur et de 5^{mm} de diamètre;
Section de la veine liquide entourant l'éprouvette : 10^{mm^2};
Vitesse moyenne du liquide autour de l'éprouvette : 35 cm/sec.

Conclusions. — Ces essais mettent en vue une différence d'allure dans le processus de la corrosion des deux alliages et particulièrement l'autoprotection de l'alliage aluminium-magnésium, ce qui vérifie que l'emploi des essais microchimiques et d'un appareillage convenable permet d'obtenir des résultats rapides dans la mesure de la susceptibilité corrosive des métaux.

Les essais effectués n'ont porté que sur des alliages d'aluminium, mais je m'efforce de les appliquer à d'autres alliages.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du brome en excès sur quelques dérivés du benzène en présence de bromure de glucinium.* Note de M. **Roger Pajeau**, présentée par M. Marcel Delépine.

MM. Taboury et Pajeau ont signalé précédemment (¹) les propriétés catalytiques du bromure de glucinium dans la bromuration limitée et à chaud du benzène. Ces recherches ont été poursuivies par des essais de bromuration au maximum et à froid de quelques hydrocarbures aromatiques et de quelques-uns de leurs dérivés halogénés en présence du même catalyseur.

Dans un matras à fond large on introduit successivement 3^g de bromure de glucinium, 100^g de brome, puis lentement et en agitant 8^g du corps à bromer. On abandonne le matras pendant trois heures en général, à la température du laboratoire, puis, son contenu, traité par de l'acide chlorhydrique étendu, ensuite par une solution de soude, est soumis à une cristallisation.

Benzène. — Cet hydrocarbure fournit du paradibromobenzène. Déjà, au bout d'une heure la bromuration est terminée, car le rendement qui dépasse 80 pour 100 par rapport au benzène ne s'élève guère si l'on augmente la durée de la réaction.

Toluène. — Avec le toluène, on obtient du tribromo-2.4.5-méthyl-1-benzène : 12^g au bout de 3 heures et 16^g au bout de 8 heures.

Xylènes. — Chacun des trois xylènes donne un mélange de dérivés bromés. On isole le dérivé bromé au maximum, différent dans chaque cas, par un lavage rapide à l'éther, dans lequel il est moins soluble. L'orthoxylène fournit du tétrabromo-3.4.5.6-diméthyl-1.2-benzène; le métaxylène, du tétrabromo-2.4.5.6-diméthyl-1.3-benzène et le paraxylène, du tétrabromo-2.3.5.6-diméthyl-1.4-benzène. La quantité de tétrabromo-diméthyl-benzène est fonction croissante de la durée de la bromuration : avec le paraxylène, par exemple, on obtient 14^g de produit cristallisé après 3 heures de réaction et 17^g après 5 heures, même en réduisant à 2^g la masse du catalyseur.

Chlorobenzène. — L'action du brome est faible à la température ordinaire : on recueille 6^g de parachlorobromobenzène : il est préférable d'opérer à chaud.

Iodobenzène. — Comme dans le cas du chlorobenzène, la présence de

(¹) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 328.

bromure de glucinium augmente considérablement la vitesse de réaction à chaud et permet d'obtenir rapidement du parabromoiodobenzène. Il est évident qu'un excès de brome n'est pas nécessaire.

Chlorotoluènes. — Dans les conditions expérimentales indiquées plus haut :

1° la présence d'un groupe méthyle permet de fixer 3 atomes de brome dans le noyau en position 2.4.5 (toluène);

2° le brome ne se substitue pas au chlore du noyau (chlorobenzène).

Il était à prévoir que la bromuration des chlorotoluènes conduirait à des dérivés chlorés dibromés du toluène : c'est ce que l'expérience confirme.

L'orthochlorotoluène a fourni un solide cristallisant dans l'alcool éthylique, l'éther, le benzène, le chloroforme, fondant à 98°,5 et ayant pour formule $C^6H^2ClBr^2.CH^3$: chauffé pendant 48 heures avec de l'acide nitrique de densité 1,2, il se transforme en un acide chlorodibromobenzoïque qui fond à 190°.

Le métachlorotoluène et le parachlorotoluène donnent également des dérivés chlorés dibromés ayant pour points de fusion respectifs 96°,5 et 99°; ce dernier corps, soumis à une oxydation nitrique dans les conditions déjà indiquées, fournit un acide chlorodibromobenzoïque fondant à 185°.

PÉTROGRAPHIE. — *Étude des calcaires oolithiques par coloration et décalcification.* Note (¹) de M. **Louis Dangeard**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Les méthodes d'analyse chromatique ont été peu employées en pétrographie des roches sédimentaires et cependant elles peuvent rendre de grands services lorsqu'il s'agit de rechercher l'argile disséminée dans les craies (²), d'étudier les calcaires (³), d'observer les microfossiles des silex (⁴), etc. Dans le cas des calcaires, ces méthodes peuvent être complétées par une décalcification lente qui fait apparaître des structures intéressantes ou libère des microorganismes.

J'ai étudié les calcaires oolithiques du Secondaire en les colorant par le bleu de méthylène, le violet de gentiane, le vert de méthyle et en les décalcifiant partiellement ou totalement.

---

(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) F. Grandjean, *B. S. Fr. de Minéralogie*, 32, 1909, p. 408.

(3) G. Bleicher, *A. F. A. S.*, 24e session, Bordeaux, 1895, p. 505; L. Dangeard, *B. S. G. F.*, 4e série, 30, 1930, p. 173.

(4) G. Deflandre, *B. S. Fr. de Microscopie*, 4, n° 3, 1935, p. 104.

Le colorant est fixé énergiquement par les nombreux restes organiques qui sont inclus dans les oolithes et par certaines zones oolithiques elles-mêmes. On met ainsi en évidence sur une cassure fraîche, en surface polie ou en coupe mince, les nombreuses loges des *Foraminifères enveloppants* qui sont fixées sur les zones concentriques successives, les réseaux d'*Algues perforantes* qui sont inclus dans l'écorce des oolithes. Ces Algues montrent, après coloration, des filaments qui se détachent sur les oolithes blanches à la manière de vaisseaux sanguins. Cet aspect n'est pas dû à des perforation récentes, car il est obtenu aussi bien sur des échantillons provenant de sondages très profonds (1) (Incarville, Ferrières-en-Bray). Les *Girvanelles*, ou *Algues enveloppantes*, qui possèdent des filaments encore plus ténus sont difficiles à voir; elles existent cependant dans beaucoup d'oolithes du Secondaire tout comme dans les pisolithes.

La décalcification lente des oolithes permet d'isoler les filaments, colorés ou non, des Algues perforantes et de les monter entre lame et lamelle. J'ai observé de la sorte des Algues perforantes qui avaient conservé leurs cloisons.

Enfin, après décalcification totale, la plupart des oolithes étudiées gardent leur forme et une partie de leur structure, grâce à la matière organique conservée.

Les observations faites conduisent à faire jouer à certains organismes un rôle important dans la précipitation du carbonate de chaux et dans l'évolution même d'un grand nombre d'oolithes. Le milieu où se formaient les oolithes du Secondaire étaient riches en organismes microscopiques, principalement en Algues et en Foraminifères. Il ne faut pas oublier d'ailleurs que du carbonate de chaux précipité par voie purement chimique peut réaliser la forme oolithique.

GÉOLOGIE. — *Données nouvelles sur la structure du Sahara occidental.* Note (2) de M. **Théodore Monod**.

Ayant pu parcourir, au cours de deux missions successives, l'Adrar mauritanien, le Tagant, l'Aouker, l'Azaouad, les régions de Taoudeni, Agueraktem, Tinioulig, le Lemriyé, le Hank, l'Iguidi, la hammada de Tindouf, l'Erg Chech et le Tanezrouft central, j'ai eu l'occasion de faire quelques observations géologiques.

---

(1) Échantillons communiqués par MM. A. Bigot et P. Pruvost.

(2) Séance du 11 mai 1936.

A. *Plateaux mauritaniens* (¹). — Reposant sur le socle précambrien, on trouve : 1° une puissante série schisto-calcaire (avec dolomies à Stromatolithes, silex, jaspes, etc.), pouvant admettre, à sa base ou en intercalations, des bancs gréseux parfois épais (*grès de base*); 2° une série gréseuse (*grès inférieurs*), ordovicienne au moins en partie et peut-être en totalité, comprenant plusieurs niveaux, 3° les schistes à Graptolithes du Gothlandien, que j'ai découverts dans l'Adrar, au sud de Niémilane (juillet 1934) et retrouvés dans la falaise de Tichitt-Oualata; 4° un tassili dévonien gréseux (*grès supérieurs*). On sait par ailleurs (Chudeau, 1911) que la série paléozoïque atteint, très localement d'ailleurs, le Carbonifère.

Cette analyse du Primaire mauritanien permet de paralléliser enfin les termes de la stratigraphie soudanaise, voire guinéenne, avec ceux du Sahara nord-occidental et du Sud-algérien.

B. *Synclinal d'Araouan-Taoudeni* (²). — Au bord nord du synclinal d'Araouan, j'ai reconnu une série paléozoïque s'étendant du Cambrien au Carbonifère et comprenant : 1° une série basale très développée composée d'une partie inférieure surtout dolomitique et calcaire (Stromatolithes) parfois gréseuse, d'une partie moyenne schisteuse (ardoises de l'Azlef), d'un terme supérieur gréseux (grès tendres mauves, lie de vin et verts); 2° les *grès inférieurs* typiques, prolongeant ceux de l'Adrar; 3° le Gothlandien à Graptolithes; 4° un Dévonien fossilifère présentant peut-être une lacune à sa base; 5° un Carbonifère inférieur schisto-gréseux (Tournaisien) et calcaire (Viséen) supportant en concordance une série argilo-gréseuse (argiles lie de vin gypsifères, grès rouges de Taoudeni) représentant sans doute un Westphalien continental et lagunaire (à *Lepidodendron*).

C. *Synclinal de Tindouf*. — J'ai constaté la présence au bord sud du synclinal, d'un Ordovicien typique reposant directement sur le cristallin du Yetti (*schéma tassilien*, par opposition au *schéma hankien* du synclinal d'Araouan où l'Ordovicien est séparé du cristallin par le complexe schisto-calcaire de base), et surmonté de schistes papyracés lithologiquement identiques à ceux du Gothlandien saharien fossilifère, mais n'ayant pas encore livré de Graptolithes.

D. *Continental intercalaire et hammada*. — Sur les argiles lie de vin du Carbonifère moyen reposent les grès du Khnachiche à bois fossile, d'âge indéterminé (Infracrétacé ?). Il faut signaler aussi l'extension très consi-

---

(¹) F. Jacquet et Th. Monod, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 908-909.

(²) N. Menchikoff et Th. Monod, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 230-232.

dérable des terrains de hammada du type *hammada de Tindouf*, d'âge incertain (Tertiaire ?), que l'on retrouve sous l'Iguidi, sous le Hank, sous l'Erg Chech, sur le Continental intercalaire et qui constituent le plateau du Tanezrouft central.

E. *Tectonique.* — Le synclinal hercynien d'Arouan-Taoudeni occupe tout le Sahara sud-occidental. Comme les affleurements se bouclent à l'Ouest, sur la Mauritanie, il en est de même au Nord-Est où les divers termes de la série primaire délimitent une cuvette autonome, distincte des formations de même âge du Sud-algérien et séparée d'elles par un axe cristallin Eglab-In Zize, passant sous la hammada du Tanezrouft.

F. *Roches éruptives en territoire sédimentaire.* — Les venues filoniennes sont très rares dans la partie occidentale et septentrionale des plateaux mauritaniens; dans la série schisto-calcaire de l'Aouker, et surtout du Hodh, les filons doléritiques se multiplient. Il n'existe pas de volcans à Taoudeni, mais j'ai trouvé, d'In Dagouber à Mjebir (550^{km}) et du Khnachiche au Hank (350^{km}), une extraordinaire abondance de dykes doléritiques perçant toute la série primaire jusqu'au Carbonifère moyen inclus. Ces filons donnent parfois naissance, par l'extrême régularité de leur disposition, à des paysages « *cloisonnés* » très caractéristiques.

G. *Quaternaire.* — Les dépôts quaternaires, très développés, sont tous continentaux, le plus souvent d'eau douce; aucun n'est marin et la faune à Marginelles de Tombouctou semble bien d'importation artificielle. Il sera peut-être possible de distinguer, dans l'extension des lacs quaternaires, deux maxima, d'amplitude décroissante, séparés par une phase d'assèchement et d'ensablement, le premier contemporain du paléolithique ancien (et moyen), le second du néolithique (engins de pêche de pierre et d'os).

La sebkha de Taoudeni, accident purement local, n'a jamais pu avoir de relation avec les zones d'épandage, beaucoup plus méridionales, du Niger moyen, ni avec celles du Sud-Ouest algérien.

H. *Tanezrouft.* — La traversée du Tanezrouft central a révélé : 1° l'existence d'un immense plateau, appartenant à une série hammadienne homologue de celle de Tindouf, et à la surface duquel le *reg*, loin d'être un *reg* alluvial récent, de transport, semble n'être qu'un *reg* de dissociation ou d'excrétion, les galets de quartz simplement libérés sur place par la désagrégation d'un poudingue; 2° l'absence totale de dépôts quaternaires d'eau douce sur le plateau, où n'existe pas la moindre trace de réseau hydrographique; il est par conséquent impossible d'admettre l'existence, dans le Tanezrouft central, d'une cuvette alluviale ayant pu servir de zone d'épandage à l'oued Saoura-Messaoud.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie de la région de Nemours (Algérie).* Note (¹) de M. **Marcel Gautier**, présentée par M. Charles Jacob.

La région étudiée est limitée : au Nord, par la Méditerranée; à l'Est, par la vallée de la Tafna; au Sud, par la plaine des Angad; à l'Ouest, par la frontière algéro-marocaine (Oued Kiss). Elle comprend : la Chaîne du Fillaoussène (point culminant : 1136^{m}); le Massif des Traras (point culminant : 855^{m}); le Bassin de Bab-el-Assa (altitudes variant de 200 à 400^{m}); les Reliefs côtiers (point culminant : 861^{m}).

A. La Chaîne de Fillaoussène montre, sur un substratum de Primaire azoïque, la série suivante :

Permo-Trias, d'épaisseur réduite (0 à 20^{m}) : couches détritiques rouges, sans gypse, avec dolérites sporadiques; Lias inférieur et moyen (60 à 80^{m}) : calcaires massifs à Mégalodontidés, passant parfois à des calcaires à gros silex; Lias supérieur marneux (40^{m}) à Ammonites pyriteuses : on reconnaît toujours le Toarcien (zone à *Hildoceras bifrons* Brug.) et parfois l'Aalénien (avec *Erycites fallax* Ben.); Bajocien (25^{m}) : calcaires à Polypiers et Térébratules, passant à des calcaires argileux à *Garantia birfucata* Ziet.; Bathonien (50^{m}) : marnes esquilleuses grises à *Cancellophycus* avec *Lytoceras tripartitum* Raspail; Callovo-oxfordien (80^{m}) : argiles schisteuses pétries de Posidonies (gr. de *P. alpina* A. Gras.) avec débris d'Ammonites où on reconnaît une *Reineckeia* et un *Pachyceras*; Lusitanien (180^{m}) : marnes vertes et lie de vin, avec bancs de grès quartzeux, puis grès roses ou verdâtres; dans ces derniers se développe un horizon de calcaires construits à Polypiers, Échinides, Bivalves et Brachiopodes; les lits terminaux donnent des Nérinées et des Astartes; la faune est de cachet nettement séquanien, mais l'ensemble doit représenter tout le Lusitanien; Kimeridgien (120^{m}) : masse de dolomie compacte; par place, le passage des grès à la dolomie se fait par des calcaires marneux à Ptérocères; la partie supérieure de la dolomie est peut-être portlandienne, mais cet étage n'a pu être caractérisé. On a donc, au Fillaoussène, une série jurassique à peu près complète, avec une épaisseur de 5 à 600^{m}.

B. Le massif des Traras offre, sur un socle primaire en continuité avec celui du Fillaoussène, en bordure duquel apparaît la bosse granitique de Nédroma, la série suivante :

Permo-Trias semblable au précédent, mais plus puissant (40 à 50^{m}), avec coulées doléritiques très importantes; Lias inférieur et moyen comparable à celui du Fillaoussène (80^{m}); Lias supérieur différent : calcaires en dalles, légèrement argileux, rouges, rappelant l'*Ammonitico-rosso*, renfermant une belle faune d'Ammonites

(¹) Séance du 18 mai 1936.

toarciennes étudiée par L. Gentil (¹); puissance : 20 à 30^m; il n'y a pas trace d'Aalénien, ni de Bajocien; BATHONIEN, qui suit immédiatement les couches toarciennes; il est marneux (30^m) à Ammonites pyriteuses; au Djebel Sekika, une petite faune étudiée par M. F. Roman (²) caractérise le Bathonien inférieur; CALLOVO-OXFORDIEN : marnes schisteuses brunes avec lits gréseux, terminant la série jurassique, très réduite des Traras.

C. Le Bassin de Bab-el-Assa est occupé par des formations d'âge miocène :

BURDIGALIEN (= Cartennien) avec poudingue de base (30 à 50^m) et grand développement d'argiles (150 à 200^m); HELVÉTIEN avec grès de base (20^m) et argiles à lits gréseux (60 à 80^m); des calcaires lacustres couronnent la formation. Le substratum apparaît à la bordure orientale du bassin, au pied des Traras; il est constitué par la série secondaire de ce massif, mais les couches rouges de base sont remplacées par un puissant poudingue (plus de 100^m) empruntant ses éléments au Paléozoïque et surtout au granite (poudingue des Beni Menir).

D. Les Reliefs côtiers montrent :

TRIAS à faciès germanique, avec marnes bariolées, gypse, cargneules, dolomies noires et roches vertes; LIAS CALCAIRE très épais (plus de 200^m) avec la succession suivante : calcaires feuilletés à inclusions schisteuses vertes, calcaires massifs très clairs et souvent cristallins; calcaires rubannés ou en dalles, avec débris d'Harpocératidès; SÉRIE SCHISTEUSE LUSTRÉE, très puissante, décevante par l'extrême rareté des fossiles : au Djebel Zendal, la base donne des débris d'Ammonites pyriteuses et des Posidonies; un peu partout, on trouve des *Aptychus* écrasés; à Béni-Saf, à l'Est de notre région, mais dans le prolongement de cette zone, on a recueilli un *Perisphinctes* qui, indéterminable spécifiquement, a cependant été reconnu comme une forme du Jurassique supérieur; des marnes schisteuses noires, affleurant largement dans la Tribu des Beni Kraled, contiennent des prismes d'Inocérames, et nous n'avons aucun doute sur l'âge secondaire de cette série lustrée, certainement compréhensive. Le BURDIGALIEN du Bassin de Bab-el-Assa s'étend aussi dans le domaine des Reliefs côtiers; enfin, à la bordure septentrionale de ces reliefs, c'est-à-dire sur la côte même, on trouve le TORTONIEN gréseux.

En résumé, on observe, du Sud au Nord :

une série jurassique à peu près complète et assez épaisse;

une série jurassique très incomplète, en partie masquée par des dépôts du Miocène inférieur et de l'Helvétien;

(¹) *Bull. Serv. Carte Géol. Algérie*, 2e série, n° 4, 1903, p. 99.

(²) F. ROMAN et M. GAUTHIER, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 125 et F. ROMAN, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, 3, 1933, p. 59.

une série secondaire très puissante (plus de 1500^m), avec Trias de faciès germanique, Lias calcaire, Jurassique moyen et supérieur et Crétacé schisteux.

GÉOLOGIE. — *Sur le plan structural du sous-sol de la Belgique, principalement d'après les travaux miniers.* Note [1] de **M. Armand Renier**, présentée par M. Charles Jacob.

Le vaste géosynclinal siluro-dévono-carbonifère, dont le grand sillon houiller jalonne, en territoire belge, la bordure septentrionale, est le trait le plus remarquable, même si son bord méridional recouvert par charriages reste inconnu. Mais la surélévation du Samson en est un autre d'égale importance, ainsi qu'en témoignent aussi bien les mouvements précurseurs que les mouvements posthumes.

Au Nord du sillon houiller, au delà d'un anticlinal grossièrement parallèle, sorte de prolongement oriental de l'anticlinal du Mélantois, ce sont les régions situées à l'Ouest de l'alignement Samson-Saint-Nicolas (Waes) qui sont surélevées dans le Brabant et les Flandres. Une coupe W-E tracée de Nieuport à Maeseyck met en évidence le plateau souterrain ondulé qui s'étend de la mer du Nord à Saint-Nicolas (Waes) : le Paléozoïque y est à faible profondeur. Sur la retombée à travers la Campine jusqu'à la Meuse, se logent non seulement Néogène et Oligocène, mais surtout le gisement houiller bien connu. Dans l'ensemble, sa pente, faible, est vers NE, bien que les exploitations aient fait connaître des plis très amples s'ennoyant vers NNW et compliqués de failles dirigées SSE-NNW ou NW-SE, dont quelques-unes, particulièrement importantes, accentuent rapidement la retombée jusqu'à apparition du Permo-Trias et du Jurassique dans le prolongement de l'aire d'ennoyage ou fossé qui, par les vallées de Roer et de la Kill, s'étend de Ruremonde à Kyllburg.

Dans les exploitations les plus méridionales de la Campine, à Genck, se marque une contrepente qu'on peut tenir pour l'indice de plissements analogues à ceux bien connus dans les houillères du Limbourg hollandais, c'est-à-dire dans le raccord, sur le bord occidental du fossé de Ruremonde, entre la Campine belge et le grand sillon houiller. Les plis de direction varisque y deviennent progressivement prédominants. Ce régime existe

[1] Séance du 18 mai 1936.

déjà sous le Hesbaye, ainsi qu'en témoignent les cours du Geer et de la Haute-Méhaigne, alors que sous le Brabant les allures perpendiculaires à la surélévation du Samson se manifestent dans les plis posthumes des vallées des Gettes, de la Dyle et de la Senne ([1]). Par contre, la vallée de l'Escaut entre Condé et Tournai tend vers la direction hercynienne (von Buch), qui est celle de la surélévation du Samson. Les allures nettement transgressives du Dévono-Carbonifère de la bordure septentrionale du sillon houiller témoignent de la même tendance sur le bord occidental de la surélévatien du Samson.

Au Sud du sillon houiller, comme déjà sous la Hesbaye, l'aire de surélévation est développée à l'Est de l'alignement Samson-Marbehan. Elle culmine à Spa, nœud magnétique de premier ordre qui, accord fait sur l'inexistence de la faille du Marteau, se trouve au centre de la fenêtre faîtière dite de Theux, de forme ovale, allongée NNW-SSE de Pepinster à Ruy et dont l'axe majeur est l'anticlinal de Fraipont, pli dissymétrique à flanc Ouest plutôt raide.

Le sillon houiller de Liége n'est pas affecté de charriages importants. Sa paléogéographie témoigne de ce qu'on peut le tenir pour parautochtone. Son bord méridional est, de Clermont à Angleur, nettement faillé. Plus à l'Est et jusqu'à Aix-la-Chapelle, entre le houiller exploité au plateau de Herve et qui n'est que le prolongement de celui de Liége, et le massif de la Vesdre, prolongement oriental du Condroz, s'intercalent des nappes varisques des environs d'Aix-la-Chapelle, dont les moins profondes affleurent dans la fenêtre de Theux.

La bordure de cette fenêtre est faite d'une série de massifs varisques qui se poursuivent tant vers l'Est que vers l'Ouest. Peu au Sud de la vallée du Roannais doit se trouver la limite septentrionale des nappes armoricaines. Vers l'Est, cette limite se dirigerait vers Lammersdorf et Mérode à travers les Hautes Fagnes suivant un tracé que soulignent des levés magnétiques. Vers l'Ouest, elle rejoindrait la faille de Harzé ou l'une de ses congénères pour passer au Sud des petits « bassins » houillers de Bende et de Clavier, atteindre la Meuse aux environs de Dinant et, à travers l'Entre-Sambre-et-Meuse, rejoindre la bordure du sillon houiller à Jamioulx ([2]). Ce tracé provisoire se justifie tant par la considération du trajet déjà reconnu de certaines failles limitant des massifs varisques à travers le Condroz et celui

---

([1]) Cf. *Ann. Soc. scientif. Bruxelles*, 45, 1926, p. 294.

([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 964 et 1201.

encore incomplet d'autres accidents, que par celle des différences de facies des formations dinantiennes, dévoniennes et cambriennes, et encore du fait de particularités hydrologiques.

La région située au Sud de cette limite probable est encore insuffisamment explorée. Les complications semblent y être nombreuses puisqu'aussi bien la configuration du massif *cambrien* de Rocroi est plutôt celle d'un anticlinal retourné, donc d'une aire d'ennoyage.

A l'Ouest de la Meuse, entre Dinant et Namur les nappes varisques paraissent entraînées dans le prétendu rebroussement vers la direction armoricaine; en fait, elles se chevauchent l'une sur l'autre, pour disparaître définitivement entre Jamioulx et Binche sous l'avancée cisaillante des nappes armoricaines. Il en est de même dans le sillon houiller par l'apparition des nappes de la Tombe, du Borinage et de Boussu qui, surtout à l'Ouest de Binche, recouvrent de plus en plus vers le Nord les massifs houillers parautochtones de la bordure septentrionale du grand sillon, au point qu'on peut se demander si cette bordure houillère a encore quelqu'importance à l'Ouest de la vallée de l'Escaut, là où son substratum dinantien, dévonien supérieur et silurien continue de s'étaler vers Menin, Roulers et au delà.

GÉOPHYSIQUE. — *Conséquences géophysiques et minéralogiques du fait que la Terre a eu pour origine un tube-tourbillon.* Note (¹) de M. **Émile Belot**, présentée par M. Louis de Launay.

L'anneau primitif terrestre issu de l'Équateur du protosoleil avait une grande hauteur de l'ordre de un million de kilomètres, mais une faible épaisseur de l'ordre de 600^{km} au moment où il atteignit l'écliptique. Cet anneau fut réduit par la résistance de la nébuleuse à un tube-tourbillon de 2200^{km} de rayon correspondant à la latitude de $\pm 70°$.

Il m'a paru nécessaire de figurer par un schéma les principaux phénomènes qui ont formé la croûte terrestre.

Soit AA′ le demi-cercle figurant en coupe le demi-cercle du noyau anhydre de la Terre : T_1, T_2 les deux parties du tourbillon ayant pour rayons les cercles de latitude $\pm 70°$ et venant se condenser au Nord et au Sud de la Terre.

(¹) Séance du 11 mai 1936.

Dans un tourbillon les matériaux lourds, comme le fer, viennent se condenser à sa surface et les matériaux légers restent vers l'axe *a*. Ainsi, après la condensation des parties T_1, T_2 du tourbillon, il y aura accumulation de fer vers les latitudes $\pm 70^{\circ}$. Le pôle magnétique Nord est en effet à la latitude de $+70^{\circ}$. A cause de la masse de l'Antarctide le pôle magnétique Sud sera plus près du pôle vers 72°.

Mais quand la partie T_1 du tourbillon aura fini de se condenser, la pression de la nébuleuse s'exercera sur le pôle Nord y déterminant une dépression qu'occupe l'océan Arctique, tandis que la dépression à l'arrière du projectile terrestre produira la surrection de l'Antarctide. Le frottement de la nébuleuse sur le haut de notre atmosphère l'entraîne du Nord vers le Sud où, en D, se produit *le déluge austral primitif* autour de l'Antarctide où l'altitude et la dépression gazeuse créent des causes de froid.

Quels effets successifs d'érosion produiront les courants marins issus du déluge D et se dirigeant du Sud vers le Nord à la surface du noyau terrestre ? La première couche 1 du noyau A sera transportée dans le Nord; mais la seconde couche 2, plus dense que la couche 1, sera aussi transportée par les courants dans le Nord où elle viendra se surimposer à la couche 1.

Enfin la couche 3, plus dense que les couches 2 et 1 et qui, pour réaliser son équilibre isostatique, était remontée de sa profondeur primitive -40^{km}, viendra enfin se superposer en 3′ aux deux couches 2′ et 1′, en sorte que, dans nos continents, il y a interversion des densités par rapport aux densités primitives dans le noyau anhydre AA′.

Dans la figure, on a limité à la latitude 33° les continents pour respecter la proportion relative actuelle des mers et des continents. Mais il faut comprendre que, sur les côtes où s'étalent le long de parallèles des masses continentales, le même phénomène d'interversion des densités s'est produit.

Mais tous les matériaux d'érosion qui ont constitué les racines profondes des continents étaient saturés d'eau contenant tous les sels haloïdes : la chaleur acquise par leur descente en 2′ et 1′ a transformé cette eau en colonnes de vapeurs minéralisatrices montant à travers la masse 3′ contenant par sa densité tous les métaux sur lesquels agissent l'oxygène, le chlore, le soufre, etc. pour produire par voie volcanique ou hydrothermale tous les minéraux que l'on découvre dans les filons métallogéniques [1].

---

[1] De Launay, *La Science géologique*, Chap. IX, *Métallogénie*, 1913.

Mais la presque totalité de ces phénomènes se sont produits avant les ères géologiques; depuis leur début, la Terre a subi des phénomènes astronomiques d'un autre ordre : la loi des distances x_n des satellites de la Lune m'a révélé que celle-ci n'était que notre cinquième satellite

$$(x_n = 0,35 + 2,8972^n),$$

les autres étant à l'origine aux distances 1,35-3,247-8,744-24,67. Ces satellites n'existant plus ont dû se précipiter sur la Terre à des époques

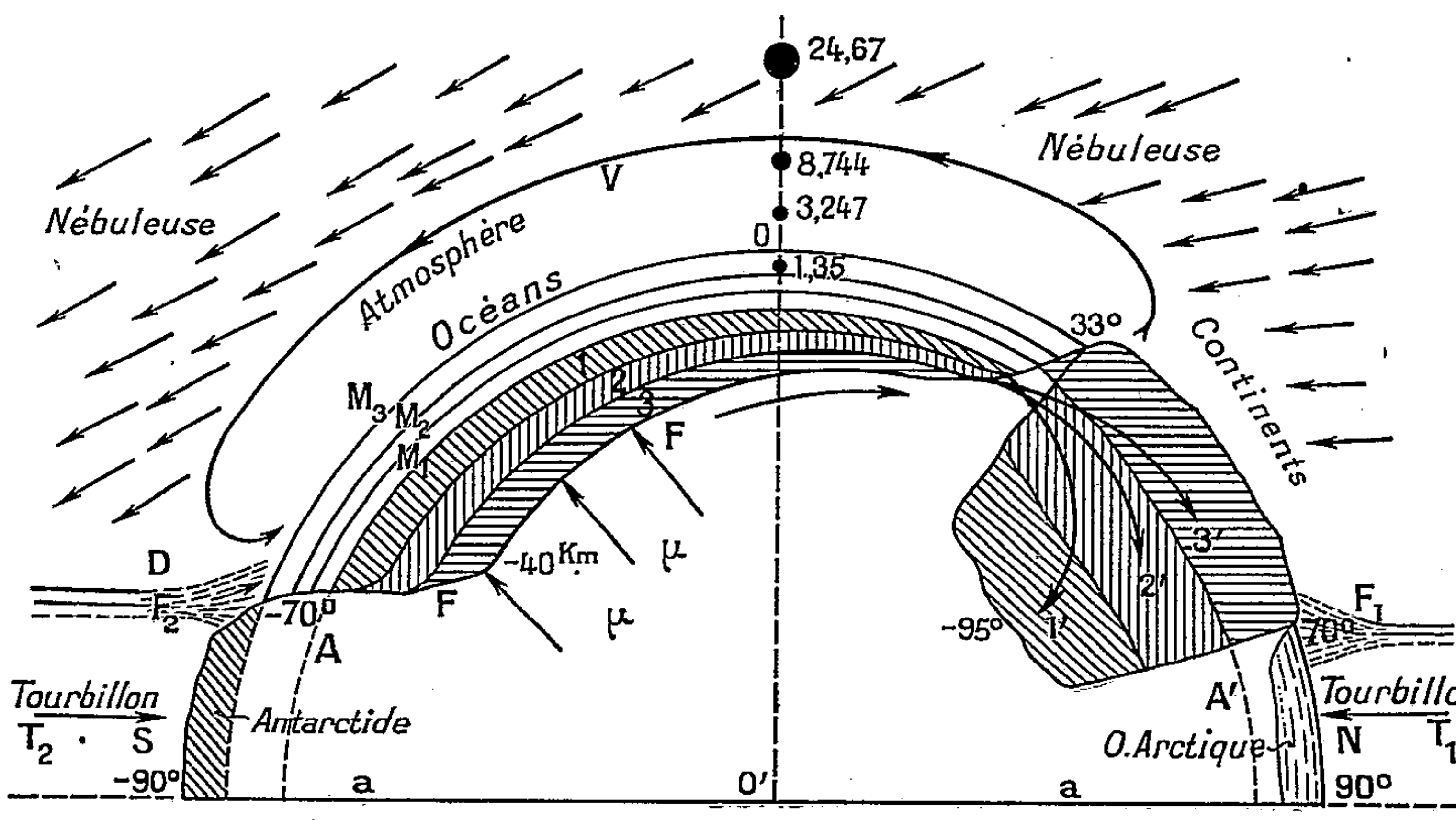


Schéma de la formation de la croûte terrestre.

différentes. Ils correspondent aux quatre plissements : huroniens, calédoniens, hercyniens et alp-himalayens. J'ai analysé ([1]) en 1931 les phénomènes que produit l'approche et la précipitation d'un satellite à l'Équateur terrestre : transgression marine à l'équateur correspondant à une régression marine dans les hautes latitudes où se produirait une dépression suivie d'un plissement terrestre. Finalement une régression marine suivie d'une transgression aux hautes latitudes. Les satellites sont figurés sur la ligne OO′ à des distances très réduites au regard de la réalité. Le long repos orogénique ou secondaire correspond à la grande distance entre les satellites $x_3 = 8,744$ et $x_4 = 24,67$.

([1]) *La naissance de la Terre et de ses satellites*, 1931.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Nouveaux résultats sur la lumière du ciel nocturne.* Note de M. **Hubert Garrigue**, présentée par M. Charles Fabry.

Le spectrographe dont j'ai donné une description sommaire (¹) m'a permis d'obtenir à l'Observatoire du Pic du Midi un grand nombre de spectres de la lumière du ciel nocturne. 163 d'entre eux, parmi les mieux réussis (pureté certaine du ciel), répartis entre le 18 novembre 1935 et le 13 janvier 1936 ont été dépouillés au microphotomètre enregistreur de M. Cabannes.

Méthode. — Chaque plaque pouvant porter 16 spectres, reçoit un voile préalable général destiné à atteindre le seuil de noircissement de l'émulsion utilisée. Elle est ensuite étalonnée par un coin non diffusant. La durée des poses adoptée est de 14 minutes. Cependant, pour explorer les crépuscules plus près du coucher et du lever de Soleil, j'ai réduit la durée des poses jusqu'à 30 secondes.

Je calcule, pour chaque spectre, d'après les enregistrements obtenus au microphotomètre, les intensités des régions spectrales suivantes, que j'exprime en unités arbitraires :

	Longueur d'onde.
1° Raie et fond rouges	6300 Å.
2° Bande et fond jaune	5888
3° Raie et fond vert	5577

Les fonds comprennent, outre le fond proprement dit, les diverses petites raies ou bandes qu'il n'est pas possible de séparer avec le spectrographe.

Résultats. — Tous les spectres ainsi dépouillés m'ont conduit à énoncer les lois suivantes, *pour lesquelles je n'ai relevé qu'une exception, sur l'intensité de la raie verte* (²) :

1° Après le crépuscule du soir, la raie rouge diminue d'intensité; sa valeur passe de 70 à 5 pour le couchant, à 10° environ au-dessus de l'horizon, et de 20 à 5 pour le Nord, même hauteur. L'inverse semble se produire avant le crépuscule du matin (³), mais les amplitudes sont bien plus faibles.

(¹) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 44.

(²) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1398.

(³) Pendant la période envisagée, le ciel a toujours été beaucoup plus incertain (cirrus, brumes d'altitude, etc.) le matin que le soir; ce phénomène semble d'ailleurs assez général au Pic du Midi.

Ces phénomènes ne peuvent être mis en doute : les variations de la raie et du fond rouges ne suivent pas une marche parallèle.

D'une nuit à l'autre, l'intensité moyenne vers le milieu de la nuit varie peu (3 à 5 vers l'horizon).

Au cours d'une même nuit, l'intensité est affectée de perturbations rapides [1], (20 à 50 pour 100), qu'il n'est pas possible d'attribuer aux accidents d'émulsion photographique. A titre d'exemple, le tableau suivant donne les intensités, exprimées dans les unités arbitraires que j'ai adoptées, aux diverses heures, le 13 janvier 1936, pour une région du ciel située au Sud, vers la hauteur de 7° au-dessus de l'horizon.

Le rapport d'intensité de l'horizon [2] au zénith, en dehors du voisinage des crépuscules, n'a pu être déterminé avec certitude; il est compris entre 2 et 5.

Milieu de la pose.	Fond R.	Raie R.	Fond J.	Bande J.	Fond V.	Raie V.
h m						
18. 7	25	72	17	9	13	10
18.22	24	40	16	10	11	7
18.37	22	29	16	8	11	10
18.52	22	25	16	8	11	8
19. 7	23	21	16	6	10	9
19.22	22	19	14	8	9	11
19.37	22	17	14	8	8	10
19.52	21	21	14	8	9	10
20. 7	20	22	14	7	9	10
20.22	20	21	11	9	9	11
20.37	20	16	14	6	9	10
Lever de Lune.						
20.52	20	16	14	6	9	13
21. 7	20	11	14	5	9	13
21.22	25	10	15	6	10	13

2° L'intensité de la bande jaune est affectée de perturbations rapides [1] au cours d'une même nuit (50 pour 100); sa valeur moyenne varie peu d'une nuit à l'autre (5 à 10, vers l'horizon). Elle est dépourvue de variation diurne.

Le rapport d'intensité de l'horizon [2] au zénith est compris entre 2 et 3.

3° Après le crépuscule du soir, la raie verte augmente d'intensité

---

[1] Évaluées d'après la courbe moyenne.

[2] Exactement, au voisinage du maximum, vers 10° de hauteur.

jusque vers le milieu de la nuit (1 heure), pour diminuer jusqu'au matin (*loc. cit.*). Sa valeur passe de 15 à 30 vers l'horizon.

Elle est affectée aussi de perturbations rapides (*loc. cit.*), (20 à 30 pour 100). L'intensité est à peu près la même sur tout l'horizon (*loc. cit.*). Sa valeur moyenne varie peu d'une nuit à l'autre (10 à 20 vers l'horizon).

Une seule nuit, du 23 au 24 décembre 1935, la raie s'est présentée avec une intensité moyenne exceptionnelle de 30 vers l'horizon, au crépuscule, et de 46 à minuit (*loc. cit.*).

Le rapport d'intensité de l'horizon au zénith est 2,4.

4° L'intensité des fonds étudiés au voisinage des trois longueurs d'onde, reste, en dehors des crépuscules, *tout à fait comparable d'une nuit à l'autre*.

L'affaiblissement progressif de la raie rouge 6300 Å après la fin du crépuscule semble indiquer que cette radiation est émise par excitation sous l'action du rayonnement solaire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Présence de carbures d'hydrogène dans le produit enlevé par la désodorisation dans le raffinage de l'huile d'arachide*. Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. Richard Fosse.

Poursuivant mes recherches sur les corps nouveaux, non saturés et saturés, que j'avais trouvés et identifiés dans l'huile d'olive [1], j'ai examiné le produit enlevé, dans les mêmes conditions, à l'huile d'arachide ($4^{kg},5$ par tonne d'huile traitée).

Le corps gras étudié présente les caractères suivants :

Consistance à la température ordinaire	liquide, dépôt abondant	
Couleur	marron foncé	
Densité à 28°	0,9110	0,9140
Déviation à l'oléoréfractom. à 45°	+5	+6
Indice de réfraction à 45°	1,4600	1,4609
Acidité en acide oléique pour 100	8,8	25,0
Indice de saponification	188	197
Indice d'iode (Hanus)	80	78
Insaponifiable pour 100	0,72	0,91
Phytostérol pour 100	0,68	0,86

L'insaponifiable, traité par de l'alcool à 95° chaud, laisse déposer, par

(1) Henri Marcelet, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 867.

refroidissement, des lamelles de phytostérol, caractéristiques, retenant un liquide huileux, coloré, incristallisable.

Afin de séparer ce liquide j'ai distillé dans le vide, sous 4-5^{mm} de mercure, 11^{kg},440 du corps gras (représentant 2542^{kg} d'huile). J'ai recueilli 38^{g},60 d'un mélange d'hydrocarbures et d'acides gras qui, par saponification et lavages à l'éther de pétrole, m'a donné 4^{g},60 d'hydrocarbure (1^{g},80 par tonne d'huile).

Ce produit est de couleur ambrée et possède une odeur vireuse :

A 19° : densité = 0,8020; indice de réfraction = 1,4518.

Je le redistille sous un vide de 3^{mm}, ce qui me permet de le fractionner en trois portions, d'odeur vireuse, et un résidu inodore; la première fraction et le résidu sont en quantités trop faibles pour être étudiés.

Fractions	2.	3.
Point d'ébullition sous 3^{mm}	120–125	180–185
Densité à 15°	0,8200	0,8550
Indice de réfraction à 15°	1,4656	1,4761
Indice d'iode (Hanus)	121	78
Poids moléculaire trouvé (cryoscopie)	209	267
Analyse élémentaire :		
CO^2	86,06	85,52
H^2O	14,40	14,45
Formule trouvée	$C^{15}H^{30}$	$C^{19}H^{38}$

Ces produits n'ont jamais été signalés dans l'huile d'arachide.

Il est curieux de constater combien ces carbures sont voisins des acides gras de l'huile : acide hypogéique ($C^{16}H^{30}O^2$) et acide arachidique ($C^{20}H^{40}O^2$), aussi afin de rappeler leur origine je propose de dénommer :

$C^{15}H^{30}$...... Hypogéène $C^{19}H^{38}$...... Arachidène

Ces carbures, comme ceux de l'huile d'olive, ont un goût abominable. Malgré cela, lorsque, les ayant goûtés, l'impression amère et nauséeuse qu'ils laissent s'est atténuée, ce qui est long, on retrouve le parfum et le goût caractéristiques du corps gras : c'est ce que les provençaux résument pour l'huile d'olive d'une façon très expressive sous le nom de *fruité* qu'il faut bien se garder de confondre avec des goûts ou parfums étrangers (moisi, rance, etc.) qui dénaturent le goût et l'odeur particulière de l'huile.

Il est donc logique d'attribuer à l'ensemble de ces carbures un rôle aromatique (gustatif et olfactif).

En les enlevant, le raffinage met le corps gras au goût d'un grand nombre de consommateurs non habitués à l'huile originale.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *De la distribution du manganèse et du fer dans les pins du Québec*. Note de MM. **Paul Riou**, **Gérard Delorme** et **Hormisdas**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les recherches sur la présence du fer et du manganèse dans les plantes ont, en général, porté sur certains organes ou sur les plantes entières. Le rôle de ces métaux, qui n'existent qu'en petite quantité dans les végétaux, est encore assez obscur.

Nous avons pensé qu'il serait intéressant de doser le fer et le manganèse dans différents arbres d'une même famille et d'essence très voisine l'une de l'autre, afin de découvrir des faits qui pourraient expliquer le rôle exact de ces métaux dans la croissance des plantes.

Notre étude porte sur le genre *Pinus*, de la famille des Abiétacées. Les espèces analysées sont le *Pinus strobus* (pin blanc), le *Pinus resinosa* (pin rouge) et le *Pinus banksiana* (pin gris). Les arbres utilisés proviennent tous du Québec, où la saison d'été est courte et la croissance rapide. Nos déterminations sont faites sur l'écorce, les rameaux, les feuilles, l'aubier, le cœur et les fruits. Nous poursuivrons cette étude sur les autres conifères et sur les arbres à feuilles caduques.

Les parties d'arbres à analyser, préalablement desséchées à l'étuve, ont été incinérées. En nous servant de la méthode colorimétrique au persulfate de potassium pour le manganèse et de la méthode au sulfocyanure de potassium pour le fer, nous avons dosé ces deux métaux sur cinq arbres de même espèce, mais de provenance et d'âge différents.

Dans un premier tableau, nous donnons le pourcentage de cendres pour les différentes essences, dans chacune des parties de l'arbre.

	Pinus strobus.	*Pinus resinosa.*	*Pinus banksiana.*
Écorce	2,90	1,34	1,90
Rameaux	2,14	2,03	2,26
Feuilles	2,65	2,48	2,51
Aubier	0,30	0,39	0,37
Cœur	0,24	0,39	0,26
Fruits	–	0,39	0,31

Les chiffres suivants donnent les pourcentages de fer et de manganèse pour les différents pins, par rapport à la matière sèche.

	Pinus strobus.		*Pinus resinosa.*		*Pinus banksiana.*	
	Fer.	Manganèse.	Fer.	Manganèse.	Fer.	Manganèse.
Écorce.......	0,00985	0,0127	0,00675	0,0100	0,0185	0,0077
Rameaux.....	0,0117	0,0113	0,0115	0,0140	0,0254	0,0087
Feuilles......	0,0149	0,0217	0,0098	0,0197	0,0173	0,0220
Aubier.......	0,0025	0,0024	0,00258	0,0053	0,0022	0,0042
Cœur........	0,0034	0,0025	0,00175	0,0089	0,0019	0,0045
Fruits........	–	–	0,0065	0,0030	0,0037	0,0008

De ces chiffres nous concluons que :

1° la teneur en cendres varie dans les différentes parties de la plante de façon semblable pour les trois pins;

2° la somme des teneurs en fer et en manganèse présente la même régularité pour les trois pins et les variations pour les différentes parties de la plante sont sensiblement constantes;

3° les teneurs en fer et en manganèse varient en sens inverse l'une de l'autre. Quand le pourcentage du manganèse augmente, celui du fer diminue.

Nous constatons de plus que les quantités de fer et de manganèse se trouvent dans les parties actives de la plante, les feuilles et les rameaux, et que ces métaux semblent ensuite s'accumuler dans l'écorce.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'action pathogène d'une forme de* Fusarium oxysporum *isolée de la Pomme de terre.* Note de MM. **Étienne Fœx** et **Maurice Lansade.**

Dans diverses parties de la France, des flétrissements se sont manifestés, depuis quelques années, dans les cultures de Pommes de terre. Les feuilles se fanent et les tiges s'affalent. Ces organes resteront verts, du moins au début; ils se dessécheront ensuite. Le collet et les racines ne présentent ni lésions, ni changement notable de teinte. L'anneau vasculaire du tubercule est légèrement brun. Celui-ci est souvent le siège d'une pourriture bactérienne, sur laquelle nous reviendrons bientôt.

Des plantes atteintes de ce flétrissement et récoltées en Bretagne, en 1934 et 1935, nous avons isolé à 15 reprises (7 provenances), une forme de *Fusarium oxysporum* Schlechtendahl qui, d'après les docteurs Wollenweber et

Reinking, diffère de la variété américaine, aussi bien que du *Fusarium oxysporum* Schlecht., *aurantiacum* (Lk.) Wr. qui est d'ailleurs essentiellement saprophyte.

D'autre part un tubercule que M. Constantin avait reçu du Maroc, et qu'il nous avait adressé, portait un *Fusarium oxysporum* Schlecht. morphologiquement identique à celui de Bretagne. Nous avons expérimentalement recherché si les souches de *F. oxysporum* Schlecht. de provenance bretonne et marocaine étaient ou non pathogènes.

Des tubercules sains (Institut de Beauvais et Fin de Siècle) étaient immergés 1 heure 30 minutes dans une solution de bichlorure de mercure à 1 pour 1000 et lavés ensuite à trois reprises dans de l'eau stérilisée. Ils étaient ensuite coupés aseptiquement suivant leur longueur, de manière à obtenir deux fragments sensiblement d'égal volume. Chacun de ceux-ci était planté en pot dans une terre préalablement partiellement stérilisée (1 heure à 100°). L'un des pots recevait, lors de la plantation ou lors du buttage une culture de *Fusarium oxysporum* Schlecht. sur chaume. Au témoin, était appliqué à la même époque un égal poids de chaume stérilisé.

Les essais, qui ont porté sur 70 plantes, ont débuté les 19 avril et 15 novembre 1935. Dans environ un cinquième des cas, les plantes ayant crû dans les pots ayant reçu l'inoculum de *F. oxysporum* Schlecht. ont présenté des flétrissements foliaires, qui ne se manifestaient pas dans les témoins correspondants. Le *Fusarium* a été observé dans les vaisseaux et secondairement dans les parenchymes de la racine, du collet et de la tige. Il s'agit bien d'une trachéomycose. Des réisolements ont été effectués à partir des organes attaqués. Des tubercules, mis le 16 novembre 1935, en contact avec des cultures de *Fusarium oxysporum* Schlecht. sur chaumes, âgées d'un mois, présentaient, le 13 février 1936, un brunissement de l'anneau vasculaire, avec abondant mycélium dans les vaisseaux. Un tubercule de cette catégorie planté le 14 février 1936 en terre partiellement stérilisée a donné des tiges dont les feuilles ont jauni et se sont desséchées. Le mycélium a été observé le 6 mai 1936 dans la tige (jusqu'au sommet) et dans le feuillage.

Nous avons ainsi établi que le *Fusarium oxysporum* Schlecht. (souches de Bretagne et du Maroc) cause des flétrissements du type de ceux observés en Bretagne en 1934 et 1935. Toutefois, l'étiologie de la maladie présente encore des inconnues, notamment en ce qui concerne son évolution dans le tubercule.

PHYSIOLOGIE. — *Décroissance en fonction du temps de la pression artérielle. Sa détermination chez l'homme par un dispositif piézoélectrique.* Note [1] de M. **Domingo M. Gomez**, présentée par M. Louis Lapicque.

Dans des travaux antérieurs [2] nous avons décrit, avec A. Langevin, une nouvelle méthode, la piézographie directe, permettant d'obtenir, chez l'homme, une courbe représentant la pression P du sang dans les artères en fonction du temps t (voir *fig.* 1). Plus récemment nous avons montré [3] que le point c du piézogramme artériel marque l'instant précis où, du fait de la diastole, l'évacuation du ventricule dans le système artériel touche à sa fin. Nous nous sommes préoccupé de savoir si, à partir de cet instant, la décroissance de la pression en fonction du temps se fait ou non suivant une loi physique simple et générale.

I. *Loi de décroissance de la pression artérielle en fonction du temps : a. Démonstration chez l'homme.* — Lorsque sur un piézogramme humain convenablement étalonné [4] on prend les valeurs P_0, P_1, P_2, P_3, etc. de l'ordonnée P en partant d'une origine arbitraire (la pression atmosphérique sur le tracé), aux époques t_0, t_1, t_2, t_3, etc. correspondant à des intervalles de temps égaux, on s'aperçoit que les différences des ordonnées $P_0 - P_1$, $P_1 - P_2$, $P_2 - P_3$, etc. vont en décroissant. On peut être tenté de représenter le phénomène par une loi de décroissance suivant une relation de la forme $A = A_0 e^{-\theta t}$, d'autant plus que d'autres phénomènes physiques voisins décroissent suivant cette même relation. En procédant par de multiples tâtonnements nous avons appliqué au phénomène la formule

$$P = K + p_0 e^{-t\theta}. \tag{1}$$

dans laquelle K est une constante que l'on étudiera plus loin; θ, un paramètre caractérisant la loi de décroissance; t, le temps; P, la pression comptée à partir de zéro. Appliquant cette équation générale aux valeurs P_0, P_1, P_2, P_3, dont on élimine facilement la constante K, on a, en définitive, en désignant par p la différence $P - K$,

$$\theta = \frac{\log_n \frac{p_0}{p}}{t - t_0}. \tag{2}$$

---

(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) *Comptes rendus*, **119**, 1934, p. 890; *Bull. Ac. Méd.*, **113**, 1935, p. 329.

(3) *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, p. 1089.

(4) *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, p. 1091.

Il s'agit maintenant de savoir si le logarithme de p est une fonction linéaire du temps t. Or, a nsi qu'on s'en rendra compte par la figure 2, le logarithme de p, chez l'homme, est bien une fonction linéaire du temps. *La pression du sang dans les artères, une fois l'influence du cœur supprimée, décroît donc suivant une loi exponentielle en fonction du temps.*

b. Vérification de la loi précédente sur un modèle mécanique. — Nous avons considéré comme intéressant à titre de contrôle de voir si, étudiée avec le même appareil, la même loi se retrouve sur un modèle physique.

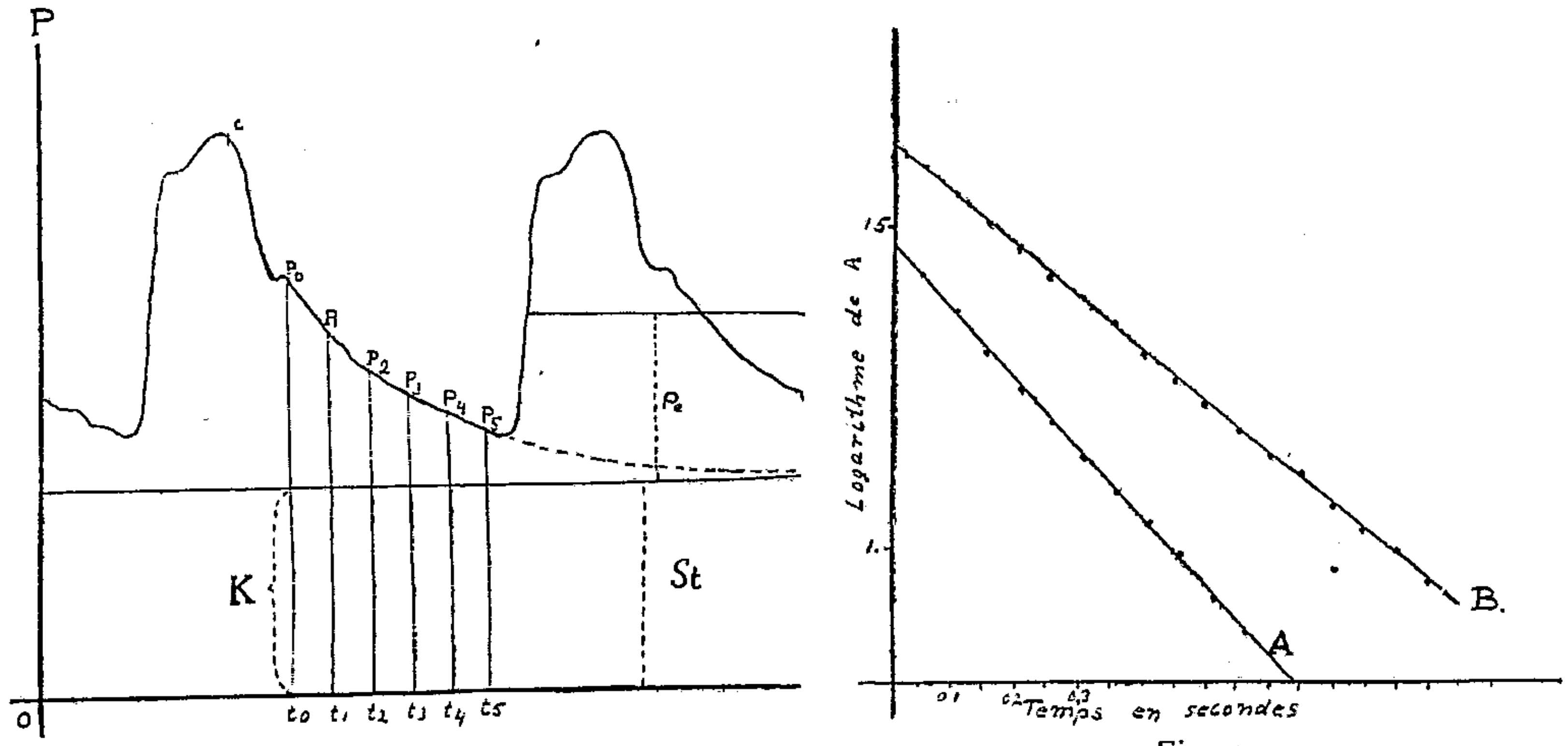


Fig. 1. Fig. 2.

Fig. 1. — Piézogramme humain.

Fig. 2. — Tracés représentant le logarithme de p en fonction du temps : A, pour le tracé humain; B, pour le tracé expérimental.

On obtient ainsi en effet une courbe dont la décroissance suit une loi exponentielle en fonction du temps (voir B, *fig.* 2 qui représente le logarithme de p en fonction du temps t d'une courbe expérimentale). On peut donc conclure, *que la loi exponentielle de décroissance trouvée chez l'homme est bien une loi générale.*

II. *Conséquences de la loi précédente : la limite statique de la pression artérielle.* — La constante K étant la valeur limite vers laquelle tend asymptotiquement la pression P lorsque le temps t augmente, il s'agit de connaître l'ordre de grandeur de ce paramètre. Or la valeur que l'on obtient par l'extrapolation de la courbe se trouve, d'après nos calculs, très au-dessus de la pression atmosphérique. Dans le but de savoir si ce résultat n'est pas dû à une erreur imputable à notre technique, nous avons, en collaboration avec Catherine Veil, entrepris une série d'expériences sur

l'animal dont les résultats, qui seront publiés ailleurs, semblent concorder avec ceux auxquels nous sommes parvenu théoriquement.

TUBERCULOSE. — *Action du stéarate d'éthyle sur l'évolution de la tuberculose expérimentale du cobaye.* Note de MM. **Léopold Nègre**, **Albert Berthelot** et **Jean Bretey**, présentée par M. Félix Mesnil.

L'un de nous a constaté, avec A. Boquet ([1]), que les lipides du bacille de Koch solubles dans l'acétone, injectés régulièrement sous la peau de cobayes ou de lapins qu'on vient de tuberculiser, activent l'évolution de leurs lésions alors que les phosphatides de ce germe, extraits par l'alcool méthylique absolu après traitement par l'acétone, exercent une action frénatrice sur le processus tuberculeux.

Nous avons pu nous rendre compte, d'autre part ([2]), que l'huile d'olive ou les lipides, solubles dans l'acétone, des organes des mammifères, agissent comme les extraits acétoniques de bacilles de Koch en activant l'évolution de la tuberculose expérimentale des animaux de laboratoire.

Ces faits nous ont amenés, depuis deux ans, à étudier systématiquement l'influence des facteurs physiologiques d'ordre chimique sur l'évolution de la tuberculose expérimentale. Ces recherches ont naturellement comporté l'examen, à ce point de vue, des différents termes des deux séries d'acides gras : non saturés et saturés. Parmi ces derniers l'acide stéarique, employé sous forme d'ester éthylique, nous a donné des résultats qui paraissent devoir retenir l'attention.

Si l'on soumet des cobayes infectés par inoculation sous-cutanée de $0^{mg},001$ d'un bacille tuberculeux virulent de type humain à des injections sous-cutanées bi-hebdomadaires de $0^{cm^3},2$ de stéarate d'éthyle, on peut observer que la tuberculose n'évolue pas chez eux de la même façon que chez les animaux témoins non traités.

Six à huit semaines après leur inoculation, ces derniers ont de grosses lésions caséeuses de leurs ganglions inguinaux et sous-lombaires et de nombreux tubercules sur la rate, et parfois quelques granulations sur le foie et sur les poumons.

Au bout du même délai, les cobayes traités par le stéarate d'éthyle présentent, en général, des ganglions un peu moins hypertrophiés que

([1]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 891.

([2]) *Ann. Inst. Pasteur*, 49, 1932, p. 319; 51, 1933, p. 697.

ceux des témoins. Chez certains d'entre eux, la rate, le foie et les poumons sont indemnes de lésions macroscopiques. D'autres cobayes ont quelques granulations sur ces organes, mais toujours plus rares que chez les témoins.

On voit donc que, chez les cobayes soumis à l'action du stéarate d'éthyle, les lésions apparaissent plus tardivement que chez les animaux non traités.

Les résultats sont les mêmes lorsque les cobayes ont été infectés avec un bacille tuberculeux de type bovin.

Comme l'antigène méthylique de A. Boquet et L. Nègre, le stéarate d'éthyle paraît faciliter un processus de sclérose. M. Bablet, qui a bien voulu examiner les pièces prélevées chez les cobayes traités, a constaté la présence, dans les ganglions, de lésions fibrocaséeuses et de collagène abondant dans la rate.

En dehors de l'antigène méthylique, produit spécifique, nous ne connaissons pas de substance chimique qui exerce sur l'évolution de la tuberculose expérimentale du cobaye une action frénatrice aussi marquée que celle du stéarate d'éthyle. C'est pourquoi nous avons tenu dès maintenant à la signaler [1], d'autant plus que l'oléate d'éthyle, ainsi qu'on pouvait le prévoir, présente, comme l'huile d'olive, une influence activante.

ZOOLOGIE. — *L'eau absorbée au cours de l'exuviation, donnée fondamentale pour l'étude physiologique de la mue. Définitions et déterminations quantitatives.* Note de M. **Pierre Drach**, présentée par M. Charles Pérez.

Entre deux mues consécutives, un Crustacé parcourt un cycle physiologique dont la phase la plus importante est incontestablement l'absorption d'eau accompagnant l'exuviation. C'est elle qui fixe quantitativement la croissance de l'animal; c'est elle aussi qui détermine les conditions physiologiques du cycle qui vient de commencer. Aussi, tant au point de vue de la description extérieure des phénomènes (croissance linéaire et pondérale) qu'à celui de l'analyse des conditions physiologiques internes (quantité de liquide cavitaire, hydratation des tissus, etc...), la quantité d'eau absorbée lors de la mue est une des caractéristiques essentielles de la biologie des Crustacés. Les données sur ce sujet sont cependant très rares dans la littérature.

L'accroissement pondéral qui traduit cette absorption d'eau peut être

(1) Nous étudions actuellement, avec J. Troisier, la tolérance de ce produit par les malades tuberculeux.

compris de différentes façons qu'il y a lieu de définir. On peut simplement comparer les poids P_n et P_{n+1} de l'animal avant et après la mue (quelques heures après pour être sûr que l'entrée de l'eau est terminée). La variation $P_{n+1} - P_n$ représente la différence entre le poids d'eau absorbée et le poids p_n de l'exuvie rejetée. C'est la donnée la plus immédiate, la seule qui apparaît sur un graphique figurant la croissance en fonction du temps. Nous appellerons $P_{n+1} - P_n$ *croissance pondérale apparente*. Elle peut être négative dans le cas de faible accroissement de taille (cas fréquent dans l'espèce *Xantho floridus* Montagu). Exprimant la résultante de deux phénomènes quantitativement indépendants, cette donnée n'est pas d'un grand intérêt physiologique. Du Crustacé de poids P_n, c'est seulement la partie de poids $P_n - p_n$, enfermée dans la vieille carapace, qui absorbe l'eau de mer pour devenir le Crustacé de poids P_{n+1}. La quantité

$$P_{n+1} - (P_n - p_n) = P_{n+1} - P_n + p_n$$

mesure exactement l'eau absorbée; nous l'appellerons *croissance pondérale réelle*. Pour comparer les résultats obtenus sur des individus de taille différente ou sur différentes espèces, on peut envisager les deux rapports P_{n+1}/P_n et $P_{n+1}/P_n - p_n$. Mais il est plus suggestif d'exprimer les résultats en taux de croissance; $P_{n+1} - P_n$ exprimé en pour 100 de P_n sera le *taux de croissance pondérale apparente* (r_1) et $P_{n+1} - P_n + p_n$ en pour 100 de P_n sera le *taux de croissance pondérale réelle* (r_2). Au lieu de rapporter l'eau absorbée à P_n il est plus intéressant de la rapporter à la masse absorbante $P_n - p_n$; aussi appellerons-nous *taux d'absorption* (R) la quantité $P_{n+1} - P_n + p_n$ exprimée en pour 100 de $P_n - p_n$. C'est le nombre le plus intéressant, celui qui nous permet le mieux d'évaluer l'amplitude des transformations corrélatives de la mue.

En même temps que les taux ci-dessus définis, nous donnerons deux taux de croissance linéaire. Si L_n et L_{n+1} mesurent deux dimensions homologues de l'animal avant et après la mue (longueur ou largeur du bouclier), $L_{n+1} - L_n$ exprimé en pour 100 de L_n sera le *taux de croissance linéaire apparente* (λ_1). Pour avoir l'accroissement réel, il faut tenir compte de l'épaisseur e de l'exuvie qui intervient deux fois dans la mesure de L_n; le *taux de croissance linéaire réelle* (λ_2) sera la quantité $L_{n+1} - L_n + 2e$ exprimée en pour 100 de $L_n - 2e$.

La plupart des données que l'on trouve dans la littérature sont des taux de croissance linéaire apparente; leur valeur est très inégale, certaines étant obtenues sur des animaux qui ont subi une longue captivité. Les

données de croissance pondérale sont beaucoup plus rares (Olmstead et Baumberger, 1923) et souvent on ne sait auquel des trois taux ci-dessus définis les chiffres se rapportent. Seul, à notre connaissance, Elmhirst (1931) apporte quelques chiffres sur la quantité d'eau absorbée par des homards au moment des mues; mais, ici encore, il s'agit d'animaux longtemps maintenus en captivité.

Nous donnerons dans cette Note les résultats de 44 déterminations concernant l'espèce *Maia squinado* (Herbst). Les dimensions linéaires des individus, définies par la longueur du bouclier céphalothoracique, étaient avant la mue toutes comprises entre 55 et 90^{mm}. Les individus ont été groupés en cinq lots (4 de 10 et 1 de 4) d'après l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre leur capture et la mue. Pour chaque lot sont indiquées les moyennes des divers taux définis plus haut.

Numéros des lots.	Captivité avant la mue.	λ_1.	λ_2.	r_1.	r_2.	R.
I(10)..............	2 à 9 jours	31,7	33,3	92	114	149
II(10).............	9 à 16 »	31,4	33,0	88	112	147
III(10)............	16 à 20 »	31,5	33,1	95	119	155
IV(10)............	20 à 28 »	28,9	30,5	81	103	135
V(4)..............	28 à 35 »	25,8	27,4	61	84	110

Les chiffres élevés trouvés pour les taux d'absorption (moyenne de 158 pour 100 pour les trois premiers lots) montrent l'importance et l'amplitude de la double discontinuité morphologique et physiologique qui caractérise la mue; chez les animaux qui viennent de muer cette eau absorbée représente environ 60 pour 100 du poids total.

Ces chiffres très élevés sont caractéristiques du groupe des Oxyrhynques où la croissance est très rapide. Les valeurs trouvées pour les Brachyrhynques sont plus faibles, d'ailleurs très variables selon les espèces, et pour une même espèce selon la taille moyenne des individus. Alors que *Cancer pagurus* Linné présente des taux assez peu inférieurs à ceux de *Maia squinado* on trouve chez *Xantho floridus* Montagu des taux d'un ordre de grandeur tout différent (de 10 à 15 pour 100 pour λ_1, de 50 à 65 pour 100 pour R). Les chiffres trouvés pour les trois premiers lots montrent que, pendant un certain intervalle de temps (ici 20 jours), la captivité n'a pas d'influence sur les taux de croissance; au delà de cet intervalle que nous appellerons *délai de susceptibilité*, la croissance est nettement diminuée (lots IV et V). La longueur du délai de susceptibilité varie avec les espèces et, pour chaque espèce, augmente avec la taille moyenne.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les facteurs déterminant les caractères sexuels secondaires.* Note de Mme **Véra Dantchakoff**, transmise par M. Maurice Caullery.

Les caractères sexuels secondaires sont, pour les uns, fonction du tissu germinal, pour les autres, d'un tissu incrétoire spécial, différent dans les deux sexes. De nouvelles preuves, en faveur de la dernière manière de voir, ont été obtenues. Elles sont de deux ordres : I. Réalisation de caractères secondaires dans des poussins dont les cellules germinales ont été tuées et ont disparu, *bien avant l'édification différentielle des tissus gonadiques;* II. Réalisation et maintien de caractères secondaires dans des femelles par transformation, *en conformité avec des tissus sexuellement hétérologues.*

I. Sous l'action d'une dose de 750-1000 R., administrée en 3-4 irradiations fractionnées, à des stades de 1, 2, 3 et 4 jours d'incubation, les cellules germinales de l'embryon sont tuées et, parfois, aucune des cellules germinales ne s'installe définitivement dans les régions gonadiques. Celles qui y parviennent sont peu nombreuses et présentent un aspect malade et dégénéré, atteignant parfois d'énormes dimensions, sans se diviser. J'ai réussi, il y a 4 ans, à obtenir des poussins éclos, complètement stériles (1); l'année dernière, un poussin Leghorn mâle stérilisé a survécu 4 semaines. Récemment j'ai obtenu un poussin femelle, stérile à 6 semaines.

Le poussin *mâle* développa à 4 semaines une crête plus grande que les poussins témoins à ce stade. Ses deux gonades, sur des séries complètes de coupes, n'ont révélé aucune cellule germinale. Les canalicules séminifères, à lumière distincte, sont tapissés d'un épithélium cubique; des amas de cellules turgescentes, à caractère mésenchymateux remplissent les espaces entre eux. *En l'absence complète de cellules germinales* (dès le moment de l'organisation des gonades), la crête, caractère secondaire mâle, témoignant de la présence dans l'organisme d'hormones mâles, fut réalisée. *Ce ne sont donc pas les cellules germinales* qui en sont les facteurs déterminants, et ce n'est pas par l'intermédiaire de leur activité que l'orientation des caractères sexuels secondaires est réalisée dans l'organisme.

L'étude des gonades du poussin *femelle*, stérile à 6 semaines, semble indiquer *celui des tissus somatiques* qui est le facteur conditionnant les carac-

(1) *Zeitschr. f. Zellf.*, 18, 1932, p. 56-109.

tères sexuels secondaires. Ce poussin, à crête complètement inhibée et à gonades ne contenant aucune cellule germinale, possédait, dans ses deux gonades, de gros amas de tissu incrétoire, à caractère femelle. Sous forme d'îlots ou de travées cellulaires sans lumière, à noyaux disposés aux pôles apicaux des cellules, à protoplasme rempli de petites vacuoles, ce tissu *est-il celui* dont le fonctionnement est responsable de la féminisation de l'organisme à distance ?

II. Une réponse *affirmative* est fournie par les résultats de la deuxième série d'expériences. A la suite d'une crise méiotique [1], les cellules germinales meurent dans les follicules de l'ovaire induit chez le mâle et on n'en trouve que de très rares dans son cortex en voie de disparition. Or, dans la partie médullaire de l'ovaire gauche et dans le rudiment gonadique droit, elles restent intactes et en corrélation avec les tissus qui se transformeront ultérieurement en canalicules séminaux. Une étude de mâles féminisés, à différents stades de leur remasculinisation, nous apporte des renseignements sur le fonctionnement d'un tissu somatique incrétoire, à caractère femelle. Celui-ci se maintient longtemps après la disparition des cellules germinales dans la couche corticale. Or, l'organisme développe un syndrome de caractères secondaires femelles : inhibition durable de la crête, formation de plumes arrondies, tempérament et comportement de l'animal [2]. L'organisme mâle féminisé est une poulette supportant les attaques sexuelles même de la part de tout petits poussins de 4 à 5 semaines. Il est féminisé tant que ce tissu somatique incrétoire continue à être présent. Je possède des cas, où, dans les gonades d'un mâle féminisé, la remasculinisation s'effectue sous la forme de croissance rapide de canalicules séminaux, à lumière et à cellules germinales en prolifération et où, entre ces canalicules, de gros amas de tissu incrétoire mâle remplissent déjà les espaces interstitiels. Mais les caractères secondaires femelles sont encore maintenus dans l'organisme, et ceci en conformité avec le tissu incrétoire femelle encore présent. Ils ne sont remplacés par les caractères mâles qu'après la disparition complète de ce tissu.

En l'absence de cellules germinales, à corrélation femelle, en présence de cellules germinales à déterminisme et à corrélation mâles, les caractères secondaires femelles, se maintiennent sous l'action du fonctionnement du tissu incrétoire à caractère femelle. *Même en présence d'un tissu incrétoire*

---

(1) *C. R. Soc. Biol.* (sous presse).

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 879, et *Histoire d'un Coq, etc.*, Paris, 1936.

mâle, *nouvellement formé*, les tissus de la crête et des plumes préalablement féminisés, n'acquièrent leur nouvelle orientation, conforme à leur déterminisme sexuel mâle, qu'après la complète disparition du tissu incrétoire fe melle.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *L'électrisation superficielle. caractère spécifique des bactéries.* Note de Mlle N. **Choucroun**, présentée par M. Jean Perrin.

La présence constatée, dans une même culture d'une espèce microbienne, de bacilles présentant de fortes différences individuelles d'électrisation, pouvait suggérer la possibilité de faire avec le champ électrique, une séparation fractionnée des bacilles selon leur rapidité. Une sélection deviendrait possible, si une fois réensemencés, les bacilles ainsi séparés conservaient le caractère défini par leur électrisation.

Des expériences ont été entreprises dans ce sens sur le bacille tuberculeux avec M. Boquet.

Une émulsion de bacilles tuberculeux, de concentration convenable, est soumise à l'électrophorèse dans le dispositif que j'ai décrit [1], sous l'action d'un champ de 20 volts/cm, pendant un temps suffisant pour que les bacilles les plus rapides et les plus lointains aient pu atteindre le compartiment anodique vers lequel il progressent, tirés par le champ. Des prélèvements A^+ et A^- sont alors faits respectivement dans les compartiments anodiques (où se trouvent les bacilles les plus chargés) et cathodique (où restent les bacilles les moins chargés). Une deuxième électrophorèse est faite avec chacun des deux prélèvements, l'émulsion A^+ donnant cette fois les prélèvements A^{++} et A^{+-}; l'émulsion A^- donnant A^{-+} et A^{--}

Des ensemencements avec dilutions sont faits à partir de ces prélèvements sur Lœwenstein (milieu à l'œuf) et, quand les cultures sont suffisamment développées, au bout de 6 à 8 semaines, on examine sous le microscope les émulsions relatives à chaque culture mesurant dans chaque cas les mobilités vraies pour une centaine de bacilles, suivant la méthode que j'ai indiquée [2]. Cela donne une certaine *courbe de répartition des mobilités*, c'est-à-dire des électrisations.

Cette courbe de répartition des mobilités pour les bacilles A^{++}

---

(1) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 777.
(2) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 36 et 202, 1936, p. 1711.

provenant, par intermédiaire d'ensemencement, du compartiment anodique, diffère de celle relative à l'émulsion mère A et correspond, comme on le prévoyait, à des mobilités en moyenne plus grandes. Le résultat est symétrique pour la courbe de répartition des mobilités des bactéries A^{--}, dont les ancêtres proviennent du compartiment cathodique. Cette séparation grossière en bacilles lents et rapides se retrouve dans les repiquages suivants; mais, au lieu d'augmenter ou même de se fixer, l'écart entre les deux courbes diminue; on retombe même parfois sur la courbe de répartition de l'émulsion mère.

Cela peut tenir à ce que le fractionnement électrique n'a pu être complet, que par exemple des individus lents doivent exister dans le compartiment anodique, et quelques individus rapides (ramenés par reflux vers l'électrode qui les chasse) dans le prélèvement cathodique. Les populations qui proviennent de ces individus peuvent être plus ou moins favorisées dans leur croissance, par le milieu de culture; alors, au cours des repiquages successifs, et comme les conditions d'existence favorisent une certaine répartition moyenne des bacilles selon leur charge, la répartition initiale tend à se rétablir. On devait pouvoir obtenir des variétés *fixées*, en faisant des ensemencements à des dilutions assez grandes pour obtenir des colonies isolées, issues éventuellement d'un seul bacille. Je me suis donc attachée à étudier seulement les cultures provenant de telles colonies isolées.

Pour une telle culture, j'ai obtenu toujours une courbe de répartition beaucoup plus resserrée autour de l'électrisation moyenne que ne l'était la courbe de répartition de la souche complexe primitive. Cette courbe se déplace sur l'axe des mobilités si, par exemple, on acidifie le milieu de culture, mais redevient la même si l'on revient au milieu primitif. On ne peut plus, à partir d'une telle culture, faire une nouvelle sélection des bacilles selon leur rapidité : on retrouve toujours avec eux, la même répartition statistique.

On a ainsi isolé une *lignée pure*, d'hérédité définie, et de répartition statistique fixée en ce qui regarde l'électrisation. La souche complexe primitive, ou souche « sauvage », serait la juxtaposition d'un grand nombre de lignées pures (comme une bande spectrale peut se résoudre en raies). On peut espérer que les lignées extrêmes auront des propriétés biologiques intéressantes, différentes, et différentes de celles de la souche sauvage.

Sur vingt cultures différentes, provenant de colonies isolées, obtenues par ensemencement à grande dilution après électrophorèse, onze se sont

maintenues fixes au cours des repiquages successifs poursuivis de trois en trois semaines, jusqu'au sixième repiquage, actuellement obtenu. Pour les neuf autres au contraire, dès le troisième ou même le deuxième repiquage, il y a eu retour à la répartition primitive. Il est raisonnable de penser que les colonies provenaient alors d'un amas de bacilles.

J'ai retrouvé le même résultat avec le *bacille pyocyannique*. Des expériences analogues, faites avec M. Régnier et M. Nepp, m'ont permis de mettre en évidence au sein de souches sauvages, des lignées pures à courbes de répartition, qui demeurent fixes tant que la culture conserve tous ses caractères morphologiques.

Pour l'une des souches, la courbe de répartition, très différente de celle de la souche primitive, est demeurée fixe jusqu'au trentième repiquage observé. Pour une autre souche, qui avait une coloration verte intense, l'électrisation, demeurée fixe jusqu'au sixième repiquage, a changé ensuite, en même temps que la coloration a disparu.

Deux autres colonies, constituées par des bacilles anormaux (ayant été chauffés à 50°), ont donné des courbes de répartition singulières, très resserrées autour d'une mobilité moyenne très élevée. Nous apercevons déjà ici, ce qui est suggéré par beaucoup d'observations, que l'électrisation accompagne d'autres caractères définis. Comme eux sans doute, il est imposé à la bactérie par son métabolisme interne.

En résumé, une espèce bactérienne *sauvage* apparaît comme constituée par juxtaposition de populations ayant chacune son hérédité propre, sortes de *lignées pures* à courbe de répartition fixe en ce qui regarde l'électrisation, pouvant se comparer aux lignées pures mises en évidence pour des formes vivantes élevées, en ce qui regarde d'autres caractères. Et l'électrisation superficielle apparaît comme un caractère permettant de définir la variété pure, au même titre que tout autre caractère spécifique.

A 15^h45^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h5^m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 2 JUIN 1936.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS BOUVIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Résolution du problème de Waring.* Note (¹) de M. L. E. DICKSON.

Rappelons la définition de la fonction numérique $g(n)$: tout entier positif est la somme de $g(n)$ puissances $n^{\text{ièmes}}$, mais il y a un entier qui n'est pas la somme de $g-1$ puissances.

Ceci dit, soit $3^n = 2^n q + r$, $0 < r < 2^n$ et soit f le plus grand entier moindre que $(4/3)^n$. On peut énoncer le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Si* $n > 6$ *et* $2^n \geqq r + q + 3$, *on a* $g(n) = 2^n + q - 2$. *Mais si* $2^n < r + q + 3$, *on a* $g(n) = 2^n + f + q - 2$ *ou* $g(n) = 2^n + f + q - 3$ *suivant que* $2^n = fq + f + q$ *ou* $2^n < fq + f + q$.

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *Mesure du facteur de dépolarisation des raies Raman dans les gaz : azote, oxygène, gaz carbonique.* Note (²) de MM. JEAN CABANNES et AUGUSTE ROUSSET.

1. Nous sommes arrivés à déterminer par photographie le facteur de dépolarisation des raies Raman dans les gaz *sous la pression atmosphérique* avec des temps de pose ne dépassant pas 24 heures. Deux lampes à vapeur de mercure munies de condenseurs très ouverts éclairent le gaz; chacun

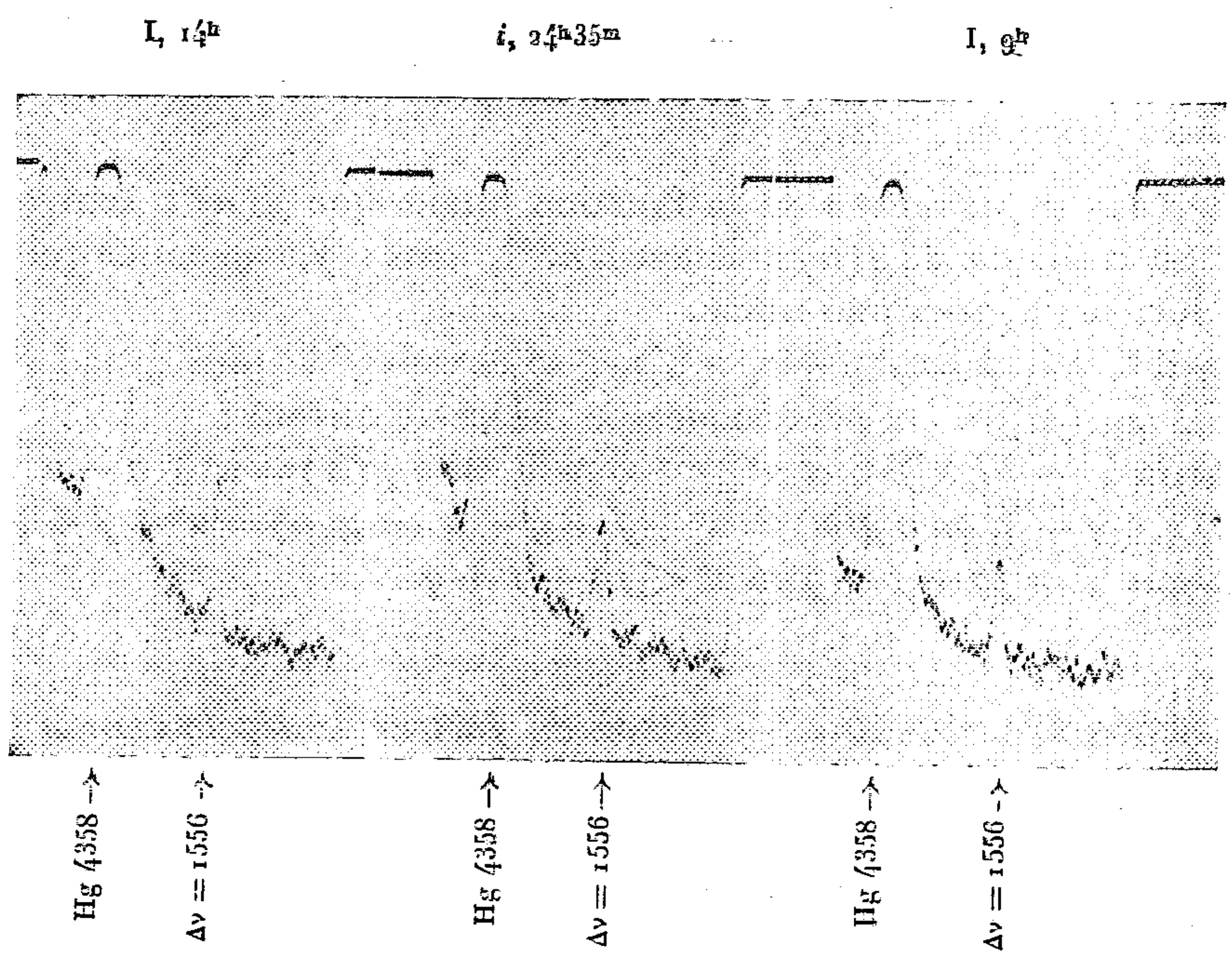
---

(¹) Séance du 11 mai 1936.

(²) Séance du 25 mai 1936.

des points du volume éclairé reçoit un cône de rayons dont l'angle au sommet est de 75° environ. La lumière diffusée à 90° des faisceaux primaires est projetée, à travers un polariseur à champ normal, sur la fente d'un spectrographe essentiellement constitué par *un seul* prisme de flint très lourd de Parra-Mantois et un objectif à 3 lentilles construit par Rayton, de la Bausch et Lomb Optical Company (diamètre, 110^{mm}; focale, 65^{mm}). Pour avoir une aberration zonale supportable dans toute l'étendue spectrale intéressante (4400-4900 Å) nous avons réduit l'ouverture de cet objectif à F/0,65, ce qui est encore énorme. *Avec ce montage, nous obtenons en une seconde les principales raies Raman d'un liquide comme le benzène.*

2. Lorsque nous avons voulu passer des liquides aux gaz, nous n'avons donc pas été gênés par la faiblesse de la lumière utile, mais uniquement



Dépolarisation de la raie Raman de O^2.

par la difficulté d'escamoter toute lumière parasite. Pour réduire au minimum le spectre continu du mercure qui se superpose aux raies Raman et éviter une surexposition excessive de la raie 4358 Å (conditions indispensables, étant donné la petite dispersion de nos spectres), il fallait obtenir à tout prix que seule la lumière diffusée par le gaz pénétrât dans

le spectrographe. Nous sommes arrivés à ce résultat en éclairant le gaz dans un récipient de grande capacité (20 litres environ) assez analogue à celui qu'avait autrefois utilisé l'un de nous ([1]), et en plaçant des écrans colorés sur les faisceaux primaires.

3. La mesure du facteur de dépolarisation $\rho = i/I$ d'une raie Raman exige une pose de 24 heures sur la vibration d'intensité i et deux ou trois poses plus courtes sur la vibration d'intensité I. Un étalonnage supplémentaire de la plaque, fait avec une source auxiliaire plus intense et des poses encore plus courtes, permet de tracer avec précision la courbe de variation de la densité du cliché en fonction du temps de pose. On en déduit le rapport des temps de pose T et t nécessaires aux vibrations i et I pour produire la même densité photographique, et le facteur $\rho = (t/T)^x$ si l'on a mesuré d'autre part l'exposant $x = 0,875$ relatif à la lumière bleue et aux plaques *superfulgur*.

Cette valeur brute de ρ doit subir deux importantes corrections que nous avons déterminées empiriquement sans rien changer au montage. La première de ces corrections provient de l'inégal affaiblissement des vibrations i et I par réfraction dans le prisme du spectrographe. En éclairant le spectrographe en lumière naturelle bleue, nous avons trouvé que le rapport des réductions d'intensité pour la vibration parallèle à l'arête du prisme et pour la vibration perpendiculaire était égal à 0,692. La seconde correction provient de la convergence des faisceaux primaires. Nous l'avons déterminée en remplissant le récipient de gaz carbonique, et en étudiant comment variait le facteur de dépolarisation des raies diffusées sans changement de longueur d'onde lorsqu'on diaphragmait plus ou moins les condenseurs et les lampes; dans ces mesures sur les raies Rayleigh les durées de pose ne dépassaient pas 10 minutes. En réduisant le diamètre des condenseurs de 135 à 30^{mm}, puis la profondeur du gaz éclairé, de 95 à 47^{mm},5, la dépolarisation des raies Rayleigh est passée successivement de 0,148 à 0,102 et à 0,078. La correction de convergence totale est donc — 0,070, pratiquement indépendante des valeurs de ρ assez faibles que nous avons mesurées au cours de ce travail.

4. Nous avons excité les molécules d'azote par la radiation 4047 Å et celles d'oxygène par la radiation 4358; celles du gaz carbonique ont pu être excitées à la fois par les deux radiations précédentes. Nos résultats sont

---

([1]) J. CABANNES, *Annales de Physique*, 15, 1921, p. 67.

contenus dans le tableau suivant. *Nous avons mesuré de nouveau les* $\Delta\nu$ *de* N^2 *et de* O^2; pour CO^2, nous donnons les $\Delta\nu$ de Langseth.

Azote	$\Delta\nu = 2331$ cm^{-1}	$\rho = 0,16_1 \pm 0,015$
Oxygène	$= 1556$	$= 0,26_1 \pm 0,010$
Gaz carbonique	$= 1286$-1389	$= 0,19_8 \pm 0,010$

On ne savait rien jusqu'ici sur la dépolarisation de la raie Raman de l'azote. Pour l'oxygène, Bhagavantam (¹) avait donné la limite supérieure 0,3. Le gaz carbonique avait été étudié successivement par cet auteur et par Langseth (²); le nombre de Bhagavantam 0,2 est très voisin du nôtre. Langseth était arrivé à étudier séparément les composantes 1286 et 1389 cm^{-1} auxquelles il attribue les intensités 0,6 et 1,0 et les dépolarisations 0,18 et 0,14. La faible dispersion de notre spectrographe ne nous a pas permis d'aller si loin; il semble cependant, sur nos clichés et sur leurs enregistrements, que la raie 1286 est à la fois la plus intense et la plus dépolarisée.

M. **Maurice d'Ocagne** fait hommage à l'Académie de deux ouvrages dont il a écrit la préface :

1° *Un savant français : Pierre Duhem*, par Hélène Pierre-Duhem, consacré par une touchante piété filiale, à la mémoire de l'éminent physicien, où se trouve narrée la vie et résumée l'œuvre de notre regretté confrère. Pour rendre plus vivant cet ouvrage, Mlle Pierre-Duhem a eu l'heureuse idée de s'adresser à plusieurs de ceux qui ont le mieux connu son père : la sœur de celui-ci, le Dr Récamier, son camarade de collège et intime ami, M. André Chevrillon, de l'Académie française, M. Dufourcq, professeur à la Faculté des lettres de Bordeaux, ses collègues de l'Université. Elle a demandé à chacun d'eux de rédiger ses souvenirs le concernant et a inséré ces notes telles quelles dans son propre texte. Ces témoignages de première main ne laissent pas d'accroître encore l'intérêt qui s'attache à ce beau livre, si précieux pour l'histoire des sciences à notre époque.

2° *Promenade récréative au pays d'Einstein*, par M. Volberg, exposé extrêmement original, visant un but de vulgarisation, qui, sous une forme

---

(¹) *Indian Journal of Physics*, 6, 1932, p. 561.
(²) *Physical Review*, 46, 1934, p. 1057.

amusante, constitue une facile initiation au principe de la relativité restreinte, n'exigeant à peine de la part du lecteur que quelques notions géométriques du caractère le plus élémentaire.

PLIS CACHETÉS.

M. **Alexandre Blachorovitsch** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 11 mai 1936 et inscrit sous le n° 11171.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un *Classement de 320 molécules inorganiques*.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur quelques propriétés des fonctions caractéristiques.* Note de M. **Geza Kunetz**, présentée par M. Émile Borel.

Nous nous proposons d'étudier les conditions auxquelles doit satisfaire une fonction $\varphi(t)$, dont nous préciserons la nature, pour pouvoir être considérée comme fonction caractéristique. Nous considérerons deux cas, suivant que la fonction caractéristique est définie comme la moyenne de e^{-xt} ou celle de e^{ixt}.

Premier cas. — M. D.-V. Widder a démontré [1] que la condition nécessaire et suffisante pour que la fonction (réelle d'une variable réelle) $\varphi(t)$ puisse être représentée sous la forme

$$\varphi(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-xt}\, d\,\mathrm{F}(x),$$

où $\mathrm{F}(x)$ est non-décroissant et où l'intégrale existe pour $a<t<b$ est

[1] *Bulletin of the Amer. Math. Soc.*, 40, 1934, p. 321.

que $\varphi(s_i+s_j)$ soit continu pour $a < 2s_i < b$ et que les formes quadratiques

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\varphi(s_i+s_j)\xi_i\xi_j$$

soient positives (définies ou semi-définies) pour toute valeur de n et de $a < 2s_i < b$.

Remarquons que les conditions précédentes entraînent l'analyticité de $\varphi(t)$. Pour que $\varphi(t)$ soit une fonction caractéristique il faut encore que $F(x)$ soit borné. Nous devons donc adjoindre la condition, nécessaire et suffisante, $\varphi(0) \leqq M < \infty$.

La nécessité de la condition de Widder devient intuitive si l'on remarque qu'elle exprime simplement que l'espérance mathématique de la quantité non négative $(\Sigma\xi_i e^{-s_i x})^2$ ne peut pas être négative.

Il est cependant intéressant de rechercher des conditions peut-être moins générales mais plus simples et plus facilement applicables à des cas concrets. On peut d'abord, sans diminuer la généralité, mettre les conditions de Widder sous la forme de déterminants de Hankel

$$(1)\qquad \begin{vmatrix} \varphi(t) & \varphi'(t) & \ldots & \varphi^{(n)}(t) \\ \varphi'(t) & \varphi''(t) & \ldots & \varphi^{(n+1)}(t) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \varphi^{(n)}(t) & \ldots & \ldots & \varphi^{(2n)}(t) \end{vmatrix} \geqq 0.$$

Ces conditions sont évidemment nécessaires et, d'après Hamburger [1], si on leur adjoint la condition que $\varphi(t)$ soit analytique, elles sont également suffisantes. On obtient pour les valeurs successives de μ

$$\varphi \geqq 0, \qquad \varphi\varphi'' - \varphi'^2 \geqq 0 \quad \text{ou, avec } \psi = \log\varphi, \qquad \psi'' \geqq 0,$$

$$\varphi\varphi''\varphi^{\text{IV}} + 2\varphi'\varphi''\varphi''' - (\varphi\varphi'''^2 + \varphi'^2\varphi^{\text{IV}} + \varphi''^3) \geqq 0 \qquad \text{ou} \qquad 2\psi''^3 + \psi''\psi^{\text{IV}} - \psi'''^2 \geqq 0.$$

Remarquons que la seconde de ces formules équivaut à l'inégalité de Schwarz

$$\int f(x)e^{-xt}dx \int x^2 f(x)e^{-xt}dx \geqq \left(\int xf(x)e^{-xt}dx\right)^2.$$

D'ailleurs l'emploi direct de l'inégalité de Schwarz peut nous donner d'autres conditions nécessaires, ainsi par exemple, pour $\varphi(t)$ paire,

$$\varphi\varphi'' - \varphi'^2 \geqq \operatorname{Max}[\varphi'(it)]^2 \qquad \text{et} \qquad \varphi\varphi'' - \varphi'^2 > \varphi''(0).$$

---

[1] *Math. Zeitschrift*, 7, 1919, p. 302.

Dans ce cas on a un autre système de conditions nécessaires :

$$\varphi^{(k)}(t) > 0 \quad \text{si} \quad k = \text{paire}, \qquad \frac{1}{t}\varphi^{(k)}(t) \geq 0 \quad \text{si} \quad k = \text{impaire}.$$

Ces conditions ne sont cependant pas toujours suffisantes.

Deuxième cas. — MM. Mathias [1] et Bochner [2] ont démontré que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction (complexe, d'une variable réelle) $\varphi(t)$ puisse être mise sous la forme

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt}\, d\mathrm{F}(x),$$

est que 1° $\varphi(t)$ soit continu et borné; 2° qu'il soit hermitien, c'est-à-dire que l'on ait $\varphi(t) = \overline{\varphi(-t)}$; 3° que l'on ait

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \varphi(s_i - s_j)\,\xi_i \bar{\xi}_j \geqq 0,$$

quels que soient les nombres réels s_i et les quantités complexes ξ_i. La nécessité de la dernière condition est encore intuitive en remarquant qu'elle équivaut à

$$\mathrm{E}\left[(\xi_0 e^{is_0 x} + \xi_1 e^{is_1 x} + \ldots)(\bar{\xi}_0 e^{-is_0 x} + \ldots)\right] \geqq 0.$$

Pour avoir des conditions simples nous pouvons, par exemple, choisir des valeurs particulières des s_i. On obtient, pour $\varphi(t)$ paire,

$$(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}\left[\mathrm{H}_0^n + (-1)^{p+1}\mathrm{H}_{p,q}^n \varphi^{(p)}(t)\,\varphi^{(q)}(t)\right] \geqq 0, \qquad \text{avec} \quad p \leqq n,\ q \leqq n,\ p+q = \text{paire}$$

$$\mathrm{H}_0^n = \begin{vmatrix} \varphi(0) & \varphi'(0) & \ldots & \varphi^{(n)}(0) \\ \varphi'(0) & \varphi''(0) & \ldots & \varphi^{(n+1)}(0) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ \varphi^{(n)}(0) & \ldots\ldots & \ldots & \varphi^{(2n)}(0) \end{vmatrix},$$

$\mathrm{H}_{p,q}^n$ = mineur de H_0^n relatif au terme de la $(p+1)^{\text{ième}}$ ligne et $(q+1)^{\text{ième}}$ colonne

conditions nécessaires valables si les dérivées qui y figurent existent.

On obtient d'ailleurs, comme dans le premier cas, d'autres conditions par l'application de l'inégalité de Schwarz.

---

(1) *Math. Zeitschrift*, 16, 1923, p. 103.

(2) *Vorlesungen über Fouriersche Integrale*, Leipzig, 1932, p. 74.

Parmi les applications de ce qui précède signalons, comme une des plus intéressantes, le fait que la fonction

$$\varphi(t) = e^{-\frac{t^2}{2} + \Sigma a_n t^{4n}}$$

ne peut pas être fonction caractéristique, quelle que soit la constante réelle a_n et l'entier $n \geqq 1$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des domaines bornés limités par des courbes générales.* Note (¹) de M. **Alfred Rosenblatt.**

1. Envisageons un domaine borné S limité par une courbe C continue fermée de Jordan sans points doubles. Représentons ce domaine sur l'intérieur du cercle Γ unitaire du plan des z. Nous supposerons que C est obtenu du cercle unitaire du plan des ζ par un déplacement normal compté positivement vers l'extérieur

$$\partial n = \varphi(t, \lambda), \tag{1}$$

$\zeta = e^{it}$, φ et φ'_t sont supposés continus pour $0 \leqq t \leqq 2\pi$, $|\lambda| \leqq \lambda_0$.

Je me servirai de l'équation intégrale de Lichtenstein (²) pour la partie imaginaire de la fonction

$$\Psi(\zeta) = \log\frac{\omega(\zeta)}{\zeta},$$

$\omega(\zeta)$ étant la fonction représentatrice.

2. $V_{\bar{s}}$ étant la valeur de cette partie imaginaire au point $P(\bar{s})$, $\bar{s}$ arc de C, on a

$$V_{\bar{s}} - \frac{1}{\pi}\int_0^L V_{\bar{t}} \frac{\cos(n_{\bar{t}}, \rho_{\bar{s}\bar{t}})}{\rho_{\bar{s}\bar{t}}} d\bar{t} = -\frac{1}{\pi}\int_0^L \log\frac{1}{\rho_{\bar{s}\bar{t}}} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \log\frac{1}{\rho_{\bar{t}}} d\bar{t}. \tag{2}$$

On a

$$\rho_{\bar{s}\bar{t}} = P_{\bar{s}}P_{\bar{t}}, \qquad \rho_{\bar{t}} = OP_{\bar{t}},$$

n_t normale extérieure.

φ'_t satisfait à une condition de Hölder

$$|\varphi'_{t_1} - \varphi'_{t_2}| \leqq M|t_1 - t_2|^{\delta}, \qquad 0 < \delta \leqq 1. \tag{3}$$

(¹) Séance du 4 mai 1936.

(²) *Archiv der Mathematik und Physik,* III Reihe, 23, 1917, p. 179-180.

Le noyau $K(s, t)$ est de la forme

$$K(s, t) = \frac{1}{2}\left\{(1+\varphi_s)(1+\varphi_t) + \frac{1}{4}U^2(s, t)\right\}^{-1}\left\{(1+\varphi_s)(1+\varphi_t) + \frac{V(s, t)}{2} + \frac{U^2(s, t)}{2}\right\}, \tag{4}$$

$$U(s, t) = \frac{\varphi_t - \varphi_s}{\sin^2\frac{t-s}{2}}, \qquad V(s, t) = \frac{\varphi_t - \varphi_s - \varphi'_t \sin(t-s)}{\sin^2\frac{t-s}{2}}, \tag{5}$$

s, t sont ici les arcs du cercle unitaire.

Nous supposons encore que le quotient

$$\frac{\varphi'_{t_1} - \varphi'_{t_2}}{|t_1 - t_2|^\delta} \tag{6}$$

$t_1 \neq t_2$ est *uniformément continu* comme fonction de λ.

Le noyau $\mathcal{K}(s, t, \lambda)$ satisfait alors à l'inégalité

$$|K(s, t, \lambda') - K(s, t, \lambda'')| \leqq M \frac{\varepsilon(u)}{|s-t|^\alpha}, \tag{7}$$

$u = \lambda' - \lambda''$, $\alpha = 1 - \delta$, $\varepsilon(u) \geqq 0$ tendant vers 0 avec u.

3. On remplace l'équation (2) par l'équation intégrale itérée n fois

$$V_s - \frac{1}{\pi^n}\int_0^{2\pi} K_n(s, t)\, V_t\, dt = f_n(s). \tag{8}$$

$$V_s = f_n(s) - \frac{1}{\pi^n}\int_0^{2\pi} f_n(t) \frac{D_2^n\begin{pmatrix} s, s'_1 & \frac{1}{\pi^n} \\ t, t'_1 & \end{pmatrix}}{D_1^n\begin{pmatrix} s'_1 & \frac{1}{\pi} \\ t'_1 & \end{pmatrix}} + C \tag{9}$$

est uniformément convergent en λ. On a

$$\omega(\zeta) = \zeta e^{S(\zeta)}, \tag{10}$$

$$S(\zeta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \left\{ iV_t + \log\frac{1}{1+\varphi_t}\right\} \frac{e^{it}}{e^{it}(1+\varphi_t) - \zeta}(1 + \varphi_t - i\varphi'_t)\, dt. \tag{11}$$

La fonction $\Omega(\zeta)$ qui représente S de telle manière que $\Omega'(0)$ soit positif est

$$\Omega(\zeta) = \omega(\zeta)\sqrt{\frac{\overline{\omega'(0)}}{\omega'(0)}}. \tag{12}$$

Elle est *uniformément continue en* λ pour $|\lambda| \leqq \lambda_0$ dans le cercle fermé

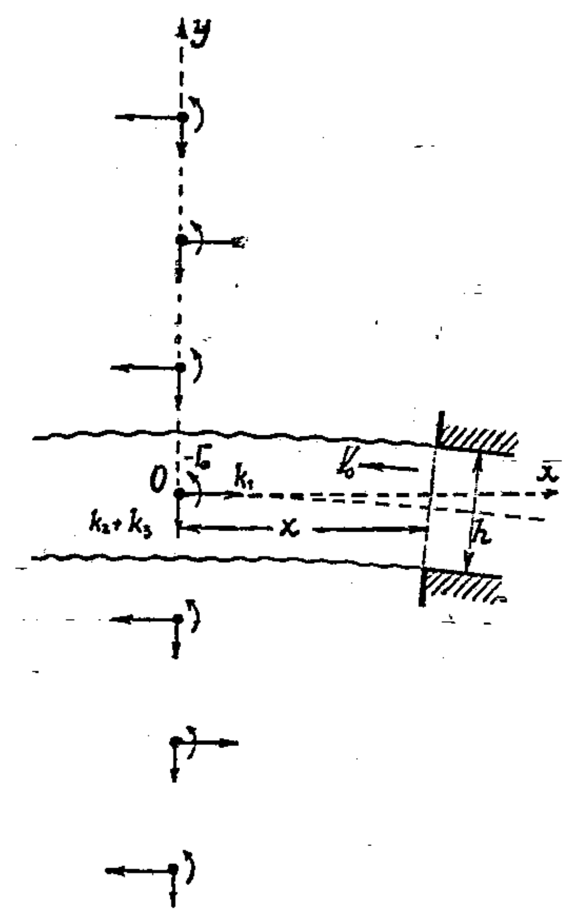
$$|\zeta| \leqq 1 - \varepsilon - |\varphi_{\max}|. \tag{13}$$

L'étude fonctionnelle des potentiels newtoniens a été faite par Lichtenstein ([1]).

AÉRODYNAMIQUE. — *Veine plane libre. Influence sur les caractéristiques aérodynamiques des ailes sustentatrices.* Note ([2]) de MM. **A. Toussaint** et **S. Pivko**, présentée par M. Henri Villat.

Nous utiliserons le système de remplacement de l'aile réelle et la même méthode des images, comme nous l'avons fait dans le cas de la veine guidée ([3]).

Les contraintes de la veine libre seront remplacées par celles dues aux quatre séries indéfinies d'images, orientées de telle façon que la vitesse



induite axiale soit nulle le long des lignes de discontinuité (voir la figure). La vitesse complexe du système total sera

$$w = \frac{df}{dz} = -\frac{i\Gamma}{2h}\operatorname{cotgh}\frac{\pi z}{h} + k_1\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \operatorname{coséch}\frac{\pi z}{h}\operatorname{cotgh}\frac{\pi z}{h} - i(k_2+k_3)\left(\frac{\pi}{h}\right)^2\operatorname{coséch}^2\frac{\pi z}{h}.$$

([1]) *Mathematische Zeitschrift*, 23, 1925, p. 72-88; *Berichte der Sächsischen Akademie der Wissenschaften*, 78, 1926, p. 147-212, 213-219; 82, 1930, p. 265-344.

([2]) Séance du 18 mai 1936.

([3]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1753.

A l'origine, pour $z = 0$, la vitesse complexe due aux images seules sera

$$w_{i_0} = u_{i_0} - iv_{i_0} = \frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \left[\frac{1}{2}k_1 + i(k_2 + k_3)\right].$$

La composante

$$v_{i_0} = -\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 (k_2 + k_1) = -\frac{2}{3}V_0\left(\frac{\pi l}{4h}\right)^2 \alpha_\infty (1 + \eta e)\left(1 + \frac{\Gamma}{\Gamma_\infty}\eta e\right),$$

dirigée vers le bas, provoque une *diminution de l'incidence* locale, définie par

$$\Delta\alpha_1 \approx \frac{v_{i_0}}{V_0} = \alpha_\infty . m_1 \qquad \text{avec} \quad m_1 = -\frac{2}{3}\left(\frac{\pi l}{4h}\right)^2 (1 + \eta e)\left(1 + \frac{\Gamma}{\Gamma_\infty}\eta e\right).$$

La circulation autour du profil sera aussi diminuée de

$$\Delta\Gamma_1 = \pi l (1 + \eta e)(V_0 - u_{i_0})\Delta\alpha_1 \approx \Gamma_\infty m_1,$$

en négligeant la petite valeur de u_{i_0} par rapport à V_0.

D'autre part, nous avons les relations

$$\frac{\Delta\Gamma_1}{\Gamma_\infty} = m_1 = \frac{\Gamma}{\Gamma_\infty} - 1 \qquad \text{ou bien} \qquad \frac{\Gamma}{\Gamma_\infty} = m_1 + 1.$$

En remplaçant Γ/Γ_∞ dans l'expression pour m_1, nous obtenons finalement

$$m_1 = -\frac{2}{3}L^2 \frac{1 + 2\eta e}{1 + \frac{2}{3}L^2\eta e} \qquad \text{avec} \qquad L = \frac{\pi l}{4h}.$$

Influence de la distance à la section d'émergeance. — Considérons les vitesses dues au système total, le long de l'axe x (voir la figure). La vitesse complexe sera, pour $z = x$,

$$w_x = u_x - iv_x = -\frac{i\Gamma}{2h}\operatorname{cotgh}\frac{\pi x}{h} + k_1\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \operatorname{coséch}\frac{\pi x}{h}\operatorname{cotgh}\frac{\pi x}{h}$$
$$- i(k_2 + k_3)\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \operatorname{coséch}^2\frac{\pi x}{h}.$$

Ainsi, pour un profil d'aile situé à la distance x, l'incurvation de la veine libre correspond à un nouveau changement de la direction du courant local, défini par

$$\Delta\alpha_2 \approx \frac{v_x}{V_0} = \frac{1}{V_0}\left[\frac{\Gamma}{2h}\operatorname{cotgh}\frac{\pi x}{h} + (k_2 + k_3)\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \operatorname{coséch}^2\frac{\pi x}{h}\right] = \alpha_\infty m_2$$

avec $m_2 = 2(1+\eta e)L[\Gamma/\Gamma_\infty \operatorname{cotg} h X + \eta e L \operatorname{coséch}^2 X) + L \operatorname{coséch}^2 X]$,

$$L = \frac{\pi l}{4h} \quad \text{et} \quad X = \frac{\pi x}{h}.$$

En remplaçant encore $\Gamma/\Gamma_\infty = m_2 + 1$, il vient, tous calculs faits,

$$m_2 = -\frac{2(1+\eta e)L[\operatorname{cotgh} X + (1+\eta e)L \operatorname{coséch}^2 X]}{1 + 2(1+\eta e)L[\operatorname{cotgh} X + \eta e L \operatorname{coséch}^2 X]}.$$

Conclusions. — Nous avons montré que dans une *veine plane libre*, l'incidence au droit de l'aile sera modifiée de $\Delta\alpha = \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2$ ou $\Delta\alpha_1 + \alpha_\infty m_1$ représente la diminution de l'incidence due à *la hauteur limitée* de la veine et $\Delta\alpha_2 = \alpha_\infty . m_2$ la diminution de l'incidence à cause de la *distance* du profil à la section d'émergence. Et, en résumé, la sustentation unitaire de l'aile essayée dans la veine libre sera $C_{z\infty} = C_{z(h)} - C_{x(h)} . \Delta\alpha \approx C_{z(h)}$.

La résistance unitaire $C_{x\infty} = C_{x(h)} + C_{z(h)} . \Delta\alpha$ et l'incidence

$$\alpha_\infty = \alpha_{(h)} + \Delta\alpha = \alpha_{(h)} \frac{1}{1-m} \qquad \text{avec} \qquad \Delta\alpha = \alpha_\infty m = \alpha_\infty (m_1 + m_2),$$

en désignant par l'index (∞) les valeurs correspondantes dans un courant illimité et par l'indice (h) les valeurs mesurées dans une veine libre de hauteur h.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur l'origine et la suppression de la discontinuité dans la résistance hydrodynamique des flotteurs d'hydravion.* Note [1] de M. **Georges Sabathe**, présentée par M. Charles Camichel.

Dans une étude sur les flotteurs d'hydravion, nous avons observé pour certaines maquettes, lorsqu'on détermine, en assiette libre, la courbe de la résistance hydrodynamique en fonction de la vitesse, une discontinuité qui apparaît au voisinage de la vitesse de déjaugeage. Cette singularité, mentionnée par W. Sottorf [2], a été primitivement attribuée au fait que la résistance de frottement devient prédominante vis-à-vis de la résistance due à la formation des vagues au moment correspondant au début de l'hydroplanage.

Une observation plus approfondie du phénomène nous a permis de

---

(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) *Technical Note National Advisory Committee for Aeronautics*, 66, 1932, p. 6.

déceler l'origine de cette discontinuité et de l'attribuer aux dépressions accompagnées ou non de cavitations qui se produisent sous le flotteur, en particulier en arrière du redan. En établissant une communication entre cette région et l'atmosphère, nous avons supprimé les dépressions et cavitations et, par voie de conséquence, la discontinuité de la courbe de résistance. La suppression de cette singularité se traduit par un gain très net sur la résistance, gain qui, dans certains cas, atteint 25 pour 100.

Dans le premier exemple que nous donnons, nous avons réalisé dans une

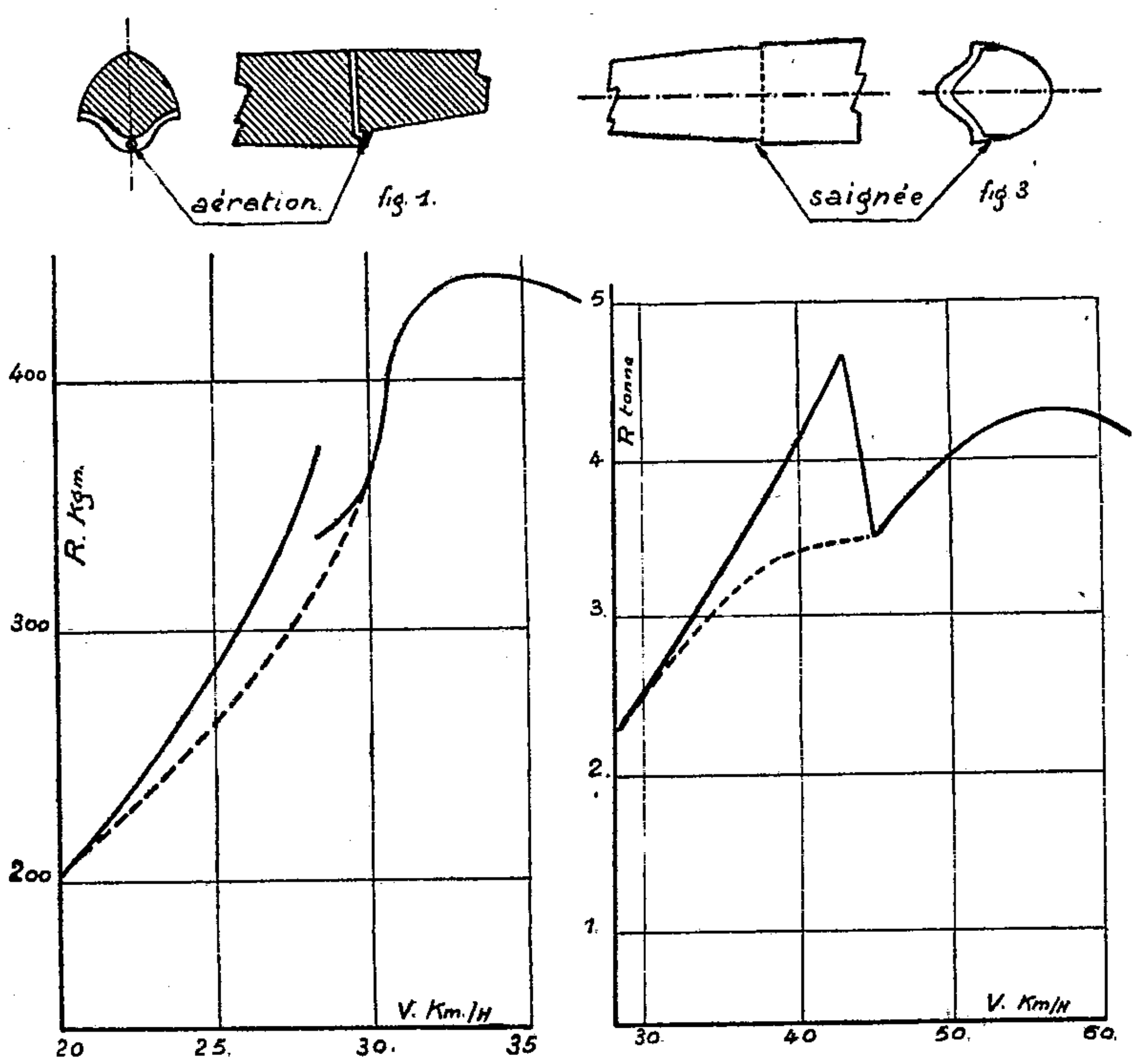


fig. 2 fig. 4.

maquette à l'échelle 1/5 de 166^{cm} de longueur et 20^{cm},2 de largeur au redan, une communication entre la partie inférieure du redan et l'atmosphère par un tube de 12^{mm} de diamètre (*fig.* 1). La courbe en trait plein de la figure 2 montre la variation de la résistance en fonction de la vitesse lorsque l'aération n'existe pas, et la courbe en pointillé de cette même figure montre la diminution et la variation continue de la résistance lorsque l'aération existe.

Dans le second exemple (maquette à l'échelle 1/15, de 170^{cm},6 de lon-

gueur et 22cm de largeur au redan), la communication a été réalisée par une saignée latérale sur les bouchains du flotteur au droit du redan (*fig*. 3). Sur la courbe en trait plein de la figure 4, on observe la discontinuité de la variation de la résistance en fonction de la vitesse en l'absence de saignées. La courbe en pointillé de la même figure a été déterminée en établissant sur le flotteur les saignées latérales. Là encore on supprime la discontinuité et l'on réalise un gain appréciable sur la résistance.

Ces dispositifs d'aération peuvent en particulier s'adapter avec succès sur les embarcations marines type hors bord, dont la marche en hydroglisseur peut, de ce fait, se trouver facilitée d'une facon intéressante.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la couleur des étoiles de types spectraux* A0, A2. Note [1] de M. **Victor Maitre**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. La couleur des étoiles pour les types spectraux avancés est fonction de la magnitude absolue [2]. Il y a donc intérêt à rechercher jusqu'à quel point cet effet existe pour les étoiles des premiers types spectraux et quelle peut être son influence sur les recherches relatives à l'absorption interstellaire.

Une méthode nouvelle a été exposée récemment [3] à ce sujet et nous l'avons appliquée à l'étude des observations de Öhman [4]. Afin de pouvoir mettre plus facilement en évidence un effet possible dû à la magnitude absolue, nous avons choisi les étoiles de type A0, A2 de préférence aux étoiles B, leur distance étant moindre que celle des étoiles B.

Dans notre statistique, qui comprend 335 étoiles; les nombres d'étoiles pour chaque magnitude apparente sont sensiblement proportionnels aux résultats de Shapley et Miss Cannon pour les mêmes types spectraux [5].

Les hypothèses d'un effet de distance et d'un effet de magnitude absolue ont été examinées successivement.

2. Pour étudier la première hypothèse nous n'avons pris que les étoiles voisines du plan galactique conformément aux résultats de Van de Kamp [6].

(1) Séance du 18 mai 1936.
(2) Storer, *Lick Observatory Bulletin*, 14, 1929, p. 53.
(3) Barbier et Maitre, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1170.
(4) *Medd. Upsala*, 1930, n° 48.
(5) *Harvard Coll. Observ. Cir.*, 226, 1921.
(6) *Astronomical Journal*, 40, 1930, p. 145.

Pour différentes valeurs de la couleur, nous avons construit les courbes (C) donnant la répartition du logarithme du nombre d'étoiles en fonction de la magnitude apparente. Nous avons comparé ces courbes avec celle (A) de la répartition du logarithme du nombre d'étoiles en fonction de la magnitude absolue, pour les étoiles de mêmes types spectraux; cette dernière courbe a été déterminée d'après les données de Strömberg ([1]).

D'autre part on sait ([2]) que si les courbes (C) coïncidaient avec la courbe (A) par simple translation des axes, l'hypothèse d'un effet de distance recevrait ainsi une première confirmation; or aucune n'a donné une superposition satisfaisante. De plus, quelques-unes des courbes (C) devraient montrer un maximum dans l'intervalle de variation étudié, ce qui n'a pas lieu.

3. Pour vérifier l'hypothèse d'un effet de magnitude absolue, les courbes (C), pour les étoiles du plan galactique et pour les étoiles situées hors de ce plan, ne doivent pas présenter de différence essentielle; c'est ce que nous constatons en effet, et ce fait nous autorise à grouper toutes ces étoiles pour une étude d'ensemble.

De plus les courbes (C) doivent être des droites de coefficient angulaire égal à 0,6; ce qui est à peu près vérifié.

Voici, pour les différentes courbes (C), les coefficients angulaires moyens trouvés :

Couleur	0,17	0,23	0,27	0,35	0,45
Coefficient angulaire	0,55	0,52	0,53	0,60	0,67

Les résultats précédents permettent d'établir entre la magnitude absolue M et la couleur E une relation que l'on peut considérer comme linéaire dans l'intervalle étudié et de la forme

$$M = \alpha(E - E_0).$$

Les quantités α et E_0 sont deux constantes à calculer; nous avons trouvé les valeurs moyennes suivantes :

$$\alpha = 6,$$
$$E_0 = 0,2.$$

4. Il y a donc tout lieu de penser que les résultats obtenus s'interprètent plutôt dans le sens d'un effet de magnitude absolue que dans le

(1) *Astrophysical Journal*, 74, 1931, p. 313.
(2) Barbier et Maitre, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1170.

sens d'un effet de distance, sans toutefois exclure ce dernier pour des étoiles plus lointaines que les étoiles considérées ici.

Ces résultats ont néanmoins besoin d'être confirmés par des statistiques encore plus complètes. C'est ce que nous nous proposons de faire avant d'aborder l'étude des étoiles de type B.

MAGNÉTISME. — *La relation magnétodynamique entre les pertes visqueuses et la perméabilité dans les champs très faibles.* Note [1] de M. **W. Arkadiew**, transmise par M. Pierre Weiss.

L'angle des pertes magnétiques pour les fréquences sonores dans les champs très faibles peut être exprimé sous la forme $\tan\Delta_0 = kf + e_n$, où le terme kf représente la dépendance de la fréquence f par suite des courants de Foucault et e_n est la *constante de la viscosité* de Jordan. Nous pouvons appliquer nos formules [2] de la perméabilité conservative μ et consomptive ρ', si nous supposons que le fer possède plusieurs fréquences caractéristiques f_u, qui sont répandues uniformément le long de l'échelle logarithmique des fréquences entre les limites f_1 et f_2. Alors à chaque intervalle $d\ln f_u$ correspond $dm_1 = a\,d\ln f_u$, où a est une constante. Après avoir formé les expressions $d\mu$ et $d\rho'$ et intégré de f_1 à f_2 nous obtenons pour les bandes spectrales étendues

$$\mu = m + \frac{a}{2}\ln\frac{f_2^2+f^2}{f_1^2+f^2} \qquad \text{et} \qquad \rho' = a\left(\operatorname{arc\,tang}\frac{f_2}{f} - \operatorname{arc\,tang}\frac{f_1}{f}\right).$$

Si $f_2 \gg f_1$, par exemple 10^5 fois plus grand, entre $10f_1$ et $0{,}1f_2$, ρ' est constant et égal à $\pi a/2$. Dans ces limites μ décroît linéairement de façon que

$$\frac{d\mu}{d\ln f} = -a.$$

Des équations $e_n = \rho'/\mu$ et $\rho' = \pi a/2$, nous tirons

$$\frac{d\ln\mu}{d\ln f} = -\frac{2}{\pi}e_n. \tag{1}$$

Le terme e_n ne peut rester constant que si les variations de μ sont faibles.

---

[1] Séance du 4 mai 1936.

[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 39; *Zeits. f. Phys.*, 72, 1931, p. 116.

Pour vérifier si la décroissance de μ, qu'exige l'existence de e_n existe réellement et si cette décroissance satisfait à (1), nous trouvons les données nécessaires dans un travail de R. Goldschmidt [1]. Ce travail contient quelques erreurs d'estimation des travaux étrangers, corrigées cependant dans un article ultérieur [2]. Nous tirons de la figure 3 du premier travail le tableau suivant, où ω est la fréquence cyclique $2\pi f$ et L est la self-induction, qu'on peut, étant donné que les termes kf sont très petits, considérer comme proportionnelle à la perméabilité de la substance μ.

ω.	L.	log L.	log ω.	$\Delta \log \mu / \Delta \log f$.
300	55,20	1,7419	2,48	
				0,0121
500	54,85	1,7392	2,70	
				0,0164
1585	53,83	1,7310	3,20	
				0,0168
5000	52,80	1,7226	3,70	
				0,0193
10000	52,10	1,7168	4,00	

Entre $\omega = 500$ et $\omega = 5000$ la décroissance $\Delta \log L = \Delta \log \mu$ est en effet constante; elle est égale à 0,0166, tandis que $2/\pi . e_n = 0,0168$. C'est dire que la décroissance calculée théoriquement est égale à la décroissance réelle. A droite de cet intervalle de plus de trois octaves, la décroissance est plus grande que la valeur calculée; à gauche elle est moindre. Ceci concorde avec le diagramme d'expérience, où e_n diminue vers $\omega = 0$. La même relation entre e_n et la décroissance de la perméabilité de la substance μ se trouve aussi dans un autre travail [3], qui exige cependant une correction de la perméabilité effective μ_1 pour obtenir μ.

Cela démontre qu'il est possible de déterminer la relation interne entre les caractéristiques consomptives des spectres magnétiques et les caractéristiques conservatives. Précédemment nous avons obtenu le même résultat dans les champs faibles pour le fer de Wilson [4], ainsi que pour le fer et le nickel dans la détermination des perméabilités μ et ρ' pour les ondes de quelques centimètres [5]. Ceci signifie que la magnétodynamique théorique est fondée sur des conceptions plausibles proches des lois réelles.

---

(1) *Zeits. für techn. Phys.*, **13**, 1932, p. 536.

(2) *Zeits. für techn. Phys.*, **15**, 1934, p. 95.

(3) R. Goldschmidt, *Helv. Phys. Acta*, **9**, 1936, p. 39.

(4) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 39; O. Veletzkaia, *Zeits. f. Phys.*, **99**, 1936, p. 569.

(5) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 777; *Recueil consacré au dixième anniversaire du Laboratoire Maxwell (de magnétisme) de Moscou*, 1929-1931, p. 47; *Ann. der Phys.*, **81**, 1926, p. 649.

IONISATION DES GAZ. — *Décharges lumineuses observées dans le champ magnétique à des pressions inférieures à* 10^{-4} mm *de mercure*. Note de M. Théodore V. Ionescu, présentée par M. Aimé Cotton.

Le tube à gaz ionisé que j'emploie depuis quelques années comprend un fil de tungstène qui émet des électrons accélérés par deux grilles. La deuxième a la forme d'un anneau; à une distance de 10^{cm} se trouve une plaque.

Le potentiel de l'anneau (par rapport au fil) peut atteindre 2700 volts, et celui de la plaque peut être de $\pm$ 340 volts.

Le tube a été bien chauffé et scellé à la lampe, la pression du gaz étant de 10^{-4} mm Hg. Le tube se trouve dans un champ magnétique uniforme, parallèle à son axe, dont l'intensité peut atteindre 500 gauss.

Pour des valeurs du champ dépassant 100 gauss on observe entre l'anneau et la plaque, dans l'axe du tube, un filament lumineux violet. Si la plaque est mise au contact avec l'anneau, la lumière disparaît complètement. Pour des champs magnétiques plus intenses encore le diamètre du filament augmente, passe par un maximum, puis diminue pour augmenter de nouveau.

Si les émissions électroniques du fil deviennent plus puissantes le diamètre du filament croît aussi. A un moment donné il se transforme en un fuseau violet-bleu, qui reste compris entre l'anneau et la plaque. Ce fuseau ne disparaît pas même si l'on connecte extérieurement l'anneau et la plaque. Le courant qui passe par la plaque est tel que des électrons sont cédés par la plaque aux gaz ionisés. L'intensité du courant peut dépasser 20 mA pour une émission totale du fil n'excédant pas 5 mA.

Les faits décrits s'observent même pour 200 ou 300 volts.

Pour des potentiels accélérateurs dépassant 2000 volts et pour des émissions électroniques du fil de l'ordre de 1 milliampère, le filament lumineux peut se transformer en un cylindre lumineux qui peut devenir stable pour un champ magnétique convenable (dépassant 200 gauss dans le cas de nos expériences).

La couleur du cylindre lumineux est bleu-blanchâtre. Il a sur toute sa longueur le même éclat et le même diamètre. Le cylindre lumineux est plus court que la distance plaque-anneau : il cesse à une distance de la plaque de $1^{cm},5$ à 2^{cm}, tandis que entre l'autre extrémité et l'anneau la distance est de $0^{cm},5$ à 1^{cm} seulement. Ce cylindre lumineux se trouve

à l'intérieur d'un autre cylindre moins lumineux, mais de la même longueur, aussi nettement terminé que le premier.

Le courant électronique passe de la plaque à l'intérieur du tube, il peut être de 2 à 3 milliampères. L'espace entre la plaque et le cylindre est complètement obscur. Il rappelle l'espace de Faraday des tubes de Geissler. Pendant le fonctionnement il se forme sur les parois du tube un dépôt métallique épais, qui est limité brusquement par la plaque. Ceci nous montre que la plaque est puissamment bombardée par des ions positifs.

Si l'on interrompt le courant des bobines magnétisantes le cylindre lumineux disparaît. Si l'on interrompt le chauffage du fil une lueur violette persiste entre l'anneau et la plaque; elle change de forme et d'intensité, pour disparaître petit à petit.

Pour un chauffage très fort du fil le cylindre augmente et s'approche beaucoup de la plaque, l'autre extrémité passe par l'anneau. En dehors du cylindre, une lumière de même couleur mais moins intense remplit tout le tube; elle dépasse même le fil.

En regardant le tube, on a l'impression qu'il est excité avec des courants à haute fréquence. Des surtensions se produisent à l'anneau car des étincelles sautent de cette électrode sur les corps métalliques à 3^{mm}-4^{mm} de distance. Ceci nous indique bien qu'il y a dans le tube des oscillations très puissantes. Nous continuons ce travail pour mettre en évidence directement ces oscillations.

OPTIQUE. — *Rôle des flux parasites dans les mesures de pouvoirs réflecteurs effectuées à l'aide du microscope.* Note de M. **Léon Capdecomme**, présentée par M. Aimé Cotton.

Rappelons que, dans ces méthodes, le rapport des pouvoirs réflecteurs est pris égal à celui des flux reçus dans un diaphragme précédant l'oculaire. M. Orcel a récemment signalé les erreurs pouvant provenir des flux réfléchis sur l'objectif. Une analyse méticuleuse des conditions optiques des mesures nous avait aussi paru indispensable. En voici les principaux résultats :

Éclairement du diaphragme oculaire. — Il est la somme de trois éclairements : 1° E provenant de la réflexion simple sur la surface étudiée; 2° e, dû aux réflexions multiples entre cette surface et la face frontale de l'objectif; 3° e', produit sans intervention de la surface étudiée.

Le rapport des flux comparés n'est donc celui des pouvoirs réflecteurs que si e et e' sont négligeables devant E, ou si l'on élimine leurs effets.

Mécanisme de formation des éclairements parasites : a, éclairement e. — La distance frontale de l'objectif étant d, les flux qui lui sont renvoyés après réflexions multiples semblent provenir d'images du diaphragme d'entrée de l'illuminateur, égales entre elles, et situées aux distances $3d$, $5d$, $7d$, etc., devant la face frontale.

Les éclats de ces images sont affectés, par rapport à l'image du diaphragme formée par l'objectif sur la préparation, de coefficients égaux aux puissances successives du produit des pouvoirs réflecteurs de la surface étudiée et du verre de la lentille frontale. Ce dernier étant de l'ordre de 0,045, on voit que, dans la série des flux parasites, tous les termes autres que le premier sont négligeables.

L'éclairement e provient, en définitive, d'une image du diaphragme illuminateur située entre l'objectif et l'oculaire. Nous avons calculé que cette image est toujours voisine de l'objectif. L'ouverture des faisceaux qu'elle transmet est généralement limitée par les bords de la lentille frontale, et ces faisceaux, d'ouverture constante, peuvent encore être diaphragmés si l'oculaire est peu ouvert.

b. Éclairement e'. — On voit aisément, en voilant le dessus de l'objectif avec du papier noir, qu'il provient essentiellement de réflexions sur les faces des lentilles.

L'étude géométrique montre que ces réflexions produisent aussi des images du diaphragme illuminateur, leur éclat ne dépendant que du pouvoir réflecteur des verres.

Conclusions pratiques. — Ces résultats indiquent qu'en réduisant le *diaphragme d'entrée de l'illuminateur*, on réduira simultanément e et e', comme les aires de ce diaphragme, sans changer E puisque l'ouverture des faisceaux incidents n'a pas été modifiée. *On aura intérêt à réduire ce diaphragme jusqu'au minimum compatible avec le champ défini par l'oculaire.*

En agrandissant le *diaphragme d'ouverture*, on ne change ni la dimension ni l'éclat des images parasites; e et e' restent constants, mais E augmente. *On réduira donc les erreurs en augmentant l'ouverture des faisceaux utilisés jusqu'au maximum compatible avec la condition d'incidence quasi normale.*

Quand on ouvre le *diaphragme de champ oculaire*, les éclairements e, e', E restent constants si l'on ne modifie pas les autres diaphragmes; on augmente les éclairements parasites comme l'aire de ce diaphragme si l'on s'attache à faire coïncider avec lui l'image du diaphragme illuminateur.

Enfin E est proportionnel au pouvoir réflecteur R de la surface étudiée, e est proportionnel à R^2 et e' est constant. *L'importance relative de e croît donc avec* R, *tandis que celle de e' décroît.*

Les erreurs, étant toujours de même sens, se retranchent, d'ailleurs, dans les comparaisons traduites par des rapports. *Elles sont donc d'autant plus réduites que les surfaces ont des pouvoirs réflecteurs plus voisins.*

Ces observations s'appliquent aussi bien aux mesures visuelles comparant des éclats du diaphragme oculaire, qu'aux mesures photoélectriques comparant les flux qui traversent ce diaphragme.

Résultats numériques. — Pour un objectif utilisant toute son ouverture, on peut calculer que l'erreur relative due à e serait bien inférieure à 0,005 R.

Les tableaux suivants donnent des résultats expérimentaux concordant avec nos remarques sur l'éclairement e'. Les nombres donnés sont les rapports e'/E relatifs à une surface du cuivre poli (R = 0,72). L'ouverture minima du diaphragme illuminateur débordait le champ.

I.

Diamètre du diaphragme oculaire	6mm.	3mm.	1mm,5.
Objectifs Nachet : 5M. Diam. du diaph. illum. max.	0,088	0,091	0,099
» » min.	0,0029	0,0028	0,0031
» 7M. Diam. du diaph. illum. max.	–	0,043	0,050
» » min.	–	0,0019	0,0022

II.

Aires du diaphragme d'ouverture (unité arbitraire)	120.	59.	49.
Objectif Nachet : 5M. Diam. du diaph. illum. max.	0,047	0,090	0,13

Avec les précautions indiquées, on voit que les erreurs sont bien inférieures à l'imprécision des mesures visuelles. Dans les mesures photoélectriques, susceptibles de plus de précision, l'influence du flux renvoyé sans intervention de la surface étudiée, peut être facilement éliminée : on prend le zéro du galvanomètre après chaque mesure en retirant la préparation et non en masquant la source lumineuse.

Soulignons enfin que les conditions indiquées tendent à accroître la sensibilité de la méthode photoélectrique puisqu'elles font augmenter l'ouverture des faisceaux utilisés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Point de fusion de l'oxytrichlorure de vanadium et du tétrachlorure de vanadium. Analyse thermique du système chlore-tétrachlorure de vanadium.* Note [1] de M. **André Morette**, présentée par M. Georges Urbain.

Roscoe [2] a indiqué que le tétrachlorure de vanadium « ne se solidifie pas à une température supérieure à — 18° C., sous une pression de 760^{mm} » et que l'oxytrichlorure de vanadium « reste liquide au-dessus de — 15° C ». Depuis aucune autre donnée n'a été fournie quant au point de fusion de cette dernière substance. En ce qui concerne le tétrachlorure de vanadium, Biltz et Keunecke [3], au cours d'une étude sur les chlorosulfures, ont incidemment signalé que ce corps se solidifie à — 109°, et, récemment, Klemm et Hoschek [4] ont affirmé que le tétrachlorure de vanadium « est encore liquide à — 78°, mais est déjà très pâteux à cette température ».

Ayant eu l'occasion de constater que, dans le mélange réfrigérant acétone-neige carbonique, le tétrachlorure de vanadium se solidifie très facilement, nous avons mesuré avec précision le point de fusion de celui-ci, ainsi que celui de l'oxytrichlorure de vanadium, en opérant sur des corps très purs. A ce travail a été jointe la détermination du diagramme d'équilibre liquide-solide des mélanges de chlore et de tétrachlorure de vanadium.

Les températures ont été évaluées, soit au moyen d'un couple cuivre-constantan, soit au moyen d'un thermomètre à isopentane; avec ce dernier, il n'y a pas eu lieu d'effectuer de correction de colonne émergente, les mesures ayant été faites dans des conditions identiques à celles de l'étalonnage. Les points de fusion du brome (— 7°,3), du mercure (— 38°,9), de l'anhydride sulfureux (— 72°,5), du chlore (— 102°) et du méthylcyclobenzène (— 126°,9) ont été utilisés comme repères.

I. *Point de fusion de l'oxytrichlorure de vanadium.*

Ce corps a été préparé en faisant passer à 500° un courant de chlore sur des comprimés de trioxyde de vanadium pur; le produit ainsi obtenu nous a fourni après

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Phil. Trans.*, 158, 1868, p. 1; 159, 1869, p. 679.

(3) *Zeits. anorg. Ch.*, 147, 1925, p. 171.

(4) *Zeits. anorg. Ch.*, 226, 1936, p. 365.

distillation sur du sodium un liquide limpide jaune citron. Le chlore y a été dosé par pesée à l'état de chlorure d'argent et le vanadium, par manganimétrie; les valeurs trouvées sont en parfait accord avec la formule OCl^3V.

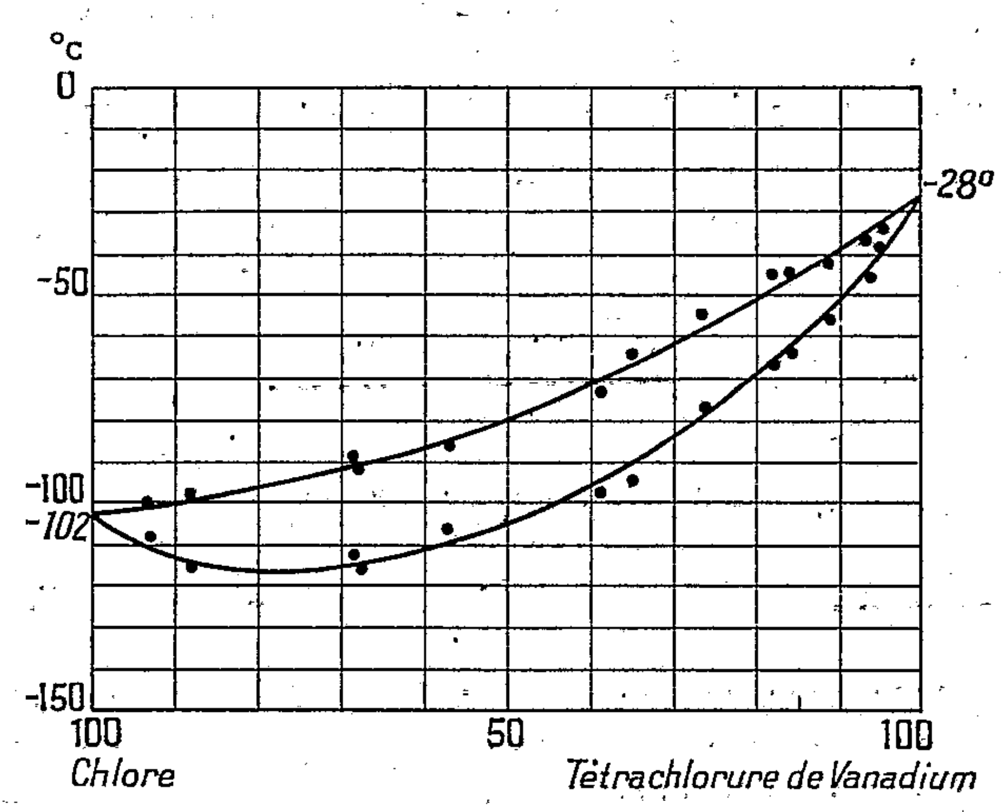
Point de fusion : -77° C. $\pm 2^{\circ}$.

II. *Point de fusion du tétrachlorure de vanadium.*

Ce composé a été préparé en faisant passer à 500° un courant de chlore sur du vanadium carburé, puis il a été rectifié par distillation sous pression réduite et entraînement par le gaz carbonique. L'analyse du liquide, effectuée comme dans le cas précédent, a conduit à des résultats correspondant exactement à la formule Cl^4V.

Point de fusion : -28° C. $\pm 2^{\circ}$.

III. *Analyse thermique du système chlore-tétrachlorure de vanadium.* — Les mélanges, réalisés pour chaque concentration avec du tétrachlorure de vanadium nouvellement préparé, étaient agités mécaniquement à l'abri de l'air; le point de solidification commençante et le point de solidification finissante étaient alors déterminés pour chacun d'eux par le tracé de la courbe de refroidissement. Les données étaient ensuite contrôlées au moyen du thermomètre à isopentane par observation directe de l'apparition des cristaux et de la disparition du liquide. Le graphique ci-dessous résume l'ensemble des résultats de ces mesures.



L'examen de ces courbes, caractéristiques de la formation de cristaux mixtes, montre qu'il ne se fait pas, à basse température, de combinaison entre le chlore et le tétrachlorure de vanadium. L'existence d'un pentachlorure de vanadium n'est donc pas décelable dans ces conditions.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'équilibre entre l'alcool isopropylique et l'acétone en présence de l'alcooldéshydrase.* Note de M. **René Wurmser** et de Mme **Sabine Filitti-Wurmser**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons déjà montré [1] la réversibilité de l'oxydation de l'alcool isopropylique en acétone, en présence de l'alcooldéshydrase et d'un corps électroactif fonctionnant comme donateur d'hydrogène. Nous pouvons maintenant préciser les conditions de l'équilibre.

L'alcooldéshydrase a été préparée suivant la technique que nous avons indiquée. On a mesuré les potentiels des mélanges d'alcool, d'acétone et d'un corps électroactif dans une solution à 3 pour 100 de cette diastase contenant en outre 1 mol-g de phosphates et 1 mol-g de fluorure de sodium par litre. Le mélange équimoléculaire (0,34 M) d'alcool et d'acétone réduit complètement le bleu de méthylène, les sulfonates d'indigo et le violet de crésyle; il ne réduit pas la tétraméthyl-safranine. Pour étudier l'équilibre, nous avons donc utilisé comme corps électroactif un indicateur intermédiaire, la phénosafranine ($1,25.10^{-4}$ M). Les constituants étant volatils et les expériences étant faites dans des tubes soigneusement vidés d'air, la proportion (alcool)/(acétone) était déterminée par dosage dans des tubes témoins.

Le tableau ci-dessous indique quelques résultats. E_H est le potentiel d'équilibre du mélange par rapport à l'électrode normale d'hydrogène, E_0, le potentiel normal du système alcool isopropylique ⇌ acétone correspondant à l'équation

$$E_H = E_0 - 0,0305 \log \frac{(\text{alcool isopropylique})}{(\text{acétone})} - 0,061 \text{ pH volts}.$$

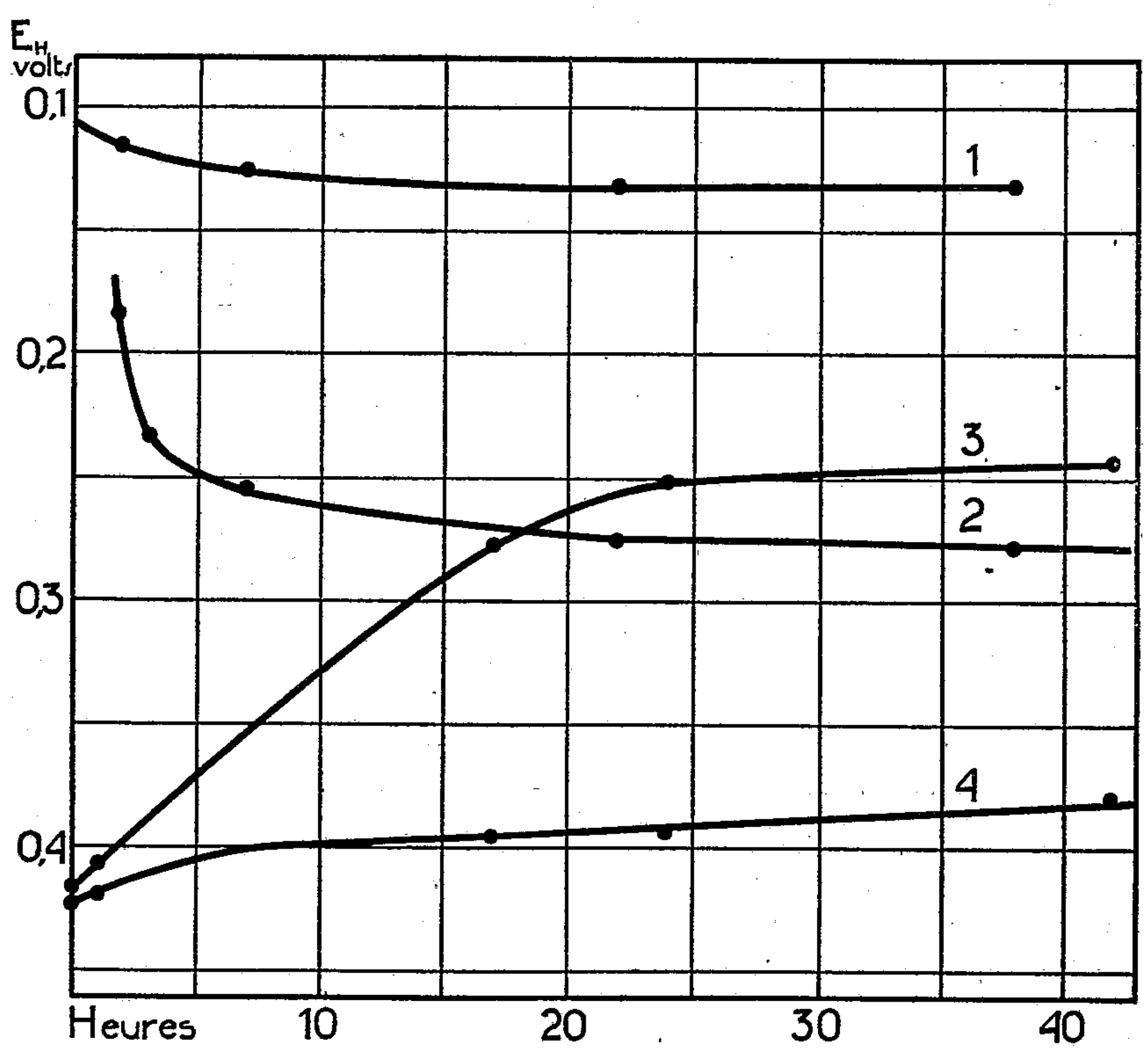
Toutes les mesures ont été effectuées à 35° C.

(alcool isoprop.)/(acétone)	E_H (volt).	pH.	E_0 (volt).
10,9	− 0,297	7,30	+ 0,180
10,9	− 0,297	7,30	+ 0,180
10,9	− 0,297	7,30	+ 0,180
1,4	− 0,266	7,31	+ 0,184
1,4	− 0,268	7,30	+ 0,180
1,4	− 0,275	7,47	+ 0,184

(1) *C. R. Soc. Biol.*, **118**, 1935, p. 1027.

Le potentiel normal du système à pH 7 est — 0,247 volts et l'énergie libre de la réaction, à 35°C. est de + 8300 calories.

Nous avons reproduit dans la figure une expérience type. La courbe 1 correspond à un tube témoin contenant la phénosafranine et de l'acétone, la courbe 2, à un tube contenant la phénosafranine et un mélange d'alcool et d'acétone dans le rapport 1, 4. Nous avons représenté en outre par les courbes 3 et 4 la réoxydation du leuco-méthyl-viologène en présence d'acétone et l'évolution négligeable du témoin correspondant, ne contenant pas



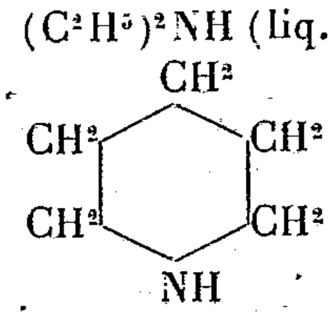
d'acétone. On voit ainsi que l'équilibre peut être atteint dans les deux sens, la différence entre les potentiels finaux des courbes 2 et 3 étant due aux différences de pH, de température et de composition des mélanges dans les deux expériences représentées.

Si l'on compare le système alcool isopropylique ⇌ acétone ($E_0 = + 0,180$) aux systèmes acide lactique ⇌ acide pyruvique ($E_0 = + 0,252$) et acide dialurique ⇌ alloxane ($E_0 = + 0,364$), on observe que les groupes électro-négatifs, de même qu'ils augmentent le caractère acide, diminuent l'oxydabilité des groupes voisins.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les spectres d'absorption infrarouges et Raman des amides et anilides et la structure de ces composés.* Note de Mme **Marie Freymann** et M. **René Freymann**, présentée par M. A. Cotton.

Diverses raisons d'ordre chimique ou physique [1] conduisent à penser que les amides et les cétones peuvent exister sous deux formes tautomères. La présence de bandes infrarouges (OH) ou (NH) doit permettre d'étudier ces équilibres; nous tirerons ici des conclusions relatives aux amides : l'étude de l'acétylacétone et de l'acétylacétate d'éthyle dans différentes conditions nous a d'ailleurs conduit à des résultats semblables.

A. *Renseignements fournis par les spectres infrarouges.* — Si le groupement OH existait sous la forme indiquée, on devrait observer la présence d'une bande d'absorption dans le proche infrarouge vers $0^{\mu},96$ [2]. Or, *pour aucune des substances* liquides ou fondues indiquées dans le tableau, *nous n'avons observé la bande* (OH). D'autre part, si nous avons effectivement décelé la bande caractéristique du groupement (NH) vers $1^{\mu},04$ pour les amides non substituées, par contre pour *les amides monosubstituées la bande* (NH) *est extrêmement faible.*

Formule.	λ en Å.	Intensités respectives.
$C^6H^5NH^2$ (liq)................	10289, 9995	90, 15
$CH^3(CH^2)^2NH^2$ (liq.)..........	10452, 10168, 10064	100, 55, 45
$C^6H^5NHCH^3$ (liq.)............	10212	80
$(C^2H^5)^2NH$ (liq.).............	10766, 10550	90, 120
 (liq)..........	10801, 10692, 10542, 10478	75, 75, 95, 120
$HCONH^2$ (liq.)..............	10193	70
CH^3CONH^2 (sol. aq.)..........	10050	55
$C^6H^5CONH^2$ (fondu 180°)......	10123	50

[1] Mme P. Ramart-Lucas, *Traité de Chimie organique* de Grignard, p. 123.

[2] R. Freymann, *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243; Mme M. Freymann et M. R. Freymann, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 312.

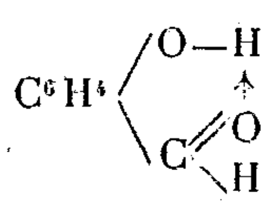
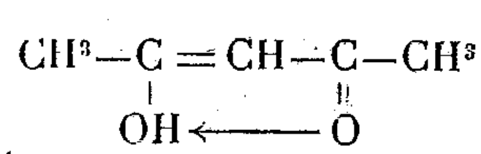
Formule.	λ en Å.	Intensités respectives.
$C^6H^5NHCOCH^3$ (fondu 145°)...	10170	9 (CH ?)
$C^6H^5NHCOC^4H^9$ (fondu 153°)...	10150	7 (CH ?)
$C^6H^5CONHC^3H^9$ (fondu 132°)...	10071	8 (CH ?)
$C^6H^5CONHC^6H^5$ (fondu 150°)...	10129	15 (CH = ?)
$CH^3C^6H^4NHCHO$ (fondu 95°)..	10283	10 (CH ?)
$CH^3CONHC^4H^9$ (liq.).........	10478, 10238	5, 10 (CH ?)
$C^6H^5C\genfrac{}{}{0pt}{}{\diagup OC^2H^5}{\diagdown NH}$ (liq.).........	10455	70

L'indication (CH ?) signale la présence d'une faible bande (CH) voisine ou superposée à la bande (NH); l'intensité réelle de cette dernière doit donc être encore réduite de ce fait. Les substances ont été étudiées sous une épaisseur de 2^{cm}.

Le tableau permettra de comparer les intensités relatives de la bande (NH) des amines, amides ou anilides : les intensités varient dans le rapport de 10 à 1 environ, ce qui est de beaucoup supérieur aux erreurs expérimentales. On notera, par contre, que le composé $C^6H^5C\genfrac{}{}{0pt}{}{\diagup OC^2H^5}{\diagdown NH}$ (préparé par M. Grunfeld), où le groupement (NH) n'est plus voisin d'un groupement C = O, la bande (NH) est aussi intense que pour une amine.

B. *Renseignements fournis par les spectres Raman.* — L'étude des spectres Raman semble confirmer les données de l'infrarouge relatives au groupement (NH) : V. N. Thatte et M. S. Joglekar [1] signalent sans commentaire l'absence de la raie (NH) pour l'acétanilide fondue; d'autre part, l'amide liquide $CH^3CONHC^4H^9$ (préparée spécialement par l'un de nous : P. éb. 230°,5 sous 760^{mm}) ne montre pas la fréquence (NH) qui devrait être comprise entre 3200 et 3400 cm^{-1}.

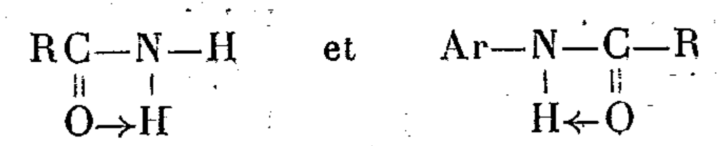
C. *Conclusions sur la structure des amides et anilides.* — *a.* Les résultats précédents infirmant les formules classiques, nous rapprocherons nos résultats de l'existence des phénomènes dits de *chélation* déjà invoqués par divers auteurs [2]; ceux-ci envisagent des formules du type

 et 

[1] *Phil. Mag.*, 19, 1935, p. 1116.

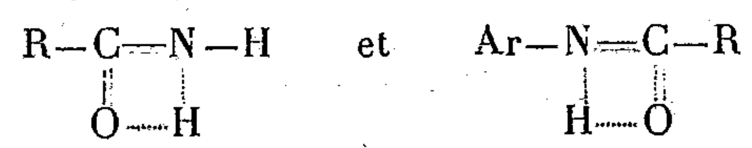
[2] MORGAN et DREWS, *J. Chem. Soc.*, 117, 1920, p. 1457. — N. V. SIDGWICK, *Electronic theory of valency*, Oxford, 1927. — G. E. HILBERT, O. A. WULF, S. B. L. HENDRICKS, U. LIDDEL, *Nature* (135, 1935, p. 147) ont interprété ainsi l'absence de bande infrarouge (OH) pour divers dérivés tels que l'aldéhyde salicylique.

introduisant des covalences de coordination (Sidgwick, *op. cit.*). Cette conception conduirait à utiliser les formules



pour les amides et anilides.

b. Ces formules peuvent être précisées davantage par l'introduction de l'hypothèse de la semi-valence monoélectronique de J. Perrin [1] et Mme P. Ramart-Lucas [2]; on obtient les schémas électroniques suivants :



c. Mais il est certain que ces schémas électroniques *statiques* ne représentent pas la nature intime de ces liaisons interatomiques [3] et que l'on doit rechercher une interprétation *dynamique* qui rende compte notamment de l'absence de vibration (NH) ou (OH).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Adsorption de mélanges binaires d'acide acétique et de quelques alcools en solution aqueuse.* Note de M. **Raymond Amiot**, présentée par M. Delépine.

1. *Technique expérimentale.* — Poursuivant nos recherches sur l'adsorption des mélanges binaires par le charbon [4], nous avons étudié l'adsorption dans des solutions aqueuses renfermant de l'acide acétique et un alcool de la série grasse.

La solution additionnée de charbon (charbon animal Merck pour analyse), agitée et centrifugée est étudiée au moyen d'un réfractomètre interférentiel préalablement étalonné pour chaque substance. Dans le cas où une seule substance est dissoute, la mesure d'indice permet de connaître la concentration d'équilibre x de la solution et par suite la masse y de substance adsorbée; dans le cas d'une solution mixte, on peut connaître les masses y et y' d'acide et d'alcool adsorbés à partir d'une mesure réfractométrique et

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 557.
(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 561.
(3) G. Urbain, *Bull. Soc. chim.*, 2, 1935, p. 555.
(4) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 636.

d'une détermination acidimétrique sur la solution restante. Les concentrations des solutions sont exprimées en millimol. de substance dissoute par litre et les masses de substance adsorbée en millimol. par gramme de charbon. A la température moyenne de 18° et aux concentrations adoptées, toujours assez faibles ($< 0,4$ N), nous avons constaté qu'il ne se produit aucune éthérification appréciable pendant la durée des expériences.

2. *Adsorption pour une solution ne renfermant qu'une seule substance dissoute.* — Pour chacun des alcools étudiés, la concentration y de l'alcool dans le charbon est liée à la concentration d'équilibre x de la solution par la formule de J. Perrin que l'on peut mettre sous la forme

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{Ax} + \frac{B}{A}.$$

Les droites relatives aux divers alcools ont toutes sensiblement la même ordonnée à l'origine mais des coefficients angulaires différents. Les valeurs de A qui croissent avec l'intensité d'adsorption varient dans le même sens que les masses moléculaires, un alcool normal étant toutefois mieux adsorbé que ses isomères, comme le montrent les valeurs indiquées dans le tableau ci-dessous :

Alcools :	Méthyl.	Éthyl.	Isopropyl.	Propyl.	Isobutyl.	Butyl.	Isoamyl.
A......	0,004	0,013	0,045	0,077	0,25	0,33	0,77

A égalité de concentration, l'acide acétique est plus adsorbé que les alcools méthylique et éthylique mais moins adsorbé que les alcools suivants de la série.

3. *Adsorption dans la solution d'un mélange binaire.* — *a*. Pour des solutions ayant même concentration initiale C en acide et en alcool, la quantité y d'acide fixé varie avec la concentration commune et avec la nature de l'alcool, comme l'indique le tableau suivant :

	y.		
Nature de l'alcool.	C = 50.	C = 100.	C = 200.
Sans alcool..............	1,30	1,86	2,45
Méthylique..............	1,30	1,79	2,36
Éthylique...............	1,27	1,75	2,34
Isopropylique...........	0,99	1,29	1,58
Propylique..............	0,87	1,12	1,34
Isobutylique............	0,66	0,70	0,72
Butylique...............	0,50	0,52	0,56
Isoamylique.............	0,27	0,22	0,17

b. Laissant invariable la concentration de l'un des constituants, nous avons étudié l'influence qu'exerce une variation de la concentration de l'autre constituant sur les quantités d'acide (y) et d'alcool (y') adsorbées. Le tableau suivant donne les résultats relatifs au couple acide acétique (C) et alcool butylique (C'). Les résultats obtenus en associant à l'acide acétique les autres alcools ci-dessus énumérés sont analogues.

C.	C'.	y.	y'.	C'.	C.	y'.	y.
100	0	1,86	–	100	0	4,20	–
100	50	0,86	2,26	100	50	3,83	0,30
100	100	0,53	3,72	100	100	3,72	0,52
100	200	0,28	4,86	100	200	3,41	0,92

Résultats généraux. — Des résultats rassemblés dans les tableaux précédents et d'autres, dont le détail sera publié ailleurs, se dégagent les conclusions générales suivantes relatives à une solution aqueuse renfermant à la fois de l'acide acétique et un alcool de la série grasse sous de faibles concentrations :

a. Chacun des deux corps dissous est, à égalité de concentration, moins adsorbé que s'il était seul en solution.

b. L'ordre d'adsorbabilité des divers alcools étudiés est indépendant de la concentration en acide.

c. La présence d'un alcool entraîne une diminution de l'adsorption de l'acide acétique d'autant plus grande que l'alcool ajouté est lui-même plus adsorbable pris isolément.

d. La présence de l'acide acétique diminue également l'adsorption des divers alcools et cela d'autant plus que les alcools pris isolément sont moins adsorbables.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude d'une solution colloïdale préparée à partir des résines de résorcine et de formol.* Note de M. **Maurice Engeldinger**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. La résine obtenue par action du formol sur la résorcine [1] est blanche aussitôt après sa formation et soluble dans l'alcool; au contact des réactifs elle devient rose, puis rouge en perdant progressivement sa solubilité. La résine recueillie aussitôt après sa formation et lavée fournit une solution alcoolique de teinte jaune clair qui devient rouge sous l'influence de la

[1] Engeldinger, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 842.

lumière, mais qui peut être conservée pendant un temps très long dans l'obscurité dans des flacons à verre noir. On peut obtenir une suspension colloïdale de la résine en diluant dans 1 litre d'eau 6^{cm^3} de solution alcoolique à 100^g par litre. Cette suspension éprouve tout d'abord une évolution lente, comme permet de le reconnaître l'étude de la floculation par les électrolytes, mais devient et demeure stable après une huitaine de jours, à condition d'être conservée à l'obscurité.

2. Nous avons déterminé, suivant la méthode proposée par M. Boutaric, la concentration limite de divers électrolytes qui, dans le mélange à volumes égaux de la solution colloïdale et de la solution électrolytique, correspond à une floculation infiniment lente. En suivant au spectrophotomètre, pour $\lambda = 490^{m\mu}$, la variation du coefficient d'absorption en fonction du temps, on détermine la durée de floculation correspondant à des concentrations de plus en plus faibles de l'électrolyte dans les mélanges floculants. La courbe représentant la durée de floculation en fonction de la concentration électrolytique dans les mélanges, d'allure hyperbolique, présente une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées, dont l'abscisse α fait connaître la concentration électrolytique qui correspond à une floculation de durée infinie. On a ainsi obtenu

Pour................	ClK.	$ClNH^4$.	Cl^2Ba.	Cl^3Al.
α................	$19.10^{-3}N$	$15.10^{-3}N$	$3,3.10^{-3}N$	$0,16.10^{-4}N$

Le cathion constitue donc l'ion actif du sel et les granules colloïdaux sont électrisés négativement, ce que confirme le sens de leur transport par électrophorèse.

3. En étudiant la floculation produite par un même acide en solution de plus en plus diluée et mesurant électrométriquement le coefficient pH des mélanges floculants, nous avons pu suivre pour chaque acide la durée de la floculation en fonction du coefficient pH et déterminer la valeur de ce coefficient correspondant à une durée de floculation infinie. Voici, pour quelques acides, les valeurs du coefficient pH et de la concentration α relative à une floculation de durée infinie

Acide.	pH lim.	α.
Chlorhydrique....................	3,6	$5,2.10^{-5}N$
Sulfurique........................	3,4	5,5
Lactique..........................	3,28	216
Citrique..........................	3,27	37
Acétique..........................	3,25	1375
Tartrique.........................	3,25	217
Oxalique..........................	3,15	12

L'acide borique dont la solution saturée fournit un pH voisin de 4,2 ne détermine aucune floculation.

Les résultats précédents montrent bien que le radical de l'acide ne joue qu'un rôle secondaire dans la floculation; alors que les concentrations limites relatives à une floculation de durée infinie varient dans le rapport de 1 à 264, l'exposant pH de la concentration en ions H^+ varie seulement de 3,6 à 3,15.

4. M. Boutaric a signalé autrefois que l'addition à une solution colloïdale d'un électrolyte en quantité insuffisante pour en provoquer la floculation, peut ensuite protéger la solution contre l'action floculante de doses plus fortes du même électrolyte. Nous avons pu constater le même phénomène dans la floculation par ClLi de la solution colloïdale précédente. La concentration de ClLi qui, dans le mélange à volumes égaux de la solution colloïdale initiale A et de la solution électrolytique, correspond à une floculation de durée infinie, étant $\alpha = 1,1.10^{-2}$ N, nous avons, par mélange à volumes égaux de l'hydrosol A et d'une solution convenable de ClLi, préparé des hydrosols B où ClLi existe sous des concentrations inférieures à α, et suivi ultérieurement leur floculation par mélange à volumes égaux avec une solution de ClLi de concentration 0,06 N. Les nombres ci-dessous donnent les durées t de floculation en fonction de la teneur initiale τ en ClLi réalisée dans l'hydrosol B avant addition de la solution électrolytique floculante.

τ	0	0,1 α	0,125 α	0,250 α	0,5 α
t	7m	8m	13m	18m	8m

Ainsi, en ajoutant préalablement ClLi à la solution colloïdale, on augmente tout d'abord la durée de floculation déterminée par une même dose ultérieure de ClLi et par suite la stabilité vis-à-vis de ce sel, cette stabilité passant par un optimum lorsque la concentration initiale de ClLi dans le sol correspond environ à 0,25 α.

L'effet protecteur exercé par l'addition préalable de ClLi va d'abord en s'accentuant avec le temps qui s'est écoulé à partir de l'introduction du sel protecteur, passe par un optimum au bout d'environ 3 jours, puis s'atténue très lentement et finit par disparaître.

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des sulfates basiques de magnésium*. Note de Mme **Léone Walter-Lévy**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons montré que, par addition de petites quantités de carbonate ou de bicarbonate de potassium à une solution concentrée de sulfate de magnésium maintenue à l'ébullition, il y a précipitation du sulfatocarbonate basique de magnésium $4MgO, 2CO^2, SO^3, 7H^2O$ (1).

En prolongeant la durée de la réaction, ce sulfatocarbonate basique se transforme en un sulfate basique. Une série d'essais de durée variable a permis de suivre cette évolution. Les essais ont été effectués dans les conditions suivantes : à un litre d'une solution de sulfate de magnésium environ 4 fois normale, ont été ajoutés 100^{cm^3} d'une solution 2 fois normale de bicarbonate de potassium. Le mélange obtenu a été soumis à une ébullition et à une agitation mécanique prolongées pendant une durée qui a varié de 2 heures à 6 jours. Les précipités formés ont été longuement lavés à l'eau froide et séchés à l'air. Ils ont ensuite été étudiés par examen aux rayons X et par analyse chimique (Note citée).

Les résultats obtenus sont groupés dans le tableau ci-après, où les lettres D et S désignent les spectres caractéristiques du sulfatocarbonate et du sulfate basique. Ces résultats montrent que la composition des précipités obtenus reste à peu près constante au bout de 30 heures d'ébullition.

Nous avons vérifié en outre que les produits de la décomposition du sulfatocarbonate présentaient une composition constante en fonction de la concentration en sulfate de la solution mère. Nous donnons dans le même tableau les résultats relatifs à des solutions titrant environ 3,5, 3, 2,5 et 2 mol/lit de sulfate et 0,2, 0,14, 0,12, 0,10 de sel de potassium. Dans ces essais, la durée a été fixée à 48 heures.

L'existence des paliers de composition constante relatifs aux précipités de spectre caractéristique S, permet de fixer la formule du composé correspondant. Le rapport moléculaire CO^2/MgO tend vers zéro, le rapport SO^3/MgO vers la valeur 0,166 et le rapport H^2O/MgO est voisin

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, 1074.

de 1,33 [1]. Nous attribuerons donc au composé de spectre S, la formule $6MgO, SO^3, 8H^2O$.

Composition initiale du système en molécules par litre de solution.				Composition chimique.		
Sulfate de magnésium en mol./l.	Bicarbonate de potassium en mol./l.	Durée de la réaction.	Spectre de rayons X.	$\frac{CO^2}{MgO}$.	$\frac{SO^3}{MgO}$.	$\frac{H^2O}{MgO}$.
3,5	0,2	2 heures	D	0,499	0,249	1,68
»	»	24 heures	D+S	0,333	0,212	1,59
»	»	30 heures	S	0,022	0,163	1,27
»	»	36 heures	S	0,027	0,164	1,31
»	»	2 jours	S	0,013	0,163	1,36
»	»	3 jours	S	0,009	0,162	1,27
»	»	6 jours	S	0,020	0,162	1,30
3	0,14	2 jours	S	0,020	0,161	1,26
2,5	0,12	»	S	0,023	0,161	1,29
2	0,10	»	S	0,003	0,161	1,29
	Carbonate de potassium					
2,5	0,12	2 jours	S	0,020	0,161	1,28

En substituant le carbonate au bicarbonate dans le mode opératoire précédemment décrit, nous avons obtenu des résultats identiques (voir tableau), ce qui s'explique aisément puisque le premier stade de la réaction est encore le même : formation de sulfatocarbonate basique.

L'action des solutions de sulfate de magnésium très concentrées sur l'hydromagnésite $5MgO, 4CO^2, 5H^2O$ et la magnésie $Mg(OH)^2$ donne le même sulfate basique.

Enfin ce composé peut encore être obtenu par action de la potasse sur les solutions concentrées de sulfate de magnésium, au cours d'essais de longue durée [2].

Dans ces derniers essais la réaction devient analogue à celle décrite par J. Thugutt [3] qui a maintenu de 31 à 55 heures, à 200°, un mélange de soude, de sulfate de magnésium et d'eau, et a décelé l'existence d'un sulfate basique $7MgO, SO^3, 9H^2O$. Nous avons répété un des essais

---

(1) Il tendrait vers 1,77 à 150°; la formule deviendrait alors $6MgO, SO^3, 7H^2O$.

(2) Dans les essais de courte durée, le sulfate basique $4MgO, SO^3, 11H^2O$ cristallise par refroidissement à côté du sel $SO^4Mg, 7H^2O$.

(3) *Zeit. anorg. Chem.*, 2, 1892, p. 149.

mentionnés par Thugutt. Le diagramme de rayons X de la préparation obtenue a montré que la phase dominante est constituée par le sulfate basique dont nous venons d'établir l'existence et la formule.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Oxydes organiques dissociables et structure anthracénique. Propriétés du photooxyanthracène.* Note [1] de MM. **Charles Dufraisse** et **Marcel Gérard**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le photooxyanthracène, I, dont nous avons récemment fait connaître l'existence [2] est doué d'une grande réactivité, comme déjà le donnaient à soupçonner ses propriétés explosives.

a. Il attaque à froid l'iodure de potassium en libérant de l'iode en quantités peu éloignées de celles qui correspondent à un atome d'oxygène. Les valeurs trouvées sont même assez constantes pour faire la base d'une méthode approximative de dosage de l'oxyde; nous nous en sommes servis pour la mise au point de sa préparation.

Cependant, cette réduction par l'iodure est plus compliquée chimiquement que l'enlèvement pur et simple d'un atome d'oxygène, d'où devrait résulter l'anthranol, II, ou son desmotrope transannulaire, l'anthrone, III. Il apparaît d'autres produits, formés sans doute par isomérisation du peroxyde, puis autoxydation consécutive par l'air.

Avant d'entreprendre d'élucider plus avant ce processus, nous avons étudié des réactions susceptibles de l'éclairer : ce sont celles qui ont lieu sans changement de l'état d'oxydation de la molécule.

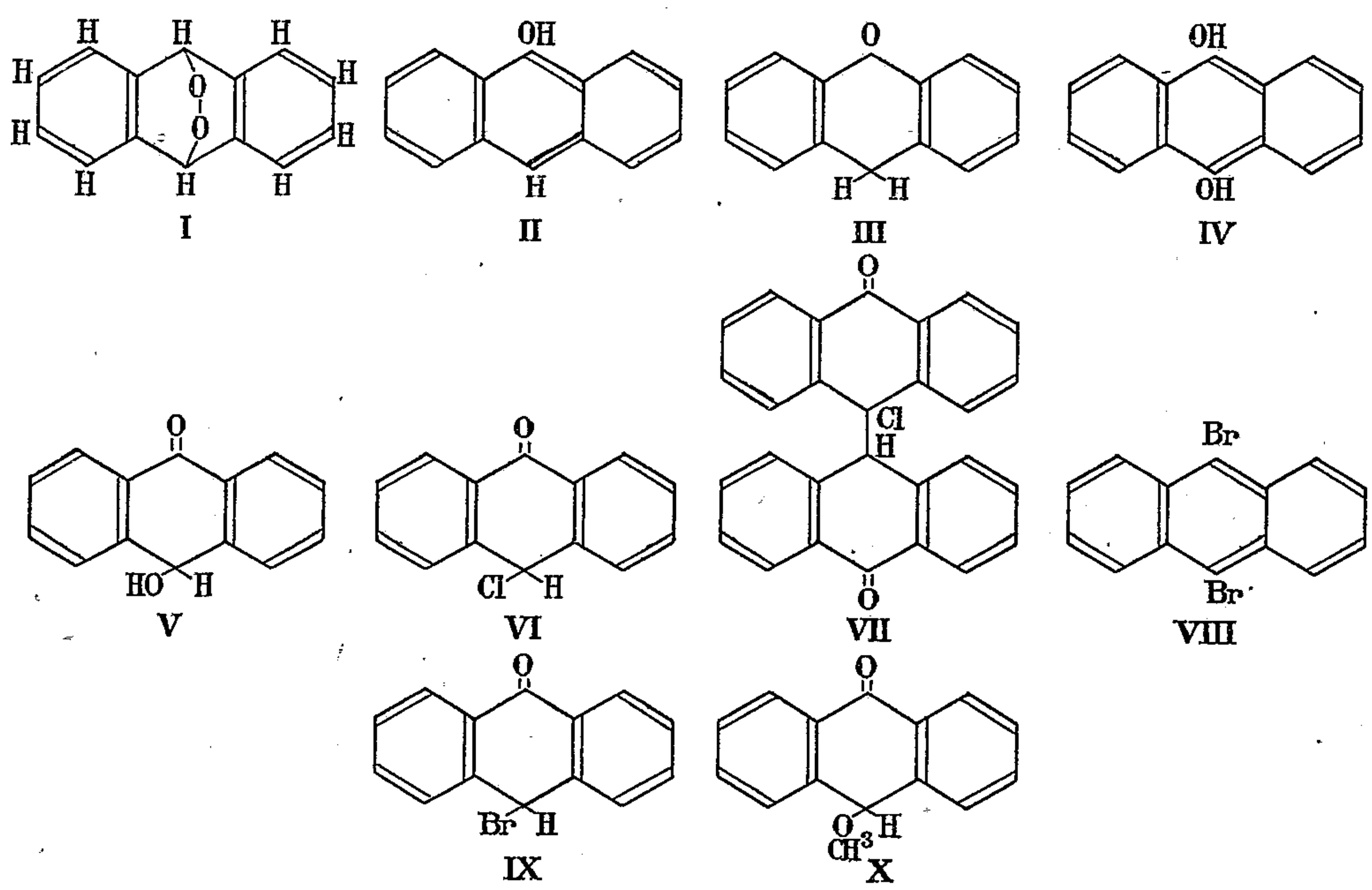
b. Dans le photooxyanthracène, le degré d'oxydation de l'hydrocarbure est le même que celui de l'anthrahydroquinone, IV, ou du desmotrope transannulaire, l'oxanthrone, V. Nous avons réussi à passer, avec une grande netteté, à plusieurs dérivés de ces corps, sous l'influence des hydracides.

L'acide chlorhydrique se fixe sur le photooxyanthracène, avec départ d'eau, pour donner la chloranthrone $C^{14}H^{9}OCl$, VI.

Quand nous avons voulu identifier ce corps, nous avons reconnu que les données de la bibliographie le concernant devaient être rectifiées. La chloranthrone se forme bien, comme l'indique Matthews [3], dans l'estérifica-

(1) Séance du 18 mai 1936.
(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 428.
(3) *Chem. Soc.*, 1926, p. 236.

tion de l'oxanthrone, V, par ClH; mais elle est bien moins stable que l'auteur ne paraît l'avoir soupçonné. Elle abandonne, avec facilité, une demi-molécule d'hydracide, en passant à un composé, qui n'avait pas encore été décrit, la chloro-10-dianthrone $C^{28}H^{17}O^{2}Cl$, VII. Instantanée à la température de fusion 165°, la transformation se fait avec une vitesse déjà notable à 100°. En sorte que, si l'on fait un étuvage pour priver les cristaux de solvant, on constate bien une perte de poids, mais elle est



due surtout au départ de ClH : le résidu ne renferme plus que le produit de doublement de la molécule.

Quand elle n'a pas été chauffée au préalable, la chloranthrone fond instantanément sur le bloc vers 165°, avec légère effervescence, puis le liquide se resolidifie aussitôt en une masse cristalline grisâtre de chloro-10-dianthrone, qui fond, en prenant une teinte noire intense, aux environs de 235°.

En conséquence le point de fusion 225°, antérieurement attribué à la chloranthrone doit être considéré comme celui d'une matière partiellement transformée en chlorodianthrone.

On trouve les mêmes caractères pour le corps formé à partir de notre peroxyde et pour celui qui résulte de l'ancienne technique de préparation

de la chloranthrone, ce qui prouve que les deux procédés aboutissent à un seul et même composé.

L'acide bromhydrique, suivant son état de concentration, transforme le peroxyde en dibromanthracène, $C^{14}H^8Br^2$, VIII, ou en bromanthrone, $C^{14}H^9OBr$, IX, identiques aux corps obtenus en bromant respectivement l'anthracène (¹) ou l'anthrone (²).

Il est facile de passer des halogénoanthrones à l'oxanthrone, $C^{14}H^{10}O^2$, V, et à la méthoxy-10-anthrone, $C^{15}H^{12}O^2$, X. Ce dernier corps convient particulièrement aux opérations précises d'identification, à cause de son point de fusion parfaitement défini et très sensible aux moindres impuretés (103-104°) : nous n'avons pas manqué de le préparer à partir de nos deux anthrones halogénées, qui se trouvent ainsi définitivement caractérisées.

En résumé, par ses transformations chimiques, le photooxyanthracène se place à côté de l'anthrahydroquinone et de l'oxanthrone, dont il est l'isomère, mais il s'en écarte par son pouvoir oxydant, dû à sa fonction peroxydique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les pyronènes*. Note de MM. **Georges Dupont** et **Raymond Dulou**, présentée par M. Robert Lespieau.

Nous avons signalé (³) l'existence, parmi les produits de pyrogénation du pinène à 350°, d'une forte proportion (50 pour 100 environ) de carbures terpéniques d'un type nouveau, les *pyronènes*. Nous avons montré que ces corps, caractérisés par des spectres Raman très nets, étaient des tétraméthyl-1.2.3.3-cyclohexadiènes.

Nous apportons aujourd'hui quelques résultats nouveaux qui nous permettent de montrer l'individualité chimique de ces corps et d'affirmer la présence, dans leurs formules, de deux doubles liaisons conjuguées. Cette présence est prouvée par les faits suivants :

1° Les spectres Raman de ces corps présentent des raies de doubles liaisons de très forte intensité dont la fréquence est très basse (1595 pour la raie fortement dominante des deux spectres);

2° L'hydrogénation par le sodium et l'alcool est difficile mais s'obtient

(¹) *Organ. Synth.*, **3**, p. 41.
(²) K. H. Meyer, *Lieb. Ann.*, **379**, 1911, p. 62.
(³) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 219.

cependant par des traitements répétés; elle entraîne un affaiblissement progressif de la raie 1595 et l'apparition, pour les deux carbures, d'une raie de fréquence plus élevée (1671) caractérisant une double liaison intranucléaire sur carbone tertiaire.

L'hydrogénation en présence du nickel de Raney, par agitation à froid et sous la pression ordinaire, s'arrête après la fixation de 2 atomes d'hydrogène : par cette hydrogénation partielle, la raie 1595 disparaît dans les deux carbures. Le pyronène α conduit visiblement à un mélange de trois carbures éthyléniques [caractérisés par les raies 1673 (a. n. 8), 1658 (a. n. 5) et 1647 (a. n. 8)] et le pyronène β à un mélange de deux carbures [raies 1673 (a. n. 20), attribuable pour une part à du carvomenthène, et 1648].

Avec le platine, si l'on arrête l'hydrogénation après fixation d'une molécule d'hydrogène par molécule de pyronène, on obtient, avec l'α-pyronène, un dihydrure semble-t-il assez pur caractérisé par les raies Raman :

630 (n. 6), 666 (n. 6), 841 (a. n. 4), 998 (a. n. 5), 1264 (fl. 2) 1377 (n. 6), 1674 (fl. 10).

Ce carbure se retrouve, mêlé de carvomenthène, dans le produit d'hydrogénation du β-pyronène. On le retrouve également, généralement dominant, dans les spectres des produits d'hydrogénation par le sodium ou par le nickel.

3° Enfin la conjugaison des doubles liaisons des pyronènes a été mise hors de doute par la réalisation, avec ces corps, de quelques *synthèses diéniques* (¹).

Pour ces essais, nous avons utilisé des pyronènes inactifs dérivant, par isomérisation, du *i*-pinène (obtenu par mélange de pinènes gauche de Bordeaux et droit d'Alep). En réduisant ainsi la complexité des mélanges, cette opération nous a permis d'obtenir, avec parfois d'excellents rendements, des dérivés cristallisés caractéristiques.

a. L'*acroléine* donne, par chauffage en tubes scellés à 110° (3 heures), des combinaisons à fonctions aldéhydiques auxquelles l'analyse assigne la même formule brute $C^{12}H^{19}CHO$.

Avec les fractions riches en β-pyronène, le rendement en produit aldéhydique est voisin de 50 pour 100. Voici ses caractéristiques :

Éb. 123°/15; $n_D^{20} = 1{,}4919$; $d_{20} = 0{,}973$; $R_M = 57{,}24$ (calc. 57,38). Raies Raman principales : 147 (a. n. 2), 548 (fl. 3), 602 (a. n. 4), 714 (f. 2), 887 (fl. 2), 940 (a. n. 4), 1006 (fl. 3), 1142 (fl. 3), 1208 (fl. 3), 1237 (fl. 2), 1384 (fl. 4), 1433-1470 (b. 10), 1646 (a. n. 6), 1721 (a. n. 8). Semicarbazone fondant à 209-210°.

(¹) Diels et Alder, *Lieb. Ann.*, 470, 1929, p. 85.

Avec les fractions riches en α-pyronène le rendement ne dépasse guère 10 pour 100 et le produit obtenu se comporte comme un mélange du corps précédent (que l'on peut considérer comme provenant du β-pyronène contenu) et d'une autre aldéhyde, en proportions comparables, caractérisée en particulier par les raies spectrales 1116 (fl. 3), 1184 (a. n. 3), 1270 (fl. 2) et 1627 (a. n. 10).

Ce mélange donne une semicarbazone fondant (mal) à 204-205°.

b. L'*anhydride maléique* donne, par chauffage en solution benzénique pendant 24 heures au reflux, puis hydrolyse par la soude de l'anhydride obtenu, des diacides de formule $C^{12}H^{18}(CO^2H)^2$, fondant respectivement à 195° pour le dérivé α et 154° pour le dérivé β.

Signalons, pour terminer, que nos essais en vue d'obtenir, par d'autres voies, des dérivés caractéristiques cristallisés des pyronènes ont échoué, sauf cependant dans l'obtention d'un nitrosochlorure, fondant à 103°, à partir de l'α-pyronène.

Nous espérons pouvoir bientôt préciser complètement les formules développées des pyronènes.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur le polymorphisme du pentaborate de potassium* $5B^2O^3.K^2O$. Note [1] de M. **A. P. Rollet**, présentée par M. Georges Urbain.

I. Le mélange fondu, de composition $5B^2O^3.K^2O$, donne au refroidissement des cristaux incolores se présentant quelquefois en longues aiguilles (1 à 2cm). Cette espèce chimique, que je désigne par α, fond à 780°. Ce point de fusion se confond, aux erreurs d'expérience près, avec un point de transition [2]. En effet, à 780° se produit l'équilibre

$$5B^2O^3.K^2O\,\alpha \rightleftharpoons \text{liquide} + 4B^2O^3.K^2O.$$

Après recuit à une température inférieure à 720°, on constate que la masse cristallisée a pris un aspect blanc et mat. Une nouvelle variété (β) s'est formée en cristaux très fins dans la masse solide.

La transformation α → β demande en présence de germes, vers 700°, une douzaine d'heures pour être complète. En l'absence de germes, la

(1) Séance du 25 mai 1936.

(2) Rollet, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1763.

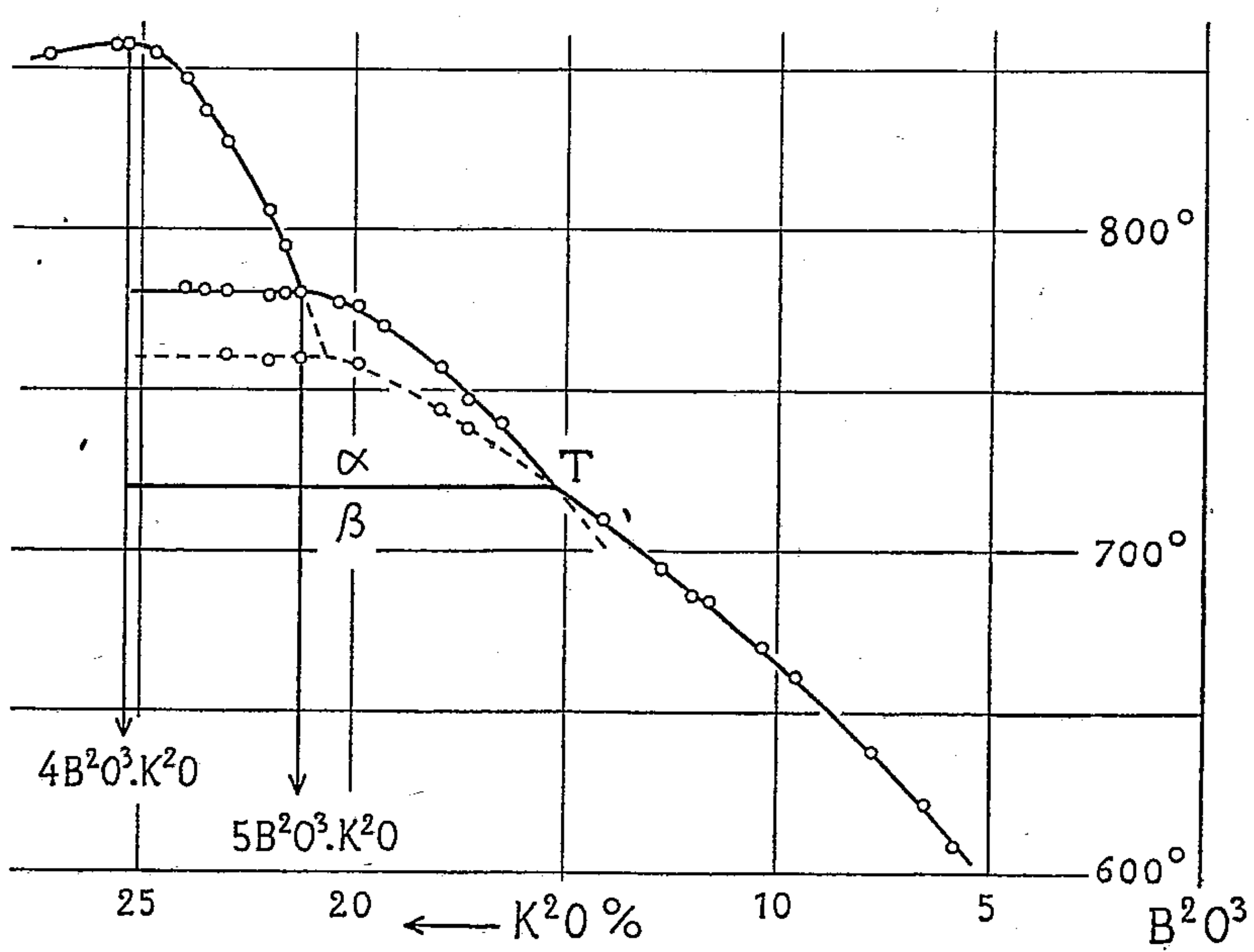
transformation commence au bout d'un temps variable quelquefois très long (un mois pour une expérience).

L'analyse thermique (¹) de la forme β montre un palier très net à 760 ± 3°, et entre 778 et 783° une petite brisure de la courbe.

A 760° on est en présence de la réaction

pentaborate β → liquide + tétraborate,

qui correspond à un équilibre (transition) métastable. Le petit phénomène thermique qui se produit vers 780° est la fusion finissante du tétraborate.



J'ai repris l'étude du diagramme d'équilibre (*loc. cit.*) du système binaire : $B^2O^3 - K^2O$, entre les compositions 0 et 26 pour 100 en K^2O, en tenant compte de la nouvelle variété β (figure). La méthode de travail est celle qui a déjà été décrite dans la Note citée.

J'ai pu faire cristalliser le pentaborate de potassium dans des mélanges allant jusqu'à : $K^2O = 5$ pour 100. Il faut alors, pour obtenir une brisure nette sur la courbe d'échauffement donnée par l'analyse thermique, procéder à des recuits dépassant une durée d'un mois.

(¹) Courbe d'échauffement : température en fonction du temps.

On distingue au point T sur le diagramme (figure) une brisure du liquidus, qui marque l'équilibre $\alpha \rightleftharpoons \beta$.

Cet équilibre se produit à la température de $720 \pm 5°$. C'est en effet au-dessous de cette température que la variété α se transforme en β, alors qu'au dessus de 720° cette transformation n'a pas lieu. Vers 725° on peut obtenir au contraire la transformation $\beta \rightarrow \alpha$ après un recuit de 30 heures.

A l'examen aux rayons X, méthode de Debye et Scherrer, les deux variétés α et β présentent des diagrammes très différents ([1]).

II. Le polymorphisme du pentaborate de potassium ne se limite pas aux deux formes α et β.

Après recuit en dessous de 690° les cristaux incolores du pentaborate α prennent, en présence de germes, un aspect blanc qui rappelle la variété β. Cependant l'analyse thermique donne un beau palier à $742 \pm 3°$. Il s'agit d'une nouvelle variété γ.

L'équilibre (métastable) $\alpha \rightleftharpoons \gamma$ a lieu à $690° \pm 7°$. Entre les températures de 720° et de 500° c'est la variété β qui est stable. Pour les températures plus basses il est encore difficile de se prononcer en raison de la lenteur des transformations. Il est possible d'ailleurs que la forme γ soit métastable à toutes les températures.

III. Quand on déshydrate l'espèce chimique $5B^2O^3.K^2O.8H^2O$ (cristaux orthorhombiques), on obtient vers 280° ([2]) une masse amorphe, ainsi que le montre l'examen aux rayons X.

Un recuit vers 600°, sans introduction de germes, fait cristalliser cette masse; on se trouve alors en présence de l'une des trois variétés cristallisées. Un recuit très court (2 jours) donne en général la variété γ; un recuit prolongé (1 mois) donne β.

En résumé : le pentaborate de potassium anhydre se présente sous la forme de trois variétés cristallines (α, β, γ). C'est la variété α qui est stable au point de fusion (780°).

La transformation $\alpha \rightleftharpoons \beta$ (équilibre stable) se fait à 720°. La transformation $\alpha \rightleftharpoons \gamma$ (équilibre métastable) se produit à 690°.

Je n'ai pas encore observé l'équilibre possible $\beta \rightleftharpoons \gamma$.

([1]) L'examen a été fait par M. R. Fritz.

([2]) La déshydratation est complète au bout de quelques heures.

GÉOLOGIE. — *Sur le Lias de l'extrémité septentrionale du Moyen Atlas.* Note [1] de M. **Philibert Russo**, présentée par M. Charles Jacob.

On admettait jusqu'à présent que, dans la plus grande partie du Maroc oriental, le Domérien marque le début de la transgression liasique. Cependant j'avais signalé déjà la présence de Sinémurien probable vers Debdou, mais avec seulement deux espèces, ce qui pouvait paraître insuffisant. D'autre part, j'avais attribué au Sinémurien la série des calcaires bleu ou gris, souvent riches en rognons de silex, qui se poursuivent dans tout le Maroc oriental au-dessous du Toarcien et du Charmouthien, mais aucune détermination paléontologique n'avait pu être faite, soit par absence de fossiles, soit par insuffisance de conservation de ceux récoltés [2].

Au cours d'une récente étude au Nord de Bechyine, M. P. Fallot et moi avons recueilli une faune assez abondante pour permettre d'être affirmatif sur la présence en cette région du Pliensbachien fossilifère, reposant sur les assises grises à silex, de telle sorte qu'il y a les plus grandes chances pour que la série y soit continue depuis le Sinémurien.

De plus, à l'Ouest de Taourirt, au Djebel Tirremi, dans des assises calcaires que j'attribuais au Lias antétoarcien sans pouvoir préciser davantage, nous avons eu la bonne fortune de découvrir un gisement exigu, mais riche de fossiles domériens, faisant la liaison entre le Domérien des Beni Snassen et celui des monts du Sud du couloir Taza-Oujda.

Voici la liste des espèces recueillies, et déterminées par MM. Gérard et P. Fallot.

1° *Région au Nord de Bechiyne.* — *a*. Est de Mrabtine : IV. Couches marno-calcaires gris clair. III. Couches marno-calcaires : *Grammoceras* cf. *Normannianum* d'Orb. sp., *Deroceras venustulum* Dumortier sp. II. Couches calcaires : *Liparoceras Bechei* Sow. sp., *Lytoceras lineatum* Quenstedt, *Tropidoceras calliplocum* Gem. sp. (Les couches II et III représentent le Domérien à affinités italiennes.) I. Couches marno-calcaires gris foncé : *Lytoceras lineatum* Quenstedt, *Tropidoceras erythrœum* Gem. sp., *Trop. demonense* Gem. sp., *Trop. calliplocum* Gem. sp., *Trop. Zancleanum* Gem. sp., *Trop. Masseanum* d'Orb. sp. (La couche I représente le Pliensbachien.)

b. Djebel Azekkour : IV. Assises marneuses gris verdâtre avec faune du Toarcien

---

(1) Séance du 25 mai 1936.

(2) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e *série*, 30, 1930, p. 1121-1159; *Études et Observations géologiques sur la Méditerranée occidentale*, 4, n° 1, part. I, 3 mai 1931.

antérieurement décrite. III. Assises calcaires : *Protogrammoceras Curionii* Fuc., *Prot.* cf. *Curionii* Fuc., *Prot. Marianii* Fuc., *Prot. celebratum* Fuc., *Hildoceratoides Portisi* Fuc., *Harpoceras denseornatum* Fuc. (Les assises III représentent le Domérien.) II. Assises marno-calcaires : *Lytoceras fimbriatum* Sow. sp., *Lyt. lineatum* Quenst., *Harp.* cf. *Coquandi* Reyn. sp., *Deroceras densinodum* Quenst. sp. (= *armatum densino-dum* Quenst.), *Tropidoceras Actaeon* d'Orb. sp. (Les assises II sont pliensbachiennes). I. Calcaires massifs gris, à silex, sans fossiles.

2° *Région à l'Ouest de Taourirt.* — Djebel Tirremi : Calcaires gris : *Lytoceras* sp., *Protogrammoceras celebratum* Fuc., *Prot. Normannianum* d'Orb. sp., *Prot. Marianii* Fuc., *Hildoceratoides Portisi* Fuc., *Hild. volubile* Fuc., *Hild.* cf. *Bonarellii* Fuc., *Hild. Bastianii* Fuc., *Pseudolioceras Pantanellii* Fuc., *Proleioceras Fieldingi* Reyn., *Harpoceras denseornatum* Fuc.

GÉOLOGIE. — *Découverte du Crétacé en Indochine.* Note (¹) de M. **Josué-Heilmann Hoffet**, présentée par M. Charles Jacob.

Ayant eu à reprendre, pour des fins minières, l'étude des formations subcontinentales (Indosinias) du Bas Laos, j'ai pu faire, au cours d'une campagne de quatre mois, des levers de détails qui apportent des données nouvelles sur la stratigraphie de ces terrains.

C'est ainsi qu'il m'a été donné de trouver, dans un rayon de 30 kilomètres autour de Muong Phalane, de nombreux gisements de Lamellibranches et des restes de Dinosauriens. La bibliographie fort restreinte dont je dispose ne m'a pas permis la détermination complète de cette faune. Néanmoins les Trigonies, qui sont d'une conservation parfaite, se rapprochent de *Trigonia sultan Uisi* A. D. Arkhanguelsky [2] ou encore de *Trigonia V scripta* F. L. Kitchin [3], formes du Crétacé.

Les autres Lamellibranches appartiennent aux genres *Gonyomya, Myopholas*, *Ostrea* et ont une ornementation fort typique, mais qu'il m'a été impossible de retrouver dans les ouvrages à ma disposition.

Parmi les ossements recueillis se trouvent des bases de fémurs, ayant une fosse intercondylienne antérieure très marquée, presque fermée, qui peuvent être rapprochées de celles de *Mandchurosaurus mongoliensis*,

(1) Séance du 8 mai 1936.

(2) *Mém. Comité Géol.*, nouv. série, 152, Leningrad, 1916, p. 32, Pl. V, fig. 1.

(3) *Palaeontologia Indica*, 9ᵉ série, 3, Part II, Calcutta, 1903, p. 70, Pl. VIII, fig. 1-3.

C. W. Gilmore [1] tant par les dimensions que par la forme très spéciale de cette fosse intercondylienne, caractéristique des *Hadrosauridés* du Crétacé supérieur. Un fragment d'ilion de très grande taille a la courbure de celui des *Camarasauridés*. Du groupe des *Stégosaures* peut être rapproché une épine dermale. Il est à noter que des représentants de tous ces groupes de Dinosauriens sont connus aux Indes, en Sibérie, en Mandchourie et en Chine.

Ces déterminations ne sont que provisoires et seront précisées lors de mon prochain séjour en France. Il n'en reste pas moins que les *Trigonies de grande taille, à chevrons*, et la présence des *Hadrosauridés* indiquent le Crétacé, à quoi d'autres considérations apportent encore une certaine confirmation :

1° Les terrains de Muong Phalane sont composés de terrain rouge avec intercalations de calcaires, de grès roses, rouges ou blancs; topographiquement ils se trouvent au centre d'une cuvette, dont les bords septentrionaux et orientaux sont formés par la chaîne du Pou Sang Hé qui plonge avec ses grès supérieurs vers Phalane. On sait que les grès supérieurs sont considérés en Indochine comme au moins liasiques et peut-être jurassiques. Les terrains de Phalane les recouvrent.

2° De même qu'en Europe, le Cénomanien marque en Extrême-Orient l'apogée de la transgression du Secondaire supérieur et il n'y a rien d'étonnant qu'elle ait recouvert une partie de l'Indochine.

3° Ces découvertes nous rapprochent des hypothèses émises par les explorateurs du Siam [B. Höghom [2] et W. Credner [3]] qui font monter les grès et terrains rouges du Plateau de Korat bien au delà du Jurassique.

En 1931, lors de précédents voyages [4] j'avais recueilli dans les grés des rapides de Kemmarat un fragment d'os long, et près d'Attopeu, dans un terrain rouge, des fragments de côtes, le tout indéterminable. Il est probable qu'on a là aussi des restes de Dinosauriens et que les formations crétacées s'étendent au Sud jusqu'à Attopeu et à l'Ouest au delà du Mékong vers le Plateau de Korat.

Pour résumer, nous sommes en présence d'une mer épicontinentale à

---

(1) *Bull. Amer. Mus. Nat. Hist.*, 67, Art. II, New-York, 1933, p. 41 et suiv., Pl. VII, fig. 2 et 3.

(2) *Bull. Geol. Int.*, 12, Upsala 1913, p. 65-127.

(3) *Siam*, Stuttgart, 1935, p. 26.

(4) *Bull. Serv. Géol. Indochine*, 20, II, Hanoï, 1933, p. 93-94.

caractère lagunaire vaseux, habitat, d'après C. Wiman (¹), des *Hadrosaures*, se trouvant en bordure d'un continent. En divers points (Keng Kok, Ban Lao) cette mer a laissé des dépôts de sel, en d'autres (Dong Hen) des masses considérables de gypse. *Son âge*, indiqué par les Trigonies et les Hadrosaures, *est crétacé*, *probablement cénomanien*.

GÉOLOGIE. — *Flore, faune et origine des pépérites du puy de Mur* (*Limagne d'Auvergne*). Note de M. **Aimé Rudel**, transmise par M. Charles Jacob.

Les pépérites sont des tufs volcaniques singuliers, que l'on trouve toujours étroitement liés aux formations lacustres oligocènes de la Limagne. Leur origine a fait l'objet de longues controverses. Des observations nouvelles, dues en 1927 à A. Lacroix et F. Blondel (²) en Indochine, nous ont servi de guide pour reprendre la question sur des bases plus précises. Nous avons fait au puy de Mur, près de Pont-du-Château, les observations suivantes :

1° Près du col entre Mezel et Vertaizon, des randannites reposent exactement sur le toit d'un banc pépéritique. La partie supérieure des pépérites est pétrie de très petites diatomées circulaires appartenant à l'espèce *Melosira minuta*. La randannite est constituée d'abord, en majeure partie, par des *Melosira* de plus grande taille. Au-dessus se développe une exubérante florule décrite par P. Gautier et F. Héribaud.

2° Sur le flanc du puy dominant Chignat, les pépérites stratifiées sont recouvertes par des calcaires siliceux en plaquettes. Presque sur le délit séparant les pépérites des calcaires, nous avons recueilli des empreintes végétales déterminées par P. Marty (³). Ce sont des feuilles de camphrier : *C. Scheuzeri*, *C. Buchi*, *C. polymorphum*, accompagnées de *Podogonium* sp., *Salix angusta*. D'autres restes végétaux ont été trouvés dans une situation identique dans les carrières de Dallet. Ces formes appartiennent à la flore oligocène déjà décrite dans les sédiments de la région.

3° Sur le flanc sud-est du puy, à la corniche de Jallat, nous avons récolté au sein de la masse même des pépérites des coquilles parfaitement conservées d'*Helix Ramondi*.

(¹) *Palaeontologia Sinica*, série C, 6, I, Peiping, 1929, p. 58.

(²) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1145.

(³) P. Marty et A. Rudel, *Revue Hist. nat. Auvergne*, 1, 1935, p. 152.

4° Les pépérites du puy de Mur sont parfaitement interstratifiées dans les calcaires, au toit comme au mur. Toutefois, dans les anciennes carrières dominant Vertaizon, on peut voir que les pépérites ravinent nettement leur substratum.

Ces observations établissent que les pépérites font partie intégrante du complexe sédimentaire oligocène, tant par leur florule, leur faune que par leurs conditions de gisement. Ce sont des *formations pyroclastiques sous-lacustres*.

Il y a lieu d'ajouter que les pépérites stratifiées que nous venons de décrire passent latéralement à des faciès brechiques, accompagnés de sills et de pillow-lavas, toujours disloqués (Vertaizon, puy Saint-Romain, etc.). On peut penser que ces parties représentent les centres d'émission volcanique sous-lacustres, dont les produits donnaient naissance plus loin, par sédimentation, aux pépérites stratifiées et fossilifères.

GÉOLOGIE. — *Sur la paléogéographie de la région de Nemours (Algérie).* Note de M. **Marcel Gautier**, transmise par M. Charles Jacob.

J'ai donné [1] une description stratigraphique rapide de la région; voici quelques observations d'ordre paléogéographique.

Pour la clarté de l'exposé, on convient d'appeler : zone I, la partie correspondant à la Chaîne du Fillaoussene; zone II, celle qui groupe le Massif de Traras et le Bassin de Bab-el-Assa; enfin zone III, celle des Reliefs côtiers. Ces zones dirigées sensiblement Est-Ouest, se succèdent du Sud au Nord.

Dès le Trias, on note une différenciation importante. Des dépôts rouges, détritiques, sans gypse, s'installent sur la plus grande partie de la région (zones I et II); cette formation peut être considérée comme d'origine continentale. Au contraire, à la bordure septentrionale du massif paléozoïque émergé, des lagunes couvrent la zone III; il s'y dépose les faciès gypseux du Trias de type germanique. Localement, sur la zone II et à la limite nord de la bosse granitique de Nedroma, s'accumule une formation détritique qui, dépourvue de fossiles, fait penser à une formation d'embouchure beaucoup plus qu'à un dépôt marin.

Au Lias, les conditions paraissent assez uniformes : la sédimentation est partout calcaire et les fossiles révèlent une mer peu profonde; la lacune d'une partie du Lias inférieur est probable. Une nouvelle différenciation se dessine avec le Lias supérieur :

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1800.

celui-ci est marneux dans toute la zone I et les *Phylloceras* et les *Lytoceras* constituent plus de 50 pour 100 des faunes; sur la zone II, la sédimentation est franchement calcaire, et la proportion de *Phylloceras* et des *Lytoceras* est remarquablement faible (moins de 5 pour 100); ces dépôts moins profonds semblent s'étendre vers le Nord et englober au moins la bordure de la zone III.

Le Bajocien redevient calcaire et même néritique dans tout le Fillaoussène; il doit manquer sur la zone II et nous n'avons pas pu le reconnaître dans la zone III; quoi qu'il en soit, il est probable que le Bajocien doit être marqué par une diminution générale de la profondeur des eaux.

Au Bathonien, on retrouve pour la dernière fois des conditions assez générales; la mer doit être profonde partout; tous les dépôts sont fins et ils contiennent toujours en abondance des Posidonies; les faunes d'Ammonites recueillies tant sur I que sur II comportent une très forte proportion de *Phylloceras* et de *Lytoceras* (plus de 75 pour 100); sur III, la formation schisteuse a commencé à se déposer.

Avec le Callovo-Oxfordien, les dépôts sont encore profonds, mais ils sont déjà plus gréseux sur la zone II; l'émersion de cette zone paraît amorcée et doit se produire rapidement; dorénavant, et au moins pour la région qui nous occupe, la mer de la zone I sera séparée de celle de la zone III par une terre émergée.

Cette mer du Fillaoussène va d'ailleurs voir, dès la base du Lusitanien, sa profondeur décroître; l'étude détaillée des variations de niveau et d'extension de l'horizon coralligène du Séquanien donne de précieuses indications sur l'évolution de cette zone en voie d'émersion; mais ces considérations ne trouvent pas place dans ce rapide exposé. On notera que le Jurassique ne s'achèvera pas sans que la zone I soit entièrement exondée.

Il n'en va plus de même pour la zone III où, pendant tout le Secondaire, va se poursuivre une sédimentation bathyale, donnant une énorme accumulation de schistes souvent lustrés; cependant, vers le sommet du Crétacé, on revient, avec une transgression sensible de la mer sur la bordure septentrionale de la zone II (marnes schisteuses noires à débris d'Inocérames des Beni Kraled), à des dépôts moins profonds. Est-ce l'amorce de l'émersion rapide de la zone III se produisant à la fin du Crétacé? Je suis porté à le croire car, malgré de longues recherches, je n'ai jamais trouvé la moindre trace de Nummulitique dans la région; ce terrain existe pourtant immédiatement à l'Est, dans la vallée de la Tafna, et je connais bien ses faciès; en l'état actuel de mes recherches, je considère la région de Nemours comme émergée pendant le Nummulitique et je note qu'il existe un rivage certain des mers de cette époque à la limite orientale de cette région.

Au Miocène inférieur, la mer envahit la plus grande partie du pays (zone II et partie méridionale de la zone III); le Fillaoussène reste émergé, tandis que la Plaine des Angad est aussi sous la mer burdigalienne.

A la fin du Burdigalien interviennent des phénomènes tectoniques qui seront étudiés ultérieurement; leur résultat essentiel est la surrection des Reliefs côtiers; en conséquence, le domaine de l'Helvétien, légèrement repoussé vers le Sud, se trouve réduit à la dépression de Bab-el-Assa; la mer miocène se montrera rapidement régressive et, dès le sommet de l'Helvétien, nous aurons des formations lacustres, puis continentales.

Cependant, à la bordure septentrionale des jeunes reliefs, la mer revient dès le Tortonien et laisse les dépôts grossiers et zoogènes qui bordent le littoral actuel; le reste est sans histoire.

J'ai donc, pour le Secondaire, mis en évidence l'existence de trois zones paléogéographiques :

1° au Sud (zone I), un bassin jurassique qui, dès le Lusitanien, évolue vers l'émersion;

2° au Centre (zone II), un bombement géanticlinal constitué par du Paléozoïque figé (horst); la série secondaire y est réduite à la première moitié du Jurassique, et encore avec des lacunes;

3° au Nord (zone III), une véritable fosse de subsidence où s'accumule à partir du Jurassique moyen, et pendant tout le Secondaire, une importante série compréhensive.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude de la lumière diffusée par les particules en suspension dans l'air.* Note de M. **H. Grisollet**, présentée par M. Charles Fabry.

Les nombreuses particules qui se maintiennent en suspension dans les couches basses de notre atmosphère diffusent une proportion notable de lumière. Les lois de la diffusion moléculaire ne s'appliquent pas à ces particules, dont les dimensions ne sont par négligeables vis-à-vis des longueurs d'onde. (Les particules sèches ont un rayon variant généralement entre 10^{-5} et 10^{-4} cm et les noyaux de condensation auraient un rayon de l'ordre de 10^{-6} cm.)

La présente étude, faite à l'Observatoire de Montsouris, a pour but de préciser quelles sont les propriétés diffusantes des particules que contient l'atmosphère parisienne, ainsi que les caractères de la lumière diffusée par elles.

Principe et mode opératoire. — Pendant la nuit, dans une obscurité aussi complète que possible, un faisceau prismatique de lumière parallèle éclaire, en même temps, une épaisseur connue d'air et un diffuseur blanc mat; ce dernier reçoit la lumière sous un angle d'incidence fixe de 45°.

On détermine alors photométriquement le rapport de la brillance que l'air acquiert par diffusion à la brillance du diffuseur blanc; le rapport R ainsi obtenu caractérise la valeur de la diffusion de la lumière par l'air.

Ce mode opératoire a le grand avantage de ne pas nécessiter la constance

du flux lumineux utilisé, les rapports R n'étant pas affectés par les variations de celui-ci et, par suite, restant rigoureusement comparables entre eux malgré les modifications qui peuvent survenir sur le réseau d'alimentation de la lampe ou même dans les caractéristiques de cette dernière.

L'intensité de la lumière diffusée étant fonction de l'angle que forme le rayon de visée avec la direction de propagation du faisceau incident, nous déterminons les valeurs du rapport R pour trois directions de visée: 45°, 90° et 135° en opérant, toujours, sur une même épaisseur d'air. Les valeurs obtenues, que nous désignerons par R (45), R (90) et R (135) permettent de fixer les grands traits du diagramme de diffusion des particules.

Enfin nous mesurons la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée à 90° au moyen du photopolarimètre de Cornu et, pour caractériser l'atmosphère étudiée, nous comptons le nombre de particules qu'elle contient grâce à l'appareil d'Owens.

Le flux parallèle utilisé a une valeur d'environ 90 lumens et la tranche d'atmosphère étudiée une épaisseur de 10^{cm}. Les mesures n'ont pas été possibles pendant les nuits les plus claires à cause de la trop faible valeur de la brillance. Dans les conditions où nous avons pu faire les mesures, les brillances obtenues à 90°, sont généralement de l'ordre de 10^{-4} bougie/cm^2.

Résultats, diffusion. — De l'ensemble des mesures effectuées, il ressort que les quantités R(45)/R(90), R(135)/R(90) et R(45)/R(135) ont varié, respectivement, de 9 à 27, de 0,2 à 0,7 et de 13 à 90.

Ces résultats sont en assez bon accord avec les valeurs auxquelles conduit la théorie établie par Yves Rocard sur la diffusion de la lumière par les grosses particules.

Polarisation. — La lumière est partiellement polarisée dans le plan défini par le rayon incident et le rayon diffusé.

La proportion de lumière polarisée a oscillé entre 0,12 et 0,42.

Étude de la relation entre la diffusion et la polarisation. — 1° En portant en abscisses l'intensité de la lumière diffusée à 90° du faisceau incident et en ordonnées la proportion de lumière polarisée contenue dans cette lumière, on obtient un nuage de points assez étroit, formant un arc d'hyperbole et montrant que la polarisation augmente lorsque la diffusion diminue; pour mieux fixer le degré d'intimité de cette relation, on peut calculer le coefficient de corrélation r résultant de ces 123 couples de mesures, on trouve $r = 0,90$ (avec une erreur propable de $\pm 0,01$).

2° En étudiant de la même manière la quantité R(45)/R(135) et la proportion de lumière polarisée, on voit que cette dernière diminue lorsque R(45)/R(135) augmente, cette-à-dire lorsque le diagramme de diffusion s'allonge suivant la direction de propagation de la lumière. Le coefficient de corrélation a pour valeur $r = 0{,}80$ (avec une erreur probable de $\pm 0{,}02$).

Ces deux relations sont donc nettes.

Étude de la relation entre la diffusion et le nombre de particules. — Les mesures du nombre de particules n'ont pas été effectuées dès le début de ce travail; je ne dispose que de 42 couples de valeurs simultanées des deux grandeurs. Le nombre de particules sèches par centimètre cube d'air est très variable, sa valeur moyenne a été de 490, sa valeur minima 50 et sa valeur maxima 3400.

On trouve bien que, le plus généralement, la diffusion augmente en même temps que le nombre des particules, mais le coefficient de corrélation n'est plus que de 0,43 (avec une erreur probable de $\pm 0{,}08$). La relation est un peu lâche : cela tient sans doute à ce que les dénombrements ne portent que sur les grosses particules, dont le nombre n'est pas dans un rapport suffisamment constant avec le nombre total des centres diffusants existant dans l'atmosphère.

CYTOTOXINES. — *Sur la présence de sensibilisatrices antispermatozoïdes dans le sang de l'homme et de la femme.* Note (¹) de M. **Ong Sian Gwan**, présentée par M. Félix Mesnil.

En cherchant à différencier le sang de l'homme et de la femme par la réaction de fixation, nous avons obtenu les résultats inattendus que voici : le sang de l'homme, aussi bien que celui de la femme, et contrairement à ce que nous avions pensé, peut fixer l'alexine en présence du sperme humain comme antigène.

La technique employée pour la recherche des sensibilisatrices a été celle de Besredka. L'antigène est constitué par un mélange d'une partie de sperme frais humain et de deux parties d'eau physiologique phéniquée à 0,75 pour 100. Le mélange est agité tous les deux jours et centrifugé au bout de quelques semaines. On utilise le liquide surnageant. Cet antigène

(¹) Séance du 18 mai 1936.

perd son pouvoir fixateur après un chauffage d'une heure à 80°. Il est à noter que les différents échantillons de spermes n'ont pas tous le même pouvoir fixateur; il est donc préférable d'utiliser un mélange de plusieurs antigènes. En outre le sperme d'un même individu, prélevé en des temps différents, n'offre pas toujours un pouvoir fixateur identique. Ainsi sur 180 sérums d'homme examinés, 146 ont donné un résultat positif, c'est-à-dire 81 pour 100 et sur 104 sérums de femme examinés, on constate 58 réactions positives ou 55,8 pour 100.

La plupart des femmes examinées étant mariées, on se demande si les sensibilisatrices antispermatozoïdes ne sont pas formées après des coïts répétés. Pour cela nous avons examiné, d'une part, le sang de 19 fillettes et jeunes filles vierges de 3 à 16 ans; tous ont donné un résultat positif (100 pour 100); d'autre part, le sang de 51 prostituées, puisque nous avons voulu nous assurer que les coïts fréquemment répétés ne jouent aucun rôle dans la formation de sensibilisatrices antispermatozoïdes. Dans ce dernier cas, 41 sérums sur 51 ont donné une réaction positive, c'est-à-dire 80,4 pour 100, chiffre sensiblement équivalent à celui qu'on trouve chez l'homme (81 pour 100). Rappelons que les femmes mariées et non prostituées ont donné 55,8 pour 100 de réactions positives. Les sensibilisatrices antispermatozoïdes chez le sexe féminin peuvent donc être formées en dehors du coït, mais les coïts fréquemment répétés peuvent en augmenter la quantité.

Enfin, par comparaison avec les filles, nous avons examiné 12 garçons de 4 à 16 ans, on trouve le même résultat : 100 pour 100 de réactions positives.

Le pourcentage des réactions positives qui est 100 pour 100, chez les filles et les garçons au-dessous de 16 ans, diminue chez les adultes (55,8 pour 100 chez la femme et 81 pour 100 chez l'homme); il nous semble qu'à partir de 60 ans il est encore sensiblement plus faible. La quantité de sensibilisatrices antispermatozoïdes chez l'homme et chez le garçon est en général supérieure à celle qu'on trouve chez la femme et chez la fille. L'âge ne joue pas un grand rôle; en effet chez l'homme et chez la femme de 60 ans, on constate parfois des réactions fortement positives. Les prostituées, qui ont un pourcentage de réactions positives plus élevé que les femmes mariées, ont cependant la même quantité de sensibilisatrices dans leur sang. Cette quantité peut varier chez le même individu en fonction du temps.

Il n'y a aucune relation évidente entre la quantité de sensibilisatrices et

la constitution physique et psychique du sujet examiné. En effet un individu fort et en parfaite santé ou un autre de tempérament fortement sexuel peuvent donner une réaction faible et même négative. Enfin, chez 3 malades mourant de tuberculose pulmonaire et chez 4 malades en convalescence de grippe, la réaction a été négative.

La plupart des sujets, qui nous ont donné leur sang et leur sperme, ont été examinés au point de vue des groupes sanguins (O, A, B, AB, M et N). Il ne semble pas y avoir de relation entre les groupes sanguins et la réaction. Il n'y en a pas non plus avec la réaction de Bordet-Wassermann, ni avec la gonoréaction, ni avec la réaction de la tuberculose d'après Besredka. Il nous reste à expliquer pourquoi les fillettes et les jeunes filles vierges ont des sensibilisatrices antispermatozoïdes dans leur sang. Il est évident que ce ne sont pas des anticorps transmis par le placenta, puisque ces anticorps sont passagers. Il est probable que l'ébauche masculine, que tout individu présente au cours de l'embryogénie, conserve son pouvoir antigénique longtemps après la naissance. Certains auteurs [Landsteiner (1), Metchnikoff (2), Metalnikov (3)] ont constaté, dans le sang des animaux qui ont reçu des injections de sperme, d'extrait de testicule et d'épididyme, une substance qui paralyse et tue les spermatozoïdes; ils la nomment *spermotoxine*; d'autres, comme London (4), ont constaté une autre substance, la spermolysine, qui dissout les spermatozoïdes. Ces deux substances, la spermotoxine et la spermolysine, sont probablement les mêmes anticorps que nous avons constatés dans le sang de l'homme et de la femme.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.

(1) *Zentralbl. f. Bakt. usw.*, 25, 1899, p. 546.
(2) *Annales de l'Institut Pasteur*, 14, 1900, p. 1.
(3) *Annales de l'Institut Pasteur*, 14, 1900, p. 577.
(4) *Archives des sciences biologiques*, 9, Saint-Pétersbourg, 1902, p. 84.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1936 (*suite et fin*).

Guide de l'histoire du Mexique. Une moderne interprétation, par Alfonso Teja Zabre. Mexique. Imprimerie du Ministère des Affaires étrangères, 1935; 1 vol. 23cm,5.

L'acoustique moderne, technique et industrielle, par A. H. Davis. Traduit de l'anglais par M. Varinois. Paris, Dunod, 1936; 1 vol. 25cm,5.

Les phénomènes photoélectriques et leurs applications, par G.-A. Boutry. Paris, Hermann et Cie, 1936; 1 vol. 25cm,5.

Le Milieu et la vie en commun des Plantes. Notions pratiques de Phytosociologie, par M.-A. Reynaud-Beauverie. Paris, Paul Lechevalier, 1936; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. A. Guilliermond.)

Le problème des rouilles du blé à l'heure présente, par J. Costantin. Extrait des *Annales des Sciences naturelles*. Séries *Botanique et Zoologie*, 1935, 10e série, tome XVII. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. 24cm,5.

Faits nouvellement découverts par M. Joseph Bouget concernant la pomme de terre, par J. Costantin. Imprimerie Alençonnaise, 1936; 1 fasc. 21cm.

Descartes. Correspondance publiée avec une introduction et des Notes, par Ch. Adam et G. Milhaud. Tome I. Paris, Félix Alcan, 1936; 1 vol. 23cm.

Bibliographie des plantes de Madagascar, par H. Perrier de la Bâthie. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1936; 1 vol. 19cm,5.

Ampère (1775-1836), par Maurice d'Ocagne. In *Anniversaires*, n° 3, du 23 mars 1936. Paris, Rédaction de la Revue; 1 fasc. 25cm,5.

Le Général Poncelet (1788-1867), par Henri Tribout. Paris, Librairie Georges Saffroy, 1936; 1 vol. 21cm,5.

The Explosive Theory of the Universe, par William Henry Chambers. New-York, 1935; 1 vol. 22cm,5.

Ouvrages reçus pendant les séances d'avril 1936.

Light and gravitation, par F. Tavani. Extrait de *Philosophical Magazine*, 7e série, vol. XXI, march 1936; 1 fasc. 22cm.

Les systèmes oscillants, par J. Granier. Paris, Dunod, 1936; 1 vol. 25cm.

Carte géologique du Massif du Mont-Blanc, par Paul Corbin et Nicolas Oulianoff, *Feuille Talèfre. Notice explicative*. Saint-Maur-des-Fossés, G. Jacquart, 1935; 1 fasc. 21cm; 1 planche : 58cm × 44cm.

Technica e resultados da S°ro-Reacção Botelho e sua Applicação em gynecologia, par J. Castro Sthel Filho. Rio de Janeiro, G. de Fred, H. Sauer, 1936; 1 fasc. 23cm,5.

The Future of Engineering Education, par William Otis Hotchkiss. Extrait de *Rensselaer Polytechnic Institute Bulletin*, vol. 34, n° 4. New-York, 1935; 1 fasc. 22cm,5.

Cyrus Hall Mc Cormick. Harvest, 1856-1884, par William T. Hutchinson. New York et London, D. Appleton-Century Company, 1935; 1 vol. 23cm.

De la vie de Noël Bernard, par H. G. Derx. In *Orchideeën*, n° 2, April 1936; 1 fasc. 24cm.

La corrosion en métallurgie, par C. Grard. Paris, Berger-Levrault, 1936; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Léon Guillet.)

Les Flagellés fossiles. Aperçu biologique et paléontologique. Rôle géologique, par Georges Deflandre. Paris, Hermann et Cie, 1936; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. M. Caullery.)

Sur la mesure des grandeurs, par Henri Lebesgue. Extrait de *l'Enseignement mathématique*, Tomes XXXI à XXXIV. Paris et Genève, A. Kundig et Gauthier-Villars; 1 vol. 25cm.

Ouvrages reçus pendant les séances de mai 1936.

Correspondance du Grand Ampère, par L. de Launay. Paris, Gauthier-Villars, 1936; 2 vol. 23cm,5.

Rapport sur le fonctionnement de l'Institut Océanographique de l'Indochine pendant l'année 1934-1935, par P. Chevey. Station maritime de Cauda (Côte d'Annam), 1935; 1 vol. 27cm,5.

Dictionnaire de bio-bibliographie générale, ancienne et moderne de l'Indochine française, par Antoine Cabaton. In *Annales de l'Académie des Sciences coloniales*, tome VIII. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1935; 1 vol. 31cm,5.

Les poissons et le monde vivant des eaux. Tome IX : *La culture des eaux et l'économie aquicole*, par Louis Roule. Paris, Librairie Delagrave, 1936; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. P. Marchal.)

Œuvres médicales d'Alexandre de Tralles, le dernier auteur classique des grands médecins grecs de l'antiquité, par F. Brunet. Tome II : *Traité des fièvres. Lettres sur les vers intestinaux. Livre premier des douze livres de médecine* (*affections de la tête*). Paris, Librairie orientaliste Paul Geuthner, 1936; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. M. de Broglie.)

Fabrikation von absolutem Alkoholzwecks Verwendung als Zusatzmittel zu Motor-Treibstoffen, par M. Klar. Halle, Verlag von Wilhelm Knapp, 1936; 1 fasc. 24cm,5.

Travaux pratiques de Mécanique rationnelle, par Robert Mazet et François Gallisot. Paris, Gauthier-Villars, 1936; 1 vol. 25cm.

Géologie stratigraphique, par Maurice Gignoux. Paris, Masson et Cie, 1936; 1 vol. 25cm,2.

Recueil de quelques travaux d'Anatomie végétale exécutés à Liège de 1929 *à* 1935. Bruxelles, Hayez, 1936; 1 vol. 25cm,8.

La France équatoriale africaine, par GEORGES BRUEL. Paris, Larose, 1935; 1 vol. 26cm,3.

Jubilé scientifique de M. ÉDOUARD GOURSAT. Allocutions prononcées à la cérémonie du 20 novembre 1935. Paris, Gauthier-Villars, 1936; 1 vol. 23cm,7.

Jubilé scientifique de M. MARCEL BRILLOUIN. Allocutions prononcées à la cérémonie du 17 décembre 1935. Paris, Gauthier-Villars, 1936; 1 vol. 23cm,7.

Carte géologique provisoire, publiée par la Direction générale des Travaux publics (Service des Mines) :

— *Tabarca* (*La Galite*), par M. SOLIGNAC;

— *Bizerte*, par M. SOLIGNAC. Tunisie : feuille n° 2;

— *Cap Bon*, par M. SOLIGNAC, L. BERTHON, ALLEMAND-MARTIN. Tunisie : feuille n° 3;

— *Le Kef* (*Souk el Arba*), par M. SOLIGNAC, G. PLANCHON, P. VOLPELIÈRE, A. GRANOTTIER. Tunisie : feuille n° 7;

— *Maktar*-(*Tunis*), par L. PERVINQUIÈRE, M. SOLIGNAC, H. SCHOELLER, P. VASSALO, G. PLANCHON, P. VOLPELIÈRE, E. BERKALOFF. Tunisie : feuille n° 8;

— *Sousse*-(*La Goulette*), par M. SOLIGNAC, P. VASSALO, P. VOLPELIÈRE, E. BERKALOFF, E. FAMECHON. Tunisie : feuille n° 9;

— *Thala*-(*Le Kef*), par L. PERVINQUIÈRE, P. GEVREY, M. SOLIGNAC, H. SCHOELLER. Tunisie : feuille n° 10;

— *Kairouan*-(*Maktar*), par L. PERVINQUIÈRE, P. GEVREY, M. SOLIGNAC, P. VOLPELIÈRE, H. SCHOELLER, E. BERKALOFF, G. PLANCHON. Tunisie : feuille n° 11;

— *El Djem* (*Sousse*), par M. SOLIGNAC, P. VASSALO, L. PIAT. Tunisie : feuille n° 12;

— *Fériana* (*Thala*), par BERKALOFF. Tunisie : feuille n° 13;

— *Sbeïtla* (*Kairouan*), par M. SOLIGNAC, H. SCHOELLER. Tunisie : feuille n° 14;

— *Sfax-Iles Kerkennah* (*El Djem*), par M. SOLIGNAC, P. BÉDÉ. Tunisie : feuille nos 15-16;

— *Gafsa* (*Feriana*), par M. SOLIGNAC. Tunisie : feuille n° 17;

— *El Ayacha* (*Sbeïla*), par P. GEVREY, M. SOLIGNAC. Tunisie : feuille n° 18;

— *Maharès* (*Sfax*), par M. SOLIGNAC, E. FAMECHON. Tunisie : feuille n° 19;

— *Tozeur* (*Gafsa*), par M. SOLIGNAC, P. GEVREY. Tunisie : feuille n° 21;

— *Kebili* (*El Ayaïcha*), par M. SOLIGNAC. Tunisie : feuille n° 22;

— *Gabès* (*Maharès*), par M. SOLIGNAC, EUG. BERKALOFF et E. LAROQUE. Tunisie : feuille n° 23;

— *Médénine* (*Gabès*), par M. SOLIGNAC, EUG. BERKALOFF. Tunisie : feuille n° 28. Paris, Service géographique de l'Armée; 19 planches.

Ouvrage sur la turbine à vapeur, par LEV. GOUMILEVSKI (en langue russe), Moscou, 1936; 1 vol. 20cm.

ERRATA.

(Séance du 20 avril 1936.)

Note de M. *Stéfan Procopiu*, La force électromotrice de mouvement des métaux dans l'eau et leur potentiel électrocinétique :

Page 1371, ligne 6 en remontant, *au lieu de* le temps t' écoulé après l'agitation et les mesures, *lire* le temps t écoulé après la formation de la cellule.

(Séance du 11 mai 1936.)

Note de M. *Max Geloso*, Sur le mécanisme de l'électrolyse des sels de manganèse :

Page 1574, ligne 8 en remontant, *lire* ainsi la formule :

$$_0\varepsilon_h = \mathrm{E} - \frac{\mathrm{RT}}{2\mathrm{F}} \mathrm{L}n \frac{[\mathrm{H}^+]^4}{[\mathrm{Mn}^{++}]}.$$

(Séance du 25 mai 1936.)

Note de M. *Georges Durand*, Sur l'application de la relation masse-luminosité aux étoiles doubles visuelles :

Page 1763, ligne 18, *au lieu de* y, *lire* $\bar{y}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 JUIN 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** adresse ampliation du décret en date du 29 mai 1936, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Paul Portier** pour occuper dans la Section de Médecine et Chirurgie la place vacante par le décès de M. *Charles Richet*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Paul Portier** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale les télégrammes par lesquels le **Gouvernement de la République de l'Équateur** remercie l'Académie de la part qu'elle a prise aux cérémonies qui ont lieu à Quito pour célébrer le deuxième Centenaire de l'arrivée dans cette ville de la *Mission géodésique française* conduite par La Condamine, Bouguer et Godin, dont les bustes viennent d'être inaugurés.

ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE. — *Sur un procédé radioélectrique de calcul des régimes transitoires*. Note de M. **André Blondel**.

La grande complication des calculs numériques des régimes transitoires par les méthodes connues conduit à rechercher si on pourrait calculer par points la courbe de régime au moyen de quadratures effectuées par des procédés automatiques. Dans ce qui suit, on considérera le cas le plus compliqué, celui de l'introduction brusque d'une force électromotrice $E \sin \Omega t$

ou $E\cos\Omega t$ dans un circuit défini par son admittance isochrone $A(j\omega)$ en fonction d'un spectre de pulsations $\omega = 2\pi f$, correspondant à des fréquences f variant de $-\infty$ à $+\infty$. En général on peut admettre que cette admittance s'exprime par un rapport de deux fonctions entières qu'on peut développer en parties réelles et imaginaires sous la forme suivante:

$$A(j\omega) = \frac{\psi(j\omega)}{\varphi(j\omega)} = P(|\omega|) + j\omega Q(|\omega|). \tag{1}$$

Le circuit étant supposé dissipatif d'énergie, la fonction $\varphi(z)$, en appelant z une variante complexe ($z = m + j\omega$), ne peut avoir que des racines à partie réelle m négative. Le problème se ramène à l'étude de l'introduction brusque de $Ee^{j\Omega t}$, qu'on sait traiter dans la méthode des résidus par l'intégrale de Cauchy

$$I(t) = \frac{E}{2j\pi}\int_c \frac{A(z)e^{zt}}{z - j\Omega}\,dz, \tag{2}$$

effectuée dans le plan des z complexes le long d'un cercle C ayant l'origine pour centre et un rayon assez grand pour entourer tous les pôles de $A(z)$ (tous situés à gauche de l'axe des imaginaires) et le pôle $j\Omega$ situé sur cet axe. On doit supposer ici que la fonction sous le signe intégral satisfait aux conditions suivantes :

1° Elle est convergente quand z tend vers l'infini; 2° elle est nulle pour $t = 0$, origine du temps pour le phénomène physique (il suffit pour cela qu'elle soit nulle à ce moment sur le demi-cercle situé à droite de l'axe des imaginaires; 3° pour $t > 0$, elle doit être nulle sur l'autre demi-cercle de façon que l'on puisse remplacer le contour circulaire par l'axe des imaginaires interrompu par le petit cercle contournant le pôle $j\Omega$. On peut alors supprimer le pôle en question en faisant sortir de l'intégrale (2) le régime permanent correspondant au pôle, $j\Omega$ soit $A(j\Omega)e^{j\Omega t}$, tout en se retranchant de $A(z)$ l'élément $A(j\Omega)$ qui lui donne naissance, car

$$\int_c \frac{A(j\Omega)}{z - j\Omega}e^{zt} = A(j\Omega)e^{j\Omega t}.$$

On obtient ainsi

$$I(t) = A(j\Omega)e^{j\Omega t} + \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{A(z) - A(j\Omega)}{\omega - \Omega}e^{zt}\,dz, \tag{3}$$

$$I(t) = A\ j\Omega\ e^{j\Omega t} + \frac{1}{2\pi j}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A(j\omega) - A(j\Omega)}{\omega - \Omega}e^{j\omega t}\,d\omega, \tag{4}$$

en remplaçant l'axe imaginaire par l'axe réel au moyen de la substitution

$z = j\omega$ et $dz = j\,d\omega$. Puis on développera en remplaçant $e^{j\Omega t}$, $A(j\omega)$ et $A(j\Omega)$ par les développements donnés plus haut. En séparant ensuite les parties réelle et imaginaire I', I'' de I, on obtient en posant

$$(5) \qquad Y_1 = \frac{P(|\omega|) - P(|\Omega|)}{\omega - \Omega},$$

$$(6) \qquad Y_2 = \frac{\omega Q(|\omega|) - \Omega Q(|\Omega|)}{\omega - \Omega},$$

$$(7) \quad I'(t) = E[P(|\Omega|)\cos\Omega t - \Omega Q(|\Omega|)\sin\Omega t] + \frac{E}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}(Y_1 \sin\omega t + Y_2 \cos\omega t)\,d\omega,$$

$$(8) \quad I''(t) = E[P(|\Omega|)\sin\Omega t + \Omega Q(|\Omega|)\cos\Omega t] + \frac{E}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}(Y_2 \sin\omega t - Y_1 \cos\omega t)\,d\omega.$$

Le régime permanent de I' est défini par la parenthèse, car l'intégrale s'annule pour $t = \infty$; il est égal à $E A(|\Omega|)\cos(\Omega t - \varphi)$ en appelant φ le décalage : $\operatorname{tang}\varphi = \Omega Q(|\Omega|)/P(\Omega)$. Pour I'' le régime permanent obtenu de même est égal à $E A(|\Omega|)\sin\Omega t$. Comme d'autre part $A(z)$ a pour propriété par hypothèse de donner une valeur nulle à l'intégrale $\int_c \frac{A(z)}{z - j\Omega}dz$ (correspondante à $t = 0$), les composantes réelles et imaginaires doivent s'annuler, donc $I'(0) = 0$ et $I''(0) = 0$. (7) et (8) sont donc les deux solutions correspondantes respectivement à l'application brusque de $E\cos\Omega t$ et de $E\sin\Omega t$ au circuit d'admittance $A(j\omega)$.

Les fonctions à réintégrer, $Y_1 \sin t\omega$ et $Y_1 \cos t\omega$, $Y_2 \sin t\omega$, $Y_2 \cos t\omega$ sont fonction seulement de ω et tout revient à la multiplication des courbes Y_1 et Y_2 par une série de courbes de $\sin(t\omega)$ et $\cos(t\omega)$ rapportées aux mêmes abscisses. On pourra remplacer avantageusement cette intégration graphique laborieuse par une *intégration radioélectrique* d'une onde porteuse sinusoïdale entretenue, modulée proportionnellement à l'admittance correspondante Y_1 ou Y_2. A cet effet, on applique au moyen de piles photoélectriques des potentiels variables, respectivement proportionnels à l'onde porteuse et à la modulation, à la grille de commande et à la grille suppresseuse d'une lampe pentode à deux grilles, et on mesurera au moyen d'un coulombmètre la quantité totale d'électricité résultant de l'intégration du courant produit. La grille suppresseuse donne en fonction du potentiel de polarisation une variation de courant pratiquement linéaire : la grille de commande de même, mais seulement au delà d'une valeur suffisante de son potentiel v_0. De même les piles photoélectriques suivent une loi linéaire à partir d'un certain éclairement minimum ε_0.

On découpera par exemple une feuille opaque en papier noir suivant le contour de la courbe Y_1 (ou Y_2) en conservant opaque la partie au-dessus du contour et limitant la partie découverte à une droite parallèle à l'axe des abscisses de Y_1, et placé au-dessous de cet axe, à une distance suffisante pour que la pile photoélectrique reçoive par la fente un éclairement toujours $> \varepsilon_0$ pour satisfaire à la condition linéaire. De même la fonction représentant une sinusoïde (d'amplitude constante) sera limitée en haut par le contour découpé dans un écran opaque et en bas par un bord rectiligne tracé à une distance suffisante pour obtenir plus que ε_0. Les diagrammes de Y_1 (ou Y_2) et $\sin t\omega$ (ou $\cos t\omega$) doivent avoir tous la même longueur et chaque sinusoïde doit contenir dans cette longueur un nombre entier de périodes.

On enroulera les deux écrans à fenêtres ainsi préparés sur les surfaces de deux cylindres transparents, tournant chacun autour d'un filament incandescent rectiligne, tangentiellement à un écran opaque percé d'une fente fine parallèle à l'axe de rotation; le flux de lumière traversant cette fente sera concentré (comme dans le cinéma sonore) par une lentille appropriée qui la concentre sur l'ouverture de la pile photoélectrique correspondante p_1 (ou p_2). Les axes des deux cylindres seront reliés par des engrenages à rapport (entier) variable. Par exemple si les abscisses de Y_1 s'étendent de 0 à 10000 périodes, une sinusoïde d'une seule période tournant à la même vitesse correspond à $t = 1/10000^e$ sinusoïde. Pour $t = 1$ seconde on pourra employer une sinusoïde de périodes 100 fois plus courtes, tournant 100 fois plus vite, attaquant le cylindre de Y_1 par un engrenage à démultiplication $1/100^e$. Le courant de la plaque de la pentode traversera soit un compteur de quantité, soit, si la vitesse de rotation est très grande, un galvanomètre à longue période donnant une déviation constante pendant chaque tour et proportionnelle au courant moyen. Pour les mesures à faire en remplaçant les sinusoïdes par les cosinusoïdes correspondantes, il suffira de décaler le cylindre de la sinusoïde d'un quart de période.

Mais, pour tenir compte des potentiels additionnels constants des grilles et des éclairages additionnels des piles photoélectriques correspondantes, on doit en fait remplacer le simple produit des deux fonctions, $Y_1 \sin t\omega$ par exemple, par le produit de ces deux fonctions augmentées chacune d'une ordonnée constante R_1 et S_1 respectivement, ce qui donne

$$I'(t) = \frac{E}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} [(R_1 + Y_1)(S_1 + \sin\omega t)] + \frac{E}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} (R_2 + \varphi_2)(C_2 + \cos\omega t).$$

Considérons par exemple la première intégrale, au second membre, le terme $R_1 \sin t\omega$ du produit donnera lieu à aucune déviation sensible du compteur. L'intégrale du produit parasite $S_1 Y_1$ peut-être éliminée facilement en faisant une seconde mesure après avoir remplacé le potentiel variable de la grille modulant $\sin t\omega$ par sa valeur moyenne S_1. Ce résultat s'obtient en substituant la fenêtre ondulée qui produit l'éclairement de la pile photoélectrique correspondante par une fenêtre rectangulaire limitée à l'axe de la sinusoïde, éclairement moyen correspondant à S, c'est-à-dire à $\omega = 0$. On corrigerait de même la seconde intégrale.

Quand la force électromotrice introduite est constante E, il suffit de faire $\Omega = 0$ dans (γ), qui devient

$$I(t) = EP(|\Omega|) + \frac{E}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{P(|\Omega|) - P(0)}{\omega}\sin\omega t\, d\omega + Q(|\Omega|)\cos\omega t\, d\omega\right].$$

Plus simplement, on pourra appliquer le calcul radioélectrique à la solution indiquée par Carson (*Electric Circuit Theory*, p. 178)

$$I(t) = \frac{2}{\pi}E\int_{0}^{+\infty}\frac{P(|\omega|)}{\omega}\sin\omega t\, d\omega.$$

Mais tous les calculs théoriques sont pénibles et bien moins puissants pour l'étude des régions transitoires que les méthodes expérimentales directes (oscillographiques), dont les développements sont presque illimités.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur la présence de l'or dans l'eau de mer.* Note de **M. Georges Claude.**

On sait que de nombreux auteurs ont recherché l'or dans l'eau de la mer et que les résultats de ces recherches ont été très divers suivant les expérimentateurs. Les uns, comme Haber, n'en ont jamais trouvé ; d'autres ont au contraire trouvé des quantités atteignant 10, 20 et jusqu'à 50^{mg} par mètre cube.

La variabilité de ces résultats a porté certains auteurs à admettre que la teneur en or de la mer serait essentiellement fonction de la richesse des côtes ou des fonds sous-marins au voisinage desquels est puisée l'eau essayée. De fait, il semble que les chiffres les plus élevés aient été obtenus sur les côtes californienne et australienne.

D'autre part, les plus récents procédés d'extraction qu'on a indiqués

paraissent assez efficaces [1] pour qu'on puisse arriver à traiter toute l'eau qui passerait dans une usine Claude-Boucherot placée en ces régions favorisées, et les teneurs signalées dans ces parages seraient telles que, même en ne recueillant que le cinquième de l'or, il en résulterait un supplément de revenu important par rapport au prix d'établissement de l'usine. On trouverait donc là un argument supplémentaire important pour la réalisation immédiate de telles usines, malgré le profond marasme industriel de notre époque.

On conçoit que j'aie tenu à me documenter d'une façon plus précise à ce sujet. Grâce à l'amabilité de M. Romano, j'ai pu installer à bord du vapeur de charge *San José*, faisant précisément le service de la côte nord-américaine du Pacifique, un appareil approprié.

Un cylindre de $0^m,20$ de diamètre et de $0^m,60$ de long a été en partie rempli de pyrite de Saint-Bel bien exempte d'or, en morceaux de la grosseur moyenne d'une noisette et complété, suivant les indications de M. Glazunov, de manière à retenir l'or qui pourrait se détacher de la pyrite en légères paillettes. Ce cylindre a été placé dans une dérivation du circuit d'alimentation du condenseur du bateau, en amont de celui-ci et en série avec un compteur d'eau et un robinet de réglage du débit. La circulation d'eau de mer, réglée sur place par le chef mécanicien du bateau à 1^{m^3} à l'heure, correspondait à un débit spécifique approximatif de $30 m^3/h$ par mètre carré de section de la matière, correspondant à une perte de charge très faible. Elle a été maintenue à cette valeur pendant tout le trajet du bateau sur la côte californienne, à l'aller et au retour, la distance moyenne de la côte étant voisine de 15 milles. Pendant le séjour dans les ports, la circulation était arrêtée pour éviter le passage d'eau polluée. La quantité totale d'eau traitée a été de 168^{m^3}.

De son côté, la quantité de pyrite employée était de 25^{kg}.

Dès le retour du *San-José*, le 5 avril, une analyse a été faite sur une prise de 500^g.

Or le résultat a été aussi net que possible, l'or était en proportion trop faible pour pouvoir être dosé, bien que la précision des méthodes d'analyse employées eût permis de doser dans ces matières $0^g,2$ à la tonne.

En faisant l'hypothèse, conforme aux constatations de M. Glazunov,

---

[1] Voir en particulier la communication de A. Glazunov au 8e Congrès de Chimie industrielle, juillet 1928.

qu'au débit considéré, la pyrite précipite seulement le cinquième de l'or, il résulte de ces essais, effectués dans des conditions aussi voisines que possible de ce que serait une exploitation industrielle réelle, que la quantité d'or présente dans ces eaux californiennes, à cette distance de la côte, serait inférieure à $0^{mg},1$ par mètre cube.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Le paradoxe de d'Alembert aux vitesses supersoniques.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

Appliquons la théorie des mouvements supersoniques presque uniformes, développée dans des Notes précédentes [1], à l'étude de la résistance ondulatoire des fluides. En posant

$$\theta + ja\varepsilon = \mathrm{A}(1 - jc)\Psi(\varphi_1 + ja\psi_1) \qquad (\Psi = \Psi_1 + j\Psi_2), \tag{1}$$

où c est une constante arbitraire, on a

$$\theta = f_1(\varphi_1, a\psi_1) = \mathrm{A}[+\ \Psi_1(\varphi_1, a\psi_1) - c\Psi_2(\varphi_1, a\psi_1)], \tag{2}$$

$$a\varepsilon = f_2(\varphi_1, a\psi_1) = \mathrm{A}[-c\Psi_1(\varphi_1, a\psi_1) +\ \Psi_2(\varphi_1, a\psi_1)], \tag{3}$$

Ψ_1 et Ψ_2 étant respectivement des fonctions paire et impaire de $a\psi_1$.

Admettons que l'équation (1) détermine le mouvement d'un fluide autour d'un corps P limité par un contour S symétrique par rapport à la vitesse q_0 à l'infini. Sur le contour S on peut poser $\Psi_2 = 0$, et par conséquent, en raison des équations (2) et (3),

$$\varepsilon \doteq \frac{q - q_0}{q_0} = -\frac{c}{a}\theta = -\frac{c}{a}\frac{dy}{dx}. \tag{4}$$

La résistance du corps P peut être calculée d'après la formule

$$\mathrm{R} = \int_{-l_1}^{l_1} 2(p - p_0)\frac{dy}{dx}dx = 2\rho_0 q_0^2 \frac{c}{a}\int_{-l_1}^{l_1}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx. \tag{5}$$

En appliquant la formule d'Euler, on trouve comme équation du profil et comme coefficient de résistance d'un corps de résistance minima, pour un volume donné,

$$\frac{y}{l_2} = \pm\left(1 - \frac{x^2}{l_1^2}\right), \qquad \mathrm{C}_x = \frac{\mathrm{R}}{\rho q_0^2 l_2} = \frac{16}{3}\frac{c}{a}\frac{l_2}{l_1},$$

---

[1] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 889 et 1389.

$2l_1$ étant la longueur et $2l_2$ la section médiane du corps. Ce corps est donc limité par deux arcs de paraboles symétriques par rapport à l'axe oy. Le rapport $l_2 : l_1$ étant très petit par définition, on peut aussi dire que le corps de résistance ondulatoire minima est limité par deux arcs de cercles.

Le rapport ε devant rester constamment très petit et le coefficient de résistance C_x ne pouvant dépasser une certaine limite, par exemple celle qui est assignée par la formule de Rayleigh, il en résulte que le rapport $c : a$, figurant dans les équations (4) et (5), doit être de la forme

$$\frac{c}{a} = F(a),$$

où la fonction F, qui dépend en général de la forme du corps, reste finie et déterminée pour toutes les valeurs de a, y compris la valeur zéro. En première approximation la fonction $F(a)$ peut être calculée en appliquant une théorie que j'ai développée antérieurement (1).

La théorie de la résistance aux vitesses supersoniques de J. Ackeret (2), basée sur l'équation $\varphi = q_0 x + f(x - ay)$, correspond à la valeur unité du paramètre c figurant dans les formules données ci-dessus. La résistance, qu'on obtient en posant dans l'équation (5) $c = 1$, croît au-dessus de toute limite lorsque a tend vers zéro. La cinématique des mouvements ondulatoires, correspondant à la valeur $c = 1$, développée par Ackeret, avait été traitée d'une façon similaire par Joukowsky (3) dans une étude publiée en 1909 sur le mouvement d'un bateau en eau peu profonde. La similitude des résultats obtenus par Ackeret et Joukowsky est une conséquence de l'analogie hydraulique des mouvements d'un fluide compressible.

L'équation (1) détermine un champ de vitesses permanent sur lequel vient se greffer un système d'ondes divergentes dont les extrémités adjointes au corps sont continuellement régénérées. Les photographies des projectiles à bout effilé et le moulage des pressions autour d'un pareil projectile, réalisé (4) en utilisant les données fournies par la méthode interférentielle de E. et L. Mach, mettent en évidence une onde en fer à cheval au devant du projectile. J'ai observé dans mon appareil de l'analogie

(1) *Mémorial de l'Artillerie Française*, 2, fascicule 3, 1923, p. 709, formule (11).

(2) *Helvetia Physica Acta*, 1, fascicule 5, 1928, p. 301-322.

(3) *Œuvres*, 2, fascicule 5, p. 23-27, Moscou, 1932. L'équation (18) du profil d'un corps de résistance minima que Joukowsky donne dans son Ouvrage diffère de celle qui figure dans la présente Note.

(4) C. Cranz, *Lehrbuch der Ballistik*, 3, p. 403, fig. 39; Berlin, 1927.

hydraulique, qu'en communiquant une accélération négative au projectile, comme cela a effectivement lieu pour les projectiles en vol libre, les ondes frontales se détachent de la pointe et viennent se placer à une petite distance au devant de cette dernière.

Si l'on pose, dans l'équation (1), $c = 0$, on trouve que ε s'annule sur la surface S du corps. Cette dernière devient, par conséquent, une surface de vitesses et de pressions constantes et la résistance R devient nulle. Les points de pression maxima sont à l'intérieur du fluide. Dans les mouvements supersoniques le paradoxe de d'Alembert se présente donc sous ce curieux aspect.

Prenons comme exemple le mouvement déterminé par l'équation

$$\theta + ja\varepsilon = -\mathrm{A}\varpi \exp(-\varpi^2), \qquad \varpi = \varphi_1 + ja\psi_1.$$

Le profil du corps de résistance nulle, ou bien celui de la plage d'eau morte, correspondant à ce mouvement, est défini comme suit :

$$\psi_1 = 0, \qquad x_1 = \varphi_1, \qquad y_1 = \pm \frac{1}{2} \mathrm{A} \exp(-\varphi_1^2).$$

En connexion avec cette question, je tiens à mentionner aussi la suivante. Considérons le mouvement

$$\theta + ja\varepsilon = (\mathrm{A}_1 \sin \varpi + \mathrm{A}_2 \sin 2\varpi + \ldots) \exp(-\mathrm{B}^2\omega^2),$$

qui exprime un système ondulatoire jouissant de propriétés qui se rapprochent beaucoup de celles d'un *projectile* de résistance nulle. On ne saurait utiliser de pareils ondes-projectiles pour mettre en évidence la vitesse relative du système qui les projette ou les reflète par rapport au milieu continu ambiant.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **H. Le Chatelier** et **P. Janet** sont réélus, M. **R. Bourgeois** est élu membre du Conseil de la *Fondation Loutreuil* pour les années 1936, 1937 et 1938.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Ch. Fabry**, **A. Caquot**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **A. d'Arsonval**,

L. **Bouvier**, pour la Division des Sciences physiques; MM. G. **Charpy**, L. **Guillet**, pour la Division des Applications de la Science à l'Industrie, sont élus membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, dressera une liste de candidats à la place vacante par le décès de M. *Jean Rey*.

Par la majorité absolue des suffrages, M. H. **Deslandres** est réélu, M. E. **Borel** est élu membre de la Commission de la *Maison de l'Institut de France à Londres*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance ;

Faune de France. 30. *Cestodes*, par Ch. Joyeux et J.-G. Baer. (Présenté par M. L. Bouvier.)

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la *Chaire de Paléontologie* du Muséum national d'Histoire naturelle.

(Renvoyé à la Section de Minéralogie.)

M. **Jean Piveteau** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la *Chaire de Paléontologie* du Muséum national d'Histoire naturelle.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** invite l'Académie à lui désigner un de ses Membres, qui fera partie du Conseil d'administration de la *Caisse nationale de la Recherche scientifique*.

La **Société des Amis de la Maison natale de Pasteur** invite l'Académie à se faire représenter à l'ouverture au public de la *Maison Paternelle de* Pasteur, à Arbois, le 21 juin 1936.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le problème des rencontres.* Note de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Émile Borel.

M. Louis Bachelier m'a fait observer, au sujet de ma Note du 2 mars 1936, que l'espérance mathématique que j'avais donnée pour le cas de μ séries de n boules n'était pas conforme à celle calculée par de Montmort. Après examen j'ai reconnu qu'une erreur s'était glissée dans l'expression des termes connus du système (1) de ma Note précitée.

Il n'y a en effet été envisagé que *k rangs* fixés d'avance, alors que ce qu'il faut dénombrer, c'est le nombre de manières de se fixer d'avance *k rencontres*, plusieurs d'entre elles pouvant se trouver sous le même rang.

Appelant α_μ^x le nombre d'arrangements de μ objets x à x, il y a $c_\mu^x \alpha_\mu^x$ manières différentes de se fixer x rencontres de même rang : il y a, en effet, c_μ^x manières de réserver x places dans les μ qui peuvent avoir le même rang, et à chaque ensemble de x places ainsi réservées correspondent autant de rencontres qu'il y a arrangements x à x de μ boules. D'autre part, les rencontres fixées d'avance peuvent appartenir à j rangs différents ($j \leqq n$) et il y a α_n^j manières de considérer j rangs. Mais celles où les rencontres de même rang sont en nombre égal ne doivent être comptées qu'une fois. De sorte que s'il y a p rangs avec x rencontres, q rangs avec y rencontres, r rangs avec z rencontre, etc., le nombre total de manières de se fixer k rencontres sera

$$\Sigma (C_\mu^x \alpha_\mu^x)^p (C_\mu^y \alpha_\mu^y)^q (C_\mu^z \alpha_\mu^z)^r \ldots \frac{\alpha_n^j}{p!\,q!\,r!\ldots},$$

avec les conditions

$$\begin{aligned} p + \;\; q + \;\; r + \ldots &= j, \\ px + qy + rz + \ldots &= k. \end{aligned}$$

Quant au nombre total de groupements dans lesquels k rencontres sont fixées d'avance, terme connu des équations en $X_1 X_2 \ldots$ il est égal à l'expression ci-dessus multipliée par $(\mu n - k)!$

L'espérance mathématique du joueur qui toucherait 1 par rencontre est, ainsi que je l'ai montré, le quotient par $\mu n'$ du terme connu de l'équation aux X correspondant à $k = 1$. On trouve μ, qui est bien le résultat de de Montmort.

Pour $\mu = 1, 2, 3, 4$, et $n = 2, 3$, on a les probabilités de non-rencontres suivantes :

$n.$	$\mu = 1.$	2.	3.	4.
2	1/2	1/6	1/20	1/70
3	1/3	1/9	1/30	1/105

On peut remarquer que si les séries de 2 et 3 boules avaient été placées dans des urnes distinctes, les probabilités respectives de non-rencontre auraient été

Pour $n = 2$	1/4	1/8	1/16
Pour $n = 3$	1/9	1/27	1/81

THÉORIE DES MATRICES. — *Fonctions holomorphes de matrice.* Note (¹) de M. **Salvatore Cherubino**, présentée par M. Élie Cartan.

On peut donner une définition des fonctions holomorphes (ou analytiques) de matrice, tout à fait analogue à la définition des fonctions monogènes d'une variable complexe, de la façon suivante :

Soient A une algèbre complexe de matrices d'ordre $n > 1$, contenant l'identité, et $x = s + t$, $y = \sigma + \tau$ deux éléments de A, dont s, σ sont les parties hermitiennes, t, τ les parties semi-hermitiennes. Si y est une fonction de x, définie en A pour x variable dans un ensemble $\mathfrak{J}$ de A limité et parfait, on a

$$\sigma = \sigma(s, t), \qquad \tau = \tau(s, t),$$

fonctions définies pour s, t variables dans les ensembles $\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$, parfaits et limités eux aussi, correspondant à $\mathfrak{J}$.

Supposons, pour nous dégager de complications formelles, que A soit commutative. On peut alors introduire deux unités symboliques j_1, j_2 satisfaisant aux conditions

$$(1) \qquad j_1^2 = j_2^2 = j_1, \qquad j_1 . j_2 = j_2 . j_1 = j_2,$$

moyennant quoi on sépare les parties hermitienne et semi-hermitienne de chaque matrice en posant

$$x = sj_1 + tj_2 = j_1 s + j_2 t; \qquad y = \sigma j_1 + \tau j_2 = j_1 \sigma + j_2 \tau,$$

et après quoi les (1) nous permettent de traduire les conditions de permutabilité d'un produit (²) en écrivant

$$(2) \qquad xy\,(s\sigma + t\tau)j + (s\tau + t\sigma)j_2 = yx = (\sigma s + \tau t)j_1 + (\tau s + \sigma t)j_2.$$

(¹) Séance du 2 juin 1936.

(²) Voir ma Note des *Atti Acc. Peloritana*, Messina, 37, 1935-XIII, p. 299, n°s 1, 2.

Les parties hermitienne et semi-hermitienne du produit $xy = yx$ vont ainsi être séparées tout de suite.

Encore, il faut remarquer que, bien que les matrices de A soient complexes, on peut considérer A dans le corps réel, car la multiplication par le nombre complexe $\alpha + i\beta$ coïncide avec la multiplication par la matrice $\alpha I + \beta J$, I étant l'identité et $J = iI$.

En résumé, bien que l'expression ne soit pas précise, nous dirons que nous venons d'établir une algèbre commutative à deux unités j_1, j_2, opérant sur A, dans le corps réel.

Dans cette pseudo-algèbre on peut supposer vérifiée, par $y = y(x)$, la définition des fonctions analytiques de matrice de M. Scheffers (¹) ou bien celle des fonctions à dérivation totale de M. Spampinato (²) et, en profitant de la réductibilité de cette algèbre, on est conduit à établir la définition suivante :

On dit que $y = \sigma + \tau$ est une fonction holomorphe de $x = s + t$ variable en $\mathfrak{J}$, lorsque :

1° *σ et τ sont, en $\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$, deux fonctions à différentielles totales, dont les dérivées partielles sont soumises aux conditions*

$$\sigma'_s = \tau'_t, \qquad \sigma'_t = \tau'_s;$$

2° *les deux premières dérivées donnent une matrice hermitienne, les secondes une matrice semi-hermitienne et leur somme est en* A.

Par conséquent l'on a

$$dy = d\sigma + d\tau = (\sigma'_s + \tau'_s)(ds + dt) = (\tau'_t + \sigma'_t)(ds + dt),$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial\sigma}{\partial s}j_1 + \frac{\partial\tau}{\partial s}j_2 = \frac{\partial\tau}{\partial t}j_1 + \frac{\partial\sigma}{\partial t}j_2 = \frac{\partial y}{\partial s} = \frac{\partial y}{\partial t}.$$

La commutativité de A n'est pas nécessaire, car la définition précédente pourrait être donnée *a priori* sans introduire les unités symboliques j_1, j_2. Il est cependant essentiel de séparer, dans chaque élément de A, les parties hermitienne et semi-hermitienne qui jouent le rôle des parties réelle et imaginaire d'une variable complexe. D'autre part la commutativité sert à continuer l'analogie avec la théorie des fonctions analytiques d'une variable complexe.

Toute fonction rationnelle et toute série convergente de puissances d'une

(¹) *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 1114, 1242.

(²) *Rend. Lincei*, 21, 1935-XIII, p. 621, 683.

matrice, dont les coefficients appartiennent eux aussi à A, algèbre commutative, est holomorphe. Les fonctions holomorphes de matrice, dans une algèbre commutative, vérifient en particulier les deux théorèmes de Cauchy, celui de Morera, et leurs conséquences, pourvu que l'ensemble $\mathcal{J}$ soit astreint à des conditions convenables, qui sont ordinairement remplies.

GÉOMÉTRIE. — *Propriétés harmoniques générales des involutions unicursales d'ordre n.* Note [1] de M. **Léon Pomey**, présentée par M. Léon Lecornu.

1. Commençons par généraliser la définition des centres harmoniques. On donne, sur une unicursale Γ, n points distincts arbitraires a_i, de paramètres $\theta_i (i = 1, 2, \ldots, n)$, et un nombre quelconque $(h-1)$ de points arbitraires P_i, de paramètres $\lambda_i (h - 1 < n)$ [2]. L'ensemble formé par r_1 points confondus en P_1, r_2 en P_2, ..., r_{h-1} en P_{h-1} sera appelé le groupement $(P_1/r_2, P_2/r_1, \ldots, P_{h-1}/r_{h-1})$ ou (P), et r_i sera dit *l'ordre* de P_i. Posons $r_1 + r_2 + \ldots + r_{h-1} = r$, $r_h = n - r_1$ (nous supposons $r < n$).

Soit alors P_h un des r_h points dont le paramètre λ_h satisfait à l'équation

$$\text{(H)} \qquad \Sigma(\lambda_1 - \theta_\alpha)_{r_1}(\lambda_1 - \theta_\beta)_{r_2} \ldots (\lambda_{h-1} - \theta_\mu)_{r_{h-1}}(\lambda_h - \theta_\nu)_{r_h} = 0,$$

où $(\lambda_1 - \theta_\alpha)_{r_1}$ représente le produit de r_1 facteurs de la forme $\lambda_1 - \theta_\alpha$ qui contiennent le même paramètre λ_1 et des paramètres θ_α différents, les paramètres θ_i qui figurent dans les n facteurs $(\lambda_1 - \theta_\alpha)_{r_1}(\lambda_2 - \theta_\beta)_{r_2} \ldots (\lambda_h - \theta_\nu)_{r_h}$, étant tous distincts; la somme Σ s'étend à tous les termes analogues à celui qui est écrit et qui ont des valeurs différentes.

Définition générale des harmoniques. — Nous dirons que chaque point P_h, qui satisfait à la condition (H), *est un harmonique d'ordre r_h du groupement* (P) *par rapport aux n points a_i*; et que l'ensemble des r_h harmoniques P_h constitue *le $r^{\text{ième}}$ groupe harmonique (ou groupe polaire)* g_r, *d'ordre r_h, du groupement* (P) *par rapport aux a_i.*

Nota. — Dans le cas particulier où $r_2 = r_3 = \ldots = r_{h-1} = 0$ (et où Γ est une droite), on retombe sur la définition ordinaire des centres harmoniques d'ordre $(n - r_1)$ d'un point P_1 par rapport aux n points a_i. [Pour donner alors à l'équation (H) sa forme habituelle, il suffit d'y mettre en facteur le produit $(\lambda_1 - \theta_1)(\lambda_1 - \theta_2) \ldots (\lambda_1 - \theta_n)$.]

---

(1) Séance du 2 juin 1936.

(2) Les P_i sont distincts des a_i. Le cas où des points a_i seraient confondus ensemble (avec des points P_i ou non) se traite de même.

2. Appelons I_n l'involution d'ordre n (et de rang $n-1$) qui admet les n points a_i pour points n-uples. Considérons toutes les n-ades de I_n qui comprennent le groupement fixe (P); leurs r_h derniers points homologues engendrent une involution analogue I_{r_h} [1].

Théorème I. — *Chacun des harmoniques P_h, d'ordre r_h, du groupement* (P) *par rapport aux n points a_i est un des r_h points, d'ordre r_h, qui forment avec le groupement* (P) *une n-ade de I_n.*

Corollaire II. — *Chacun des harmoniques P_h est aussi un des points r_h-uples de I_{r_h}.*

3. Appelons S un des systèmes linéaires de courbes algébriques, à $(n-1)$ paramètres, capables d'engendrer I_n; et $s(P)$ le système linéaire à (r_h-1) paramètres formé par les courbes C_P de S qui contiennent le groupement (P), c'est-à-dire qui ont toutes avec Γ un contact d'ordre r_i-1 en chaque point $P_i (i=1, 2, \ldots, h-1)$.

Corollaire III. — *Chaque point P_h appartient à une courbe C_P qui a en ce point P_h un contact d'ordre r_h-1 avec Γ.*

Cette image géométrique des harmoniques montre d'abord que leur définition est indépendante de la représentation propre adoptée pour l'unicursale Γ. En outre, comme nous l'avons annoncé [2], elle rend évidentes leurs propriétés dont voici les principales.

4. Théorème IV. — *Si r_h est impair, le groupe harmonique g_r forme un groupe de points homologues de I_{r_h} et ses r_h points P_h appartiennent (avec l'ordre 1) à une même courbe du système $s(P)$: chacun de ces points P_h est l'harmonique d'ordre 1 (par rapport aux a_i) du groupement formé par l'ensemble de* (P) *et des r_h-1 autres points P_h (comptés chacun avec l'ordre 1).*

Théorème V. — *Le groupe harmonique g_r forme une r_h-ade de chaque involution d'ordre r_h qui a pour points multiples les points $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{r_h}$ d'une r_h-ade quelconque de I_{hr}; donc chaque point P_h est l'harmonique d'ordre 1 du groupement formé par les r_h-1 autres (pris chacun avec l'ordre 1) par rapport aux r_h points $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{r_h}$. Et de même, si $h=n$ et $r_1=r_2=\ldots=r_{h-1}=1$ (d'où $r_h=1$), chacun des n points donnés a_i est l'harmonique d'ordre 1 du groupement formé par les $(n-1)$ autres (tous d'ordre 1) par rapport aux n points $P_1, P_2, \ldots, P_n$.*

---

[1] Dans un exposé d'où serait bannie toute relation métrique, la propriété formulée dans ce théorème I pourrait, inversement, être prise pour définition des harmoniques de (P). La propriété qu'ils ont de vérifier (H) en serait une conséquence.

[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1396.

5. Décomposons à notre guise le groupement (P) en un nombre quelconque $K(\leq r)$ de groupements partiels :

$$\left(\frac{P_1}{\rho_1}, \frac{P_2}{\rho_2}, \ldots, \frac{P_{h-1}}{\rho_{h-1}}\right) \text{ ou } (p),$$

$$\left(\frac{P_1}{\rho'_1}, \frac{P_2}{\rho'_2}, \ldots, \frac{P_{h-1}}{\rho'_{h-1}}\right) \text{ ou } (p'), \qquad \left(\frac{P_1}{\rho''_1}, \frac{P_2}{\rho''_2}, \ldots, \frac{P_{h-1}}{\rho''_{h-1}}\right) \text{ ou } (p''), \quad \ldots,$$

certains des ordres ρ_i, ρ'_i, ρ''_i, ... pouvant à volonté être nuls pourvu que l'on ait

$$\rho_1 + \rho'_1 + \rho''_1 + \ldots = r_1, \quad \rho_2 + \rho'_2 + \rho''_2 + \ldots = r_2, \quad \ldots, \quad \rho_{h-1} + \rho'_{h-1} + \rho''_{h-1} + \ldots = r_{h-1},$$

Posons

$$\rho_1 + \rho_2 + \ldots + \rho_{h-1} = \rho, \qquad \rho'_1 + \rho'_2 + \ldots + \rho'_{h-1} = \rho', \qquad \ldots.$$

Théorème VI. — *Si l'on considère le* $\rho^{\text{ième}}$ *groupe harmonique* g_ρ *(d'ordre* $n - \rho = \rho_h$*) du groupement* (p) *par rapport aux n points* a_i*; puis le* $\rho'^{\text{ième}}$ *groupe harmonique* $g'_{\rho'}$ *(d'ordre* $\rho_h - \rho'$*) du groupement* (p') *par rapport aux* ρ_h *points de* g_ρ*; ensuite le* $\rho''^{\text{ième}}$ *groupe harmonique* $g''_{\rho''}$ *du groupement* (p'') *par rapport aux* ρ'_h *points de* $g'_{\rho'}$*, etc., le dernier groupe harmonique obtenu comprendra toujours le point* P_h *défini au théorème* I *comme harmonique de* (P), *quels que soient le nombre* K *et les nombres* ρ_i, ρ'_i, ...; *et quel que soit l'ordre dans lequel on effectue les opérations; en outre, on arriverait à une conclusion semblable*, mutatis mutandis, *si l'on recommençait des opérations analogues en échangeant les rôles du point* (P_h/r_h) *(d'ordre* r_h*) et d'un point quelconque* (P_i/r_i) *du groupement* (P).

Cette *loi générale de réciprocité* des harmoniques comprend comme cas particulier à la fois celle de Bobillier et celle de Plücker, ainsi que la loi de succession des centres harmoniques des divers ordres. De plus elle montre que g_r coïncide *avec le groupe polaire mixte (ou mêlé) du groupement* (P); *ce groupe polaire mixte remplit donc la condition* (H) *et possède les propriétés précipitées de* g_r.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une inégalité de Hobson.*
Note [1] de M. **René Lagrange**, présentée par M. Émile Borel.

On doit à Hobson [2] l'extension de l'inégalité de Stieltjes aux fonctions de Legendre généralisées sous la forme

$$(1)\qquad \frac{|Q_n^{\pm m}(\cos\theta)|}{\sqrt{\pi}} \quad\text{et}\quad \frac{\sqrt{\pi}}{2}|P_n^{\pm m}(\cos\theta)| < \frac{\Gamma(n\pm m+1)}{\Gamma(n+1)\sin^m\theta}\sqrt{\frac{2}{n\sin\theta}}$$
$$(m\geqq 0,\ n\geqq 1,\ n-m+1>0,\ 0<\theta<\pi),$$

le facteur $\sqrt{2}$ au second membre pouvant être remplacé par 1 lorsque m est un nombre entier. En particulier, pour $m=0$ on a

$$(2)\qquad \frac{|Q_n(\cos\theta)|}{\sqrt{\pi}} \quad\text{et}\quad \frac{\sqrt{\pi}}{2}|P_n(\cos\theta)| < \frac{1}{\sqrt{n}\sin\theta} \qquad (n\geqq 1,\ 0<\theta<\pi).$$

La méthode de Hobson permet d'obtenir des inégalités plus avantageuses. Rappelons la représentation de la fonction de Legendre-Hobson par l'intégrale définie

$$(3)\quad Q_n^{-m}(z) = e^{-m\pi i}\frac{2^{-m}\cos m\pi\,\Gamma\left(-m+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}}\frac{\eta^{-m-n}(z^2-1)^{-\frac{m}{2}}}{(\eta^2-1)^{-m+\frac{1}{2}}}\int_0^1\frac{u^{m-\frac{1}{2}}(1-u)^{n-m}}{\left(1+\frac{u}{\eta^2-1}\right)^{-m+\frac{1}{2}}}du,$$

valable pour $m+1/2>0$, $n-m+1>0$, où $\eta=z+\sqrt{z^2-1}$ avec $|\arg\sqrt{z^2-1}|<\pi$. Sur la coupure $-1\leqq z\leqq 1$, Hobson adopte les définitions

$$(4)\quad \begin{cases} e^{m\pi i}Q_n^m(\cos\theta) = \dfrac{1}{2}\left[e^{-\frac{m\pi i}{2}}Q_n^m(\cos\theta+0i)+e^{\frac{m\pi i}{2}}Q_n^m(\cos\theta-0i)\right], \\ -i\pi e^{m\pi i}P_n^m(\cos\theta) = \quad e^{-\frac{m\pi i}{2}}Q_n^m(\cos\theta+0i)+e^{\frac{m\pi i}{2}}Q^m(\cos\theta-0i). \end{cases}$$

Dans ces conditions, à $z=\cos\theta\pm 0i$ correspondent

$$\eta=e^{\mp i\theta},\qquad \sqrt{z^2-1}=e^{\pm\frac{i\pi}{2}}\sin\theta,\qquad \eta^2-1=\pm 2i\sin\theta\, e^{\pm i\theta}.$$

Il vient alors

$$1+\frac{u}{\eta^2-1} = 1-\frac{u}{2}\mp\frac{iu\cot\theta}{2}$$

---

[1] Séance du 11 mai 1936.

[2] *Proc. of the London Math. Society*, 2e série, **30**, 1932, p. 239-267.

et, par conséquent,

$$(5)\qquad |\mathrm{Q}_n^{-m}(\cos\theta \pm o i)| \leqq \frac{\left|\Gamma\left(\frac{1}{2}-m\right)\cos m\pi\right|}{\sqrt{2\pi\sin\theta}} \times \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{u^{m-\frac{1}{2}}(1-u)^{n-m}\left|1-\frac{u}{2}\mp\frac{iu\cot\theta}{2}\right|^m}{\sqrt{\left|1-\frac{u}{2}\mp\frac{iu\cot\theta}{2}\right|}}\,du.$$

Dans l'intervalle $0 \leqq u \leqq 1$, on peut écrire

$$1-\frac{u}{2} \leqq \left|1-\frac{u}{2}\mp\frac{iu\cot\theta}{2}\right| = \frac{1}{\sin\theta}\sqrt{(1-u)\sin^2\theta+\frac{u^2}{4}} \leqq \frac{1-\frac{u}{2}}{\sin\theta} \leqq \frac{1}{\sin\theta}.$$

Donc, si $m \geqq 0$, $n-m+1/2>0$, on peut adopter $1-u$ comme limite inférieure de $1-u/2$ et majorer ainsi l'intégrale au second membre de (5) par

$$\frac{1}{\sin^m\theta}\int_0^1 u^{m-\frac{1}{2}}(1-u)^{n-m-\frac{1}{2}}du = \frac{\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(n-m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(n+1)\sin^m\theta},$$

tandis que si $m \geqq 0$, $n-m+1>0$, on doit se contenter de la limite inférieure $1/2$, au lieu de $1-u$, ce qui donne la valeur majorante

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin^m\theta}\int_0^1 u^{m-\frac{1}{2}}(1-u)^{n-m}du = \frac{\sqrt{2}\,\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)\Gamma(n-m+1)}{\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)\sin^m\theta}.$$

On a ainsi l'inégalité

$$(6)\qquad \sin^m\theta\,|\mathrm{Q}_n^{-m}(\cos\theta \pm o i)| \leqq \sqrt{\frac{\pi}{2\sin\theta}}\left\{\frac{\Gamma\left(n-m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(n+1)} \text{ ou } \frac{\sqrt{2}\,\Gamma(n-m+1)}{\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)}\right\} \qquad (m \geqq 0),$$

suivant que $n-m<-1/2$ ou -1. Grâce à l'inégalité

$$\frac{\Gamma(n+\alpha)}{\Gamma\left(n+\alpha+\frac{1}{2}\right)} < \frac{1}{\sqrt{n}} \qquad \left(n>0,\ \alpha>\frac{1}{4}\right),$$

on peut remplacer (6) par

$$(7)\qquad |\sin^m\theta\,\mathrm{Q}_n^{-m}(\cos\theta \pm o i)| < \sqrt{\frac{\pi}{2n\sin\theta}}\left\{\frac{\Gamma\left(n-m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)} \text{ ou } \frac{\sqrt{2}\,\Gamma(n-m+1)}{\Gamma(n+1)}\right\} \qquad (n>0;\ m \geqq 0),$$

suivant que $n < m > -1/2$ ou -1. La même valeur majorante vaut pour

$$\sin^m\theta\, Q_n^{-m}(\cos\theta) \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{2}\sin^m\theta\, P_n^{-m}(\cos\theta).$$

En particulier, on a

$$(8) \qquad \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,|Q_n(\cos\theta)| \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,|P_n(\cos\theta)| < \frac{1}{\sqrt{n\sin\theta}} \qquad (n > 0),$$

qui donne une valeur majorante $\sqrt{2}$ fois plus faible que (2).

Enfin, grâce à l'identité

$$\frac{e^{-m\pi i}\, Q_n^m(z)}{\Gamma(n+m+1)} = \frac{e^{m\pi i}\, Q_n^{-m}(z)}{\Gamma(n-m+1)},$$

on déduit de (6)

$$(7) \qquad |\sin^m\theta\, Q_n^m(\cos\theta \pm 0i)| < \sqrt{\frac{\pi}{n\sin\theta}}\,\frac{\Gamma(n+m+1)}{\Gamma(n+1)}$$

$$(m \geqq 0;\ n > 0;\ n > m-1),$$

la même valeur majorante étant valable pour

$$\sin^m\theta\, Q_n^m(\cos\theta) \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{2}\sin^m\theta\, P_n^m(\cos\theta).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation des vibrations d'une plaque encastrée.* Note de M. **Alexandre Weinstein**, présentée par M. Henri Villat.

Soit $\lambda_1^2, \lambda_1^2, \ldots (0 < \lambda_1 \leqq \lambda_2 \leqq \ldots)$ le spectre de l'équation qui se présente dans la théorie des vibrations d'une plaque encastrée

$$(1) \qquad \Delta\Delta w - \lambda^2 w = 0,$$

valable dans un domaine S, la fonction w satisfaisant aux conditions aux limites

$$(2) \qquad w = 0,$$

$$(3) \qquad \frac{dw}{dn_e} = 0$$

(n_e désigne la normale extérieure) sur la frontière C de S. Soit $\omega_1, \omega_2, \ldots$ $(\omega_1 \leqq \omega_2 \leqq \ldots)$ le spectre de l'équation des vibrations d'une membrane

$$(4) \qquad \Delta u + \omega u = 0 \quad \text{dans S}; \qquad u = 0 \quad \text{sur C}.$$

M. Courant a démontré les inégalités suivantes [1] :

(5) $$\lambda_n \geqq \omega_n \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Nous nous proposons de remplacer (5) par des inégalités plus précises

(6) $$\lambda_n \geqq \rho_n \geqq \omega_n \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

en introduisant le spectre d'un problème auxiliaire que nous définirons tout à l'heure. Comme application de (6) nous calculerons des limites inférieures et supérieures de λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 dans le cas où S est un carré.

Définition de ρ_n. — Posons

$$\mathrm{I}(w) = \int_S\int (\Delta w)^2\, dx\, dy, \qquad \mathrm{H}(w) = \int_S\int w^2\, dx\, dy.$$

Soient $p_1(x, y), \ldots, p_m(x, y)$ m fonctions harmoniques dans le domaine S, prenant des valeurs arbitrairement données sur le contour C. Soient $\varphi_1(x, y), \ldots, \varphi_{n-1}(x, y)$, $(n-1)$ fonctions arbitraires dans S. Considérons le problème suivant :

Problème. — *Déterminer le minimum σ_n^2 de l'expression* $\mathrm{I}(w)/\mathrm{H}(w)$ *pour toutes les fonctions w satisfaisant aux conditions suivantes :*

(7) $$w = 0 \quad \text{sur C},$$

(8) $$\int_C \frac{dw}{dn_e} p_k\, ds = 0 \qquad (k = 1, 2, \ldots, m),$$

(9) $$\int_S\int w\varphi_j\, dx\, dy = 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots, n-1).$$

Le minimum σ_n^2 dépend de $\varphi_1, \ldots, \varphi_{n-1}$. Le maximum de ce minimum sera désigné par ρ_n^2. Il est évident que ρ_n dépend des p_k [2].

On aura $\rho_n = \lambda_n$ si l'on substitue dans notre problème la condition $dw/dn_e = 0$ aux conditions (8). *De même on aura $\rho_n = \omega_n$ en supprimant les conditions* (8). *On a donc, d'après un principe utilisé par M. Courant, $\lambda_n \geqq \rho_n \geqq \omega_n$.*

Applications. — Soit S le carré $|x| \leqq \pi/2$, $|y| \leqq \pi/2$. Posons

$$m = 2, \qquad p_1 = \cosh x \cos y + \cos x \cosh y, \qquad p_2 = \cosh x \cos y - \cos x \cosh y.$$

On aura pour les ω_n et les ρ_n les valeurs suivantes :

(10) $$\omega_1 = 2, \quad \omega_2 = 5, \quad \omega_3 = 5, \quad \omega_4 = 8, \quad \omega_5 = 10, \quad \omega_6 = 10, \quad \omega_7 = 13, \quad \ldots,$$

(11) $$\rho_1 > 3.6, \quad \rho_2 = 5, \quad \rho_3 = 5, \quad \rho_4 = 8, \quad \rho_5 > 12.7, \quad \ldots.$$

(1) R. Courant, *Math. Zeitschrift*, 15, 1922, p. 195.

(2) Pour calculer ρ_1 il faut supprimer (9).

De plus on aura [1]

$$3{,}6 < \lambda_1 < 3{,}65; \qquad 7{,}1 < \lambda_2 = \lambda_3 < 7{,}2. \tag{12}$$

Pour calculer λ_4 considérons le problème suivant :

Déterminer le minimum μ^2 *de* $I(w)/H(w)$ *pour les fonctions* w *satisfaisant aux conditions suivantes :* $w = dw/dn_c = 0$ *sur* C, $w = 0$ *sur les segments* $x = 0$, $|y| \leqq \pi/2$ *et* $y = 0$, $|x| \leqq \pi/2$, w *étant une fonction impaire de* x *et de* y. On démontre aisément que μ^2 est égal à un des nombres propres λ_n^2.

La méthode que j'ai indiquée précédemment [2] donne l'inégalité $10{,}6 < \mu < 11{,}6$. En comparant ce résultat avec la suite (11) on déduit que μ^2 est égal à λ_4^2. On a donc les inégalités

$$10{,}6 < \lambda_4 < 11{,}6.$$

Signalons que les inégalités (5) permettraient seulement d'affirmer que μ^2 est égal à l'une des valeurs propres λ_4^2, λ_5^2, λ_6^2 sans pouvoir préciser à laquelle, tandis que notre méthode montre qu'il s'agit de λ_4^2.

Je me propose de revenir ultérieurement sur les démonstrations ainsi que sur l'extension de ces résultats.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la nature diophantique du problème d'unicité du développement trigonométrique.* Note de Mlle **Nina Bary**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Ensembles parfaits non denses.* — On sait que tout ensemble parfait P non dense situé dans le segment fondamental $\sigma^0 = [0, 2\pi]$ peut être obtenu de la manière suivante. On exclut d'abord dans σ^0 un intervalle δ^0 contigu à P; il reste deux segments $\sigma_i^{(1)}(i = 1, 2)$ non exclus. Puis on exclut dans chaque $\sigma_i^{(1)}$ un intervalle $\delta_i^{(1)}$ contigu à P; il reste quatre segments $\sigma_i^{(2)}(i = 1, 2, 3, 4)$ non exclus. On opère sur chacun d'eux comme on a opéré sur σ^0 et ainsi indéfiniment. Les segments $\sigma_i^{(k)}(i = 1, 2, \ldots, 2^k)$ obtenus à la $k^{\text{ième}}$ opération sont dits *de rang k*.

L'ensemble parfait P est dit *symétrique* si, quel que soit un entier

---

[1] A. Weinstein, *Comptes rendus Soc. Physique de Genève*, séance du 7 mai 1936 (*sous presse*).

[2] A. Weinstein, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 107; *Journ. London Math. Soc.*, 10, 1935, p. 184; *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 32, 1936, p. 96; S. Tomotika, *Aeron. Institute*, Tokyo, Imp. University, no 129, 1935, p. 299.

positif k donné, les longueurs des segments $\sigma_i^{(k)}$ de rang k sont égales deux à deux. Dans ce cas, les intervalles $\delta_i^{(k)}$ sont aux centres des $\sigma_i^{(k)}$ et ont la longueur commune $\delta^{(k)}$ indépendante de l'indice i. Pour que la mesure de P soit nulle, il faut et il suffit que $2^k.\sigma^{(k)}$ tende vers zéro lorsque k croît indéfiniment; ici $\sigma^{(k)}$ est la longueur commune des segments $\sigma_i^{(k)}$ de rang k.

L'ensemble parfait P est dit *gauche* s'il n'est pas symétrique. Désignons par $\lambda_i^{(k)}$ la *longueur relative* de $\delta_i^{(k)}$, c'est-à-dire le rapport $\delta_i^{(k)}/\sigma_i^{(k)}$ des longueurs de $\delta_i^{(k)}$ et $\sigma_i^{(k)}$. Soit $\lambda^{(k)}$ la plus grande des longueurs relatives $\lambda_1^{(k)}, \lambda_2^{(k)}, \ldots, \lambda_{2^k}^{(k)}$. Si P est symétrique, les longueurs relatives $\lambda_i^{(k)}$, k étant fixe, sont égales deux à deux, et l'on a $\lambda^{(k)} = \delta^{(k)}/\sigma^{(k)}$.

L'ensemble parfait P est dit *ensemble à rapport constant* si la longueur relative $\lambda_i^{(k)}$ est indépendante des deux indices i et k; dans ce cas, nous avons $\lambda_i^{(k)} = \lambda$, où λ est une constante positive absolue inférieure à 1. La mesure de tout ensemble parfait à rapport constant est nulle.

2. *Ensembles d'unicité.* — Un ensemble de points E est dit *ensemble* (U) (ensemble d'unicité) si toute série trigonométrique qui converge vers zéro en dehors de E a tous ses coefficients nuls. Dans le cas contraire, E est dit *ensemble* (M) (ensemble de multiplicité).

On sait que M. Menchoff a formé, le premier, un ensemble parfait (M) de mesure nulle : c'est l'ensemble symétrique P pour lequel on a $\lambda^{(k)} = 1/k$. Depuis j'ai cherché à étendre le résultat de M. Menchoff aux ensembles parfaits gauches P pour lesquels $\lambda^{(k)} \rightarrow 0$ lorsque $k \rightarrow +\infty$. Certaines restrictions que j'ai imposées sur la partition des intervalles $\delta_i^{(k)}$ ont été écartées récemment par M. Verblunsky. D'autre part les ensembles (U) parfaits ont été formés indépendamment et en même temps par M. Rajchman et par moi. Les ensembles (U) parfaits de M. Rajchman sont particulièrement simples : pour qu'un ensemble parfait P soit un ensemble (U), il suffit que la transformation homothétique P_n de P, dont le rapport d'homothétie est un entier positif n, étant enroulée sur un cercle de rayon 1, admette un arc contigu τ_n qui ne tend pas vers zéro lorsque n croît indéfiniment. De tels ensembles sont appelés par M. Rajchman *ensembles* (H). En particulier, l'ensemble trichotomique connu de Cantor construit pour le segment $[0, 2\pi]$ est un ensemble (H). On serait tenté de croire que tout ensemble P à rapport constant est toujours un ensemble (U). Nous verrons que cette hypothèse est fausse.

3. *Problème de l'analyse diophantique.* — La question se pose alors de trouver des critères nécessaires et suffisants pour qu'un ensemble parfait P soit un ensemble (U) [ou bien (M)]. Pour reconnaître qu'un ensemble

parfait donné P est un ensemble (M), on construit habituellement une fonction $f(x)$ constante dans chaque intervalle $\delta^{(k)}$ contigu à P, qui n'est pas une constante dans $[0, 2\pi]$ et dont les coefficients de Fourier a_n et b_n sont de la forme ε_n/n, où $\varepsilon_n \to 0$ lorsque $n \to +\infty$. Or, l'approximation faite habituellement pour le calcul des valeurs absolues est grossière. Pour avoir les a_n, b_n avec précision, il faut faire un calcul des sommes de M. H. Weyl, c'est-à-dire faire appel aux lois diophantiques.

Le premier problème qu'on rencontre sur cette voie est le suivant : *étant donné un nombre positif* θ, $\theta < 1$, *reconnaître si la fonction* $\varphi(n)$ *égale au nombre des termes de la suite* $(n\theta)$, $(n\theta^2)$, ..., $(n\theta^k)$, ... *supérieurs en valeur absolue à un nombre positif* ε *fixe tend vers l'infini lorsque l'entier positif n croît indéfiniment.* Ici (x) est la différence x et l'entier le plus proche de x.

4. *Critère diophantique.* — Voici une réponse au problème posé : si le nombre θ est rationnel et de forme différente de $1/m$, m étant un entier positif, la fonction $\varphi(n)$ tend vers $+\infty$ lorsque $n \to +\infty$. Comme une conséquence, nous avons la proposition :

Théorème. — *Un exemple parfait* P *symétrique à rapport constant* λ *est un ensemble* (M), *si* $\lambda = p/q$ *(fraction irréductible) et si* $p \neq q - 1$ *et* $p \neq q - 2$. *Si* $p = q - 1$ *ou* $p = q - 2$, *l'ensemble* P *est un ensemble* (U) [*et même* (H)].

On voit ainsi que les ensembles (U) à rapport constant sont peu nombreux (l'ensemble de Cantor correspond au cas $p = 1$, $q = 3$).

Mais la question beaucoup plus importante se pose alors de savoir : *la transformation homothétique d'un ensemble* (U) *est-elle aussi un ensemble* (U)? Si le rapport de l'homothétie est rationnel, la réponse est sûrement positive.

MÉCANIQUE. — *Application d'une théorie synthétique de la relativité aux orbites des planètes.* Note [1] de M. **Jean Hely**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons exposé [2] le principe d'une théorie synthétique de la relativité; il est intéressant d'en faire l'application à la recherche de certaines propriétés des orbites des planètes.

---

[1] Séance du 2 juin 1936.
[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1659.

La fonction de force gravifique φ créée par le Soleil dans l'espace qui l'environne est fonction d'un certain produit scalaire r, dépendant lui-même d'un quadrivecteur-unité parallèle au quadrivecteur $\Sigma e^{-r/B} m_0 (\overline{ds}/ds)_{m_0}$.

En raison de la décroissance rapide du coefficient $e^{-r/B}$ avec la distance, les masses des corps éloignés du Soleil (planètes, étoiles) n'interviennent pas dans la somme quadrivectorielle qui précède. Celle-ci est donc parallèle au quadrivecteur-déplacement de l'ensemble des seules particules constituant le Soleil, et il en est de même de notre quadrivecteur-unité. Choisissons donc un système de coordonnées (x, y, z, t) tel que la quatrième composante dudit quadrivecteur soit seule différente de zéro et que par ailleurs $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ en tout point. Le Soleil est immobile dans ce système de coordonnées (puisque les trois composantes spatiales de son quadrivecteur-déplacement s'y trouvent nulles par hypothèse) et la quatrième composante de notre quadrivecteur-unité est nécessairement $1/c$. Le quadrivecteur r qui joint le Soleil à un point de l'espace qui s'en trouve à une distance spatiale d et à une hyperdistance $c^2 t^2 - d^2$ nulle a de même une quatrième composante t égale à d/c. Dans ces conditions, le produit scalaire r du quadrivecteur-unité (dont trois composantes sont nulles) par le quadrivecteur $\bar{r}$ est égal à $c^2 \times 1/c \times d/c = d$, et la fonction de force φ devient $KM_0/c^2 d + 3(KM_0/c^2 d)^2 = m/r + 3m^2/r^2$, en posant $KM_0/c^2 = m$ (M_0 désignant la masse du Soleil) et $d = r$.

Raisonnons à présent dans le plan d'une trajectoire planétaire, et adoptons les coordonnées polaires r et θ. Le mouvement de la planète est tel que l'intégrale $\int ds\sqrt{1-2\varphi} = \int \sqrt{(c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2)(1-2\varphi)}$ soit stationnaire. Posons

$$dS = \sqrt{(c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2)(1-2\varphi)} \quad \text{et} \quad \frac{dS}{dr} = \sqrt{\left(c^2 \frac{dt^2}{dr^2} - 1 - r^2 \frac{d\theta^2}{dr^2}\right)(1-2\varphi)}.$$

$\int ds$ sera stationnaire si

$$\frac{d}{dr}\,\frac{\partial \frac{dS}{dr}}{\partial \frac{dt}{dr}} = \frac{\partial \frac{dS}{dr}}{\partial t} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{\partial \frac{dS}{dr}}{\partial \frac{dt}{dr}} = \text{const.},$$

et si de même $\partial(dS/dr)/\partial(d\theta/dr) = \text{const.}$ La première condition s'écrit

$$\frac{2c^2 \frac{dt}{dr}(1-2\varphi)}{2\frac{dS}{dr}} = \text{const.} \qquad \text{ou} \qquad c^2 \frac{dt}{dS}(1-2\varphi) = Kc$$

et la deuxième

$$\frac{-2r^2\dfrac{d\theta}{dr}(1-2\varphi)}{2\dfrac{dS}{dr}}=\text{const.}\qquad\text{ou}\qquad r^2\frac{d\theta}{dS}(1-2\varphi)=h$$

(ces deux équations divisées membre à membre donnant en outre la deuxième loi de Képler ou loi de des aires $r^2\,d\theta/dt=\text{const.}$). Comme d'autre part

$$\frac{dS^2}{dS^2}=1=\left(c^2\frac{dt^2}{dS^2}-\frac{dr^2}{dS^2}-r^2\frac{d\theta^2}{dS^2}\right)(1-2\varphi)=\left(c^2\frac{dt^2}{dS^2}-\frac{dr^2}{d\theta^2}\frac{d\theta^2}{dS^2}-r^2\frac{d\theta^2}{dS^2}\right)(1-2\varphi),$$

il vient, en remplaçant dans cette égalité dt/dS et $d\theta/dS$ par leurs valeurs,

$$1=\left[\frac{K^2}{(1-2\varphi)^2}-\frac{dr^2}{d\theta^2}\frac{h^2}{r^4}\frac{1}{(1-2\varphi)^2}-\frac{h^2}{r^2}\frac{1}{(1-2\varphi)^2}\right](1-2\varphi)$$

ou

$$1-2\varphi=K^2-\frac{h^2}{r^4}\frac{dr^2}{d\theta^2}-\frac{h^2}{r^2},$$

soit encore, en posant $1/r=u$,

$$1-2\varphi=K^2-h^2\frac{du^2}{d\theta^2}-h^2u^2\qquad\text{ou}\qquad\frac{du^2}{d\theta^2}+u^2=\frac{K^2-1+2\varphi}{h^2}=\frac{K^2-1+2mu+6m^2u^2}{h^2},$$

et enfin, en différentiant par rapport à θ et divisant par $2(du/d\theta)$,

$$\frac{d^2u}{d\theta^2}+u=\frac{m}{h^2}+\frac{6m^2u}{h^2}.$$

Cette équation ne diffère de la formule classique de Binet que par le terme $6m^2u/h^2$ qui ne provient lui même que du terme supplémentaire $3m^2u^2$ figurant dans la fonction φ.

Posons maintenant

$$\theta'=\theta\sqrt{1-\frac{6m^2}{h^2}}.$$

Il vient

$$\frac{d^2u}{d\theta^2}=\left(1-\frac{6m^2}{h^2}\right)\frac{d^2u}{d\theta'^2}\qquad\text{et}\qquad\left(\frac{d^2u}{d\theta'^2}+u\right)\left(1-\frac{6m^2}{h^2}\right)=\frac{m}{h^2},$$

ou

$$\frac{d^2u}{d\theta'^2}+u=\frac{m}{h^2-6m^2}=\frac{1}{p},\qquad\text{soit}\qquad u=\frac{1\pm e\cos(\theta'-\alpha')}{p}$$

équation d'une ellipse stable si l'on confond θ et θ'.

Quand θ' augmente de 2π, u reprend la même valeur, mais en toute

rigueur θ a augmenté de

$$\frac{2\pi}{\sqrt{1-\frac{6m^2}{h^2}}} \# 2\pi\left(1+\frac{3m^2}{h^2}\right) \# 2\pi + \frac{6\pi m}{p}.$$

Le périhélie de la planète par exemple (qui correspond à la plus grande valeur de u) avance donc à chaque révolution du très petit angle $6\pi m/p$, ce qui entraîne finalement, pour la planète Mercure notamment, une progression de 43″ d'angle par siècle.

THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ. — *Le problème de Barré de Saint-Venant dans les milieux homogènes parfaitement flexibles.* Note de M. **Charles Platrier**, présentée par M. Émile Jouguet.

Soient, dans un milieu en équilibre isotherme M, milieu le plus général homogène parfaitement flexible déformé infiniment peu à partir d'un état naturel $\overline{\overline{T}}(N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3)$ le tenseur tension, $\overline{\overline{e}}(e_1, e_2, e_3, g_1, g_2, g_3)$ le tenseur déformation, Δ le déterminant des coefficients de Lamé dans l'expression linéaire de $\overline{\overline{T}}$ en fonction de $\overline{\overline{e}}$ et Δ_{ij} le mineur de Δ obtenu par suppression de la $i^{\text{ième}}$ ligne et de la $j^{\text{ième}}$ colonne. Le problème de Saint-Venant concerne un milieu où

$$N_1 = N_2 = T_3 = 0, \qquad N_3 = A + Bz$$

T_1, T_2, A, B étant des fonctions de x et y seulement telles que

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} + \frac{\partial T_1}{\partial y} + B = 0.$$

De plus, sur un contour plan donné (L) dont la normale a pour cosinus directeurs $(\alpha, \beta, 0)$,

$$T_2\alpha + T_1\beta = 0.$$

Enfin $\overline{\overline{e}}$ doit satisfaire en tout point aux six conditions d'intégrabilité des déformations

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 e_1}{\partial y\,\partial z} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial g_2}{\partial y} + \dfrac{\partial g_3}{\partial z} - \dfrac{\partial g_1}{\partial x}\right) & \text{(et deux analogues)}, \\[2ex] \dfrac{2\,\partial^2 g_1}{\partial y\,\partial z} = \dfrac{\partial^2 e_3}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 e_2}{\partial z^2} & \text{(et deux analogues)}. \end{cases}$$

Est-il possible dans le milieu (M) de satisfaire à toutes ces conditions et cela à six constantes arbitraires près (a, b, c, l, m, n)?

Pour cela il faut et il suffit que la sixième condition d'intégrabilité soit conséquence des cinq autres, d'où, si ϖ_1, ϖ_2, ϖ_3 désignent trois nombres arbitraires, les huit conditions suivantes imposées aux coefficients de Lamé

$$(2)\quad \begin{cases} \Delta_{13}=\varpi_1\Delta_{33}, & \Delta_{14}=\varpi_1\Delta_{34}, & \Delta_{15}=\varpi_1\Delta_{35}, \\ \Delta_{23}=\varpi_3\Delta_{33}, & \Delta_{24}=\varpi_2\Delta_{34}, & \Delta_{25}=\varpi_2\Delta_{35}, \\ \Delta_{63}=\varpi_3\Delta_{33}, & \Delta_{64}=\varpi_3\Delta_{34}, & \Delta_{65}=\varpi_3\Delta_{65}, \\ \varpi_3\Delta_{43}=\varpi_2\Delta_{53}, & \varpi_1\Delta_{43}=\varpi_3\Delta_{53}. \end{cases}$$

Supposons $(\varpi_1\varpi_2-\varpi_3^2)$ non nul, circonstance la plus fréquente, non nécessaire d'ailleurs, les conditions précédentes peuvent s'écrire

$$(3)\quad \Delta_{14}=\Delta_{24}=\Delta_{34}=\Delta_{64}=\Delta_{15}=\Delta_{25}=\Delta_{35}=\Delta_{65}=0$$

et en désignant par ϖ_4, ϖ_5, ϖ_6 trois nouveaux nombres et par μ un coefficient de Lamé, tels que $(\varpi_4\varpi_5-\varpi_6^2)$ non nul et

$$(4)\quad \Delta_{44}=\varpi_4\Delta_{33},\qquad \Delta_{55}=\varpi_5\Delta_{33},\qquad \Delta_{45}=\Delta_{54}=\varpi_6\Delta_{33},\qquad \Delta=2\mu\Delta_{33},$$

la solution du problème de Saint-Venant est alors définie par les relations

$$(5)\quad \begin{cases} N_3=z(ax+by)+mx+by+c, \\ \dfrac{\partial T_2}{\partial x}+\dfrac{\partial T_1}{\partial y}=ax+by, \\ \dfrac{\partial}{\partial y}(\varpi_5 T_2+\varpi_6 T_1)-\dfrac{\partial}{\partial x}(\varpi_6 T_2+\varpi_4 T_1)-n(\varpi_4+\varpi_5) \\ \quad =x(b\varpi_1-a\varpi_3)-y(a\varpi_2-b\varpi_3), \end{cases}$$

avec $T_2\alpha+T_1\beta$ nul sur le contour (L).

Conclusions. — 1° La solution de Saint-Venant est valable pour des milieux isothermes (M) parfaitement flexibles caractérisés par 13 coefficients de Lamé indépendants et 13 au plus [en raison des relations (2) à satisfaire par les 21 coefficients de Lamé].

2° Quand $(\varpi_1\varpi_2-\varpi_3^2)$ n'est pas nul, les conditions (3) exigent notamment que τ_1 et σ_2 soient nuls [1], c'est-à-dire que, dans de tels milieux (M'), la direction de l'axe des z soit un axe de propagation d'onde plane polarisée longitudinalement.

---

[1] P. Painlevé et Ch. Platrier, *Cours de Mécanique de l'École Polytechnique*, notation adoptée pour les coefficients de Lamé, pages 333, 378, 399 et suiv.

3° Les milieux, où $\tau_1, \tau_2, \sigma_1, \sigma_2, \nu_1, \nu_2, \rho_1, \rho_2$ nuls, sont des milieux (M') et, parmi ces derniers, se classe le milieu (B) à température constante et à cinq coefficients de Lamé indépendants ($\lambda, \lambda', \mu, \mu', \mu''$) étudié par M. Boussinesq [1].

4° Les tensions dans les milieux (M') dépendent seulement des rapports des six coefficients numériques ($\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3, \varpi_4, \varpi_5, \varpi_6$); les déformations pour des valeurs données de ces derniers nombres, y dépendent du seul coefficient de Lamé μ et lui sont inversement proportionnelles

$$(6) \qquad \left\{ \begin{aligned} & 2\mu e_3 = \frac{2\mu e_1}{\varpi_1} = \frac{2\mu e_2}{\varpi_2} = \frac{2\mu g_3}{\varpi_3} = N_3, \\ & 2\mu g_1 = \varpi_4 T_1 + \varpi_6 T_2, \qquad 2\mu g_2 = \varpi_6 T_1 + \varpi_5 T_2. \end{aligned} \right.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la stabilité de la double file de tourbillons dans un canal rectiligne.* Note de M. **Imai-Isao**, présentée par M. Henri Villat.

Après Schwarz [2], j'ai étudié la stabilité d'une rue des tourbillons dans un canal rectiligne, par la méthode des petites oscillations. Soit A la file des tourbillons d'intensité $\varkappa_A$ placés en $z_0 + mk$ et B celle de tourbillons $-\varkappa_B$ en $z_1 + nk$, m et n étant des nombres entiers. Soient $y = 0$, $y = h/2$ les coordonnées des parois du canal. Dans ce cas, on peut écrire le potentiel complexe du système [3]

$$f(z) = \frac{\varkappa_A}{2\pi i} \log \frac{\sigma(z - z_0)}{\sigma(z - z_3)} - \frac{\varkappa_B}{2\pi i} \log \frac{\sigma(z - z_1)}{\sigma(z - z_2)},$$

où $\omega = k/2$, $\omega' = i(h/2)$, $z_2 = x_1 + i(h - y_1)$ et $z_3 = x_0 + i(h - y_0)$.

Appelant u_A, v_A et u_B, v_B les vitesses des files A et B, on a

$$u_A = \frac{\varkappa_A}{2\pi}[\bar\zeta(2y_0 - h)] - \frac{\varkappa_B}{2\pi}\left[-\bar\zeta(y_0 - y_1) + \bar\zeta(y_0 + y_1 - h) - \frac{1}{2}\frac{\bar p'(y_0 - y_1)}{p(x_0 - x_1) + \bar p(y_0 - y_1)} + \frac{1}{2}\frac{\bar p'(y_0 + y_1)}{p(x_0 - x_1) + \bar p(y_0 + y_1)} \right]$$

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1652 : Observation de M. Émile Jouguet.
(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 824.
(3) Quant aux notations voir Halphen, *Fonctions elliptiques*.

et

$$u_B = \frac{\varkappa_A}{2\pi}\left[-\bar{\zeta}(y_1-y_0)+\bar{\zeta}(y_1+y_0-h)-\frac{1}{2}\frac{\bar{p}'(y_1-y_0)}{p(x_1-x_0)+\bar{p}(y_1-y_0)}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\frac{\bar{p}'(y_1+y_0)}{p(x_1-x_0)+\bar{p}(y_1+y_0)}\right]-\frac{\varkappa_B}{2\pi}\bar{\zeta}(2y_1-h),$$

$$\frac{\rho_A}{\varkappa_B}=\frac{\rho_B}{\varkappa_A}=-\frac{1}{4\pi}p'(x_0-x_1)\left[\frac{1}{p(x_0-x_1)+\bar{p}(y_0-y_1)}-\frac{1}{p(x_0-x_1)+\bar{p}(y_0+y_1)}\right].$$

Pour que le système soit permanent, il faut que l'on ait $\rho_A=\rho_B=0$ et $u_A=u_B$. La première condition donne $p'(x_0-x_1)=0$ ou ∞, i. e. $x_1-x_0=0$ ou $k/2$ resp. C'est-à-dire que la configuration permanente doit avoir la disposition symétrique [cas (1)] ou alternée [cas (2)]. Pour abréger, posons $a=y_1-y_0$, $b=y_1+y_0$ et $\delta=0$ ou ω/i correspondant au cas (1) ou (2) resp. Alors on a, après quelques transformations,

$$2\pi u_A=\varkappa_A\bar{\zeta}(b-a-h)-\varkappa_B[-\bar{\zeta}(-a+\delta)+\bar{\zeta}(b-h+\delta)],$$
$$2\pi u_B=\varkappa_A[-\bar{\zeta}(a+\delta)+\bar{\zeta}(b-h+\delta)]-\varkappa_B\bar{\zeta}(b+a-h).$$

D'après la deuxième condition $u_A=u_B$, on obtient

$$\gamma\equiv\frac{\varkappa_B-\varkappa_A}{\varkappa_B+\varkappa_A}=\frac{\bar{p}'(b+\delta)}{\bar{p}'(a+\delta)}.$$

Examinons la stabilité des configurations obtenues plus haut. Soient p_A+iq_A, p_B+iq_B les petits déplacements relatifs des tourbillons Z_0 et Z_1. On trouve notamment

$$\frac{d^2}{dt^2}(p_A-p_B)=\lambda^2(p_A-p_B);$$

en posant, pour le cas (1),

$$\lambda^2=\{\bar{p}(a)-\bar{p}(b)\}$$
$$\times\left[\{\bar{p}(a)-\bar{p}(b)\}(\varkappa_A-\varkappa_B)^2+2\varkappa_A\varkappa_B\left\{\frac{\bar{p}''(b)}{\bar{p}(a)-\bar{p}(b)}+\left(\frac{\bar{p}'(b)}{\bar{p}(a)-\bar{p}(b)}\right)^2\right\}\right],$$

pour le cas (2),

$$\lambda^2=\left\{\bar{p}\left(a+\frac{\omega}{i}\right)-\bar{p}\left(b+\frac{\omega}{i}\right)\right\}\left[\left\{\bar{p}\left(a+\frac{\omega}{i}\right)-\bar{p}\left(b+\frac{\omega}{i}\right)\right\}(\varkappa_A+\varkappa_B)^2\right.$$
$$\left.+2\varkappa_A\varkappa_B\left\{\frac{-\bar{p}''\left(a+\frac{\omega}{i}\right)}{\bar{p}\left(a+\frac{\omega}{i}\right)-\bar{p}\left(b+\frac{\omega}{i}\right)}+\left(\frac{\bar{p}'\left(a+\frac{\omega}{i}\right)}{\bar{p}\left(a+\frac{\omega}{i}\right)-\bar{p}\left(b+\frac{\omega}{i}\right)}\right)^2\right\}\right].$$

Naturellement $a < b < h - a$; $0 < a < h/2$. On sait, d'ailleurs que, pour cet intervalle, on a les relations suivantes :

$$\bar{p}(a) > \bar{p}(b), \quad \bar{p}\left(a + \frac{\omega}{i}\right) < \bar{p}\left(b + \frac{\omega}{i}\right),$$

$$|\bar{p}'(a)| > |\bar{p}'(b)|, \quad \bar{p}''\left(a^* + \frac{\omega}{i}\right) = 0 \quad \left(0 < a^* < \frac{h}{2}\right),$$

$$\bar{p}''(b) > 0, \quad \bar{p}''\left(a + \frac{\omega}{i}\right) \gtrless 0 \quad (\text{suivant que } a \lessgtr a^*).$$

Cas (1) :

$$|\gamma| = \left|\frac{\bar{p}'(b)}{\bar{p}'(a)}\right| < 1, \quad x_A x_B > 0,$$

donc $\lambda^2 > 0$ i. e. λ est réel; donc l'équilibre est instable.

Cas (2) : 1° $a^* < a < h/2$. Dans ce cas on a toujours

$$\left|\bar{p}'\left(a + \frac{\omega}{i}\right)\right| > \left|\bar{p}'\left(b + \frac{\omega}{i}\right)\right|.$$

Donc $|\gamma| < 1$; et, par suite, $x_A x_B > 0$.

2° $0 < a < a^*$ si $a' < b < h - a'$, $|\gamma| < 1$; donc $x_A x_B > 0$. Si $a < b < a'$ ou $h - a' < b < h - a$, $|\bar{p}'(a + \omega/i)| < |\bar{p}'(b + \omega/i)|$. Donc $|\gamma| > 1$; d'où $x_A x_B < 0$. Ici a' est telle que

$$\bar{p}'\left(a + \frac{\omega}{i}\right) = \bar{p}'\left(a' + \frac{\omega}{i}\right) \quad \left(a^* < a' < \frac{h}{2}\right).$$

Mais, dans le dernier cas, λ^2 est toujours positif, i. e. λ est réel. Donc l'équilibre est instable si $x_A x_B < 0$.

En résumé, pour la double file de tourbillons d'intensités inégales :

1° il y a deux dispositions possibles, l'une symétrique, l'autre alternée;

2° la disposition symétrique est toujours instable, les signes des tourbillons étant contraires dans les deux files;

3° la disposition alternée est instable, si les signes des tourbillons sont les mêmes dans les deux files.

AÉRODYNAMIQUE. — *Influence des limitations d'une veine fluide sur les caractéristiques aérodynamiques des ailes sustentatrices. Vérifications expérimentales*. Note [1] de MM. **A. Toussaint** et **S. Pivko**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons étudié [2] l'influence de la hauteur limitée d'une veine plane guidée et libre sur les caractéristiques aérodynamiques des ailes sustentatrices. Le point essentiel de la méthode exposée consiste en la recherche d'un angle induit $\Delta\alpha = \alpha_\infty . m$ dû à la hauteur limitée du courant et à l'influence de la distance (pour la veine libre seulement), et nous admettons que $\Delta\alpha$ calculé au *centre du profil* ($z = 0$), représente l'influence globale pour *tout* profil.

Notre hypothèse arbitraire a nécessité une vérification expérimentale. L'absence d'expériences sur les veines planes guidée et libre de hauteur faible nous a conduit à entreprendre une étude expérimentale spéciale.

Nous avons exécuté nos essais dans une petite soufflerie par aspiration, que nous avons réalisée et mise au point à cet effet. L'aile en essai avait un profil biconvexe symétrique et les caractéristiques suivantes : la corde $l = 18^{cm}$; l'envergure $L = 83^{cm}$; l'épaisseur maximum $e_m = 4^{cm},1$; $\eta e = 0^{cm},114$.

La largeur de la veine était $h = 22^{cm}$, alors l/h 0,818. Les mesures ont été effectuées une fois pour la veine guidée et quatre fois pour la veine libre, pour les distances relatives : $x/h = 0,432$; 0,682; 0,932 et 1,182.

Les polaires et courbes unitaires expérimentales sont représentées sur le diagramme ci-après. Nous avons tracé, à titre de comparaison, sur le même diagramme, la polaire et la courbe unitaire du même profil, essayé dans un courant illimité.

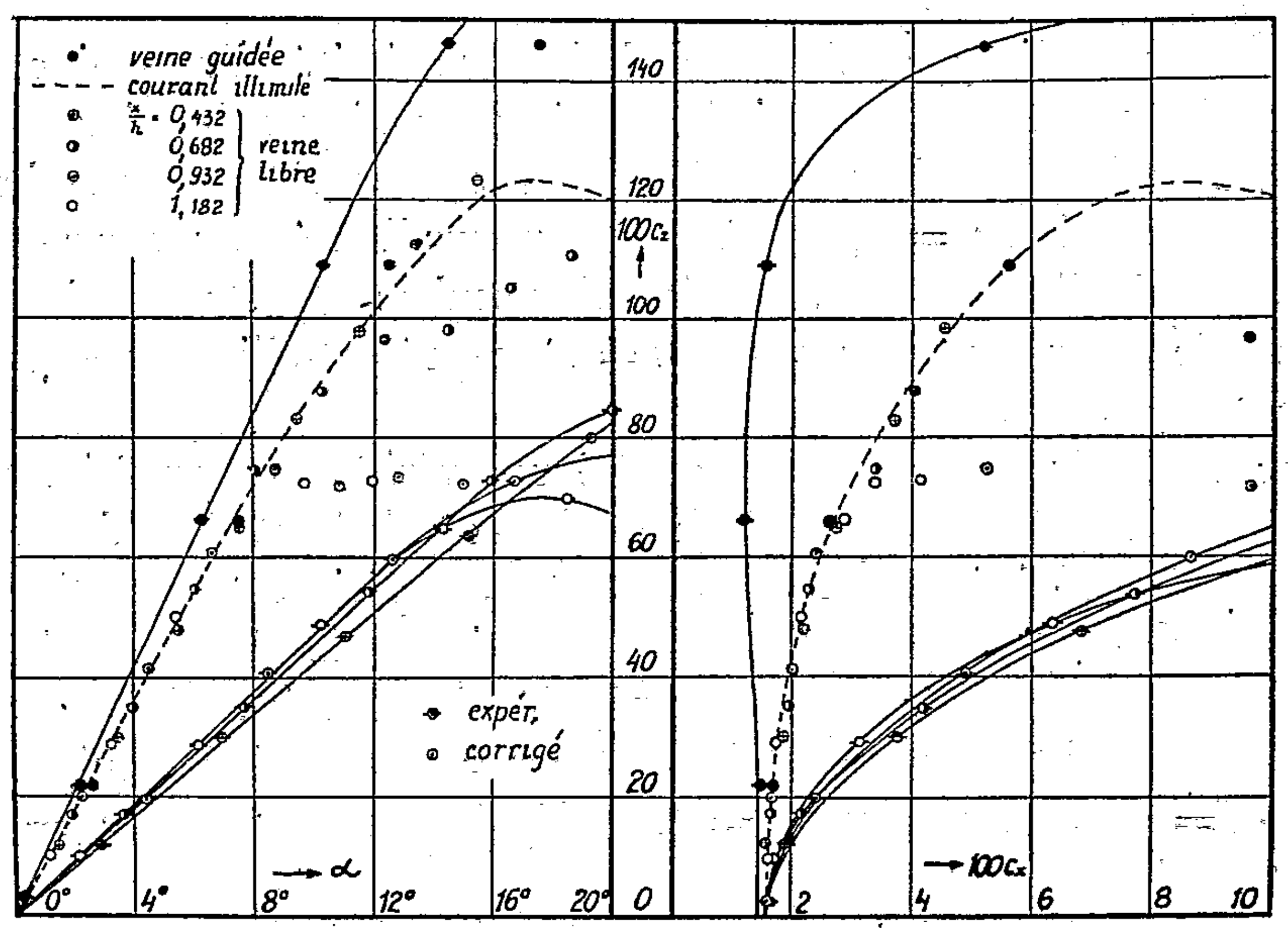
A ces valeurs, obtenues expérimentalement, nous avons appliqué nos corrections, d'après les formules publiées dans les Notes précédentes, avec le coefficient $m = \Delta\alpha/\alpha_\infty = 0,17$ pour la veine guidée et égal respectivement à $m = -1,055$; $-0,955$; $-0,915$ et $-0,91$ pour les veines libres en question.

On voit, pour les incidences modérées, une concordance extrêmement

[1] Séance du 18 mai 1936.

[2] *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1753 et 1834.

satisfaisante entre la théorie et expérience, car les petites divergences restent dans les limites des erreurs expérimentales. Il convient de remarquer que notre théorie n'est valable que dans le domaine des incidences modérées, en raison des approximations adoptées. C'est pourquoi les corrections appliquées à des points expérimentaux, situés au voisinage ou au delà du $c_{z\max}$ ne peuvent ramener ces points sur les courbes théoriques.



Nous avons calculé le coefficient m pour la veine guidée et pour différentes caractéristiques du profil d'aile ηe et pour différents rapports corde du profil/hauteur de la veine : l/h. Les résultats sont contenus dans le tableau ci-dessous :

ηe.	$l/h = 0{,}25$.	0,50.	0,75.	1,00.
0..........	$m = 0{,}0128$	0,0514	0,1153	0,2052
0,05..........	0,0141	0,0566	0,1280	0,2281
0,10..........	0,0154	0,0621	0,1398	0,2510
0,15..........	0,0170	0,0684	0,1555	0,2800

En ce qui concerne la veine libre, le tableau ci-dessous donne le coefficient $m = m_1 + m_2$ calculé pour $\eta e = 0{,}1$ et pour les différents rapports l/h et x/h :

$\frac{x}{h}$.	$\frac{l}{h} = 0{,}25$.	0,50.	0,75.	1,00.
0............	$m = -0{,}0154$	$-0{,}0611$	$-0{,}1355$	$-0{,}2360$
0,25.........	$-0{,}4997$	$-0{,}8882$	$-1{,}275$	$-1{,}682$
0,50.........	$-0{,}3627$	$-0{,}6432$	$-0{,}918$	$-1{,}218$

$\frac{x}{h}$.	$\frac{l}{h}$ = 0,25.	0,50.	0,75.	1,00.
0,75.........	m = −0,3387	−0,5982	−0,852	−1,127
1,0..........	−0,3337	−0,5882	−0,839	−1,110
∞...........	−0,3317	−0,5852	−0,835	−1,105

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Équation de Dirac et théorie du champ électromagnétique*. Note de M. **Bernard Kwal**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons attiré ([1]) l'attention sur la possibilité de déduire à partir des équations de Dirac des équations dont la forme est maxwellienne et qui peuvent servir de base à une théorie quantique du champ électromagnétique microscopique. Nous allons en donner maintenant des détails plus précis et quelques résultats nouveaux.

Tout d'abord nous écrirons l'équation de Dirac en se servant des matrices à 8 lignes et à 8 colonnes et pour cela nous envisagerons une fonction d'onde ψ à 8 composantes ($\psi_1\psi_2\psi_3\psi_4$, ψ_1^*, ψ_2^*, ψ_3^*, ψ_4^*). L'équation qui conduit à la théorie usuelle de l'électron magnétique s'écrit alors de la manière que voici :

$$\text{(I)}\qquad \left(\begin{vmatrix}\alpha_0 & 0\\ 0 & \alpha_0\end{vmatrix}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}-\sum_{k=1}^{3}\begin{vmatrix}\alpha_k & 0\\ 0 & (\alpha_k)^*\end{vmatrix}\frac{\partial}{\partial x_k}+\begin{vmatrix}i\alpha_4 & 0\\ 0 & (i\alpha_4)^*\end{vmatrix}\frac{m_0c}{\hbar}\right)\psi=0.$$

En se servant de l'opérateur

$$\begin{vmatrix}0 & \alpha_0\\ \alpha_0 & 0\end{vmatrix}$$

on obtient aisément des équations de forme maxwellienne entre des opérateurs relatifs au champ électromagnétique, équations qui sont les suivantes:

$$\text{(II)}\qquad \begin{cases}\left(\operatorname{rot}{}^1\mathrm{E}+\frac{1}{c}\frac{\partial^1\mathrm{H}}{\partial t}-\operatorname{grad}{}^1\varphi+\frac{m_0c}{\hbar}{}^2j\right)\psi=0,\\ \left(\operatorname{div}{}^1\mathrm{H}+\frac{1}{c}\frac{\partial^1\varphi}{\partial t}-\frac{m_0c}{\hbar}{}^2j_4\right)\psi=0,\\ \left(\operatorname{rot}{}^1\mathrm{H}-\frac{1}{c}\frac{\partial^1\mathrm{E}}{\partial t}+\operatorname{grad}{}^1\Phi+\frac{m_0c}{\hbar}{}^1\mathcal{J}\right)\psi=0,\\ \left(\operatorname{div}{}^1\mathrm{E}+\frac{1}{c}\frac{\partial^1\Phi}{\partial t}+\frac{m_0c}{\hbar}{}^2\mathcal{J}_4\right)\psi=0\end{cases}$$

([1]) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 23.

et

$$
(\text{III})\quad
\begin{cases}
\left(\operatorname{rot}^2\mathcal{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial^2 j}{\partial t} - \operatorname{grad}{}^2 j_4 - \frac{m_0 c}{\hbar}{}^1\text{H}\right)\psi = 0,\\
\left(\operatorname{rot}^2 j - \frac{1}{c}\frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial t} + \operatorname{grad}{}^2\mathcal{J}_4 - \frac{m_0 c}{\hbar}{}^1\text{E}\right)\psi = 0,\\
\left(\operatorname{div}^2\mathcal{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial^2 \mathcal{J}_4}{\partial t} - \frac{m_0 c}{\hbar}{}^1\Phi\right)\psi = 0,\\
\left(\operatorname{div}^2 j + \frac{1}{c}\frac{\partial^2 j_4}{\partial t} + \frac{m_0 c}{\hbar}{}^1\varphi\right)\psi = 0,
\end{cases}
$$

en posant

$$
{}^1\text{E}_1 = \begin{vmatrix} 0 & (i\alpha_1\alpha_2)^* \\ i\alpha_1\alpha_2 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^1\text{E}_2 = \begin{vmatrix} 0 & (-i\alpha_0)^* \\ -i\alpha_0 & 0 \end{vmatrix},
$$

$$
{}^1\text{E}_3 = \begin{vmatrix} 0 & (-i\alpha_2\alpha_3)^* \\ -i\alpha_2\alpha_3 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^1\text{H}_1 = \begin{vmatrix} 0 & (-i\alpha_3)^* \\ -i\alpha_3 & 0 \end{vmatrix},
$$

$$
{}^1\text{H}_2 = \begin{vmatrix} 0 & (-i\alpha_1\alpha_2\alpha_3)^* \\ -i\alpha_1\alpha_2\alpha_3 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^1\text{H}_3 = \begin{vmatrix} 0 & (i\alpha_1)^* \\ i\alpha_1 & 0 \end{vmatrix},
$$

$$
{}^2\mathcal{J}_1 = \begin{vmatrix} 0 & (\alpha_1\alpha_2\alpha_4)^* \\ \alpha_1\alpha_2\alpha_4 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^2\mathcal{J}_2 = \begin{vmatrix} 0 & (-\alpha_4)^* \\ -\alpha_4 & 0 \end{vmatrix},
$$

$$
{}^2\mathcal{J}_3 = \begin{vmatrix} 0 & (-\alpha_2\alpha_3\alpha_4)^* \\ -\alpha_2\alpha_3\alpha_4 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^2\mathcal{J}_4 = \begin{vmatrix} 0 & (-\alpha_2\alpha_4)^* \\ -\alpha_2\alpha_4 & 0 \end{vmatrix},
$$

$$
{}^2 j_1 = \begin{vmatrix} 0 & (\alpha_3\alpha_4)^* \\ \alpha_3\alpha_4 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^2 j_2 = \begin{vmatrix} 0 & (\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4)^* \\ \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 & 0 \end{vmatrix},
$$

$$
{}^2 j_3 = \begin{vmatrix} 0 & (-\alpha_1\alpha_4)^* \\ -\alpha_1\alpha_4 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^2 j_4 = \begin{vmatrix} 0 & (-\alpha_1\alpha_3\alpha_4)^* \\ -\alpha_1\alpha_3\alpha_4 & 0 \end{vmatrix},
$$

$$
{}^1\varphi = \begin{vmatrix} 0 & (-i\alpha_1\alpha_3)^* \\ -i\alpha_1\alpha_3 & 0 \end{vmatrix}, \qquad
{}^1\Phi = \begin{vmatrix} 0 & (i\alpha_2)^* \\ i\alpha_2 & 0 \end{vmatrix}.
$$

Une seconde série d'équations (II) et (III) s'en déduit en appliquant l'opérateur $\begin{vmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{vmatrix}$.

Les opérateurs j, φ et Φ sont des *opérateurs muets* dont les densités de moyenne sont nulles, ce qui se traduit, en particulier, par l'inexistence des charges et courants magnétiques.

Les équations (II) et (III), qui contiennent toute l'électrodynamique quantique, peuvent s'écrire sous une forme abrégée

$$(\text{II}') \qquad \vec{\text{H}}\psi = \vec{\text{A}}\psi,$$

$$(\text{III}') \qquad \overleftrightarrow{\text{H}}\psi = \overleftrightarrow{\text{A}}\psi.$$

Les opérateurs $\vec{\text{H}}$ et $\overleftrightarrow{\text{H}}$ ont un caractère vectoriel et tensoriel, ce qui les distingue essentiellement de l'opérateur scalaire I, relatif à la dynamique ondulatoire du corpuscule de Dirac.

ÉLECTRICITÉ. — *Générateur ionique donnant un million de volts.* Note de M. **Marcel Pauthenier** et de Mme **Marguerite Moreau-Hanot**, présentée par M. Aimé Cotton.

Description. — Nous avons indiqué (1) le principe d'un générateur ionique de hauts potentiels; depuis lors un appareil de ce genre a été établi et, bien que certains détails de réalisation soient encore imparfaits, le potentiel obtenu atteint le million de volts.

Le conducteur à charger est une sphère de 75^{cm} de diamètre, supportée par deux tubes de verre d'Iéna de $10^{cm},5$ de diamètre intérieur, la longueur efficace d'isolement étant 2^{m}.

L'air chargé de particules solides est entraîné en circuit fermé dans ces tubes avec une vitesse voisine de 60 m/s. Les poussières employées sont des sphérules vitrifiées provenant de l'appareil de dépoussiération d'une centrale à charbon pulvérisé.

L'ioniseur cloisonné est formé d'un tube axial entouré de 6 secteurs de couronne, disposition d'ailleurs défectueuse, que nous nous proposons de remplacer par un faisceau de tubes hexagonaux où le champ sera plus régulièrement réparti. Les fils de cuivre très fins d'abord employés ont été, en raison de leur fragilité, remplacés par des fils d'acier à section carrée. Un espace annulaire d'environ 6^{mm} d'épaisseur est laissé libre autour de l'ioniseur; il n'y a en effet aucun intérêt à ce que les particules voisines des parois prennent une charge; celle-ci ne pourrait que se déposer sur les tubes isolants et y jouer un rôle nuisible. En raison de cette précaution et de la vitesse du courant d'air les tubes de verre restent propres.

Mesure du courant apporté à la sphère. — La disposition peu satisfaisante de l'ioniseur, les arêtes vives qu'il présente aux deux bouts limitent jusqu'à présent à 11 μA, au lieu des 25 μA environ prévus, le courant électrique I apporté à la sphère,

En fonction des deux variables dont on dispose facilement : teneur du gaz en poussières et tension V appliquée au fil, le courant I présente comme il était prévu un maximum très aplati, des deux côtés duquel il s'abaisse assez rapidement. La teneur du gaz en poussières est définie par l'étouffe-

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1332.

ment de la décharge [1]; la valeur optimum de celui-ci est, dans tous les cas étudiés jusqu'ici, voisine de 1/3, condition réalisée lorsque l'ensemble de l'appareil contient en suspension 15 à 20^g de poussières pour un volume de l'ordre de 300^{dm^3}. Quant à la tension V, elle doit, dans les conditions de nos expériences, correspondre à une émission de 3 à 4 μA par centimètre de fil (7 KV environ pour le fil de cuivre très fin, 11 à 12 KV pour le fil carré).

Nous n'avons pas étudié encore l'influence, sans doute importante, d'autres modifications portant sur la nature du gaz et sur la dimension de l'ioniseur.

Enfin il est évident que le courant I augmente en même temps que la vitesse du courant d'air ou la section des tubes; il est plus économique d'augmenter cette section car la puissance consommée par le ventilateur croît très rapidement avec la vitesse; mais cela oblige à augmenter les trous pratiqués dans le conducteur et par suite les fuites électriques dans leur voisinage. La supression de ces fuites est donc un point essentiel de la question.

Potentiels atteints. — Entre la sphère chargée et une deuxième sphère de même diamètre (75^{cm}), reliée à la terre, nous obtenons des étincelles qui, jusqu'à 650 kV, restent toujours droites, bruyantes, et espacées de 3 secondes au plus dans ce dernier cas. Au delà de ce potentiel, les fuites intervenant, les étincelles sont souvent sinueuses et moins régulièrement espacées, leur longueur a dépassé 54^{cm}, et le potentiel explosif, contrôlé par la méthode de la pastille de platine [2] dépasse le million de volts. Ensuite des étincelles jaillissent vers les parois de la salle.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Sur une importante cause d'erreur dans la mesure des capacités au balistique.* Note de M. **Jean Granier**, présentée par M. Paul Janet.

On sait [3] que la présence d'un condensateur de capacité C dans le circuit d'un galvanomètre donne à l'équipage mobile une inertie apparente supplémentaire CG^2, G étant le rapport de la f. e. m. à la vitesse angulaire.

---

(1) *J. de Phys.*, 6, 1935, p. 257.
(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 929.
(3) Voir Paul Janet, *Annales de Chronométrie*, 5, 1935, p. 190-191.

La période d'oscillation est donc augmentée : avec les capacités considérables employées aujourd'hui dans l'industrie, cette perturbation est loin d'être négligeable.

Vérification expérimentale. — Avec un galvanomètre type A. O. P. caractérisé par les constantes suivantes (a, moment d'inertie; c, rapport du couple de torsion à l'angle; R, résistance) :

$$a = 6,15, \qquad c = 18,4,$$
$$G = 2,18.10^7, \qquad R = 2,4.10^{12}$$
(unités C. G. S.),

on a trouvé expérimentalement pour la période d'oscillation, en bon accord avec la formule précédente :

	A circuit ouvert.	Fermé sur 10 μF.	Fermé sur 40 μF.
Secondes.............	3,64	4,6	6,6

Dans ce dernier cas, la période est *presque doublée*.

Si le galvanomètre est employé comme balistique, l'élongation est donnée par la formule

$$\theta = \frac{G}{c} \frac{2\pi}{T} Q$$

Pour une même quantité d'électricité Q, elle est donc en raison inverse de T; or, comme nous venons de l'établir, T dépend de C. Si donc dans la comparaison des capacités on ne tient pas compte de cette variation systématique de la période on commet une erreur qui peut être très importante.

Vérification expérimentale. — Une pile Leclanché débite dans 2 boîtes de résistance R_1 et R_2 montées en série; la capacité étudiée est chargée aux bornes de R_2, puis déchargée dans le galvanomètre AOP précédemment décrit.

Comme capacité on utilise 2 condensateurs *identiques* de 20 μF *environ;* en les montant en série puis en choisissant :

$$R_1 = 9800\,\Omega, \qquad R_2 = 200\,\Omega.$$

on obtient une élongation de 78^{mm} sur une règle graduée placée à 1^m de l'appareil; en les montant en dérivation, puis en prenant

$$R_1 = 9950\,\Omega, \qquad R_2 = 50\,\Omega,$$

on obtient une élongation de 52^{mm} seulement.

Or, dans le second cas, la capacité est 4 fois plus grande que dans le

premier cas et la tension de charge 4 fois plus faible; d'après la théorie classique on devrait donc obtenir des élongations identiques. L'expérience montre au contraire que le rapport des élongations (52/78) est égal à l'inverse (4,6/6,6) du rapport des périodes.

Résumé et conclusions. — Si dans les conditions précédentes on mesure un condensateur de 40 microfarads par comparaison avec un étalon de 1 microfarad, sans tenir compte de la variation de période, on trouvera une capacité environ deux fois trop faible. Par contre, si l'on opérait sous des tensions plus élevées en shuntant énergiquement le galvanomètre pour rendre son régime apériodique, on retrouverait la valeur exacte.

Dans la mesure des condensateurs de grande capacité, il faut donc soit tenir compte systématiquement des variations de période, soit utiliser des galvanomètres peu sensibles, à grand moment d'inertie et fortement shuntés.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption infrarouges et modes de vibration de composés organiques.* Note de M. **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Avec les spectromètres précédemment décrits ([1]) nous avons relevé, entre les fréquences de 510 et 1450 cm^{-1} environ, les spectres d'absorption d'une trentaine de composés liquides qui répondaient aux formules générales $X\text{-}CH^2\text{-}CH^2\text{-}Y$ et $X\text{-}CH^2\text{-}CH^2\text{-}CH^2\text{-}Y$ et qui n'avaient pas, à notre connaissance, été étudiés en dehors de nous dans cette région. *Les nombreuses bandes d'absorption, qui se trouvent dans presque tous les spectres pour des fréquences inférieures à* 1100 cm^{-1}, *ne s'expliquent que si l'on admet l'existence de plusieurs formes moléculaires.*

I. $X\text{-}CH^2\text{-}CH^2\text{-}Y$. — On sait que les six modes de vibration $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_6$ correspondant à la forme *cis*, tels qu'ils ont été précisés dans une Note précédente ([2]), doivent, dans tous les cas, donner lieu à des bandes d'absorption infrarouges et à des raies Raman. Quant à la forme *trans*, si les groupements X et Y deviennent semblables ou équivalents, trois seulement de ces modes de vibration ω'_4, ω'_5, ω'_6, sont actifs dans l'infrarouge (et inactifs dans l'effet Raman) et les trois autres ω'_1, ω'_2, ω'_3 sont inactifs dans l'infrarouge (et actifs dans l'effet Raman).

([1]) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 155 et 196, 1933, p. 1011.
([2]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 50.

Composés de la forme $CH^3 - CH^2 - CH^2 - Y$.

Y.	ω'_2.	ω_2.	ω'_4.	ω_4.	ω'_1.	ω_1.	
CHO	inac.	852	821	995	1065		cm⁻¹
NH^2	inac.	?	805	972 ?	1060		
OH	inac.	854	?	963	1053		
CH^3 (1)	inac.	833	752	950	1040	997	
Cl	648	728	785	852	1027	890	
Br	563	645	771	836	1024	889	
I	507	593	756	813	?	880	

Composés de la forme $Cl - CH^2 - CH^2 - Y$.

Y.	ω'_2.	ω_2.	ω'_4.	ω_4.	ω'_1.	ω_1.
OH	659	743	?	843	1033	934 cm⁻¹
CH^3	648	728	785	852	1027	890
Cl	inac.	653	707	676	938	878
Br	720	568	664	630	917	852
I	702	510	655	577	896	817

Les spectres des composés de la forme $X - CH^2 - CH^2 - Y$ (avec $X = Y = OH$, Cl, Br, I) s'interprètent de la même manière. Comme certains dérivés appartiennent à plusieurs de ces suites, il en résulte un contrôle des classifications adoptées. D'ailleurs, sauf pour ω'_1, elles ne diffèrent pas beaucoup de celles que Kohlrausch a données pour des composés analogues, d'après l'étude de l'effet Raman. On remarquera que, par exemple, pour le butane et le dicholoro-éthane-1.2, ω'_4 est bien actif dans l'infrarouge et ω'_2 inactif. Les groupements OH, NH^2 et CHO, considérés comme un tout, peuvent équivaloir à CH^3, ce qui explique l'affaiblissement et même la disparition de certaines bandes.

II. $X - CH^2 - CH^2 - CH^2 - Y$. — Nous pensons qu'il existe encore deux formes moléculaires distinctes dont nous indiquerons par δ_i et δ'_i les vibrations respectives. Nous ne pouvons en préciser actuellement les modes; mais, par suite de l'analogie que présentent certaines bandes de ces composés avec celles des composés indiqués ci-dessus, nous avons employé les mêmes indices i pour les désigner

(1) D'après les déterminations de Coblentz pour l'état gazeux.

	δ_2.	δ_4.	δ'_4.	δ'_2.	δ_7.	δ_3.	δ_1.	δ'_1.	
I — CH² — CH² — CH² — I...	★	★	596	inac.	730	793	817	907	cm^{-1}
Cl — CH² — CH² — CH² — I...	★	572	657	714	756	817	842	922	
Cl — CH² — CH² — CH² — Cl..	639	673	723	inac.	793	864		965	
Cl — CH² — CH² — CH² — Br..	566	597	655	721	773	851		949	
Br — CH² — CH² — CH² — Br..	551	590	650	inac.	754	831	843	925	

(Le signe ★ indique que la bande tombe en dehors de notre domaine).

Composés de la forme $CH^3 - CH^2 - CH^2 - CH^2 - Y$.

Y.	δ_2.	δ_4.	δ'_4.	δ'_2.	δ_7.	δ_1.	δ'_1.	
CHO................	778	888	758	inac.	930	–	1072	cm^{-1}
NH²................	791	874	735	inac.	932	–	?	
OH.................	810	844	737	inac.	903	958	1040	
CH³................	759	795	721	inac.	856	904	974	
Cl.................	721	785	740	654	845	870	927	
Br.................	641	771	737	563	794	865	911	
I..................	592	750	722	506	770	856	889	

Un classement analogue s'applique aux composés

$$X - CH^2 - CH^2 - CH^2 - Y \quad (X = Y = OH,\ CN,\ CH^3Cl,\ Br,\ I)$$

et aux composés

$$Cl - CH^2 - CH^2 - CH^2 - Y \quad (Y = OH,\ CH^3,\ Cl,\ Br,\ I).$$

La vibration δ'_2 devient optiquement inactive dans les mêmes conditions que la vibration ω'_2 mais, d'après les renseignements que donne la bibliographie de l'effet Raman, il ne semblerait pas que la vibration δ'_4 suive les mêmes règles de sélection que ω'_4.

Nous avons reconnu que, pour des composés tels que $X-(CH^2)^5-Y$, il existerait également deux formes moléculaires et deux seulement.

RADIATIONS. — *Sur l'action exercée par les métaux ordinaires sur la plaque photographique et sur l'électromètre.* Note de M. **Jean Reboul**, présentée par M. Aimé Cotton.

R. Colson (¹) a le premier signalé que quelques métaux (Zn, Mg, Cd) agissent à distance sur la plaque photographique. Russell (²) a étudié cet

(¹) *Comptes rendus*, **123**, 1896, p. 49.
(²) *Proc. Roy. Soc.*, **61**, 1897, p. 424; **62**, 1898, p. 102.

effet et montré que d'autres métaux (Ni, Al, Pb, Co, Bi, Sb) agissent aussi sur la plaque; il a expliqué ces résultats par l'intervention de l'eau oxygénée formée au contact des métaux oxydables et de l'air humide.

Ayant signalé (¹) quelques expériences dont les résultats paraissent s'interpréter plus aisément dans l'hypothèse d'un rayonnement émis par le métal que dans celle d'une simple action chimique, j'ai été amené à reprendre l'étude de Russell avec des moyens plus perfectionnés que ceux dont il disposait; j'ai pu la compléter sur plusieurs points, en exprimer les résultats quantitativement au moyen de la photométrie photographique et comparer l'action sur la plaque à celle que les métaux ordinaires exercent sur l'électromètre.

I. Avec des plaques convenables (Guilleminot-Fulgur), on constate que tous les métaux produisent à distance une action photographique plus ou moins prononcée et parfois dans des conditions où la formation d'eau oxygénée paraît difficile à expliquer; il convient toutefois de mettre à part dans cette étude le zinc, le magnésium et le cadmium dont l'action est particulièrement prononcée.

L'ensemble des résultats obtenus dans des conditions variées (pression réduite, atmosphères diverses, absorption par diverses substances) montre que sans modifier l'explication de Russel, tout se passe comme si les métaux ordinaires émettaient un rayonnement X de petit quantum dont on peut déterminer, par des mesures photométriques, les coefficients d'absorption par l'air; on trouve des valeurs variant de 0,4 à 0,8 (atm/cm^{-1}).

II. L'étude de l'ionisation de l'atmosphère environnant des métaux ordinaires (Zn, Sn, Pb, Fe, Cu, Ni, Al) amène, elle aussi à supposer qu'il y a émission par ces métaux d'un rayonnement X de faible quantum; en reprenant les anciennes expériences faites par Campbell, Wilson, Wood, etc., sur l'ionisation produite par les métaux ordinaires ou en utilisant leurs résultats, il est facile de déterminer les coefficients d'absorption par l'air du rayonnement supposé, on trouve encore des valeurs variant de 0,4 à 0,8 suivant les métaux ou les conditions expérimentales.

L'énergie correspondant à cette ionisation est-elle suffisante pour impressionner la plaque sensible? L'expérience montre que, dans le voisinage de la surface métallique, il y a production d'un nombre d'ions dépendant de la nature du métal et atteignant plusieurs dizaines par centimètre cube pour les moins actifs d'entre eux; ainsi le nombre d'ions produits au bout d'une

(¹) Jean Reboul, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1596.

semaine équivaut à celui que produit pendant quelques secondes un faisceau de rayons X d'intensité et de pénétration moyennes. L'énergie correspondant à une pareille ionisation serait donc suffisante pour qu'il y ait impression sur la plaque au bout de quelques jours de pose.

III. Pour les métaux (Mg, Zn, Cd) dont l'action se manifeste après quelques heures de pose, il faut admettre autre chose, car l'étude électrométrique n'indique pas pour ces métaux une ionisation plus marquée que pour les autres. Dans nos conditions expérimentales, l'étain s'est révélé près de 10 fois et le plomb environ 3 fois plus actif à l'électromètre que le zinc, alors que les densités photographiques obtenues pour des mêmes poses sont respectivement 1,83 pour le zinc, 0,70 pour l'étain et 0,60 pour le plomb; on est ainsi amené à admettre qu'il se produit, dans le cas de ces trois métaux, un composé dont l'action vient exagérer l'impression sur la plaque.

Russell a montré que ce composé était l'eau oxygénée, pour laquelle il signala la grande sensibilité de la plaque photographique; sa démonstration fut faite avec les métaux qui, comme le zinc, sont particulièrement actifs, elle fut, par extrapolation, considérée comme valable dans des conditions et pour des métaux tels que la formation d'eau oxygénée est difficile à admettre du moins par le processus qu'admettent les chimistes.

Remarquons que les hypothèses faites pour expliquer la formation d'eau oxygénée par les métaux oxydables en atmosphère humide, ne sont pas concordantes; certains chimistes font intervenir une activité spéciale de l'hydrogène à l'état naissant, d'autres au contraire une activité particulière de l'oxygène sous forme atomique. L'existence de radiations très absorbables émises par les métaux pourrait être la cause de cette eau oxygénée; on sait en effet que des radiations de courte longueur d'onde (ultraviolet et ultraviolet extrême) peuvent provoquer à l'air humide la formation de ce composé, ainsi l'explication de Russell serait complétée par l'hypothèse que nous avons faite pour expliquer toutes les particularités que présente l'action exercée par les métaux ordinaires sur la plaque photographique et sur l'électromètre.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les propriétés des corpuscules cosmiques du groupe pénétrant.* Note de MM. **Pierre Auger** et **Albert Rosenberg**, présentée par M. Jean Perrin.

I. L'ensemble des propriétés du rayonnement cosmique peut être interprété si l'on admet l'existence de plusieurs rayonnements, distincts dès la haute atmosphère, comme l'ont montré Rossi (1), Compton et Bethe (2) et P. Auger (3). Avec deux groupes de corpuscules (D : corpuscules ultra-pénétrants, M : corpuscules, absorbables) (4), on peut déjà rendre compte de beaucoup de phénomènes. Dans le présent travail nous avons étudié les propriétés du groupe D après absorption du groupe M par des écrans de sol. Les mesures ont été faites dans deux salles souterraines, S_{30} et S_{75} (5), dans lesquelles nous avons déjà fait l'analyse du pouvoir pénétrant des corpuscules restants, et montré qu'ils constituaient un groupe dur pratiquement pur (6).

II. Pour l'étude des effets secondaires produits par ces corpuscules, nous avons dû atténuer l'effet des murs et des plafonds, qui devient très important dans des salles souterraines et peut masquer les phénomènes cherchés (7). Nous avons placé les trois compteurs du dispositif de Rossi aussi près les uns des autres que le permet la nécessité d'éviter leur déclenchement par un seul corpuscule; l'ensemble est éloigné à plus de deux mètres des parois des salles, et l'on dispose de larges écrans gerbigènes directement au-dessus (8). Dans ces conditions le nombre de coïncidences croît rapidement avec l'épaisseur des écrans (9), mais atteint vite une sorte de saturation et ne présente pas la décroissance rapide caractéristique que l'on observe avec les

---

(1) *Int. Conf. London*, 1934, p. 180.

(2) *Nature*, 134, 1934, p. 734.

(3) *Nature*, 135, 1935, p. 820; *J. de Physique*, 6, 1935, p. 225.

(4) *J. de Physique*, 6, 1935, p. 225.

(5) Les indices indiquant l'épaisseur en mètres de l'écran d'eau équivalent à l'ensemble de la matière traversée par les corpuscules depuis leur entrée dans l'atmosphère jusqu'à la salle de travail.

(6) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1022; 201, 1935, p. 1116.

(7) *J. de Physique*, 6, 1935, p. 253.

(8) Il faut naturellement remarquer que ce dispositif compte les rayons doubles issus des écrans.

(9) Des résultats dans le même sens ont été annoncés par D. M. Follett et J. D. Crawshaw (*Nature*, 136, 1935, p. 1026).

mêmes dispositifs au-dessus du sol, là où le groupe M est important ([1]). *Il semble bien que l'on doive voir là les effets des corpuscules secondaires peu pénétrants produits par les corpuscules primaires ultra-pénétrants.* D'après les résultats de Schwegler ([2]), ces secondaires traversent 1^{cm} de plomb au niveau du sol; d'après les résultats présents, ils traversent 6^{mm} de plomb sous 30 mètres d'eau, et 3^{mm} de plomb sous 75 mètres d'eau (valeurs très approximatives).

III. L'effet des changements de matière des écrans gerbigènes paraît confiné à leur densité ; en remplaçant le plomb par du bois, les épaisseurs produisant un effet équivalent sont multipliées par 10. Cela conduit à penser qu'il s'agit d'un effet de concentration géométrique de phénomènes secondaires se produisant dans toute matière, en corrélation avec une absorption purement massique des corpuscules primaires, ce qui explique le très grand nombre des gerbes produites par les parois des pièces de travail. Ces gerbes ont été recherchées et photographiées par M. Haenny, dans la salle S_{30}, avec une chambre de Wilson commandée par 2 compteurs; il a obtenu 5 gerbes et 1 cliché portant 2 trajectoires, pour 100 photographies de rayons solitaires, ce qui montre l'importance du phénomène.

	Iv.	G.						
		$e = 0$.	$e = 0,1$.	$e = 0,3$.	$e = 0,6$.	$e = 1,8$.	$e = 3$ cm.	
S_{30}...	29	7,6	10	12,7	16,3	15	15,3	chocs par heure
	(2000)	(500)	(200)	(350)	(400)	(1000)	(400)	total observé
S_{75}...	5,6	1,2	2,6	3,3	3,3	3,7	3,8	chocs par heure
	(2000)	(300)	(300)	(500)	(400)	(400)	(500)	total observé

IV. Nous avons également mesuré l'intensité verticale des corpuscules primaires, avec un dispositif à trois compteurs dans un plan vertical avec un écran de plomb de 5^{cm} interposé. Dans le tableau de résultats ci-dessus, Iv désigne cette intensité verticale; G est le nombre de gerbes en fonction de l'épaisseur e de l'écran de plomb (en centimètres). Si l'on considère le nombre de coïncidences obtenues avec un écran saturant, soit $e > 6^{mm}$, on voit qu'il décroît entre S_{30} et S_{75} à peu près comme l'intensité verticale ([3]).

([1]) Des résultats analogues ont été trouvés par Drigo (*Ric. Scientif.*, 1, 1935, p. 11-12), Rossi et Alocco (*Rend. Acad. Lincei*, 21, 1935, p. 167). Comparer également avec Schwegler (*Z. Physik*, 96, 1935, p. 62).

([2]) Obtenus à la surface du sol, avec un dispositif sélectionnant les rayons secondaires des corpuscules ultra-pénétrants D.

([3]) Conformément aux résultats de Clay (*Physica*, 2, 1935, p. 1042).

Le coefficient massique de disparition de la radiation dure verticale serait, d'après les valeurs de Iv, de $0,4 \cdot 10^{-3}$ cm²/gr, entre 30 et 75 mètres d'eau.

V. Nous pensons pouvoir déduire de ces expériences que :

1° Après la traversée de 30^m d'eau, le rayonnement cosmique primaire se compose d'un seul groupe de corpuscules ultra-pénétrants (groupe D) dont l'absorption dans la matière est massique.

2° Ces corpuscules D produisent, directement ou indirectement, en perdant partiellement leur énergie, des effets secondaires (rayons multiples, gerbes) dans la matière traversée, en proportion de sa densité. Les rayons secondaires ont un faible pouvoir pénétrant (quelques millimètres de plomb) qui paraît décroître lorsque les rayons primaires traversent plus de matière avant de les produire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Nouveau colorimètre pour les dosages en série.* Note (¹) de M. **Hormisdas**, transmise par M. Henry Le Chatelier.

Le colorimètre que nous présentons n'offre rien de nouveau quant aux principes colorimétriques. Cependant les modifications que nous y avons introduites lui donnent les avantages marqués pour les dosages en série.

Les figures 1 et 2 nous montrent l'aspect général de l'appareil. Celui-ci est formé d'une boîte métallique contenant la source lumineuse (6 lampes à incandescence) et un miroir incliné à 45°, servant à diriger les rayons lumineux à travers les tubes Nessler et le liquide examiné. Devant chaque tube, il y a une ouverture circulaire qui permet de comparer plus facilement la teinte du liquide examiné avec celles des solutions étalons.

L'appareil possède un chariot colorimétrique mobile (4) qui porte le liquide à doser : le dispositif permet à l'expérimentateur de comparer le liquide étudié à chacun des tubes de la gamme pris isolément.

La figure (11) montre le système de suspension de ce chariot. Il est muni d'une lunette d'observation et de deux miroirs dont l'un oblitère la moitié du spot lumineux du second.

Les teintes dans les gammes colorimétriques du Fe et du Mn diminuent graduellement d'intensité avec le temps; il est donc nécessaire d'effectuer la lecture colorimétrique le plus rapidement possible, ce que permet l'emploi du chariot mobile.

(¹) Séance du 2 juin 1936.

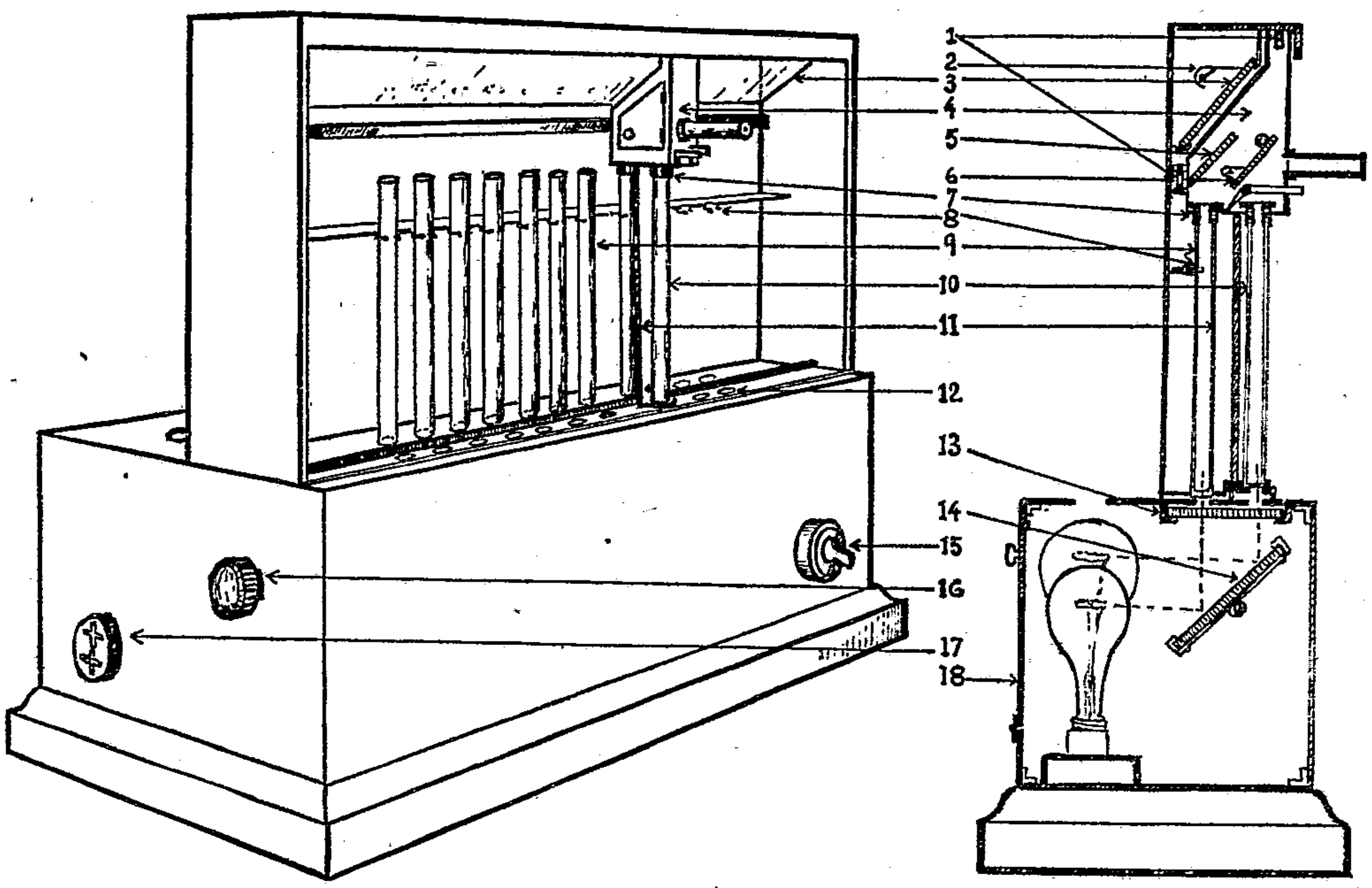


Fig. 1. Fig. 2.

1, rails qui supportent le chariot; 2, réglage de l'inclinaison du miroir; 3, miroir aux spots lumineux; 4, chariot colorimétrique; 5, miroir complet; 6, demi-miroir ajustable; 7, anneaux métalliques pour encolleter les tubes; 8, agrafes à ressort; 9, tubes Nessler étalons; 10, liquide à doser; 11, barre métallique fixée au chariot et supportant la colonne liquide à examiner. 12, ouvertures circulaires; 13, verre dépoli; 14, miroir rotatif; 15, interrupteur; 16, bouton de l'axe du miroir rotatif; 17, prise de courant; 18, porte.

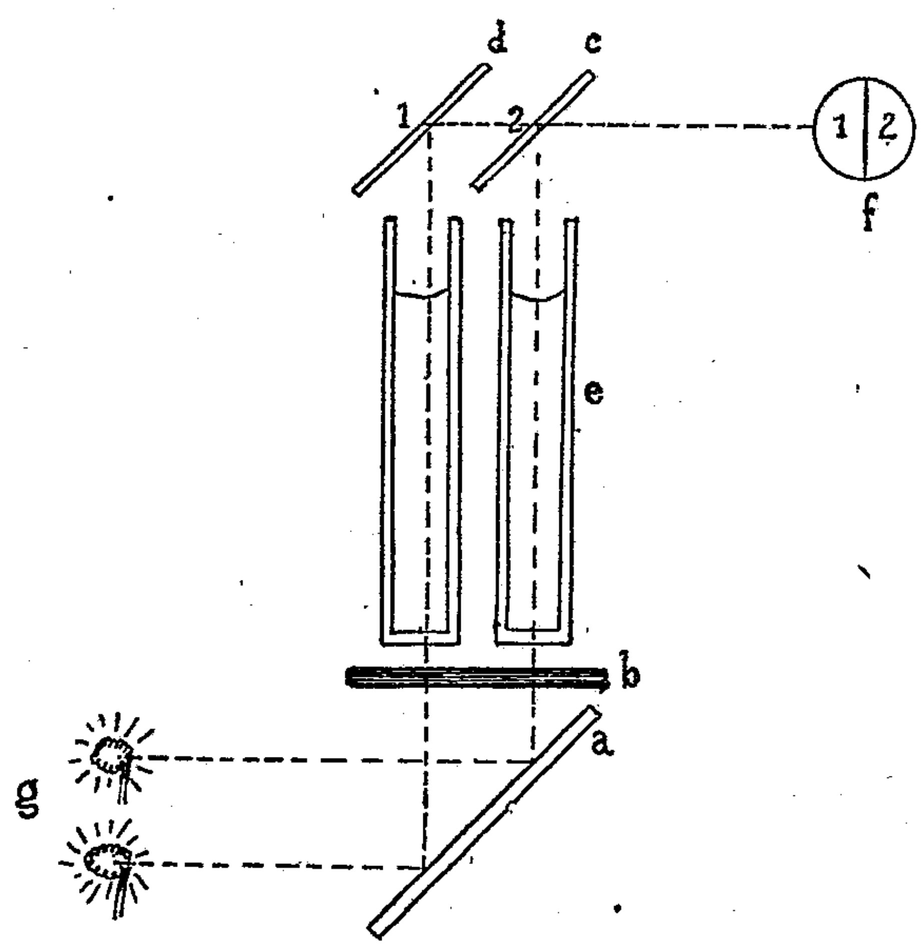


Fig. 3.

a, miroir rotatif; *b*, verre dépoli; *c*, demi-miroir; *d*, miroir complet; *e*, tubes Nessler; *f*, cercle lumineux rapprochant les deux faisceaux colorés; *g*, lampes électriques à deux hauteurs différentes.

L'intensité de la teinte des spots lumineux est sensiblement proportionnelle à la hauteur de la colonne qui transmet le faisceau lumineux. Pour évaluer une teinte plus intense que celles que comporte la gamme, il suffit d'introduire dans le tube du chariot mobile une colonne de liquide d'une hauteur connue et inférieure à celle des tubes étalons. On multiplie la teneur métallique trouvée par le rapport des hauteurs des colonnes liquides comparées.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherches relatives à l'élément* 87. Note de M. **Horia Hulubei**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai entrepris avec des méthodes très sensibles la recherche systématique de l'élément alcalin inconnu de numéro atomique 87, par son spectre de rayons X caractéristique. Cet élément a déjà été recherché par de nombreux expérimentateurs et par des méthodes très diverses avec un résultat négatif (¹).

J'ai étudié les minerais connus les plus riches en cæsium et plus particulièrement la pollucite, où il est possible que cet élément soit présent.

L'analyse aux rayons X a été faite, jusqu'à présent, après séparation préalable des alcalins de ces minerais et dans certains cas après concentration des alcalins lourds.

J'ai fait l'analyse spectrale à l'aide d'un spectrographe à focalisation type Cauchois, dont la luminosité permet d'augmenter de beaucoup la sensibilité des méthodes d'analyse atomique par les spectres de rayons X caractéristiques. Un cristal de quartz courbé me donnait dans la région d'étude environ 5.u.x/mm dans le premier ordre pour le plan réflecteur choisi (²); ce plan réfléchit très mal dans le deuxième ordre, ce qui est un avantage pour l'étude que je faisais.

J'ai renoncé à détecter cet élément par son spectre K, pour éviter les difficultés dues à la volatilité du produit analysé et par suite du manque de précision sur les raies K des éléments lourds connus. J'ai donc recherché ses raies d'émission L, que la loi de Moseley permet de situer approximativement. Le manque de données spectrales pour les éléments compris entre 83 et 90, ainsi que le voisinage d'un gaz noble (86), entraînent, au reste, une légère incertitude sur ces évaluations.

(¹) Bainbridge, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 752, etc.

(²) H. Hulubei, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1530.

Dans la région spectrale où l'on doit attendre l'émission Lα de l'élément 87, je trouve, dans les spectres émis par les mélanges d'alcalins que j'ai préparés, deux raies de longueur d'onde environ 1032 u.x et 1043 u.x. Il est très plausible que ces deux nombres représentent respectivement 87 Lα_1; et 87Lα_2. De très nombreuses expériences de contrôle me font penser que ces raies sont bien dues en effet à l'élément 87. Ainsi une confusion possible entre la raie 1032 et raie HgL β_3 (1031,4) est éliminée par le fait que HgLβ_1, beaucoup plus forte ne paraît pas sur mes clichés. D'ailleurs l'émission 1032 persiste, pour mon produit seulement, lorsque j'emploie une pompe à diffusion d'huile; des considérations analogues sur le jeu des intensités font éliminer également ReLγ_6 et ReLγ_2, émission d'un élément tellement rare que sa présence est des plus improbables.

D'autre part il était à craindre que, dans cette région, il paraisse des raies faibles du spectre L du tungstène. Une recherche spéciale de contrôle pour ces raies a été faite. Elle montre l'existence de raies WL très faibles, encore inconnues, mais dont aucune ne se superpose à l'émission considérée; celle-ci persiste d'ailleurs, pour mon produit, sur des clichés où, par exemple, la raie forte WLγ_3 n'apparaît pas.

Pour la raie 1043, on est gêné par la présence éventuelle des émissions interdites WL$_{\text{I}}$N$_{\text{V}}$ (1043,5) et WL$_{\text{I}}$N$_{\text{IV}}$ (1044,4); elle me semble cependant distincte de ces dernières parce qu'elle persiste également lorsque WLγ_3 n'est pratiquement pas visible. L'émission Kα du Br se voit très bien sur mes clichés à côté de celle citée.

Outre ces raies Lα, qui ont été déjà assez nettes pour que j'en donne une première mesure approximative, d'autres raies plus faibles sont visibles sur mes clichés, qui me semblent pouvoir appartenir aux spectres Lβ et Lγ de l'élément 87. Leur peu d'intensité relative et l'élimination, par des contrôles et recoupements convenables, d'un certain nombre de coïncidences possibles me confirment encore dans cette interprétation.

Dans ces mélanges d'alcalins retirés de la pollucite, le rubidium se manifeste très fortement par son spectre K caractéristique.

Les faits expérimentaux résumés ci-dessus engagent donc à penser que l'élément 87 *se trouve dans la pollucite, en quantité d'ailleurs extrêmement faible*. Il s'agirait d'un élément rare, mais non pas fugitif comme on le supposait, pour lequel je propose le nom de *Moldavium*.

Ce résultat n'est pas incompatible avec ceux d'autres auteurs, soit parce qu'ils ont employé d'autres méthodes de détection moins sensibles, soit

parce que l'état de la technique de la recherche par rayons X lorsqu'ils l'ont employée ne leur ait pas permis de déceler des quantités si faibles de cet élément. La sensibilité de la détection atomique à l'aide des spectres d'émission X caractéristiques pourrait, dans l'état actuel de la technique, permettre de déceler une proportion relative de 10^{-7} d'un élément dans un mélange.

Déjà en 1932 Eddy et Laby ([1]) observaient le spectre d'émission L du Bi dans un alliage d'étain qui n'en contenait que 2.10^{-4} pour 100.

PHYSICOCHIMIE. — *Diamagnétisme des sulfocyanates et de l'ion* Cu^{+1}. Note ([2]) de M. **Clément Courty**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Il n'existait pas, à ma connaissance, de mesures sur les coefficients d'aimantation des sulfocyanates lorsque j'ai étudié les sulfocyanates de potassium et d'ammonium.

Ces sels, dont les formules peuvent s'écrire

$$N \equiv C - S - K \qquad \text{et} \qquad N \equiv C - S - NH^4$$

(sulfocyanates) ou $S = C = N - K$ et $S = C = N - NH^4$ (isosulfocyanates), se sont montrés au point de vue magnétique uniquement sous la deuxième forme. D'ailleurs P. Pascal ([3]) a démontré par le même procédé que, pour le cyanate de potassium, seule la forme $O = C = N - K$ convenait.

Mes observations consignées dans d'autres publications ([4]) m'ont amené à étudier le sulfocyanate d'argent et le sulfocyanate cuivreux. Pour ce dernier en particulier la mesure du coefficient d'aimantation χ présentait un double intérêt : vérification de la constitution des sulfocyanates sous la forme *iso* et vérification du magnétisme de l'ion Cu^{+1} annoncé diamagnétique par C. Horst ([5]) sans en donner la valeur.

Sulfocyanate d'argent. — Préparé par double décomposition à froid entre le nitrate d'argent et le sulfocyanate de potassium. Le nitrate d'argent,

([1]) *Proc. Roy. Soc.*, A, **135**, 1932, p. 637.

([2]) Séance du 2 juin 1936.

([3]) *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 1888.

([4]) *Thèse Fac. Sc. Paris*, 1935; *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **3**, v, 1936, p. 929.

([5]) *Thèse Strasbourg*, 1911-1912.

même pur du commerce, contenant souvent des traces de cuivre, plomb, bismuth, nous l'avons fondu trois fois et recristallisé après chaque fusion dans l'eau bidistillée à basse pression après filtration bien entendu.

Le sulfocyanate de potassium a été simplement recristallisé dans l'alcool à 95°.

Le précipité obtenu par mélange des deux solutions salines a été lavé à l'abri de la lumière jusqu'à ce que les eaux de lavage ne révèlent plus de traces de nitrate ni de sulfocyanate. On sait en effet [1] qu'il se forme facilement des sulfocyanates doubles qui se dissocient dans l'eau en leurs deux constituants.

Après séchage à l'étuve à 100°, le sel parfaitement blanc et sec a donné à la balance magnétique Curie-Chéneveau avec tube en quartz

$$-10^6\chi = 0,3726.$$

Sulfocyanate cuivreux. — Le sel a été préparé dans un courant de gaz sulfureux par double décomposition à froid entre le sulfocyanate d'ammonium pur et le sulfate de cuivre purifié par cristallisations successives, puis, lavé comme le précédent jusqu'à disparition de toute trace de sulfate et d'ammonium.

Les premières eaux de lavage étaient légèrement rosées indiquant la présence d'une trace de fer malgré les nombreuses cristallisations préalables du sulfate de cuivre. Par la suite, aucune autre trace de fer n'est apparue.

Le précipité blanc (donc exempt de sel cuivrique qui est noir) a donné avec le même appareil après dessiccation à l'étuve à 100°,

$$-10^6\chi = 0,4077.$$

Conséquences. — Des mesures relatives aux sulfocyanates de potassium et d'ammonium j'avais tiré pour le radical monovalent ($S = C = N$ —) la part contributive

$$-10^6\chi_{SCN} = 30,27,$$

si l'on utilise cette valeur dans l'additivité chimique, on arrive par le calcul aux valeurs expérimentales.

Pour le sulfocyanate d'argent $SCNAg = 166$ le coefficient d'aimantation moléculaire mesuré est

$$-10^6\chi_M = 0,3726 \times 166 = 61,85.$$

---

[1] R. CERNATESCU, *Bull. Ac. roumaine*, 6, 1920, p. 53.

Si l'on retranche la part contributive 30,27 il reste

$$-10^6\chi_A(Ag) = 31,58.$$

Or P. Pascal (1) donne $-10^6\chi_A(Ag) = 31,2$.

Par le sulfocyanate cuivreux SCNCu = 121,5 les mêmes calculs donnent

$$-10^6\chi_M = 0,4077 \times 121,5 = 49,53,$$

d'où

$$-10^6\chi_A(Cu) = 19,26.$$

W. R. Angus (2) donne précisément cette valeur pour $-10^6\chi_A Cu^{+1}$.

Conclusion. — Les sulfocyanates de potassium, d'ammonium, d'argent, cuivreux répondent donc aux formules et valeurs suivantes :

Formules.	$-10^6\chi_M$ mesuré.	$-10^6\chi_M$ calculé.	$10^6\chi_M$ mesuré $-10^6\chi_M$ calculé.
$S=C=N-K$	48,40	48,77	−0,37
$S=C=N-NH^4$	48,108	48,048	+0,06
$S=C=N-Ag$	61,85	61,47	+0,38
$S=C=N-Cu$	49,53	49,53	0

L'ion Cu^{+1} a donc bien la valeur fixée par W. R. Angus par la théorie, mais pour l'argent ce même auteur donne $-10^6\chi_A(Ag) = 42,11$ qui diffère nettement de la valeur de Pascal que nous avons retrouvée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Différences de comportement des* cis *et* trans *cyclohexanediols au cours de leur déshydratation.* Note de M. **Marc Tiffeneau** et Mlle **B. Tchoubar**, présentée par M. Auguste Béhal.

Nous avons signalé les différences de comportement que présentent les dérivés *cis* et *trans*, d'une part, dans la déshydratation des cyclohexanediols bisecondaires et secondaires tertiaires (3), d'autre part, dans la déshalogénation des chlorhydrines (4) de quelques cyclohexanediols secondaires ter-

---

(1) *Traité Ch. min.*, 8, p. 572.

(2) *Proc. of Roy. Soc.*, A, 136, 1932, p. 569.

(3) Tiffeneau et Tchoubar, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1624.

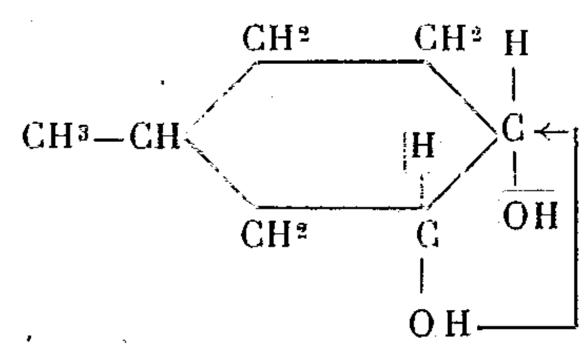
(4) Tiffeneau et Tchoubar, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 360. Des constatations analogues ont été faites non seulement par Bartlett et Rosenwald (*J. Am. Ch. Soc.*, 56, 1934, p. 1990), mais aussi par Godchot, Mousseron et Granger (*Bull. Soc. chim.*, 2, 1935, p. 1101 ; *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 748).

tiaires. Il était intéressant de rechercher si ces différences de comportement peuvent également être constatées avec les divers homologues des composés ci-dessus. Nous avons entrepris à cet effet l'étude de la déshydratation de deux paires de cyclohexanediols *cis* et *trans*, l'une comprenant les dérivés *cis* et *trans* du méthyl-1-cyclohexanediol-3.4, c'est-à-dire d'un glycol bisecondaire; l'autre les dérivés *cis* et *trans* de l'éthyl-1-cyclohexanediol-1.2, c'est-à-dire d'un glycol secondaire tertiaire. Nous avons pu confirmer entièrement nos résultats antérieurs à savoir que ces différences sont beaucoup plus marquées pour les glycols bisecondaires que pour les secondaires tertiaires. Dans tous les cas, la déshydratation a été effectuée (¹) par catalyse sur Al^2O^3 à 270-290°. Les rendements en produits combinables à la semicarbazide se sont élevés, suivant les cas, de 30 à 70 pour 100.

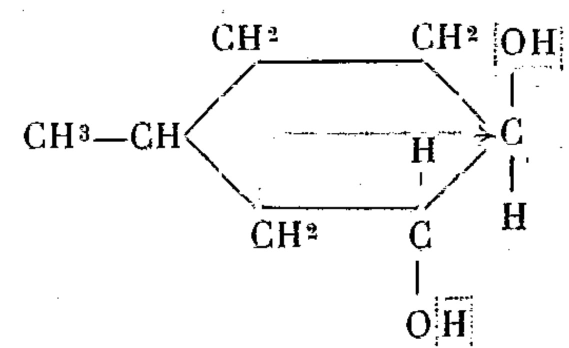
I. *Déshydratation catalytique des méthyl-1-cyclohexanediols*-3.4 cis *et* trans :

1° *Cis.* — Ce glycol ($Éb_{22-23}$: 131-132°) a été obtenu par oxydation permanganique du méthyl-1-cyclohexène-3. Sa déshydratation fournit 80 à 85 pour 100 de méthylcyclohexanone-3 (déshydratation vinylique probable) et 15 à 20 pour 100 de méthyl-1-cyclopentyl-3-formaldéhyde, par transposition du type hydrobenzoïnique avec migration du CH^2 et raccourcissement de cycle. La formation de méthyl-1-cyclohexanone-3, avec un peu de 1.4-montre que c'est surtout l'hydroxyle en 4 qui est éliminé.

2° *Trans.* — Ce glycol, préparé par hydrolyse de l'époxyde correspondant, contient probablement les deux formes *trans trans* et *trans cis* (P. F. 52 à 72°), mais les deux hydroxyles sont en position *trans*. La déshydratation fournit uniquement l'aldéhyde méthyl-1-cyclopentyl-3-formique (semi-carbazone F. 136°; amide de l'acide correspondant F. 142°) par transposition hydrobenzoïnique avec migration exclusive du CH^2 et raccourcissement du cycle.



1° (*cis*) Déshydratation vinylique
Migration de H hydroxylique (flèche).
Formation de méthyl-1-cyclohexanone-3.



2° (*trans*) Déshydratation
hydrobenzoïnique.
Migration de CH^2 (flèche).

En résumé la déshydratation du *cis* méthyl-1-cyclohexanediol-3.4 est surtout vinylique et, en très faible partie, hydrobenzoïnique. Celle du *trans* est exclusivement

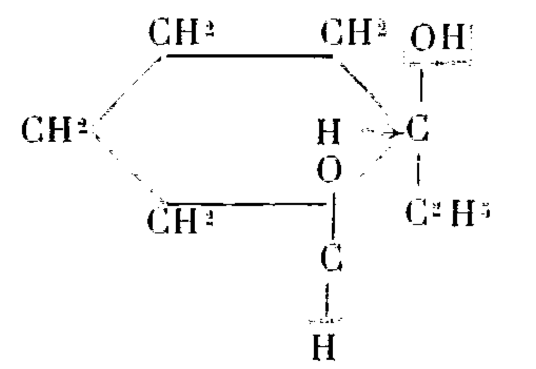
(¹) La déshydratation par SO^4KH des cyclohexanediols bisecondaires fournit les carbures diéthyléniques correspondants (HENDERSON et SUTHERLAND, *J. Am. Ch. Soc.*, 97, 1910, p. 1618; SENDERENS, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 1184; 180, 1925, p. 710).

hydrobenzoïnique. Ainsi la différence de comportement, signalée antérieurement entre le *cis* et le *trans* cyclohexanediol-1.2, se retrouve de même entre les dérivés *cis* et *trans* d'un autre glycol bisecondaire, le méthyl-1-cyclohexanediol-3.4.

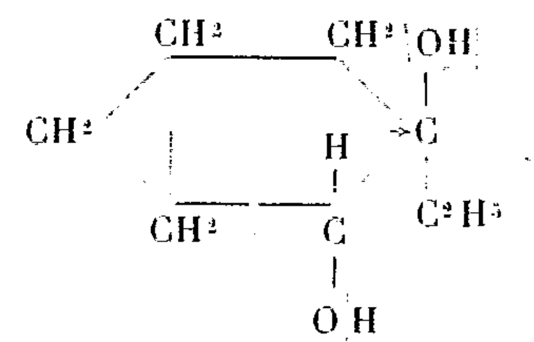
II. *Déshydratation catalytique des éthyl-1-cyclohexanediols*-1.2 cis *et* trans :

1° *Cis.* — Ce glycol (F. 80°) a été préparé d'après Bartlett et Rosenwald (*loc. cit.*). Sa déshydratation fournit 90 à 95 pour 100 d'éthylcyclohexanone (semicarbazone F. 162°) et 5 à 10 pour 100 d'aldéhyde éthylcyclopentylformique (amide de l'acide correspondant F. 94°). La formation de cet aldéhyde montre que la déshydratation s'est effectuée, au moins en partie, suivant le type semihydrobenzoïnique avec migration du CH^2. Quant à la formation d'éthylcyclohexanone, elle peut résulter soit de la même déshydratation semihydrobenzoïnique, mais avec migration prépondérante de H (90 pour 100), soit plus vraisemblablement par déshydratation vinylique et migration obligatoire de H. En définitive comportement analogue à celui du *cis*-méthyl-1-cyclohexanediol-1.2 étudié antérieurement.

2° *Trans.* — Ce glycol (F. 54°) a été obtenu par hydratation de l'époxyde. Sa déshydratation a fourni environ 80 à 85 pour 100 d'éthyl-1-cyclohexanone-2 et 15 à 20 pour 100 d'aldéhyde éthylcyclopentylformique par transposition semihydrobenzoïnique.



1° (*cis*) Déshydratation vinylique. Migration de H hydroxylique. Formation d'éthylcyclohexanone.



2° (*trans*) Déshydratation semihydrobenzoïnique ([1]) Migration de CH² (15 pour 100) et de H (90 pour 100).

Ici encore le *trans* se comporte différemment du *cis*, non par la nature des produits formés, comme on l'avait déjà constaté pour un autre glycol secondaire tertiaire, le méthylcyclohexanediol, mais par leurs proportions relatives, la cétone étant formée en plus grande quantité dans le cas du *cis*.

CONCLUSIONS. — Dans la déshydratation catalytique des α-cyclohexanediols qui peut conduire à des cyclohexanones (déshydratation vinylique) ou à des cyclopentylformaldéhydes (transposition hydrobenzoïnique avec raccourcissement de cycle), les dérivés *cis* et *trans* présentent des différences de comportement qui sont beaucoup plus marquées pour les glycols bisecondaires que pour les secondaires tertiaires. Chez ces derniers la transposition

---

([1]) Dans notre Note antérieure (*loc. cit.*, p. 1625), ce schéma a été incorrectement formulé.

hydrobenzoïnique est plus importante pour les *trans* que pour les *cis*, mais, dans les deux cas, c'est la déshydratation vinylique qui l'emporte de beaucoup (80 à 95 pour 100). Chez les glycols bisecondaires, la transposition hydrobenzoïnique est exclusive pour les *trans* alors que pour les *cis* la déshydratation vinylique, quoique non exclusive, est très largement prépondérante.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le mécanisme de la transposition allylique.* Note de MM. **Albert Kirrmann** et **Pierre Renn**, présentée par M. Robert Lespieau.

Alors que le dichloro-1.1-propène-2 (chlorure d'allylidène) est assez stable malgré ses réactions anormales (¹), son analogue bromé, $CH^2{=}CH{-}CHBr^2$, subit très facilement, à froid, la transposition allylique en dibromo-1.3-propène.

Sa préparation nous a fait des difficultés. Un premier essai à partir de l'acroléine avait échoué, un autre par action de la quinoléine sur le tribromo-1.1.2-propane a donné d'autres produits isomères. Nous avons réussi à obtenir le corps cherché par déshydratation du dibromo-1.1-propanol-2 (préparé lui-même par l'aldéhyde dibromée et le bromure de méthyle-magnésium), mais la meilleure méthode semble être celle décrite plus bas.

Le corps des deux provenances conduit, par réaction anormale, au même *p*-nitrobenzoate que Lespieau (²) avait obtenu à partir du dibromo-1.3-propène. D'autre part, les deux échantillons se transforment rapidement en ce bromure.

Souvent, pour expliquer de semblables isomérisations, la transposition allylique aussi bien que la desmotropie céto-énolique (³), on a supposé l'addition éphémère d'une molécule auxiliaire (hydracide, eau, etc.) qui serait ensuite éliminée dans un autre sens. Ici on pourrait songer à BrH, pouvant donner le tribromo-1.1.3-propane, lequel conduirait au but par perte de BrH :

$$CH^2{=}CH-CHBr^2 \xrightarrow{(+BrH)} CH^2Br-CH^2-CHBr^2 \xrightarrow{(-BrH)} CH^2Br-CH{=}CHBr.$$

(¹) Kirrmann, Pacaud et Dosque, *Bull. Soc. chim.*, 5ᵉ série, 1, 1934, p. 860.

(²) R. Lespieau, *Ann. Chim.*, 7ᵉ série, 11, 1897, p. 243.

(³) Henrich, *Les théories de la Chimie organique*, Paris, 1925, p. 291.

Cette façon de voir semble effectivement étayée par le fait que BrH est un catalyseur actif de l'isomérisation. Le bromure d'allylidène se conserve pendant plusieurs semaines intact en tube scellé, additionné d'un petit fragment de potasse sèche. En présence de gaz bromhydrique, au contraire, la transformation est presque totale en 24 heures.

Nous avons voulu contrôler ce mécanisme hypothétique en essayant de réaliser les deux réactions successives. En fait, l'action d'un excès de BrH sur le dibromure ne peut pas conduire à une addition parce que l'isomérisation en bromure d'allyle β bromé est très rapide. Sur ce dernier la fixation de BrH est assez difficile. Nous l'avons obtenue en ajoutant au bromure le gaz bromhydrique liquéfié à —80° et en laissant agir en tube scellé pendant 15 jours à +20°. Le produit principal obtenu n'est pas le tribromo-1.1.3-propane mais son isomère 1.2.3, identifié par son point de fusion (13 à 15°). Or on sait que ce dérivé ne fournit par perte de BrH ni l'un ni l'autre de nos deux dibromures mais le dibromopropène $CH^2Br-CBr=CH^2$.

D'autre part nous avons préparé le tribromo-1.1.3-propane par fixation de BrH sur l'acroléine, puis action de PCl^3Br^2. Voici les constantes du tribromure : $Éb_{14}$: 84 à 85°; $d_{17}=2{,}350$; $n_{17}=1{,}569$. L'enlèvement de BrH est assez difficile. La quinoléine est sans action. On arrive au but, bien qu'avec un mauvais rendement, par la potasse anhydre vers 200°. Voici les constantes du dibromopropène obtenu : $Éb_{14}$: 29° à 31°; $d_{20}=1{,}945$; $n_{20}=1{,}532$. Ce n'est donc pas le bromure d'allyle β bromé ($Éb_{14}$: 55°), comme ferait penser le schéma hypothétique, mais le bromure d'allylidène. Il est ainsi bien démontré par l'ensemble de ces résultats que le tribromure ne peut pas être un intermédiaire dans la transposition. Les faits sont au contraire compatibles avec une isomérisation directe d'après la théorie de la synionie (1).

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Inversion du polymorphisme dans la série des diacides saturés normaux.* Note (2) de M. **François Dupré la Tour**, présentée par M. Maurice de Broglie.

J'ai annoncé (3) que tous les acides saturés normaux à nombre impair d'atomes de carbone (entre 3 et 17) peuvent se présenter sous deux

(1) Prévost et Kirrmann, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 49, 1931, p. 226.
(2) Séance du 2 juin 1936.
(3) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 479.

variétés cristallines différentes, dont une seule est stable à température élevée.

Une étude détaillée ([1]) a montré que, pour les premiers termes (acides malonique et glutarique), la structure de ces formes ou de l'une d'entre elles diffère notablement de ce qu'on remarque pour les termes supérieurs. A partir de l'acide pimélique (à 7 atomes de carbone), au contraire, les paramètres de chacune des formes varient peu (sauf la longueur de l'axe *c* qui correspond à l'axe de la chaîne aliphatique) et de façon assez régulière d'un terme au suivant. Le groupe de symétrie est aussi le même, ainsi que la structure que l'on peut déduire des intensités des taches de diffraction.

Ce fait était connu pour une des formes ([2]). Il est également vrai pour l'autre forme, nouvellement étudiée à travers la série, comme en témoigne le tableau suivant ([3]) :

	Atomes de carbone.	*a*.	*b*.	*c*.	β.	Nombre de molécules.	Groupe de symétrie.
Acide pimélique β..	7	5,68 Å	9,69	22,36	137°30′	4	C_{2h}^5 ou $P2_1/c$
Acide azélaïque β..	9	5,60	9,59	25,35	136°10′	4	C_{2h}^5 ou $P2_1/c$

En ce qui concerne les acides supérieurs, de 11 à 17 atomes de carbone, le polymorphisme n'a été étudié que sur des poudres. Les mesures faites sur les clichés permettent cependant de reconnaître des *formes cristallines* analogues à celles des acides pimélique et azélaïque. Voici par exemple les valeurs en Å de $d_1 = 1/2c\sin\beta$ ([4]) :

Nombre d'atomes de carbone........	7.	9.	11.	13.	15.	17.
Valeurs de d_1 forme α........	8,47	10,47	**12,6**	**14,7**	**16,84**	**19,0**
» forme β........	**7,55**	**9,43**	11,3	13,2	15,1	16,95

Mais la similitude ne subsiste pas si l'on examine la relation de la *température* avec la stabilité de ces deux formes. Pour les acides 7 et 9, une élévation de température tend à produire la transformation de α en β; pour les termes suivants, au contraire, on peut passer par chauffage de β en α. Il y a donc, au point de vue de l'influence de la température, une sorte d'*inversion* quand on passe de l'acide azélaïque au terme suivant.

([1]) Dupré la Tour, *Ann. de Phys.*, 18, 1932, p. 199.

([2]) W. A. Caspari, *J. Chem. Soc.*, 100, 1928, p. 3235.

([3]) Dans la Note citée, j'avais choisi autrement l'orientation de la maille monoclinique pour l'acide pimélique. Mais ce choix compliquait de façon inutile l'interprétation des résultats. Sur les dénominations α et β, voir la fin de la présente Note.

([4]) Les chiffres gras se rapportent à la forme stable à haute température.

Les propriétés cristallines macroscopiques se modifient aussi. Jusqu'à 9 atomes de carbone, la poudre est brillante et dure. A partir de 11, elle est onctueuse et s'étale facilement à la manière des corps gras : les cristaux élémentaires « s'orientent » alors, c'est-à-dire que les faces (001) se disposent parallèlement à la surface du support, et les réflexions (00l) obtenues aux rayons X avec ces couches minces peuvent être relativement plus intenses que dans un diagramme de poudre ordinaire.

Enfin, lorsqu'on peut mesurer avec quelque précision la température de transformation, on trouve qu'elle est moins éloignée du point de fusion à partir de 11 atomes de carbone que dans les premiers termes de la série.

L'influence de la température m'avait amené, dans les précédentes publications, à désigner par la lettre α la forme stable à haute température, et par β l'autre forme. L'étude présente me conduit à adopter désormais une notation différente pour les premiers termes de la série. Pour les acides à 3, 4, 5, 7 et 9 atomes de carbone, une élévation de température favorise l'apparition de la forme β. A partir de 11 atomes de carbone, elle favorise l'apparition de la forme α. Les notations α et β ont ainsi une valeur *cristallographique* et non plus *thermodynamique*.

Quant à l'interprétation de la discontinuité qui existe, au point de vue du comportement thermique, entre 9 et 11 atomes de carbone, elle sera proposée dans une prochaine publication. Je signale seulement qu'elle est analogue à celle qui a été présentée pour la série des diacides à nombre *pair* d'atomes de carbone, pour lesquels il existe aussi une discontinuité (1). Elle fait intervenir principalement l'action mutuelle des groupements COOH appartenant à des molécules voisines.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un frigorimètre différentiel.*

Note (2) de M. **Georges Rempp**, présentée par M. Charles Maurain.

Dans les études de micro-*météorologie*, l'anémomètre à fil chaud est certainement l'instrument le mieux approprié pour la mesure des faibles mouvements de l'air à proximité du sol. Dans les études de micro-*climatologie*, au contraire, l'inertie extrêmement faible de cet anémomètre est gênante, à moins d'avoir recours, pour l'intégration des élongations du galvano-

---

(1) F. Dupré la Tour et A. Riedberger, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 215.

(2) Séance du 2 juin 1936.

mètre, à des artifices, par exemple, à la photogrammétrie d'une couche sensible sur laquelle on aurait laissé s'accumuler les impressions produites par le spot. Il serait donc utile de disposer d'un appareil simple et peu coûteux de manière à pouvoir en installer simultanément, pour des mesures comparatives, une série d'exemplaires dans des champs de différente nature, sur des terrains nus, etc. qui donnerait immédiatement la vitesse moyenne du vent, ou plutôt, comme l'anémomètre à fil chaud, approximativement la moyenne de $\sqrt{v}$, c'est-à-dire du terme qui intervient dans le refroidissement du sol et des végétaux. Il suffit, pour obtenir un appareil de ce genre, de faire du *frigorimètre* (¹) un instrument différentiel.

Deux récipients identiques en cuivre chromé et poli sont reliés par l'intermédiaire d'un manomètre à contacts. La forme du récipient peut d'ailleurs varier suivant le but qu'on se propose. Les deux récipients sont exposés identiquement au rayonnement. L'un d'eux est chauffé électriquement à l'aide d'un enroulement logé dans sa paroi épaisse. Le courant est coupé quand la différence entre les températures des deux récipients atteint une valeur donnée, soit Θ_s (quelques degrés); il est rétabli quand la différence de température est tombée à la valeur Θ_i.

Soit k/M (M = masse calorifique) l'inverse du coefficient d'inertie thermique du récipient, défini, en période de rfroidissement, par l'équation (²)

$$-\frac{d\Theta}{dt}=\frac{k}{M}\Theta;$$

soit q la quantité de chaleur produite, par unité de temps, dans l'enroulement chauffant; soit Θ_n la différence de température limite obtenue pour une valeur donnée de k

$$q=k_n\Theta;$$

si l'on pose enfin

$$n=\frac{\Theta_n}{\Theta_s},\qquad u=\frac{\Theta_i}{\Theta_s},$$

et si l'on désigne par r le rapport de la durée totale des périodes de chauffage à celle des périodes de refroidissement, on a

$$r=\frac{-\log u}{\log(n-u)-\log(n-1)}.$$

(¹) R. THILENIUS, *Meteorologische Zeitschrift*, 48, 1931, 254.

(²) Voir A. DE QUERVAIN, *Beitrage z. Physik der freien Atmosphäre*, 1, 1904-1905, p. 183.

On obtient r soit en faisant inscrire les périodes de chauffage sur un chronographe, soit plus simplement en mesurant la quantité d'éléctricité passée dans un temps connu (l'intensité du courant fourni par des accumulateurs est très constante). D'un graphique où sont tracées, avec r et u comme coordonnées, des équilignes de n, on tire la valeur de n correspondant aux données de l'expérience. Il suffit ensuite d'avoir mesuré, une fois pour toutes, Θ_n en fonction du vent. Il sera bon d'ailleurs, pour les faibles valeurs de k_i de déterminer Θ_n indirectement, à l'aide d'un courant de chauffe réduit, afin de demeurer dans les limites habituelles de Θ et dans les conditions qu'elles impliquent pour l'émission du rayonnement et pour la production des courants d'air convectifs, facteurs dont il serait difficile de tenir compte.

On constate, en étudiant le graphique des équilignes de n, que les petites variations de Θ_s et de u (inévitables, si l'on demande une construction simple) ne sont guère gênantes dans les limites de précision dont on doit se contenter dans ce genre de recherches.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action pathogène d'une bactérie isolée de tubercules de Pommes de terre.* Note de MM. **Étienne Foex** et **Maurice Lansade**, présentée par M. Julien Costantin.

Dans les milieux où la Pomme de terre a subi des flétrissements auxquels le *Fusarium oxysporum* Schelchtendahl n'est sans doute pas étranger ([1]), les altérations suivantes sont fréquentes sur le tubercule : anneau vasculaire très accusé, surtout près de l'insertion du stolon, tendant à brunir; pourriture humide s'organisant à son voisinage et pouvant se généraliser. A tous les stades de l'altération s'observent des bactéries. A partir de tubercules encore peu gravement atteints, M. Mocquot, alors notre collaborateur (1934-1935), fit de nombreux isolements. Ne furent retenues que les souches dont l'inoculation devait révéler le pouvoir pathogène. L'inoculation de l'une d'elles faisait apparaître dans le tubercule les particularités constatées dans l'anneau vasculaire et au voisinage de celui-ci. Les caractères de cette bactérie sont les suivants :

Bâtonnets arrondis aux extrémités; isolés ou en chaînes courtes (3 à 4

([1]) Ét. Foex et M. Lansade, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1812-1813.

éléments); colorable thionine phéniquée, violet de gentiane, fuchsine de Ziehl; $1^{\mu},4-1^{\mu},5 \times 0^{\mu},5-0^{\mu},7$ sur frottis coloré au v. gentiane; mobile par 1 à 2 flagelles unipolaires; gram négatif; non acido-résistant; *bouillon* : léger voile; *gélatine*, en piqûre : liquéfaction en cylindre; en boîte de Petri : zone liquéfiée bleutée; colonies rondes et légèrement frangées; *gélose* : colonies légèrement rougeâtres (bactérie fluorescente); *lait* : coagulum mou; *hydrates de carbone*, fermentation : lactose, maltose, mannite; *tranches de pomme de terre crue* : large développement jaunâtre; désintégration des tissus; *sur pommes de terre entières* : infection positive.

Ces caractères cadrent avec ceux du *Bacterium xanthochlorum* Schuster, espèce que M. Stapp avait cru reconnaître dans la culture que nous lui avions soumise.

L'action pathogène de la souche de *Bacterium xanthochlorum* Schuster, qui avait été ainsi isolée, fut étudiée : sur tubercules; sur bourgeons de tubercules; sur feuilles de Solanées; sur feuilles de Légumineuses; sur semis de Solanées.

Étude expérimentale sur tubercules. — L'inoculation, par piqûre, par application de culture sur une plaie pratiquée à la base de l'organe, par immersion, dans une suspension de bactéries, d'un tubercule entier et âgé, a échoué. Au contraire, le dépôt de culture sur la section d'un tubercule coupé en deux; l'immersion de 30 heures d'un jeune tubercule entier (volume d'une noix) dans une suspension de bactéries, ont permis l'infection, qui, dans ce dernier cas, a été réalisée à travers les lenticelles. Ces deux modes d'inoculation ont été suivis de l'apparition des symptômes caractéristiques, notamment en ce qui concerne l'anneau vasculaire. Le réisolement de la bactérie a été obtenu dans les deux cas.

Des inoculations, par piqûre, ont échoué lorsqu'elles ont été pratiquées sur tige et ont abouti lorsqu'elles ont été appliquées sur bourgeon. Chez celui-ci, une désorganisation, d'ailleurs peu étendue, s'est établie autour de la piqûre.

Des inoculations sur feuilles de Pomme de terre, avec des cultures de 48 heures sur gélose, ont donné des lésions visibles au bout de deux jours. La tache a ensuite atteint 2^{mm} à 3^{mm}. Des inoculations ayant abouti à des infections ont également été obtenues sur Tabac, ainsi que sur *Solanum æthiopicum* L., *S. Rabonnetii* Carr. Des réisolements ont été réalisés à partir des feuilles de Pomme de terre et de Tabac. Ont également été infectées les feuilles de Poids, Fèves et Haricots (réisolement dans ce dernier cas).

Des inoculations positives ont été effectuées sur de jeunes semis des plantes : *Datura ægyptica* Vesl., *D. Ecklonis* Lind., *Hyoscyamus niger* L., *Solanum topira* Humb. et Bompl., *S. humile* Bernh., *S. nigrum* var. *chlorocarpum*.

Le réisolement a eu lieu dans tous les cas.

Nous avons donc démontré que des altérations du tubercule du type de ceux que nous avons constatés peuvent être déterminés par inoculation d'une bactérie que nous avons caractérisée et dont l'action pathogène s'exerce sur divers organes de plantes appartenant à au moins deux familles.

CHIMIE AGRICOLE. — *Les indices de plomb dans les sucres d'érable et de canne.* Note de MM. **Paul Riou** et **Joachim Delorme**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Au cours de nos travaux sur les sucres d'érables [1], nous avons examiné certaines méthodes d'analyse employées au Canada et aux États-Unis.

L'une de celles-ci consiste à déterminer l'indice de plomb du sirop ou du sucre d'érable, ce qui permet d'apprécier leur pureté. Cet indice est le poids du précipité obtenu en traitant une solution contenant 5^g de produit sec dans 20^{cm^3} d'eau distillée, par 2^{cm^3} d'une solution d'acétate basique de plomb de densité 1,25 : on rapporte le poids du précipité à 100^g de matière sèche. Le nombre obtenu par ce calcul est l'indice de plomb (canadian Lead Value). Il varie pour les sucres d'érable entre 1,75 et 7,50.

Cette méthode permet de s'assurer que le sucre d'érable et ses dérivés ne contiennent pas de sucres raffinés, car ces derniers, traités par l'acétate de plomb, ne donnent qu'un léger précipité. Lorsqu'ils sont mélangés au sirop ou au sucre d'érable, ils en abaissent sensiblement l'indice de plomb.

Nous nous sommes demandé quel est l'indice de plomb des sucres bruts de canne. Des expériences faites sur plusieurs sucres bruts de canne de différentes parties du monde nous ont permis de conclure que les indices de plomb de ces sucres sont pour plusieurs dans les limites assignées aux sucres d'érable. Les indices de plomb de 22 sucres bruts de canne de provenances différentes nous ont donné les résultats suivants :

---

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1132.

Provenance.	Indice.	Provenance.	Indice.	Provenance.	Indice.	Provenance.	Indice.
Antilles...	7,40	Antilles....	3,47	Antilles........	12,45	Indes occid.	1,63
Cuba.....	5,82	Indes occid.	3,46	Cuba..........	12,28	Indes occid.	1,50
Antilles...	5,58	Jamaïque...	3,23	Java...........	10,17	Cuba	1,50
Jamaïque..	5,33	Trinidad....	2,20	Java...........	9,01	Antilles....	1,48
Jamaïque..	4,30	Trinidad....	2,15	Indochine franç.	8,04	Java.......	1,38
Natal.....	4,03			Australie.......	1,88		

On constate que 11 de ces sucres sont entre les limites de l'indice des sucres d'érable. 5 sont au-dessus de ces limites et 6 seulement sont au-dessous. Mais, en les mélangeant à parties égales avec des sucres d'érable purs, on obtient des indices de plomb variant entre les limites déjà données.

Nous pouvons donc dire que cet indice ne peut servir de critérium de pureté pour les sucres d'érable et leurs dérivés, étant donné qu'il ne nous donne aucune indication valable, si le produit a été falsifié avec du sucre brut de canne.

CYTOLOGIE. — *Les hétérochromosomes du Mulot.*

Note de M. **Albert Raynaud**, présentée par M. Maurice Caullery.

K. Oguma, étudiant en 1934 la spermatogénèse *d'Apodemus speciosus*, trouve un complexe sexuel du type XO suivant le mode post-réductionnel. S. Tateishi, signale en 1935 le type XY chez trois Mulots : *Apodemus agrarius nigpoensis*, *A. agrarius semotus*, *A. speciosus;* il admet également que la première division est équationnelle pour le complexe sexuel. R. Matthey (1935), observe à son tour chez *Apodemus sylvaticus* un complexe sexuel formé de quatre chromatides parallèles et égales et déclare ne pouvoir affirmer s'il s'agit de deux X ou d'un XY morphologiquement identiques. Ce même auteur confirme en 1936 ses premières observations par l'étude *d'Apodemus agrarius* et retrouve la même forme d'hétérochromosomes. Il résulterait de recherches encore inédites, mais dont le professeur Matthey a bien voulu m'indiquer les principaux résultats, que c'est le type XY qui serait réalisé chez le Mulot avec prédominance de la post-réduction.

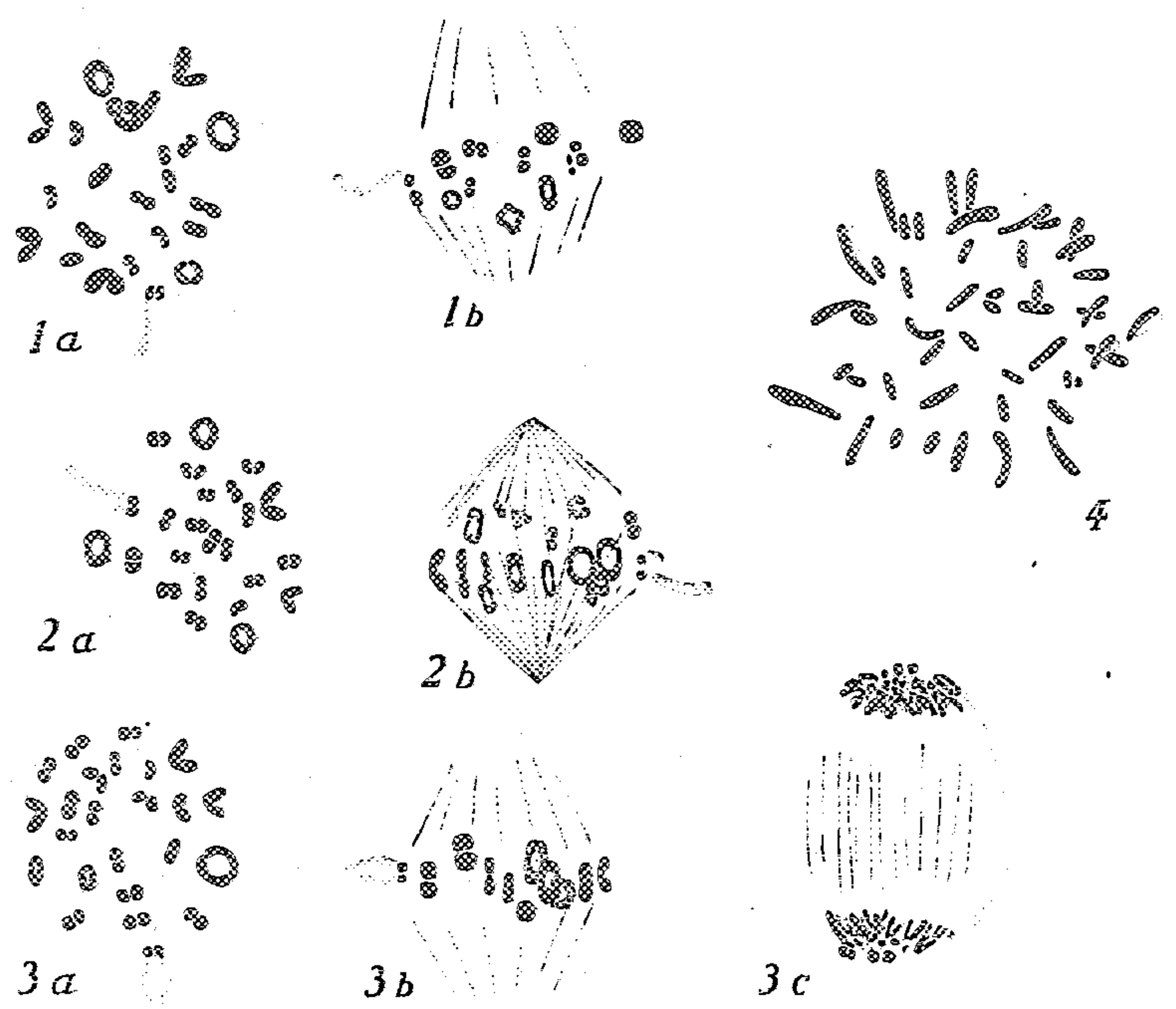
Afin d'essayer de réduire ces divergences, j'ai repris l'étude des chromosomes du Mulot : *Apodemus sylvaticus*. Mon matériel a été récolté à Vabre (Tarn), fixé et coloré suivant la méthode préconisée par Matthey.

Je retrouve le type XY, interprétation confirmée par un nombre diploïde

de 48 éléments, observé dans les cinèses goniales (*fig.* 4). Mais, fait intéressant et non encore signalé, j'observe que *ce complexe sexuel peut se présenter sous trois aspects différents.*

Dans les plaques équatoriales de la première division on trouve en effet un complexe sexuel XY affectant trois formes différentes :

Premier cas. — Le complexe sexuel est représenté par deux hétérochromosomes très différents : l'un est réduit à un élément punctiforme se colo-



rant fortement, l'autre est constitué par une partie foncée et par un filament clair (*fig.* 1).

Deuxième cas. — Il est formé par deux chromosomes de longueurs différentes, chacun comprenant une partie foncée et une partie claire (*fig.* 2).

Troisième cas. — Les deux chromosomes sont morphologiquement identiques, formés chacun d'une partie basale intensément colorée et d'un filament pâle (*fig.* 3).

J'interprète ce système sexuel en admettant que la partie punctiforme très colorée par l'hématoxyline correspond à l'Y et le reste c'est-à-dire le filament clair et sa partie colorée à l'X.

Le cas n° 1 représente donc un système XY normal.

L'explication des deux cas suivants est plus délicate et seule la théorie

de Koller et Darlington (1934) me permet pour le moment d'interpréter ces deux formes d'hétérochromosomes : j'admets qu'un chiasma s'est produit entre l'X et l'Y, suivi de l'échange de segments correspondants. Le point foncé de l'X et une partie du filament clair correspondraient à ce que Koller et Darlington ont appelé, dans le cas du Surmulot, le *Pairing Segment*, tandis que tout le reste de la partie claire de l'X serait l'homologue du *Differential Segment*.

Les chiasmata se produiraient entre l'X et l'Y au stade diplotène et leur position par rapport au point d'insertion des fibres du fuseau permettrait alors de comprendre la formation des trois types d'hétérochromosomes, les figures de la métaphase I correspondant à des hétérochromosomes dont les échanges sont complètement terminés.

Dans la suite de la division, on assiste soit à une séparation des deux nouveaux constituants du couple XY, soit à une division équationnelle de l'ensemble XY dans le cas n° 1.

Si la théorie de Darlington s'applique ici, il y a donc préréduction partielle pour les cas 2 et 3, et dans le n° 1 soit préréduction totale, soit postréduction.

Ainsi les trois types de chiasma prévus par Koller et Darlington se trouveraient ici réalisés, avec une fréquence à peu près égale, entraînant une première cinèse équationnelle, ou partiellement réductionnelle, la spécialisation de la première division dans le sens réductionnel n'ayant pas encore eu lieu. Le Mulot constituerait à ce point de vue un type primitif, dans lequel le mode de séparation des hétérochromosomes peut encore se faire suivant l'un quelconque des trois systèmes.

Chez les autres Muridés, qui seraient à ce point de vue plus évolués, le mode de séparation de l'X et de l'Y est au contraire parfaitement déterminé; le cas n° 1 est devenu prédominant et ce n'est qu'exceptionnellement que des chiasmata d'un autre type lient les hétérochromosomes au cours de la phase synaptique; le mode de division préréductionnel est la règle, les autres constituent des exceptions.

Seule une étude précise de la prophase de la méiose chez le mâle et de la garniture sexuelle de la femelle, permettra d'infirmer ou de confirmer ces hypothèses. Ce polymorphisme des hétérochromosomes du Mulot mâle et leur comportement particulier n'en constitue pas moins un cas intéressant, digne d'être signalé dès à présent.

HISTOLOGIE. — *Des caractéristiques architecturales du cœur chez deux Lamellibranches marins :* Ostrea edulis *L. et* Venus gallina *L.* Note de MM. ROBERT BRUNET et ANTOINE JULLIEN, présentée par M. Félix Mesnil.

Les recherches de l'un de nous, faites sur *Helix pomatia* L., en collaboration avec H. Cardot et Hélène Vairel-Blanc, ont précisé les rapports existant entre certaines fonctions du cœur et son architecture et ont montré combien il était important de définir cette dernière avant d'étudier l'automatisme des différentes régions du myocarde et la propagation de la contraction. C'est à ce travail préliminaire que nous nous sommes livrés sur quelques Lamellibranches et Gastropodes choisis parmi les plus faciles à se procurer vivants et susceptibles de fournir du matériel pour l'expérimentation physiologique. Nous rappelons que notre méthode consiste à examiner par transparence, à la loupe binoculaire, des ventricules ou des oreillettes montés sur de fines canules et à l'intérieur desquelles on a poussé une solution tiède de gélatine qui, en se prenant en gelée, maintient la préparation au degré de dilatation optimum.

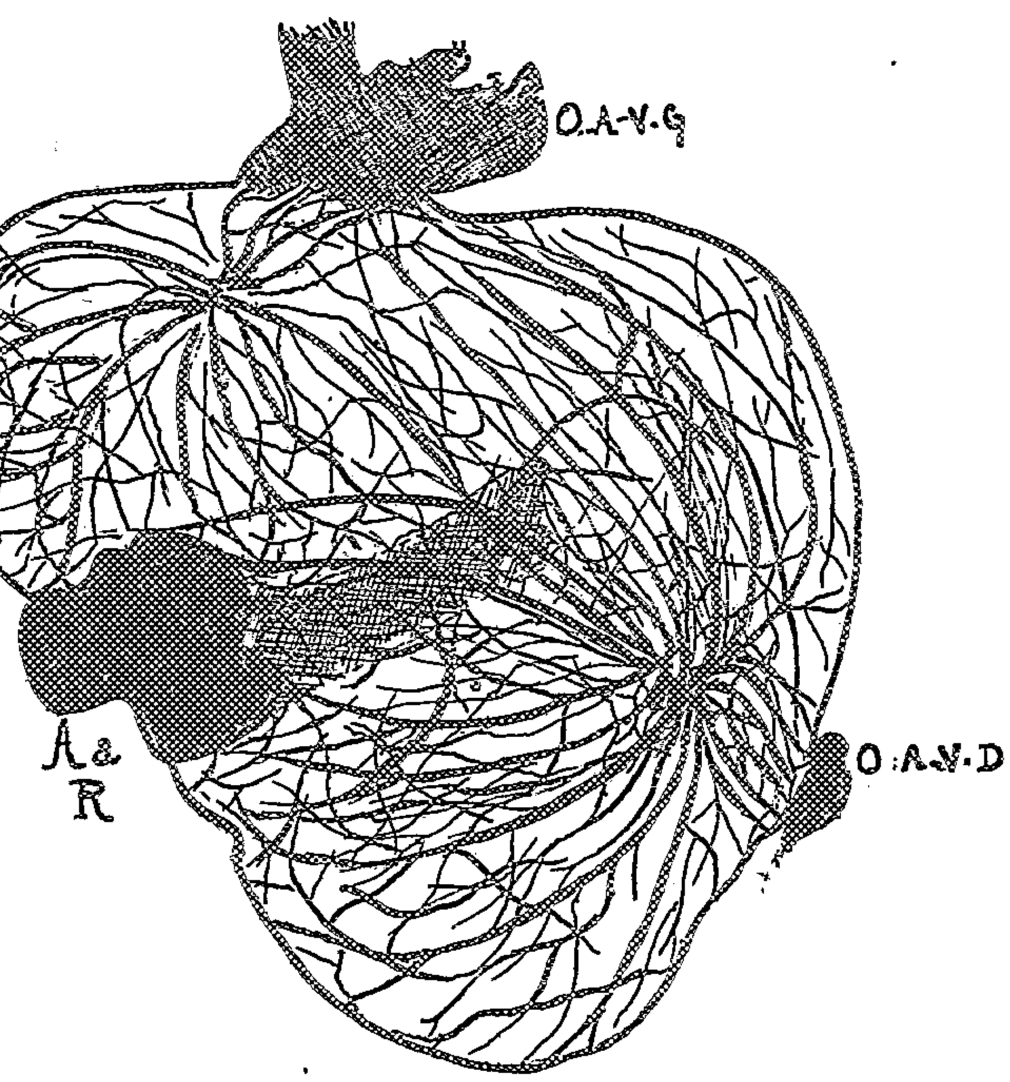
Chez *Ostrea edulis* L., les travées ventriculaires forment deux amas partant des abords de chaque orifice auriculo-ventriculaire et donnant naissance, à mesure qu'on s'éloigne de leur point d'origine, à des ramifications flexueuses irrégulièrement élargies, anastomosées en un réticulum à larges mailles, d'ailleurs plus serré sur la face dorsale que sur la face ventrale. En outre deux faisceaux de fines travées parallèles sont tendues entre l'aorte et la base du ventricule (à égale distance des jonctions auriculo-ventriculaires). De chacun d'eux se détachent à angle droit un ou deux piliers qui, après avoir traversé le ventricule dans toute sa largeur, vont, en quelques courtes ramifications, s'épanouir sur la face opposée.

Le réticulum auriculaire, dont l'observation est gênée par la présence de nombreuses cellules péricardiques, est à mailles étroites, sans systématisation des travées sauf pour quelques-unes émanant du point d'abouchement de la veine branchiale et dont les branches de divisions successives deviennent progressivement partie intégrante du réseau.

Chez *Venus gallina* L., la charpente ventriculaire est constituée par des travées longues et puissantes rayonnant comme les méridiens d'une sphère à partir de pôles disposés de part et d'autre et à une certaine distance de chaque orifice auriculo-ventriculaire (O. A.-V. G. et O. A.-V. D.). Il en

existe deux par face. De chacun de ces points, les travées s'irradient dans cinq directions principales : vers l'orifice auriculo-ventriculaire le plus rapproché qu'elles entourent de leurs ramifications; ce sont les plus courtes; vers l'orifice auriculo-ventriculaire opposé et vers le pôle de l'autre système méridien de la même face; vers l'aorte antérieure Aa et enfin un certain nombre, à grand rayon de courbure, passent sur la face opposée où elles vont s'anastomoser avec celles du système correspondant.

La mince paroi de l'oreillette est soutenue par un réseau de très fines travées à mailles lâches, relativement peu nombreuses et par quelques travées plus larges, aplaties, rameuses, à direction longitudinale qui joignent le sommet à la base. On note aussi la présence remarquable de piliers qui se détachent près du sommet et traversent obliquement la cavité auricu-



Ventricule de *Venus gallina* L. — O. A.-V. G. : orifice auriculo-ventriculaire gauche; O. A.-V. D. : orifice auriculo-ventriculaire droit; Aa R : aorte antérieure et rectum.

laire; ils se dichotomisent et les branches de division vont se fondre dans le réticulum de la paroi.

En résumé, on observe une systématisation très poussée des travées dans le ventricule de *Venus*, moins marquée chez *Ostrea*, des travées denses et puissantes chez la première, moins nombreuses et au tracé plus flou chez la deuxième; enfin, la présence remarquable de piliers dans le ventricule

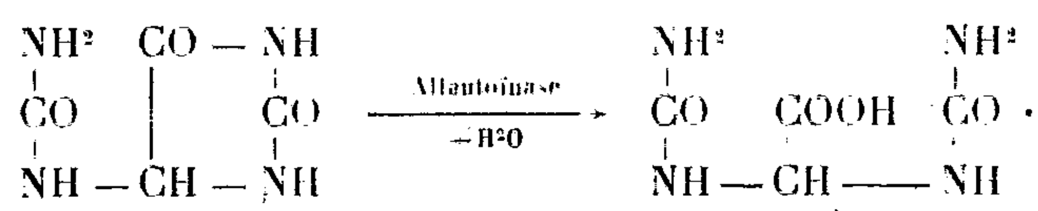
d'*Ostrea edulis* et l'oreillette de *Venus gallina*. Chez cette espèce la position des points de convergence dans le ventricule laisse prévoir un certain décalage des régions les plus automatiques par rapport aux zones de jonction auriculo-ventriculaires.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Présence de l'allantoïnase chez les Insectes.* Note de M[lle] **Marie-Louise Rocco**, présentée par M. Richard Fosse.

L'enzyme allantoïnase, découvert par R. Fosse et A. Brunel [1] dans la graine de *Soja hispida* et dans de nombreuses Légumineuses, a été signalé ensuite par ces mêmes auteurs dans le règne animal chez les Crustacés, les Poissons, les Batraciens.

Nous nous sommes proposé de rechercher son existence chez les Arthropodes aériens.

L'allantoïnase transforme l'allantoïne en acide allantoïque par fixation d'une molécule d'eau :



L'acide allantoïque peut être caractérisé après hydrolyse acide, par ses produits de désintégration : l'urée et l'acide glyoxylique

$$\begin{matrix} H^2N.CO.NH \\ H^2N.CO.NH \end{matrix}\Big> CH.COOH \xrightarrow{-H^2O} 2\ OC\Big<\begin{matrix} NH^2 \\ NH^2 \end{matrix} + \begin{matrix} CHO \\ | \\ COOH \end{matrix}.$$

Dans nos expériences, nous avons mis en évidence l'acide glyoxylique par sa très sensible réaction colorée phénylhydrazinique [2].

Mode opératoire. — Placer 2 minutes au bain d'eau bouillante, en tube à essai :
Solution d'acide allantoïque.................................... 2^{cm^3}
Solution de chlorhydrate de phénylhydrazine à 1 pour 100....... $0^{cm^3},1$ (2 gouttes)
puis, après refroidissement rapide, ajouter :
Acide chlorhydrique concentré pur.............................. $1^{cm^3},2$
Solution de ferricyanure de potassium à 5 pour 100............. $0^{cm^3},1$ (2 gouttes)

Recherche qualitative de l'allantoïnase chez les Insectes. — Tous les essais sont faits sur des parties aliquotes d'une macération aqueuse au $1/10^e$ de l'insecte broyé au mortier.

---

(1) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 426.
(2) R. Fosse et A. Hieulle, *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 636.

Mode opératoire :

	E.	T.
Solution d'allantoïne à 1 pour 1000 fraîchement préparée..	5^{cm^3}	5^{cm^3}
Macération aqueuse d'insecte..........................	2^{cm^3}	–
Même macération portée à 100° pendant 30 minutes pour détruire les enzymes................................	–	2^{cm^3}
Toluène..	5 gouttes	5 gouttes

Les expériences E et T sont placées au bain d'eau à 39-40°; après un certain temps, une demi-heure en général, l'acide allantoïque est recherché sur 2^{cm^3} des deux liqueurs. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Familles.	Espèces étudiées.	Provenance.	Recherche de l'allantoïnase
Carabidæ......	*Carabus violaceus purpurascens* L...	France	+
»	» *problematicus*............	»	+
»	» *intricatus* L..............	»	+
»	» *hispanis* F................	»	+
»	» *splendens*. F	»	+
»	» *auronitens* F..............	»	+
»	» *festivus* Dej..............	»	+
»	» *auratus* L................	»	+
»	*Cychrus rostratus* L...............	»	+
»	*Scarites striatus*..................	Algérie	+
»	*Anthia sexmaculata*...............	»	+
»	*Abax Ater* Vill....................	France	+
Dysticidæ......	*Dytiscus marginalis* L............	»	+
»	*Cybister laterimarginalis* Dej.......	»	+
»	*Acilius sulcatus* L................	»	+
Hydrophilidæ...	*Hydrophilus piceus* L..............	»	—
» ...	*Hydrous caraboides*...............	»	+
Silphini........	*Phosphuga atrata* L...............	»	+
Tenebrionidæ...	*Pimelia obesa*.....................	Algérie	—
» ...	*Blaps nitens*......................	»	—
» ...	» *gigas* L......................	»	—
Cerambycidæ...	*Cerambyx scopolii* F..............	France	—
» ...	*Rhagium sycophanta* L............	»	+
Orthoptères.....	*Schistocerca gregaria* adulte......	Algérie	+
»	— larve (4e stade solitaire).......	»	+
»	— larve (6e stade solitaire).......	»	+

Les Insectes étudiés ont été déterminés par M. Colas du laboratoire d'Entomologie de M. Jeannel.

Le témoin T donne parfois une réaction colorée positive, mais cette dernière n'est pas due à une action fermentaire; nous avons constaté en effet qu'elle était donnée par un certain nombre de macérations primitives d'insectes.

Ce résultat semble indiquer la présence de l'acide allantoïque dans ces macérations; nous faisons toutes réserves à ce sujet, nous proposant de chercher à vérifier cette hypothèse par de nouvelles expériences.

Conclusion. — Les Arthropodes aériens, comme les Arthropodes aquatiques, renferment l'enzyme hydrolysant l'allantoïne : l'allantoïnase.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Isolement d'un principe hypoglycémiant dans la muqueuse jéjunale.* Note de MM. **Francis Rathery**, **André Choay** et **Pierre de Traverse**, présentée par M. Alexandre Desgrez.

Partant de ce fait que le taux de la glycémie du sang porte est toujours plus bas que celui des glycémies de tous les autres vaisseaux de l'organisme, nous avons pensé qu'il devait exister dans la paroi intestinale un principe hypoglycémiant.

Un certain nombre d'auteurs ont étudié l'action de la muqueuse duodénale et de la sécrétine sur le métabolisme glucidique, soit en utilisant la sécrétine purifiée, soit en faisant pénétrer de l'acide chlorhydrique dans le duodénum, soit enfin en se servant d'extraits duodénaux (Takacs-Zunz et La Barre, etc.); mais toutes ces recherches, et nous insistons sur ce fait, avaient trait à la muqueuse duodénale ou à la sécrétine. Seul Takacs emploie un mélange de duodénum et de jéjunum. Dans ces travaux, les auteurs, discutant les rapports du produit obtenu avec l'insuline, semblent tous admettre que l'effet hypoglycémiant obtenu, qui n'est ni constant ni souvent très marqué, résulte d'une excitation élective de la sécrétion pancréatique insulinienne.

Nos recherches partent d'une autre idée directrice. Nous avons exclu d'une façon constante tout le duodénum et nous avons cherché si l'intestin grêle ne possédait pas, en dehors de la muqueuse duodénale, une action propre sur le métabolisme glucidique. Nous sommes arrivés à isoler un produit doué d'une activité non douteuse sur la glycémie qu'il abaisse fortement. Nous nous bornerons à indiquer la technique d'isolement et les essais physiologiques démontrant les propriétés hypoglycémiantes de la substance obtenue.

Technique d'isolement. — La masse intestinale de six bœufs comprenant le seul jéjunum est recueillie. On gratte la muqueuse en même temps qu'une portion de la musculeuse. Le poids de la pulpe ainsi obtenue est de $4^{kg},640$. Cette pulpe est épuisée à froid par macérations successives avec de l'alcool à 95° d'abord, puis à 65°, de telle façon que la masse finale présente un titre alcoolique compris entre 60 et 65°. Chaque macération est additionnée de CO^3NaH suivant la méthode de Dudley et Starling; on distille l'alcool sous pression réduite après sursaturation acétique. On concentre le liquide à un volume connu et on partage en deux portions A et B.

Traitement de la portion A (correspondant à $2^{kg},320$ de pulpe jéjunale). —

a. Précipitation fractionnée en deux temps par l'alcool, amenant le titre à 80° puis 92°, suivant la technique classique pour l'insuline. On a recueilli 5^g de produit brut.

Essais physiologiques. — On a fait à 2 lapins de 2^{kg} une injection sous-cutanée de $0^g,025$ du produit. On obtient une chute glycémique de 35 à 47 pour 100 sans convulsions.

b. On a purifié le produit par dissolution dans l'eau acidulée, précipitation picrique, reprise par l'ammoniaque et reprécipitation acétonique. On recueille ainsi $0^g,30$ de produit.

Essais physiologiques. — On a injecté à 3 lapins $0^g,01$ ou $0^g,02$ du produit. La chute glycémique obtenue est de 65 et 75 pour 100; l'un des animaux présente des convulsions 2 heures après l'injection.

Traitement de la portion B correspondant à $2^{kg},320$ de pulpe jéjunale. On précipite par addition au liquide préalablement acidulé un volume égal de solution saturée de sulfate d'ammonium. Le précipité recueilli et dissous dans une grande quantité d'eau distillée est reprécipité par l'acide picrique; ce précipité est dissous dans l'ammoniaque et on reprécipite par l'acétone. On recueille 1^g de produit B.

Essais physiologiques. — On a injecté à 1 lapin de $2^{kg},550$, sous la peau, $0^g,025$ du produit. La glycémie tombe de 1,04 à 0,35, soit une chute de 66 pour 100; l'animal a été pris de convulsions violentes 2 heures et demie après l'injection.

A 1 autre lapin de 2^{kg} on a injecté sous la peau $0^g,020$; la glycémie tombe de 1,08 à 0,53, soit une chute de 51 pour 100.

Conclusions. — On peut extraire de la muqueuse jéjunale du bœuf un produit hypoglycémiant qui se présente sous forme d'une poudre blanche soluble dans l'eau. Ce produit est de 30 à 40 unités internationales par kilogramme de pulpe. Il détermine chez le lapin normal une chute de la glycémie qui peut atteindre 75 pour 100 et déterminer des convulsions.

SÉROLOGIE. — *Contribution à l'étude des propriétés alexiques de la protéine* C. Note de M. **Maurice Doladilhe** et de Mlle **Marguerite Michel**, présentée par M. Félix Mesnil.

L'un de nous a montré [1] que la fraction de la globuline, qui possède la propriété du chaînon central de l'alexine, contient une protéine : la protéine C, dont les propriétés physiques évoluent au sein du sérum sous

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1385.

l'influence du vieillissement ou du chauffage. Ces résultats nous ont amené à rechercher si cette protéine intervient dans l'action complémentaire.

Pour mettre en évidence cette intervention, nous avons eu recours à l'hémolyse alexique et nous avons utilisé comme source d'alexine, soit le sérum de cobaye, soit le sérum humain. Nous avons opéré de la façon suivante : on porte à l'étuve à 37° des mélanges constitués chacun par un volume v de sérum alexique, v_1 d'une suspension isotonique de globules rouges sensibilisés et des volumes croissants d'une suspension dans de l'eau physiologique de protéine C; chaque mélange est complété au même volume total V par du NaCl à 8,5 pour 1000.

Nous avons constaté que la protéine C, issue d'un *sérum étranger* ou d'un *sérum homologue* à celui qui constitue la source alexique, exerce toujours une influence sur l'hémolyse.

Cette influence qui, toutes conditions égales d'ailleurs, est d'autant plus nette qu'est plus élevée la quantité de la protéine C ajoutée au mélange, se traduit par une accélération ou par un retard, en général très notables, de l'hémolyse; souvent même on observe la suppression totale du phénomène.

La protéine C exerce donc, suivant les cas, soit une action favorable, soit une action inhibitrice.

Nous avons pu établir que le sens de cette action dépend, en premier lieu, de l'histoire antérieure du sérum dont a été tirée la protéine C; celle-ci se présente avec ses propriétés favorisantes si ce sérum est frais et elle est anticomplémentaire s'il a subi un certain vieillissement.

Le vieillissement de la protéine C, une fois séparée du sérum et conservée stérilement, exerce une influence dépressive sur son pouvoir favorisant et augmente toujours son pouvoir anticomplémentaire.

Le chauffage préalable de cette protéine exerce au contraire une influence dépressive sur ces deux propriétés à la fois, en sorte que la protéine C, chauffée à une température donnée et pendant une durée suffisante, ne modifie plus l'évolution de l'hémolyse alexique.

$v = 0^{cm^3},5$; $v_1 = 0^{cm^3},5$; $V = 3^{cm^3}$.

a = volume de suspension isotonique de protéine C, ajouté aux mélanges.

TABLEAU I.

	Protéine C provenant d'un sérum.							Protéine C chauffée à 57° pendant 15 minutes.	
	Frais.				Vieux (conservé 6 jours).				
a...............	0.	0,1.	0,3.	0,5.	0,1.	0,3.	0,5.	0,1.	0,3.
Durée totale de l'hémolyse...	70′	55′	25′	12′	110′	pas d'hém.		70′	75′

Le Tableau I donne un exemple des différences observées; la source d'alexine est constituée par du sérum de cobaye (dilué 100 fois par de l'eau physiologique), la protéine C est tirée d'un sérum étranger (sérum humain).

Le Tableau II donne un exemple des résultats obtenus lorsque la protéine C est tirée d'un sérum homologue à celui qui constitue la source d'alexine :

Source d'alexine : sérum humain.

Protéine C tirée d'un sérum humain.

$v = 0^{cm^3},2$; $v_1 = 0^{cm^3},3$; $V = 3^{cm^3}$.

TABLEAU II.

	Protéine C provenant d'un sérum.							Protéine C chauffée à 56° pendant 15 minutes.	
	Frais.				Vieux (conservé 5 jours).				
a	0.	0,1.	0,3.	0,5.	0,1.	0,3.	0,5.	0,1.	0,3.
Durée totale de l'hémolyse...	50′	38′	17′	11′	105′	180′	pas d'hém.	52′	55′

Dans une seconde série d'expériences, nous avons utilisé une source incomplète d'alexine, constituée par un sérum frais privé entièrement de son acido-globuline (méthode au gaz carbonique) [1].

Cette fraction sérique, dans laquelle subsiste seule la propriété du chaînon terminal de l'alexine, ne possède plus le pouvoir hémolytique.

Or l'addition d'une protéine C tirée d'un sérum étranger ou homologue, ayant conservé ses propriétés favorisantes, suffit pour la réactiver.

Le pouvoir hémolytique du mélange ainsi constitué est, toutes conditions égales d'ailleurs, d'autant plus prononcé qu'est plus grande la quantité de la protéine C ajoutée.

Ces résultats montrent que la protéine C exerce une action sur le phénomène alexique. Cette action qui, suivant l'évolution de cette protéine, est soit favorisante, soit empêchante, s'observe également lorsque la protéine C est tirée d'un sérum *étranger* ou d'un sérum *homologue* à celui qui constitue la source d'alexine. Ces résultats font voir en outre que la propriété du chaînon central de l'alexine accompagne la protéine, même lorsqu'elle est séparée du sérum.

A 16^h15^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h45^m. E. P.

---

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 689.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 JUIN 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau un exemplaire du *Livre jubilaire* de M. Eugène-Louis Bouvier (1).

Ce volume, édité par souscriptions, a été dédié à notre Confrère par ses collaborateurs, ses élèves et ses amis, comme un témoignage d'admiration pour sa longue et féconde carrière scientifique. Tous les zoologistes savent combien fut puissante l'influence que M. Bouvier a exercée sur l'Entomologie, et que c'est à lui que cette chaire du Museum doit son actuel développement et son éclat.

Ce livre renferme 74 Mémoires originaux se rapportant aux diverses branches de la Zoologie qui ont fait l'objet des recherches et des travaux de M. E.-L. Bouvier.

BIOLOGIE MATHÉMATIQUE. — *Les équations des fluctuations biologiques et le calcul des variations.* Note (2) de M. **Vito Volterra.**

1. Rapportons-nous d'abord à une représentation graphique :

Dans une bande verticale correspondante à un certain milieu, conduisons des bandes horizontales égales et consécutives qui correspondent à des années qui se suivent les unes les autres en partant d'une bande qui est à l'origine des temps.

---

(1) Paris, Imprimerie Firmin-Didot, 1936, in-4° de 379 pages, avec de nombreuses illustrations dans le texte et 16 planches en noir et en couleurs,

(2) Séance du 8 juin 1936.

Menons des segments verticaux, chacun desquels part de l'année où commence la vie de chaque individu d'une certaine espèce vivant dans le milieu envisagé et continue pendant toute sa vie en s'arrêtant à l'année où finit son existence. La *vie* de chaque individu est mesurée par le nombre des bandes horizontales rencontrées par chaque segment et, à la fin d'un certain temps, on peut regarder le nombre total de ces rencontres comme exprimant la *quantité de vie* de l'espèce à partir de l'origine des temps jusqu'à l'année où l'on s'est arrêté.

Mais le nombre des rencontres d'une bande horizontale avec les segments verticaux donne la population de l'espèce dans l'année correspondante à cette bande. Par suite la somme des populations des diverses années depuis l'origine des temps jusqu'à une certaine année est égale à la totalité des rencontres considérées tout à l'heure. Elle peut être regardée donc comme la mesure de la *quantité de vie* de l'espèce pendant la même durée de temps.

Si l'on appelle N_h la population dans l'année h,

$$\sum_{1}^{m} {}_h N_h$$

exprimera la quantité de vie de l'espèce depuis l'origine des temps jusqu'à l'année m.

En passant du discontinu au continu et en appelant $N(t)$ la population au temps t,

$$\int_0^t N(t)\,dt = X,$$

sera la *quantité de vie* de l'espèce pendant l'intervalle de temps $(0, t)$. On peut tenir compte dans les calculs statistiques indifféremment de N ou de X, car ces quantités sont liées entre elles par les relations

$$X = \int_0^t N(t)\,dt, \qquad N(t) = \frac{dX}{dt}.$$

2. En particulier prenons n espèces dont les populations sont N_1, N_2, ..., N_n; les *quantités de vie* de ces espèces seront

$$X_1 = \int_0^t N_1(t)\,dt, \qquad X_2 = \int_0^t N_2(t)\,dt, \qquad \ldots, \qquad X_n = \int_0^t N_n(t)\,dt.$$

Si ces espèces luttent pour la vie et s'entredévorent, on a les équations fondamentales de la lutte pour la vie que nous avons trouvées sous la

forme [1],

$$(1) \qquad \beta_r \frac{dN_r}{dt} = \left(\varepsilon_r \beta_r + \sum_1^n {}_s a_{sr} N_s \right) N_r.$$

où les ε_r sont les coefficients d'accroissement, β_r les inverses des équivalents des individus des différentes espèces et les coefficients a_{sr} sont tels que $a_{sr} = - a_{rs}$.

En introduisant les éléments X_r, on pourra remplacer les équations précédentes par les suivantes :

$$(A) \qquad \beta_r \frac{d^2 X_r}{dt^2} = \left(\varepsilon_r \beta_r + \sum_1^n {}_s a_{sr} \frac{dX_s}{dt} \right) \frac{dX_r}{dt}.$$

Or nous allons voir que la substitution des équations (A) aux équations (1) est bien loin d'être une substitution banale comme il pourrait paraître au premier abord.

En effet, il est possible de ramener les équations (A) à dépendre d'une question du calcul des variations d'une manière tout à fait pareille à ce qui arrive pour les équations qui expriment la plupart des autres phénomènes de la nature.

3. La tendance à ramener les problèmes naturels à des problèmes de minimum a toujours existé, car on pense que la nature dans ses manifestations tend à épargner le plus possible de ce qu'elle dépense dans l'accomplissement des différents phénomènes. Cela a été le point de départ de Maupertuis qui, dans un ouvrage fameux, pensa établir un des principes fondamentaux de la nature, qu'il appela le principe de la moindre quantité d'action et qui était destiné à être pris comme base de la dynamique.

Le principe philosophique auquel s'attacha Maupertuis fut que la nature agit toujours par les moyens les plus simples. En s'appuyant sur ce concept, il chercha à tirer toutes les lois du mouvement et du repos d'un seul concept métaphysique. Descartes avait tenté de prendre comme point de départ le principe de la quantité de mouvement et Leibnitz celui des forces vives. Maupertuis définit d'abord la *quantité d'action* et chercha à déduire les solutions des problèmes naturels du principe de la moindre action. Il en fit des applications au choc des corps durs et élastiques. Il rappelle dans son

---

[1] VOLTERRA, *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, Paris, 1931, p. 40, formule (4).

ouvrage le célèbre principe de Fermat de la réfraction de la lumière en le mettant en rapport avec son principe.

Il est évident que le principe de Maupertuis est beaucoup plus compréhensif que ceux de Descartes et Leibnitz, parce que ceux-ci ne donnent que des intégrales, des équations, de la dynamique, tandis que le principe de Maupertuis est équivalent aux équations mêmes.

Lagrange mit la dynamique sur d'autres bases et démontra comme conséquence de ses équations le principe de la moindre action. Il fit rentrer ainsi la mécanique dans le calcul des variations qu'il avait contribué à créer.

Ce fut Hamilton qui développa ensuite et fit progresser la question en établissant d'abord ce qu'on appelle le principe de Hamilton ou de l'action stationnaire et en développant le principe de l'action variée.

Enfin Jacobi systématisa la théorie générale en arrivant à une équation qui a eu récemment une grande extension et qui se révèle de jour en jour d'une portée plus grande.

Nous allons voir que le même chemin peut être tenu dans le problème biologique et nous montrerons que les équations de la lutte pour la vie peuvent être mises sous la forme canonique et être aussi reconduites à une équation de type jacobien.

4. Prenons l'expression

$$\text{(B)} \qquad \Phi = \Sigma_i \beta_i \left(\frac{dX_i}{dt} \log \frac{dX_i}{dt} + \varepsilon_i X_i \right) + \frac{1}{2} \Sigma_{is} a_{si} \left(X_i \frac{dX_s}{dt} - X_s \frac{dX_i}{dt} \right),$$

où Σ_{is} est la somme des combinaisons deux à deux des indices i, s.

On pourra aussi l'écrire, en posant

$$X'_i = \frac{dX_i}{dt} = N_i,$$

$$\text{(B')} \qquad \Phi = \Sigma_i \left[X'_i \left(\beta_i \log X'_i + \frac{1}{2} \Sigma_s a_{is} X_s \right) + \beta_i \varepsilon_i X_i \right]$$

et l'on aura

$$\text{(2)} \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial X'_i} = \beta_i \log X'_i + \beta_i + \frac{1}{2} \Sigma_s a_{is} X_s,$$

$$\text{(2')} \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial X_i} = \beta_i \varepsilon_i + \frac{1}{2} \Sigma_s a_{si} X'_s.$$

Faisons maintenant

$$\text{(C)} \qquad U = \int_{t_0}^{t} \Phi \, dt.$$

En écrivant

$$\delta U = 0, \tag{3}$$

les équations d'Euler nous donneront

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \Phi}{\partial X'_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial X_i} = 0, \tag{4}$$

c'est-à-dire

$$\frac{d}{dt}(\beta_i \log X'_i) = \beta_i \varepsilon_i + \Sigma_s a_{si} X'_s, \tag{A'}$$

qui sont les équations (A). On a donc ramené les équations des fluctuations à dépendre d'un *problème du calcul des variations* (*loc. cit.*).

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Détermination de l'épaisseur de la membrane d'albumine formée entre l'eau et la benzine et propriétés de cette membrane.* Note (1) de M. **Henri Devaux.**

Comme je l'ai signalé (2), les remarquables puissances d'attraction de la couche limite de deux liquides non miscibles sont manifestées par la formation de lames interfaciales d'une très grande stabilité. J'ai montré que, quoique la taille des particules ainsi fixées puisse varier dans de très larges limites, la membrane formée comprend toujours une seule assise d'éléments, elle est monomoléculaire ou monoparticulaire.

En poursuivant cette étude dans le cas de l'albumine j'ai été amené à instituer une méthode simple permettant d'obtenir et de mesurer l'épaisseur des membranes solides formées par cette substance entre l'eau et la benzine.

1° Si l'on agite une solution d'albumine avec de la benzine, il se forme d'ordinaire une écume solide représentée par des gouttes de benzine enveloppées d'albumine coagulée. Chacune de ces gouttes possède sa paroi propre, constituant un sac fermé; mais les divers sacs s'accolent les uns aux autres donnant ainsi des cloisons formées de deux membranes solides séparées par une couche aqueuse.

En employant des solutions d'albumine de plus en plus diluées on

(1) Séance du 8 juin 1936.
(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 105.

obtient une écume de plus en plus lâche, parce que les parois mitoyennes crèvent et se rétractent, ne laissant que des sacs polyédriques volumineux. A la fin il ne subsiste qu'un seul grand sac général qui tapisse non seulement l'interface eau-benzine, mais aussi les parois du vase situées au-dessus de cette interface, pourvu que ces parois soient bien mouillées par le liquide aqueux. La membrane de ce sac est simple et non plus double comme dans l'écume. Ce changement intéressant apparaît, pour l'albumine, pour des dilutions avoisinant 1/100000e, et nous allons montrer comment on peut s'en servir pour des mesures d'épaisseur.

2° Une particularité spéciale permet souvent d'apercevoir la membrane à l'interface eau-benzine, ce sont *des plissements très fins qui font que cette interface, au lieu d'être brillante, se montre terne et chatoyante.* Avec un peu d'attention, on arrive du reste à apercevoir des plissements semblables le long des parois, au contact de la benzine et même de l'air qui la surmonte, ce qui prouve bien la disposition en un sac général de cette membrane d'albumine.

Supposons dès lors qu'on augmente l'ensemble de la surface ainsi garnie, par exemple en enlevant une portion de l'eau du flacon au moyen d'un siphon. On assiste alors au déplissage progressif du film d'albumine et bientôt la surface eau-benzine devient lisse et brillante par disparition de tous les plis. Mais il est facile de faire reparaître ceux-ci en ramenant de l'eau dans le flacon, ce qui remonte le niveau du liquide et resserre le film. On voit alors un nuage apparaître sur cette surface, fugitif d'abord, puis persistant. Il est donc très facile, par de simples variations de la surface libre dans le flacon, de comprimer ou d'élargir un voile d'albumine situé entre l'eau et la benzine, et d'établir la limite à laquelle commencent les plissements. Si l'on mesure alors la surface qu'il occupe par un procédé quelconque, le quotient du volume par la surface donnera l'épaisseur.

On peut aussi et plus simplement encore faire varier la surface en couchant ou en relevant le flacon : la surface s'élargit par couchage, elle se rétrécit par redressement. Cette manière d'opérer est commode, elle est très sensible quand le flacon est presque plein, les moindres variations d'inclinaison amenant les plissements ou les faisant disparaître.

3° En somme tout se passe ici comme lorsqu'on opère sur un voile formé dans une cuvette plate, sur l'eau, et qu'on fait varier la surface au moyen d'un bord mobile. C'est par ce moyen simple que j'ai démontré que la plupart des films superficiels ont une extension limitée, c'est-à-dire qu'un

volume déterminé de substance occupe toujours, à la limite, une surface déterminée, parce que la lame formée est constituée par une seule assise de molécules étroitement rapprochées.

Pour les films formés entre l'eau et la benzine l'emploi de la cuvette plate est difficile. J'ai essayé pourtant au début de le réaliser en mettant dans la cuvette plate non seulement de l'eau, mais aussi de la benzine par dessus, sur quelques millimètres d'épaisseur. J'ai pu alors observer l'extension de l'albumine à l'interface des deux liquides et prendre des mesures qui ont montré nettement que la lame d'albumine est encore monomoléculaire (0,8 à $0^{m\mu},9$). Mais l'obligation d'opérer en surface largement exposée à l'air, rend le procédé laborieux, à cause de la volatilité de la benzine et de la nécessité de toucher celle-ci avec le bout des doigts, pour mouvoir la barrière modificatrice de la surface.

La méthode nouvelle que je propose aujourd'hui évite ces inconvénients. Elle permet d'obtenir un film interfacial dans un flacon fermé, ce qui met à l'abri de l'évaporation de la benzine et de percevoir pourtant le film grâce aux plissements qu'il manifeste par un rétrécissement artificiel de la surface. Comme il est facile de faire varier cette surface, il est facile aussi de saisir la phase limite d'apparition des plissements. Quand cette phase limite est réalisée, on mesure la surface occupée et le quotient du poids d'albumine employée par cette surface donne l'épaisseur pondérale du film à cette phase de l'apparition des plissements. On peut même conserver indéfiniment en flacon le film obtenu et vérifier s'il varie avec le temps.

Les résultats obtenus par cette méthode ont été les suivants :

1° L'épaisseur de la membrane d'albumine formée à l'interface eau-benzine, est de $0^{m\mu},9$ quand la solution d'albumine est tamponnée à $pH = 5$. Elle est d'environ $2^{m\mu},2$ quand la solution n'est pas tamponnée. Ce sont sensiblement les épaisseurs données sur l'eau sans benzine superposée, c'est-à-dire que les membranes interfaciales d'albumine sont rigoureusement monomoléculaires.

2° Mais ces deux types de membranes diffèrent beaucoup au point de vue de l'élasticité. La membrane formée au contact de l'air possède une élasticité considérable, allant à 500 ou 600 pour 100. Celle fournie au contact de la benzine a une élasticité très faible, 5 à 6 pour 100. Le rapport de la deuxième à la première est donc de 1/100 environ.

3° La vitesse de formation des membranes, très faible au contact de l'air, est grande au contraire au contact de la benzine. Il faut des heures pour

que les dernières traces d'albumine se rassemblent en lame sur une surface exposée à l'air ([1]), tandis qu'il faut quelques minutes seulement si la surface est recouverte de benzine. Ce fait tient aux attractions puissantes de la couche interfaciale.

NOMINATIONS.

M. **Em. Leclainche** est délégué à l'ouverture au public de la *Maison paternelle de* Pasteur, à Arbois, le 21 juin 1936.

M. **A. de La Baume Pluvinel** représentera l'Académie à l'inauguration d'un buste de Louis Mathieu, à Mâcon, le 6 septembre 1936.

M. **Ch. Maurain** est désigné pour représenter l'Académie à la Commémoration du 60e anniversaire de la fondation de l'Observatoire du Puy de Dôme, le 30 juin 1936.

ÉLECTIONS.

M. **Jean Sabrazès** est élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. Léon Fredericq décédé, par 36 suffrages contre 7 à M. *Jacques Abelous* et 2 à M. *Fernand Arloing*.

Il y a 2 bulletins blancs.

PLIS CACHETÉS.

Mme **Veuve Pagel** demande l'ouverture d'un pli cacheté adressé par feu **C. Pagel**, reçu dans la séance du 19 novembre 1923 et inscrit sous le n° 9274.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note *Sur le dosage de l'urée sanguine*.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1560.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Les Fleurs de jardins, par A. Guillaumin. (Présenté par M. J. Costantin.)

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'*Observatoire de Physique du Globe* du Puy de Dôme.

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

THÉORIE DES FONCTIONS. — *La courbe de Peano et les fonctions indépendantes*. Note (¹) de M. **Hugo Steinhaus**.

Définissons l'*indépendance* (stochastique) de fonctions mesurables [L] $f_1(t), f_2(t), \ldots, f_n(t)$ dans l'intervalle $0 \leqq t \leqq l$: A, B, C, ..., N étant des ensembles mesurables dont les éléments sont des nombres réels, on exige que l'on ait

$$\left|\underset{t}{\mathrm{E}}\{f_1(t)\in \mathrm{A}, f_2(t)\in \mathrm{B}, \ldots, f_n(t)\in \mathrm{N}\}\right|$$
$$=\left|\underset{t}{\mathrm{E}}[f_1(t)\in \mathrm{A}]\right|\cdot\left|\underset{t}{\mathrm{E}}[f_2(t)\in \mathrm{B}]\right|\cdots\left|\underset{t}{\mathrm{E}}[f_n(t)\in \mathrm{N}]\right|$$

pour tous les A, B, C, ..., N. $\left[\underset{t}{\mathrm{E}}(rel.)\right.$ désigne l'ensemble des t vérifiant $\left. rel.\right]$.

La *distribuante* $\mathrm{F}(x)$ d'une fonction mesurable $f(t)$ sera définie par

$$\mathrm{F}(x)=\left|\underset{t}{\mathrm{E}}[f(t)<x]\right|.$$

On dira que $f(t)$ est une fonction *régulière*, si sa distribuante est égale à $x+c$ dans l'intervalle $\langle -c, -c+1\rangle$ et constante en dehors de cet intervalle.

(¹) Séance du 2 mai 1936.

1. La courbe bien connue de Peano, qui passe par tous les points du carré unité $[-1/2 \leqq x \leqq 1/2; -1/2 \leqq y \leqq 1/2]$ est donnée par deux fonctions continues $x(t)$, $y(t)$; elles établissent une correspondance entre le segment $0 \leqq t \leqq l$ et le carré $[-1/2 \leqq x \leqq 1/2; -1/2 \leqq y \leqq 1/2]$, qui conserve la mesure [mesure plane = mesure linéaire]. Or *cette propriété équivaut à l'indépendance et la régularité de $x(t)$ et $y(t)$* $(c = 1/2)$. Il s'ensuit que les fonctions classiques de Peano fournissent un exemple de fonctions continues, régulières et indépendantes.

En partant de cette remarque, il est facile de construire une courbe analogue à celle de Peano dans l'espace de n dimensions. Soit par exemple $n = 4$. Considérons les fonctions

$$f(t) = x[x(t)], \quad g(t) = x[y(t)], \quad h(t) = y[x(t)], \quad k(t) = y[y(t)].$$

Je dis que ce sont les quatre fonctions cherchées. Il est évident qu'elles sont continues et régulières. Pour démontrer leur indépendance, soient A, B, C, D quatre ensembles mesurables et

$$a = \underset{u}{\mathrm{E}}[x(u) \in \mathrm{A}], \quad b = \underset{u}{\mathrm{E}}[x(u) \in \mathrm{B}], \quad c = \underset{u}{\mathrm{E}}[y(u) \in \mathrm{C}], \quad d = \underset{u}{\mathrm{E}}[y(u) \in \mathrm{D}],$$
$$\alpha = \underset{t}{\mathrm{E}}[x(t) \in a], \quad \beta = \underset{t}{\mathrm{E}}[y(t) \in b], \quad \gamma = \underset{t}{\mathrm{E}}[x(t) \in c], \quad \delta = \underset{t}{\mathrm{E}}[y(t) \in d].$$

L'indépendance et la régularité de $x(t)$ et $y(t)$ donne immédiatement

$$|\alpha\beta\gamma\delta| = |\alpha\gamma.\beta\delta| = |\alpha\gamma|.|\beta\delta| = |ac|.|bd| = |a|.|c|.|b|.|d| = |\alpha|.|\beta|.|\gamma|.|\delta|,$$

ce qui suffit, car on a évidemment $\alpha = \underset{t}{\mathrm{E}}[f(t) \in \mathrm{A}], \ldots, \delta = \underset{t}{\mathrm{E}}[k(t) \in \mathrm{D}]$.

2. M. Borge Jessen (1) a construit une courbe pour l'espace de $\aleph_0$ dimensions en partant de la courbe de M. Hilbert. De notre point de vue, une courbe analogue à celle de Peano serait préférable, car la régularité y serait mieux visible.

Commençons donc par le polygone initial de Peano dans le plan, constitué par 9 traits rectilignes. Il peut être considéré comme la projection plane d'une courbe gauche constituée de 27 segments. En remplaçant chaque segment par une courbe semblable à la courbe entière, on obtient une courbe de 9^3 segments, chaque segment étant la diagonale principale d'un cube de volume $1/9^3$. On ajoute une dimension, on obtient une courbe

(1) *Ueber eine Lebesgue'sche Integrationstheorie für Funktionen unendlichvieler Veränderlichen* (*Comptes rendus du septième Congrès des mathématiciens scandinaves*, Oslo, 1930).

de 9^4 segments, on la remplace par une courbe de 9^8 segments et ainsi de suite. A la limite on obtient la courbe cherchée. Les courbes approximatives étant données par

$$\begin{array}{llll} x_1(t), & y_1(t), & & \\ x_2(t), & y_2(t), & z_2(t), & \\ x_3(t), & y_3(t), & z_3(t), & u_3(t), \\ \ldots\ldots & & & \end{array}$$

on démontre la convergence uniforme de $x_i(t)$ vers $f_1(t)$, de $y_i(t)$ vers $f_2(t)$, etc. Les coordonnées forment une suite $\{f_i(t)\}$ de fonctions qui sont nécessairement continues, régulières et indépendantes. On aura

$$\int_0^1 f_i(t)\,dt = 0, \qquad \int_0^1 f_i^2(t)\,dt = \int_0^1 \left(t-\frac{1}{2}\right)^2 dt = \frac{1}{12} \qquad (i).$$

Les fonctions trouvées ont les propriétés de systèmes lacunaires; par exemple, pour $\sum_{i=1}^{\infty}\lambda_i^2 < \infty$ la série $\sum_{i=1}^{\infty}\lambda_i f_i(t)$ est convergente presque partout vers une fonction $f(t)$ sommable avec la $p^{\text{ième}}$ puissance du module et même telle que l'intégrale

$$\int_0^1 e^{\lambda f^2(t)}\,dt \qquad \left(\lambda < \frac{1}{e}\right)$$

soit finie. Leur importance pour le calcul des probabilités est basée sur le fait que toutes les suites numériques $\{a_i\}$ $[a_i = f_i(t)]$ apparaissent quand t passe de 0 à 1, et que la probabilité que la suite $\{a_i\}$ appartienne à une classe quelconque est donnée par la mesure de l'ensemble des t correspondants.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques remarques sur les fonctions indépendantes.* Note [1] de M. **M. Kac.**

Nous adoptons la définition d'indépendance stochastique donnée par M. Steinhaus dans la Note ci-dessus [2]; nous employons aussi la notion de distribuante et de fonctions régulières dans le sens de cette Note.

1. Soit $\{f_k(t)\}$ une suite de fonctions indépendantes, définies dans $(0, 1)$. Supposons qu'elles aient toutes la même distribuante et que

$$\int_0^1 |f_k(t)|\,dt < \infty \quad \text{et} \quad \int_0^1 f_k^2(t)\,dt = \infty \quad (k);$$

(1) Séance du 2 juin 1936.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1961.

on aura alors

$$\lim_{n\to\infty}\left| \underset{t}{E}\left\{ \left| n^{-\frac{1}{2}}\sum_{k=1}^{n} f_k(t)\right| < \alpha \right\}\right| = 0$$

pour tout $\alpha > 0$. Pour la démonstration, nous avons eu besoin du lemme suivant : Si

$$(1) \qquad \int_0^1 |F(t)|\,dt < \infty \qquad \text{et} \qquad \int_0^1 F^2(t)\,dt = \infty,$$

alors

$$(2) \qquad \lim_{n\to\infty}\left[\int_0^1 e^{i\nu\frac{F(t)}{\sqrt{n}}}\,dt\right]^n = 0 \qquad (i=\sqrt{-1})$$

pour $\nu \neq 0$, la convergence étant uniforme dans tout intervalle ne contenant pas $\nu = 0$. Nous avons communiqué ce lemme à M. Khintchine qui l'a démontré. Ainsi notre théorème est établi; il implique, entre autres, cette conséquence : Si $|E|$ désigne la mesure n-dimensionnelle d'un sous-ensemble E de $\prod_{i=1}^{\infty}(0 \leqq t_i \leqq 1)$ et si la condition (1) est remplie, alors

$$\lim_{n\to\infty}\left| \underset{t_1 t_2 \ldots t_n}{E}\left\{ \left| n^{-\frac{1}{2}}\sum_{k=1}^{n} F(t_k)\right| < \alpha \right\}\right| = 0 \qquad (\alpha > 0).$$

2. Soit $\{f_k(t)\}$ une suite de fonctions indépendantes, définies dans $(0, 1)$. Supposons qu'elles aient pour distribuantes des fonctions de Gauss, à savoir

$$\frac{1}{\sqrt{2h_k\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2h_k}}\,dt$$

et que $\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 h_k = h$, alors la série

$$\Phi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k f_k(t)$$

est p. p. convergente [1] et sa somme $\Phi(t)$ a une distribuante de Gauss avec h comme paramètre de dispersion. Pour $h = \infty$, la série est divergente presque partout.

---

[1] Voir M. KAC, *Studia Mathematica*, 6, 1936 (sous presse).

3. Soit $W(t)$ un vecteur dépendant de $t(0 \leqq t \leqq 1)$ et $f_S^{(1)}(t), f_S^{(2)}(t), f_S^{(3)}(t)$ ses composantes par rapport au système S des axes orthogonaux x, y, z.

Si les trois fonctions $\{f_S^{(1)}, f_S^{(2)}, f_S^{(3)}\}$ sont indépendantes quel que soit le système S, alors elles ont toutes la même distribuante, qui est une fonction de Gauss; il suffit même que l'indépendance subsiste pour quatre systèmes S sans axes communs. La différence entre ce résultat et celui de Maxwell consiste en ce que Maxwell ne considère qu'un seul système S, mais il ajoute à l'indépendance, l'hypothèse que les distribuantes de composantes sont identiques.

4. Si $\{f_k(t)\}$ sont des fonctions indépendantes, si

$$\int_0^1 f_k(t)\,dt = 0, \qquad \int_0^1 f_k^2(t)\,dt = b_k, \qquad \sum_{k=1}^{n} b_k \neq o(n^2),$$

et les $f_k^2(t)$ sont également intégrables (¹), alors

$$\lim_{n \to} \text{as}.\, n^{-1} \sum_{k=1}^{n} f_k(t) \neq 0.$$

Or, la loi de Bernoulli (nommée aussi loi faible de grands nombres) correspond à la relation

$$\lim \text{as}.\, n^{-1} \sum_{k=1}^{n} f_k(t) = 0,$$

que l'on démontre sous la condition $\sum_{k=1}^{n} b_k = o(n^2)$. Nous voyons donc que cette condition est indispensable. En effet, il y a une correspondance entre la théorie de fonctions indépendantes et celle de suites des épreuves indépendantes qui fournit immédiatement une interprétation probabiliste d'un théorème quelconque appartenant à la première.

(¹) $\int_E f_k^2(t)\,dt$ tend vers 0 avec $|E|$ uniformément par rapport à k.

MÉCANIQUE. — *Sur l'énergie d'accélération d'un solide.* Note de M. **R. de Misès**, présentée par M. Émile Jouguet.

M. Ch. Platrier (1) a donné une expression très élégante de l'énergie d'accélération d'un solide ayant un point fixe. Je vais montrer dans ce qui suit qu'une formule presque identique s'applique au cas du *mouvement général* d'un corps solide, si l'on se sert de certaines notions et méthodes de calcul que j'ai établies il y a quelques années (2).

Je désigne par $\overline{A}$ un *moteur*, c'est-à-dire une grandeur composée de deux vecteurs $\overline{a}$ et $\overline{a_0}$ ou de six scalaires a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, qui sont respectivement les composantes de $\overline{a}$ et de $\overline{a_0}$. Par exemple, la vitesse d'un solide est un moteur $\overline{V}$ dont les composantes vectorielles sont $\overline{\omega}$ (rotation) et $\overline{\omega_0}$ (vitesse du point coïncidant avec l'origine). Si l'on passe d'une origine o à une nouvelle o', la première composante a du moteur reste invariée, tandis que la deuxième augmente de $\overline{a} \wedge \overrightarrow{oo'}$. On peut définir les opérations simples pour les moteurs, addition, diverses multiplications, comme on le fait dans l'analyse vectorielle. Par exemple, $\overline{A} \wedge \overline{B}$ signifie le moteur dont la première composante est $\overline{a} \wedge \overline{b}$ et la deuxième $\overline{a} \wedge \overline{b}_0 + \overline{a}_0 \wedge \overline{b}$. De même on introduit un *tenseur motoriel* composé de six lignes et six colonnes. L'inertie d'un corps solide est donnée par un tel tenseur $\overline{\overline{J}}$:

$$(1)\qquad \left\{\begin{matrix} m & 0 & 0 & 0 & s_3 & -s_2 \\ 0 & m & 0 & -s_3 & 0 & s_1 \\ 0 & 0 & m & s_2 & -s_1 & 0 \\ 0 & -s_3 & s_2 & J_1 & -D_3 & -D_2 \\ s_3 & 0 & -s_1 & -D_3 & J_2 & -D_1 \\ -s_2 & s_1 & 0 & -D_2 & -D_1 & J_3 \end{matrix}\right.$$

m, masse totale; s_1, s_2, s_3, moments statiques ou produits de m par les coordonnées du centre; J_1, J_2, J_3, moments d'inertie; D_1, D_2, D_3, moments de déviation.

Pour un tenseur $\overline{\overline{T}}$ dont les 36 éléments sont t_{ik} la multiplication par

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1405.

(2) *Zeits. für angewandte Mathematik und Mechanik*, 4, 1924, p. 155-181 et 193-213.

deux moteurs $\overline{A}$ et $\overline{B}$ est définie comme suit :

$$\overline{\overline{T}}.\overline{A}.\overline{B} = \sum_{ik}^{1\ldots6} t_{ik} a_{k+3} b_{i+3}, \tag{2}$$

et ainsi se traduisent aussi d'autres règles du calcul vectoriel.

L'énergie d'accélération S dépend du moteur-vitesse $\overline{V}$, de sa dérivée par rapport au temps $\overline{V}'$ (considérée dans l'espace fixe) et du tenseur $\overline{\overline{J}}$. Un calcul très court fournit

$$2S = \overline{\overline{J}}.[\overline{V}'.\overline{V}' + \omega^2\overline{V}.\overline{V} + 2\overline{V}.(\overline{V}' \wedge \overline{V})] - m(\overline{\omega}.\overline{\omega}_0)^2. \tag{3}$$

C'est la même formule que celle de M. Platrier, sauf le dernier terme (et sauf naturellement la nouvelle interprétation de tous signes). Cette formule se prête immédiatement au calcul numérique moyennant la relation (2). Pour déduire (3) il est utile de se servir des tenseurs $\overline{\overline{X}}$ associés aux points p de l'espace. Un tel tenseur est égal à l'inertie d'un corps qui se réduit à une masse 1 concentrée en p et le produit $\overline{\overline{X}}.\overline{A}.\overline{B}$ se trouve égal au produit scalaire $(\overline{a}_0 + \overline{a} \wedge \overrightarrow{op})(\overline{b}_0 + \overline{b} \wedge \overrightarrow{op})$.

Ajoutons que la deuxième composante $\overline{\omega}'_0$ de $\overline{V}'$ est la dérivée par rapport au temps et considérée dans l'espace fixe, de la vitesse qui règne à chaque instant au point fixe pris pour origine.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Phénomènes oscillatoires dans les suspensions : cas du monoroue.* Note de M. **Pierre-E. Mercier**, présentée par M. Paul Langevin.

On considère le véhicule le plus simple, en translation de vitesse horizontale V, comportant une masse principale M (supposée en équilibre latéral stable) supportée par un ressort de dureté K_1, prenant appui sur une roue de masse m, garnie d'un pneu de dureté K_2. Avec un choix d'axes convenable, les équations du mouvement s'écrivent

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{d^2Z_1}{dt^2} + Z_1\frac{(K_1+K_2)}{m} - Z_3\frac{K_1}{m} = l\frac{(K_1+K_2)}{m} + \frac{K_2}{m}f(Vt),\\ &\frac{d^2Z_3}{dt^2} - Z_1\frac{K_1}{M} + Z_3\frac{K_1}{M} = -l\frac{K_1}{M}, \end{aligned}\right. \tag{1}$$

où Z_1 et Z_3 sont les ordonnées de m et M; l a la dimension d'une longueur, et $f(Vt)$ représente les écarts du relief sous le pneu, comptés suivant l'axe des Z, à partir de l'instant initial.

De (1) on forme la combinaison linéaire, r et s étant des coefficients à déterminer :

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2}{dt^2}(rZ_1+sZ_3)+\left[r\dfrac{(K_1+K_2)}{m}-s\dfrac{K_1}{M}\right]Z_1+\left(\dfrac{sK_1}{M}-r\dfrac{K_1}{m}\right)Z_3 \\ \quad =rl\left(\dfrac{K_1+K_2}{m}\right)-s\dfrac{lK_1}{M}+r\dfrac{K_2}{m}f(Vt). \end{cases}$$

On écrit que l'équation sans second membre est fonction de rZ_1+sZ_3 seuls; il s'ensuit

$$(3)\quad \frac{(K_1+K_2)}{m}r-\frac{K_1}{M}s=Hr. \qquad -\frac{K_1}{m}r+\frac{K_1}{M}s=Hs,$$

où H est une constante devant satisfaire à

$$(4)\quad \begin{vmatrix} \dfrac{K_1+K_2}{m}-H & -\dfrac{K_1}{M} \\ -\dfrac{K_1}{m} & \dfrac{K_1}{M}-H \end{vmatrix}=0.$$

A chacune des racines de (4), toujours positives, α^2 et β^2 correspond une valeur p', p'', du rapport s/r donnée par

$$p'=\frac{K_1+K_2}{K_1}-\frac{m\beta^2}{K_1},$$
$$p''=\frac{K_1+K_2}{K_1}-\frac{m\alpha^2}{K_1};$$

les deux équations sans second membre tirées de (2) admettent donc les intégrales

$$(5)\quad \begin{cases} Z_1+p''Z_3=C_1\sin(\alpha t+\Phi_1), \\ Z_2+p'Z_3=C_2\sin(\beta t+\Phi_2). \end{cases}$$

Prenons pour $f(Vt)$ le cas d'un obstacle d'amplitude Ac atteinte à une distance Δx de son origine (prise à l'origine des temps), et amorti suivant une loi exponentielle. En posant

$$\gamma=\frac{1}{e}\frac{V}{\Delta x}, \qquad S\frac{m}{K^2}=\frac{VAc}{\Delta x},$$

$$(6)\quad f(Vt)=S\frac{m}{K_2}te^{-\gamma t},$$

l'intégration des équations complètes tirées de (2) donne

$$Z_1 + p'' Z_3 = C_1 \sin(\alpha t + \Phi_1) + \frac{l}{\alpha^2}\left(\frac{K_1+K_2}{m} - p''\frac{K_1}{M}\right) + \frac{S}{\alpha^2+\gamma^2}(t+\tau_1)e^{-\gamma t},$$

$$Z_1 + p' Z_3 = C_2 \sin(\beta t + \Phi_2) + \frac{l}{\beta^2}\left(\frac{K_1+K_2}{m} - p'\frac{K_1}{M}\right) + \frac{S}{\beta^2+\gamma^2}(t+\tau_2)e^{-\gamma t}$$

avec

$$\tau_1 = \frac{2\gamma}{\alpha^2+\gamma^2}, \qquad \tau_2 = \frac{2\gamma}{\beta^2+\gamma^2},$$

d'où l'on tire

$$\begin{aligned} Z_1 = \frac{1}{p'-p''}\Big[& C_1 p' \sin(\alpha t + \Phi_1) + C_2 p'' \sin(\beta t + \Phi_2) \\ & + p'\frac{l}{\alpha^2}\left(\frac{K_1+K_2}{m} - p''\frac{K_1}{M}\right) - p''\frac{l}{\beta^2}\left(\frac{K_1+K_2}{m} - p'\frac{K_1}{M}\right) \\ & + \left(p'\frac{S}{\alpha^2+\gamma^2}(t+\tau_1) - p''\frac{S}{\beta^2+\gamma^2}(t+\tau_2)\right)e^{-\gamma t}\Big], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7)\quad Z_3 = \frac{1}{p'-p''}\Big[& C_2 \sin(\beta t + \Phi_2) - C_1 \sin(\alpha t + \Phi_1) + \frac{l}{\beta^2}\left(\frac{K_1+K_2}{m} - p'\frac{K_1}{M}\right) \\ & - \frac{l}{\alpha^2}\left(\frac{K_1+K_2}{m} - p''\frac{K_1}{M}\right) \\ & + \left(\frac{S}{\beta^2+\gamma^2}(t+\tau_2) - \frac{S}{\alpha^2+\gamma^2}(t+\tau_1)\right)e^{-\gamma t}\Big]. \end{aligned}$$

La détermination des quatre constantes C_1, C_2, Φ_1, Φ_2, ne présente pas de difficultés à partir des vitesses et positions de M et m à l'instant initial.

En partant de la position d'équilibre à l'instant zéro, on trouve immédiatement

$$\operatorname{tang}\Phi_1 = \frac{2\alpha\gamma}{\alpha^2-\gamma^2}, \qquad C_1 = \frac{-S}{\alpha^2-\gamma^2}, \quad \ldots,$$

α correspond à la pulsation propre de la roue, et β à celle de la masse principale. Le passage de la roue sur l'obstacle excite les deux vibrations qui présentent, relativement l'une à l'autre, leur maximum d'amplitude pour le mouvement de la masse qui leur correspond. Rapportée à l'amplitude de l'obstacle, l'amplitude de chaque vibration stationnaire induite, dans le mouvement de l'une et l'autre masse, est maximum pour des valeurs de γ voisines de leur pulsation respective.

Un calcul approché montre que l'intervention d'un amortissement modérée, ne modifie pas les résultats si l'on considère les oscillations qui suivent immédiatement le passage sur l'obstacle. Par contre, les amplitudes

maximum sont réduites dans le cas d'excitations successives donnant lieu à résonance.

La méthode décrite s'applique également à l'étude du passage sur obstacles successifs, ou sur un système de perturbations à allure sinusoïdale.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Sur l'emploi de la numération binaire dans les machines à calculer et les instruments nomomécaniques.* Note de M. **Louis Couffignal**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

La Note récente (¹) de M. Valtat m'incite à faire savoir que, tout en gardant secrets, pour des raisons particulières indépendantes de ma volonté, les travaux que j'ai, de mon côté, entrepris dans cette voie, j'ai cherché à utiliser la numération binaire en vue du calcul mécanique. Sans entrer dans aucun détail à cet égard, je crois devoir signaler ici quelques-unes des idées auxquelles j'ai été ainsi conduit.

Développant les conséquences d'observations que j'ai rapportées ou auxquelles j'ai fait allusion antérieurement (²), j'ai été conduit à considérer comme fondamentale la distinction suivante : tandis que les conventions de la numération ont pour but, en calcul manuel, de représenter, par une notation simple et d'écriture rapide, *un nombre quelconque de la suite naturelle*, les dispositifs de numération mécanique doivent être prévus avec les organes nécessaires pour représenter *tous les nombres d'une suite limitée*. Dès lors, non seulement deux chiffres différents, mais encore deux chiffres identiques d'ordre différent, doivent être représentés par des organes distincts; le nombre d'organes nécessaires pour représenter mécaniquement, dans le système de base a, tous les nombres inférieurs à n est donc compris entre $(n-1)\mathcal{A}(n)$ et $(n-1)[\mathcal{A}(n)+1]$, $\mathcal{A}(n)$ étant l'entier qui précède immédiatement $\log_a n$. Comme $(n-1)\log_a n$ est minimum pour $a=2$, le système binaire est celui qui exige le moins d'organes distincts pour la numération mécanique d'une suite d'entiers donnée. De plus, la numération binaire mécanique n'exigeant qu'un chiffre par ordre binaire, le choix de l'ordre et celui du chiffre se confondent et sont simultanés.

En conséquence de ces remarques et des résultats précédemment obtenus

(¹) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1745.

(²) *Les machines à calculer*, p. 12, 41 et 42.

par M. Torres, *le système binaire apparaît comme le système de choix pour le numérotage mécanique des éléments de toute machine automatique.*

Les machines arithmétiques étant des machines automatiques particulières, la remarque précédente m'a conduit à utiliser le rôle ordinal des nombres, de préférence à leur rôle cardinal, dans deux machines arithmétiques élémentaires : *un comparateur*, qui détermine la valeur relative de deux nombres, et *un totalisateur*, où tous les chiffres de tous les termes d'une somme sont inscrits simultanément et interviennent aussitôt dans la formation de la somme, tandis que, actuellement, chaque terme est ajouté à la somme des précédents.

Grâce à ce totalisateur, les éléments du produit de deux nombres, formés suivant le principe du damier de Neper, sont totalisés aussitôt que les deux facteurs sont inscrits, ces facteurs pouvant être eux-mêmes inscrits simultanément.

Grâce au comparateur, la division peut s'effectuer, non par soustractions successives, mais par comparaison au dividende du produit d'une partie du quotient par le diviseur (principe appliqué seulement jusqu'ici dans la machine de M. Torres). De même l'extraction d'une racine carrée peut s'effectuer par comparaison du carré d'une partie de la racine au nombre donné. Les mécanismes ainsi établis sont entièrement automatiques, l'intervention de l'opérateur se réduisant à l'inscription des données.

En faisant correspondre les signes + et — aux nombres 1 et 0, le comparateur permet de déterminer automatiquement le signe d'un produit ou d'un quotient, et, par suite, d'appliquer les mécanismes précédents aux opérations sur des nombres algébriques.

Le fonctionnement de ces appareils est quasi instantané (durée des opérations, τ étant la durée de fonctionnement d'un relais électromagnétique; pour la comparaison : nulle; pour l'addition de p nombres de q chiffres : $(q + \log_2 p)\,\tau$; pour la multiplication de deux facteurs de m et n chiffres : $(m + n)\,\tau$; pour la division, $(n - m)(n + m + 2)\,\tau$, environ; pour la racine carrée, $n\,(3n + 4)/4.\,\tau$. On peut donc considérer que, *dans le cas où les données sont des fonctions continues du temps, ces appareils constituent des asservissements.*

Complétés par deux autres : un *lecteur fonctionnel*, qui permet de figurer à un instant donné sur un chiffreur binaire une fonction $y = f(g)$ de la cote g d'un curseur mobile sur une graduation, et un *lecteur asservi* qui, inversement, permet de commander le déplacement d'un curseur de manière

que sa cote soit une fonction $y = f(n)$ du nombre n figuré sur un chiffreur binaire, ces appareils peuvent fonctionner en liaison avec les instruments nomomécaniques les plus variés : ils permettent de construire des mécanismes calculateurs possédant à la fois les avantages des machines arithmétiques et ceux des instruments nomomécaniques.

En outre ces mécanismes se prêtent très aisément à la télécommande.

Dans ces appareils le calcul se fait entièrement dans le système binaire, sans intervention préalable ou ultérieure du système décimal. Cette particularité me conduit à considérer ces applications de la numération binaire au calcul mécanique comme particulièrement avantageuses, la durée du calcul, dans ce cas, n'étant pas accrue de celles de la codification et de la traduction.

PHOTOMÉTRIE ASTRONOMIQUE. — *La méthode des plages pupillaires simultanées.* Note (1) de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Charles Fabry.

I. *Principe.* — On connaît la méthode des plages pupillaires, introduite en photométrie dès 1910 par M. Charles Fabry (2). Elle consiste à former, sur la plaque photographique, des images de la pupille d'entrée de l'instrument (lunette ou télescope), au moyen d'un objectif auxiliaire à court foyer. Ce dernier, placé dans le plan focal de l'instrument, reçoit successivement la lumière des différents objets à comparer, qui peuvent être ponctuels (étoiles) ou non ponctuels (fond du ciel, nébuleuses, etc.). On effectue pour chacun d'eux des poses de même durée, et l'on déplace légèrement la plaque entre les poses : les plages à comparer sont ainsi juxtaposées.

Affectons au contraire à chaque objet un objectif auxiliaire spécial : nous pourrons effectuer les poses simultanément. Pour réaliser le montage nécessaire, il faut commencer par prendre, au foyer de l'instrument, un cliché de la région étudiée, puis s'en servir comme modèle pour fixer les objectifs auxiliaires, identiques entre eux, sur un support S adaptable au

---

(1) Séance du 4 mai 1936.

(2) *Comptes rendus*, 150, 1910, p. 272; Jean Dufay, *Bulletin de l'Observatoire de Lyon*, 10, n° 9, septembre 1928, p. 1; Henri Grouiller, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1583.

châssis photographique, enfin amener les images des différents objets (images formées par l'instrument), au voisinage du point nodal d'entrée de leurs objectifs auxiliaires respectifs.

2. *Avantages et inconvénients.* — Le problème connu sous le nom de calibrage photométrique du champ est radicalement supprimé : les aberrations de l'instrument, particulièrement importantes si c'est un télescope, n'altèrent pas les plages pupillaires; au contraire, des images focales ou extra-focales subissent un effet de champ marqué dont la correction précise est très difficile, surtout dans le cas d'un réflecteur; d'autre part on trouve aisément que, ni les pertes de lumière dans les objectifs auxiliaires, ni les aberrations de ceux-ci, même s'ils sont des lentilles simples, ne peuvent introduire d'erreurs appréciables. Quant aux variations accidentelles des dimensions des plages (1), elles relèvent d'une correction rigoureuse si la mesure photométrique porte sur la densité photographique, sans utilisation de l'irradiation; il en est de même des inexactitudes dues aux étoiles parasites, trop voisines angulairement de l'un des objets, étudiées pour pouvoir être exclues du champ de l'objectif auxiliaire correspondant.

La simultanéité des poses élimine les variations, souvent rapides et notables, de l'absorption atmosphérique. La durée de l'opération est n fois plus courte que dans le cas d'un objectif auxiliaire unique, n étant le nombre des objets (inconnu et étalons). Les quelques heures consacrées au cliché-modèle et au support S sont vite récupérées. Bien entendu, c'est lorsqu'on envisage un grand nombre de clichés de la région qu'on doit songer à cette méthode, notamment pour suivre une étoile variable. Chaque variable étudiée, soit x, possédera son support S (x), prêt à recevoir ses objectifs auxiliaires.

Les images n'étant pas juxtaposées sur une toute petite portion de la plaque photographique, comme le permet la méthode des plages successives, le manque d'uniformité de l'émulsion introduit des erreurs. Ce défaut peut être nettement atténué par une formule correctrice (2).

3. *Résultats.* — L'instrument que j'utilise est un télescope newtonien. Les plages sont alors annulaires, à cause de l'obturation centrale exercée par le petit miroir. En ce qui concerne les mesures des clichés au photomètre, on a le choix entre les deux procédés :

---

(1) JEAN LAGRULA, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1025.

(2) JEAN LAGRULA, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 389.

1° adopter une ouverture également annulaire, et déterminer le noircissement de l'image.

2° adopter une ouverture circulaire.

La sensibilité maxima du premier procédé est meilleure que celle du second; mais elle ne peut être atteinte que pour des astres exceptionnellement brillants; l'irradiation photographique, dont profite l'ouverture circulaire, est en pratique une variable plus efficace que le noircissement; elle ne permet pas une correction aussi simple des erreurs dues aux variations accidentelles des dimensions des plages, mais l'effet de ces variations sur le noircissement est alors compensé partiellement par leur effet géométrique. Il faut ajouter que les mesures sont plus commodes, la mise en place des images plus rapide, avec l'ouverture circulaire. C'est cette dernière que j'ai choisie.

En réalisant quatre poses sur chaque plaque (par rotations successives de 90°), je détermine les magnitudes relatives avec une précision de : 0,005 à 0,010 magnitude. La nature même du problème ne permet guère d'espérer mieux, sauf dans le cas de variations de très faible amplitude.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur un espace fonctionnel de la Mécanique quantique*. Note (¹) de M. L. **Chadenson**, présentée par M. Louis de Broglie.

J'ai exposé (²) quelques propriétés d'un espace fonctionnel dénommé espaces des fonctions de moyenne carré sommable ou mieux de moyenne quadratique sommable.

Ces fonctions sont définies si l'intégrale suivante entendue au sens de Lebesgue existe et est finie

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(x)\overline{f(x)}\,dx = M\{f(x)\overline{f(x)}\}.$$

A l'aide d'un système complet de fonction $e^{i\lambda x}$, de puissance continue, de cet espace, toute fonction de moyenne quadratique sommable est représentable par la somme d'un spectre discontinu et d'un spectre continu.

(¹) Séance du 8 juin 1936.

(²) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 122.

Le spectre discontinu correspond à une série de Dirichlet

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} A_n e^{i\Lambda_n x} \qquad \text{avec} \sum_{-\infty}^{+\infty} |A_n|^2 \text{ fini.}$$

On peut sommer cette série par le procédé suivant, généralisation du procédé de Cesàro-Riesz :

$$\lim_{T, R, N \to \infty} \int_{-T}^{+T} \int_{-R}^{+R} e^{i\nu(s-x)} \left[1 - \frac{|\nu|}{R}\right] \sum_{-N}^{+N} A_n e^{i\Lambda_n x}\, dx\, d\nu.$$

Cela permet de faire correspondre aux séries de Dirichlet un type de fonction presque périodique, appelé provisoirement fonction presque périodique de moyenne quadratique sommable, et qui comprend les fonctions presque périodiques de Bohr, sans posséder l'indétermination des fonctions presque périodiques B_2 de M. Besicovitch.

Le spectre continu correspond à une intégrale, dite intégrale de Dirichlet,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\lambda) e^{i\lambda x}\, d\lambda$$

qui est sommable [C, 1] au sens de Cesàro.

Généralisant alors un résultat déjà donné dans le cas particulier de l'espace hilbertien ([1]), on définit une fonction $\delta(s-t)$ (la fonction de Dirac) par l'expression

$$\delta(s-t) \sim \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\nu(s-t)}\, d\nu.$$

Cette intégrale divergente est sommable [C, 1] et de valeur nulle pour $s \neq t$, elle possède une divergence essentielle pour $s = t$.

La fonction $\delta(s-t)$ ainsi définie joue très exactement le rôle prévu par M. Dirac ([2]), et qui repose entièrement sur le fait que δ peut être considéré comme le noyau de la transformation identique dans l'espace des fonctions de moyenne quadratique sommable,

$$f(s) \sim \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(s-t) f(t)\, dt.$$

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 766.

([2]) *Principles of Quantum Mechanics*, p. 64-66.

Le signe $\sim$ indiquant ici que l'expression figurant au second membre prend un sens moyennant l'application des procédés sommatoires.

En outre de ce rôle, la fonction δ apparaît comme génératrice de la métrique de l'espace fonctionnel des fonctions de moyenne quadratique sommable en général et également de chacun des deux espaces élémentaires, fonctions presque périodiques de moyenne quadratique sommable, et fonctions de moyenne quadratique nulle.

Ces deux espaces notamment apparaissent comme des espaces distanciés, vectoriels où la mesure, le produit intérieur, la distance, sont pour le premier par exemple basée sur l'expression

$$\mathrm{M}\{\delta(s-t)f(s)\overline{f(t)}\}.$$

La combinaison de ces résultats donne pour l'espace des fonctions de moyenne quadratique sommable des expressions binaires, pour le produit intérieur, la mesure et la distance.

La fonction δ joue enfin un rôle d'analyse permettant, au sens du calcul des résidus dans le plan complexe, d'obtenir les spectres continus et discontinus d'une fonction donnée. Cette propriété d'analyse permet une généralisation facile des résultats précédents aux fonctions de plusieurs variables.

On peut ensuite dans cet espace fonctionnel définir, toujours à l'aide des procédés sommatoires, un sous-groupe cyclique dit intégro-différentiel comprenant, avec l'opérateur identité, les opérateurs intégration m-uples

$$\delta^{(m)}(s-t)\sim\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{i(\nu s-t)}}{(i\nu)^m}\,d\nu \qquad (m,\ \text{positif}),$$

les dérivations n-uples

$$\delta^{(-n)}(s-t)\sim\int_{-\infty}^{+\infty}(i\nu)^n e^{i\nu(s-t)}\,d\nu \qquad (n,\ \text{positif}).$$

Les premières expressions étant toujours infinies, les secondes toujours sommables nulles (sauf pour $s=t$), mais étant également, moyennant certaines précautions sommatoires, utilisables comme noyau de transformations intégrales linéaires, correspondant aux opérations analytiques intégrations et dérivations m-uples.

Ce sous-groupe cyclique, qui se généralise pour plusieurs variables, permet alors de bâtir un groupe linéaire dit analytique, comprenant les principaux opérateurs, tels que équations différentielles, linéaires, divergence, laplacien, fonction de Green et leurs inverses.

Sans noter les multiples conséquences analytiques, on notera que ce groupe, opérant dans l'espace des fonctions de moyenne quadratique sommable, permet d'atteindre, par la voie d'une théorie des opérateurs, les problèmes principaux de la Mécanique quantique.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur quelques relations entre les fonctions des forces de cohésion des liquides et leur fonction chimique à la température de l'ébullition sous pression constante.* Note (¹) de M. **Gabriel Duch.**

Problème. — *Combien de granules moléculaires supposés sphériques de rayon r peut-on disposer de la manière la plus serrée possible à l'intérieur d'une sphère de rayon fini* R (*cette dernière représentant la molécule-gramme à l'état liquide sous sa forme sphérique*)?

Si M est la masse moléculaire du liquide considéré de densité absolue D à une température donnée t, le *calibre* du granule, partie constituante du liquide à cette même température sera

$$2r = \left(\frac{\sqrt{2}}{N}\frac{M}{D}\right)^{\frac{1}{3}}, \tag{1}$$

valeur exacte en valeur relative à $1/10^5$ près, où N représente le nombre d'Avogadro-Perrin : $0,685.10^{24}$.

Nous avons constaté (²) que, dans une mesure de tension superficielle *par arrachement*, l'effort qu'il faut exercer pour séparer deux granules moléculaires, tangents entre eux sur la ligne de rupture du film, avait pour expression, en tenant compte de l'influence des granules moléculaires voisins,

$$\Sigma 2f = 2Ar, \tag{2}$$

où A représente la tension superficielle du liquide étudié à la température t.

Posons que la fonction des forces d'attraction de deux granules moléculaires du liquide seuls dans l'espace est de la forme

$$F = k^n m^2 \mathrm{Di}^{-n}, \tag{3}$$

(¹) Séance du 8 juin 1936.

(²) *Journal de Chimie physique*, 33, v, 1936, p. 417.

où F est la force d'attraction des deux granules dont les centres sont à une distance Di et de masse $m = M/N$; n une puissance d'attraction, nombre à déterminer par l'expérience et k une constante à vérifier par l'expérience.

L'étude des composantes des forces des granules disposés de part et d'autre des deux molécules considérées, le long de la ligne de rupture du film, permet d'aboutir à la force f_ν qu'il faut exercer pour séparer ces deux granules en contact et seuls dans l'espace, l'un d'eux étant solidaire d'un point fixe, à la température t.

$$(4) \quad f_\nu = \frac{\Sigma 2f}{1 + 4\left[2^{-\left(\frac{n+1}{2}\right)} + 5^{-\left(\frac{n+1}{2}\right)} + 10^{-\left(\frac{n+1}{2}\right)} + 17^{-\left(\frac{n+1}{2}\right)} + \ldots\right]} = \frac{\Sigma 2f}{\Omega}.$$

L'expérience nous donne une valeur de la force F pour la valeur particulière de la variable $Di = 2r$, soit d'après (3),

$$(5) \quad \frac{2Ar}{\Omega} = k^n m^2 (2r)^{-n}.$$

La comparaison de l'expression de la constante k^n pour deux corps d'une même famille chimique donne la puissance d'attraction

$$(6) \quad n = \frac{\log A_2 - \log A_1 + \log m_1^2 - \log m_2^2}{\log 2r_1 - \log 2r_2} - 1.$$

L'expérience révèle que, dans les conditions du titre de ce mémoire, n et k sont des constantes propres aux familles chimiques auxquelles les liquides appartiennent. Nous avons en effet vérifié la loi :

A la température de l'ébullition, sous la pression de 745^{mm} de Hg, les granules moléculaires ou molécules physiques constituant un liquide appartenant à une famille chimique déterminée s'attirent deux à deux avec une force proportionnelle au carré de leur masse respective et en raison inverse d'une puissance de la distance de leur centre, constante pour tous les corps d'une même famille chimique.

La relation (5) nous conduit à une relation « mécano-chimique » qui se vérifie par l'expérience dans les conditions stipulées

$$(7) \quad A^3 D^{-(n+1)} M^{n-5} = K^{-3} = \text{constante de famille.}$$

Les règles de la Mécanique nous permettent d'évaluer le travail T qu'il faut effectuer à une température déterminée pour extraire un à un à sa surface les N granules qui constituent la molécule-gramme d'un liquide en travaillant contre les forces de cohésion, définissant par là l'*énergie de*

désagrégation moléculaire. On a pour deux granules en contact et seuls pour les séparer

$$\Delta\mathfrak{T} = \int_{2r}^{\infty} k^n m^2 \mathrm{D}\, i^{-n} d\mathrm{D}\, i. \tag{8}$$

Le problème réel se complique du fait que les granules voisins influent sur l'attraction et partant sur le travail d'extraction de l'un des granules de la surface. On simplifie la résolution en séparant l'un des granules superficiels de trois de ses congénères et en caractérisant le travail qu'il faut produire pendant l'extraction, d'abord contre ces trois premiers, puis contre les six granules qui les entourent, puis contre les douze qui entourent ces derniers, etc.

Les premières intégrales sembleraient indiquer que le travail total, soit l'énergie de désagrégation moléculaire, doit égaler T sensiblement l'énergie latente de vaporisation moléculaire.

On peut donc définir *l'état liquide comme un agglomérat de granules, généralement sphériques, de diamètre donné par la formule* (1) *de « calibrage », porteurs dans tous les azimuts de l'espace de forces attractives radiales uniformément réparties sur toute la périphérie, obéissant aux lois ci-dessus et d'intensité maxima à la température stipulée :*

$$\frac{f_v}{2} = \frac{\Sigma 2f}{2\Omega}.$$

SPECTROSCOPIE. — *Sur le rayonnement* K *du bore.* Note de M. **J. Serpe**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Le rayonnement K du bore, obtenu à partir de l'élément, n'a pas encore été analysé jusqu'ici; l'auteur a employé pour cette étude du bore en poudre préparé suivant le procédé de Moissan [1]. Le spectrographe utilise un réseau concave de 2 mètres de rayon ayant 570 traits par millimètre; il est éclairé sous l'incidence presque rasante ($\varphi = 86°30'$); il permet d'analyser la raie K du bore avec une dispersion de 1 Å par millimètre. Se présentant sous la forme pulvérulente, le bore de Moissan est un très mauvais conducteur de la chaleur; soumis à un bombardement cathodique assez intense, il est porté à une température élevée; ce point doit être signalé pour la compréhension de certains résultats.

---

[1] *Comptes rendus*, 114, 1892, p. 392.

2. Le rayonnement K du bore de Moissan comprend une seule composante; c'est une bande continue ayant les particularités suivantes: elle débute du côté des courtes longueurs d'onde par un bord assez net situé à 65,6 ± 0,4 Å; la netteté de ce bord s'estompe si la température est élevée; à partir de ce bord, l'intensité de la raie décroît graduellement jusqu'à zéro; la largeur totale, mesurée sur de nombreux clichés, est de 8 Å ± 1 Å.

Exprimée en électron-volts, la largeur est de $20^v \pm 2^v,5$; pour une température voisine de 2300° absolus, l'intensité maximum se trouve à 3^v à partir du bord de courte longueur d'onde.

3. Rappelons quelques notions théoriques nécessaires pour l'interprétation de la structure de ce rayonnement. Plaçons-nous dans l'hypothèse où les électrons de conductibilité du cristal forment un gaz électronique libre, c'est-à-dire plongé dans un champ de potentiel uniforme et constant; ce gaz électronique est alors soumis à la statistique de Fermi. On démontre qu'au zéro absolu, ces électrons ont des énergies cinétiques comprises entre zéro et une valeur maximum T_{max} donnée par la relation

$$T_{max} = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3n\rho}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}, \tag{1}$$

n étant le nombre d'électrons libres par atome et ρ le nombre d'atomes par centimètre cube.

De plus le nombre n_T d'électrons libres dont l'énergie cinétique est, au zéro absolu, comprise entre T et $T + dT$ est proportionnel à $T^{\frac{1}{2}} dT$. On peut d'autre part calculer [1] l'énergie $f(T)$ rayonnée lorsqu'un électron libre d'énergie cinétique T tombe sur la couche K ionisée : elle est proportionnelle à $T/(1 + T/\Delta)^2$. L'intensité I_T du rayonnement K émis par l'ensemble des électrons libres dont l'énergie cinétique est comprise entre T et $T + dT$ étant égale au produit $n_T f(T)$, on a, à un facteur constant près,

$$I_T = \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\left(1 + \frac{T}{\Delta}\right)^2}. \tag{2}$$

Cette formule est valable pour des électrons libres au zéro absolu et aux basses températures. Aux températures θ élevées, le nombre n_T d'élec-

---

[1] Cf. A. Hautot, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1399.

trons libres est, d'après la statistique de Fermi et en négligeant un facteur constant,

$$n_T = T^{\frac{1}{2}} \frac{1}{e^{\frac{-T_{max}+T}{k\theta}} + 1} dT;$$

il en résulte

$$(3) \qquad I_T = \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\left(1+\frac{T}{\Delta}\right)^2} \frac{1}{e^{\frac{-T_{max}+T}{k\theta}} + 1},$$

k est la constante de Boltzmann relative à une molécule.

Des formules (2) et (3) on déduit : 1° qu'aux *basses* températures, l'intensité maximum de la raie doit correspondre à T_{max}; 2° qu'aux températures *élevées*, elle doit correspondre à une valeur de T un peu inférieure à T_{max}, soit $T_{max} - \varepsilon$.

On peut montrer de plus que l'élévation de température produit un élargissement de la raie du côté des courtes longueurs d'onde égal à ε. Finalement, aux températures élevées, l'intensité maximum doit se trouver à la distance 2ε du bord de courte longueur d'onde; pour $\theta = 2500°$ abs., le calcul donne $2\varepsilon = 2^v,5$ environ.

4. Les résultats précédents sont valables pour des électrons libres; il est remarquable de constater qu'ils s'appliquent bien aux électrons de conductibilité du bore de Moissan à haute température. La courbe d'intensité correspond en effet bien à la formule (3); en particulier, la position du maximum d'intensité concorde bien : le calcul donne $2^v,5$ pour $\theta = 2500°$ abs.; on trouve expérimentalement 3^v. Quant à la largeur totale de la raie, elle correspond également bien à la formule (1) : si l'on suppose $n = 3$, cette formule donne : $T_{max.} = 20^v,1$; le nombre expérimental est $20 \pm 2^v,5$.

En résumé, on peut conclure de l'étude du rayonnement K émis par le bore de Moissan, que celui-ci a aux températures élevées 3 électrons de conductibilité par atome; l'énergie cinétique maximum de ces électrons est $20 \pm 2^v,5$ et ils correspondent bien à une distribution d'électrons libres *au moins à haute température*.

PHOTOGRAPHIE. — *Variation de la densité optique des plaques photographiques avec les conditions de séchage.* Note de MM. **Jean Roig** et **Jean Thouvenin**, présentée par M. Aimé Cotton.

Une plaque photographique, impressionnée uniformément, ne présente jamais (même en faisant abstraction du grain) un noircissement uniforme. Si l'on observe au microphotomètre visuel de Fabry et Buisson les différents points d'une plaque normalement traitée, on constate des variations de densité, qui sont généralement inférieures à 0,06 (1). Les conditions de séchage sont une des causes de ces écarts; cet effet a été souvent signalé, mais on n'a guère donné à ce sujet d'indications quantitatives (2).

Nous nous sommes proposé de modifier anormalement les conditions du séchage, afin d'exagérer l'importance de l'effet.

I. Les plaques utilisées sont généralement des plaques Lumière émulsion SE, 6×9 ou 9×12. Elles sont impressionnées uniformément, pendant quelques minutes, à 3^m d'une lampe Argenta dont le courant est très affaibli. Elles sont développées au pinceau, puis lavées 1 heure à l'eau courante. Elles sèchent verticalement; une frontière nette, se déplaçant avec le temps, limite la partie humide de la gélatine.

Une *carte de séchage* est obtenue en relevant périodiquement ces courbes, soit par projection strioscopique, soit par dessin à l'encre de Chine au dos de la plaque. L'examen au microphotomètre donne la densité en chaque point avec une erreur de pointé inférieure à 0,02.

L'effet est le plus marqué pour des séchages lents. Nous plaçons à quelques millimètres devant la plaque, et parallèlement à elle, une lame de verre étroite (2^{cm} de large) afin de ralentir l'évaporation sur une bande verticale; nous employons aussi, dans ce but, deux lames larges, verticales, disposées en V. Le séchage peut durer plus de 24 heures. Nous choisissons ensuite, sur la plaque une ligne d'exploration normale aux lignes de séchage (en général une horizontale).

Les courbes I et II donnent un exemple des résultats obtenus; la courbe en traits pleins représente les variations de la densité optique; la courbe

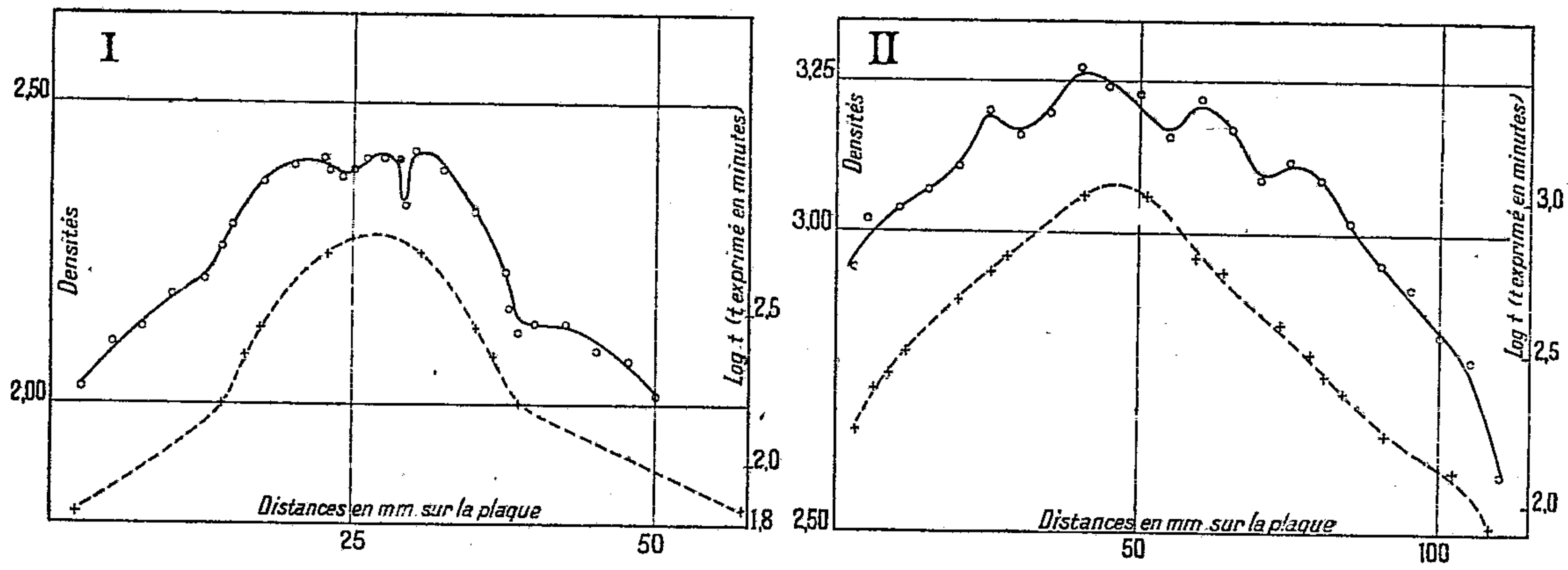
(1) Jausseran, *Annales de Physique*, 11e série, 5, 1936, p. 355.

(2) Schaum et Stoss, *Zeits. für wissenschaftliche Photographie*, 23, 1924-1925, p. 57; W. Clark, *The Photographic Journal*, 65, 1925, p. 76; Harrisson et Dobson, *ibid.*, 65, 1925, p. 89; *Handbuch der Experimental Physik*, 1, p. 448.

en pointillé indique le logarithme décimal du temps de séchage au point correspondant; sur les abscisses on a porté les distances mesurées en millimètres sur la plaque.

Les deux courbes, densité et log$t$, ont même allure; en particulier, à toute variation brusque dans la courbe des temps correspond un point anguleux de la courbe des noircissements. Le noircissement augmente avec le temps de séchage; la variation de densité peut atteindre 0,4.

Les dentelures que l'on remarque sur les courbes de noircissement ne



Courbe I. — Lame protectrice étroite parallèle à la plaque.
Courbe II. — Deux lames protectrices disposées en V.

sont pas dues à des erreurs de pointé; on aperçoit sur la plaque les accidents correspondants sous forme de lignes parallèles aux lignes de séchage; il s'agit vraisemblablement de plissements de la gélatine.

II. Nous avons examiné l'influence de la densité moyenne de noircissement sur la grandeur de l'effet. Des plages parallèles sont impressionnées sur une même plaque pendant des temps différents. Les lignes de séchage sont perpendiculaires aux lignes de séparation des plages. La courbe de séchage est donc la même pour toutes les bandes. Nous avons comparé le noircissement maximum (au centre) au noircissement pris à un centimètre du bord; leur différence augmente avec la densité moyenne de la plage; dans les conditions de séchage que nous avons adoptées, l'écart est de l'ordre des erreurs d'expérience pour $D = 1$, mais dépasse 0,1 pour $D = 2$, et atteint 0,3 pour $D = 3$.

Nous avons vérifié que le phénomène est qualitativement le même pour des plaques Lumière opta, micro, bleues et violettes.

III. Toutes nos mesures ont été faites avec des séchages très lents;

l'émulsion était constamment en présence d'une atmosphère humide et le bourrelet dû au gonflement de la gélatine était net jusqu'à la fin de l'expérience; à ce moment la partie encore humide était réduite à une ligne mince, qui séchait d'un seul coup; cette ligne se marque par un trait clair sur l'émulsion. Si l'on place devant la plaque, un verre de montre qui lui soit presque tangent, le dernier point de gélatine humide laisse, en disparaissant, un petit cercle clair. De même, si, vers la fin du séchage, on enlève la lame protectrice, ou si l'on souffle de l'air comprimé, la partie encore humide sèche rapidement et la zone correspondante est plus claire. Ces résultats sont à rapprocher de ceux que plusieurs auteurs (Schaum et Stoss, W. Clark, Harrisson et Dobson, *loc. cit.*) ont déjà signalés : le centre d'une plaque séchant normalement à l'air est plus clair que les bords; le début du séchage est en effet très lent, le bourrelet de gélatine est très net; à la fin de l'opération, la frontière est au contraire peu marquée et toute la partie centrale sèche très rapidement.

Nous avons également observé dans nos expériences le phénomène bien connu des *zones de séchage*. Toute variation brusque dans l'histoire du séchage s'imprime sur la plaque; la frontière de la partie humide est alors généralement enregistrée sur l'émulsion par une ligne claire.

PHOTOGRAPHIE. — *Influence de la longueur d'onde de la lumière sur l'évolution de l'image latente.* Note de Mlle **Arlette Tournaire** et de M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Charles Fabry.

Jausseran [1] a étudié en détail l'évolution de l'image latente photographique et montré son importance. Or, dans certaines études de spectrophotométrie, il arrive que les spectres enregistrés sur la plaque doivent être assez espacés dans le temps. On peut alors se demander dans quelle mesure les résultats peuvent se trouver perturbés.

Pour répondre à cette question, nous avons fait les expériences suivantes : la lumière d'un tube à hydrogène est projetée à l'aide d'une lentille de quartz sur la fente d'un spectrographe Hilger E 31. On gradue la plaque en plaçant des grilles de densité connue sur la lentille. Le courant alimentant le tube à hydrogène est soigneusement contrôlé et maintenu à 30 milliampères. On prend sur la même plaque, exactement dans les mêmes conditions, deux gradations à 22 heures d'intervalle, et l'on déve-

---

[1] *Annales de Physique*, 5, 1936, p. 355.

loppe 1 heure 34 minutes après la dernière pose. Les âges des deux séries de spectres sont ainsi dans le rapport de 15 à 1. Le révélateur employé a la composition suivante : eau distillée, 1000^g; génol, 1^g,5; sulfite de soude anhydre, 50^g; hydroquinone blanche, 12^g; carbonate de potassium, 50^g; bromure de potassium, 1^g.

Sa température est 18°C., et la durée du développement est 4 minutes. L'étude des spectres a été faite d'après les enregistrements au microphotomètre de Chalonge et Lambert.

On construit alors les courbes de gradation des deux séries de spectres pour différentes longueurs d'onde comprises entre 3520 et 2320 Å. Nous avons borné notre étude à la partie rectiligne des courbes de gradation, seule intéressante en photométrie photographique, et à l'étendue spectrale où l'hydrogène donne un spectre continu dépourvu de raies moléculaires. Nous avons travaillé sur des plaques de différentes marques : Ilford Process, Ilford Zenith, Ilford Double-X-Press, Ilford Hypersensitive Panchromatic, Lumière Extra-Rapides. Les résultats, reproductibles pour les plaques d'une même marque, diffèrent d'une marque à l'autre.

Pour les plaques Ilford Process et Hypersensitive, l'écart entre les courbes de gradation correspondantes est tout à fait négligeable.

Il n'en est pas de même pour les Ilford Zenith et Double-X-Press et Lumière Extra-Rapides. En général, les courbes de gradation des spectres âgés respectivement de 23 heures 34 minutes et de 1 heure 34 minutes se coupent et l'angle qu'elles font entre elles varie avec la longueur d'onde.

Ainsi dans le cas de la plaque Ilford Zenith, si l'on considère une densité de 2,20 sur les courbes de gradation des spectres les plus âgés, l'ordonnée correspondant à un même éclairement pour les spectres les plus récents est : 2,12 pour 3200 Å; 2,14 pour 2890 Å; 2,155 pour 2702 Å; 2,16 pour 2535 Å; 2,18 pour 2400 Å; 2,20 pour 2320 Å. Pour cette dernière longueur d'onde, les deux courbes de gradation coïncident.

On voit très nettement que, pour les plaques où l'on constate une évolution de l'image latente, celle-ci est fonction de la longueur d'onde de la lumière. Cette variation ne saurait provenir d'un défaut de constance de la source, car même dans le cas d'une légère variation de l'intensité du courant, la courbe spectrale d'énergie du tube à hydrogène ne se déforme pas. Nous avons répété nos mesures sur des spectres obtenus dans les mêmes conditions et âgés respectivement de 15 jours et de 1 jour (le rapport des âges étant identique à celui du cas précédent); nous avons rencontré des variations analogues.

L'effet trouvé ne paraît donc pas douteux; il avait d'ailleurs été pressenti par Weigert ([1]) dans une théorie micellaire de l'image latente élaborée à la suite de ses travaux sur le photo-dichroïsme et la photo-anisotropie des émulsions photographiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Hydrogène atomique et disparition de l'hydrogène dans les tubes à décharge.* Note de M. **René Delaplace**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré ([2]) que la disparition de l'hydrogène dans les tubes à décharge était surtout provoquée par des phénomènes d'oxydation-réduction des traces de vapeur de mercure adsorbées sur les parois internes du tube. Cette disparition de l'hydrogène est d'ailleurs suivie de l'apparition dans le tube à décharge d'oxyde de carbone et de méthane. Ce dernier phénomène pouvait s'expliquer par la dissociation de la paroi interne du verre sous l'influence des radiations émises dans le tube. L'expérience suivante montre qu'il n'en est pas ainsi :

Si le tube à décharge est isolé du reste de l'appareil par des condenseurs contenant de l'azote liquide pendant une durée de 24 heures et si de l'hydrogène pur est alors soumis à la décharge pendant 1 heure dans les conditions définies par une Note précédente ([3]) on remarque que dans ce tube privé de traces de vapeur d'eau superficielle et de mercure :

1° l'hydrogène ne subit pas de contraction irréversible;

2° on ne retrouve aucune trace d'oxyde de carbone ni de méthane malgré le bombardement continu des parois internes du tube par les radiations qu'il émet.

Influence de la vapeur d'eau. — On sait que la vapeur d'eau est nécessaire pour que dans un tube à hydrogène apparaisse la série de Balmer émise lors de la dissociation de la molécule en atomes. L'hydrogène atomique ainsi formé dans le tube se reforme en hydrogène moléculaire, la recombinaison étant fortement exothermique,

$$2H^{+} \rightleftharpoons H^{2} + 98\,000^{\text{cal}} \text{ environ.}$$

Cette recombinaison se produit électivement sur quelques points du

([1]) *Zeit. wiss. Phot.*, 30, 1931, p. 217.

([2]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 708

([3]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 225.

tube qui sont, en général, voisins des électrodes; cependant on trouve aussi ces points singuliers dans la partie centrale du tube à décharge. On les reconnaît facilement à la teinte blanche du tube dans leur voisinage (émission du spectre secondaire) et à l'échauffement anormal de la paroi — échauffement par point qui peut amener la fusion du verre ([1]).

Cet échauffement provoque une véritable dissociation thermique du verre qui libère des traces de gaz, CO^2 et CO et H^2, tout comme l'avait fait le bombardement cathodique. Lorsque le tube est parfaitement sec, il n'y a plus de formation massive d'hydrogène atomique, plus de recombinaison sur des points privilégiés du tube, partant plus de disparition d'hydrogène par suite de réactions chimiques secondaires dans le tube à décharge.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un composé argento-mercurique.* Note de M. PIERRE SPACU, présentée par M. Georges Urbain.

Wöhler ([2]), puis J. Bougault et E. Cattelain ([3]) ont décrit la préparation, les propriétés et la technique d'analyse du composé $Hg(CN)^2.AgNO^3.2H^2O$.

Chaque phase cristalline étant caractérisée par son spectre de diffraction de rayons X, le développement de la technique des rayons X a donné une méthode de choix pour suivre les phénomènes aboutissant à l'apparition de corps cristallisés et, le cas échéant, pour identifier ces corps. J'ai donc

---

([1]) Il est facile de provoquer dans le tube à décharge ces points singuliers en plaçant quelques grains ou mieux un fil de tungstène de 1/100 mm de diamètre en travers du tube. Quand le tube renferme de l'hydrogène atomique le fil devient incandescent et brille fortement. Si sur le tube à décharge on place à 10^{cm} du fil de tungstène un tampon d'ouate imbibé d'azote liquide, on observe que l'éclat du fil de tungstène diminue fortement (du blanc brillant au rouge cerise puis à l'extinction). Aussitôt que l'on enlève le tampon froid l'éclat du fil de tunsgtène redevient ce qu'il était, ainsi que l'on peut s'en assurer au micropyromètre optique. Cet éclat est fonction de la tension de la vapeur d'eau dans le tube et il est possible de la faire varier facilement en changeant artificiellement la température du tube à décharge. Nous étudions ce phénomène en vue de déterminer la concentration de l'hydrogène atomique en fonction de différents facteurs (pression de l'hydrogène, tension de la vapeur d'eau ...).

([2]) *Ann. Phys. chim.*, 1, 1824, p. 231.

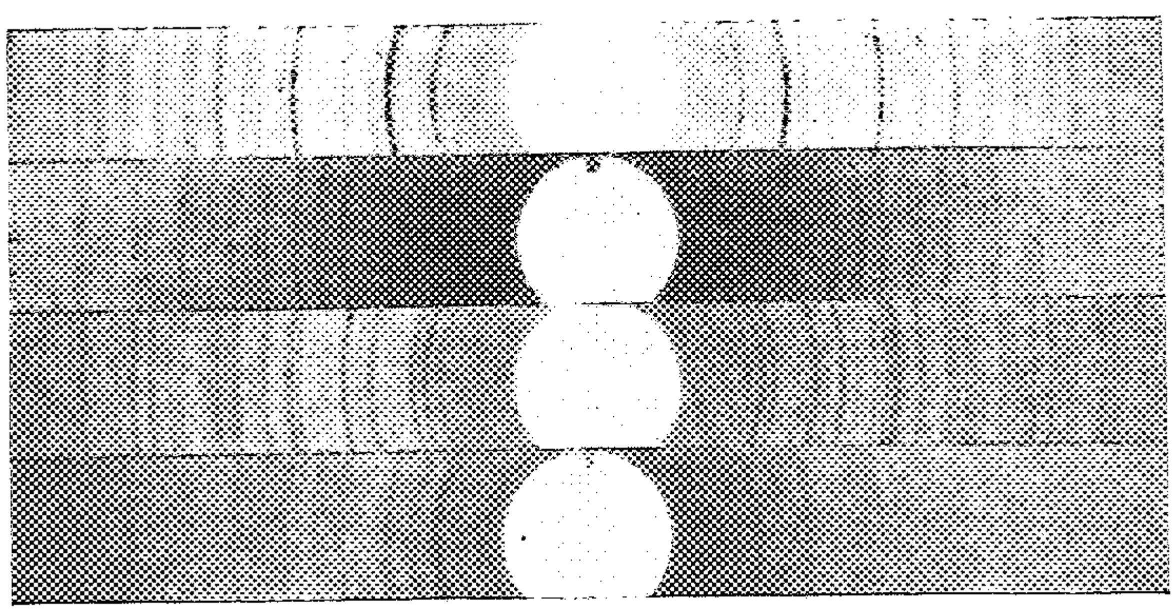
([3]) *Bull. Soc. chim. France*, 5e série, 2, 1935, p. 996.

entrepris une étude aux rayons X afin de voir si cette substance $Hg(CN)^2.AgNO^3.2H^2O$ est un composé défini et non un mélange équimoléculaire de cyanure mercurique et de nitrate d'argent.

Le spectre donné par un mélange est toujours constitué par la superposition des spectres de ses composants. Ainsi si le composé $Hg(CN)^2.AgNO^3.2H^2O$ avait été un mélange de $Hg(CN)^2$ et de $AgNO^3$ il devait donner un spectre qui contienne toutes les raies du $Hg(CN)^2$ et du $AgNO^3$.

Si au contraire il est un composé bien défini, il devait avoir un spectre caractéristique, différent des spectres des sels composants.

J'ai donc fait les spectres de rayons X des substances $Hg(CN)^2$,



$Hg(CN)^2$.

$AgNO^3$.

$Hg(CN)^2.NO^3Ag.2H^2O$.

$\left[Hg\right]^{(CN)^2}_{NO^3}\left[AgTld^3\right]$.

$Ag(NO)^3$ et $Hg(CN)^2.AgNO^3.2H^2O$ suivant la méthode de Debye et Scherrer.

Le tube à rayons X utilisé est un tube démontable à anticathode interchangeable. La position très rapprochée de la fenêtre par rapport à l'anticathode permet d'utiliser une grande énergie en rayons X et de diminuer ainsi beaucoup le temps de pose.

J'ai utilisé une anticathode en cuivre; le rayonnement émis par cette anticathode étant principalement constitué des deux radiations K_α et K_β du cuivre, de longueurs d'ondes respectives 1,54 Å et 1,39 Å, j'ai éliminé la radiation K_β en substituant à la fenêtre d'aluminium du tube, une feuille de nickel de $0^{mm},015$ d'épaisseur. Dans ces conditions le rayonnement sortant du tube ne se compose pratiquement que de la radiation K_α du cuivre.

La poudre cristalline a été agglomérée sur un fil de verre à l'aide d'une colle anhydre. Pour éviter les irrégularités provenant d'un défaut de

broyage de la poudre cristalline, les clichés ont été effectués en animant le bâtonnet d'un lent mouvement de rotation.

La chambre cylindrique utilisée de $38^{mm},2$ de rayon est montée sur un cristallomètre pour étude aux rayons X permettant ainsi d'effectuer des mesures de précision. Les temps de pose ont toujours été de 4 heures, pour une intensité de 10 mA sous une tension de 30 kV.

Comme on peut voir d'après les spectres obtenus, le composé

$$Hg(CN)^2.AgNO^3.2H^2O$$

a un spectre de rayons X caractéristique et tout à fait différent de ceux du cyanure mercurique et du nitrate d'argent. On obtient un système de raies très intenses qui n'occupent ni les places des raies du cyanure mercurique, ni celles des raies du nitrate d'argent, mais une position intermédiaire. Surtout ce spectre est plus riche en raies que ceux des deux autres substances simples. Ceci prouve indiscutablement que la substance de Wöhler $Hg(CN)^2.AgNO^3.2H^2O$ est vraiment un composé défini.

Je donne aussi le spectre de diffraction des rayons X de l'ammine

$$\left[Hg\begin{matrix}(CN)^2\\ NO^3\end{matrix}\right]\left[AgTld^3\right]$$

dont la préparation et l'analyse ont été indiquées dans une autre Note [1], qui avait pour but de montrer la constitution du composé de Wöhler.

Cette ammine possède un spectre caractéristique, dont les raies s'entassent vers le centre.

EFFET RAMAN. — *Sur le spectre Raman de quelques époxycyclopentanes substitués.* Note [2] de MM. **Étienne Canals, Max Mousseron, Louis Souche** et **Pierre Peyrot**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans cette Note nous donnons les spectres Raman de quelques cyclopentènes substitués et de quelques époxydes cyclopentaniques.

Tableau I. — I. Les principales raies du cyclopentène se retrouvent sans grand changement dans tous nos dérivés R^1 cyclopentènes-Δ_1 (ainsi que dans les spectres du phényl-1 et benzyl-1-cyclopentènes-Δ_1 étudiés par

---

(1) *Bull. Soc. Sc. Cluj*, 8, 1936, p. 354.

(2) Séance du 2 juin 1936.

Tableau I.

Méthyl-1-cyclo-pentène-Δ_1 (*).	Méthyl-1-cyclo-pentène-Δ_2 (racémique).	Méthyl-1-cyclo-pentène-Δ_3 (inactif).	Propyl-1-cyclo-pentène-Δ_1	Isopropyl-1-cyclo-pentène-Δ_1.
	283 ff			
333 f	343 ff	327 f		325 ff
	381 ff			366 ff
437 f	411 f	434 f		447 ff
	490 f			493 ff
		528 ff		533 ff
	563 ff			
578 f		570 f		
	593 f, l			622 f
		643 ff		
	680 f			821 à 855 b, f, fl
	807 ff	820 f		
			869 ff	
879 Ff	903 Ff	889 Ff, l	894 F, l	889 F, l
			954 f	904 Ff
	928 f		998 f	966 f
	944 f			998 f
1017 f, l, fl	966 f	1015 F, l	1039 Ff, l	1039 Ff
	1063 f		1087 Ff	1082 Ff
				1110 Ff
1083 f	1084 ff		1158 Ff	
	1118 F			
1144 f, l, fl				
		1159 f		
	1172 ff			
1205 Ff	1219 f, fl	1196 f	1220 Ff	1196 Ff
	1285 ff	1271 f		
		1299 f	1299 f	1299 Ff
1336 f		1334 f		1388 f
1385 f		1383 f		
1445 F, l	1440 F, l	1444 F, l	1453 F, l	1453 F, l
			1614 f	
1660 F	1613 FF	1652 FF	1663 F	1654 F
				1686 Ff

Tableau II.

Époxy-cyclo-pentane.	Méthyl-1-époxy-1.2-cyclo-pentane.	Méthyl-1-époxy-2.3-cyclo-pentane.	Méthyl-1-époxy-3.4-cyclo-pentane.	Éthyl-1-époxy-1.2-cyclo-pentane.	Propyl-1-époxy-1.2-cyclo-pentane.	Isopropyl-1-époxy-1.2-cyclo-pentane.
		386 ff		427 f		
	452 ff (?)			462 f		
				563 f, fl (?)		
			573 ff			
	578 f			598 ff		
643 f	653 f, l, fl	653 ff	643 ff	648 f		
	683 f, fl		680 ff	680 f	693 ff	683 f, fl, l
				791 f	786 ff	
801 f, fl	801 f, fl	801 f	801 f, fl, l	811 f	825 ff, fl	
845 Ff	840 f, fl	840 f, fl, l	838 Ff, fl	855 Ff	840 f, fl	850 f
						879 f
894 F	884 F	889 f, fl, l	879 F	884 F	889 Ff	894 f
	933 f, fl		933 f, fl	923 f		
942 Ff		962 f		966 f	952 f	
995 f	995 f	995 Ff	986 f	995 ff	1000 Ff	995 f
1024 Ff	1029 Ff	1015 ff	1029 Ff	1024 Ff	1034 Ff	1034 Ff, fl
	1063 ff		1063 f	1039 f		
1090 f						
	1115 ff	1115 ff	1115 f		1115 f, fl	1115 ff (?)
1144 f						
		1167 f				
1215 F	1229 f	1224 ff	1229 f	1229 ff		1234 ff
				1253 ff	1290 f, fl, l	1253 f
1248 Ff			1295 ff			
1295 ff, fl	1323 ff		1323 f		1383 ff, fl	
1388 Ff		1397 ff, fl	1421 Ff			
	1425 Ff	1439 Ff	1434 Ff	1430 F	1434 Ff	1430 Ff
1444 F, l	1453 Ff, l	1453 Ff, l	1462 Ff, l	1453 F, l	1458 Ff, l	1458 Ff, l

FF = raie très forte; F = raie forte; Ff = raie moyenne; f = raie faible; ff = raie très faible; b = bande; l = large; fl = raie floue.

(*) Les fréquences du cyclopentane, du cyclopentène, du méthyl-1 et de l'éthyl-1-cyclopentène-Δ_1, ont été indiquées par l'un de nous (MM. Godchot, E. Canals et Mlle G. Cauquil, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 780; 197, 1933, p. 1407).

L. Piaux ([1]). Seule la raie 1622 voit sa fréquence augmenter, mais la grandeur de la substitution n'apporte pas de perturbation sensible, tout comme nous l'avons observé pour les dérivés du cyclohexène ([2]).

II. Si l'on examine les spectres des trois dérivés méthylés, on constate une différence très nette entre celui du méthyl-1-cyclopentène-Δ_2 et les deux autres : la raie 901 du cyclopentène qui se retrouve sans changement dans le dérivé Δ_2 voit sa fréquence diminuer légèrement dans les deux autres. La différence est plus marquée encore avec la raie 1031 ; ici, c'est avec le dérivé Δ_2 que l'on observe la plus forte diminution de fréquence. On peut faire la remarque inverse avec la raie 1205. Si la raie 1445 se présente sans changement sensible dans les trois dérivés, il n'en est pas de même pour la raie 1622, alors que le dérivé Δ_2 donne une diminution de 9 unités, les dérivés Δ_1 et Δ_3 provoquent respectivement une élévation de 38 et 30 unités.

Tableau II. — I. L'époxycyclopentane présente deux raies 801 et 845 qui se retrouvent inchangées dans tous les dérivés étudiés; ces raies n'ont pas été observées dans les spectres du cyclopentane et du cyclopentène.

II. La raie 1032 du cyclopentane paraît se dédoubler dans l'époxycyclopentane (995, 1024) ainsi que dans tous nos dérivés, la présence de l'oxygène est peut-être à l'origine de ce dédoublement.

III. La raie 1215 de l'époxycyclopentane augmente de fréquence dans les dérivés substitués, sans que la nature de la substitution influe sur cette fréquence; mais, alors que cette raie est très forte et très nette dans l'époxycyclopentane, elle est faible et floue dans les époxycyclopentanes substitués.

IV. En ce qui concerne la raie du groupement CH^2 on remarque un épaississement dans l'époxycyclopentane se traduisant par un dédoublement dans les dérivés à chaîne latérale.

V. En comparant maintenant les spectres des trois méthyl-époxycyclopentanes, on constate encore que le méthyl-1-époxy-2.3 se différencie très nettement des deux autres comme dans le cas des carbures correspondants : *a*. La raie 894 de l'époxycyclopentane se retrouve sans changement sensible dans nos trois dérivés méthylés, mais si dans le méthyl-1-époxy-1.2 et le méthyl-1-époxy-3.4 elle reste nette et garde la même

([1]) *Thèse de Sciences*, Paris, 1935, série A, 1544, n° 2410, p. 31.

([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1519.

intensité que dans l'époxycyclopentane, elle devient très faible et floue dans le méthyl-1-époxy-2.3; *b*. On constate encore le même dédoublement de la raie 1032 du cyclopentane, mais si avec les époxy-1.2 et 3.4, la raie la plus intense est celle de fréquence plus élevée, c'est le contraire qu'on observe dans l'époxy-2.3; *c*. La raie 1295 de l'époxycyclopentane se retrouve dans les époxy-1.2 et 3.4 avec une légère augmentation de longueur d'onde; elle n'existe pas dans l'époxy-2.3.

CHIMIE ORGANIQUE.— *Sur un type nouveau de vanadylsalicylate.* Note [1] de M. **Pierre Brauman**, présentée par M. Georges Urbain.

Quand, sur une solution de chlorure de vanadyle hydraté (à 50 pour 100 de $VOCl^2$) et d'un salicylate d'alcoyle ou d'aryle $HOC^6H^4CO^2R$ dans un alcool R'. OH, on fait agir du carbonate de lithium, on obtient, en règle générale [2], un alcoyl-oxyvanadylsalicylate de formule

$$R'O(VO)OC^6H^4CO^2R; \qquad (I)$$

l'alcool méthylique fait exception à cette règle.

Si, en effet, avec l'alcool méthylique le salicylate de méthyle ne donne que le composé bleu du type (I), le salicylate d'éthyle permet d'obtenir, s'il est en excès, le produit bleu; sinon des cristaux vert clair prennent naissance, sans qu'il ait été possible de séparer complètement les deux corps. Avec le salicylate de butyle ou le salicylate d'isoamyle, on ne recueille que des cristaux verts. Le salicylate de phényle, quelles que soient les proportions de salicylate mis en œuvre, donne indistinctement un produit vert, un produit bleu, ou un mélange des deux.

Les composés verts cristallisent très lentement dans la solution alcoolique, les premiers cristaux apparaissant rarement avant deux jours; ils sont lavés à l'alcool méthylique, puis à l'éther, et séchés rapidement dans le vide. Ils se dissolvent en vert foncé dans l'alcool méthylique, lentement à froid, plus rapidement vers 50°; cette propriété ne permet pas de les purifier, l'alcool méthylique alcoolysant les salicylates qu'ils contiennent. Le benzène chauffé les dissout en brun; on ne peut les faire recristalliser de ces solutions.

---

[1] Séance du 8 juin 1936.

[2] *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 166.

Le vanadium a été dosé soit par calcination et pesée de V^2O^5, soit par titrage au permanganate, après destruction de la matière organique au moyen du mélange sulfonitrique, et réduction par l'eau oxygénée (¹); le carbone et l'hydrogène par microanalyse selon la méthode de Pregl; l'alcool méthylique par microanalyse, selon la méthode de Pregl-Zeisel, l'acide salicylique à l'état de rouge de Lautemann, selon la méthode de Bougault modifiée par M. François et Mlle Seguin (²).

Ces deux derniers dosages, effectués en présence de vanadium, ne sont exacts qu'à quelques centièmes près; cette précision est cependant suffisante pour ne laisser aucun doute sur le rapport moléculaire du vanadyle à l'alcool méthylique et à l'acide salicylique. On peut ainsi constater que ces composés contiennent, pour 2^{at} de vanadium, 1^{mol} d'acide salicylique et 4^{mol} d'alcool méthylique. Ces données ne permettent pas de fixer en toute certitude leur formule de constitution; la plus simple et la plus probable des formules possibles est la suivante :

(II) $CH^3O(VO)O(VO)OC^6H^4CO^2R,\ 3CH^4O.$

L'étude du départ de l'alcool méthylique à 50° sous une pression de 3^{mm} n'a pas permis de doser l'alcool de cristallisation; avec le produit à base de salicylate de butyle, le départ des deux premières molécules d'alcool s'effectue normalement, en 5 jours environ; on assiste ensuite à une décomposition du résidu, dont une partie se sublime.

Salicylate de butyle.

	%V.	C.	H.	O par différ.	$C^6H^4\langle{}^{OH}_{CO^2H}$.	CH^3O.
Calculé pour $V^2C^{15}H^{28}O^{10}$.	21,70	38,30	6,00	34,00	29,55	26,38
Trouvé	21,96	38,53	5,66	33,85	28,75	25,94

Salicylate d'isoamyle.

	%V.	C.	H.	O par différ.	$C^6H^4\langle{}^{OH}_{CO^2H}$.	CH^3O.
Calculé pour $V^2C^{16}H^{30}O^{10}$.	21,07	39,65	6,24	33,04	28,51	25,62
Trouvé	20,99	39,30	6,37	33,34	26,55	27,97

Salicylate d'éthyle. — Il n'a pas été possible de séparer les cristaux verts des cristaux bleus du méthoxyvanadylsalicylate normal de type (I).

Salicylate de phényle. — Les produits obtenus contiennent du salicylate de méthyle, et non pas, comme on aurait pu s'y attendre, du salicylate de phényle; l'alcoolyse du salicylate de phényle combiné au vanadyle est

(¹) Hothersall, *J. Soc. Chem. Ind.*, 43, 1924, p. 270.
(²) *Bull. Soc. chim.*, 49, 1931, p. 1222.

d'ailleurs assez rapide, même à la température ordinaire, comme en témoigne l'odeur de salicylate de méthyle que l'on peut observer dans les solutions alcooliques au cours de la préparation.

Produit vert.

	°/₀ V.	C.	H.	O par diff.	CH^3O.
Calculé pour $V^2C^{12}H^{22}O^{10}$...	23,81	33,64	5,18	37,37	36,21
Trouvé..................	24,12	34,46	5,07	36,35	32,92

On obtient le même composé par action de l'alcool méthylique sur l'isoamyloxyvanadylsalicylate de phényle [1], à 40° pendant 3 heures :

	°/₀ V.	$C^6H^4{<}^{OH}_{CO^2H}$.	CH^3O.
Calculé pour $V^2C^{12}H^{22}O^{10}$............	23,81	32,25	36,21
Trouvé............................	23,71	34,26	35,06

Produit bleu. — Il a été impossible de l'obtenir complètement exempt de produit vert.

	°/₀ V.	$C^6H^4{<}^{OH}_{CO^2H}$.
Calculé pour $CH^3O(VO)OC^6H^4CO^2CH^3$...	20,89	55,43
Trouvé..................................	20,68	50,21

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des dérivés organomagnésiens mixtes sur les* N-*diéthylamides aromatiques à fonction phénol.* Note de M. **Paul Couturier**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'action des dérivés organomagnésiens mixtes sur les diéthylamides aromatiques a été étudiée par Maxim [2].

Cet auteur a toujours observé, lorsque la réaction avait lieu, la production de la cétone attendue d'après le schéma indiqué par Béis [3] pour les amides grasses

$$R{-}CO{-}N{=}(C^2H^5)^2 + R'{-}Mg{-}X \rightarrow R{-}CO{-}R' + H{-}N{=}(C^2H^5)^2.$$

Nous nous sommes proposé d'étendre cette condensation aux diéthyl-

---

[1] *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1854.
[2] *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1394; **184**, 1927, p. 689.
[3] *Comptes rendus*, **137**, 1903, p. 575.

amides aromatiques possédant en outre une ou plusieurs fonctions phénoliques libres ou bloquées.

Nous avons utilisé les diéthylamides ortho-méta-para-hydroxybenzoïques (f. : 104°, 84° et 121°), protocatéchique (f. : 149°-151°), diacétylprotocatéchique (f. : 72°), gallique (f. : 137°), triacétylgallique (f. : 113°) et anisique (f. : 42°, Éb. : 148° sous 4^{mm}).

Dans tous les essais de condensation effectués au sein de divers solvants : éther, benzène, oxyde de *n*-butyle, nous avons constaté que, lorsque la réaction a lieu, le rendement en cétone attendue croît avec la température à laquelle on effectue la condensation.

Nous avons d'abord fait agir le dérivé organomagnésien sur l'amide salicylique $HO-C^6H^4-CO-NH^2$. En milieu éthéré, nous avons obtenu qu'une petite quantité d'ortho-hydroxypropiophénone; en effectuant la condensation dans le benzène bouillant, on élève le rendement jusqu'à 30 pour 100. La diéthylamide salicylique soumise aux mêmes essais nous a donné un rendement de 45 pour 100 en cétone en opérant dans l'éther et de 82 pour 100 dans le benzène bouillant. L'ortho-hydroxypropiophénone cristallise avec la plus grande facilité, ce qui n'avait pas encore été signalé, et fond alors à 20°-22°.

Les amides méta- et para-hydroxybenzoïques présentent une activité beaucoup moins grande que l'amide phénolique ortho. Les rendements en cétone obtenus en opérant à la température d'ébullition du benzène sont respectivement 10 et 5 pour 100 et s'élèvent à 75 et 65 pour 100 lorsqu'on opère dans l'oxyde de butyle bouillant.

Quant aux amides protocatéchique, diacétylprotocatéchique, gallique et triacétylgallique, elles n'ont donné naissance en aucun cas aux cétones attendues; seuls les groupements acétyl réagissent avec le dérivé organomagnésien pour donner le diéthylméthyl-carbinol. Lorsque la réaction est effectuée dans le benzène bouillant, on trouve intégralement, après hydrolyse, l'amide-phénol mise en œuvre. Au sein de l'oxyde de butyle bouillant, les amides se transforment en produits très colorés dans lesquels nous n'avons pu trouver de corps définis.

Nous avons recherché si l'alcoylation de la fonction phénol augmentait le rendement de la réaction en cétone et nous avons condensé la diéthylamide para-méthoxybenzoïque avec le bromure de magnésium-éthyle. Dans ce cas, nous avons observé, à côté de la réaction attendue la formation d'une base tertiaire en quantité notable. Déjà, en milieu éthéré, il se forme de la para-méthoxypropiophénone avec un rendement de 20 pour 100

environ; elle est accompagnée d'une petite quantité de base. Dans le benzène bouillant, le rendement en cétone ne s'élève qu'à 30 pour 100, mais il est déjà bien supérieur à celui qu'on obtient avec l'amide à fonction phénol libre. La cétone est alors accompagnée d'amine tertiaire qui s'est formée avec un rendement de 15 pour 100 environ.

La formation d'amine tertiaire dans les condensations d'amides N-dialcoylées avec les dérivés organomagnésiens qui est tout à fait générale en série aliphatique [Bouveault (1), Mlle M. Montagne (2)], n'avait été signalée en série aromatique que par Busch (3), dans l'action du bromure de magnésium-phényle sur la N-éthylanilide benzoïque. Maxim ne l'avait observée en aucun cas avec les amides N-diéthylées qu'il a utilisées. Elle a lieu d'après la réaction

$$R-CO-N(C^2H^5)^2+2R'MgX \rightarrow R-C\equiv(R'^2)-N(C^2H^5)^2+MgO+MgX^2.$$

La base obtenue dans le cas présent a une stabilité très faible : à 90°, son chlorhydrate est entièrement décomposé en chlorhydrate de diéthylamine et carbure éthylénique, tandis que cette décomposition exige pour les bases aliphatiques une température beaucoup plus élevée.

Toutes les diéthylamides que nous avons utilisées, dont aucune n'avait été décrite, ont été préparées en condensant le chlorure d'acide correspondant avec la diéthylamine. Le chlorure de salicoyle a été obtenu par la méthode de Kirpal (4) avec un excellent rendement. Traité par la même méthode, l'acide para-hydroxybenzoïque donne un produit de réaction plus complexe ne fournissant que 20 pour 100 d'amide. Dans le cas des acides méta-hydroxybenzoïque, protocatéchique et gallique, nous avons dû acétyler les fonctions phénol pour pouvoir transformer la fonction acide en chlorure d'acide. Les amides acétoxylées obtenues, désacétylées par la soude étendue, à froid, à l'abri de l'oxygène, ont fourni les amides phénoliques correspondantes. A la suite des résultats intéressants que nous a fournis l'amide para-méthoxybenzoïque, nous nous proposons d'étudier l'action des dérivés organomagnésiens sur les diéthylamides vératrique, pipéronylique et triméthylgallique.

---

(1) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, **31**, 1904, p. 1324.
(2) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 216.
(3) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, **43**, II, 1910, p. 2553.
(4) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, **63**, 1930, p. 3190.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le chloroforme lourd*, $CDCl^3$.
Note de M. **René Truchet**, présentée par M. Robert Lespieau.

J'ai indiqué (1) les résultats obtenus dans l'étude du spectre Raman du méthane lourd, CD^4, à l'état liquide. Poursuivant ces recherches, j'ai préparé le chloroforme lourd par action de l'eau lourde à 99 pour 100 sur une suspension de chaux vive dans du chloral anhydre. Je poursuivais ainsi un double but : voir d'abord dans quel sens se faisait la réaction, qui théoriquement pouvait se faire suivant deux équations

$$(A) \qquad 2CCl^3-CHO+Ca(OD)^2 = 2CDCl^3+(HCO^2)^2Ca,$$
$$(B) \qquad 2CCl^3-CHO+Ca(OD)^2 = 2CHCl^3+(DCO^2)^2Ca$$

et préparer, dans l'une ou l'autre de ces hypothèses, un corps aux propriétés intéressantes.

Quand on verse l'eau lourde sur la suspension de chaux vive, la réaction se déclenche brutalement, un liquide se condense dans le réfrigérant, puis à la fin, la masse se refroidit et devient pâteuse. J'ai chauffé 2 heures au réfrigérant ascendant pour achever la réaction, et distillé. On recueille ainsi un liquide d'odeur sucrée, qui, rectifié après avoir été séché sur le sulfate de cuivre, passe entièrement entre 61°-62° les 3/4 distillant entre 61°,3 et 61°,5, et possède les constantes suivantes $D_{21}=1,498$, $n^D_{21}=1,4454$ (alors que le chloroforme ordinaire, préparé suivant les mêmes conditions, donne $D_{21}=1,489$, $n^D_{21}=1,4452$). C'est donc le chloroforme $CDCl^3$.

Pour déterminer la pureté du corps, j'en ait fait le spectre Raman, qui a été obtenu en 4 heures de pose et possède les raies 265 (F), 364 (M), 655 (M), 670 (f), 740 (M), 910 (M), 1215 (f), 2260 (F). Il ressort de la comparaison avec les spectres déjà connus de $CHCl^3$ (2) et $CDCl^3$ (3) que notre produit est un mélange contenant une faible proportion de $CHCl^3$ auquel on doit les raies 670, 1215, les seules raies du $CDCl^3$ étant 265, 364, 655, 740, 910, 2260. La réaction se produit donc de préférence suivant l'équation (A) mais non uniquement de cette façon.

La correspondance des raies de $CDCl^3$ $CHCl^3$ peut se faire par comparaison des aspects et des intensités, mais j'ai complété ces indications

(1) *Bull. Soc. chim.*, 5e série, 3, 1936, p. 12.

(2) Cabannes et Rousset, *Ann. Phys.*, 10e série, 19, 1933, p. 286.

(3) Wood et Rank, *Phys. Rev.*, 2e série, 48, 1935, p. 63.

par l'étude de la polarisation en employant le montage de Cabannes-Daure [1]. Les raies 265, 740, 910 ne sont pas polarisées, correspondant ainsi aux raies 265, 758, 1213 de $CHCl^3$, alors que 364, 655, 2260 sont nettement polarisées (la raie 655 plus fortement que les autres) correspondant à 366, 667, 3019.

Les six raies peuvent donc se diviser en trois groupes de deux raies (Wood et Rank, *loc. cit.*), groupes caractérisés par le rapport des fréquences $CHCl^3/CDCl^3$ et contenant chacun une raie polarisée et une non polarisée :

1° rapport = 1,34 : raies 2260 (pol.), 910 (non pol.), correspond aux vibrations de l'hydrogène par rapport au reste de la molécule;

2° rapport = 1,02 : raies 655 (pol.), 740 (non pol.), correspond aux vibrations de l'ensemble carbone-hydrogène, formant un bloc par rapport aux atomes de chlore;

3° rapport = 1,00 : raies 364 (pol.), 265 (non pol.), correspond à des vibrations des atomes de chlore les uns par rapport aux autres.

Enfin les mesures faites permettent de déterminer l'incrément de la réfraction moléculaire correspondant au deutérium. R. M. trouvée 21,43; calculée pour CCl^3 : 20,319; incrément D : 1,11, identique à celui admis pour l'hydrogène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Formation constante de dérivés carbonylés (aldéhydes et acétones) de même condensation dans la décomposition explosive des esters nitriques.* Note de M. **Georges Denigès**, présentée par M. Alexandre Desgrez.

I. On sait que la vapeur, surchauffée, des esters nitriques se décompose avec explosion en émettant des vapeurs nitreuses, mais là se borne, dans les traités et même les ouvrages spéciaux, la mention de la nature des substances qui prennent naissance dans ce phénomène explosif, sans que soit abordé le devenir de la copule organique de la molécule ainsi brisée.

Seul Brünner a signalé que l'*huile* (qui n'est certainement autre que du nitrate de benzyle), obtenue avec le nitrate d'argent et le chlorure de benzyle, se décompose brusquement à 170° en donnant des vapeurs nitreuses et de l'aldéhyde benzoïque.

---

[1] Cabannes, *Ann. Phys.*, 10e série, 19, 1933, p. 234.

Or l'étude systématique des esters nitriques des alcools primaires, effectuée au point de vue de leur brusque décomposition par la chaleur, nous a montré que, dans tous les cas, il se formait, en même temps que des vapeurs rutilantes, l'aldéhyde de même condensation que ces nitrates organiques, la réaction pouvant se formuler

$$\underbrace{2(X.CH^2.ONO^2)}_{\text{Ester nitrique.}} = \underbrace{2(X.CH.O)}_{\substack{\text{Aldéhyde}\\ \text{de même}\\ \text{condensation.}}} + \underbrace{NO^2 + NO + H^2O}_{\substack{\text{Produits}\\ \text{de désagrégation}\\ \text{de l'acide nitreux.}}}$$

Il en est ainsi pour les nitrates de méthyle, d'éthyle, de propyle, de butyle et d'isobutyle, qui donnent respectivement du méthanal, de l'éthanal, du propanal, du butanal et de l'isobutanal et, également, pour le nitrate de benzyle pur qui fournit de l'aldéhyde benzoïque, confirmation de la constatation faite par Brünner.

Le plus violemment explosif de ces esters est celui de méthyle.

L'explosion ne se produit pas, ou elle est extrêmement réduite, dans une atmosphère d'anhydride carbonique, d'où un moyen à recommander, dans la préparation ou tout au moins la purification par distillation de ces esters, d'opérer dans un courant de CO^2 pour éviter toute explosion dangereuse.

Le nitrate d'éthyle, dont la préparation est si facile, se prête particulièrement à la constatation immédiate des faits qui viennent d'être indiqués : 1 ou 2 gouttes de ce produit chauffées dans un tube à essai (pyrex) de dimensions suffisantes (18 à 20^{cm} sur 18 à 20^{mm}, par exemple), déflagrent avec mise en évidence très nette de peroxyde d'azote (couleur et spectre cannelé) et une odeur des plus manifestes (celle de pomme reinette) d'aldéhyde éthylique dont la présence se vérifie par la réduction très rapide du nitrate d'argent sodé ou du réactif ioduro-mercurique alcalin, dit de Nessler, versés et agités dans le tube d'épreuve.

Les esters nitriques des alcools primaires, de condensation plus élevée, éprouvent des décompositions secondaires des composés aldéhydiques, d'abord formés, avec brunissement de la masse et libération même de carbone : c'est ce que l'on constate déjà avec le nitrate d'amyle.

II. Il était à prévoir, par analogie avec ce qui précède, que la décomposition explosive des esters nitriques des alcools secondaires fournirait des acétones. C'est ce que l'expérimentation sur le nitrate d'isopropyle fournissant, dans ces conditions, de l'acétone ordinaire (propanone) et sur le nitrate de l'alcool $C^6H^5CH.OH.CH^3$, donnant de l'acétophénone nous a

confirmé, de telle sorte que la réaction primitive, correspondant à ces sortes de décomposition, peut, d'une manière générale, s'écrire

$$2(R.CHX.ONO^2) = 2(R.CO.X) + NO^2 + NO + H^2O,$$

X égalant H, dans le cas des alcools primaires et un radical hydrocarboné, R, dans celui des alcools secondaires.

PÉDOLOGIE. — *Les sols-types de la Tunisie.*
Note de M. V. AGAFONOFF.

En 1932, sur 9000^{km}, j'ai étudié les sols de Tunisie au point de vue pédologique (mission du gouvernement tunisien). Depuis lors, par des recherches de laboratoire, j'ai pu constater que deux facteurs fondamentaux ont créé la différenciation des sols-types de ce pays; ce sont d'une part les différences du climat dans les différentes régions de ce pays, et de l'autre le climat de l'époque géologique précédente qui a créé en Afrique du Nord, par exemple, la *croûte calcaire*. Sur cette croûte se sont formés, par des processus différents d'apport (surtout éolien), les sols à croûte (¹). Ce sont de membres nouveaux dans notre échelle pédologique génétique. Les autres types des sols des régions du Nord et *intermédiaire* de Tunisie sont plus *normaux* et se sont formés sous l'influence du climat contemporain tunisien, que l'on peut diviser en quatre régions :

1. Région du Nord; pluviométrie annuelle moyenne : 600-1500^{mm};
2. Région *intermédiaire*; pluviométrie annuelle moyenne : 400-600^{mm};
3. Région du Centre; pluviométrie annuelle moyenne : 150-400^{mm};
4. Région du Sud; pluviométrie annuelle moyenne : moins de 150^{mm}.

Dans la formation des sols de toutes ces régions, à l'exception de quelques podzols seulement, l'apport éolien a joué aussi quelque rôle, mais dans la plupart des cas moins important que dans la formation des sols à croûte.

(¹) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1597-1599.

Le tableau ci-dessous présente les caractères météorologiques des différentes zones et les propriétés chimiques (paramètres) et physiques des sols-types correspondants.

Sols-types.	Pluviométrie annuelle moyenne (en mm).	P/T.	$\frac{SiO^2 \text{ comb. mol}}{Al^2O^3 \text{ mol}}$. Paramètre I.	$\frac{Al^2O^3 \text{ mol}}{Fe^2O^3 \text{ mol}}$. Paramètre II.	Capacité d'absorption en Ca.	pH.
Podzol............	960-1500	53-100	3,3	14,3	–	6,7
Rendzina..........	<650	32- 36	3,7	18,0	0,805	8,1
Sols rouges à croûte.	360-432	20- 24	2,8-3,2	10,8-12,9	0,322-0,336	7,5-7,7
Sols alluviaux......	(¹)	(¹)	3,4	13,7	0,456	7,8

Nota. — P/T, relation entre pluviométrie et température.

Nous voyons que d'un côté les chiffres des éléments météorologiques du climat de la Tunisie sont très différents pour les différents types des sols, de l'autre, que les paramètres chimiques et le pH ne diffèrent pas beaucoup. Nous pensons que cela peut être expliqué par la richesse en carbonates de la plupart des roches mères tunisiennes, ainsi que par les tendances identificatrices des apports éoliens de la poussière fine calcaire, très répandus lors de la formation de presque tous les sols-types de Tunisie. La petitesse du paramètre I des différents types des sols tunisiens me rappelle ce qui est observé dans les colloïdes ($< 2\mu$) des sols de France et de Russie (tchernozem et podzol) [2]. Cette coïncidence n'est pas accidentelle : elle indique que la partie alumino-silicate absorbante est très analogue dans les différents sols et qu'en outre de la kaolinite, décelée par l'analyse thermique, il existe aussi un minéral plus riche en silice (montmorillonite); le fait qu'avec l'augmentation de la dispersion du sol le paramètre I se rapproche de celui de la kaolinite (2), conduit à penser que la montmorillonite se trouve dans les particules moins dispersées. Ces considérations montrent l'intérêt présenté par l'analyse thermique liée à l'analyse chimique des différentes dispersions du sol.

Dans la région du Nord (1) nous avons constaté les sols-types suivants : 1° tout à fait au Nord, la zone de 200000 hectares des *podzols* couverts surtout par des forêts de chêne-liège; la podzolisation n'est pas très développée ; 2° *Rendzinas*- sont dispersées par taches dans les différentes parties

(¹) Les chiffres ne sont pas indiqués, vu que les sols recouvrant les alluvions se trouvent dans les *différentes* régions météorologiques.

(²) V. V. AGAFONOFF, *Les sols de France au point de vue pédologique*, Paris, 1936, p. 143-144.

de cette région, mais toujours au Sud des podzols. La formation de rendzinas, comme dans les autres pays, dépend de leurs roches mères (marnes foncées et calcaires), leurs profils et la morphologie sont assez typiques.

Dans la région *intermédiaire* (2) nous rencontrons surtout les sols à croûte ([1]).

Au sud des montagnes de la Dorsale Tunisienne nous plaçons sur notre carte pédologique trois régions *éoliennes* : *steppique*, *côtière* (maritime) et *prédésertique*. Les sols de ces régions ont beaucoup de traits communs, notamment une très faible quantité d'humus (moins de 1 pour 100); grâce à cela ces sols sont de couleur *pâle*, variant du gris au jaune rougeâtre. Les sols éoliens sont riches en fine poussière quartzeuse et en poussière calcaire encore plus fine ; l'origine de ces poussières est éolienne, mais la partie plus grossière de la poussière quartzeuse a été remaniée par l'eau. Dans ces régions les *croûtes* se rencontrent très rarement et à l'état embryonnaire; à la surface des sols *prédésertiques* on trouve souvent de petites concrétions (grosseur d'une noix), très voisines de la croûte, et par leur structure et par leur composition; aussi peut-on les considérer comme une formation embryonnaire de la croûte à notre époque.

Il existe souvent des sels solubles (chlorures et sulfates) dans les sols éoliens; les plus riches (en quantité nuisible pour les plantes) sont les sols *prédésertiques*. Des cristaux microscopiques de gypse s'y rencontrent presque toujours, mais ils sont très rares (au voisinage de la mer ou des sebkas) dans les sols *steppiques* ou *steppiques côtiers*.

Nous voyons ainsi que malgré ses irrégularités capricieuses le climat tunisien, joue un grand rôle dans la répartition des sols-types. Nos recherches nous ont montré que le facteur pédologique climatique le plus actif et le plus répandu en Tunisie est le vent, qui enrichit les sols en poussière calcaire, il en résulte une tendance à l'affaiblissement des différences morphologiques et chimiques des divers types de sols; l'influence de ce facteur croît du Nord au Sud.

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1597-1599.

GÉOLOGIE. — *La constitution géologique de la région au Nord de Taza et de Guercif (Maroc oriental).* Note (1) de M. **Jean Marçais**, présentée par M. Charles Jacob.

Autour de Taza, dans le rectangle dessiné ci-dessous et compris entre Tahar Souk, Sidi Abdallah, Guercif et Afso (en zone espagnole), on peut reconnaître quatre ensembles géologiques distincts :

1° immédiatement au Sud de Taza, mais s'étendant au Sud-Est et au Sud-Ouest, le *Moyen Atlas septentrional;*

2° vers le Nord-Est, commençant avec la falaise du Tendri (Est de Mesguitem), *les reliefs paléozoïques, jurassiques et volcaniques du Nord de Guercif* ou *Massifs du Terni-Masgout*, qui forment trait d'union entre le Moyen Atlas et les Beni Snassen;

3° *la Plaine de Guercif*, bassin miocène à couverture récente, continuée à l'Ouest par le couloir de Taza;

4° la région située au Nord et au Nord-Est de Taza, qui appartient au système rifain et qui forme le *Rif oriental* (*sensu stricto*).

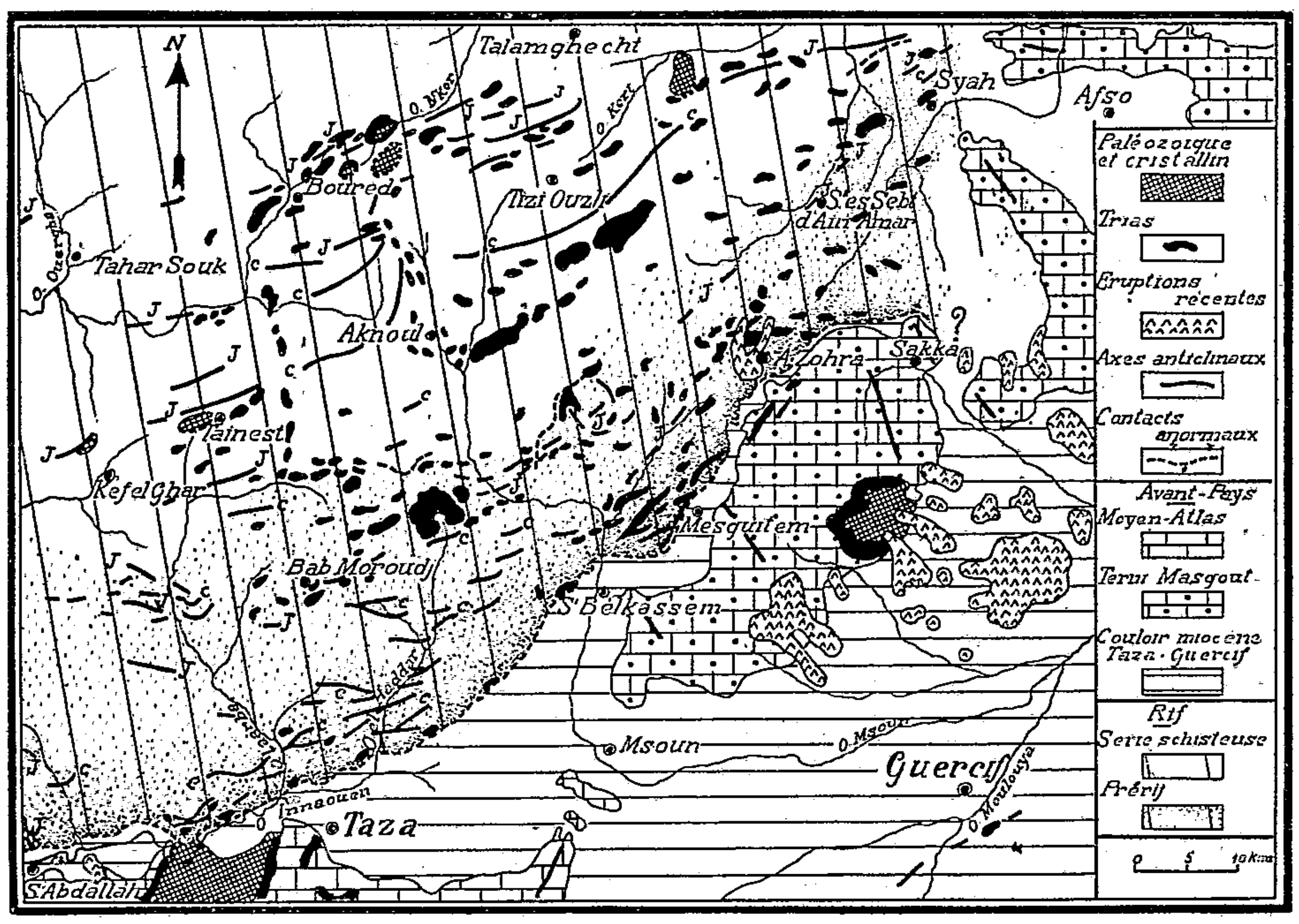
Voici, sur la constitution géologique du Rif oriental français, un premier aperçu d'ensemble :

En zone française, l'aile orientale du système rifain forme une vaste virgation forcée, appuyée à l'Est sur les massifs du Terni-Masgout. Le contact anormal avec le Miocène horizontal de l'avant-pays est souvent souligné par du Trias marno-gypseux; il décrit, depuis Sidi Abdallah sur la route de Fez jusqu'à Aïn Zohra en zone espagnole, une courbe convexe vers le Sud-Est à partir de Taza. Les axes (2) des plis, orientés E-W immédiatement au Nord-Est de Taza, deviennent presque N-S à Aïn Zohra. L'arc correspondant à ce contact marginal indique pour moi la limite du Rif oriental vers le Sud (Moyen Atlas), vers le Sud-Est (couloir de Taza-Plaine de Msoun-Guercif) et vers l'Est (Terni-Masgout). L'érosion a néanmoins laissé subsister quelques témoins des terrains charriés sur la rive gauche de l'Oued Innaouen (Crétacé et Trias à Sidi-Abdallah, Nummulitique près de Taza). A l'intérieur de l'arc, on peut distinguer

(1) Séance du 8 juin 1936.

(2) Les lettres C et J portées à côté des axes tectoniques sur le schéma indiquent les plus anciens terrains apparaissant dans les plis.

deux zones de facies distincts, celle du *sillon prérifain* et celle du *sillon rifain*, déjà séparées et étudiées plus à l'Ouest par F. Daguin et L. Lacoste [1]. Le Prérif, large de 20 à 30^{km} au Nord de Taza, se compose surtout de sédiments crétacés et tertiaires, injectés de Trias. Il est décollé sur sa bordure au Sud, au Sud-Est et à l'Est et constitue la zone externe du Rif oriental. La série marno-schisteuse rifaine, secondaire et tertiaire, soulevée de place en place par des chaînons de Jurassique calcaire ou de Paléozoïque qui



indiquent l'orientation des plis, constitue une zone plus interne. Localement, d'ailleurs, le bord de cette série marno-schisteuse peut être à son tour charrié sur le Prérif, par exemple, sur du Miocène (oued Tinguiza, 20^{km} à l'E-NE de Mesguitem). La série schisteuse est largement développée en zone espagnole; elle se termine vers l'Est au Sud de Melilla (Tistutine, Uixan) dans des accidents orientés SW-NE et se perd en mer dans cette direction. Avec des directions semblables, le Prérif se continue également en zone espagnole dans la plaine du Sebt d'Aïn Amar.

En zone française, les terrains anté-triasiques n'apparaissent qu'en un

---

[1] F. Daguin, *Thèse*, Paris, 1927; J. Lacoste, *Thèse*, Paris, 1934.

petit nombre de points et sont, jusqu'à présent, sans fossiles. Dans le Prérif, seul des blocs de roches diverses, cristallophylliennes, éruptives, métamorphiques et sédimentaires, ramenés par le Trias, donnent quelques renseignements sur la constitution du substratum. Dans la série schisteuse, outre les « blocs ramenés », des affleurements très importants de roches, que leur facies incite à considérer comme paléozoïques, apparaissent à la faveur d'importantes cassures obliques du tréfonds. En dehors du granite de Tainest déjà connu, on trouve, dans la région au Nord-Est de Boured, une série de reliefs rocheux, importants, composés surtout de cipolin et de dolomies. Ces diverses masses de roches anciennes paraissent nettement reposer sur des couches récentes (sénoniennes et nummulitiques). Elles constituent sans doute les restes d'une écaille locale de Paléozoïque poussée vers le Sud, à travers et sur la série schisteuse. Plus à l'Est, au Nord-Est de Tizi-Ouzli, le massif du Khebaba, dont le bord Sud au moins chevauche le Crétacé schisteux, est constitué par des schistes et des conglomérats anciens.

GÉOLOGIE. — *Sur la série cristallophyllienne du massif de Lespinouse, aux environs de Lacaune.* Note de M. **Maurice Roques**, présentée par M. Charles Jacob.

Le versant Nord du massif de Lespinouse, à l'Ouest du méridien de Lacaune, montre la superposition de divers types de gneiss, allant de gneiss à faciès d'anatexie jusqu'à des gneiss de formation moins profonde. Au-dessus vient une série de micaschistes et de schistes séériciteux. L'ensemble constitue une série isoclinale, plongeant au Nord, dans laquelle une coupe rencontre successivement du Sud au Nord :

I. *Gneiss d'anatexie à cordiérite.* — Les gneiss à cordiérite affleurent entre La Salvetat et Lamontélarié; ils sont particulièrement frais dans de petites carrières sur la route allant de ce dernier village à La Grange. La cordiérite y est abondante et l'on y voit au microscope des plages d'une myrmékite de quartz et d'albite. Certaines régions sont riches en enclaves de micaschites de taille variable, pouvant former des bandes de quelques mètres d'épaisseur. Ces gneiss sont du type très répandu des gneiss d'Aubusson et des gneiss à cordiérite des Cévennes : leur formation a été accompagnée de fusions partielles.

II. *Gneiss imbibés.* — Les gneiss qui les surmontent ont une structure plus régulièrement stratifiée. Dans cette zone, où la schistosité n'a pas été en partie détruite par fusion, la mise en place des produits granitiques s'est faite par imbibition du matériel

préexistant, qu'il est impossible de distinguer de l'apport. Le gneiss est un gneiss à mica noir et oligoclase, moulés par des plages de myrmékite, d'orthose et de quartz.

III. *Gneiss injectés.* — Dans la zone supérieure, visible sur la route de Lacaune à Brassac, aux environs du Col de la Bassine, le magma s'est individualisé sous forme de gros bancs interstratifiés au sein des micaschistes. Ces bancs présentent l'aspect d'un granite alcalin à deux micas, à structure fluidale, la fluidalité correspondant à la stratification des micaschistes. Au microscope, la roche se distingue d'une granulite par la cristallisation du quartz en petites plages dentelées et la présence de nombreux grains de myrmékite (albite et quartz) identique à celle des gneiss imbibés. Les micaschistes situés entre ces bancs présentent les mêmes caractères que ceux de la zone sans granulite situés au-dessus.

IV. *Micaschistes.* — Ils constituent de vastes affleurements entre la route de Lacaune à Brassac et celle de Lacaune à Gijounet. Leur schistosité est nette et ils sont faits de quartz, biotite et muscovite. Certaines couches interstratifiées, à feldspaths abondants, peuvent être considérées comme dérivant de sédiments plus gréseux. En plusieurs points on y trouve de gros nodules étirés de cordiérite, différents de ceux des gneiss d'anatexie et rappelant ceux des schistes tachetés de contact. Ils indiquent une température de recristallisation élevée, produite par l'injection, pendant le métamorphisme général, du magma ayant donné les gneiss.

Ces micaschistes renferment en outre des lentilles de calcaires cristallins à pargasite [1], faisant partie des calcaires de Lacaune. Les calcaires ont subi le même métamorphisme que les micaschistes. On trouve en effet dans ces lentilles (au Sud de Lacaune) de minces couches de micaschistes interstratifiés.

V. *Schistes sériciteux.* — Les schistes sériciteux se trouvent au-dessus des micaschistes, au Nord de la route de Lacaune à Gijounet. La disparition de la biotite se fait insensiblement vers le Nord. A hauteur du moulin de Lembas, sur la rive gauche du Gijou, affleurent des schistes à fond quartzo-sériciteux, dans lesquels la biotite est localisée autour de la magnétite et des produits titanifères qu'elle n'a pas fixés complètement. Les schistes de la rive droite, situés au-dessus, sont constitués par le même fond quartzo-sériciteux à produits ferrifères abondants, sans biotite.

Les couches calcaires interstratifiées dans ces schistes ne contiennent plus de pargasite, mais seulement de petites lamelles de chlorite.

Pour conclure, la coupe de la bordure nord du massif de Lespinousse montre une série métamorphique parfaitement continue allant de gneiss d'anatexie du type profond jusqu'à des schistes sériciteux. On n'y rencontre aucune discontinuité d'ordre stratigraphique, tectonique ou métamorphique, permettant d'y faire une coupure entre le Cambrien et son substratum cristallophyllien. Le métamorphisme général affecte en effet les calcaires de Lacaune, d'âge géorgien, et les schistes acadiens et potsda-

---

(1) ALB. MICHEL-LÉVY *in* M. THORAL, *Contribution à l'étude géologique des Monts de Lacaune*, Paris, 1935.

miens qui leur sont superposés (¹). Ces observations confirment l'opinion, anciennement exprimée par J. Bergeron, sur l'âge du métamorphisme général dans cette partie du Massif Central.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'indépendance de la production des protéases et du développement de la cellule chez* Bacterium prodigiosum. Note de M. **Waclaw Moycho**, présentée par M. Marin Molliard.

La question de la production des protéases et d'autres enzymes dans la cellule n'est pas résolue. D'après certains auteurs ce sont des produits d'échanges de la matière, dépendant du mode de nutrition. D'après les autres la production des enzymes dépend de stimulants spéciaux de caractère chimique. Merrill et Clark essaient de prouver qu'à l'aide des sels de Mg et Ca on peut augmenter la production des protéases chez *Bacil. proteus-vulgaris*, sans provoquer une multiplication plus forte des cellules. Mais E. Wilson a mis en doute ces résultats : d'après elle ces sels augmentent le développement des cellules, et l'accroissement des protéases est un phénomène secondaire. L'explication de la dépendance de la formation des protéases du développement de la bactérie, j'ai repris la question pour *Bact. prodigiosum*, en variant la valeur du pH, ou la concentration des phosphates.

Les cultures de bactéries ont été faites dans les milieux peptonés à 1 pour 100. Pour maintenir dans chaque culture le pH voulu et constant on a ajouté un mélange des $K^2HPO^4 + KH^2PO^4$ en proportion convenable. De cette façon le milieu présentait la composition suivante : $8^{cm^3},3$ de la sol. des ($K^2HPO^4 + KH^2PO^4$ à 1 mol. + 10^{cm^3} de la sol. de peptone à 10 pour 100 + $81^{cm^3},7$ d'eau Par conséquent la concentration de phosphates dans ce milieu atteignait 1/12 mol. Les valeurs du pH se trouvaient entre 5,5-8,0. Au contraire, dans les recherches sur l'influence des concentrations des phosphates, le pH dans les milieux tamponnés était assez uniforme, mais les concentrations des phosphates présentaient 1/8, 1/12, 1/15 mol. Le développement de la culture (D), ainsi que sa force protéolytique (Prot.) étaient définis par la méthode fournie dans la Note précédente (²).

Je rappelle que, dans les tables ci-dessous, le développement de la culture est exprimé, comme auparavant, en millions des cellules vivantes, contenues dans un centimètre cube de culture; de même on mesurait la force protéolytique de l'enzyme par la hauteur du bloc de la gélatine liquéfiée exprimée en millimètres.

(¹) M. Thoral, *Op. cit.*, p. 122 à 126.

(²) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 201.

Le tableau ci-dessous représente l'influence du pH sur le développement de la cellule et sa force protéolytique.

Observ. au bout de :	1.			2.			3.		
	pH.	D.	Prot.	pH.	D.	Prot.	pH.	D.	Prot.
o jour...	5,45	–	–	6,20	–	–	7,50	–	–
3 » ...	5,50	15,0	–	6,20	32,1	0,2	7,55	18,9	–
5 » ...	5,58	28,2	1,8	6,33	49,5	2,0	7,72	24,3	–
7 » ...	5,80	46,2	2,7	6,40	56,1	2,8	7,85	66,9	–
10 » ...	5,95	31,0	3,6	6,45	23,0	3,6	7,95	45,5	–
15 » ...	6,35	13,4	4,1	7,00	16,4	3,7	8,40	25,0	–

L'observation des cultures (D) dans la période la plus intense de leur évolution montre que les milieux alcalins favorisent mieux leur développement que les milieux acides : tandis que dans les milieux alcalins (pH = 7,5) le développement atteint 67 millions de cellules, dans les milieux faiblement acides (pH = 6,2) il est de 56 millions et dans les milieux plus acides encore (pH = 5,45) il ne dépasse pas 46 millions. Par contre la force protéolytique (Prot.) se manifeste en sens inverse : dans les milieux faiblement alcalins elle ne se révèle pas du tout; dans les milieux acides elle devient de plus en plus forte, surtout si l'on tient compte d'affaiblissement des cultures dans ces milieux. Donc le pH influe autrement sur le développement de la bactérie et autrement sur la faculté de la production des protéases. Ajoutons que Gorbach a obtenu des résultats analogues sur le *Bact. pyocyaneum*.

Il faut remarquer que l'incapacité de la dissolution de la gélatine par les bactéries cultivées dans les milieux alcalins ne doit pas être attribuée à l'alcalinité du milieu. Dans mon travail antérieur ([1]) j'ai prouvé que les protéases peuvent agir en milieu neutre et alcalin. Donc l'incapacité de l'hydrolyse de la gélatine constatée plus haut doit être attribuée à l'absence des enzymes.

On peut également démontrer à l'aide des phosphates que la production des protéases est indépendante du développement de la cellule. Dans ce but on a cultivé *Bact. prodigiosum* en milieu peptoné en présence du mélange des phosphates à la concentration 1/8, 1/12, 1/15 mol. Une culture a été privée de phosphates. En présence des phosphates, le pH changeait peu, dans la culture sans phosphates le pH variait davantage.

([1]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 681.

Temps d'observation.	Concentration des phosphates. 1/8. pH.	D.	Prot.	1/12. pH.	D.	Prot.
0 jour........	6,30	"	"	6,30	"	"
1 »	6,30	15,4	"	6,30	16,0	"
2 »	6,30	49,0	"	6,32	43,0	"
3 »	6,36	74,0	"	6,36	72,0	"
5 »	6,42	26,0	"	6,52	26,0	0,5
7 »	6,52	24,0	"	6,62	24,0	1,0
10 »	6,58	22,4	0,1	6,64	28,0	1,2
14 »	6,58	19,2	0,9	6,65	24,3	2,0

Temps d'observation.	Concentration des phosphates. 1/15. pH.	D.	Prot.	0. pH.	D.	Prot.
0 jour........	6,35	"	"	5,30	"	"
1 »	6,35	16,0	"	5,50	2,9	"
2 »	6,37	54,0	"	6,47	24,0	"
3 »	6,43	50,0	"	6,88	21,0	"
5 »	6,62	26,5	0,8	7,40	4,5	0,5
7 »	6,85	12,1	1,4	7,58	2,6	1,1
10 »	6,95	9,0	1,8	7,63	9,0	1,2
14 »	7,05	20,0	2,2	7,68	11,5	1,7

Les phosphates favorisent le développement de la culture et diminuent au contraire la faculté protéolytique.

En résumé, nous constatons qu'à l'aide, soit du pH, soit des phosphates, nous pouvons influer différemment sur le développement de la bactérie et sur la production des protéases. Ces deux processus apparaissent, au moins chez *Bact. prodigiosum*, indépendants l'un de l'autre.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Campanulacées. Développement de l'embryon chez le* Campanula patula *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Chez le *Campanula patula* L., la segmentation procède très régulièrement et les caractères embryogéniques peuvent être déterminés d'une manière très précise. Ils permettent de définir un type de développement

qui se sépare nettement, par certains traits essentiels, de tous ceux qui ont été établis jusqu'ici.

Le proembryon octocellulaire se constitue par bipartitions successives (*fig.* 1 à 10) et se montre toujours composé de sept étages. Les deux cellules juxtaposées, qui occupent l'étage supérieur *l*, se segmentent verticalement pour donner quatre octants

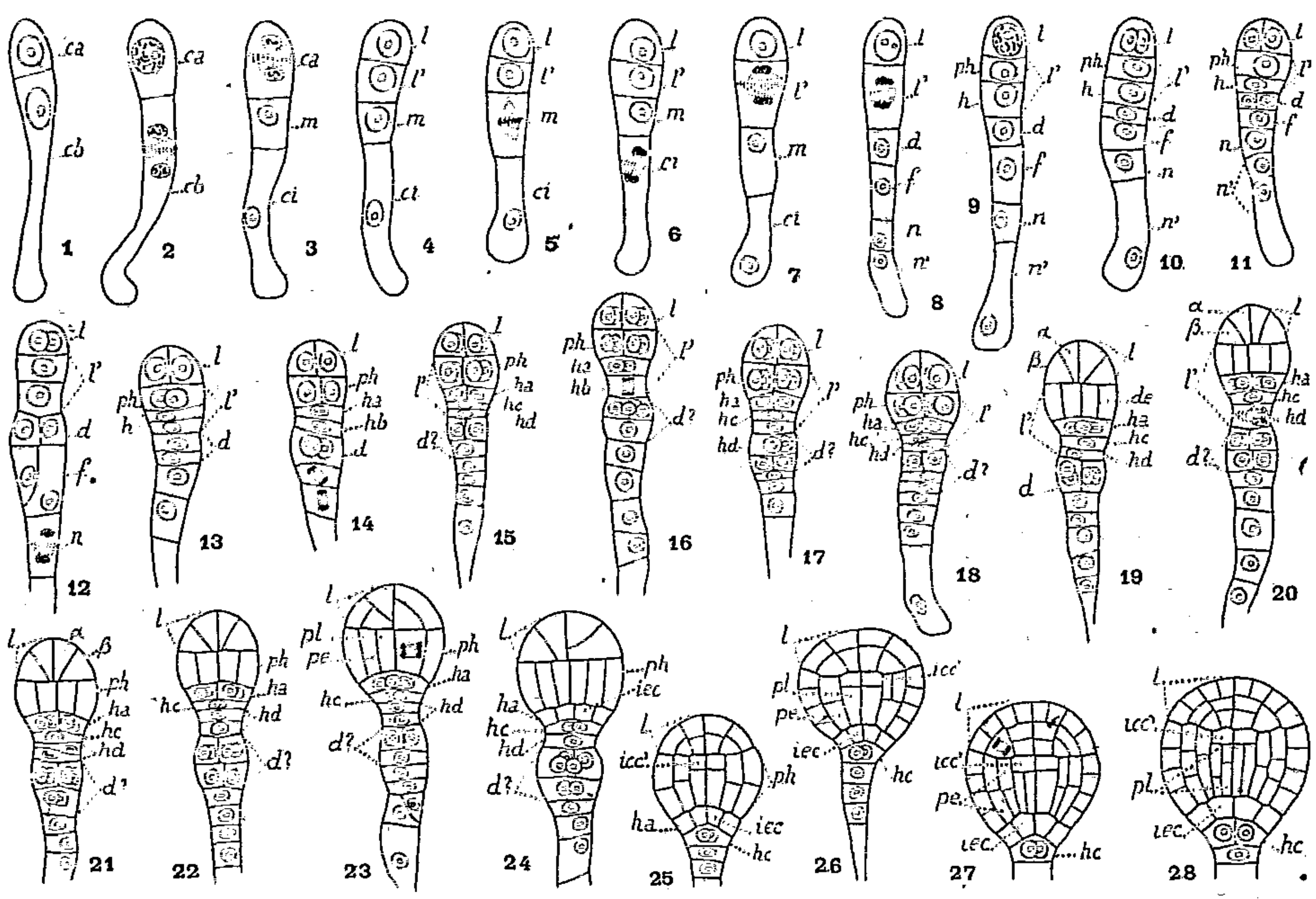


Fig. 1 à 28. — *Campanula patula* L. — Les principaux termes du développement de 'embryon. *ca*, cellule apicale, et *cb*, cellule basale du proembryon bicellulaire; *m et ci*, cellules filles de *cb*; *d* et *f*, cellules filles de *m*; *n* et *n'*, cellules filles de *ci*; *l*, cellule fille supérieure de *ca* ou partie cotylée; α et β, cellules filles de l'octant supérieur; *ph*, cellule fille supérieure de *l'* ou partie hypocotylée; *ha*, cellule fille supérieure de *h*, génératrice des initiales de l'écorce de la racine, *iec*; *hc*, cellule fille supérieure de *hb*, génératrice de la portion médiane de la coiffe; *hd*, cellule fille inférieure de *hb*, donnant quelques éléments du suspenseur; *d?*, renflement du suspenseur correspondant à *d* ou à *d* + *f*; *de*, dermatogène, *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *icc'*, initiales de la stèle de la tige. G. = 290.

supérieurs (*fig.* 15 à 18), aux dépens desquels se différencient la partie cotylée, par des processus identiques à ceux qui ont été décrits au sujet des Composées (*fig.* 19 à 28). La cellule de l'étage *ph* (*fig.* 10), par cloisons verticales cruciales, produit les quatre octants inférieurs (*fig.* 13 à 18) et toute la partie hypocotylée (*fig.* 19 à 28). Détail digne de remarque, après séparation des trois histogènes dans cette partie, les quatre éléments de plérome groupés autour de l'axe (*fig.* 23, 24) se partagent toujours, par une paroi transversale, en deux cellules très inégales. Les quatre cellules filles, les plus petites, ainsi séparées vers le haut, représentent les initiales du cylindre central de la tige (*icc'*, *fig.* 25 à 28).

La cellule *h* (*fig.* 10) se divise transversalement en deux cellules superposées *ha* et *hb* (*fig.* 13, 14). Par cloisons verticales cruciales, *ha* produit quatre cellules circumaxiales (*fig.* 15 à 23), puis un plateau de 8 à 12 éléments dont quatre seulement sont visibles dans les coupes longitudinales (*fig.* 24 à 28) : les quatre éléments adjacents à l'axe sont les initiales de l'écorce de la racine, les autres contribuent à la construction des portions latérales de la coiffe. La cellule *hb* (*fig.* 14) se divise transversalement comme sa mère pour donner *hc* et *hd* (*fig.* 15 à 19); *hc*, par cloisons verticales cruciales (*fig.* 23 à 28), produit quatre cellules circumaxiales qui, plus tard, se segmentent transversalement et engendrent la portion centrale de la coiffe; *hd* se partage encore le plus souvent par une paroi transversale (*fig.* 20 à 23) en deux éléments aplatis qui entrent dans la composition du suspenseur.

Les quatre éléments inférieurs (*d*, *f*, *n*, et *n'*, *fig.* 10) du proembryon octocellulaire, issus de la cellule basale du proembryon bicellulaire, fournissent la presque totalité du suspenseur. Celui-ci est assez allongé et offre sur son trajet, un renflement résultant de la prolifération de la cellule *d* ou des deux cellules *d* et *f*, qui auraient conservé une part des potentialités constructives, ordinairement dévolues aux seules cellules terminales.

Les caractères tout nouveaux qui se dégagent de l'embryogénie du *Campanula patula*, résident dans les fonctions de la cellule *l'* de la tétrade proembryonnaire, qui engendre à la fois la partie hypocotylée, les initiales de l'écorce de la racine, la coiffe et quelques cellules du suspenseur. Étant donné d'autre part que les premières formes proembryonnaires sont filamenteuses comme chez les Solanacées, qu'elles s'édifient de la même manière, que, dans le proembryon octocellulaire tout particulièrement, les cellules se disposent en sept étages, comme cela se produit parfois chez certains *Solanum* (*S. Dulcamara*, *S. sisymbrifolium*) (1), l'embryon du *Campanula patula* doit être tout primordialement rattaché à celui des Solanacées. Mais il s'apparente aussi, secondairement toutefois, à celui des Composées par les processus des divisions de la partie cotylée et des deux étages *ha* et *hc*, générateurs des initiales de l'écorce de la racine et de la coiffe, processus qui sont tout à fait semblables à ceux qui ont été décrits chez le *Senecio vulgaris* (2).

---

(1) R. Souèges, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 69, 1922, p. 573 et 577.

(2) R. Souèges, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 356.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Pourpre et cellules visuelles de la fovea des Oiseaux nocturnes et des autres Vertébrés.* Note de Mlle **Marie-Louise Verrier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les différences de sensibilité entre la fovea et les régions extra-fovéales ont été attribuées, comme on sait, à l'existence exclusive de cônes et à l'absence de pourpre au niveau de la fovea. D'une part les cônes ne permettraient pas la vision fovéale en basse lumière, d'autre part l'absence de pourpre au niveau de la fovea expliquerait les différences de l'amplitude et de la rapidité de l'adaptation entre la fovea et les régions extra-fovéales, celles-ci pourvues de pourpre.

Les Oiseaux nocturnes et les Téléostéens pourvus de fovea se prêtent le mieux à l'étude de la répartition du pourpre rétinien. L'observation chez l'Homme, par la méthode ophtalmoscopique, la seule pratiquement possible sur une large échelle, ne donne aucun résultat précis. De leur côté, les Reptiles et les Oiseaux diurnes, jusqu'à plus ample informé, sont dépourvus de pourpre, ou n'en possèdent qu'en quantité infinitésimale. J'ai examiné, après avoir soumis les animaux à 3 heures d'obscurité, les fonds d'yeux et les rétines étalées de 5 Oiseaux nocturnes (Chevêche, Moyen-Duc, Hulotte) et de 20 Téléostéens (Serrans, Blennies, Girelles) [1]. La rétine de tous ces yeux, présentait une teinte rose uniforme, seule, la papille des Téléostéens apparaissait sous l'aspect d'une traînée blanchâtre. Ces faits s'opposent aux observations de Kühne sur l'œil humain. Mais, il convient de noter que ses observations se rapportent à un très petit nombre de cas et qu'il s'agissait d'yeux énuclées étudiés non immédiatement après le décès (cas d'un condamné à mort et de malades d'hôpital).

En ce qui concerne la forme des cellules visuelles fovéales et aréales, l'histologie comparée apporte des faits d'un grand intérêt. J'ai étudié à ce sujet les rétines de 22 Vertébrés. Ce sont, parmi les Poissons, *Blennius pavo* Risso, *Blennius ocellaris* L., *Blennius gattorugine* L., *Pholis gunellus* L., *Serranus cabrilla* Cuv., *Serranus scriba* Cuv., *Julis Giofredi* Risso; parmi les Reptiles, *Agama Tournevillii* Lataste, *Uromastix acanthinurus* Dum., *Varanus niloticus* L., *Iguana tuberculata* Laur.; parmi les Oiseaux, *Accipiter nisus* L.,

---

(1) Ce procédé de recherche est le seul possible actuellement. L'état de nos connaissances sur la nature du pourpre ne permet pas l'emploi de techniques microchimiques.

Athene noctua Scop., *Stryx aluco* L., *Corvus corone* L., *Passer domesticus* L., *Columba palumbus* L., *Turdus musicus* L., *Accentor modularis* L., *Pica caudata* L., *Falco tinnunculus* L., *Buteo buteo* L.

Les Oiseaux nocturnes que j'ai tout récemment étudiés sont des plus démonstratifs. J'ai précisé la forme des cellules visuelles fovéales : ce sont des éléments très longs et très minces, tant par leur segment externe que par l'ellipsoïde et le myoïde. Ils sont donc comparables à des bâtonnets. Les dimensions relatives de ces différentes parties, quelque peu variables suivant les espèces seront, avec plus de détails, donnés ultérieurement. Pour le moment, il suffit de souligner qu'il s'agit là de rétines ne présentant à la périphérie qu'une seule sorte d'éléments, considérés par tous les auteurs comme des bâtonnets typiques (la Chouette chevêche en est le meilleur exemple); la rétine offre une grande uniformité dans la forme de ses cellules sensibles, tout au plus, les cellules fovéales sont-elles un peu plus minces que les autres; la différence est à peine marquée. La présence de gouttes huileuses dans les cellules fovéales n'est pas un caractère suffisant pour classer ces cellules dans la catégorie des cellules à cônes. J'ai en effet montré que les gouttes huileuses existent dans des cellules visuelles de forme très diverses et, notamment, chez la Chouette chevêche, au niveau de bâtonnets typiques (1).

Ces observations sont à rapprocher d'autres observations que j'ai faites précédemment chez les Poissons et les Reptiles. Dans tous les cas, on observe un amincissement progressif des cellules visuelles depuis la périphérie jusqu'à la fovea. A ce niveau, les cellules visuelles sont de minces filaments où l'on peut distinguer un segment externe, un ellipsoïde, un myoïde très allongés, l'ensemble rappelant le schéma classique de la cellule à bâtonnet. Lorsqu'il s'agit de rétines présentant à la périphérie deux sortes d'éléments, les uns comparables aux cônes, les autres aux bâtonnets classiques (cas de l'Homme et des Téléostéens), les éléments fovéaux sont très comparables aux bâtonnets périphériques. A cet égard, je rappelle que les dessins de Cajal se rapportant à l'Homme sont des plus démonstratifs : Cajal figure des *cônes* fovéaux exactement superposables aux *bâtonnets* périphériques.

Ces diverses constatations conduisent à penser que les divers modes de sensibilité de la fovea, comparés à ceux des régions rétiniennes extra-fovéales ne relèvent pas de la forme des cellules visuelles et de la répartition

(1) M.-L. Verrier, *Bull. biol. France-Belgique*, supp. XX, 1935, p. 1-140.

du pourpre. D'autres dispositions anatomiques peuvent intervenir, telles que la répartition de la mélanine et du pigment jaune maculaire. De plus, des recherches toutes récentes d'optique physiologique, dues à Yves Legrand, s'accordent avec cette manière de voir. Les défauts optiques de l'œil, non corrigés par une pupille dilatée, expliqueraient pour une large part la diminution de l'acuité en basse lumière.

ZOOLOGIE. — *La fenêtre interbranchiale des Téléostéens dyssymétriques.* Note de M. **Paul Chabanaud**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans leur ensemble, les Téléostéens dyssymétriques (*Psettodoidea* et *Pleuronectoidea*) présentent, entre autres orientations orthogénétiques, un accroissement progressif de la distance comprise entre les éléments médians des arcs viscéraux et l'os communément appelé urohyal ([1]). Cette modification se montre plus ou moins en rapport avec le degré de spécialisation de la morphologie générale. L'urohyal est attaché rostralement, par une paire de tendons (*t*), à l'extrémité mésale des deux branches de l'arc hyal (H); un ou plusieurs ligaments suspenseurs (*l*) le relient d'ordinaire aux basibranchiaux; le muscle pair sterno-hyoïdien, inséré sur les clithra (C), s'attache à ses faces latérales, qu'il recouvre en majeure partie. C'est par son extrémité postérieure que l'urohyal tend à s'éloigner de la chaîne des basibranchiaux, ainsi que des pharyngiens.

En même temps, le cœur est refoulé vers l'arrière et s'oriente de telle sorte que, l'oreillette (*au*) surmontant le ventricule (*v*), l'axe de ce viscère tend à devenir vertical et perpendiculaire à l'axe de l'aorte ventrale (*a*). Dans sa position la plus reculée, le cœur se loge entre l'œsophage et le clithrum du côté droit. La thyroïde (*th*) devient diffuse ([2]).

Ces divers déplacements déterminent l'amplification en surface des deux couches épidermiques, qui, de l'urohyal aux arcs viscéraux, forment la paroi mésale des deux chambres branchiales. L'espace compris entre ces deux couches épidermiques ne contient plus, en avant du péricarde, que

---

([1]) Faute de toute précision relative à l'origine ontogénétique de cet os, le plus complet désaccord ne cesse de régner au sujet du nom qu'il convient de lui attribuer. Aucun des termes qui ont été proposés n'étant satisfaisant, la nomenclature demeure provisoire en ce qui le concerne.

([2]) F. J. Cole et J. Johnstone, *Pleuronectes. Liverpool, Mar. Biol. Comm., Mémoirs*, 8, 1901, p. 73.

les muscles dépresseurs des pharyngiens (*d*), entre lesquels passe l'aorte ventrale, incluse dans l'épaisseur d'un septum conjonctif, qui, en continuité avec la péricarde, est mésal par rapport à la musculature. Dès lors, les deux épidermes en question s'accolent l'un à l'autre, en avant et en arrière de l'aorte ventrale ascendante, par l'entremise de la couche conjonctive interne. C'est ainsi que se trouve constitué un septum membraneux sagittal, interposé entre les deux chambres branchiales, le *septum interbranchial.*

Ce septum interbranchial est susceptible de se détruire localement; d'où la formation d'une *fenêtre interbranchiale* [1], établissant une communication directe entre les deux chambres respiratoires.

Spéciale aux *Pleuronectoidea*, la fenêtre interbranchiale n'existe que dans les genres suivants :

PLEURONECTIFORMES. — 1° *Scophthalmidæ scophthalminæ : Lepidorhombus* GÜNTHER; *Phrynorhombus* GÜNTHER; *Zeugopterus* GOTTSCHE; 2° *Pleuronectidæ samarinæ : Samaris* GRAY. (Chez *Samaris cristatus* GRAY, la fenêtre, dont la

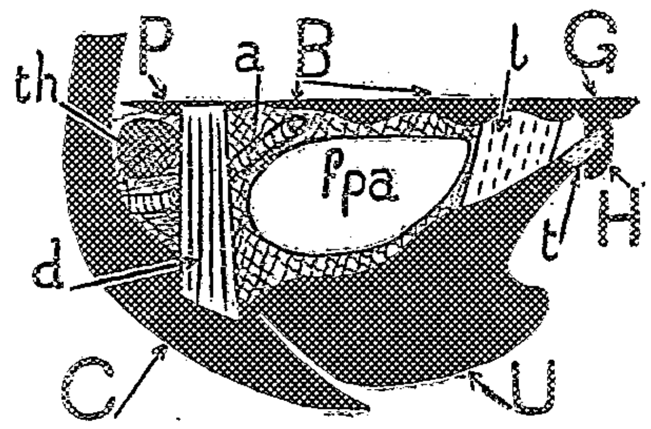


Fig. 1. — Schème du type pleuronectiforme.

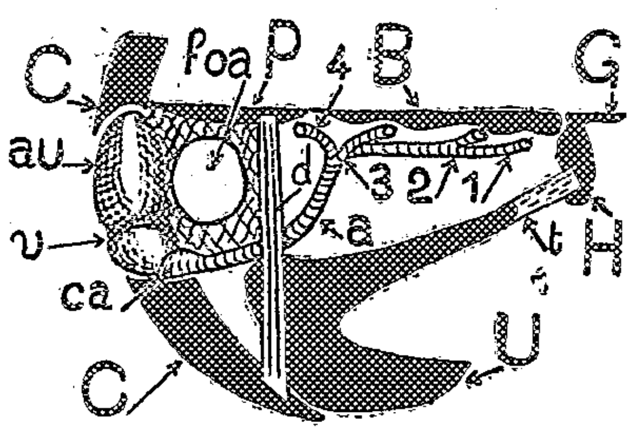


Fig. 2. — Schème du type soléiforme.

a, aorte ventrale; *au*, oreillette; B, chaîne des basi-branchiaux; C, clithrum (sectionné, sur la figure 2, pour montrer la situation du cœur); *ca*, cône artériel; *d*, muscle dépresseur des pharyngiens; *foa*, fenêtre interbranchiale opisthaortique; *fpa*, fenêtre interbranchiale proaortique; G, glossohyal; H, arc hyal; *l*, ligament suspenseur de l'urohyal; P, pharyngien; *t*, tendon; *th*, thyroïde; U, urohyal; *v*, ventricule; 1, 2, 3, 4, les quatre artères (paires) afférentes aux branchies.

présence n'avait pas encore été signalée, est divisée, au milieu de sa longueur, qui est très grande, par le ligament suspenseur de l'urohyal.)

SOLÉIFORMES. — 1° *Achiridæ :* tous les genres, sauf *Trinectes* RAFINESQUE; 2° *Soleidæ heteromycterinæ : Heteromycteris* KAUP, *Rendahlia* CHABANAUD.

Parmi les *Soleiformes*, aucune des espèces des groupes suivants, que j'ai

[1] Cette fenêtre interbranchiale a été jadis découverte par STEENSTRUP (*Oversigt Dansk. Vid. Selsk. Kjobenhavn*, 1865, p. 95).

examinées à ce point de vue, ne se sont montrées pourvues de fenêtre interbranchiale : *Soleidæ pardachirinæ; Soleidæ soleinæ*; *Cynoglossidæ.*

La fenêtre interbranchiale des *Pleuronectiformes* n'est pas homologue de celle des *Soleiformes*. Dans le premier groupe, cette fenêtre est antérieure à l'aorte ventrale, ainsi qu'aux muscles dépresseurs des pharyngiens; elle est dite *proaortique* (*fig.* 1, *fpa*). Chez les *Soleiformes*, au contraire, la fenêtre interbranchiale s'ouvre entre l'aorte ventrale et le péricarde, postérieurement aux muscles dépresseurs des pharyngiens; elle est dite *opisthaortique* (*fig.* 2, *foa*).

L'hétérogénéité de la fenêtre interbranchiale des *Pleuronectoidea* ajoute un nouveau caractère distinctif à tous ceux que j'ai mentionnés entre *Pleuronectiformes* et *Soleiformes* [1]. Pareille différence est en opposition irréductible avec la thèse, généralement admise, de la filiation des *Soleiformes* à partir des *Pleuronectiformes*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur la fluorescence de la peau de Grenouille* (Rana esculenta *L.*). *Étude des matières minérales.* Note de M. Georges Brooks, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Certains tissus vivants conservent leur fluorescence à la lumière de Wood après destruction de la matière organique. C'est le cas de la partie dorsale de la peau de Grenouille (*Rana esculenta* L.) [2], dont je me suis servi pour mes expériences et qui est particulièrement riche en matière fluorescente à l'époque de la ponte. La substance luminescente bleu violacée intense existe à l'état combiné ou à l'état d'adsorption très difficile à extraire, car la cinquantième fraction de l'extrait hydroalcoolique obtenu par agitation au moulin hydraulique est aussi fluorescente que la première.

Si l'on soumet cette peau à l'action de la chaleur et que l'on suive la fluorescence en fonction de la température, on observe qu'à partir de 425° elle n'existe plus dans les cendres, même en solution aqueuse; ce qui ferait croire à sa destruction totale. Or, dans les cendres, transformées en chlorures ou en sulfates et examinées au microfluoroscope de Reichert (filtre Corex G. 986 de Corning) la luminescence violet lilas reparaît intense. D'autre part la minéralisation nitro-sulfo-perchlorique dans le vide

---

(1) P. Chabanaud, *Ann. Inst. Océan.*, 15, 1936, p. 223-298.

(2) Y. A. Hadjioloff, *Bull. Hist. Appl.*, 6, 1929, p. 37.

conserve pour ainsi dire intacte, aussi bien en solution sulfurique qu'à l'état de sulfate, la matière fluorescente et son spectre initial.

J'ai dosé certains éléments oligosynergiques des cendres réputés actifs ou fluorogènes. L'analyse par les microméthodes biologiques de Gab. Bertrand (1) a donné 42^{mg} de Mn et 33^{mg} de Zn pour 100 de cendres. Le Mn est un élément actif classique (2), qui devient fluorescent avec un ou plusieurs diluants solides par bombardement avec des rayons cathodiques et dont la couleur varie selon les concentrations. Le Zn, constituant cellulaire déjà connu (3), est certainement un fluorogène secondaire accouplé au manganèse.

Si intéressantes que soient ces constatations, il est impossible de les rapprocher des faits signalés ci-dessus, car il s'agit ici d'obtenir et d'examiner la matière fluorescente sans le concours de l'effluve électrique dans le vide et à l'état de dissolution aqueuse.

Avant tout j'ai tenu à déceler les autres éléments qui existent dans les cendres (obtenues au-dessous de 425°). Le spectrogramme de ces cendres, pris dans la partie visible du spectre, a renseigné de façon exacte sur la composition chimique de la matière luminescente. En effet, les raies de Ca, Sr, Ba, Mg, K, Na, considérées comme diluants, et celles de Mn et de Zn sont nettement venues. De même les raies ultimes de Mn apparaissent de façon caractéristique dans l'ultraviolet (4). Puisque l'analyse spectrale ne révèle pas d'éléments inattendus dans les cendres, je me suis borné à étudier la fluorescence de ces matières minérales.

Tout d'abord, j'ai fait une microdestruction nitro-sulfo-perchlorique dans le vide en prenant 250^{mg} de peau séchée à 105°; le mélange des sulfates obtenus (38^{mg}), examiné au microfluoroscope, est obscur. La non-fluorescence de ce mélange est due, probablement, à la séparation partielle de ses constituants au cours de l'évaporation qui précède la calcination. En

---

(1) *Bull. Soc. ch.*, 4e série, **9**, 1911, p. 361 et avec M. JAVILLIER, 4e série, **1**, 1907, p. 63.

(2) ED. BECQUEREL, *Comptes rendus*, **103**, 1886, p. 1098; *La Lumière*, **1**, Paris, 1867; L. DE BOISBAUDRAN, *Comptes rendus*, **103**, 1886, p. 468; **106**, 1888, p. 452; G. URBAIN, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, **18**, 1909, p. 222; L. BRUNINGHAUSS, *Ann. de Chim. et de Phys.*, **20**, 1910, p. 519, et *Journ. de Physique et Le Radium*, 7e série, **2**, 1931, p. 398.

(3) Voir GAB. BERTRAND, *Bull. Soc. Chim. Biol.* (Ve Congrès, Bruxelles), **18**, 1936, p. 213 et aussi DELEZENNE, *Ann. Inst. Pasteur*, **33**, 1919, p. 68.

(4) L'analyse spectrale a été faite par M. Dureuil.

ajoutant délicatement à ce mélange 3 à 6 gouttes d'une solution aqueuse de Cl^2Mn, représentant 2/10e de milligramme de matière active, évaporant au bain-marie et calcinant au rouge sombre au four électrique, on lui restitue la fluorescence bleu violacée pâle. Il en est de même avec le Zn, mais la fluorescence est moins marquée. L'association des deux métaux semble indispensable pour ranimer une luminescence intense.

Cette restitution de la fluorescence m'a conduit à examiner le précipité alcalinoterreux contenant du Mn et provenant de la séparation du zincate de calcium (G. Bertrand, *loc. cit.*). Ce précipité, dissout dans HCl concentré et calciné au rouge sombre, donne une fluorescence bleu violacée très nette. La chaux pure employée, provenant du nitrate, était obscure.

Pour confirmer les expériences précédemment décrites, certains de ces diluants Ca, Sr, Mg, ont été pris à l'état de chlorures ou de sulfates, soigneusement purifiés, et l'on y a incorporé séparément, des traces de Mn ou de Zn. Les produits synthétiques obtenus, après calcination, obéissent à la loi de l'optimum. Étalés sur une lame Uvet et examinés au microfluoroscope de Reichert, ils sont tous plus ou moins fluorescents [1].

Il y a lieu de remarquer que les diluants, pris à l'état isolé, sont presque absolument obscurs.

De ces faits il apparaît que la substance minérale fluorescente de la peau de Grenouille est constituée par un mélange complexe de sels minéraux contenant du Mn et du Zn. Peut-être les constituants de ce mélange se trouvent-ils dans la peau à l'état de particules colloïdales, en connexion avec la molécule protéique qui augmenterait la luminosité du système.

MICROBIOLOGIE. — *Affinité du virus de la peste aviaire pour les cellules néoplasiques* (épithelioma) *de la Souris.* Note de MM. **Constantin Levaditi** et **Perez Haber**, présentée par M. Félix Mesnil.

Levaditi et Nicolau [2] ont démontré l'affinité du virus vaccinal pour les éléments néoplasiques et en particulier pour les tumeurs épithéliales (cancer expérimental de la souris). La même affinité du virus syphilitique

(1) On trouvera les détails et les spectrogrammes dans un prochain mémoire.

(2) *Ann. Inst. Pasteur*, 37, 1923, p. 1.

a été mise en lumière par Levaditi et N. Constantinesco (1) et confirmée par Bessemans (2). Enfin, Levaditi et Schœn (3) ont montré que le virus rabique des rues cultive dans les éléments épithéliaux du carcinome de Pearce, chez le lapin, et qu'il y engendre des corps de Negri typiques.

Nous montrons, dans la présente Note, qu'il en est de même de l'ultravirus de la peste aviaire, souche Schmidt, pathogène pour la souris [Cf. C. Levaditi et Haber (4)]. Dessouris, porteuses de tumeurs épithéliales greffées par voie sous-cutanée (souche C^{63}) (5), ont été infectées, soit par voie intra-péritonéale, soit par voie intra-tumorale, avec un quart de centimètre cube d'émulsion cérébrale, provenant de souris mortes de peste aviaire. Les souris ainsi inoculées ont succombé du 3e au 5e jour; leur foie présentait des altérations typiques et les granulations oxyphiles intracytoplasmiques décrites antérieurement par nous. L'examen des tumeurs a révélé une nécrobiose presque totale des cellules néoplasiques, dont les noyaux offraient les altérations chromatiniennes que l'on constate dans ceux des éléments hépatiques. Certaines de ces cellules contenaient des corpuscules oxyphiles. En outre le névraxe de ces souris s'est révélé pathogène par inoculation intra-péritonéale, effectuée à d'autres souris neuves (celles-ci sont mortes du 3e au 5e jour).

Virulence de la tumeur. — La virulence du néoplasme a été éprouvée, soit par inoculation d'une émulsion de la tumeur, par voie cœlomique, à des souris neuves, soit par greffe sous-cutanée. Les sujets inoculés dans le péritoine sont morts, sans exception, du 3e au 4e jour, avec des altérations hépatiques typiques. Quant aux souris greffées avec des fragments du néoplasme, elles ont succombé plus tard (entre le 4e et le 10e jour), offrant également des lésions caractéristiques du foie. Le greffon lui-même, prélevé au moment de la mort de l'animal, présentait une nécrose massive des cellules néoplasiques.

Conclusion. — *Le virus de la peste aviaire, pathogène pour la souris (souche Schmidt), inoculé par voie intra-péritonéale ou par voie intra-tumorale, à des souris porteuses de néoplasmes épithéliomateux, se localise et pullule dans les*

---

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 622; *C. R. Soc. Biol.*, **112**, 1933, p. 286.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, **115**, 1934, p. 425.
(3) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 762.
(4) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1214.
(5) Cette souche nous a été procurée par M. Bardach.

cellules néoplasiques, dont il détermine une nécrobiose massive, précédée par des altérations de la chromatine nucléaire. De telles tumeurs se révèlent virulentes par inoculation cœlomique ou par greffe sous-cutanée.

A 15ʰ50ᵐ l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée d'établir une liste de candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *Jean Rey*, présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

En première ligne	M. **Robert Esnault-Pelterie.**
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*.	MM. **Paul Boucherot**, **Louis Breguet.**
En troisième ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*..	MM. **Joseph Bethenod**, **Émile Brylinski**, **Albert Portevin.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17ʰ15ᵐ.

A. Lx.

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 JUIN 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse de Soleil du* 19 *juin* 1936. *Observations de la Nova Cepheï et de la Comète Peltier.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

Éclipse de Soleil. — L'éclipse totale de Soleil du 19 juin, visible comme éclipse partielle en France, a été observée généralement dans d'excellentes conditions, malgré la faible hauteur de l'astre sur l'horizon au moment du phénomène. Le Soleil s'étant levé éclipsé, seul le dernier contact a pu être noté. Voici quelques observations qui nous ont été communiquées :

A l'Observatoire de Paris ($\varphi = 48°50'11''$; $L = 2°20'14''$) l'heure du dernier contact a été notée à $5^h0^m23^s$ par M. Esclangon, à $5^h0^m24^s$ par M. Couder (temps moyen de Greenwich), nombres très sensiblement en concordance avec l'heure calculée.

A l'Observatoire de Meudon ($\varphi = 48°48'24''$; $L = 2°13'55''$), l'observation faite à la Table équatoriale par M. Baldet avec une lunette de $0^m,32$ d'ouverture, a donné $5^h0^m29^s$. Au spectrohélioscope, M. d'Azambuja, observant sur la chromosphère en radiation H_α, et déduction faite de l'épaisseur de la chromosphère, a noté $5^h0^m28^s$. Ces deux observations correspondent à un retard de quelques secondes par rapport à l'heure calculée.

A Besançon ($\varphi = 47°14'59''$, $L = 5°59'16''$), une observation de MM. René Baillaud et Chofardet a donné, pour le dernier contact, $4^h58^m35^s$, avec un angle au pôle de 109°.

A Bourges ($\varphi = 47°4'23''$, $L = 2°24'28''$), M. l'Abbé Th. Moreux a obtenu $4^h58^m57^s$, avec un retard de deux secondes sur l'heure calculée correspondante.

La Nova Cepheï. — Une nova a été découverte le 19 juin, à quelques minutes d'intervalle, par M. Nielsen sur un navire en croisière en Méditerranée, par M. Loreta à Bologne, par Himpel à Heidelberg. De grandeur actuelle 2,5, elle est située dans le ciel à quelques degrés de l'étoile ε Cepheï ([1]). MM. Baldet et Camichel ont obtenu à l'Obervatoire de Meudon 5 spectrogrammes de l'astre. Le spectre est un spectre continu sur lequel se détachent quelques raies d'absorption larges et diffuses (en particulier la série de Balmer) fortement décalées vers le violet. Sur les 3 spectres obtenus par M. Baldet à la table équatoriale, on distingue les raies du calcium interstellaire. Les raies de l'hydrogène commencent à apparaître en émission. Le spectre présente les caractéristiques habituelles du maximum d'éclat. La vitesse radiale déduite des raies H et K (Baldet) est de -1400^{km} par seconde. Déduite de la raie H_α (Camichel) elle conduit exactement au même nombre. Il est probable que cette vitesse considérable représente non pas celle propre à l'étoile, mais plutôt celle des couches superficielles en état d'expansion violente.

Comète Peltier. — Un autre objet astronomique d'actualité est la comète Peltier.

De huitième grandeur, elle augmente actuellement d'éclat et deviendra probablement visible à l'œil nu vers le 20 juillet pour atteindre la quatrième grandeur vers le 4 août.

De belles photographies ont été obtenues par M. de Kerolyr à la station d'astrophysique de l'Observatoire de Paris en Haute-Provence. Elle ne présente pas encore de queue nettement apparente, bien que la nébulosité de 2′ de dimensions apparentes, comporte déjà une forme allongée très marquée.

Elle a été étudiée spectroscopiquement par M. Baldet à l'Observatoire de Meudon. Elle présente le spectre classique des comètes. Les bandes à λ 3883, de la molécule CN, sont très intenses comparativement aux autres.

Au début d'août, elle passera assez près de la Terre, à la distance 0,17, c'est-à-dire à 26 millions de kilomètres. Malheureusement la pleine Lune, voisine de la comète, gênera, à ce moment, les observations.

([1]) M. Kobold a donné les coordonnées suivantes : $\alpha = 22^h 12^m,5$; $\delta = +55°21'$.

BIOLOGIE MATHÉMATIQUE. — *Les équations canoniques des fluctuations biologiques.* Note [1] de M. **Vito Volterra.**

1. L'équation (3) (ci-dessus, p. 1957) est satisfaite si les δX_i sont nulles aux limites. Si elles ne le sont pas, en continuant à les désigner par δX_i à la limite supérieure et par δX_i^0 à la limite inférieure on aura

$$(3') \qquad \delta U = \Sigma_i\left[\beta_i \log X'_i + \beta_i + \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s\right]\delta X_i - \Sigma_i\left[\beta_i \log X'^0_i + \beta_i + \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X^0_s\right]\delta X^0_i.$$

Regardons U comme fonction de la limite supérieure t et des valeurs de $X_1, X_2, \ldots, X_n$ à la limite supérieure. Les dérivées correspondantes pourront être écrites

$$\frac{\partial U}{\partial t}, \quad \frac{\partial U}{\partial X_1}, \quad \frac{\partial U}{\partial X_2}, \quad \ldots, \quad \frac{\partial U}{\partial X_n},$$

et l'on aura, en vertu de l'équation (3')

$$(5) \qquad \frac{\partial U}{\partial X_i} = \beta_i \log X'_i + \beta_i + \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s.$$

Mais, si nous considérons $X_1, X_2, \ldots, X_n$ comme les intégrales des équations (4) et par suite comme fonctions de t, la dérivée totale de U par rapport à t sera

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \Sigma_i \frac{\partial U}{\partial X_i} X'_i.$$

Or

$$\frac{dU}{dt} = \Phi,$$

donc

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \Phi - \Sigma_i \frac{\partial U}{\partial X_i} X'_i.$$

Posons, en tenant compte des relations (2) et (5),

$$(6) \qquad p_i = \beta_i \log X'_i + \beta_i + \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s = \frac{\partial \Phi}{\partial X'_i} = \frac{\partial U}{\partial X_i}.$$

En prenant

$$(D) \qquad H = \Phi - \Sigma_i p_i X'_i = \Sigma_i \beta_i (\varepsilon_i X_i - X'_i),$$

---

[1] Séance du 8 juin 1936.

nous aurons

$$\frac{\partial U}{\partial t} = H. \tag{7}$$

En résolvant l'équation (6) par rapport à X'_i; on trouvera

$$X'_i = e^{\frac{1}{\beta_i}\left(p_i - \beta_i - \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s\right)} \tag{8}$$

et en éliminant les X'_i dans H on aura

$$H = \Sigma_i \beta_i \left[\varepsilon_i X_i - e^{\frac{1}{\beta_i}\left(p_i - \beta_i - \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s\right)}\right]. \tag{D'}$$

On en tire

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = -e^{\frac{1}{\beta_i}\left(p_i - \beta_i - \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s\right)} = -X'_i \tag{9}$$

Mais de (6) et (4)

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{\partial \Phi}{\partial X'_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial X_i} \tag{10}$$

et de (D'), (2') et (10)

$$\frac{\partial H}{\partial X_i} = \beta_i \varepsilon_i + \frac{1}{2}\Sigma_s a_{si} X'_s = \frac{\partial \Phi}{\partial X_i} = \frac{dp_i}{dt}. \tag{11}$$

On trouve donc les équations canoniques (11), (9), c'est-à-dire

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial X_i}, \qquad \frac{dX_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial p_i}, \tag{E}$$

où H est donné par l'expression (D').

2. L'équation jacobienne sera l'équation (7) où H aura la forme (D') dans laquelle on a remplacé les quantités p_i par $\partial U/\partial X_i$ à cause des relations (6). Si nous posons

$$U = Ct + V,$$

C étant une constante, on aura

$$p_i = \frac{\partial U}{\partial X_i} = \frac{\partial V}{\partial X_i}, \qquad \frac{\partial U}{\partial t} = C$$

et l'équation jacobienne deviendra

$$C = \Sigma_i \beta_i \left[\varepsilon_i X_i - e^{\frac{1}{\beta_i}\left(\frac{\partial V}{\partial X_i} - \beta_i - \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s\right)}\right]. \tag{F}$$

Il est bien connu le lien qui passe entre l'intégration de cette équation et l'intégration des équations canoniques.

3. En additionnant membre à membre les équations (A), puisque $a_{sr} = -a_{rs}$ on trouve

$$\Sigma_r \beta_r \frac{d^2 X_r}{dt^2} - \Sigma_r \varepsilon_r \beta_r \frac{dX_r}{dt} = 0$$

et, en intégrant,

$$\Sigma_r \beta_r (\varepsilon_r X_r - X'_r) = \text{const.}, \tag{G}$$

c'est-à-dire, en vertu de (D),

$$H = \text{const.} \tag{G'}$$

Si n est pair, les équations (A) ont aussi l'intégrale [1]

$$K = \Sigma_i \beta_i (X'_i - q_i \log X'_i) = \text{const.}, \tag{I}$$

où

$$q_i = \Sigma_h \alpha_{hi} \beta_h \varepsilon_h, \tag{12}$$

α_{hi} étant l'élément conjugué de a_{hi} dans le déterminant symétrique gauche formé par ces quantités. Les équations canoniques auront donc l'intégrale que l'on trouve, en remplaçant dans K, X'_i par l'expression (8).

$$K = \Sigma_i \left[\beta_i e^{\frac{1}{\beta_i}\left(p_i - \beta_i - \frac{1}{2}\Sigma_s a_{is} X_s\right)} - q_i \left(p_i - \beta_i - \frac{1}{2} \Sigma_s a_{is} X_s \right) \right] = \text{const.} \tag{I'}$$

Il est aisé de vérifier par des calculs très faciles que la parenthèse de Poisson

$$(H, K) = 0,$$

ce qui revient à donner une nouvelle preuve que $K = \text{const.}$ est une intégrale des équations des fluctuations.

Posons

$$\Sigma_r \beta_r N_r = \Sigma_r \beta_r X'_r = \mathcal{L}, \tag{13}$$

$$C - \Sigma_r \beta_r \varepsilon_r X_r = \mathfrak{M}, \tag{14}$$

C étant une constante que l'on peut supposer être la limite supérieure de $\Sigma_r \beta_r \varepsilon_r X_r$. L'intégrale (G') s'écrira

$$\mathcal{L} + \mathfrak{M} = \text{const.} \tag{15}$$

Au point de vue biologique en regardant $\mathcal{L}$ comme une énergie de popu-

[1] VOLTERRA, *Leçons citées*, p. 45.

lation *actuelle* et $\mathcal{M}$ comme une énergie de population *potentielle* on aura qu'elles se transforment l'une dans l'autre, leur somme se conservant constante. Cette proposition est analogue au théorème des forces vives en mécanique.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Félix Mesnil** est élu membre du Conseil d'administration de la *Caisse nationale de la recherche scientifique*.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un membre de la Division des Applications de la science à l'industrie en remplacement de M. *Jean Rey* décédé.

Le nombre de votants étant 58 au premier tour et 59 au deuxième et au troisième, le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

	Nombres de suffrages.		
	1er tour.	2e tour.	3e tour.
M. Louis Breguet	17	25	28
M. Robert Esnault-Pelterie	16	22	27
M. Paul Boucherot	13	10	4
M. Albert Portevin	7	2	»
M. Joseph Bethenod	5	»	»

Aucun candidat n'ayant obtenu la majorité absolue, il est procédé, conformément au règlement, à un scrutin de ballottage entre ceux des candidats qui n'en ont point deux autres supérieurs en suffrages ; ce scrutin donne le résultat suivant :

M. Robert Esnault-Pelterie	29 suffrages
M. Louis Breguet	27 »

M. **Robert Esnault-Pelterie**, ayant réuni la majorité, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les sommes de variables aléatoires indépendantes à dispersions bornées inférieurement.* Note de MM. **W. Doeblin** et **Paul Lévy**.

La *dispersion* d'une variable aléatoire X pour la probabilité α est la longueur minima d'un intervalle contenant X dans des cas de probabilité au moins égale à α.

Lemme I. — *Étant donné une probabilité positive β, on peut déterminer un entier* N *et un nombre positif k ayant la propriété suivante : si $n > N$ et si a_1, a_2, ..., a_n sont des nombres positifs au moins égaux à un nombre l, la dispersion de la somme* $S = \Sigma \pm a_\nu$ (ses 2^n valeurs possibles étant également probables), *pour la probabilité β, est au moins égale à $kl\sqrt{n}$.*

Introduisons un nombre ε d'autant plus petit que β est plus petit et distinguons trois cas.

Premier cas. — *Le nombre n' des a_ν inférieurs à $\varepsilon l\sqrt{n/2}$ est* $\geqq n/2$. Soit alors S′ la somme des termes de S contenant les a_ν ainsi distingués; la valeur probable de S′ est nulle, et celle de S'^2 est $\sigma'^2 \geqq nl^2/2$, de sorte que chaque terme est inférieur à $\varepsilon\sigma'$. S'/σ' dépend donc d'une loi d'autant plus voisine de celle de Gauss que ε est plus petit; si ε a été pris assez petit, on peut borner inférieurement sa dispersion pour la probabilité β; on a donc pour celle de S′, *a fortiori* pour celle de S, une borne inférieure de la forme cherchée.

Pour distinguer les deux autres cas, désignons par p un entier tel que $2^{-p} < \beta$, et par p' la partie entière de $(n-2)/2p$. Rangeons les a_ν par ordre de grandeurs décroissantes et posons $b_q = a_{p'q+1}$. Le premier cas étant exclu, $b_p \geqq \varepsilon l\sqrt{n/2}$.

Deuxième cas. — *On a* $b_q \geqq 3b_{q+1}$ (pour $q = 1, 2, \ldots, p-1$). Soit alors S″ la somme des termes de S contenant $b_1, \ldots, b_p$. Ses valeurs possibles diffèrent deux à deux d'au moins $2b_p \geqq \varepsilon l\sqrt{2n}$; chacune d'elles a une probabilité $< \beta$. La dispersion de S″, *a fortiori* celle de S, pour la probabilité β, est donc $> \varepsilon l\sqrt{2n}$.

Troisième cas. — *Il existe un $b \geqq \varepsilon l\sqrt{n/2}$ tel que l'intervalle $(b, 3b)$ contienne deux nombres b_q*, donc $p'+1$ nombres a_ν. Si S′ désigne ici la

somme des termes de S contenant ces a_ν, en raisonnant comme dans le premier cas, on trouve pour la dispersion étudiée une borne inférieure de la forme $k'ln$. Le lemme est ainsi établi dans tous les cas.

Lemme II. — *Étant donné deux probabilités* α *et* $\beta (0 < \alpha < 1,\ 0 < \beta)$, *on peut déterminer* k *et* N *ayant la propriété suivante : si* $n > N$, *si* S *est la somme de* n *termes aléatoires indépendants* X_ν, *chacun dépendant d'une loi symétrique et telle que*

$$\Pr.\{|X_\nu| < l\} \leqq \alpha,$$

la dispersion de S, *pour la probabilité* β, *est* $\geqq kl\sqrt{n}$.

Choisissons ε' arbitrairement petit et α' entre α et 1. Soient k' le coefficient correspondant à la probabilité $\beta - \varepsilon'$ dans les conditions du lemme I, et $k = k'\sqrt{1-\alpha'}$. On peut choisir d'abord les modules, ensuite les signes, des X_ν et supposer $n' > (1-\alpha')n$, n' étant le nombre des $|X_\nu| \geqq l$; l'hypothèse ainsi négligée a sa probabilité $< \varepsilon'$, pour n assez grand. D'après le lemme I, appliqué à la somme S' des n' plus grands termes de S, la probabilité de $a \leqq S' \leqq b\ (b - a < kl\sqrt{n} < k' l\sqrt{n'})$, évaluée lorsque les $|X_\nu|$ sont connus, est alors $< \beta - \varepsilon'$. Il en est de même *a fortiori* de la probabilité de $a \leqq S \leqq b$; compte tenu des cas d'abord négligés, la probabilité *a priori* de $a \leqq S \leqq b$ est $< \beta$. C. Q. F. D.

Théorème. — *Étant donné deux probabilités* α *et* $\beta (0 < \alpha < 1,\ 0 < \beta)$, *on peut déterminer* k *et* N *ayant la propriété suivante : si* $n > N$, *si* S *est la somme de* n *termes aléatoires indépendants* X_ν, *la dispersion de chaque* X_ν *pour la probabilité* α *étant* $\geqq 2l$, *la dispersion de* S *pour la probabilité* β *est* $\geqq kl\sqrt{n}$.

Associons à chaque X_ν une variable X'_ν indépendante d'elle, mais dépendant de la même loi; $X_\nu - X'_\nu$ dépend d'une loi symétrique, et sa dispersion, pour la probabilité α, est au moins égale à celle de X_ν. Celle de $\Sigma(X_\nu - X'_\nu)$, pour la probabilité β^2, est au plus le double de celle de ΣX_ν pour la probabilité β. On est donc ramené au lemme II.

Des calculs plus précis permettent de trouver la borne supérieure K des valeurs possibles pour k (on peut en approcher autant qu'on veut en prenant N assez grand). Soit $2l\sigma$ le minimum de l'écart type d'une variable X_ν vérifiant les conditions de l'énoncé; σ est défini par

$$\sigma^2 = \sum_{q=1}^{p} \frac{q - \alpha q^2}{2} = \frac{p(p+1)}{4} - \alpha \frac{p(p+1)(2p+1)}{12},$$

où p est la partie entière de $1/\alpha$. On peut exprimer le même résultat en disant que, pour $\alpha = 1/p$, $\sigma^2 = (p^2 - 1)/12$, et que σ^2 varie linéairement

de $1/p$ à $1/(p+1)$. On réalise asymptotiquement la dispersion minima pour S (β quelconque et N infini) en supposant que chaque X_ν réalise ce minimum de l'écart type. K est donc la dispersion, pour la probabilité β, d'une variable gaussienne d'écart type $2\sigma(\alpha)$.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les mouvements qui dépendent du hasard.* Note (1) de M. **B. Hostinsky**, présentée par M. Émile Borel.

1. Considérons une suite d'expériences dont chacune assigne à un point mobile M une position A_n. Il y a en somme r positions possibles $A_1, A_2, \ldots, A_r$ et, étant donné que M se trouve avant la $m^{\text{ième}}$ expérience au point A_i, il y a une probabilité p_{ik} pour que la $m^{\text{ième}}$ expérience lui assigne la position A_k ($i, k = 1, 2, \ldots, r$). Soit N un autre point mobile dont toutes les positions possibles sont $B_1, B_2, \ldots, B_s$. La position actuelle A_i de M étant connue il y a une probabilité ρ_{ik} pour que N se trouve au point B_k (2). Posons

$$P_{ik}^{(n)} = \sum_{j=1}^{r} P_{ij}^{(n-1)} p_{jk}, \qquad P_{ik}^{(1)} = p_{ik}, \qquad \sum_{k=1}^{n} p_{ik} = 1.$$

La probabilité pour que N se trouve après la $n^{\text{ième}}$ expérience au point B_k étant donné que M se trouvait au point A_i avant la première expérience est égale à

$$R_{ik}^{(n)} = \sum_{j=1}^{r} P_{ij}^{(n)} \rho_{jk} \qquad (i = 1, 2, \ldots, r;\ k = 1, 2, \ldots, s).$$

2. Admettons que toutes les probabilités p_{ik} soient positives. Alors $P_{ij}^{(n)}$ tend vers une limite P_j indépendante de i, si n augmente indéfiniment et

(1) Séance du 15 juin 1936.

(2) Ce schéma ne diffère que par sa forme géométrique de celui que Markoff appelle épreuves liées en chaîne par les événements laissés sans observation (*Bull. de l'Ac. de Saint-Pétersbourg*, 6e série, 6, 1912, p. 551). Voir aussi mon fascicule intitulé *Méthodes générales du Calcul des probabilités* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, n° 52, p. 38). On pourra supposer (au lieu d'introduire les p_{ik}) que, deux positions successives A_i et A_k de M étant connues, il y a une probabilité p_{ikl} pour que A_l soit la position suivante de M.

nous avons

$$\lim_{n=\infty} R_{ik}^{(n)} = \sum_{j=1}^{k} P_j p_{jk} = R_k \qquad (k = 1, 2, \ldots, r), \tag{1}$$

c'est-à-dire après un nombre infini d'expériences successives, la probabilité pour que le point N prenne une position déterminée ne dépendant pas de la position initiale du point M.

3. Soient $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s$, s coefficients donnés attachés respectivement aux s positions possibles $B_1, B_2, \ldots, B_s$ du point N et désignons par $x^{(n)}$ la variable aléatoire qui est égale à α_k, si le point N vient en B_k après la $n^{\text{ième}}$ expérience. La valeur moyenne de $x^{(n)}$ sera égale à $\sum_{k=1}^{s} R_{ik}^{(n)} \alpha_k$ toujours sous l'hypothèse que M était, avant la première expérience, au point A_i. Donc, après un nombre infini d'expériences successives, cette valeur moyenne deviendra égale à $R = \sum_{k=1}^{s} R_k \alpha_k$, où R_k est donné par la formule (1). Markoff a démontré dans le travail cité que la valeur moyenne de

$$\frac{1}{n}[x^{(1)} + x^{(2)} + \ldots + x^{(n)} - nR]^2$$

tend vers une limite déterminée, si n augmente indéfiniment, et il a calculé (dans le cas où $r = 3$, $s = 2$) cette valeur limite au moyen des fonctions génératrices. On pourrait sans doute obtenir une formule plus simple de cette limite au moyen des méthodes employées par Fréchet ([1]) et par Potoček ([2]) dans le cas d'une chaîne simple.

4. Supposons maintenant que l'on ait

$$\begin{cases} p_{12} = p_{23} = p_{34} = \ldots = p_{r-1,r} = p_{r1} = 1, \\ p_{ik} = 0 \text{ dans tous les autres cas.} \end{cases} \tag{2}$$

Le mouvement du point M sera alors déterminé par sa position initiale A_i. La suite de positions successives de M sera périodique, une période étant formée par $A_i A_{i+1} \ldots A_r A_1 A_2 \ldots A_{i-1}$. De même la probabilité relative à la position du point N variera périodiquement. Mais la la suite de positions que prend effectivement le point N ne sera pas pério-

---

([1]) *Annali della R. Scuola Norm. Sup. di Pisa*, 2e série, 2, 1933, p. 131-167.

([2]) *Publications de la Faculté des Sciences de l'Université Masaryk*, n° 154, Brno, 1932, p. 1-28.

dique. Admettons que les positions successives $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, ... de N soient observées par un observateur tandis que le mouvement du point M lui reste inconnu ([1]). La position $M^{(n)}$ du point M peut être regardée comme la cause (ou une des causes) de sa position suivante $M^{(n+1)}$; mais la position $N^{(n)}$ de N n'a aucune influence sur la position $N^{(n+1)}$.

L'ensemble de positions $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, ... peut être interprété de deux manières différentes. La première interprétation consiste à admettre que N soit un même objet observé successivement dans les positions $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, ... La seconde interprétation consiste à adjoindre à la position $M^{(n)}$ de M une position $N^{(n)}$ d'un autre point, mais on ne pose plus que les positions $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, ..., observées successivement appartiennent à un même objet matériel. Le second cas conviendrait peut-être à l'étude des corpuscules attachés aux ondes, où il y a à chaque instant une certaine probabilité qu'un corpuscule (ou plusieurs corpuscules) se trouve en un lieu donné; mais deux corpuscules observés à deux époques différentes ne doivent pas être regardés comme deux positions d'un même objet matériel.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les chaînes statistiques.*

Note de MM. **Octav Onicescu** et **G. Mihoc**, présentée par M. Émile Borel.

Une Note de M. B. Hostinsky ([2]) nous suggère une méthode assez générale pour l'étude du comportement asymptotique des chaînes à liaisons complètes ([3]).

Cette méthode présente, dans certains cas, un avantage de simplicité sur celle que nous avons employé dans les travaux cités, car elle en réduit l'étude à celle du comportement asymptotique d'une chaîne de Markoff ou de chaînes apparentées.

Soient

$$X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n,\ \ldots \tag{1}$$

les variables qui constituent la chaîne; a_1, a_2, ..., a_{l+1} les valeurs que

---

([1]) Cette manière d'envisager le problème a été adoptée précisément par Markoff. Toutefois Markoff ne parle que des mouvements; il n'introduit pas des probabilités des phénomènes abstraits.

([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1000.

([3]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 511; *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, 59, juin 1935, p. 174.

chacune de ces variables peut prendre; si X_{n-1} a pris la valeur a_i et si les probabilités respectives en sont $p_1, p_2, \ldots, p_l, p_{l+1} = 1 - p_1 - p_2 - \ldots - p_l$, les probabilités de X_n seront

$$\varphi_{i1}(p_1, p_2, \ldots, p_l), \quad \varphi_{i2}(p_1, p_2, \ldots, p_l), \quad \ldots, \quad \varphi_{il+1}(p_1, p_2, \ldots, p_l).$$

Cela veut dire que, à la $n^{\text{ième}}$ expérience, la probabilité d'avoir comme probabilités de X_n les valeurs $\varphi_{i1}, \varphi_{i2}, \ldots, \varphi_{il}, \varphi_{il+1}$, en sachant que les probabilités respectives de X_{n-1} sont $p_1, p_2, \ldots, p_l, p_{l+1}$, est p_i.

On peut alors construire une nouvelle chaîne

$$(2) \qquad Y_1, \; Y_2, \; \ldots, \; Y_n, \; \ldots,$$

dont les éléments sont les probabilités avec lesquelles les variables respectives de la chaîne X_i peuvent prendre les valeurs $a_1, a_2, \ldots, a_l, a_{l+1}$. La nouvelle chaîne est d'un type voisin de celles étudiées par M. R. Fortet (¹).

C'est sur un exemple que nous allons montrer comment on peut utiliser la chaîne (1) pour l'étude asymptotique de la première chaîne.

Une urne contient N boules blanches et noires. On en change la composition après chaque extraction selon la règle suivante : si avant l'extraction on avait α boules blanches et β noires ($\alpha + \beta = N$) et si l'extraction donne une boule blanche, la nouvelle composition sera $\alpha' = \varphi(\alpha)$, $\beta' = N - \varphi(\alpha)$; si l'extraction donne une boule noire, la composition deviendra $\alpha'' = \psi(\alpha)$, $\beta'' = N - \psi(\alpha)$ où $\varphi(\alpha)$ et $\psi(\alpha)$ sont deux fonctions positives qui pour les valeurs entières de α de O à N prennent aussi toutes les valeursde O à N.

Soit $P_n(x)$ la probabilité d'obtenir une boule blanche dans l'extraction d'ordre n sachant que x est la probabilité d'obtenir une boule blanche dans la première extraction et soit $Q_n(\tau, x)$ la probabilité correspondante à la chaîne (1) d'obtenir à la $n^{\text{ième}}$ extraction une boule blanche avec la probabilité $\tau (\tau = 0, 1/N, 2/N, \ldots, N/N)$.

On aura évidemment

$$P_n(x) = \Sigma_\tau \tau Q_n(\tau, x).$$

La forme des fonctions $\varphi(\alpha)$ et $\psi(\alpha)$ nous montre que dans ce cas la succession (2) est une chaîne de Markoff habituelle, à éléments constants, et l'on connaît les conditions dans lesquelles pour une pareille chaîne la limite de $Q_n(\tau, x)$ existe.

Si le principe ergodique est donc vérifié pour la chaîne (1), il en est de

(¹) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 184; 202, 1936, p. 1362.

même pour la chaîne donnée, car si $Q_n(\tau, x)$ tend, avec $n \to \infty$, vers une limite indépendante de x, il en sera de même de $P_n(x)$.

Voici quelques exemples :

1° $N = 2$:

$$\varphi(0) = 2, \quad \varphi(1) = 2, \quad \varphi(2) = 1,$$
$$\psi(0) = 1, \quad \psi(1) = 0, \quad \psi(2) = 2.$$

L'équation caractéristique $D(\lambda) = 0$ de la chaîne de Markoff (1) admet en ce cas les racines 1, 1/2, 0. Le principe ergodique est satisfait.

2° $N = 2$:

$$\varphi(0) = 1, \quad \varphi(1) = 2, \quad \varphi(2) = 0,$$
$$\psi(0) = 2, \quad \psi(1) = 0, \quad \psi(2) = 1.$$

Les racines de l'équation $D(\lambda) = 0$ sont 1, -1, 0. La limite de l'expression $Q_n(\tau, x)$ n'existe pas pour $n \to \infty$; $P_n(x)$ n'en aura une non plus.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la notion d'espace complet en géométrie différentielle.* Note de M. **Charles Ehresmann**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans une théorie de géométrie différentielle, il importe de définir ce qu'il faut entendre par espace complet, lorsqu'on veut aborder l'étude des propriétés *globales* d'un espace. La notion d'espace complet dépendra des objets géométriques fondamentaux (élément linéaire, élément d'aire, connexion affine, etc.) qui définissent la géométrie différentielle considérée. D'une façon générale, on pourrait considérer comme complet un espace qui n'est pas prolongeable, c'est-à-dire qui n'est pas isomorphe à un domaine d'un espace de même structure locale, ce domaine ayant au moins un point frontière. Mais la classe des *espaces non prolongeables* est trop vaste pour que leur étude conduise à des théorèmes simples. Dans le cas d'un espace de Riemann, l'espace est dit complet ou *normal* si toute ligne divergente a une longueur infinie (1). Je me propose d'étendre cette notion d'espace normal au cas des espaces généralisés de M. E. Cartan (2) et d'indiquer un théorème fondamental pour la classe des espaces normaux ainsi définis.

Du point de vue global, un espace généralisé de M. E. Cartan peut être

(1) Voir H. Hopf, W. Rinow, *Comment. Math. Helvet.*, 3, 1931, p. 209-225.

(2) Voir *La méthode du repère mobile, etc.* (*Actualités scient. et ind.*, fasc. 194, 1935, p. 54-65).

défini de la façon suivante : soient E une variété analytique à n dimensions, H un espace homogène de Lie à n dimensions, G le groupe de Lie opérant dans H et g le sous-groupe qui laisse invariant un point O de H. A chaque point x de E nous supposons associé un espace H_x isomorphe à H, le point x étant supposé commun à E et H_x. Un isomorphisme de H sur H_x peut être considéré comme un repère dans H_x. Si cet isomorphisme met en correspondance les points x et O, on a un repère d'origine x, qui sera désigné par R_x. S étant une transformation de G, on désignera par $R_x S$ le repère qui se déduit de R_x par la transformation S relativement à R_x. L'espace E sera un espace généralisé par rapport à H lorsque tout point x_0 admet dans E un voisinage $V(x_0)$ tel qu'aux points x de $V(x_0)$ on ait associé une famille de repères R_x et tel qu'à l'ensemble de deux repères R_x et R_{x+dx} de cette famille on ait associé une transformation infinitésimale

$$S(x, dx) = \sum_{i=1}^{r} e_i X_i, \qquad \text{où} \quad e_i = p_i(x, dx),$$

les fonctions $p_i(x, dx)$ étant analytiques en x et linéaires en dx; de plus les fonctions $p_i(x, dx)$, pour $i = 1, \ldots, n$, sont linéairement indépendantes par rapport à dx, en supposant que g soit engendré par les transformations infinitésimales telles que $e_1 = \ldots = e_n = 0$. La famille de repères R_x sera appelée une famille analytique de repères. On obtient une famille équivalente en remplaçant le repère R_x par $R_x S_u$, où u est un point de la variété g, ce point étant une fonction analytique de x dans $V(x_0)$. Les transformations infinitésimales associées à cette deuxième famille de repères seront $S_u^{-1} S(x, dx) S_{u+du}$ dont les paramètres sont

$$e_i = \varpi_i(x, dx, u, du),$$

où les n premières fonctions ϖ_i ne dépendent pas de du, tandis que les $r-n$ dernières sont linéairement indépendantes par rapport à du. Deux familles analytiques de repères associées à deux domaines $V(x_0)$ et $V(x_1)$ doivent être équivalentes dans tout domaine commun à $V(x_0)$ et $V(x_1)$.

Soient $\omega_i(\xi, d\xi)$ les paramètres de la transformation infinitésimale $S_\xi^{-1} S_{\xi+d\xi}$. Le système d'équations différentielles

$$\omega_i(\xi, d\xi) = p_i(x, dx),$$

où x est supposé être une fonction analytique d'un paramètre t, permet d'associer à tout arc analytique de E d'origine x_0 un arc analytique de H

d'origine O. Il résulte de l'homogénéité de H que ce résultat est valable pour un arc analytique arbitraire de E, et pas seulement pour un élément d'arc suffisamment petit.

D'une manière analogue, un *élément* d'arc analytique d'origine O peut être *développé* suivant un *élément* d'arc d'origine x_0. Mais cette propriété n'a pas forcément lieu pour un arc analytique quelconque lorsque E ne satisfait pas à des conditions d'ordre global. Au point de vue local la théorie des courbes est la même dans les espaces E et H. Pour que la théorie des courbes soit encore la même du point de vue global, il faut et il suffit que E satisfasse à la condition suivante : *tout arc analytique de* H *peut se développer suivant un arc analytique de* E *ayant pour origine un point* x *quelconque*. Un espace E satisfaisant à cette condition sera dit *normal*. Cette condition généralise la condition de normalité pour les espaces de Riemann. Si H′ est un espace homogène localement isomorphe à H, l'espace E peut aussi être considéré comme un espace généralisé par rapport à H′. Si E est normal par rapport à H, il est aussi normal par rapport à H′. *Un espace normal est non prolongeable, mais un espace généralisé non prolongeable n'est pas forcément normal.*

La notion d'*isomorphie* entre deux espaces généralisés E et E′ ne présente pas de difficultés. Deux espaces E et E′ sont dits *localement isomorphes* lorsqu'il existe un domaine de E qui est isomorphe à un domaine de E′. On a le théorème suivant :

Étant donné deux espaces généralisés normaux et localement isomorphes, s'ils sont tous les deux simplement connexes, ils sont globalement isomorphes.

Ce théorème, dont la démonstration sera donnée dans un autre article, généralise un théorème analogue relatif aux espaces de Riemann (1). Tout espace de recouvrement d'un espace normal est également un espace normal. Par suite si E et E′ sont deux espaces normaux localement isomorphes, leurs espaces de recouvrement simplement connexes sont globalement isomorphes.

---

(1) Voir W. Rinow, *Math. Zeitschrift*, 35, 1932, p. 514.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une famille de surfaces du quatrième ordre.* Note de M. **David Wolkowitsch**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Nous appellerons *cycléides* les surfaces engendrées par une circonférence dont le plan tourne autour d'une droite fixe (*axe*) et qui a pour diamètre une corde d'une courbe (*directrice*) située dans un plan normal à l'axe.

Dans cette Note, il ne sera question que des cycléides ayant pour directrice une conique dont le centre est sur l'axe. Leur équation, dans le cas d'une conique proprement dite (surface Γ_1) est

$$(x^2+y^2+z^2)\left(\frac{x^2}{R^2}\pm\frac{y^2}{r^2}\right)-(x^2+y^2)=0$$

et, dans le cas de deux droites parallèles (surface Γ_2),

$$(x^2+y^2+z^2)\,x^2-\alpha^2(x^2+y^2)=0.$$

La surface Γ_1 est la surface des singularités du complexe de Painvin relatif à un hyperboloïde H, dont une hyperbole principale est équilatère, son équation étant

$$\frac{x^2}{a}-\frac{y^2}{a}+\frac{z^2}{c}-1=0 \quad \text{avec} \quad R^2=a+c \quad \text{et} \quad r^2=a-c.$$

L'axe est une génératrice double de la surface, de sorte que les cônes circonscrits dont les sommets se trouvent sur cette génératrice, sont du second degré et dégénèrent en deux plans pour les points pinces; quatre de ces plans sont réels, si la directrice est elliptique, et touchent la surface le long d'une circonférence.

La conique de base du cône circonscrit à la surface, issu d'un point S, situé à la distance s du centre, a pour équation, en coordonnées polaires (valable d'ailleurs pour la directrice la plus générale) :

$$\text{(C)} \qquad \frac{1}{\rho_2}=\frac{1}{[f(\omega)]^2}-\frac{1}{s^2},$$

où $f(\omega)$ est la longueur du vecteur de la courbe directrice d'azimut ω.

La courbe de contact de ce cône est la transformée par inversion de (C), la sphère d'inversion ayant pour diamètre SO. C'est donc une biquadratique gauche. Quand le point S varie sur la génératrice double, les courbes de contact forment, avec les cercles, un réseau de lignes conjuguées (théorème de Kœnigs).

En utilisant la relation de la surface avec le complexe de Painvin, on obtient la représentation paramétrique

$$x=\sqrt{\frac{(a^2-\lambda).(a-\mu)}{2a(a-c)}},\qquad y=\sqrt{\frac{(a^2-\lambda).(a+\mu)}{-2a(a+c)}},\qquad z=\sqrt{\frac{(c^2-\lambda).(c-\mu)}{c^2-a^2}}.$$

Les courbes $\mu=\text{const.}$ sont les cercles; les courbes $\lambda=\text{const.}$ sont les trajectoires orthogonales de ces cercles; elles sont les intersections des deux quadriques, homofocales de l'hyperboloïde H, et correspondant aux deux valeurs $+\sqrt{\lambda}$ et $-\sqrt{\lambda}$ du paramètre; elles se trouvent également sur des *cônes de révolution d'axe* Oz.

Cette dernière propriété permet d'énoncer ce théorème : *les cercles sont coupés par quatre courbes* λ *en quatre points, dont le rapport anharmonique est constant*. C'est l'expression d'un théorème de Cayley sur les surfaces à génératrices circulaires et qui est immédiat dans le cas présent.

Enfin, pour la surface Γ_1 à directrice elliptique, M. d'Ocagne nous a signalé que, si V est le volume du solide limité par la surface et les deux plans de cotes $\pm h$, V_1 le volume de l'éllipsoïde de demi-axes R, r, h, V_0 le volume de la sphère de rayon h, on a

$$2(V-V_1)=V_1-V_0.$$

La surface Γ_2, qui n'a plus de rapport avec le complexe de Painvin, possède d'intéressantes propriétés qui lui sont particulières.

Sa représentation paramétrique s'obtient aisément, en partant de celle de la sphère (on pourrait faire de même pour la surface Γ_1).

Soit α la demi-distance des droites parallèles, on a

$$x=\alpha\cos\varphi,\qquad y=\frac{\alpha\cos\varphi}{\cos\omega}\sin\omega,\qquad z=\frac{\alpha}{\cos\omega}\sin\varphi.$$

Les courbes $\omega=\text{const.}$ sont les cercles, les courbes $\varphi=\text{const.}$, des *hyperboles*, trajectoires orthogonales de ces cercles, et intersections de cônes de révolution avec les plans d'abscisse constante. Ces courbes se projettent suivant des coniques homofocales sur yOz. Les cônes circonscrits, issus des points de l'axe Oz donnent encore, sur la surface, les lignes conjuguées des cercles; on obtient des biquadratiques dont les projections sur le plan yOz sont des *cercles d'un faisceau linéaire*; les cercles de rayon nul de ce faisceau sont les *foyers* des coniques homofocales.

Le théorème de Kœnigs donne aussi les lignes conjuguées des hyperboles, ce sont les courbes de contact des cylindres circonscrits, dont les

génératrices sont parallèles au plan yOz. La projection de ces courbes sur le plan yOz, donne les lieux des points de contact des tangentes de direction donnée aux coniques homofocales; ce sont des *hyperboles équilatères*. Ayant deux groupes de lignes conjuguées, il est facile de construire les directions asymptotiques de l'indicatrice comme rayons doubles d'un faisceau involutif.

Le théorème de Cayley, immédiat pour les cercles coupés par 4 hyperboles fixes, est également valable pour les hyperboles coupées par 4 cercles fixes. En effet, le rapport anharmonique des 4 points est le même que celui des 4 droites parallèles à une asymptote, menées par ces points; or, le rapport anharmonique de ces parallèles dépend seulement des 4 angles ω, qui définissent les plans des 4 cercles.

En projetant sur le plan yOz, et en généralisant à l'aide d'une transformation homographique, nous pouvons énoncer ce théorème :

Quatre coniques fixes d'un faisceau linéaire tangentiel étant données, une conique variable de ce même faisceau est coupée par les coniques fixes en 16 *points qu'on peut classer par groupes de* 4, *chaque groupe ayant un rapport anharmonique constant.*

Une transformation dualistique permettra d'énoncer un théorème corrélatif pour le faisceau ponctuel.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur deux groupes de transformations définis par des géodésiques.* Note de M. **Victor Lalan**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soit (Γ) une courbe tracée sur une surface; A et B deux points de cette courbe d'abscisses curvilignes s et v; α l'angle sous lequel la géodésique (G) qui joint A et B coupe la courbe (Γ) en A. Suivant la terminologie introduite par M. Pierre Boos dans sa Thèse [1], la courbe (Γ) est une courbe (P) si l'on a la relation

$$v = s + \varphi(\alpha). \tag{1}$$

M. Boos a découvert que, seules, contiennent des courbes (P) les surfaces dont le ds^2 admet un groupe de transformations. Ce fait peut se démontrer très simplement comme suit.

---

[1] *Propriétés caractéristiques de courbes ou de surfaces*, Paris, 1936.

La formule (1) définit un groupe à un paramètre α, contenant la transformation identique, qui correspond à $\alpha = 0$. Le paramètre de la transformation inverse est l'angle β (de signe contraire à α) sous lequel la géodésique (G) coupe (Γ) en B; il s'ensuit que β ne dépend que de α. Montrons d'abord que la longueur L de l'arc géodésique (G), qui pourrait dépendre de s et de α, ne dépend en fait que de α.

En faisant varier d'abord s, puis α, nous obtenons

$$\frac{\partial L}{\partial s} = \cos\beta - \cos\alpha, \qquad \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \varphi'(\alpha)\cos\beta. \tag{2}$$

Comme $\beta = \psi(\alpha)$, la condition de compatibilité exige que $\cos\beta - \cos\alpha$ soit une constante, et cette constante est nulle, comme on le voit en faisant $\alpha = 0$. Donc on a bien $\partial L/\partial s = 0$.

D'après cela, quand on déforme l'arc de géodésique (G) de manière à obtenir l'arc de géodésique (G′), qui joint les points A′ et B′, d'abscisses $s + \delta s$ et $v + \delta s$, L ne varie pas. Or une propriété remarquable de tout arc de géodésique, c'est que la variation première de sa longueur ne dépend que du déplacement subi par ses extrémités, et nullement du mode de déformation de l'arc lui-même. Dans le cas actuel, en particulier, si l'on déforme l'arc (G) de façon quelconque, sauf à amener ses extrémités en A′ et B′, la variation première δL sera nulle.

Adoptant les notations de M. Boos, prenons le ds^2 sous la forme $du^2 + C^2(u, v)dv^2$, avec $C(0, v) \equiv 1$, la courbe (Γ) correspondant à $u = 0$. Nous aurons une déformation du type indiqué en déplaçant tous les points de (G) suivant les lignes $u = \text{const.}$, v variant uniformément de la quantité δs. La variation correspondante est évidemment

$$\delta L = \delta s \int_{(G)} \frac{\dfrac{\partial(C^2)}{\partial v}}{\sqrt{u'^2 + C^2}}\, dv.$$

Pour que cette expression soit nulle, quels que soient les points A et B, il est nécessaire, on s'en rend compte aisément, que $\partial(C^2)/\partial v \equiv 0$. C'est ce qu'il s'agissait de démontrer.

2. Un raisonnement analogue permet de traiter le cas des courbes que M. Boos appelle les courbes (P′), pour lesquelles la relation (1) est remplacée par

$$v = s\varphi(\alpha). \tag{3}$$

Ici encore nous avons un groupe; donc $\beta = \psi(\alpha)$. Les formules (2)

deviennent

$$(4) \qquad \frac{\partial L}{\partial s} = \varphi(\alpha)\cos\beta - \cos\alpha, \qquad \frac{\partial L}{\partial \alpha} = s\,\varphi'(\alpha)\cos\beta,$$

ce qui entraîne $\partial L/\partial s = L/s$.

Mais on peut aussi calculer $(\partial L/\partial s)\partial s$ en déformant (G) suivant la loi

$$\delta u = u\frac{\delta s}{s}, \qquad \delta v = v\frac{\delta s}{s}, \qquad \text{d'où} \quad \delta(du) = du\frac{\delta s}{s}, \qquad \delta(dv) = dv\frac{\delta s}{s},$$

car la courbe obtenue a mêmes extrémités que la géodésique (G'). Donc

$$\frac{\partial L}{\partial s}\delta s = \frac{\delta s}{s}\int \frac{\frac{\partial(C^2)}{\partial u}u + \frac{\partial(C^2)}{\partial v}v}{2\sqrt{u'^2 + C^2}}\,dv + \frac{\delta s}{s}L.$$

Comparant avec le résultat antérieur $\partial L/\partial s = L/s$, on obtient la condition nécessaire et suffisante

$$u\frac{\partial(C^2)}{\partial u} + v\frac{\partial(C^2)}{\partial v} \equiv 0 \qquad \text{ou} \qquad C = f\left(\frac{v}{u}\right).$$

3. Existe-t-il des courbes analogues aux courbes (P) et (P'), telles que la relation $v = f(s, \alpha)$ définisse un groupe? L'équation de ce groupe, s'il existait, pourrait s'obtenir en intégrant une équation différentielle

$$\frac{dv}{d\alpha} = \xi(v)\,\psi(\alpha) \qquad \text{avec} \quad v = s \text{ pour } \alpha = 0.$$

Elle serait donc équivalente à

$$v = s + [\xi(s)\psi(0)]\alpha + \xi(s)[\xi'(s)\psi^2(0) + \psi'(0)]\frac{\alpha^2}{2} + \dots$$

Or, si l'on appelle ρ le rayon de courbure géodésique de la courbe au point s, on a par ailleurs

$$v = s + 2\rho\alpha + \frac{4\rho\rho'}{3}\alpha^2 + \dots$$

L'identification donne

$$\rho' = -\frac{3}{2}\frac{\psi'(0)}{\psi(0)} = \text{const.}$$

Si $\rho = \text{const.}$, on en déduit $\xi(s) = \text{const.}$, d'où $v = s + \varphi(\alpha)$. Si $\rho = As$, il vient $\xi(s) = Bs$, d'où $v = s\,\varphi(\alpha)$. On ne trouve donc pas d'autre cas que celui des courbes (P) ou (P'). Sauf dans ces deux cas, la relation $v = f(s, \alpha)$ ne peut jamais être de la forme $F(v) = F(s)\,\varphi(\alpha)$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les algébroïdes entières.* Note de M. **Armand Rauch**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $u(z)$ l'algébroïde d'ordre $\rho > 0$ définie par

$$u^\nu + A_1(z)u^{\nu-1} + A_2(z)u^{\nu-2} + \ldots + A_\nu(z) = 0.$$

A. *Il existe au moins une direction d'ordre ρ pour les racines de $u(z) = x$, sauf peut être pour un ensemble de mesure linéaire nulle de valeurs x.*

B. *Toute direction d'ordre $\lambda > 0$ contient une suite infinie de centres de cercles dans lesquels le nombre des racines de $u(z) = x$ est d'ordre $\geqq \lambda$, sauf peut être pour un ensemble de mesure linéaire nulle de valeurs x. Ces cercles sont vus de l'origine sous un angle qui tend vers zéro.*

Pour la démonstration on remarque que

$$(1)\quad \begin{cases} \frac{1}{\nu} n\left(\frac{R}{2};\, u=a\right)\log 2 \\ \quad \leqq \frac{1}{\nu}\int_{\frac{R}{2}}^{R} n(t;\, u=a)\,\frac{dt}{t} \leqq N(R;\, u=a) \leqq T\left(R;\, \frac{1}{u-a}\right) \\ \quad \leqq \frac{1}{\nu}\log\left|\frac{1}{(u_1-a)(u_2-a)\ldots(u_\nu-a)}\right|_0 = T(R;\, u) + \overset{+}{\log}|a| + \log 2. \\ T(R;\, u) \leqq T(R;\, u-x) + \overset{+}{\log}|x| + \log 2 \\ \quad \leqq \frac{1}{\nu}\log|(u_1-x)(u_2-x)\ldots(u_\nu-x)|_0 + T\left(R;\, \frac{1}{u-x}\right) + k \\ \quad \leqq m\left(R;\, \frac{1}{u-x}\right) + N(R;\, u-x) + \frac{1}{\nu}\sum_1^\nu \overset{+}{\log}|u_1(0)| + k. \end{cases}$$

Donc

$$(2)\quad n\left(\frac{R}{2};\, u=a\right) \leqq \text{const}\left[N(R;\, u=x) + m\left(R;\, \frac{1}{u-x}\right) + \frac{1}{\nu}\sum_1^\nu\left(\log\left|\frac{1}{u_q-a}\right| + \overset{+}{\log}|u_q| + \overset{+}{\log}|a|\right)_0 + k\right].$$

Divisons le plan en quadrilatères curvilignes $Q(p, i)$ par les courbes

$$|z| = (1+\alpha)^p;\qquad \arg z = i\alpha\qquad \left(p = 1, 2, 3, \ldots;\ i = 0, 1, 2, \ldots, \frac{2\pi}{\alpha}\right).$$

Prenons x extérieur à l'ensemble exceptionnel de M. Valiron [1] et par conséquent tel que

$$m\left(r; \frac{1}{u-x}\right) \leqq o[\log T(r)] \qquad (r \geqq r_0). \tag{3}$$

Considérons maintenant (2) pour des cercles R/2 et R entourant $Q(p, i)$ et ayant pour centre $z(p, i)$, point de Boutroux-Cartan [2] pour N aussi près que possible du centre de $Q(p, i)$. m se limite d'après (3) en remarquant que dans la couronne d'épaisseur relative 2 de centre $z(p, i)$ et de rayon intérieur $10(1+\alpha)^p$ se trouve un cercle concentrique de rayon R tel que

$$m\left(R; \frac{1}{u-x}\right) \leqq \frac{1}{\alpha} o[\log T(r)], \qquad r = (1+\alpha)^p \qquad (p \geqq p_0).$$

Car (3) entraîne

$$\int_{r_0}^{r} \int_0^{2\pi} \overset{+}{\log} \left| \frac{1}{u(te^{i\theta}) - x} \right| \frac{dt\, d\theta}{t^{\lambda+1}} \leqq \int_{r_0}^{r} o[\log T(t)] \frac{dt}{t^{\lambda+1}} \leqq k \qquad (\lambda > 0).$$

Il en est de même *a fortiori* si l'on étend l'intégrale double à la couronne précédente dans laquelle on trouve en raisonnant par l'absurde au moins un cercle R.

Ensuite

$$N(R; u = x) \leqq n(p, i),$$

où $n(p, i)$ est le nombre des racines de $u = x$ dans le cercle concentrique à $Q(p, i)$ et de rayon $20(1+\alpha)^p$; supposons la distance sphérique de a et $z(p, i)$ supérieure à $e^{-(l+\alpha)^{\lambda p}}$, $\lambda < \rho$. Nous excluons ainsi pour tous les $Q(p, i)$ un ensemble de mesure linéaire nulle de valeurs a, et

$$\frac{1}{\nu} \sum_1^{\nu} \left(\log \left| \frac{1}{u_q - a} \right| + \overset{+}{\log} |u_q| + \overset{+}{\log} |a| \right)_0 \leqq \text{const.}\ (1+\alpha)^{\lambda p}.$$

Prenons pour a une valeur différente des valeurs exceptionnelles de M. Valiron et ne gardons des $Q(p, i)$, p fixe, que celui pour lequel $n(Q; u = a)$ est maximum. Nous avons alors une suite infinie de quadrilatères pour lesquels $n(Q; u = a)$ est d'ordre ρ; cela entraîne l'existence d'une suite de cercles (B) d'ordre ρ pour les x. En faisant, comme d'habi-

---

(1) *Comptes rendus*, 89, 1929, p. 824-826.

(2) H. Cartan, *Thèse*, Paris, 1928.

tude, tendre α convenablement vers zéro et en passant à la limite on obtient (A). En faisant le même raisonnement sur une direction d'ordre λ on obtient (B).

Avec (1) on obtient plusieurs théorèmes de M. Valiron [1].

C. *Si* D *est une direction d'ordre* $\lambda > 0$, *c'est aussi une direction d'ordre apparent* $\geqq \lambda$ *pour* $u(z)$.

D. *Les côtés des angles* (*fermés ou ouverts*) *dans lesquels l'ordre apparent sur* D *est* λ *sont, s'ils existent, des directions d'ordre* $\geqq \lambda$ *pour les racines de* $u(z) = x$, *sauf peut-être pour un ensemble de mesure linéaire nulle de valeurs* x.

Remarques. — Les énoncés se précisent si $u(z)$ est de la classe de divergence d'ordre ρ ainsi que si $\lambda = \rho$. Comme me l'a fait remarquer M. Valiron, on obtient tous ces résultats d'une façon élémentaire sans la théorie de M. R. Nevanlinna en étendant le théorème de M. Ahlfors [2] aux algébroïdes.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la recherche des conditions de stabilité d'une surface limite de cavitation.* Note de M. **Henri Poncin**, présentée par M. Henri Villat.

En étudiant les conditions de stabilité de certaines discontinuités dans un milieu continu en mouvement, nous avons démontré [3] l'existence d'un système de relations entre les éléments du mouvement et les éléments de déformation du milieu continu. D'autre part nous avions montré [4] que, si l'on admet l'invariance relative des lignes de flux dans tout le domaine fluide, la stabilité d'une surface de cavitation ne peut être assurée que dans le cas de mouvements à rotation uniforme (mouvement $\mathfrak{M}_0$) ou de mouvements à rotation amortie de la forme $1/\lambda t$ (mouvement $\mathfrak{M}_\lambda$). Mais la condition d'invariance de l'ensemble des lignes de flux du champ hydrodynamique ne semble pas, *a priori*, nécessaire et le problème

[1] *Ann. di Mat.*, 9, 1931, p. 273-285. Les théorèmes de cet auteur sont plus précis, car ils excluent moins de valeurs.

[2] *Commentationes Physio-Math. Societatis Sc. Fennicae,* 5, n° 16, 1930, p. 1-19.

[3] Cf. *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1753 et 200, 1935, p. 525.

[4] *Sur les cavitations de forme permanente.* (*Publ. Scient. et techn. du Min. de l'air*, n° 18).

ne prend son véritable intérêt que si l'on abandonne cette hypothèse. La présente Note a pour but d'exposer les résultats obtenus à ce sujet. Ces résultats permettent de résoudre complètement la question posée.

Les conditions classiques conduisent à définir le champ hydrodynamique au moyen de deux fonctions harmoniques, sous la forme

$$(1) \qquad u\left(\vec{x}\,\middle|\,t\right) = \omega_3(t)\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\overline{\Omega}_{11}(x) + q(t)\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\overline{\Omega}_{12}(x) + \vec{x} \wedge \vec{\omega}_3(t) + 2\vec{x}_3 \wedge \vec{\omega}(t).$$

Soit d'autre part $L\left(\vec{x}\right) = 0$ l'équation de la ligne qui limite la cavitation dans le plan x_3. La relation

$$(2) \qquad L\left(\frac{\vec{m} + \vec{\mu}}{2} + i\,\frac{\overleftarrow{m} - \vec{\mu}}{2} \wedge \vec{x}_3\right) = 0$$

établit une correspondance ponctuelle, biunivoque entre deux régions contigues d et δ, séparées par L et dont l'une est intérieure au domaine fluide. Un mode de raisonnement dont le principe a été indiqué dans une Note précédente (*loc. cit.*) permet dans ces conditions de réaliser le prolongement analytique des fonctions Ω et de démontrer l'existence de leurs dérivées normales sur L. Ceci posé, en utilisant les conditions locales relatives à L, nous obtenons un système de trois équations intégrales entre les deux fonctions f qui déterminent les valeurs des fonctions harmoniques et leurs dérivées normales et les éléments géométriques de L [rayon vecteur M et angle $\vec{S}_1, \vec{M} = V$]. L'élimination des deux fonctions f conduit à considérer plusieurs cas. La marche des calculs étant la même pour tous, nous l'exposerons dans l'un d'entre eux, où l'élimination en question conduit aux équations

$$(3) \qquad M^2(s') = \frac{M_3^2(s) - M_1 M_2}{M_1 + M_2 - 2M_3(s)},$$

$$(4) \qquad [M_3^2(s) - M_1 M_2][(M_3 - M_1)(M_3 - M_2)\sin V + a(M_1 + M_2 - 2M_3)\cos V]^2 + b[M_3 - M_1]^2[M_3 - M_2]^2[M_1 - cM_2 + (1 - c)M_3]^2,$$

a, b, c sont des constantes; M_1, M_2 sont liées aux éléments du mouvement d'ensemble et M_3 est une fonction de l'arc s de L, dont la valeur aux points de L situés à une distance donnée du c. i. r. est déterminée par (3); (4) permet alors la détermination de V, nous définissons ainsi, pour chaque valeur attribuée aux constantes, un ensemble E constitué par ∞^4 vecteurs $\vec{s}_1$ attachés aux différents points du plan. Pour obtenir L il faut déter-

miner un sous-ensemble de E, E_1 définissant une courbe fermée sans point double. Nous démontrons que l'existence d'un tel sous-ensemble entraîne certaines relations entre les éléments du mouvement d'ensemble et que ces relations définissent précisément les mouvements m_0 et m_λ. Nous en concluons que ce sont les seuls mouvements pour lesquels une surface de cavitation peut être une surface de discontinuité stationnaire et ceci montre l'intérêt qui s'attache dans la théorie des cavitations à l'étude de ces mouvements.

HYDRAULIQUE. — *Expériences sur les piles de ponts ou de barrages mobiles à profil aérodynamique.* Note (1) de MM. LÉOPOLD ESCANDE et GEORGES SABATHE, transmise par M. Charles Camichel.

Nous avons indiqué (2) comment les contractions latérales se trouvent pratiquement réduites à zéro dans le cas de piles de barrages déversoirs, à profil aérodynamique suffisamment allongé.

Dans la présente Note nous allons montrer que les piles à profil aérodynamique présentent également un net avantage dans le cas de ponts ou de barrages mobiles, au double point de vue des pertes de charge et des affouillements.

1° *Pertes de charge.* — Dans un canal d'expériences de 2^m de largeur, est monté, comme l'indique la figure 1, l'ensemble de quatre piles entières et de deux demi-piles limitant cinq passes identiques débitant en parallèle. La forme des piles change d'une expérience à l'autre mais les trois dimensions caractéristiques suivantes demeurent constantes :

	mm
Longueur de la pile........................	482
Épaisseur maxima..........................	106,5
Intervalle entre piles......................	293,5

Les piles étudiées sont de cinq types différents, numérotés de 1 à 5 sur la figure 2; le profil aérodynamique se trouve réalisé pour la pile 1, constitué par un profil d'aile Joukowski de longueur 500^{mm} de maître couple $106^{mm},5$ dont l'extrême pointe est tronquée.

En déterminant la perte de charge supplémentaire due à la présence de cette rangée de piles, nous avons obtenu, pour un débit de 200 l/sec et un tirant d'eau à l'aval de 226^{mm}, des pertes de charge supplémentaires qui

(1) Séance du 15 juin 1936.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1254.

sont entre elles comme les chiffres suivants :

Piles..........	1 (aérodyn.).	2.	3.	4.	5.
	0,31	1,40	1,90	2,48	4,88

L'avantage du profil aérodynamique est donc très appréciable.

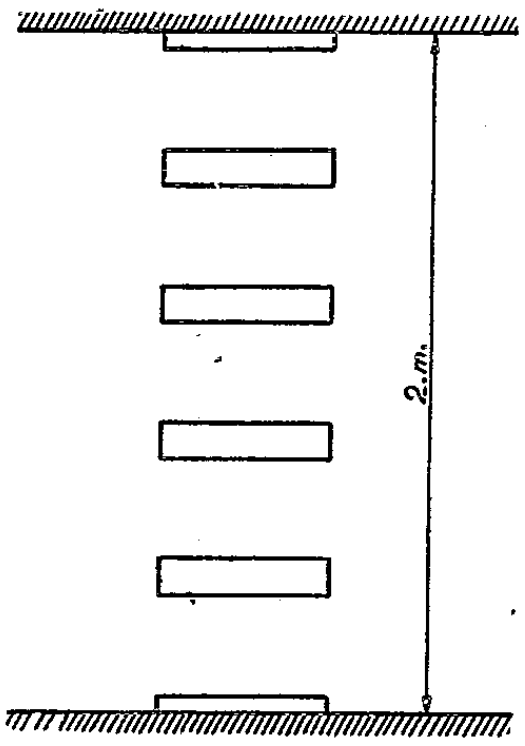


Fig. 1.

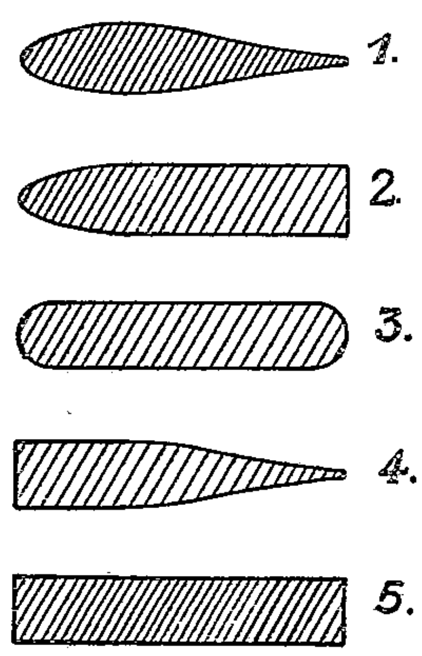


Fig. 2.

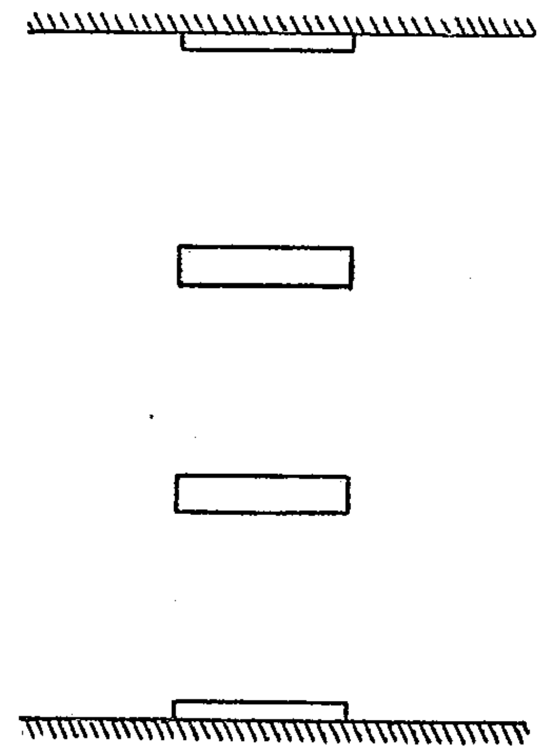


Fig. 3.

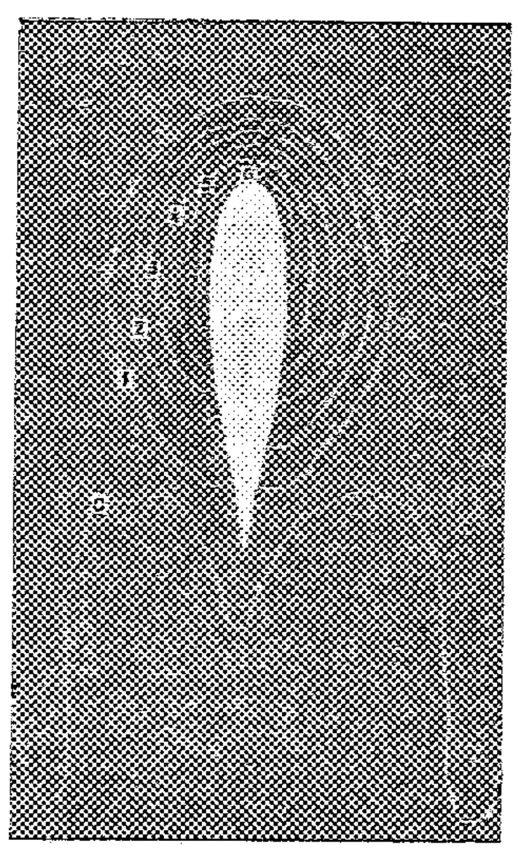


Fig. 4.

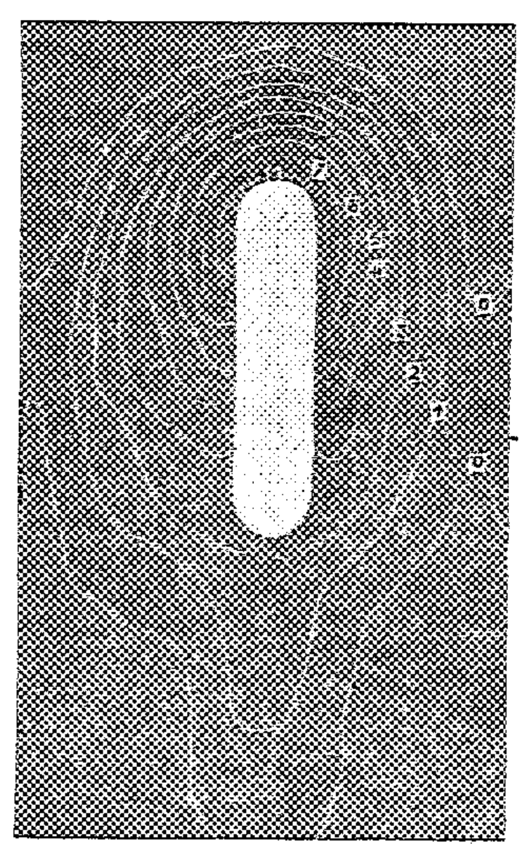


Fig. 5.

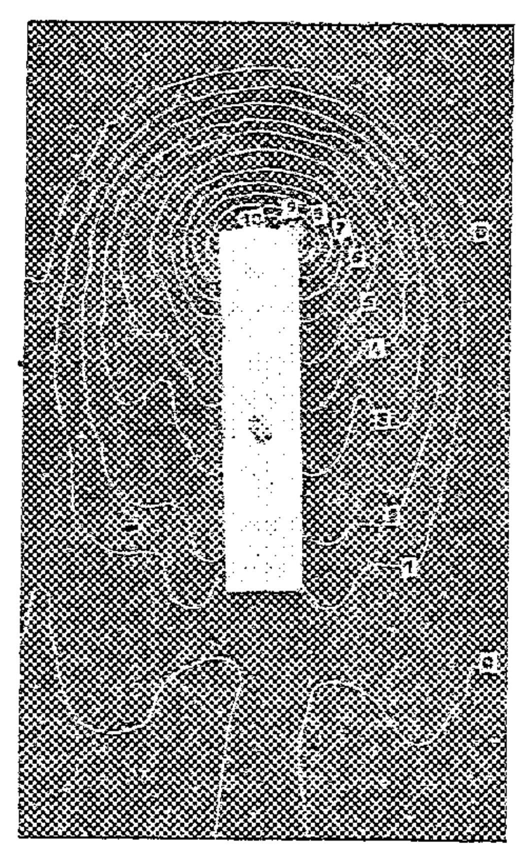


Fig. 6.

Précisons que cette perte de charge supplémentaire était déterminée de la manière suivante :

On mesurait la perte de charge entre deux sections situées de part et d'autre de l'emplacement du barrage à 6m l'une de l'autre, d'une part en l'absence de barrage, d'autre part, en rétablissant l'une ou l'autre des différentes rangées de piles.

2° *Affouillements.* — Les dispositions générales restent les mêmes, mais le canal d'expériences est divisé en trois passes seulement (*fig.* 3). Pour un débit de 233 l/sec et une durée d'écoulement de 2 heures 45 minutes avec un tirant d'eau aval de 239mm, nous avons obtenu, avec les profils de piles 1, 3, 5, les creusements représentés en courbes de niveau par les figures 4, 5 et 6.

On observe, sur ces figures 4, 5 et 6, la réduction notable en profondeur et en étendue des affouillements caractérisant la pile aérodynamique 1.

Nous avons enfin examiné l'influence des courants obliques susceptibles de se produire dans le cas de piles de pont au moment des crues. Dans ce but, nous avons étudié l'affouillement produit autour de piles des types respectifs 1, 3, 5, inclinées à 30° sur l'axe du canal d'expériences. Les résultats obtenus sont dans le même sens que dans le cas précédent, mais l'avantage des piles aérodynamiques est encore plus net.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur le courant du Scorpion-Centaure.* Note de M. **Charles Bertaud**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. La région du Scorpion-Centaure est remarquable par une accumulation d'étoiles B dont le mouvement, dans la direction d'un vertex commun, a déjà été signalé par Kapteyn et Rasmuson.

J'ai cherché à mettre ce mouvement en évidence en utilisant toutes les étoiles du Henry Draper Catalogue de magnitude inférieure ou égale à 8,0, dont le type spectral est entre O et A3, dont on connaît le mouvement propre, et qui sont situées dans la zone allant de 8^h à 20^h, en ascension droite et de $-10°$ à $-80°$ en déclinaison. Sont considérées comme étoiles B les étoiles dont les sous-types spectraux vont de B0 à B8 et comme étoiles A, celles comprises entre B9 et A3. Les mouvements propres ont été extraits pour la plupart du Catalogue de Boss et de celui de Vos Van Steenwijk [1], les μ_δ étant corrigés d'après Raymond.

La zone étudiée a été divisée en douze aires, numérotées de 1 à 12, par les méridiens de 2^h en 2^h et par le parallèle $-45°$. Les aires 1 et 2 ont mêmes limites en ascension droite, l'aire 1 étant entre $-10°$ et $-45°$.

2. Désignant par u et v les composantes du mouvement propre, nous

(1) *Mem. Roy. Astr. Soc.*, 65, Part I, 1930, p. 1.

avons calculé les valeurs moyennes $\bar{u}, \bar{v}$ et les dispersions σ_u, σ_v ainsi que $\sigma = \sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}$, lorsque les aires sont groupées par deux, l'aire 1 avec l'aire 2, l'aire 3 avec l'aire 4, etc. Voici les résultats :

α.	N.	$\bar{u}$.	$\bar{v}$.	σ_u.	σ_v.	σ.
			Types O *et* B.			
9^h.......	121	−0″,0198	−0″,0017	0″,0173	0″,0144	0″,0226
11.......	76	— 197	— 58	168	129	211
13.......	78	— 347	— 211	185	128	225
15.......	97	— 211	— 226	126	135	185
17.......	112	— 104	— 183	161	188	247
19.......	63	— 90	— 179	247	290	381
			Type A.			
9.......	133	— 263	+ 25	284	265	388
11.......	142	— 336	— 61	305	200	364
13.......	117	— 412	— 174	370	207	424
15.......	131	— 292	— 259	302	251	393
17.......	137	— 153	— 232	305	288	420
19.......	125	+ 40	— 177	297	288	414

Pour les étoiles B, σ est petite dans les aires 1 à 9 et minimum dans les aires 7 et 8. Elle est beaucoup plus grande pour les étoiles A et présente des variations plus faibles en fonction de l'ascension droite. Pour les deux types d'étoiles la dispersion augmente pour les aires allant de 16^h à 20^h.

Si d'autre part on a calculé les composantes du mouvement parallactique pour les points $\alpha = 9^h$, $\delta = -45°$; $\alpha = 11^h$, $\delta = -45°$, etc., en adoptant une parallaxe moyenne de $0'',010$, un antapex $\alpha = 6^h$, $\delta = -30$ et une vitesse de 20 km/sec pour le Soleil, on trouve que ce mouvement est voisin du mouvement moyen des étoiles B et A de 9^h à 17^h donné par le tableau I. Au delà l'écart entre ces trois mouvements croît beaucoup.

Le rapprochement de ces différentes remarques permet de conclure qu'il existe bien un courant dans cette région, entre 9^h et 17^h et que ce courant est voisin du mouvement parallactique, c'est-à-dire qu'il est constitué par des étoiles ayant un faible mouvement absolu.

3. Après sélection de 239 étoiles, les aires étant groupées suivant le schéma aire n° 1 plus aire n° 3, aire n° 2 plus aire n° 4, etc., la méthode de Charlier donne 6 équations de condition et le vertex de coordonnées

$$A = 96°,8 \pm 2°, \; \mathrm{I} = 6^h 27^m,2,$$
$$D = -40°,3 \pm 4°,7.$$

La vitesse calculée avec 66 vitesses radiales corrigées du terme K(+ 4 km/sec pour les étoiles B et + 1 km/sec pour les étoiles A) est

$$V = 18,4 \pm 1,6 \text{ km/sec.}$$

4. Dans un Mémoire ultérieur nous donnerons les parallaxes calculées pour 286 étoiles O, B et A incorporées à l'amas.

Le tableau ci-dessous donne pour les étoiles B et A de l'amas les magnitudes absolues moyennes M_c, les dispersions et le nombre d'étoiles de chaque groupe, ainsi que les valeurs moyennes M d'après K. Lundmark (1) :

Type.	N.	M_c.	σ.	M.	$M - M_c$.
Bo B1 B2.........	22	−2,0	1,2	−2,8	−0,8
B3 B5...........	90	−0,1	1,3	−1,2	−1,1
B8 B9 Ao........	144	+1,5	1,0	+1,0	−0,5
A2 A3...........	28	+1,9	1,0	+1,3	−0,6

Nos magnitudes seraient donc systématiquement trop grandes de 0,7 environ.

5. Notre liste contient 8 étoiles de Bo à B5 figurant comme étoiles à raies d'émission dans le Catalogue de P. W. Merrill et C. G. Burwell (2). Leur magnitude absolue moyenne est −0,8. Celle de 112 étoiles de Bo à B5 est −0,5.

Autant qu'on puisse affirmer avec un aussi petit nombre d'étoiles et pour le courant du Scorpion-Centaure, les étoiles B à raies d'émission, auraient donc un éclat supérieur de 0,3 magnitude à celui des étoiles B ordinaires.

CAPILLARITÉ. — *Mouvement des surfaces liquides contaminées.*

Note (3) de M. **Roger Mérigoux**, présentée par M. Henri Villat.

I. Lorsqu'après avoir agité un liquide pur (de l'eau par exemple), dans un flacon, on le laisse revenir au repos, on sait que, si le flàcon n'a pas été préalablement nettoyé d'une façon particulière, la majeure partie du liquide retombe au fond du flacon et s'immobilise en une nappe tranquille.

Dans le cas où le flacon a été soigneusement nettoyé et où le liquide mouille la paroi, une partie ruisselle contre celle-ci, et si le liquide en

---

(1) *Handbuch der Astrophysik*, 5, Part I, p. 539.

(2) *Contr. Mont Wilson*, n° 471, 1933, p. 1.

(3) Séance du 15 juin 1936.

question contient une trace de certains corps susceptibles d'abaisser la tension superficielle (acide oléique, huiles, etc.), un anneau se détache de la surface liquide inférieure, s'élève le long de la paroi pour s'immobiliser le plus souvent à une certaine hauteur.

En colorant le liquide au moyen de permanganate, on remarque que cet anneau n'est autre que le rebord supérieur d'une gaine épaisse de liquide qui s'édifie le long de la paroi à partir de la nappe inférieure.

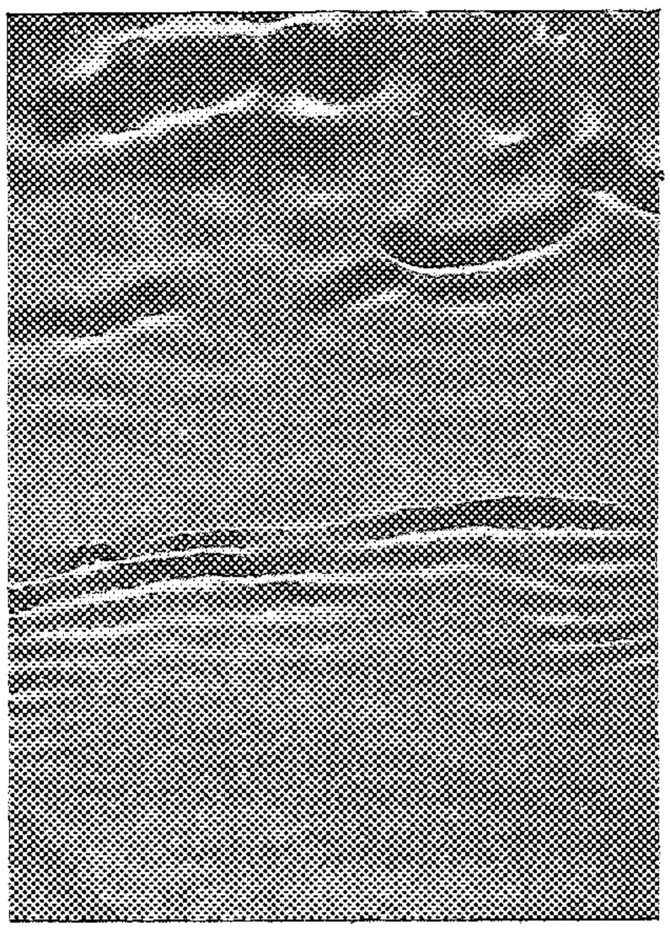


Fig. 1.

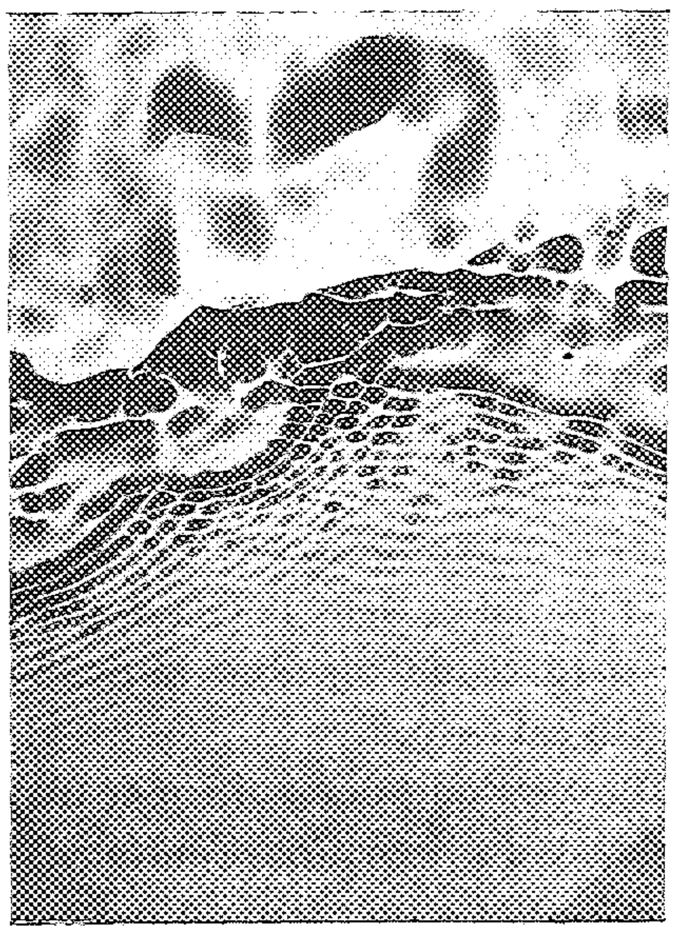


Fig. 2.

II. La contamination superficielle des liquides donne lieu encore à d'autres observations :

1° Lorsqu'un liquide contaminé est placé dans un flacon horizontal animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe, on observe un bourrelet de liquide s'élevant contre la paroi descendante et d'autant plus étendu que la vitesse de rotation est plus faible;

2° Lorsqu'un liquide contaminé est placé dans une cuvette plate, un bourrelet, large de plusieurs centimètres, précède le front d'une nappe se déplaçant sur le fond de la cuvette mouillé par ce liquide;

3° Indépendamment de toute paroi, un train de rides précède de plusieurs centimètres une vague déferlant sur une surface tranquille, si celle-ci est contaminée (*fig.* 1), au lieu d'être en contact immédiat avec elle comme on l'observe pour des liquides propres (*fig.* 2).

III. Ces phénomènes sont en relation avec la formation d'une couche monomoléculaire grasse à la surface des liquides. Ils paraissent devoir s'interpréter aisément par le frottement entre la couche monomoléculaire et le liquide qui la supporte.

Les calculs qui permettent d'aborder ces questions du point de vue quantitatif seront publiés dans un prochain Mémoire.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Sur une cause de la faiblesse de puissance des machines électrostatiques et un moyen d'y remédier.* Note de M. **Pierre Jolivet**, présentée par M. Paul Janet.

On peut comparer conventionnellement des machines différentes en calculant pour chacune d'elles le rapport de la puissance utilisable à la masse des organes en mouvement. Ce rapport est voisin de 100 watts par kilogramme d'induit, pour une dynamo d'une centaine de watts, alors qu'il atteint difficilement le quart, soit 25 watts par kilogramme de plateau, pour une machine électrostatique.

Des expériences furent entreprises en 1934 pour remédier à cette infériorité. Le nouveau moteur électrostatique, objet d'une précédente Note [1], mais moins perfectionné, à double plateau de 10 centimètres de diamètre, pesant 20 grammes sans l'axe, fut enfermé dans un réservoir métallique hermétique muni de hublots et des dispositifs nécessaires au lancement, à l'alimentation et au freinage. Les mesures furent exécutées à la vitesse constante de 300 t/min et avec un calage invariable du stator par rapport aux peignes. Lorsqu'on augmentait la pression de l'air du réservoir, il était possible d'accroître simultanément la tension et le débit, de sorte que le maximum de puissance mécanique disponible sur l'axe qui, pour 1,03 kg/cm^2 absolus de pression d'air était de 0,37 watts, s'éleva, pour 3,25 kg/cm^2 absolus, à 1,57 watts, puis pour 4,0 kg/cm^2, à 2,12 watts. Enfin, pour 4,5 kg/cm^2, la puissance atteignit 2,84 watts, soit un rapport de 142 watts par kilogramme de rotor, avec un rendement supérieur à 40 pour 100.

Le couple maximum dépendant des efforts électrostatiques maximums qui peuvent exister à travers la couche gazeuse comprise entre le stator et et le rotor, il importait de poursuivre l'étude des attractions électrostatiques elles-mêmes dans des conditions plus simples.

---

(1) Pierre Jolivet, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1030.

Si l'on fait croître la tension entre une armature enrobée d'isolant et une armature semblable ou nue, l'attraction électrostatique entre ces organes, croît, atteint son maximum, puis s'annule brusquement lors du claquage de la couche gazeuse. L'attraction maximum croît rapidement lorsqu'on augmente la pression du gaz immergeant l'ensemble et c'est ainsi qu'on obtient par exemple des efforts de 50 g/cm² dans du propane à 8,2 kg/cm² absolus ou dans du CO^2 à 10,6 kg/cm². Dans du CO^2 à 27 kg/cm², l'attraction électrostatique entre les armatures peut dépasser 200 g/cm². Le champ extrêmement intense, qui dépasse 660.000 volts/cm pour le dernier exemple, est compatible avec les travaux de E. Bouty [1] d'après lesquels le champ maximum, appelé champ *critique* par cet auteur, croît, avec la pression du gaz, asymptotiquement à une droite dont le coefficient angulaire dépend du gaz et de sa température. Cette croissance linéaire du champ critique explique l'allure parabolique des courbes des efforts en fonction de la pression du gaz, efforts qui atteignent l'ordre de grandeur des efforts magnétiques puisqu'il faudrait une induction de 2240 gauss pour assurer une attraction mécanique équivalente de 200 g/cm² entre deux plans de fer.

Ainsi l'emploi des gaz comprimés permet de remédier à la faiblesse de puissance des machines statiques, dont la cause est l'insuffisance de rigidité diélectrique des lames d'air à la pression atmosphérique.

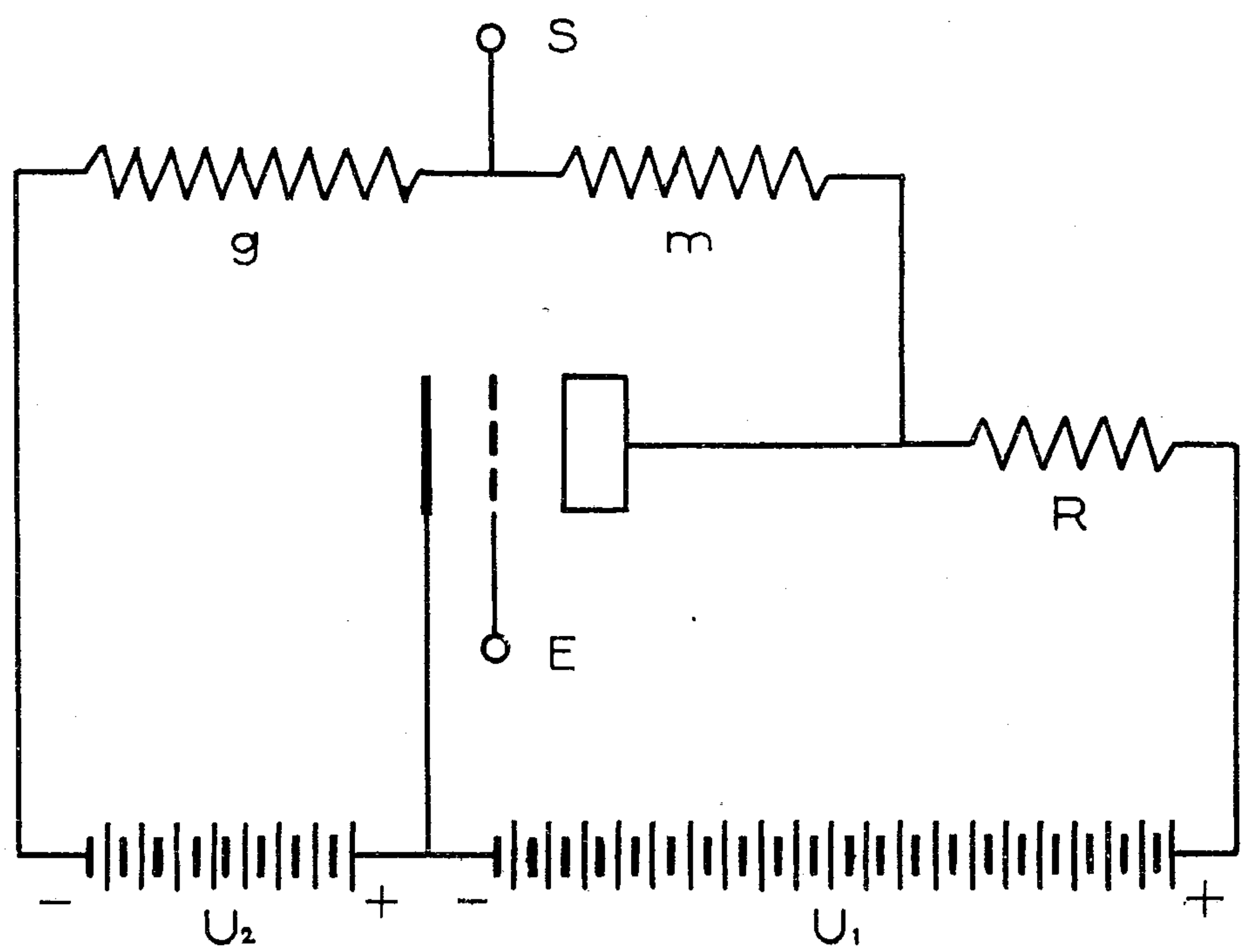
Lors de la compression du gaz, l'accroissement de la tension maximum entre les pôles s'explique par l'augmentation du potentiel explosif. L'accroissement du débit maximum provient de ce qu'il est possible d'augmenter le champ électrique excitateur en face les peignes, cette augmentation s'effectuant d'elle-même dans le cas de l'auto-excitation et vraisemblablement pour tous les types de machines électrostatiques.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un amplificateur de tension continue.* Note de MM. **Alexandre-Marcel Monnier** et **Joseph Bazin**, présentée par M. Paul Janet.

Dans un amplificateur à résistance les grilles des différents étages doivent être à un potentiel voisin de celui des cathodes. Par contre les plaques sont à un potentiel moyen très supérieur à ce dernier, du fait du courant moyen

(1) *Annales de Physique*, 16, 1921, p. 8 et 17.

de plaque. Il est donc impossible de relier *directement* la plaque du premier tube à la grille d'un deuxième, si la cathode de ce dernier est au même potentiel que celle du premier. Le procédé indiqué dans cette Note et que nous croyons inédit, permet de tourner la difficulté. Il suffit pour cela de constituer un pont équilibré dont deux sommets opposés sont reliés respectivement à la cathode et à la borne de sortie et dont une des branches est



constituée par l'intervalle cathode-plaque. Le circuit ci-dessus satisfait à cette condition. La plaque de la lampe est reliée à une batterie U_1 par l'intermédiaire d'une résistance R, qui n'est autre que la résistance habituelle de plaque. La borne de sortie est reliée, par des résistances élevées *m* et *g*, respectivement à la plaque et au pôle négatif d'une deuxième batterie U_2. Le pôle positif de cette dernière est connecté à la cathode et au pôle négatif de U_1. Soit V_0 la tension moyenne de la plaque par rapport à la cathode : il est évident que la borne de sortie est au potentiel de la cathode si est satisfaite la relation

$$\frac{m}{g} = \frac{V_0}{U_2}.$$

Cette relation n'est plus satisfaite, et par conséquent la borne de sortie n'est plus au potentiel de la cathode, si la tension V_0 de la plaque est modifiée du fait d'une variation de la tension de grille. L'amplification observée dans ces conditions est évidemment inférieure à celle obtenue avec une des dispositions habituelles utilisant la même lampe associée avec la même résistance R et alimentée sous la même tension U_1. Ceci pour deux raisons : 1° la somme des résistances $m+g$ shunte en fait l'intervalle cathode-plaque; 2° l'ensemble des résistances $m+g$ joue le rôle d'un potentiomètre de telle sorte que les variations du potentiel de la borne de sortie S sont plus faibles que celles du potentiel de la plaque. Toutefois, ces causes de diminution d'amplification sont susceptibles d'être considérablement réduites. La première peut être très atténuée si l'on donne à m et à g des valeurs élevées par rapport aux autres résistances du circuit. La limite supérieure de m et de g est fixée par la résistance du circuit d'utilisation. Comme ce dernier est d'ordinaire constitué par l'intervalle cathode-grille du tube suivant, l'ordre de grandeur de m et de g peut être de plusieurs mégohms. La deuxième, par exemple, ne réduit l'amplification que d'un tiers si l'on donne à la batterie U_2 une tension égale par exemple au double de la différence de potentiel moyenne V_0 entre plaque et cathode. En résumé, il est facile de voir que ce dispositif permet : 1° d'alimenter un nombre quelconque d'étages avec les mêmes batteries; 2° de réunir ces deux batteries en une seule munie d'une prise partielle reliée aux cathodes; 3° de connecter directement la borne de sortie S d'un étage quelconque à l'appareil d'utilisation (électromètre ou oscillographe cathodique).

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Interactions moléculaires et affinité chimique.* Note de MM. **Pierre Girard** et **Paul Abadie**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré (¹) que le temps de relaxation (τ) des molécules polaires d'une certaine sorte, évalué à partir des données expérimentales de la dispersion dans le Hertzien, était un indicateur très sensible des interactions moléculaires. La structure d'un milieu liquide, liquide pur ou mélange, qui s'apparente soit à celle d'un gaz, soit à celle d'un cristal dépend notamment de telles interactions (²).

(¹) *Journ. Phys. et Rad.*, 6, 1935, p. 295.
(²) *Journ. Phys. et Rad.*, 7, 1936, p. 211.

Nous n'avions envisagé jusqu'ici que des couplages entre dipôles de même sorte, négligeant l'action du diluant. Mais il est possible aussi, par l'étude de la variation du (τ) d'une certaine sorte de dipôles en fonction de leur concentration dans divers diluants, de détecter l'effet de couplage entre ces divers diluants et la sorte de dipôles envisagée. Nous pourrons ainsi, entre autres résultats, atteindre un nouvel et remarquable aspect de l'affinité chimique se traduisant par des couplages entre les molécules réagissantes.

Couplages entre une certaine sorte de dipôles et différentes sortes de molécules non polaires. — Pour chaque diluant non polaire on établit suivant la méthode déjà décrite les courbes de variation de τ en fonction de la concentration c des dipôles étudiés (alcool butylique).

Les maxima des différentes courbes en cloche s'obtiennent pour la même valeur de c. Mais suivant le diluant ces courbes diffèrent par leur hauteur et la pente de leur branche droite sur l'axe des abscisses. Nous reproduisons seulement ici (*fig.* 1) pour chaque diluant une partie de cette branche droite permettant de juger de la différence des pentes et de la différence des couplages d'un diluant à l'autre. On remarquera notamment, en comparant les dilutions de l'alcool butylique dans l'hexane, le cyclohexane et le benzène, l'effet de couplage déjà très marqué pour ce dernier hydrocarbure qui possède des liaisons éthyléniques. Ainsi pour rendre compte de la différence d'allure des courbes de temps de relaxation on est conduit à penser que la position moyenne que les dipôles occupent dans le liquide à partir d'une certaine valeur de c (état semi-cristallin) ne dépend pas seulement des couplages entre ces dipôles mais aussi, dans une mesure variable, des couplages entre les molécules du diluant et ces dipôles.

Couplage entre dipôles de sorte différente. — Soit maintenant un mélange liquide constitué par une certaine sorte de dipôles (D) dont le moment (μ) a une valeur élevée et une autre sorte de dipôles (d) dont le moment est petit. Ce sera comme précédemment l'accroissement du temps de relaxation de (D), quand on le dilue progressivement avec (d), à partir du liquide pur, qui nous renseignera sur le couplage entre (D) et (d). [Pente de la branche droite de la courbe de temps de relaxation relative à (D) sur l'axe des abscisses.] Mais dans la détermination des variations de (τ) à partir des données expérimentales de la dispersion, la courbe de dispersion relevée sera considérée comme se rapportant uniquement à (D), alors qu'elle est, en fait, la résultante de deux courbes et que dans la dispersion

totale (d) a aussi sa part. Mais nous ferons en sorte que celle-ci soit toujours relativement petite et l'erreur quant à la variation réelle de la position de la courbe de dispersion de (D) sur l'axe des λ ne sera jamais grande. Au surplus la méthode sera comparative. C'est avec une série de diluants polaires mais de moments petits et voisins que successivement nous diluerons (D), et nous comparerons les effets de couplage entre (D) et chacun de ces diluants ne tenant compte que des différences importantes.

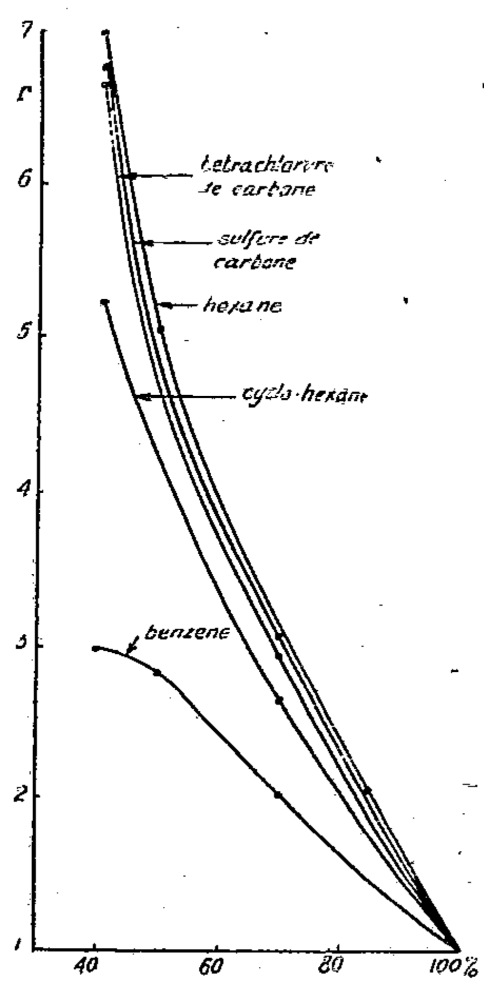


Fig. 1.

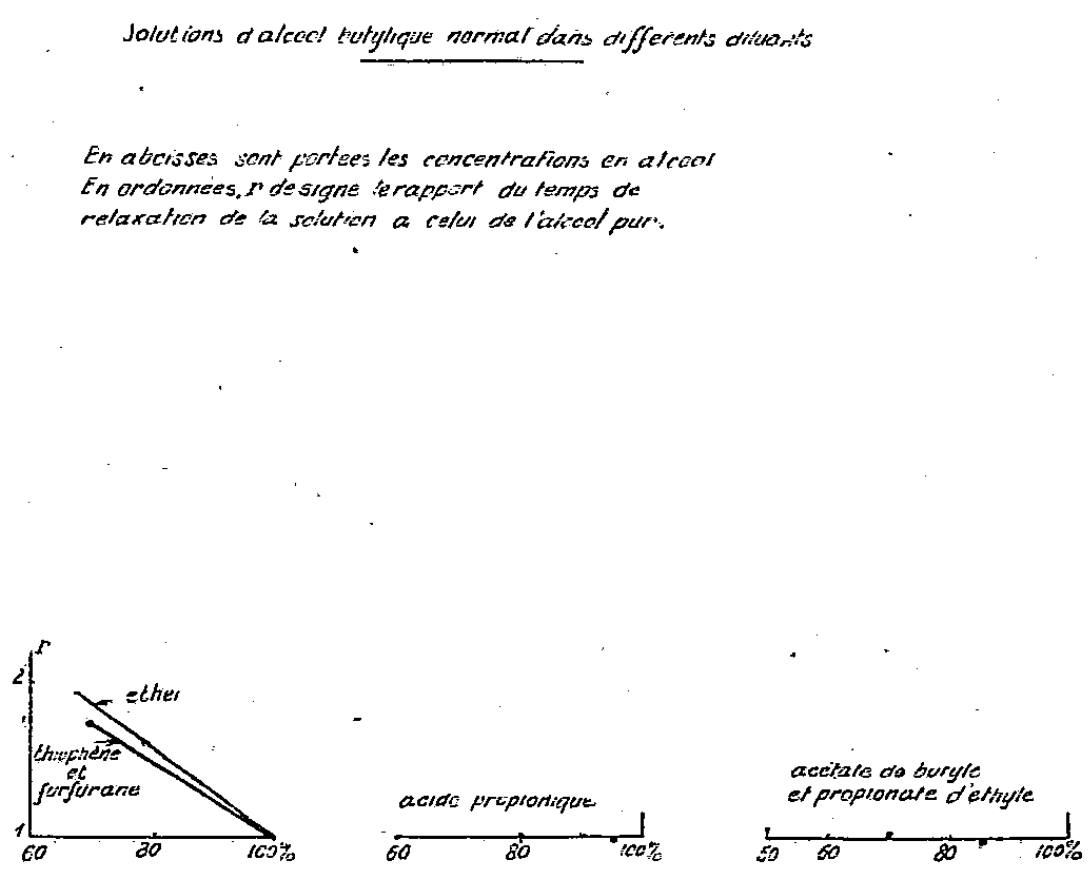


Fig. 2.

La figure 2 donne une idée de ce qu'est ce couplage : pente sur l'axe des concentrations de la courbe des variations du (τ) de l'alcool butylique dilué dans l'éther, le thiophène, le furfurane, lorsque les molécules du diluant et du corps dilué ne réagissent pas entre elles. Il est au contraire remarquable que si nous diluons un alcool quelconque avec un acide organique (acétique, propionique, etc.) réagissant lentement avec lui à la température ordinaire, l'effet de couplage est tel que la courbe vient se confondre avec l'axe des abscisses, le (τ) de l'acool même dilué de moitié avec l'acide restant le (τ) de l'alcool pur.

Il en est de même pour un système alcool-éther sel. Le couplage entre les molécules du diluant et du corps dilué reste le même qu'entre les molécules du corps dilué à l'état de liquide pur, la structure du système chimi-

quement actif se rapprochant ainsi beaucoup plus de celle d'un cristal que de celle d'un gaz.

En somme dans le couplage entre molécules hétérogènes d'autres modalités d'énergie que l'énergie électrostatique d'interaction (dépendant du moment permanent et du diamètre) peuvent intervenir.

Elles paraissent liées à la valence et à l'affinité chimique.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Chocs de seconde espèce et affinité électronique.* Note de M. **Ladislas Goldstein**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai montré (¹) que certaines molécules, à moment électrique permanent nul à l'état normal, telles que O_2, SF_6, CF_4 ne présentent aucune affinité sensible pour les électrons et en particulier pour les électrons lents. Les centres négatifs dans ces gaz sont des électrons libres et non point des ions négatifs.

Une affinité électronique d'un tel milieu moléculaire apparaît dès qu'une impureté électronégative *atomique*, même en quantité relativement faible, y prend naissance. L'impureté électronégative est créée dans le milieu, par dissociation directe des molécules étudiées.

L'objet de la présente Note est d'indiquer une méthode nouvelle, qui permet l'étude des molécules, à moment permanent nul, comprenant des éléments de caractère électronégatif (halogènes), du point de vue de leur affinité pour les électrons. Les résultats de cette méthode confirment ceux obtenus avec la première.

Principe de la méthode. — L'électroaffinité d'un milieu moléculaire parfaitement pur (molécules sans moment électrique à l'état normal) n'étant autre que celle de ses impuretés atomiques de caractère électronégatif; on provoquera la dissociation des molécules étudiées, que l'on mélange en quantité relativement faible (ordre de 1 pour 100) avec les atomes d'un gaz rare, gaz principal. On sait, en effet, que les atomes d'un gaz rare pur, électrisé, n'ont aucune tendance à former des ions négatifs les électrons y restent libres, quel que soit leur énergie cinétique.

Les atomes d'un gaz rare sont excités à des niveaux d'état d'excitation *métastables* soit par chocs électroniques, soit par décharges à travers le mélange gazeux. Par chocs de seconde espèce avec les molécules normales

(¹) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 924.

du gaz d'appoint, les états d'excitation métastables se détruisent, provoquant ainsi l'excitation suivie de dissociation de ces molécules. Les atomes de caractère électronégatif ainsi libérés dans le mélange gazeux, causent par capture d'électrons, en formant des ions négatifs, la diminution de l'intensité d'un faisceau d'électrons lents, envoyés dans le milieu gazeux. L'intensité d'un tel faisceau d'électrons est mesurée auparavant : 1° dans le gaz rare pur avant l'excitation de ces atomes; 2° après excitation; 3° dans le mélange gaz rare + gaz moléculaire d'appoint avant l'excitation des atomes du gaz principal.

Afin d'éviter l'ionisation des molécules du gaz d'appoint par ces chocs de seconde espèce, un choix du gaz rare principal s'impose. En effet, l'énergie des niveaux d'état d'excitation métastable *utile* des atomes du gaz rare principal doit être inférieure à l'énergie correspondant au potentiel d'ionisation des molécules du gaz d'appoint.

Résultats. — Dans nos expériences où les gaz sont soigneusement desséchés ainsi que les tubes à expérience, les gaz rares utilisés sont surtout l'argon, le krypton et le xénon. Les états d'excitation métastables pour les atomes de ces gaz se situent en effet, respectivement dans l'ordre des énergies vers $11^v,61 (2s_3)$, $10^v,53 (1s_3)$, $9^v,41 (1s_3)$, énergies inférieures à celle de l'ionisation des molécules. Les Tableaux ci-dessous résument les résultats essentiels de ces expériences.

TABLEAU I.

Gaz d'appoint.	Pression partielle pour 100. p_{totale}	Diminution de l'intensité du courant des électrons lents en pour 100. $0^v,5$.	1^v.	$1^v,5$.
		Gaz principal : Krypton $[V_m = 10^v,53\ (1s_3),\ p_t = 1^{mm},2$ de Hg].		
O_2	1,1	24	9	4
SF_6	1,0	11	9	6
CF_4	0,9	8,5	6,3	3,9
		Gaz principal : Xénon $[V_m = 9^v,41\ (1s_3),\ p_t = 1^{mm},02$ de Hg].		
O_2	1,1	36	12	4,7
SF_6	0,9	14	12,5	9,7
CF_4	0,8	10,3	8	6,4

L'expérience montre, en accord avec les prévisions théoriques, que le transfert d'énergie par chocs de seconde espèce est d'autant plus probable que l'écart des énergies des niveaux en jeu est plus faible.

TABLEAU II.

Gaz d'appoint à pression partielle constante : 1,1 pour 100 de p_t des mélanges ; oxygène.

Gaz principal.	Niveau métastable utile (en volts).	Diminution de l'intensité du courant des électrons lents en pour 100.		
		0^v,5.	1^v.	1^v,5.
Argon..........	11,61 ($2s_3$)	15	5	2,5
Krypton........	10,53 ($1s_3$)	24	9	4
Xénon.........	9,41 ($1s_3$)	36	12	4,7

Ces résultats permettent de comprendre l'origine de l'électroaffinité apparente qui se manifeste dans un mélange gazeux fortement ionisé et excité tel que : gaz rare + oxygène, où la pression partielle de ce gaz est un pourcentage très faible de la pression totale du mélange ([1]).

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur les électrons porteurs de la supraconduction.* Note de M. **Robert Forrer**, présentée par M. Pierre Weiss.

Je me propose de mettre la supraconduction en rapport avec la constitution électronique du corps solide.

L'analyse spectrale donne la constitution électronique de l'atome isolé à l'état normal. On peut distinguer entre les étages fermés et l'étage extérieur incomplet. Le nombre total des électrons appartenant à ce dernier peut être appelé valence électronique n_e.

On peut chercher à préciser l'emploi des électrons extérieurs dans le solide. En effet la loi des points de fusion et l'étude du réseau cristallin ont conduit à l'hypothèse d'un réseau électronique ([2]) constitué par un certain nombre d'électrons, nombre qui peut être appelé valence réticulaire n_T.

Puisque ce réseau est construit au moyen *d'orbites*, il faut que les électrons participants aient un nombre quantique orbital non nul. Le réseau sera donc réalisé au moyen des électrons p, d, ... Il est caractéristique du solide et sera appelé réseau électronique principal. Nous attribuons ainsi une *fonction* spéciale à une partie des électrons.

Les ferromagnétiques ont en outre un réseau électronique secondaire qui effectue l'orientation des électrons magnétogènes et se détruit au point de

---

([1]) M. Laporte et M. da Silva, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 287.

([2]) R. Forrer, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 868 et *Ann. de Phys.*, 4, 1935, p. 202.

Curie. Ces deux réseaux ont une existence indépendante et sont construits avec des électrons différents.

On est ainsi amené à distinguer les électrons suivant leur fonction ([1]) et à considérer, dans un ferromagnétique, par exemple, ceux : 1° des étages fermés; 2° du réseau principal; 3° du moment magnétique; 4° du réseau secondaire (d'orientation); 5° et éventuellement des électrons libres.

Les éléments supraconducteurs se répartissent en deux groupes, le plus nombreux comprenant des éléments de point de fusion peu élevé (Mg, Zn, Cd, Al, Ga, In, Sn, Pb), les autres au contraire fondant à haute température. Je raisonne ici sur les premiers dont la valence réticulaire est connue sans ambiguïté. Elle est égale à 1 pour les six premiers éléments et à 2 pour les deux derniers.

Pour *ces éléments* la valence électronique n_V est *supérieure d'une ou deux unités* à la valence réticulaire n_T. Pour la construction du réseau on prendra d'abord les électrons p, puis, si c'est nécessaire, des électrons s amenés à l'état p (Mg, Zn, Cd). Dans ce dernier cas l'atome est activé. Dans les supraconducteurs, après ces prélèvements, les *seuls* électrons de l'étage périphérique qui restent disponibles sont des électrons s. *Les électrons porteurs du courant de la supraconduction sont des électrons s des étages incomplets. Sont supraconducteurs les corps qui ne possèdent que des électrons s entre les étages fermés et le réseau électronique.*

On peut faire la contre-épreuve de cette proposition. Dans les éléments comme les alcalins (avec $n_T = 1$), Sr (avec $n_T = 2$) et La (avec $n_T = 3$), dont tous les électrons extérieurs sont employés à la construction du réseau électronique (c'est-à-dire $n_v = n_T$), il ne reste pas d'électrons s périphériques. Ces éléments, activés, ne sont pas supraconducteurs. A plus forte raison ne sont pas supraconducteurs les éléments Cu, Ag, Au, dont la valence réticulaire ($n_T = 3$) dépasse la valence électronique ($n_v = 1$).

Le Bi et Sb appartiennent à une deuxième catégorie de non-supraconducteurs. Ils n'utilisent pour le réseau électronique *qu'une partie* des électrons p des étages incomplets. L'autre partie est, comme les électrons s, comprise entre les étages fermés et le réseau électronique. Ces électrons p libres (intercalés) empêchent la supraconduction.

Ces règles peuvent être mises à l'épreuve par l'étude des alliages. On se rend compte que Hg^3Tl et Tl^3Pb, supraconducteurs, y satisfont comme les éléments constituants, eux-mêmes supraconducteurs.

Dans Au^2Bi, supraconducteur, les constituants sont non-supraconduc-

([1]) R. Forrer, *Ann. de Phys.*, 5, 1936, p. 719.

teurs parce que Au a trop peu et Bi trop d'électrons périphériques. Mais en moyenne la valence électronique est supérieure à la valence réticulaire. Il reste donc des électrons entre le réseau électronique et les étages complets et ils peuvent être à l'état *s*.

Dans un grand nombre d'alliages tous les électrons des étages incomplets sont employés à la construction du réseau électronique. Il n'y a pas d'électrons *s* périphériques disponibles, d'où résulte l'absence de supraconduction. Dans ce cas se trouvent les alliages du type du laiton β, du laiton γ, et du type hexagonal-compact qui, d'après Westgren et Hume-Rothery, sont caractérisés par un rapport défini du nombre des électrons périphériques à celui des atomes, donc : *Les éléments ou alliages qui utilisent tous les électrons de valence comme électrons réticulaires* ($n_V = n_T$) *ne peuvent être supraconducteurs.*

Au moyen de ces règles on peut essayer de prévoir quels alliages sont supraconducteurs.

On pourrait croire à la supraconductibilité de Cu^2Sb, à cause de sa parenté avec Au^2Bi. Or la connaissance de sa structure cristalline et de son point de fusion permet d'affirmer que tous les 7/3 électrons périphériques par atome sont devenus réticulaires. D'où l'impossibilité d'une supraconduction.

SnTe par contre, parent du non-supraconducteur PbSe, n'utilise qu'une partie des électrons périphériques pour le réseau électronique $(\overline{n}_V = \overline{n}_T + 2)$. Les deux électrons restants par atome peuvent être à l'état *s* et donner lieu à la supraconduction.

PHOTOMÉTRIE. — *Sur la substitution des surfaces dans les comparaisons de pouvoirs réflecteurs au moyen du microscope.* Note de M. **Léon Capdecomme**, présentée par M. Aimé Cotton.

La comparaison de pouvoirs réflecteurs au moyen du microscope suppose que les surfaces étudiées sont d'une part rigoureusement substituées les unes aux autres, d'autre part planes et normales à l'axe optique de l'appareil.

Procédé usuel de substitution. — Le parallélisme entre la surface et la base du support est assuré au moyen d'une presse métallographique; le support est placé ensuite sur la platine. La distance à l'objectif est réglée par mise au point d'un repère superficiel (strie; grain de poussière).

Imperfection du procédé. — L'expérience montre : *a*, des différences

pouvant atteindre 1 pour 100 entre des mesures successives effectuées sur la même surface mise au point chaque fois sans précaution; *b*, des variations pouvant atteindre 5 pour 100 quand on fait tourner de 360° la platine portant une surface isotrope.

La première cause d'erreurs due aux écarts de la distance frontale, négligeable dans les mesures visuelles, peut être gênante au cours des mesures photoélectriques soignées. L'autre, provenant d'inclinaisons sur l'axe du microscope, loin d'être négligeable, peut rendre illusoires les études d'anisotropies faibles; c'est pourquoi différents expérimentateurs ont basé chaque détermination sur une moyenne méthodique.

I. Variation de la distance frontale. — *a*. Ses variations extrêmes au cours de mesures effectuées sans précautions spéciales pour les réduire et en pointant des repères d'épaisseur négligeable, correspondent à la latitude de mise au point l du microscope.

l est la somme de deux termes : profondeur d'accommodation δ (les images doivent être dans le champ d'accommodation de l'œil); profondeur de champ δ' (l'image paraît encore nette si le faisceau issu de chaque point de l'objet fait, dans un plan de l'intervalle δ, une tache vue sous un diamètre inférieur à l'angle ε caractérisant l'acuité visuelle de l'observateur). On calcule ainsi que

$$l=\delta\left(1+\frac{\delta'}{\delta}\right)=\frac{1}{P^2D}\left(1+\frac{2\varepsilon PD}{\tan U}\right),$$

P étant la puissance du microscope, $1/D$ l'amplitude dioptrique d'accommodation, U l'angle des faisceaux admis dans l'objectif.

On augmenterait δ'/δ en réduisant le diaphragme d'ouverture sans modifier la puissance; mais un emploi correct du microscope exigeant que l'on soit toujours un peu au-dessus de la puissance utile, le terme $P/\tan U$ reste du même ordre pour tous les objectifs. Dans nos conditions, δ'/δ varie de 0,5 à 1 et l est de l'ordre suivant :

Objectif 2 Leitz		Objectif 5 M Nachet	Objectif 7 M Nachet
Oculaire 8 ×.	Oculaire 10 ×.	Oculaire 6 ×.	Oculaire 4 ×.
75 à 100$^\mu$	45 à 60$^\mu$	13 à 18$^\mu$	6 à 8$^\mu$

b. Imprécision des mesures photométriques. — L'expérience montre que le flux admis dans l'oculaire augmente quand on éloigne de l'objectif la surface réfléchissante et diminue quand on l'en rapproche. Cela provient d'une variation de l'aire du diaphragme illuminateur placée dans le champ

du photomètre. Pour un déplacement vertical e de la surface et une distance focale f de l'objectif, la variation relative du flux admis dans l'oculaire est sensiblement $2e/f$.

On calcule ainsi que, pour une mise au point sans précautions sur repères d'épaisseur négligeable, l'imprécision serait toujours inférieure à 0,5 pour 100. Mais l'épaisseur des repères est, en réalité, incertaine et très variable; comme pour les objectifs forts, elle peut atteindre la latitude de mise au point, l'imprécision est très mal définie.

c. Précautions à prendre et amélioration de l'appareil. — Lorsqu'on vise les surfaces elle-mêmes (repères d'épaisseur négligeable), les écarts dans la distance frontale peuvent être rendus très inférieurs à la latitude l au prix de quelques précautions : emploi d'une vis micrométrique; mise au point toujours par éloignement ou toujours par rapprochement de la surface.

Cette amélioration ne réduisant pas l'imprécision due à l'épaisseur des repères, il est toujours préférable d'utiliser la mise au point d'un fil fin tendu sur le diaphragme illuminateur. Nous montrerons ailleurs que la précision des pointés peut être beaucoup accrue en utilisant un réticule oculaire et le déplacement latéral des images dû à la dissymétrie de l'appareil. Les précautions indiquées plus haut, permettent d'annuler pratiquement les variations de distance frontale, les conditions des visées sont les mêmes pour toutes les surfaces et surtout, on peut utiliser des miroirs optiquement vides.

II. Inclinaison des surfaces. — *a. Causes.* — Elle peut être due : 1° à la convexité de la surface, le plan tangent au centre du champ pouvant être incliné sur l'axe de l'appareil; 2° à l'inclinaison de la surface sur la base de son support; 3° à l'inclinaison de la platine elle-même.

b. Détermination de l'imprécision. — L'autocollimation utilisant des réticules sur le diaphragme illuminateur et dans l'oculaire, pourrait déceler ces inclinaisons. Le procédé s'applique aux méthodes visuelles.

Dans les mesures photoélectriques, les indications du photomètre sont plus sensibles et donnent directement l'imprécision du réglage quand on fait tourner la platine de 360°. (La lumière naturelle est utilisée pour les surfaces anisotropes.)

c. Précautions à prendre et amélioration de l'appareil. — La platine peut être réglée une fois pour toutes en plaçant sur elle une lame de glace à faces bien parallèles et s'assurant que la rotation laisse constantes les indications du photomètre.

Un progrès sensible est réalisé, pour monter les surfaces, en les sup-

portant par des anneaux de laiton coupés au tour et rodés. Échantillon et support, appuyés simultanément sur une glace, sont fixés l'un à l'autre par une matière plastique. L'imprécision tombe à 0,5 pour 100.

Les aires utilisées, étant toujours très petites, se confondent avec le plan tangent au centre. Une platine à deux axes horizontaux rectangulaires permettrait, avant chaque mesure, de rendre ce plan normal à l'axe optique de l'appareil : des régions différentes de la surface pourraient être utilisées avec la même précision et le réglage précis de parallélisme avec le support deviendrait inutile.

SPECTROSCOPIE. — *Coefficients d'absorption des bandes* 4774, 5770 *et* 6290 Å *de l'oxygène*. Note [1] de M. **Lewi Herman** et de Mme **Renée Herman-Montagne**, présentée par M. Charles Fabry.

I. Janssen [2] a montré que le spectre d'absorption de l'oxygène présente dans le visible de larges bandes, non résolubles, dont l'intensité dépend du carré de la pression. Toutefois on manque de données relatives à la constante de proportionnalité pour diverses longueurs d'onde.

Pour combler cette lacune, nous avons étudié à l'aide du dispositif déjà décrit [3], les coefficients d'absorption de l'oxygène pour différentes pressions variant entre 4 et 12 kg/cm². La pression du gaz était indiquée par un manomètre métallique préalablement comparé avec un manomètre étalon. La source utilisée était une lampe à incandescence consommant 1 ampère sous 4 volts, alimentée par accumulateurs et dont la résistance était contrôlée par un pont de Wheatstone [4]. La plaque était graduée dans un spectrographe auxiliaire à l'aide de grilles métalliques. Ces dernières ont été étalonnées dans les conditions d'emploi à l'aide d'une cellule à couche d'arrêt placée derrière la lentille collimatrice. Le courant de la cellule était mesuré par un galvanomètre de Moll de 20 ohms de résistance intérieure. Les clichés ont été dépouillés au microphotomètre de MM. Fabry et Buisson en utilisant une fente d'analyse étroite correspondant à une largeur de 3/100mm sur la plaque.

---

(1) Séance du 25 mai 1936.

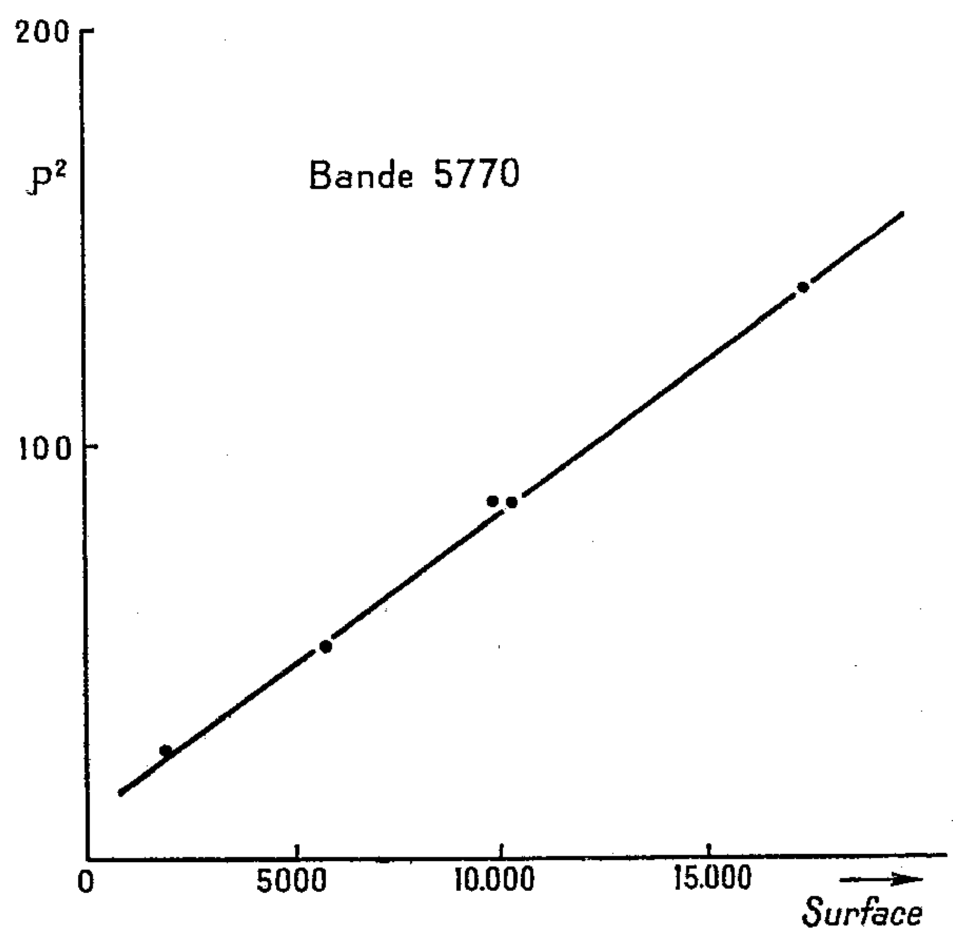
(2) *Comptes rendus*, **102**, 1886, p. 1352.

(3) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 2154.

(4) G. Ribaud, *Traité de Pyrométrie optique*, Paris, 1931.

II. Les courbes obtenues, en portant en ordonnées les densités du tube absorbant et en abscisses les longueurs d'onde montrent que les bandes 4774 et 5770 Å sont dégradées vers le violet alors que 6290 Å est légèrement dégradée vers le rouge. La perturbation de cette dernière bande est due au voisinage de la bande tellurique α.

L'évaluation de la surface de ces courbes nous a permis de vérifier que



l'absorption varie proportionnellement au carré de la pression. Sur le graphique on a porté en ordonnées les carrés des pressions et en abscisses les surfaces relatives à la bande 5770 Å. Les points correspondants s'alignent sur une droite.

Dans la relation $\text{Log}\, I_0/I = kd$ définissant les coefficients d'absorption, k est une fonction connue de la pression et l'on peut écrire :

$\text{Log}\, I_0/I = k_r p^2 d$, k_λ étant constant pour un longueur d'onde donnée.

Nous exprimerons k_λ en $\text{cm}^{-1}.\text{mégabarye}^{-2}$. Le Tableau indique les valeurs de $k.10^5$ à l'intérieur de chacune des bandes. Ces valeurs correspondent à 1^{km} d'oxygène pur à pression atmosphérique à la température de 10°C.

λ.	$K.10^5$.	λ.	$K.10^5$.	λ.	$K.10^5$.
4700.....	0,003	5670.....	0,009	6242.....	0,008
4720.....	0,006	5680.....	0,090	6250.....	0,010
4730.....	0,007	5690.....	0,093	6260.....	0,013
4740.....	0,010	5700.....	0,016	6270.....	0,015
4750.....	0,011	5710.....	0,018	6280.....	0,016
4760.....	0,016	5720.....	0,021	6290.....	0,017
4770.....	0,020	5730.....	0,024	6300.....	0,016
4774.....	0,021	5740.....	0,028	6310.....	0,015
4780.....	0,018	5750.....	0,031	6320.....	0,014
4790.....	0,013	5770	0,035	6330.....	0,012
4800.....	0,009	5780.....	0,032	6340.....	0,010
4810.....	0,004	5790.....	0,027		
4820.....	0,002	5800.....	0,021		
		5810.....	0,016		
		5820.....	0,013		
		5830.....	0,008		

Les valeurs de k_λ permettent le calcul des densités optiques de l'oxygène atmosphérique pour différentes distances zénithales en supposant que l'influence de la température est négligeable. Les densités ainsi obtenues sont faibles pour les petites distances zénithales. Dans le cas du Soleil couchant les bandes précédentes peuvent avoir des intensités notables ([1]) surtout lorsqu'elles sont observées d'un endroit élevé permettant de viser au-dessous de l'horizon. Dans le cas de la basse atmosphère le calcul est plus sûr, la température de l'air étant voisine de celle à laquelle ont été faites les mesures. On trouve ainsi pour la bande 5770 Å une densité maximum de 0,03 pour l'oxygène contenu dans 20^{km} d'air à la pression atmosphérique.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur la transmission spectrale d'émulsions photographiques développées.* Note de M. **Maurice Roulleau**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons étudié, en fonction de la longueur d'onde, l'opacité d'émulsions photographiques développées pour la comparer à celle des meilleurs verres gris neutres fabriqués actuellement.

([1]) *Journal de Physique*, 7e série, 5, 1934 AS, p. 185S.

Les densités ont été mesurées en lumière dirigée :

1° dans le spectre visible et le proche ultraviolet, à l'aide d'une cellule photoélectrique à couche d'arrêt;

2° dans l'infrarouge et l'extrême rouge, à l'aide d'un couple thermoélectrique dans le vide.

Nous avons pu observer que la nature du développateur employé (génol, diamidophénol, hydroquinone, oxalate ferreux) intervient quelque peu. Les révélateurs au génol se sont montrés les plus aptes à fournir les densités les plus neutres. Leurs teneurs en génol, en carbonate, peuvent varier dans de larges limites, de même que la durée de développement, sans que la neutralité subisse un changement notable.

D'autre part les plaques négatives lentes nous ont donné des densités un peu plus neutres que les plaques rapides.

Les résultats les plus satisfaisants nous ont été fournis par une plaque pour reproductions (Collodium de Guilleminot). Voici pour une plage de cette plaque, développée au génol, les densités obtenues pour différentes longueurs d'ondes.

λ (Å)..........	8650.	7150.	6950.	5750.	4600.	3650.
D...........	0,70	0,68	0,66	0,66	0,66	0,61

La zone de neutralité de cette plaque est donc nettement plus étendue que celle des meilleurs verres neutres.

On voit que la densité décroît dans l'ultraviolet. Comme on l'a déjà indiqué [1], un renforcement au chlorure mercurique fait disparaître la bande de transparence de l'argent dans l'ultraviolet, et nous avons constaté que ce renforcement n'altère pas la neutralité dans les autres régions spectrales. En particulier, le palier de la courbe des densités en fonction des longueurs d'ondes s'arrête vers les grandes longueurs d'ondes, après comme avant renforcement, aux environs de 7000 Å.

---

[1] H. Buisson et Ch. Fabry, *Revue d'Optique*, 3, 1924, p. 22-24.

RAYONS X. — *Observation et mesures de satellites* $L\alpha$ *pour les éléments* 72, 73, 75, 83, 90 *et* 92. Note [1] de Mlle **Yvette Cauchois**, présentée par M. Jean Perrin.

Ce travail fait suite à de précédentes recherches sur les satellites $L\alpha$ des éléments lourds [2]. Comme je l'ai déjà dit, des travaux récents [3], indiquaient l'absence d'émissions *hors-diagramme* pour les éléments de numéro atomique Z compris entre 53 et 74 inclusivement. Ce fait constituait l'une des bases expérimentales d'une théorie récente de D. Coster et R. de L. Kronig [4]. Cependant, à l'aide d'un spectrographe à quartz courbé (diamètre 40^{cm}; dispersion 5 u.x./mm), j'observe ces émissions pour les éléments 72 [5], 73, 74 (*loc. cit.*) et 75, aussi bien d'ailleurs que pour les éléments plus lourds que j'ai étudiés : 78, 80 (*loc. cit.*) et ici 83, 90 et 92.

Dans tous ces cas, lorsque $L\alpha_1$ n'est pas encore trop surexposée une raie bien séparée l'accompagne toujours (α^x). Des poses plus longues révèlent une bande complexe qui s'étend à partir de α_1 vers les courtes ondes dans laquelle on distingue, entre autres, en plus de α^x encore deux raies : l'une α^{ix}, l'autre sans doute α' connue pour les éléments plus légers que Sn. Au rhénium (75) l'émission est particulièrement intense; pour les numéros atomiques décroissants l'intensité globale par rapport à α_1 ne semble pas varier de façon discontinue; à partir du tungstène elle devient surtout plus diffuse, ce qui expliquerait que les auteurs cités qui l'ont recherchée n'aient pu l'observer au delà de l'osmium (76) (Richtmyer et Kaufman, *loc. cit.*).

J'ai fait les mesures relativement aux longueurs d'onde de $L\alpha_1$ et α_2 correspondantes, rapportées par Siegbahn, sauf pour le rhénium pour lequel une nouvelle détermination par rapport à $ZnK\alpha_1$ et α_2 m'a donné :

---

(1) Séance du 15 juin 1936.

(2) Y. Cauchois, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1194; *Comptes rendus*, 201, 1935, 721.

(3) F. K. Richtmyer et R. D. Richtmyer, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 574; F. K. Richtmyer et S. Kaufman, *Phys. Rev.*, 44, 1933, p. 605; H. Claësson, *Zts. f. Phys.*, 85, 1933, p. 231.

(4) *Physica*, 2, 1935, p. 13; D. Coster et K. W. de Langen, *Physica*, 3, 1936, p. 282.

(5) Un échantillon d'oxychlorure a été mis à ma disposition par M. Zeeman.

$L\alpha_1 = 1429{,}97$; $\alpha_2 = 1440{,}96$ u. x., nombres que j'ai retenus pour mes calculs.

TABLEAU.

Z.	λ.	ν/R.	Δν/R à α_1.	$\sqrt{\Delta\nu/R}$.	Identification (1).
92	$904{,}7_2$	$1007{,}2_4$	$4{,}4_6$	$2{,}1_1$	α^x
	$905{,}6_5$	$1006{,}2_0$	$3{,}4_2$	$1{,}8_5$	α^{ix} (905,35)
	$907{,}0_1$	$1004{,}7_0$	$1{,}9_2$	$1{,}3_8$	α'
90	$950{,}0_5$	$959{,}1_8$	$4{,}0_2$	$2{,}0_0$	α^x
	$950{,}7_9$	$958{,}4_3$	$3{,}2_7$	$1{,}8_1$	α^{ix} (950,80)
	$952{,}3_0$	$956{,}9_1$	$1{,}7_5$	$1{,}3_2$	α'
83	$1136{,}8_5$	$801{,}5_7$	$3{,}2_6$	$1{,}8_1$	α^x (1136,95)
	$1138{,}2_0$	$800{,}6_2$	$2{,}3_1$	$1{,}5_2$	α^{ix} (1138,14)
	$1139{,}5_0$	$799{,}7_1$	$1{,}4_0$	$1{,}1_8$	α'
75	$1424{,}0_8$	$639{,}9_0$	$2{,}6_4$	$1{,}6_2$	α^x
	$1426{,}7_5$	$638{,}7_0$	$1{,}4_4$	$1{,}2_0$	α^{ix}
	$1427{,}3_5$	$638{,}4_3$	$1{,}1_7$	$1{,}0_8$	α'
73	$1512{,}8_5$	$602{,}3_5$	$2{,}3_8$	$1{,}5_4$	α^x
	$1515{,}7_2$	$601{,}2_4$	$1{,}2_4$	$1{,}1_2$	α^{ix}
	$1516{,}0_1$	$601{,}1_0$	$1{,}1_3$	$1{,}0_6$	α'
72	$1560{,}1_1$	$584{,}1_1$	$2{,}2_2$	$1{,}4_9$	α^x
	$1562{,}9_6$	$583{,}0_4$	$1{,}1_5$	$1{,}0_7$	α' et α^{ix}

Outre celles rapportées ici d'autres raies sont visibles sur mes clichés au voisinage immédiat de α_1 ainsi qu'au delà de α^x vers les courtes ondes; α^x semble d'ailleurs complexe; pour certains éléments α_1 est asymétrique vers les grandes ondes.

Une assez bonne coïncidence entre les valeurs de $\Delta\nu/R$ rapportées dans mon tableau et les fréquences de certaines transitions relatives à des niveaux extérieurs de l'atome — en particulier pour α^x et O_I-O_{II} — fait penser que certains au moins de ces satellites seraient dus à des mécanismes atomiques par lesquels la fréquence émise serait la somme de deux transitions, relatives respectivement à deux niveaux intérieurs et à deux niveaux extérieurs de l'atome.

Quoi qu'il en soit, la présence de ces satellites dans la région où leur existence a été infirmée à la fois expérimentalement et théoriquement suggère la nécessité de modifier ou compléter certaines conceptions théoriques récentes.

---

(1) D'après nomenclature de Richtmyer-Kaufman.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la matérialisation de l'énergie des rayons* β *du* RaC. Note [1] de M. **Aurelio Marques da Silva**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai entrepris l'étude de la formation de paires d'électrons lors du passage de rayons β à travers la matière. Skobelzyn et Stepanowa [2] avaient trouvé sur ce sujet des résultats qui ne s'accordent pas avec les prévisions théoriques et qui n'ont pas été retrouvés par d'autres expérimentateurs.

Dispositif expérimental. — Le dispositif expérimental est analogue à celui des auteurs cités, avec la différence que le tube de plomb contenant la source avait une épaisseur plus grande (3^{mm}), avec deux trous diamétralement opposés de 3^{mm} de diamètre et qu'il était placé au milieu de la chambre de Wilson. La source (ampoule de verre contenant $RaBr^2$) avait une intensité d'environ 10^{-6} curie. Le champ magnétique était de 300 à 400 gauss.

Dans les clichés, on voit de nombreux électrons sortant des deux orifices ménagés dans le tube de plomb et aussi quelques-uns provenant de la périphérie de celui-ci et dus à l'effet Compton et photoélectrique des rayons γ. De temps en temps on voit des positons émergeant soit des trous, soit de la paroi de plomb.

Résultats. — Une série d'expériences faite en interposant autour de la source des écrans de plomb d'épaisseur croissante a donné les résultats représentés par la courbe I de la figure. Chaque point est obtenu avec une centaine de détentes.

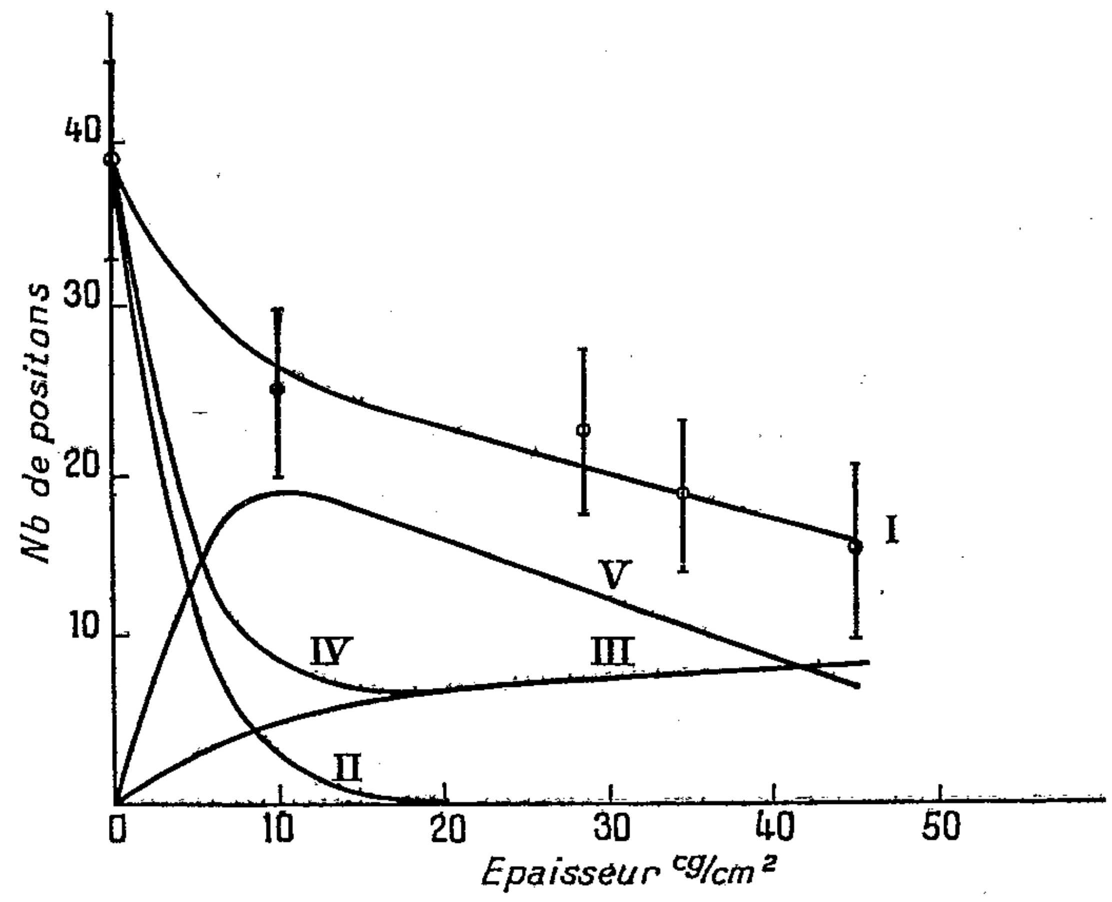
Le premier point à gauche (sans écran) correspond à des positons émis spontanément par la source. Les autres points correspondent aux positons qu'on obtient en interposant des écrans de plomb d'épaisseur croissante, et provenant de la source et de la matérialisation dans l'écran de l'énergie des rayons β et γ. Pour dénombrer ceux qui proviennent de chacun de ces effets nous avons mesuré l'énergie des positons naturels (source découverte) et construit la courbe de leur spectre d'énergie. Celui-là se rapproche beaucoup du spectre des rayons β du RaB. Nous avons admis que l'absorption des positons naturels obéit à la même loi que celle des rayons β de RaB. La courbe II représente, dans cette hypothèse, la proportion des positons émis par la source elle-même.

---

[1] Séance du 15 juin 1936.

[2] *Journ. de Phys.*, 6, 1935, p. 1.

Pour évaluer le nombre de positons qui sont dus à la matérialisation des rayons γ, nous avons compté le nombre de positons émis par deux couches opposées de 3^{mm} de largeur dans une direction perpendiculaire à celle des trous. Ces positons sont nécessairement dus à la matérialisation des rayons γ ayant traversé une épaisseur de 3^{mm} de plomb. On peut calculer l'épaisseur optima de la couche de plomb pour ce phénomène, l'énergie maximum des



rayons γ étant de $2,2.10^6$ eV. La courbe III représente les proportions de positons correspondant à la matérialisation des photons dans les écrans de plomb.

La courbe IV, somme de II et III, représente les proportions de positons provenant, après passage de l'écran, de la matérialisation des photons et de la source. La différence entre cette courbe et la courbe I donne le nombre de positons dus à la matérialisation de l'énergie des rayons β (courbe V). Elle présente un maximum pour une épaisseur de l'écran de 0,10 g/cm² et ensuite une décroissance régulière dont la pente ne s'éloigne pas beaucoup de celle qui correspondrait à l'absorption des rayons β émis par la source, d'énergie comprise entre 1,1 et $2,2.10^6$ eV.

La section efficace de matérialisation de l'énergie des rayons β déduite des observations précédentes et du nombre de rayons β d'énergie supérieure à 10^6 eV émis par la source et frappant les écrans est trouvée égale à 8.10^{-23} cm². Cette valeur est environ la moitié de celle de Skobelzyn et Stepanowa et elle est 40 fois plus élevée que la valeur théorique trouvée par Bethe et Heitler pour la matérialisation des photons.

Nous avons ensuite remplacé l'écran de plomb par un écran d'aluminium. Notre dispositif ne permettait pas l'emploi d'écrans de grande épaisseur, de sorte que nous n'avons pu étudier que l'effet d'un écran de 0,11 g/cm². Nous avons trouvé, en accord avec Skobelzyn et Stepanowa, qu'à masse superficielle égale le rendement pour la production de paires est du même ordre que dans le plomb. Le rapport du nombre de noyaux présents étant, pour la même masse superficielle de 7,7 et celui des nombres atomiques de 6,3 la probabilité de matérialisation serait proportionnelle à Z et non à Z^2 comme prévoit la théorie. Cette conclusion cependant n'est pas certaine et nous continuons les expériences dans le but d'éclaircir la question.

MÉTALLURGIE. — *Étude mécanique de la forgeabilité de divers types d'alliages légers et ultralégers*. Note [1] de MM. **Albert Portevin** et **Paul Bastien**, présentée par M. Léon Guillet.

L'étude des possibilités et conditions de façonnage à chaud des métaux et alliages est l'inverse du problème de la recherche de matériaux métalliques résistant à chaud : dans le premier cas, les déformations doivent être de grande amplitude et les vitesses de déformation élevées; dans le second cas au contraire, les déformations et les vitesses de déformation doivent être excessivement petites, même pendant des durées prolongées, et, pour une même classe de matériaux, les températures à envisager sont plus basses que dans le premier cas.

Nous nous sommes proposé de déterminer avec précision les conditions optima de travail à chaud, d'une part, de l'aluminium et des alliages légers suivants : Al 6 et 12 pour 100 Cu; Al 5,10 et 15 pour 100 Mg, d'autre part, du magnésium et des alliages ultralégers suivants : Mg 5,10 et 15 pour 100 Cu; Mg 3,6 et 9 pour 100 Al.

Comme l'aptitude aux ruptures à chaud est fonction, non seulement du mode de déformation, mais encore de la vitesse de déformation, nous avons été conduits à envisager :

1° *les essais statiques* de flexion et de compression, avec enregistrement du diagramme efforts-déformations, à diverses températures;

2° *les essais dynamiques* de flexion et de traction, à températures échelonnées, sans enregistrement du diagramme.

---

(1) Séance du 15 juin 1936.

De l'ensemble des résultats obtenus au cours de ces recherches et des courbes les représentant en fonction de la température d'essai, il ressort les résultats suivants :

A. *Méthodes d'essai.* — L'essai à l'écrasement, statique ou dynamique,

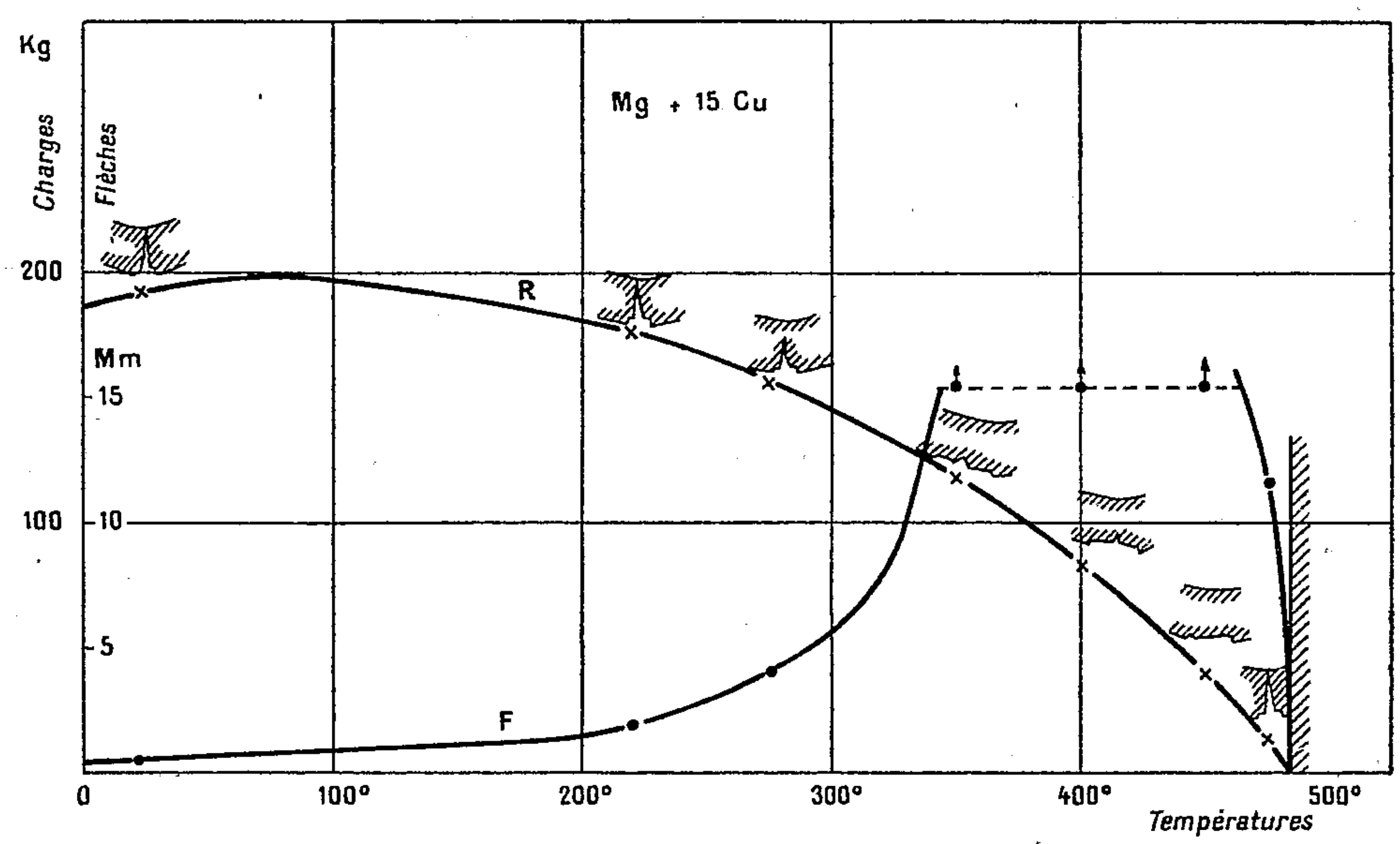


Fig. 1.

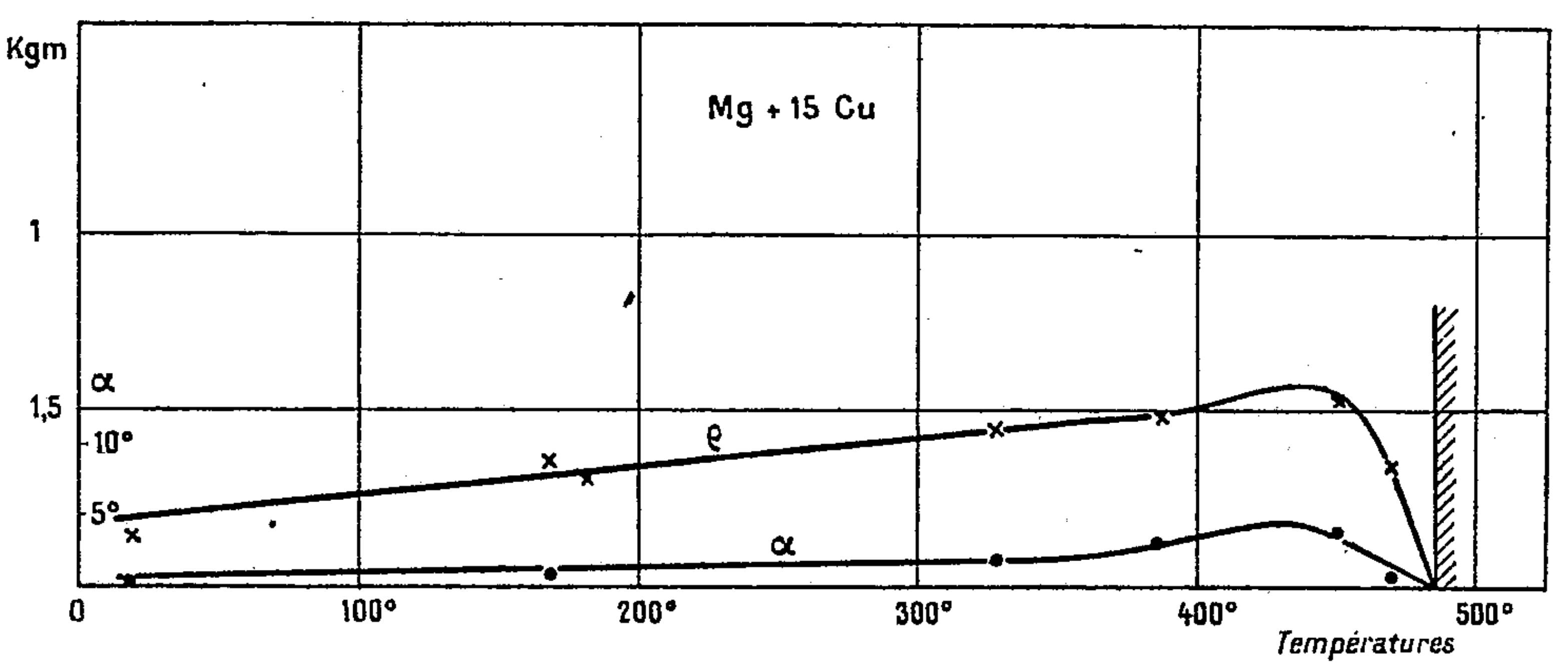


Fig. 2.

qui a été utilisé par de nombreux auteurs, n'apparaît pas approprié pour qualifier et différencier l'aptitude au travail à chaud des alliages légers malléables. Si l'on compare les résultats donnés par les essais de flexion statique et dynamique, on constate que les courbes représentatives de la capacité de

déformation ont la même allure avec maximum, d'ailleurs beaucoup mieux marqué dans les essais statiques. La capacité de déformation est beaucoup plus faible par choc, et parfois le maximum disparaît. Un exemple est donné par les figures 1 et 2.

Les positions thermiques des maxima statique et dynamique ne concordent pas, étant reportées vers des températures plus élevées aux essais dynamiques, ce qui se rattache à l'influence de la recristallisation après déformation, plus importante dans les déformations lentes.

Il apparaît que :

1° l'absence de maximum au choc correspond à un alliage non pratiquement forgeable;

2° la présence d'un palier statique, même étroit, permet le forgeage à faible vitesse ou le filage.

Si l'on compare les résultats des essais de flexion et de traction dynamiques, on remarque que les courbes caractérisant la capacité de déformation ont la même allure, sans qu'il y ait toujours concordance thermique des maxima, celui des essais par traction étant généralement plus bas (intervention probable de déformations de compression pour la flexion).

Les essais *par flexion*, statique et dynamique, apparaissent les mieux appropriés, commodes et rapides pour apprécier la forgeabilité des alliages légers et ultralégers; dans le cas de métaux jugés difficilement forgeables, ces essais permettent de délimiter la zone optimum de température de travail. Ceci est en accord avec les conclusions de l'étude sur la forgeabilité des aciers et alliages de cuivre (1).

B. *Comparaison entre les divers alliages expérimentés.* — De ces essais, il ressort que les alliages de magnésium peuvent être filés jusque vers 15 pour 100 de cuivre ou 6 à 9 pour 100 d'aluminium; ils sont forgeables avec précaution jusque vers 15 pour 100 de cuivre.

En ce qui concerne les alliages d'aluminium, celui à 12 pour 100 de cuivre doit pouvoir se filer et se forger avec précaution; quant aux alliages aluminium-magnésium, la limite de forgeabilité doit se trouver entre 5 et 10 pour 100 de magnésium pour la pureté des métaux utilisés.

---

(1) A. Portevin, E. Pretet et J. de Lacombe, *Annales de l'Académie des Sciences techniques de Varsovie*, 2, 1935, p. 167 et *Revue de Métallurgie*, 33, 1936, p. 114.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La transformation de l'urée en carbonate d'ammonium.* Note de M. **Ernest Toporescu**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La fermentation des eaux de vidange sous l'action de bacilles hydratants transforme l'urée en carbonate d'ammonium suivant la réaction

$$CO(NH^2)^2 + 2H^2O = CO^3(NH^4)^2.$$

J'ai obtenu la même réaction par les méthodes de dialyse que j'ai récemment appliquées à l'inversion du sucre [1].

Le dialyseur est constitué par un vase de 12^{cm} de diamètre. La membrane de parchemin a été stérilisée à l'ébullition, puis lavée à froid dans l'eau distillée. On a placé dans le dialyseur 100^{cm^3} d'une solution à 2 pour 100 d'urée et, dans le vase extérieur, une solution de NaCl à 6 pour 100. L'appareil a été maintenu pendant 24 heures dans un thermostat à 40°.

Les analyses ont été faites colorimétriquement en ajoutant à 20^{cm^3} de solution 1^{cm^3} de réactif Nessler et comparant à une solution étalon renfermant 0,0032 pour 100 de NH^4Cl. Les quantités de sel d'ammonium trouvées ont été en moyenne les suivantes :

Solution primitive :	d'urée.	témoin.	du dialyseur.	du vase extérieur.
-	Néant	Néant	0,0084 %	0,012 %

Ces résultats ont été vérifiés qualitativement par M. R. Vladesco, par une méthode différente, en filtrant à plusieurs reprises à travers une plaque de verre d'Iéna, à la température du laboratoire, une solution d'urée additionnée de chlorure de sodium.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la cristallisation du borate de zinc.* Note de MM. **René Pâris** et **P. Mondain Monval**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans le but d'étudier les conditions de dévitrification des verres, nous nous sommes adressés au borate de zinc $2B^2O^3, 3ZnO$ qui présente sur les verres industriels l'avantage d'une composition définie répondant à une formule simple et celui d'une cristallisation très aisée.

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1672.

Après fusion au creuset de platine des quantités stœchiométriques d'anhydride borique et d'oxyde de zinc, on obtient, par refroidissement rapide, un verre parfaitement incolore, transparent, non hygroscopique, qui cristallise facilement si on le réchauffe entre 700° et 900°. Les cristaux sont à la différence du produit vitreux, insolubles dans l'acide chlorhydrique 1/1 et peuvent ainsi être isolés du verre qui les enrobe ([1]). Nous avons remarqué, en outre, que la cristallisation s'accompagne d'une augmentation notable de la densité (densité du produit vitreux : 3,64; densité des cristaux : 4,22).

Pour apprécier la vitesse de dévitrification du produit vitreux nous fondions une perle de borate dans la boucle d'un fil de platine, puis nous la portions dans un four électrique maintenu à température fixe et muni de regards en mica permettant l'observation visuelle du développement des cristaux. Si t est le temps, en minutes, nécessaire pour que toute la surface de la perle soit recouverte de cristaux, et si nous désignons par $1/t$ la vitesse de cristallisation pour une température déterminée, nous trouvons que cette grandeur varie en fonction de la température suivant la courbe en cloche représentée par la figure I. On peut rapprocher cette dernière des courbes de vitesse de cristallisation de la glycérine ([2]) et de transformation du soufre prismatique en soufre octaédrique ([3]). La grosseur des cristaux qui recouvrent la perle de borate, variant en raison inverse du nombre des centres de cristallisation, permet de distinguer sur notre diagramme les régions suivantes : A, très petits cristaux; B, cristaux moyens; C, gros cristaux; D, nécessité d'amorcer la cristallisation.

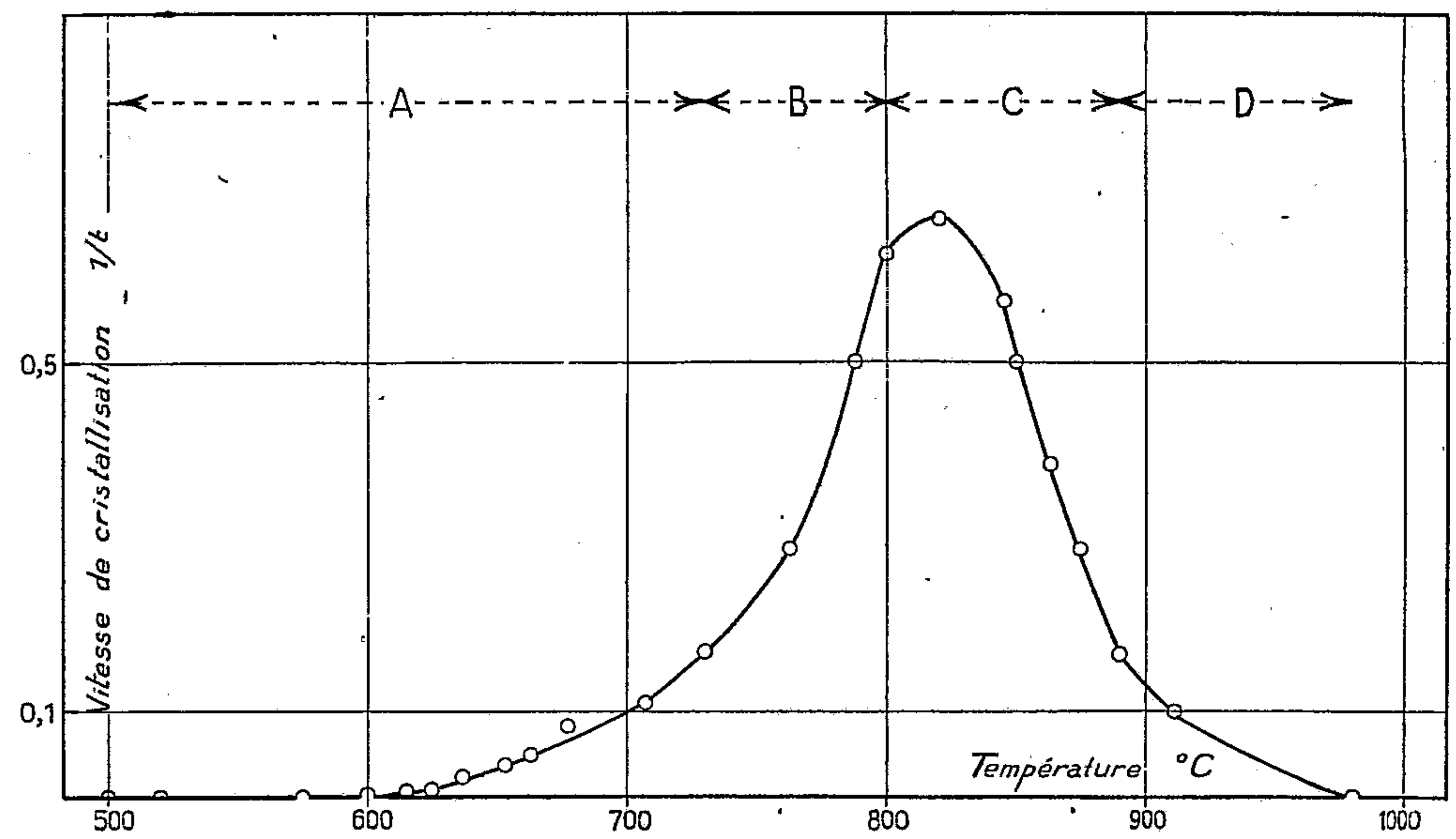
Il résulte de nos observations que la cristallisation du borate de zinc vitreux débute avec une vitesse extrêmement faible (non représentable à l'echelle des ordonnées de notre courbe) au voisinage de 500°. Cette vitesse croît d'abord très lentement jusqu'à 600°, puis de plus en plus vite jusqu'à 820° (maximum), température au delà de laquelle le verre cristallise de moins en moins facilement jusqu'au point de fusion des cristaux où la vitesse de cristallisation s'annule. Le tracé de la courbe d'échauffement du borate cristallisé nous a permis de fixer à 980° ce point de fusion.

Il nous restait à montrer que la limite inférieure de cristallisation coïn-

---

([1]) Le Chatelier, *Comptes rendus*, 113, 1891 p. 1034.
([2]) Volmer et Marder, *Z. phys. Chem.*, 154, A, 1931, p. 97.
([3]) Gernez, *Comptes rendus*, 100, 1885, p. 1382.

cidait avec le point de transformation du verre étudié [1]. A cet effet, nous avons déterminé la température de ramollissement : 550° et celle de l'anomalie de dilatation : 520°. Comme la cristallisation débute au voisinage de 500°, nous voyons que la zone de transformation, réduite à quelques degrés pour des produits vitreux tels que le sélénium et le soufre amorphes, devient nettement plus étalée dans le cas de véritables verres, à point de



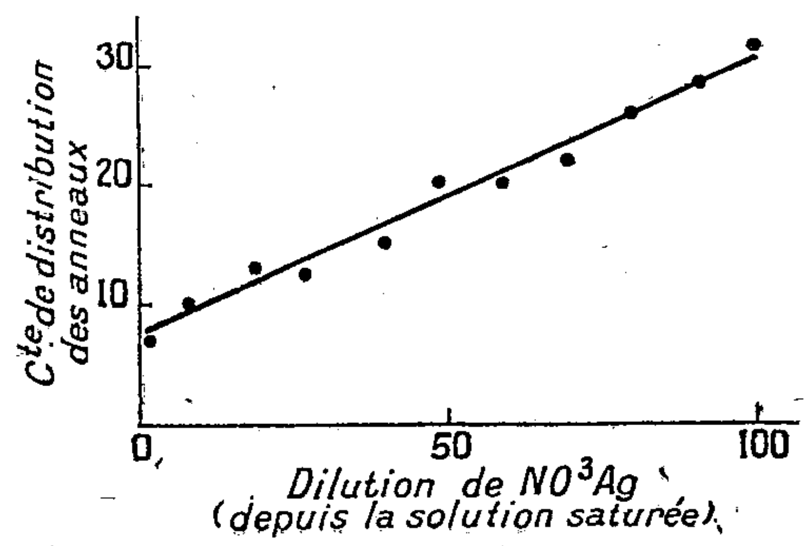
ramollissement élevé, mais qu'elle garde néanmoins toute sa signification en tant que limite inférieure de dévitrification. Nous signalerons, en outre, que la dilatométrie linéaire des échantillons de borate de zinc trempés nous a permis de mettre en évidence à 490° une contraction caractérisant la disparition des tensions internes et, par conséquent, fixant la température inférieure de recuisson.

---

(1) MONDAIN MONVAL, *Ann. de Chim.*, 11e série, 3, 1935, p. 5.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Périodicité de Liesegang et concentration du réactif-goutte.* Note [1] de Mlle SUZANNE VEIL, présentée par M. Georges Urbain.

Une étude systématique du phénomène de Liesegang en fonction de ses différents facteurs ne saurait, d'une manière générale, reposer sur un dénombrement absolu des anneaux, la proximité des premiers d'entre eux étant éventuellement suffisante pour rendre toute discrimination délicate ou même impossible. Cependant la loi de distribution spatiale précédemment établie [2] permet de substituer à la notion de numéro d'ordre des anneaux celle de constante de distribution du système, ou raison μ de la



Influence de la concentration au réactif-goutte sur le tassement relatif des anneaux.

progression arithmétique formée par les racines carrées des intervalles interannulaires, d'expression

$$\mu = \sqrt{\delta_n} - \sqrt{\delta_{n-1}},$$

δ_n et δ_{n-1} sont les intervalles interannulaires se rapportant respectivement aux anneaux de rang n et $n-1$, n étant un entier quelconque. La constante de distribution fournit une mesure du tassement relatif des anneaux; elle correspond au coefficient angulaire des droites antérieurement envisagées par J. Ratelade [3] dans son travail concernant la cellophane.

Au cours des présentes expériences, réalisées selon le mode opératoire classique de Liesegang, la constante de distribution a été étudiée en fonction de la concentration du réactif-goutte nitrate d'argent.

---

[1] Séance du 8 juin 1936.

[2] *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 611.

[3] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 555.

Les examens comparés sont pratiqués sur une même plaque de verre recouverte d'une couche de gélatine bichromatée aussi uniforme que possible, couche dans laquelle, après la prise du gel, les domaines d'essais sont séparés les uns des autres par des sillons creusés au moyen d'une pointe. Une goutte de nitrate d'argent, de concentration connue, est déposée dans chacune des cases formées, la taille de la goutte étant, comme il a été indiqué précédemment, sans influence sur la distribution des anneaux.

Dans ces conditions, on trouve que des solutions progressivement étendues depuis la solution saturée conduisent à des anneaux de moins en moins tassés, tels que la courbe représentative de la constante de distribution des anneaux en fonction de la dilution du nitrate d'argent (voir figure) se ramène sensiblement à une droite; d'où la relation simple

$$\mu = \frac{A}{c} + B,$$

c est la concentration du nitrate d'argent. A et B sont des constantes qui dépendent des conditions particulières de l'expérience et notamment de l'état de la gélatine bichromatée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Absorption de divers alcools en haute fréquence.* Note de MM. **Raymond Zouckermann** et **René Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

Divers auteurs [1] ont cru constater l'existence de bandes étroites d'absorption dans le spectre hertzien de certains alcools. Ces bandes n'auraient ni l'aspect ni la position prévues par la théorie de P. Debye [2].

Nous avons étudié l'absorption de 7 alcools primaires entre $\lambda = 3^m$ et $\lambda = 12^m$: en accord avec J. Malsch et E. Keutner [3] nous n'avons observé aucune bande étroite; en outre nous avons pu suivre la variation de l'absorption dans la série homologue.

Dispositif expérimental. — L'émetteur de haute fréquence est du type symétrique (dit Mesny), d'une puissance totale de 150 watts. Des variations faibles de longueur d'onde (5 à 10^{cm}) peuvent être obtenues en plaçant en parallèle avec la self de plaque un condensateur constitué simplement par deux petites tiges de laiton.

(1) H. Haase, *Phys. Zts.*, 35, 1934, p. 68; K. Krause, *Phys. Zts.*, 35, 1934, p. 684.

(2) *Polar. Molecules*, New-York, 1929.

(3) *Phys. Zts.*, 36, 1935, p. 288.

Le liquide étudié (1^{cm^3} environ) remplit le réservoir sphérique d'un thermomètre (¹). Ce réservoir est placé entre les deux armatures d'un condensateur plan qui fait partie d'un circuit oscillant accordé avec l'émetteur. La tension aux bornes du condensateur est mesurée à l'aide d'un petit électromètre à pivot, spécialement construit par l'un de nous et qui sera décrit ultérieurement.

On observe la colonne thermométrique à la lunette; pour chaque longueur d'onde, on mesure le temps (compris entre 5 et 15 secondes) nécessaire pour produire un échauffement de 1° (environ 20 divisions du thermomètre); on note simultanément l'indication de l'électromètre.

Nous avons vérifié que l'échauffement du liquide variait comme le carré de la tension aux bornes du condensateur. Il nous a par suite semblé commode de représenter les résultats par le rapport

$$P_1 = \frac{W_t}{W_e},$$

W_t étant la puissance dépensée en chaleur dans le liquide et $W_e = H^2/8\pi$ étant la densité efficace d'énergie dans ce liquide. Le champ à l'intérieur du liquide est alors (Divilkowsky et Filippof, *loc. cit.*)

$$H = \frac{V}{l}\frac{1}{\alpha} \qquad \text{avec} \quad \alpha = \left(\frac{\varepsilon+2}{3}\right) + 2\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon)(\varepsilon_1-1)}{9\varepsilon_1}(1-\beta).$$

La dispersion des constantes diélectriques étant mal connue, nous avons représenté en fonction de la longueur d'onde, sur les courbes de la figure 1, la quantité

$$P = Jcd\frac{\Delta T}{\tau}\frac{l^2}{V^2},$$

J = équivalent mécanique de la calorie; V = tension efficace; l = distance des armatures; c = chaleur spécifique; d = densité; ΔT = élévation de température dans le temps τ.

La précision des mesures est de 5 à 10 pour 100. Comme nous l'a montré l'étude de l'échauffement du thermomètre rempli de benzène (liquide non polaire), la correction à apporter aux mesures du fait de l'échauffement du verre est d'environ 15×10^{-8}.

Résultats. — 1° *Pour aucun des alcools étudiés nous n'avons observé de bande* dans les régions indiquées par Haase et par Krause.

2° Nous ferons remarquer que le coefficient P défini plus haut représente à un facteur constant près la conductivité équivalente σ. On constate alors que, conformément à la théorie de Debye, *σ diminue quand λ croît.* En outre, pour les grandes longueurs d'onde, σ varie bien comme $1/\lambda^2$. Enfin,

(¹) M. Divilkowsky et M. Filippof (*Phys. Zts. Sowjetunion*, 8, 1935, p. 311) ont utilisé un dispositif semblable.

bien qu'on puisse douter de la validité de la théorie de Debye quand il s'agit de liquides polaires purs, nous avons calculé approximativement P, d'après cette théorie, pour l'alcool butylique (courbe en pointillés de la figure 1). L'accord est très satisfaisant si l'on admet les valeurs $\varepsilon = 16$ et $a = 2,5$ Å (rayon moléculaire).

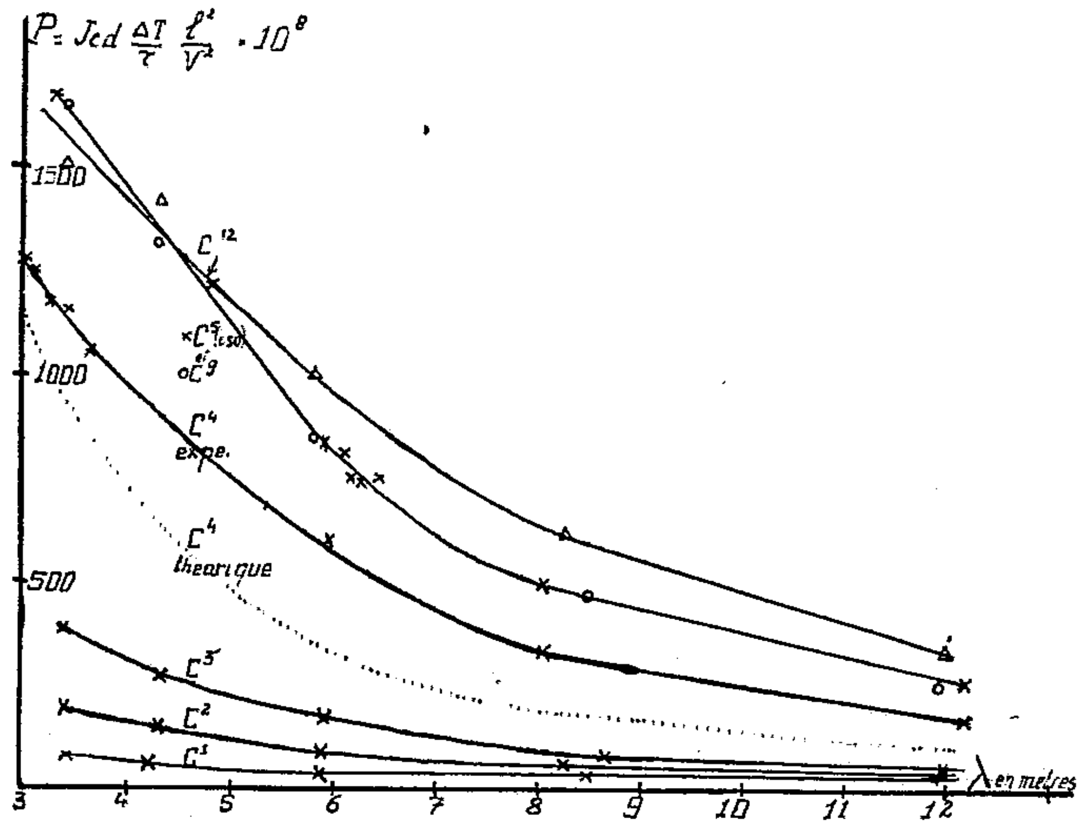


Fig. 1.

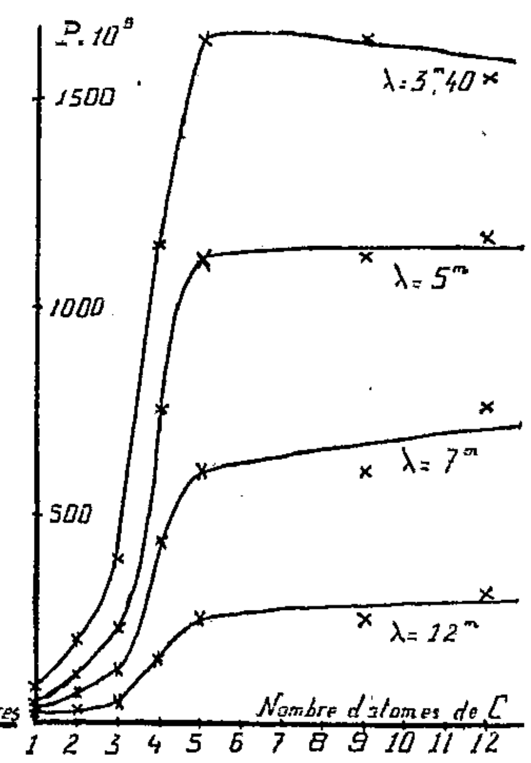


Fig. 2.

3° Il résulte des figures 1 et 2 que, pour une longueur d'onde donnée, lorsqu'on *monte dans la série homologue*, la *conductivité augmente rapidement puis tend vers une valeur constante* à partir du terme en C^5 ; ce fait ne ressort pas directement de la théorie de Debye, ni des expériences de Malsch [*loc. cit.* et (1)].

CHIMIE MINÉRALE. — *Hydrolyse des solutions de sulfate de vanadium pentavalent.* Note de MM. **Guy Gire** et **Fernand Rivenq**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'acide vanadique se dissout dans les solutions concentrées d'acide sulfurique. A l'ébullition ces solutions subissent d'elles-mêmes une réduction jusqu'à un équilibre entre le vanadium pentavalent restant et le vanadium tétravalent formé (2).

(1) J. M. Malsch, *Phys. Zts.*, 33, 1932, p. 19.

(2) Auger, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1355; 173, 1921, p. 306.

Ces mêmes solutions diluées s'hydrolysent en abandonnant de l'acide vanadique. Cette dernière propriété est utilisée dans l'industrie pour extraire l'oxyde V^2O^5 des minerais de vanadium. Les conditions de cette hydrolyse n'ont, à notre connaissance, jamais été précisées.

Pour obtenir des solutions de concentrations déterminées, nous avons préféré partir du sulfate de vanadium pentavalent, isolé selon la méthode de Berzélius ([1]), en évaporant une solution de sulfate de vanadyle en présence d'acide azotique. Le sel rouge orangé ainsi obtenu doit répondre à la formule $(SO^3)^2 . V^2O^5$; en réalité il contient toujours un léger excès d'acide sulfurique. Celui que nous avons isolé contenait en moyenne $2^{mol},2$ de SO^3 pour 1^{mol} de V^2O^5.

Ce sel se dissout facilement dans l'eau et sa solution s'hydrolyse lentement dès la température ordinaire. Nous avons étudié l'influence de la concentration en acide sulfurique sur cette réaction.

Un même volume de la solution était additionné d'un même volume de solutions sulfuriques de diverses concentrations et maintenu à température constante ($t = 50°$) jusqu'à ce que la teneur en vanadium de la solution ne varie plus. Pour les solutions peu acides, l'équilibre était atteint en 24 heures; pour les plus acides il fallut attendre, à cette température, plusieurs jours.

Le tableau suivant indique, pour les différentes concentrations en acide sulfurique, les quantités de SO^3 et V^2O^5 (molécules par litre) en équilibre dans la solution ainsi que le degré d'hydrolyse

$$\left(h = \frac{V^2O^5 \text{ précipité}}{V^2O^5 \text{ du sulfate introduit}}\right).$$

Addition d'acide (en mol.) V = 1 litre.	SO^3 (en mol.).	V^2O^5 (en mol.).	$\frac{[SO^3]}{[V^2O^5]}$.	h.
0...........	0,0293	0,00456	6,43	0,66
0,01.........	0,0393	0,00604	6,51	0,55
0,02.........	0,0493	0,00775	6,37	0,42
0,03.........	0,0593	0,00890	6,66	0,35
0,04.........	0,0693	0,0112	6,20	0,16
0,05.........	0,0793	0,0121	6,56	0,09

Ces résultats montrent que la réaction d'hydrolyse satisfait à l'équation

$$\frac{[SO^3]}{[V^2O^5]} = K \qquad (K = 6,45, \text{ pour } t = 50°).$$

([1]) *Pogg. Ann.*, 22, 1831, p. 1.

Mais cette équation ne permet pas de fixer exactement la réaction. Il faudrait encore déterminer la concentration $[H^+]$ des solutions. Or leur pH est, en général, trop élevé pour être mesuré directement. Nous cherchons actuellement à le mesurer d'une façon indirecte.

La constante K, d'après l'équation, serait indépendante de la dilution, toutefois, celle-ci influera sur l'équilibre dans la mesure où elle influe sur la dissociation de l'acide sulfurique, ce qui ressort des nombres suivants :

$t = 50°$.

Dilution en litres pour $1SO^3$.	SO^3 (mol./litre).	V^2O^5 (mol./litre).	K.
10,60	0,0942	0,0139	6,76
16,15	0,0619	0,00929	6,66
32,30	0,0310	0,00484	6,42
34,10	0,0293	0,00456	6,42
80,75	0,0124	0,00212	5,81
129,20	0,00774	0,00221	3,50

Le degré d'hydrolyse est légèrement diminué par la dilution qui entraîne une dissociation plus complète de l'acide sulfurique. Pour la plus forte dilution, la constante est nettement inférieure par suite de la formation d'acide vanadique colloïdal qu'il a été impossible de faire floculer. La présence de cet acide colloïdal se décèle à la couleur jaune orangé de la solution, bien plus accentuée que pour les autres solutions cependant plus concentrées en vanadium. Une addition de chlorure de sodium a permis une meilleure agglomération du dépôt, mais la précipitation n'a pu être totale.

La température a une grande influence sur l'hydrolyse (tableau ci-dessous). La variation de log K en fonction de 1/T, entre 0° et 100°, est linéaire. Toutefois la valeur trouvée à 0° est trop forte.

t.	SO^3 (mol./litre).	V^2O^5 (mol./litre).	K.	h.
0°	0,0942	0,0395	2,38	0,07
18	»	0,0304	3,10	0,28
36	»	0,0205	4,59	0,52
50	»	0,0139	6,76	0,67
75	»	0,0082	11,5	0,80

EFFET RAMAN. — *Sur le spectre Raman de quelques époxycyclohexanes substitués*. Note (¹) de MM. **Étienne Canals**, **Max Mousseron**, **Louis Souche** et **Pierre Peyrot**, présentée par M. Marcel Delépine.

Poursuivant notre étude sur les époxydes de la série alicyclique, nous donnons le spectre Raman de quelques époxycyclohexanes.

I. La raie 800 du cyclohexane se retrouve dans l'époxycyclohexane et les dérivés substitués; sa fréquence est diminuée surtout dans le diméthyl-1.4. Quant à son intensité, forte dans l'époxycyclohexane, elle s'affaiblit avec l'alourdissement de la substitution dans les dérivés. Comme avec les époxycyclopentanes, on constate que la raie 840 de l'époxycyclohexane, absente dans le spectre du cyclohexane, existe dans tous les dérivés; son intensité varie aussi en raison inverse du nombre d'atomes de carbone de la substitution.

II. La raie 1028 du cyclohexane subit une légère augmentation de fréquence, mais l'importance de la substitution n'apporte aucune modification. Dans la région comprise entre 800 et 1028 cm^{-1}, il existe un assez grand nombre de raies, parmi lesquelles se détache par la constance de sa fréquence la raie 995 de l'époxycyclohexane.

III. La raie moyenne 1267 du cyclohexane se retrouve inchangée dans les produits examinés; toutefois, à partir du dérivé méthylé, cette raie devient faible, puis floue, la substitution gênant cette vibration caractéristique des carbures alicycliques.

IV. Comme pour les époxycyclopentanes, la raie du groupement CH^2 (1441 du cyclohexane) est dédoublée dans nos dérivés.

V. Il semble qu'on puisse différencier le méthyl-1-époxy-1.2 des deux méthyl-1-époxy-3.4; le premier présente une raie forte à 767 suivie d'une raie faible à 781, c'est le contraire qu'on observe avec les époxydes-3.4. C'est dans cette région (742-781) qu'on peut trouver une différence entre les spectres des deux méthyl-1-époxy-3.4-cyclohexanes isomères : l'isomère *b* donnent entre les deux raies précitées une troisième raie faible. Un cliché surexposé de l'isomère *a* ne fait pas apparaître cette dernière.

VI. Si l'on ne prend pas soin dans la préparation des dérivés éthylé, propylé, isopropylé, butylé, *d'éviter toute distillation à la pression ordinaire*,

---

(¹) Séance du 15 juin 1936.

Cyclohexane (*).	Époxy-cyclohexane.	Méthyl-1-époxy-1.2-cyclohexane.	Méthyl-1-époxy-3.4-cyclohexanes (**). Isomère *a*.	Isomère *b*.	Diméthyl-1.4-époxy-1.2-cyclohexane.	Éthyl-1-époxy-1.2-cyclohexane.	Propyl-1-époxy-1.2-cyclohexane.	Isopropyl-1-époxy-1.2-cyclohexane.	Butyl-1-époxy-1.2-cyclohexane.	Phényl-1-époxy-1.2-cyclohexane.	Benzyl-1-époxy-1.2-cyclohexane.
											233 ff
		320 f, fl								310 ff	
					361 ff					356 ff	
379 f	376 f										
		386 ff	376 f							412 ff	
		417 f									
425 f											
	442 ff	437 ff?									
			457 f		462 ff						
							528 ff				
	538 ff	538 ff						563 ff, fl, l			
							573 ff				
		608 f					623 ff			623 Ff	623 f
	643 f		658 f	658 f		668 f			633 ff		
		680 F, l	678 f	678 f	680 f, l		683 ff	678 ff, fl			
	693 ff		742 Ff	747 f					693 f, fl		
	747 f			767 f				722 ff		752 ff	
800 F	781 FF	767 FF	781 F	781 Ff	752 Ff	786 Ff	791 f	791 Ff	772 ff, fl	781 ff	781 b, f, fl
		781 ff									
	816 f		811 f		811 ff						
	840 Ff	841 F	845 f		835 Ff	835 f, fl, l	825 f	845 f	825 f	845 f, fl	840 ff
	879 f, fl	869 f					865 f				
	899 f	913 f, fl, l									
	971 Ff	971 f				904 ff, fl					952 ff
			966 ff			971 ff, fl					
	995 ff	1000 f			995 f	1000 f, l	1000 Ff	1000 Ff	995 Ff	1000 F	1000 F
			1010 ff						1005 Ff		
1028 Ff	1039 F	1036 F	1039 f	1039 f	1034 f	1039 Ff	1039 Ff	1034 Ff	1029 ff	1039 Ff	1039 f
		1063 f, fl, l									
	1090 f	1091 f, fl, l	1091 f	1090 f	1101 ff		1090 ff, l				
1156 f	1149 f	1125 ff	1139 f	1096 f					1115 ff		
	1191 f	1177 Ff	1191 f	1191 f	1158 ff	1177 Ff, fl	1167 f, fl, l			1158 f	1182, 1210 b, f, fl
							1186 f	1186 f	1172 f		
	1224 ff	1220 f, fl, l	1229 ff	1224 ff	1215 f, fl		1215 Ff				
										1234 f, fl	
1267 Ff	1262 F	1262 f	1262 F	1262 Ff	1267 f	1262 f	1262 f	1262 f, fl	1262 f, fl	1267 f, fl	1267 b, f, fl
		1314 f	1314 ff		1314 f, l		1309 Ff				
1350 ff	1360 f	1370 b, f, fl	1355 f	1360 f	1370 f, fl, l	1365 ff, fl	1383 f, fl				
	1425 Ff	1425 Ff	1430 Ff	1425 Ff	1430 Ff	1430 Ff	1430 Ff	1430 Ff	1430 Ff	1430 Ff	1430 f
1441 Ff	1448 Ff	1462 Ff	1462 Ff	1462 Ff	1458 Ff	1458 Ff	1458 Ff	1458 Ff	1458 Ff	1458 Ff	1458 f
										1513 f	1508 f
										1604 F, l	1609 F, l

FF = raie très forte; F = raie forte; Ff = raie moyenne; f = raie faible; ff = raie très faible; fl = floue; l = large; b = bande.

(*) MM. GODCHOT, E. CANALS et Mlle G. CAUQUIL, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 176. (**) R. GRANGER, *Thèse Sciences*, Montpellier, 1936, n° 56, p. 69. (Nous ne donnons pas dans ce tableau les raies du groupement C–H.)

on constate dans les spectres Raman des produits obtenus deux raies nettes dans les régions 1600 et 1700 indiquant la présence d'un groupement C — C et d'un groupement C = O par formation en petites proportions durant la distillation de cyclohexanones et de cyclohexadiènes substitués ([1]). D'ailleurs ces mêmes faits ont été observés dans la série des époxycyclopentanes, mais seulement à partir du dérivé propylé.

VII. Notons enfin la présence dans les spectres des dérivés phénylé et benzylé des raies 1604 et 1609 appartenant à la double liaison apportée par la substitution.

CHIMIE. — *Contribution à l'étude des esters boriques des polyalcools.* Note ([2]) de M. **André Dupire.**

M. Pierre Paturreau ([3]) et Mlle Marguerite Veiler indiquent que les éthers boriques de la glycérine et des polyalcools en général sont difficiles à isoler, tandis qu'ils obtiennent facilement les éthers acides des polyalcools substitués.

Antérieurement j'ai préparé toute une série d'esters boriques en employant la méthode d'entraînement azéotropique qui avait bien réussi pour l'obtention des esters arsénieux ([4]). Je me suis servi à cet effet d'un appareillage spécial pour l'estérification et la distillation sous vide ([5]).

Cette méthode permet l'obtention des esters $B(OR)^3$ avec un rendement presque théorique. Il est toutefois indispensable d'employer un liquide entraîneur permettant l'estérification à la plus basse température possible; ceci pour éviter une déshydratation simultanée de l'acide borique et la formation d'esters métaboriques. De plus l'entraîneur choisi ne doit pas entraîner l'ester formé et le moins possible de polyalcool.

En général, pour les esters décrits ci-dessous, le toluène convient bien. Il permet, en se maintenant à des températures adéquates et progressives à la fin de l'opération, d'obtenir des esters presque purs en un temps extrêmement réduit.

---

(1) M. Tiffeneau, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1284; Mlle J. Lévy et J. Sfiras, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 45; P. Bedos et A. Ruyer, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 962.

(2) Séance du 15 juin 1936.

(3) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1683.

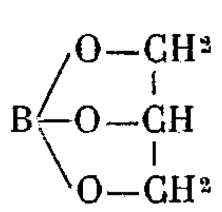
(4) *Doc. scientifique*, 2, 1933, p. 139 et 225.

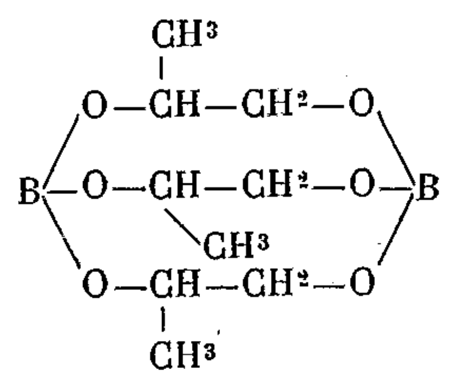
(5) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 14 et 191.

Ainsi l'estérification de 186^{g} d'éthane-diol, suivant l'équation

$$2\,B(OH)^3 + 3(CH^2OH)^2 = B \equiv (O.CH^2.CH^2.O)^3 \equiv B + 6\,H^2O,$$

nécessite 1 heure 30 minutes en opérant dans un ballon de 500$^{cm^3}$. La préparation des esters de la glycérine (I) et de la monochlorhydrine, du propane-diol (II) et du butane-diol demande environ 2 heures.


(I).


(II).

L'ester de l'éthane-diol est une masse blanche un peu cassante. Celui de la glycérine constitue un verre qui devient pâteux vers 150°. Ces deux produits, après solidification, font craqueler les flacons, ainsi que l'a indiqué Charles Moureu [1] pour le disacryle.

Les esters des propane-diol-1.2, chloro-1-propane-diol-2.3 et butane-diol-2.3 s'obtiennent tout à fait purs; ce sont des liquides visqueux, incolores, qui s'hydratent instantanément par l'eau en précipitant de l'acide borique.

Le dosage du bore dans ces esters se fait aisément par volumétrie avec l'*o*-crésol-phtaléine comme indicateur.

La cryoscopie acétique est satisfaisante et donne, pour l'ester du butane-diol-1.3, PM = 335 au lieu de 340 (calculé).

Les propriétés physiques usuelles sont indiquées ci-dessous :

	Eb/mm.	*d*/*t*°.	*n*D/*t*°.
Propane-diol-1.2	178°/35	1,027/27°	1,4340/27°
Chloro-1-propane-diol-2.3	263°/20	1,410/31°	1,4920/31°
Butane-diol-1.3	212°/17	1,092/17°	1,4464/17°

L'étude complète ainsi que les propriétés chimiques d'un grand nombre d'esters boriques sera publiée prochainement.

(1) *Ann. de Chimie*, 15, mars 1921, p. 161.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Les esters de l'acide polymétatellurique.* Note de M. **Marcel Patry.**

A chacun des deux acides telluriques correspond une série d'esters. En 1916, G. Pellini (¹) a obtenu l'orthotellurate neutre de méthyle, $Te(OCH^3)^6$, par action du diazométhane sur l'acide orthotellurique. En 1935, j'ai signalé (²) l'existence des esters polymétatelluriques et préparé, à l'état de pureté, par action directe de l'alcool sur l'acide, le dérivé éthylique neutre $[TeO^4(C^2H^5)^2]^{11\pm1}$. La présente Note résume une étude d'ensemble des esters polymétatelluriques.

Action des alcools sur l'acide polymétatellurique. — Les alcools sont pratiquement sans action sur l'acide anhydre. Au contraire, les alcools méthylique, éthylique, propylique normal le dissolvent, même à froid, lorsqu'il est hydraté (³). Les alcools primaires butyliques et amyliques le dissolvent également, mais à chaud seulement. Sauf avec l'alcool méthylique, il est facile de préparer à partir de ces solutions, l'ester neutre pur. Il suffit en effet de chauffer la solution à reflux pendant quelques heures et d'évaporer à l'ébullition. Si l'alcool est suffisamment anhydre, l'eau est éliminée par azéotropisme et le résidu est constitué par l'ester pur $(TeO^4R^2)^n$ soluble dans l'éther. Voici quelques données analytiques.

	Ester éthylique.	Ester propylique normal.	Ester isobutylique.	Ester isoamylique.
Te trouvé (%).........	51,1	45,9	41,7	38,2
Te calculé %..........	50,8	46	41,5	38,2

J'ai obtenu les esters acides des alcools méthylique, éthylique, propylique normal, en dissolvant l'acide à froid et en évaporant l'alcool dans le vide à basse température. Le résidu solide est constitué par un mélange d'ester acide, d'ester neutre et d'acide. L'ester neutre, seul soluble dans l'éther, s'élimine facilement. Au contraire, il m'a été impossible, par les

---

(¹) *Gazz. chim. Italiana*, 46, 1916, p. 247.

(²) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1597 et *Bulletin de la Société chimique*, 5ᵉ série, 3, 1936, p. 845.

(³) Il est avantageux d'utiliser pour ces expériences le produit désigné sous le nom d'acide allotellurique de Mylius et qui est en réalité (M. Patry, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 71) une solution aqueuse concentrée en acide polymétatellurique (25 Te au litre).

procédés classiques, d'isoler l'ester acide du mélange, car en présence d'eau, il se saponifie et se dépolymérise rapidement.

Les alcools saturés secondaires et tertiaires ne réagissent pas sur l'acide polymétatellurique. La glycérine et l'alcool benzylique s'estérifient au contraire assez aisément, mais je n'ai pu obtenir, à l'état de pureté, les esters correspondants.

Propriétés des esters polymétatelluriques :

Les propriétés des dérivés éthyliques, décrites dans des publications précédentes (*loc. cit.*) sont communes aux différents termes de la série. Ce sont des poudres amorphes, indistillables, se décomposant sans fondre à partir de 95° (vers 300°, cette décomposition prend une allure explosive). Les esters neutres sont solubles en toutes proportions (on peut parler de miscibilité) dans tous les solvants organiques usuels : alcool, éther, chloroforme, benzène, toluène, cyclohexane, acétone, etc. L'évaporation des solutions conduit, dans tous les cas, à des liquides de plus en plus visqueux, puis à des gommes pulvérulentes après un séchage rigoureux. Cette opération est réversible, sauf pour l'ester éthylique dans les solvants suivants : benzène, toluène, xylène, cyclohexane. A 16°, on ne peut, en effet, dissoudre plus de 8^g de cet ester dans 1 litre de benzène.

Les valeurs des poids moléculaires de ces esters, déterminées par ébullioscopie (¹) dans le benzène, le chloroforme, l'éther conduisent à la formule générale $(TeO^4R^2)^{11\pm1}$, en accord avec celle attribuée précédemment à l'acide.

Les propriétés de ces esters permettent de les classer dans la catégorie des colloïdes moléculaires, au sens indiqué par A. Lumière (²).

Action des alcools sur l'acide orthotellurique. — L'estérification directe de l'acide orthotellurique par l'alcool éthylique a été tentée vainement par Oppenheim (³). En fait cet acide n'est soluble à froid dans aucun alcool. Au contraire, à chaud, j'ai observé une dissolution lente dans les alcools primaires saturés, méthylique, éthylique, propylique, butyliques, amyliques. La vitesse de dissolution est d'autant plus grande que le poids moléculaire de l'alcool est plus faible. Ces solutions alcooliques sont identiques à celles obtenues dans des conditions analogues avec l'acide polymétatellurique. En particulier, leur évaporation conduit aux esters polymétatelluriques.

Cette formation des esters polymétatelluriques à partir de l'acide ortho-

(¹) Les mesures cryoscopiques, dans le benzène, conduisent cependant à un poids moléculaire plus élevé. Il faut admettre, à basse température, des associations supplémentaires où le solvant joue sans doute un rôle important.

(²) *Colloïdes et Micelloïdes*, Paris, 1933.

(³) *Journal prakt. Chem.*, 71, II, 1857, p. 275.

tellurique doit être attribuée à un équilibre, en solution alcoolique, entre les acides orthotellurique et polymétatellurique, équilibre analogue à celui qui existe en solution aqueuse (1).

Cas particulier des tellurates de méthyle. — Il est impossible de préparer par les méthodes précédentes l'ester méthylique neutre de l'acide polymétatellurique. La présence d'un déshydratant (j'ai utilisé le sulfate de cuivre anhydre) est inopérante. Au contraire la méthode d'estérification au diazométhane peut être utilisée avec succès.

En ajoutant, à la température ordinaire, à une solution de diazométhane dans l'éther anhydre, une petite fraction d'acide polymétatellurique anhydre, je n'ai observé aucune réaction, même après plusieurs jours de contact. Mais en utilisant l'acide hydraté, la réaction est immédiate et par évaporation de l'éther j'ai obtenu le polymétatellurate neutre de méthyle $TeO(CH^3)^2]^{11\pm1}$. Ce composé, toujours souillé par de l'alcool méthylique, se présente sous la forme d'un liquide visqueux. Il ne diffère des autres termes de la série par aucune autre propriété essentielle.

Cette même méthode, appliquée à l'acide orthotellurique, a conduit Pellini (*loc. cit.*) à la préparation du seul ester connu, $Te(OCH^3)^6$, de cet acide. J'ai reproduit ce composé et étudié ses propriétés. Je me limite ici à signaler une réaction importante : chauffé, avec précautions, au-dessus de son point de fusion, il se transforme lentement, avec dégagement d'oxyde de méthyle, en polymétatellurate neutre correspondant.

GÉOLOGIE. — *Sur les relations des granitogneiss et des schistes et quartzites redressés en Afrique occidentale.* Note (2) de M. **Pierre Legoux.**

Au cours d'une récente tournée nous avons pu constater que la position respective des granitogneiss et des schistes et quartzites redressés n'était pas exactement conforme aux opinions exprimées jusqu'ici (3). A ma connaissance le contact franc de ces deux formations n'a pu être observé

---

(1) M. Patry, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 71.

(2) Séance du 15 juin 1936.

(3) H. Hubert, *État actuel de nos connaissances sur la Géologie de l'Afrique occidentale*, Paris, 1911; *Afriq. occid. française et Togo* in *Géologie et Mines de la France d'Outre-Mer*, 1932, et *Atlas des Colonies françaises*, Paris, 1934; R. Goloubinow, *Géologie et Ressources en or du Nord-Est de la Guinée française*, Thèse, Nancy, 1936.

que très rarement et c'est la raison de l'incertitude qui a plané sur leurs relations.

Sous la direction de J. Malavoy, le Service géologique de l'A. O. F. réservait son opinion dans l'attente d'un fait crucial, mais avait tendance à évoluer vers la conception des géologues anglais (1) qui considèrent le granite comme postérieur au Birrimien et quelquefois au Tarkwaïen. L'étude des régions orientales de la Guinée française faite par R. Goloubinow et par A. Obermuller et la comparaison de ces formations avec celles de la Sierra Leone que nous avons pu toutes deux voir sur le terrain permettent de confirmer ce point de vue. L'explication de Goloubinow y est conforme, mais il suppose l'existence d'un complexe formé par le métamorphisme régional et montrant tous les passages de la catazone à l'épizone, complexe pénétré ensuite par les granites.

En réalité les phénomènes de métamorphisme que l'on peut observer sont tous à rapporter au granite. On rencontre des figures nébuleuses (signalées par Goloubinow), de véritables migmatites (par exemple au Sud de Konsankoro), des gneiss d'injection, des brèches granitiques rappelant l'agmatite des géologues finlandais, des granites à enclaves et des granites francs. Les granites à enclaves plus ou moins dispersées existent dans toute la région granitique de Guinée et de Sierra Leone. Le plus souvent ces enclaves sont constituées d'amphibolites. On trouve aussi un calcaire à minéraux (montagne de Farabana, décrite par Goloubinow); là les terrains encaissants se sont chargés de diopside, dernière manifestation de la roche calcareuse disparue. On peut penser que ces zones de granite à enclaves correspondent aux régions où la limite, aujourd'hui érodée, entre granites et schistes, était assez voisine de la surface topographique. Les quartzites à magnétite eux-mêmes que l'on retrouve en îlots au Sud de Faranah (Goloubinow) et en divers points du cercle de Kissidougou (Obermuller) peuvent être considérés comme des enclaves particulièrement *indigestes*, témoins probables du prolongement de la chaîne des Monts Gbing qui elle-même a résisté à l'ultramétamorphisme que manifestent les terrains qui l'encaissent. Les quartzites à magnétite de Man qu'a décrits Bolgarsky (2), associés à des roches basiques (comme ceux de Gbing) et

(1) N. R. Junner, *Gold in the Gold Coast*, 1935; N. R. Junner et J. D. Poliett, *Reports of geological and Mines department of Sierra Leone*, 1929, § 16, 1930-31, et 66, Freetown, 1930 et 1932.

(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 559.

isolés dans le granite, s'expliquent peut-être de la même façon. Ce serait la retombée de l'anticlinal dont les quartzites à magnétite des Monts Nimba forment un flanc. Mais de cette retombée complètement envahie par le granite ne subsisteraient plus que les îlots que l'on observe.

Ces faits établissent que le granite est, dans cette région tout au moins, postérieur au dépôt des schistes et quartzites. Des venues profondes ont digéré et granitisé par anatexie (Sederholm) le masssif ancien susjacent. Celui-ci devait être fort épais, puisque les phénomènes observés témoignent d'une grande profondeur. Il était déjà plissé, puisque cet envahissement du granite se produit sans déranger notablement les terrains qu'il atteint.

Par la suite le complexe ainsi formé a subi de nouvelles pressions qui ont ajouté des effets de dynamométamorphisme fort intense au métamorphisme anatexique antérieur. Ces phénomènes qui ont conduit à la formation de la série complète depuis le granite simplement pressé ou orienté jusqu'aux structures cataclastiques et aux mylonites véritables ont compliqué les apparences sans masquer les faits.

Il paraît vraisemblable que ces conceptions pourront être étendues à l'ensemble du bouclier ancien d'Afrique Occidentale.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique de la région de Nemours.* Note (1) de M. **Marcel Gautier**, présentée par M. Charles Jacob.

Deux Notes précédentes (2) ont donné un aperçu stratigraphique et paléogéographique de la région; voici les principales observations d'ordre tectonique (on ne traitera que des plissements d'âge alpin qui, dans le pays, constituent la phase tectonique discernable la plus importante).

C'est à la fin du Burdigalien que se met en place la série des Reliefs côtiers qui, du méridien de Port-Say jusqu'à l'îlot d'El Mokreun (et probablement jusqu'à Beni-Saf et au Cap Culassa, au delà de la limite orientale de la région étudiée), c'est-à-dire sur un front d'au moins 50^{km}, offrent une remarquable unité au point de vue tectonique.

Partout, dans cette bande côtière, j'ai observé le chevauchement de la bordure septentrionale de la zone II, et de sa couverture burdigalienne, par des formations venues de la zone III.

---

(1) Séance du 15 juin 1936.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1800 et 1870.

L. Gentil [1] étudiant le pays situé à l'Est de la Tafna, mais débordant légèrement à l'Ouest de cet Oued, signale, au Djebel Tadjera en particulier, la superposition anormale du Lias sur le Miocène inférieur; mais limitant ses observations à la partie la plus orientale du pays, il n'y voit qu'un accident local; mes recherches montrent qu'il s'agit d'un phénomène tectonique beaucoup plus général.

Je noterai les faits essentiels suivants :

1° la série chevauchante comprend : le Trias gypseux, le Lias calcaire (nettement prédominant) et des schistes secondaires de la zone III;

2° le terrain chevauché est généralement le Burdigalien; l'Helvétien, discordant sur le Miocène inférieur, est faiblement plissé et ne se trouve jamais engagé sous la nappe; le Tortonien littoral s'installe sur la masse chevauchante et reste à peu près horizontal;

3° la poussée est dirigée sensiblement Nord-Sud; l'avancée maximum visible se montre aux environs du méridien de Nemours; elle y est de l'ordre de 7^{km}, mais il faut tenir compte que, dans cette zone, on ne connaît ni le front, qui pouvait être sensiblement plus méridional, ni les racines, qui doivent se trouver sous la mer actuelle;

4° l'importance du déplacement horizontal décroît vers l'Ouest et vers l'Est; vers l'Ouest, le pli disparaît sous des formations récentes, mais je pense que, au delà de Port-Say, il doit rapidement sortir en mer vers le Nord-Ouest; vers l'Est, au Tadjera, le déplacement horizontal est d'environ 4^{km};

5° le Secondaire autochtone se montre à l'extrémité de quelques caps : les schistes et les calcaires se voient sous le Burdigalien au Cap Milonia; et, au Cap Noé, on observe, relevés à la verticale, les trois éléments de la nappe (Trias gypseux, Lias calcaire et schistes secondaires).

De ces observations découlent les conclusions suivantes :

1° bien que, en raison de l'absence du Nummulitique, on ne puisse étudier l'effet des mouvements d'âge pyrénéen dans le pays, j'estime qu'ici, la phase tectonique majeure est d'âge alpin; elle est post-burdigalienne;

2° l'effet de ce plissement est le déferlement d'une frange de terrains issus de la zone III sur la bordure septentrionale de la zone II; au point de vue paléogéographique, la zone III occupe un domaine plus septentrional que ne le laissait penser la présence de ses formations dans la zone des reliefs côtiers, et dans une restitution paléogéographique, ces formations

---

[1] *Bull. Serv. Carte géol. Algérie*, 2e série, 4, 1903, p. 388.

doivent être reportées vers le Nord; dès lors, la plus grande partie de la zone côtière appartient encore à la zone II, qui constitue l'avant-pays du système.

Comment se comporte cet avant-pays? Le Burdigalien du bassin de Bab-el-Assa est affecté de plis aigus, mais qui vont en s'élargissant vers le Sud; l'Helvétien n'offre plus que de larges ondulations qui, dans la même direction, s'atténuent jusqu'à disparaître; enfin, la couverture jurassique des Traras, pour la plus grande partie, est affectée par la phase alpine. Elle s'organise en deux arcs convexes vers le Sud-Est, l'ensemble paraissant décollé du socle primaire. L'arc septentrional est le plus typique : on distingue une branche axée Est-Ouest (Djebel el Gorine) et déversée vers le Sud, et une branche axée Sud-Nord (Djebel Sidi Sofiane) et déversée vers l'Est sur le Burdigalien de la vallée de la Tafna, qui est lui-même plissé, tandis que l'Helvétien reste horizontal : la frange côtière s'appuie obliquement, vers l'Est, sur le Massif des Traras qui joue le rôle de môle résistant; à l'angle sud-ouest des Traras, la couverture jurassique est restée tabulaire.

Enfin la Chaîne du Fillaoussène, plissée avant le Burdigalien (celui-ci est discordant sur le Jurassique), n'est plus, au moment de la phase alpine, qu'un pays figé; il va simplement se découper, au moment de cette phase, en compartiments rigides, par le jeu d'un système de failles orthogonales.

Le Trias, qui joue dans la frange son rôle de lubrifiant et jalonne souvent les contacts anormaux, donne aussi, à la bordure septentrionale de l'avant-pays, des phénomènes de diapyrisme.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de l'acroléine sur la structure de la cellule végétale*. Note de M. **Marcel Mascré**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Les expériences de P. Guérin et Ch. Lormand (¹), celles de R. Paris (²) ont montré que, lorsqu'on expose à l'action des vapeurs d'acroléine des feuilles d'*Aucuba* ou de Laurier-Cerise, on ne constate pas, pour de fortes doses, le dédoublement des glucosides que provoquent, dans des conditions

(¹) *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 401 et 1598.

(²) *Action de diverses substances organiques volatiles sur quelques glucidases* in vivo *et* in vitro (*Thèse Doct. ès Sc.*, Paris, 1935).

analogues, les vapeurs d'éther et de chloroforme. Par contre il peut y avoir hydrolyse de ces principes sous l'influence de très faibles doses d'acroléine. Il m'a paru intéressant d'étudier les modifications que peuvent apporter les vapeurs d'acroléine à la structure de la cellule végétale.

Des racines de Lupin, d'*Allium*, de Pois ont été exposées, sous une cloche, pendant un temps variable de 5 minutes à 6 heures à l'action des vapeurs d'acroléine. Tantôt l'atmosphère de la cloche était saturée d'acroléine, tantôt on utilisait des doses de une à quelques gouttes d'acroléine pour un litre d'air.

Au sortir de la cloche, les racines ne paraissent modifiées qu'après l'action prolongée de doses fortes : il y a perte de turgescence plus ou moins marquée. Pour une action de faible durée, ou pour des doses faibles, la diminution de turgescence ne se manifeste qu'après plusieurs heures d'exposition à l'air.

Les racines ont été fixées et colorées par les méthodes habituelles, soit immédiatement au sortir de la cloche, soit après avoir été abandonnées de 1 à 24 heures à l'air libre. Les cellules des racines fixées immédiatement ont une structure absolument normale. Le cytoplasme a conservé sa structure vacuolaire et n'est que très exceptionnellement plasmolysé; le chondriome est resté intact; les plus fins détails de structure sont respectés chez les noyaux quiescents ou en cinèse.

En réalité, ces cellules ont été profondément atteintes, mais les modifications de leur structure n'apparaissent que par la suite : elles apparaissent d'autant plus tôt et sont d'autant plus profondes que l'action de l'acroléine a été moins brutale ou moins prolongée. Chez les racines exposées pendant 5 à 15 minutes à l'action d'une atmosphère saturée d'acroléine, on constate, une dizaine d'heures plus tard un bouleversement complet du cytoplasme, une destruction des chondriocontes transformés en grains. Les modifications nucléaires ne sont sensibles que chez l'*Allium* ou le Pois. Les noyaux quiescents apparaissent rétractés, flétris; le réseau lininien a disparu; la masse nucléaire se colore uniformément par l'hématoxyline, la zone périphérique offrant cependant une résistance plus grande à la différenciation; les nucléoles persistent, mais ne se colorent plus de façon élective. Les noyaux en cinèse ne semblent pas modifiés. Cette altération ne se manifeste pas dans la région méristématique, mais seulement dans la coiffe et dans la zone sus-méristématique.

Lorsque l'action de l'acroléine a été plus prolongée, les modifications précédentes ne se manifestent que plus tardivement et sont moins profondes.

Les chondriocontes sont, comme précédemment, granulisés, les noyaux flétris, mais le cytoplasme a conservé sa structure vacuolaire et prend l'aspect d'un coagulum rigide.

Les mêmes faits ont été constatés par l'examen direct de divers objets : épiderme des sépales et pétales d'*Iris*, poils des sépales d'*Iris*, épiderme des écailles d'Ail et d'Oignon, bractées florales et pétales d'*Endymion nutans*, poils staminaux de *Tradescantia*. Ni la structure du noyau, ni celle du cytoplasme, ni l'aspect du chondriome ne sont modifiés lorsqu'on examine ces objets immédiatement après l'action de l'acroléine. Cependant beaucoup des objets étudiés avaient, au moment même de l'examen, perdu leur turgescence et subi une exolyse manifeste. Malgré cette exolyse, on n'a observé que très exceptionnellement, et seulement chez quelques cellules, la plasmolyse du cytoplasme. On a même constaté qu'après avoir été soumis suffisamment longtemps à l'action des vapeurs d'acroléine, ces différents tissus ne sont pas plasmolysés par les solutions hypertoniques de nitrate de potassium : le protoplasme a perdu son caractère d'hémiperméabilité.

En résumé les vapeurs d'acroléine peuvent être considérées comme fixant la structure de la cellule végétale, même lorsque leur action a été suffisamment intense pour provoquer la perte de turgescence et l'exolyse, sans plasmolyse. Cependant les tissus sont profondément touchés; des modifications de structure apparaissent lorsque les tissus sont enlevés à l'action directe de l'acroléine; elles sont d'autant plus rapides et d'autant plus marquées que cette action a été moins profonde. Dans une prochaine Note, j'envisagerai le parallélisme entre ces faits d'ordre structural et les modifications d'ordre biochimique provoquées dans les mêmes conditions.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations de la teneur en azote chez le Muguet au cours du forçage*. Note de M. **Robert Quetel**, présentée par M. Marin Molliard.

J'ai analysé [1] les variations du métabolisme azoté chez le Lilas forcé par la vapeur d'éther. Le régime azoté du Muguet traité d'une manière analogue se comporte-t-il de la même façon que celui du Lilas ?

Tandis que la chaleur humide des serres, employée seule, ne provoque pas le départ de la végétation du Lilas en plein hiver, celle-ci est suffisante

(1) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1243.

pour permettre au Muguet d'atteindre la floraison. Mais la croissance est lente, le rendement médiocre. L'intervention préalable de la vapeur d'éther accélère le développement et produit des hampes florifères vigoureuses.

L'action des vapeurs d'anesthésiques sur les souches de Muguet est inutile et parfois nuisible. Il convient d'éthériser uniquement les bourgeons pour provoquer le déclenchement de la poussée végétative en serre (1). Mes recherches n'ont trait qu'à ces organes. Des essais de forçage pratiqués sur *Convallaria maialis* L., récolté en forêt, ne m'ayant pas donné de résultats, je me suis adressé à une variété améliorée dite Muguet à grandes fleurs.

J'ai opéré à peu près de la même manière que lors de mes essais sur le Lilas. Dose d'éther : $0^g,4$ par litre d'air, pour un séjour de 48 heures. Température de la serre : 23-25° C. Dans ces conditions, en décembre-janvier, les fleurs sont complètement épanouies au bout de trois semaines environ. Remarquons que le forçage pratiqué au début de l'hiver stimule uniquement la poussée des hampes florales, tandis qu'en février-mars, on obtient des plantes feuillées analogues à celles qui se développent en plein air dans les conditions normales.

Dans le tableau suivant, les quantités d'azote sont rapportées à 100 bourgeons (ou hampes florifères issues de ces bourgeons); P/S représente le rapport de l'azote protéique à l'azote soluble.

Date.	État de la plante.	Eau pour 100.	Azote protéique (mg).	Azote soluble (mg).	$\frac{P}{S}$.
	Azote des plantes forcées.				
12-12.	Bourgeons normaux	74,4	362	228	1,589
14-12.	Après éthérisation	74,7	337	201	1,693
18-12.	Eclosion des bourgeons	75,9	317	217	1,465
22-12.	Plantes de 4^{cm}	82,7	320	242	1,326
24-12.	» $6^{cm},5$	86,5	389	324	1,198
26-12.	» $7^{cm},5$	87,8	372	380	0,977
5- 1.	Plantes fleuries	87,5	588	819	0,717
	Azote des plantes témoin en plein air.				
3- 1.	Bourgeons normaux	76,2	292	217	1,347
5- 2.	»	75,8	281	196	1,441
5- 3.	»	74,9	304	227	1,339
15- 4.	Éclosion des bourgeons	82,7	382	243	1,567
29- 4.	Plantes de 11^{cm}	88,6	858	654	1,320
13- 5.	Plantes fleuries	87,7	1312	1176	1,115

(1) R. QUETEL, *La terre et la vie*, 1935, p. 104.

Ces chiffres montrent que l'entrée en vie active correspond à un accroissement rapide et prononcé des deux formes d'azote, aussi bien chez les plantes forcées que chez les témoins. Mais l'accumulation de l'azote soluble se montre plus forte chez les plantes éthérisées que chez les témoins lorsqu'ils sont parvenus à des stades identiques de développement.

Quant à P/S il subit, dès la mise en serre des plantes éthérisées, une brusque diminution qui s'accentue très régulièrement jusqu'à la floraison. Une chute comparable de ce rapport se manifeste chez les plantes cultivées en plein air à partir de l'époque d'éclosion de leurs bourgeons. La valeur particulière de P/S relative à cette éclosion se trouve au voisinage de celle observée au même stade chez les plantes forcées : valeur maxima chez les témoins, en légère baisse chez les plantes éthérisées.

Ces constatations sont semblables à celles que l'étude du Lilas m'avait permis d'établir. Remarquons toutefois que chez le Lilas (éthérisé et témoin) l'éclosion des bourgeons correspond à une valeur très faible de P/S alors que le phénomène inverse a lieu chez le Muguet.

Influence immédiate de l'éthérisation. — Les valeurs de P/S, avant et après l'éthérisation, correspondent à une augmentation de 0,104 à la sortie de l'éther. D'autres dosages m'ont fourni des variations divergentes —0,064 et +0,251. On en peut conclure que l'éther n'a pas d'influence sensible immédiate sur la teneur en azote chez le Muguet. Les variations de la teneur en eau établissent une fois de plus l'absence de déshydratation des tissus éthérisés [1].

En tenant compte de la restriction indiquée plus haut, on peut admettre que les conclusions d'ensemble formulées au sujet du métabolisme azoté du Lilas forcé s'appliquent au Muguet traité dans des conditions analogues.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Cultures expérimentales de la Pomme de terre au Maroc en 1935 en montagne et en plaine.* Note de M. **Émile Miège**, présentée par M. Julien Costantin.

La poursuite des essais sur la Pomme de terre entrepris depuis plusieurs années au Maroc, en collaboration avec M. J. Costantin, s'est déroulée en 1935 dans les trois stations de Rabat (en plaine), d'El Hajeb (1100^m) et d'Ifrane (1700^m) selon le programme établi.

---

[1] R. Quetel, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1629.

Après une culture qui avait été effectuée, en décembre 1934, à Rabat :

A. Une partie de la récolte obtenue le 12 avril 1935 fut mise en conservation en deux localités : 1° à Rabat en sable et en frigidaire à une température variant de + 3° à + 5°; 2° à Ifrane à 1700^m d'altitude (en cave et en sable). On cherchait à voir l'influence de ces modes de conservation sur la culture qui devait être faite en plaine l'automne suivant (1935);

B. Une seconde partie fut utilisée au début de mai 1935 soit en plaine à Rabat, soit dans l'Atlas à une altitude moyenne (1100^m) à El Hajeb, ou à une altitude élevée (1700^m) à Ifrane.

La culture comprenait au total 79 parcelles : 30 à Rabat, 25 à El Hajeb et 24 à Ifrane [1], portant sur les variétés *Eerstelingen* et *Bintje* (reçues de Hollande en 1934), *Fluke* (venant de Bretagne) et *Maréchal Pétain* et *Industrie* (venant des Alpes).

On a cherché à mettre en évidence : 1° l'influence des cultures antérieures en plaine ou en montagne; 2° l'influence de la conservation en cave ou en frigidaire; 3° l'importance de la durée de la conservation.

Pour simplifier, il ne sera question ici que des deux variétés hollandaises précédentes et des résultats des cultures de quelques parcelles à titre d'exemples.

Résumé. — Dans l'interprétation des résultats, il y a lieu de tenir compte que parmi les lots récoltés à Rabat, le 12 avril, ceux qui ont été replantés dès le début de mai dans les trois stations, ont été, dans des conditions assez défavorables se rapprochant de celles des essais de « culture ininterrompue » [2]. Il convient de remarquer, en outre, que cette plantation a été la *cinquième* effectuée au Maroc avec les mêmes tubercules issus les uns des autres, *sans importation nouvelle*. Or il est admis pratiquement jusqu'ici que le renouvellement des semences doit être fait *après une seule culture en plaine*.

Dans la conservation *en cave* saine à Rabat, la température moyenne était de 18°,6 C.; les tubercules étaient disposés dans le sable sec, préalablement stérilisé à 200°.

---

[1] Les cultures entreprises le 5 mai 1935 à la station d'altitude d'Ifrane ont été détruites accidentellement : le bétail des indigènes, insuffisamment surveillé, ayant piétiné et saccagé entièrement les parcelles d'essais. Afin d'éviter le retour de pareils méfaits, des crédits ont été obtenus, en automne 1935, pour clôturer la parcelle expérimentale.

[2] E. Miège, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 681.

I. — CULTURES DE RABAT EN ÉTÉ 1935 (plantation, début de mai).

Numéro des parcelles.	Lieu de culture en 1934.	Rendement par pied en 1935.	Conservation et utilisation des tubercules.
			Variété : *Eerstelingen.*
		kg	
1...	Rabat	0,108	En cave (Rabat), puis culture à Rabat 1934-1935
3...	Rabat	0	En cave (Rabat), *jusqu'en mai* 1935
5...	El Hajeb	0,325	En cave (El Hajeb), puis culture à Rabat 1934-1935
6...	El Hajeb	0,620	En cave (El Hajeb), puis à Rabat en cave jusqu'en mai 1935
7...	Ifrane	0,195	En cave (Ifrane), puis culture à Rabat 1934-1935
	Total....	1,248:5 = 0^{kg},249 *de rendement moyen.*	
			Variété : *Bintje.*
9...	Rabat	0,215	En cave (Rabat), puis culture à Rabat 1934-1935
11...	»	0	En cave (Rabat), *jusqu'en mai* 1935
13...	»	0,490	En frigidaire *jusqu'en mai* 1935
15...	Ifrane	0,275	En cave (Ifrane), puis culture à Rabat 1934-1935
16...	»	1,310	En cave (Ifrane, puis à Rabat), *jusqu'en mai* 1935
17...	»	0,190	En cave (Ifrane), en frigidaire (Rabat), *jusqu'en mai* 1935
19...	El Hajeb	0,805	En cave (El Hajeb), puis en cave (Rabat) *jusqu'en mai* 1935
	Total....	3,285:7 = 0^{kg},469 *de rendement moyen.*	

II. — CULTURES A EL HAJEB EN ÉTÉ 1935 (plantation, début de mai).

Numéro des parcelles.	Lieu de culture en 1934.	Rendement par pied en 1935.	Conservation et utilisation des tubercules.
			Variété : *Eerstelingen.*
1...	Rabat	1,790	En cave (Rabat), puis culture à Rabat 1934-1935
2...	»	1,830	En cave (Ifrane), puis culture à Rabat 1934-1935
4...	»	1,270	En frigidaire (Rabat), puis culture à Rabat 1934-1935
5...	El Hajeb	1,980	En cave (El Hajeb), puis culture à Rabat 1934-1935
6...	El Hajeb	0,340	En cave (El Hajeb), en cave (Rabat), jusqu'en avril 1935
	Total....	7,210:5 = 1^{kg},442 *de rendement moyen.*	
			Variété : *Bintje.*
7...	Rabat	2,940	En cave (Rabat), puis culture à Rabat 1934-1935
8...	»	1,910	En cave (Ifrane), puis culture à Rabat 1934-1935
9...	»	néant	En cave (Rabat), et en cave jusqu'au 25 avril 1935
10...	»	2,000	En frigidaire, puis culture à Rabat 1934-1935
11...	»	0,150	En cave (Rabat), *jusqu'en mai* 1935
12...	»	0,050	En cave (Rabat), puis culture à Rabat 1934-1935, *puis en frigidaire* du 6 au 25 avril
13...	El Hajeb	2,875	En cave (El Hajeb), puis culture à Rabat 1934-1935
14...	»	0,360	En cave (El Hajeb), puis en cave (Rabat), jusqu'au 25 avril 1935
15...	»	1,160	En cave (El Hajeb) *puis en frigidaire* (Rabat) jusqu'au 25 avril 1935
	Total...	12,445:9 = 1^{kg},382 *de rendement moyen.*	

Les cultures de 1935 faites en mai, en plaine et montagne montrent que :

1° La productivité des tubercules plantés en altitude moyenne (1100^m) (El Hajeb), est supérieure à celle des tubercules de même variété plantés en même temps soit en plaine (Rabat), soit à haute altitude (1700^m, Ifrane). Ces résultats vérifient la notion d'optimum altitudinal (Lebard).

2° La conservation par le froid artificiel est le seul mode qui ait permis de maintenir la vitalité des tubercules de plaine lorsqu'ils ne sont pas transférés en altitude. Il ne faut d'ailleurs pas prolonger le traitement en frigidaire au delà de 4 à 5 mois.

3° La conservation prolongée en cave, en plaine, entraîne toujours la destruction de certains tubercules ou une diminution de leur vitalité.

En somme les rendements obtenus en montagne sont beaucoup plus élevés que ceux obtenus en plaine, quels que soient l'origine et le mode de conservation des semences.

CRYPTOGAMIE. — *Sur la parenté entre Lactaires et certains Gastéromycètes.* Note de M. **Roger Heim**, présentée par M. Marin Molliard.

Les genres *Lactarius* et *Russula* constituent, parmi les Hyménomycètes, un groupement bien différencié dont les limites génériques précises sont unanimement admises et dont l'homogénéité est concrétisée par la désignation unique d'*Asterospori* (Quélet, 1886). Mais les affinités de ce groupe sont moins évidentes : à côté de l'opinion classique de Fries et de Fayod qui ne voient dans les Lactario-Russulés que des Agaricacés proches des Hygrophores, un concept bien différent les apparente à certains Gastéromycètes. Le premier, F. Bucholtz [1] a attribué aux Lactaires et aux Russules une origine parmi certaines formes hypogées (*Arcangeliella*, *Martellia*) ou subépigées à hyménium locellé (*Elasmomyces*). Récemment G. Malençon [2] a donné à cette opinion une ampleur et un sens nouveaux en rattachant aux Lactario-Russulés neuf genres jusqu'ici dispersés parmi les Phallacés, Sécotiacés, Hyménogastracés. Ainsi cet auteur, s'inspirant du point de vue embryologique, soutint une thèse cohérente, que nous avons adoptée (1934) et qui repose sur la délimitation d'un ensemble évolutif dont les

(1) *Hedw.*, 40, 1901, p. 304; *Ann. Mycol.*, 1, 1903, p. 152.
(2) *Trav. crypt. dédiés à L. Mangin*, 1931, p. 377.

divers représentants offrent des particularités communes essentielles d'ordre anatomique, sporal, histochimique.

Cependant, à la série naturelle des Astérosporés définie par Malençon, formée des Russulacés (épigés, agaricoïdes, à hyménium ouvert et lamellé) et des Astérogastracés (subépigés ou hypogés, à hyménium locellé, clos, ou le devenant), il manquait au moins un chaînon intermédiaire important : on ne connaissait pas, parmi les espèces agaricoïdes, de représentants angiocarpes. Quoique Singer (1932), par sa section des Russules *subvelatæ*, à stipe et péridium couverts de petits flocons, eût pressenti l'existence de Russules à voile général, quoique Lohwag (1924) eût imaginé celle de Lactaires endocarpes, quoique P. Hennings [1] eût décrit imparfaitement, provenant du Cameroun, un genre *Lactariopsis* dont la marge enroulée du péridium semblait reliée au stipe par un voile membraneux, la liaison entre Lactario-Russulés et Astérosporés à hyménium clos n'était qu'intuitive. On pouvait seulement dire, à ce propos, que les *Elasmomyces* représentaient, parmi le groupe artificiel des Gastéromycètes, les champignons les plus voisins des Lactario-Russulés, l'un d'eux, *El. Mattirolianus* Cav., ayant un développement angiocarpe, l'autre, *El. krjukowensis* Buch., un développement subgymnocarpe.

Au cours d'une récente mission à Madagascar, j'ai recueilli dans la forêt primitive orientale un Lactaire paraissant angiocarpe à l'état jeune et muni d'un anneau caduc, dont l'existence apporte un nouvel argument en faveur de l'opinion précédente.

Ce *Lactariopsis Pandani* nob., à latex blanc et âcre, venant sur le bois pourri des *Pandanus*, offre un voile général constitué d'hyphes longues, raides, aiguës, à membrane épaisse et réfringente, qui enveloppe le stipe, relié inférieurement à un subiculum de même nature pileuse, et le péridium au sein duquel apparaît très tôt une cavité annulaire dont la paroi se plisse et devient fructifère. La sporulation peut déjà s'effectuer dans cette loge hyméniale qui finalement s'ouvre en libérant l'hyménium lamellé typique. La structure (rosettes de sphérocystes enveloppées de faisceaux d'hyphes connectives, laticifères orientés), les spores à périspore discontinue formée de verrues amyloïdes, les cystides émergentes, sont ceux des Lactario-Russulés comme des *Elasmomyces*; l'habitat épixyle, le développement apparemment angiocarpe, l'anneau fugace au sommet du stipe, la constitution filamenteuse spéciale de l'enveloppe, en sont les caractères

[1] *Engler Bot. Jahrb.*, 30, 1901, p. 51.

différentiels. Mais il est remarquable qu'à l'état de primordium ce champignon se montre *subgymnocarpe* : l'hermétisme de la cavité hyméniale n'est pas primitif, celle-ci est de formation *secondaire* quoique précoce, s'appliquant au même type de développement que l'*Elasm. krjukowensis*. Ce fait constitue donc un argument crucial en faveur de l'intime parenté entre *Lactariopsis* et *Elasmomyces*. D'autres *Lactarius* malgaches viennent établir un lien entre Lactariopsis annelés et Lactaires hémiangocarpes, par exemple le *L. adhaerens* nob., probablement subangiocarpe, à manchon mycélien rhizoïdique et spores très semblables à celles d'un autre Astérogastracé, *Clathrogaster vulvarius* Petri.

En somme, il existe tous les intermédiaires entre *Lactarius* terricoles, *Lactariopsis* et *Elasmomycès* lignicoles. Du point de vue systématique comme du point de vue phylétique, il y a proximité et continuité entre Lactaires épigés et Astérogastracés.

ZOOLOGIE. — *Le cycle parcouru entre deux mues et ses principales étapes chez* Cancer pagurus *Linné*. Note de M. **Pierre Drach**, présentée par M. Charles Pérez.

La majorité des travaux qui envisagent chez les Crustacés des éléments pouvant être influencés par la mue se bornent, en général, à indiquer que l'animal vient de muer, qu'il est prêt à muer ou qu'il se trouve entre deux mues. Pendant toute la période où la carapace est dure, l'animal est supposé comparable à lui-même et aucune indication n'est donnée sur l'étape qu'il a parcourue depuis la dernière mue. Ceci implique le postulat que les changements corrélatifs de l'exuviation évolueraient rapidement vers un état stable, se prolongeant jusqu'aux approches de la mue suivante.

Cette conception, admise implicitement par de nombreux auteurs, est en fait, absolument gratuite; la raison de son adoption tient à ce que la mue n'a souvent été étudiée qu'au point de vue de la reconstitution calcique, effectivement très rapide, du squelette tégumentaire. Le mémoire important d'Olmstead et Baumberger (1928), où le point de vue dominant est celui du déterminisme de l'entrée d'eau, semble également adopter cette conception; les auteurs y expriment clairement la notion de cycle parcouru entre deux mues; mais dans les 6 stades qu'ils y distinguent un seul représente la longue période où la carapace est dure. Ils admettent que le cycle est terminé dès que le début de ce stade est atteint.

L'étude de *Cancer pagurus* L., pris à des étapes variées de l'intermue m'a conduit à des conceptions très différentes. J'ai repéré chez cette espèce 12 stades d'intermue, dont 6 sont compris dans la période où la carapace est dure. Je n'indiquerai pas ici les caractères de repérage de ces étapes. Si ces caractères sont empiriques et quelquefois valables pour la seule espèce indiquée, les périodes dont ils ont permis la distinction sont tout à fait générales et valables pour l'ensemble des Brachyoures. Leur désignation sera faite d'après le système suivant, qui a l'avantage de pouvoir être généralisé : les lettres A, B, C, D, E désigneront les grandes divisions du cycle, facilement identifiables chez la plupart des Décapodes; les subdivisions plus nombreuses repérées chez *Cancer pagurus* seront désignées par les mêmes lettres affectées d'un indice correspondant à l'ordre de leur succession dans la période principale.

J'ai déterminé pour chaque stade, sur une dizaine d'individus, les éléments suivants : eau totale, quantité de liquide cavitaire, poids relatifs de l'hépatopancréas et du squelette tégumentaire, ainsi que leur teneur en eau et substances minérales. Les chiffres seront exposés et discutés dans un mémoire ultérieur. Je ne donnerai ici que quelques indications générales.

Période A. — Immédiatement après l'exuviation, dure de 15 à 48 heures suivant la taille des animaux. Divisée en deux stades :

A_1, les quelques heures qui suivent la mue, la chitine a une consistance de membrane molle, l'entrée d'eau n'est pas terminée et le poids ne se fixe qu'au stade suivant.

A_2, l'animal reste mou, la chitine dorsale a pris une consistance cornée, mais se déprime sous l'action d'une légère pression. Eau totale, rapportée au poids frais : 86 pour 100.

Période B. — Stade *paper shell* d'Olmstead et Baumberger, de 3 à 10 jours, selon la taille, le bouclier dorsal résiste aux pressions mais la chitine conserve une grande souplesse sur la face ventrale. Pendant cette période l'animal ne s'alimente pas, il continue la consolidation de sa carapace en utilisant les réserves minérales de l'hépatopancréas. Divisée en deux stades B_1 et B_2 différant par le degré de minéralisation de la carapace et l'hydratation des divers tissus. Eau totale : B_1, 85 pour 100; B_2, 83 pour 100.

Période C. — La carapace est dure, l'animal s'alimente. Les différences d'élasticité et de transparence de certaines régions du squelette tégumentaire permettent d'y distinguer sans ambiguïté quatre stades, C_1, C_2, C_3, C_4. Si l'on excepte la consolidation de la carapace dont l'essentiel est réalisé au début de C_1, on peut affirmer que la plupart des grandes transformations internes s'accomplissent au cours de C_1, C_2 et C_3 : reconstitution d'une masse musculaire et hépatique en rapport avec les dimensions de l'animal, différenciation en milieu sanguin de l'eau de mer entrée pendant l'exuviation. De l'importance des changements accomplis durant cette période, je ne donnerai ici comme preuve que l'amplitude des variations de l'eau totale au cours des quatre

stades : C_1, 80 pour 100; C_2, 76 pour 100; C_3, 68 pour 100; C_4, 61 pour 100. (Chaque chiffre est la moyenne d'une dizaine de déterminations.) Cette diminution de l'eau totale, beaucoup plus importante qu'au cours de toutes les autres périodes, est corrélative d'une diminution de la masse du liquide cavitaire, en partie remplacé par de nouveaux tissus. En C_1, la masse de liquide cavitaire représente 28 à 30 pour 100 du poids de l'animal, en C_4 seulement 8 à 10 pour 100. La durée des trois premiers stades C est de plusieurs semaines. Le stade C_4, le plus long est le seul où l'on puisse considérer que l'animal a atteint un palier physiologique au cours duquel il reste identique à lui-même.

Période D. — Période préparatoire à la mue suivante. L'épithélium secrète la nouvelle chitine, qui se trouve séparée de l'ancienne par une membrane transparente anhiste.

Celle-ci résulte vraisemblablement d'un remaniement des couches profondes de la vieille chitine (Yonge, 1931). Au cours de cette période, les animaux ne prennent aucune nourriture. Durée : 1 à 3 semaines suivant la taille des animaux. Période divisée en trois stades, D_1, D_2, D_3 dont les caractères distinctifs seront exposés dans une étude d'ensemble des phénomènes qui précèdent la mue. Eau totale de 59 à 61 pour 100.

Période E. — Phase d'exuviation, au cours de laquelle l'entrée d'eau réalise en quelques heures une variation de l'hydratation globale égale et de signe contraire à celle qui s'est étagée sur les périodes A, B, C, D.

La distinction des stades ci-dessus énumérés ou de stades analogues, devra servir de base à toute étude physiologique ou biochimique des Décapodes; leur physiologie est, en effet, conditionnée par des facteurs internes de deux ordres : 1° ceux qui dépendent de la taille absolue et de l'âge; 2° ceux qui dépendent du stade où se trouve l'individu entre deux mues successives.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Étude de la circulation sanguine des ailes chez les Coléoptères et les Orthoptères au moyen de la nicotine*. Note de M. **Gabriel Guignon**, présentée par M. Paul Portier.

Il a été établi [1] que la nicotine en solution, déposée sur l'antenne ou l'aile des Lépidoptères, détermine une crise convulsivante.

Nous avons vérifié que chez les Coléoptères (Longicorne, Hanneton) et chez les Orthoptères (*Locusta viridissima*, *Psophus stridula*, *Gryllus domesticus*) la nicotinisation par les antennes produit une crise aussi nette que chez les Lépidoptères, mais à symptômes un peu différents : l'insecte se

[1] P. Portier, *C. R. Société Biologie*, 105, 1930, p. 367 et 441.

déplace difficilement, rampe plutôt qu'il ne marche, à peine soutenu par ses pattes qui, de temps à autre, frappent le sol.

La nicotinisation par les ailes, toujours sans effet chez les Coléoptères, conduit par contre, chez les Orthoptères, à des résultats opposés suivant qu'on opère sur l'imago ou sur la larve. Seule cette dernière présente la crise convulsivante.

Or les ailes des larves ont une structure très différente de celles des adultes.

Les premières présentent des trachées très nombreuses : trachées de nervure et trachées de membrane. Ces ailes sont le siège d'une circulation sanguine à la fois dans les espaces péritrachéens (c'est-à-dire entre la paroi interne des nervures et la paroi externe des trachées qu'elles contiennent) et dans les espaces internervulaires (espaces compris entre les deux membranes alaires).

Au cours de la croissance de l'aile de la larve, un tube chitineux se développe autour des trachées de membrane, transformant celles-ci en trachées de nervure. Par suite, la circulation sanguine internervulaire est supprimée et tout le sang est endigué, chez l'imago, dans les espaces péritrachéens.

Chez les Coléoptères, les ailes offrent une structure absolument identique à celle des imagos d'Orthoptères.

En résumé, la nicotine ne déclenche une crise convulsivante que si l'aile sur laquelle elle est appliquée est du type de celle des Lépidoptères, c'est-à-dire si sa structure est telle que le sang puisse y quitter momentanément les espaces péritrachéens pour se répandre entre les deux membranes alaires, dans les espaces internervulaires.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Le remplacement de la patte antérieure par un bulbe greffé, chez l'embryon de l'Anoure* Discoglossus, *et ses rapports avec la loi de la symétrie bilatérale des neurones*. Note (1) de M. **Raoul-Michel May** et de Mlle **Alice Frank**, présentée par M. Charles Pérez.

Dans une série de travaux [May (2)] sur la greffe de l'œil, de l'organe olfactif, de la moelle, de la patte postérieure, chez l'embryon de Batracien,

(1) Séance du 25 mai 1936.

(2) *Arch. de Biol.*, 37, 1927, p. 335-395; *Bull. Biol. France et Belg.*, 64, 1930, p. 355-387; 67, 1933, p. 327-349.

et notamment *Discoglossus*. L'un de nous a étudié particulièrement l'effet de ces implantations sur le développement du névraxe autochtone. Il a observé également l'effet sur ce névraxe de l'absence, due à l'ablation ou au non-développement, d'organes périphériques normalement en rapport avec lui.

Toute surcharge périphérique, sensorielle ou motrice, donne lieu, du côté affecté, à une hyperplasie des centres nerveux avec lesquels l'organe supplémentaire a des connexions nerveuses. Par contre, toute diminution de l'innervation périphérique se répercute, du côté affecté des centres nerveux, par une hypoplasie.

Ces résultats, ajoutés à ceux observés par Braus ([1]), Shorey ([2]), et Durken ([3]), m'ont amené à formuler une loi que nous pouvons nommer « loi de la symétrie bilatérale des neurones » et énoncer comme suit : *Dans le développement, la symétrie bilatérale des neurones sensitifs et moteurs dépend étroitement de la symétrie bilatérale de l'innervation des organes périphériques.*

Nos expériences actuelles ont été faites au stade du bourgeon caudal chez l'embryon de *Discoglossus pictus* Otth. Nous avons prélevé chez un premier embryon toute la région du bulbe et excisé, chez un second embryon, du côté droit, toute la région postérieure aux ébauches des branchies, où nous présumions localisée l'ébauche de la patte antérieure. Nous avons alors greffé en cet endroit le bulbe prélevé chez le premier embryon. Nous avons étudié les larves porte-greffe à des périodes différentes, variant de 6 jours après l'opération jusqu'à la métamorphose.

Le bulbe implanté a une forme qui se rapproche d'autant plus de celle qu'il aurait eue normalement que la larve est plus jeune, le transplant étant moins déformé par les organes voisins chez les larves jeunes que chez celles qui sont plus âgées. Le fait de transplanter un bulbe n'inhibe pas sa capacité neurogénique. Les nerfs formés, ne trouvant pas leur voie normale de croissance, se mettent de préférence en connexion avec des masses nerveuses voisines; si celles-ci viennent à manquer, ils innervent alors des tissus divers sans préférence apparente.

Il semble donc bien que la neurogénèse du bulbe implanté se fasse dans des conditions peu éloignées des conditions *in situ* normales, mais c'est le

---

([1]) *Morphol. Jahrb.*, 35, 1906, p. 509-590.
([2]) *Journ. Exp. Zool.*, 7, 1909, p. 25-64.
([3]) *Zeits. f. wiss. Zool.*, 99, 1911, p. 189-355.

nouveau milieu où se trouve le greffon qui détermine la voie que suivront les nerfs ainsi émis.

La présence du bulbe surnuméraire dans le territoire de la patte antérieure droite a complètement inhibé la formation de celle-ci à la métamorphose. De ce côté, les nerfs qui forment le plexus brachial, ainsi que leurs ganglions, sont très ténus, et innervent les muscles de la région de l'épaule.

L'absence, dans le développement, d'une région périphérique aussi importante qu'une patte antérieure, qui entraîne une forte asymétrie d'innervation, doit, d'après la loi de symétrie bilatérale des neurones, comporter également une asymétrie des neurones centraux. Nos résultats quantitatifs ont pleinement confirmé cette théorie.

La réduction du plexius brachial est concomitante avec une réduction pondérale de la moelle du côté et au niveau où il manque. Le nombre total des cellules est diminué (17 pour 100). La réduction numérique des grandes cellules motrices est facilement observable du côté et au niveau affectés. L'asymétrie pondérale (9 à 21 pour 100), très marquée au niveau où le plexius brachial est réduit, diminue dans les segments postérieurs; la symétrie médullaire est parfaite dans les segments où se trouve normalement le plexus lombo-sacré des deux côtés.

Les résultats actuels sont analogues à ceux des cas [May [1]] d'absence d'un plexus lombo-sacré, due à la suppression ou à l'innervation de la patte postérieure correspondante par une moelle greffée. Ils font donc entrer la patte antérieure, en tant qu'organe périphérique innervé, dans le cadre de la loi que nous avons formulée en 1933.

A 16^h25^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h30^m.

E. P.

---

(1) *Bull. Biol. France et Belg.*, 64, 1930, p. 355-387.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 JUIN 1936.

PRÉSIDENCE DE M. ROBERT BOURGEOIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Farid Boulad Bey**, membre de l'Institut d'Égypte, qui assiste à la séance.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur l'état actuel de la zone de capture du Logone par la Bénoué* (¹). Note de M. **Jean Tilho**.

Chargé par le Ministre des Colonies d'étudier sur place la région où se manifeste un danger de capture du Logone (affluent du Tchad) par la Bénoué (affluent du Niger) (²), nous nous sommes rendu dans la zone Bénoué, Toubouri, Logone par les territoires sous mandat français du Cameroun, vià Douala, Yaoundé, Ngaoundéré et Garoua (11 décembre 1935-14 janvier 1936).

Nos travaux ont consisté en nivellements de précision (MM. Dormoy, Arnaud et Julvécourt), détermination de positions par observations astronomiques et T. S. F., canevas topographique, documentation hydrogra-

---

(¹) Voir croquis géographiques, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 898.

(²) Décret du 4 décembre 1935. Faute de crédits, le Ministre des Colonies ne put nous donner ni subvention, ni personnel. Toutefois, le gouverneur du Cameroun, M. Repiquet, prit à la charge de son budget les frais de passage de Bordeaux à Douala et nous adjoignit deux sous-officiers européens; le Gouverneur général p. i. de l'Afrique Équatoriale française, M. Marchessou, mit à notre disposition un géomètre et assura nos transports. Aide précieuse que nous tenons à signaler avec l'expression de notre gratitude.

phique et géographique (M. et Mme Jean Tilho), photographies aériennes (MM. Colin, Vilcocq et Gaeskel de l'escadrille de Bangui). Quant aux études géologiques, qui devaient être assurées par M. Jean Lombard, elles sont encore à faire, l'état de santé de celui-ci ayant malheureusement nécessité son rapatriement peu après son arrivée sur le terrain.

Sans attendre l'achèvement de la mise au net de nos documents nous pouvons, dès maintenant, donner comme définitivement acquises les constatations suivantes :

I. *Confirmation pleine et entière de l'existence d'une dépression à pente descendante continue*, reliant sans interruption sur un parcours d'environ 300^{km}, la rive gauche du Logone (coude d'Eré, alt. barom. 340^{m} environ) à la rive droite de la Bénoué (coude de Garoua, alt. barom. 210^{m} environ), par le lac Boro, les rivières Loka et Kabia, les lacs du Toubouri et la rivière Mayo-Kebbi [1].

Cette dépression, large de plus de 10^{km} au départ du Logone, a échappé jusqu'ici aux yeux des rares observateurs européens qui ont visité la région parce qu'elle se dissimule sous les hautes herbes d'une immense prairie d'apparence absolument plate, où l'on n'aperçoit que de rares bosselures de 1 à 2^{m} de relief sur lesquelles les indigènes ont installé leurs villages.

Si l'on prend comme plan horizontal de référence celui du zéro de la règle d'étiage d'Eré (correspondant au niveau, légèrement variable chaque année, des plus basses eaux du Logone) on constate que le haut de la berge du fleuve est à la cote $4^{m},35$ (sol de la *Case des passagers*).

Moins de 300^{m} à l'Ouest le sol n'est plus qu'à la cote $3^{m},10$, c'est-à-dire $1^{m},25$ plus bas; à 6^{km} de là, il n'est plus qu'à la cote $1^{m},86$ ($2^{m},49$ plus bas); près de l'étang Eroui, à 21^{km} d'Eré, il n'est plus qu'à la cote — $3^{m},63$ ($7^{m},98$ plus bas); plus à l'Ouest encore, vers le centre du lac Boro, à 31^{km} d'Éré, on trouve — $4^{m},56$ ($8^{m},91$ plus bas). La pente au départ d'Eré jusqu'à l'étang Eroui, est donc de 1/2600, c'est-à-dire plus forte que celle du Rhône entre Lyon et Avignon.

Une telle dépression, dont la largeur varie entre 10 et 20^{km}, ne saurait donc être considérée comme négligeable, d'autant plus que le sol en est constitué par du sable plus ou moins compact, recouvert d'un modeste chapeau d'argile et de terre végétale, de moins d'un mètre d'épaisseur près du Logone, et de quelques centimètres seulement près d'Eroui.

---

(1) Cf. *Le Logone quittera-t-il le lac Tchad?* Gal J. Tilho in *Revue Générale des Sciences*, 15 décembre 1935.

Le lac Boro finit près de Saora par une rivière-déversoir, la Loka, qui se jette dans la Kabia au sud du village de Tafeï, après un parcours de 44^{km} environ, la différence de niveau entre sa naissance et sa fin étant de 10^{m}. Quant à la Kabia, elle parcourt 26^{km} avant de déboucher dans les marais du Toubouri et sa pente, à partir de Tafeï, est de 1/4300.

En résumé, entre la berge du Logone au coude d'Éré et les marais du Toubouri à l'embouchure de la Kabia, la différence de niveau est de $23^{m},75$ pour une distance de 80^{km} en ligne droite et 105^{km} le long du Thalweg. La pente générale du terrain ressort ainsi à 1/3300 et celle de la dépression de capture à 1/4400.

II. *Confirmation de l'arasement du seuil granitique de séparation des bassins du Tchad et du Niger à l'extrémité occidentale de la dépression du Toubouri.* — Ce seuil, marqué par les deux collines-témoins de Fianga et Doré (180^{m} et 350^{m} de relief) constituait autrefois une véritable berge rocheuse limitant du Nord-Est au Sud-Ouest la dépression occupée par les lacs et les marais de Tikem et de Fianga. Actuellement, il ne se manifeste plus que par une ligne discontinue de rochers, entre les villages de Boulembali et de Youé de 2 à 3^{m} de relief au-dessus des plus basses eaux. Aux moyennes et aux hautes eaux, ces rochers sont complètement immergés et le trop plein du lac de Tikem passe sans difficulté au-dessus de ce barrage naturel désagrégé. Sa consolidation serait sans doute aisée à peu de frais et incontestablement utile; mais le temps nous a manqué pour en étudier les modalités.

III. *Absence de pente dans la dépression du Toubouri.* — Entre ce seuil arasé de Boulembali et l'extrémité nord du lac de Fianga près du village de Domo (distance environ 70^{km}) le nivellement n'a pas révélé de différence de cote appréciable, pas plus d'ailleurs qu'entre ce point et l'étiage du Logone en aval de Bongor. Une langue de terre de 6 à 10^{km} de largeur à peine, d'un relief de $1^{m},50$ environ sépare les deux dépressions du Logone et du Toubouri, ce qui permet d'envisager la possibilité d'établir entre elles une communication navigable par le creusement d'un canal sans écluse long de 6 à 8^{km}, large d'une dizaine de mètres et profond de $1^{m},50$ à 2^{m}; l'utilité d'un tel canal serait considérable, notamment pendant la période de juillet à décembre alors que toutes communications sont coupées autour de Fianga.

IV. *La pente du lit normal du Logone en aval d'Éré est deux fois et demie plus faible que celle de la dépression de capture.* — En effet, entre les zéros des échelles d'étiage de Ham et d'Éré, correspondant sensiblement aux étiages respectifs de ces deux points, la différence de niveau a été trouvée de $6^{m},32$ pour une distance d'environ 38^{km}. Cette faible pente, de 1/6000

environ, explique l'ensablement progressif du lit du Logone en aval d'Eré, ensablement dont les conséquences peuvent être d'une importance capitale en ce qui concerne l'évolution du phénomène de capture que nous étudions.

V. *Brèches et crevasses de la berge du Logone au coude d'Eré.* — Nous avions cru jusqu'ici que la fuite des eaux ne commençait guère qu'au moment où la crue, arrivant au voisinage du maximum, inondait largement ses rives. Mais nous avons constaté que la berge occidentale du Logone, dans la portion la plus concave du coude d'Eré, est échancrée par de nombreuses brèches naturelles (nous en avons compté une quinzaine sur moins d'un kilomètre) d'une ouverture de 2 à 5^m et d'un *creux* dépassant parfois 1^m80 au-dessous de son arête supérieure.

La fuite des eaux du Logone vers le lac Boro commence donc plus tôt que nous le pensions, et le débit de l'ensemble de ces brèches à partir des moyennes eaux peut se comparer à celui d'une dérivation naturelle qui aurait une cinquantaine de mètres de largeur sur un ou deux de profondeur.

VI. *Erosion de la berge occidentale du Logone.* — Le recul de la berge vers l'Ouest est particulièrement visible au village même d'Eré; car chaque année la crue y provoque l'écroulement de quelques cases en bordure du fleuve. L'emplacement de la *case des passagers* en face de la règle d'étiage est déjà encerclé aux moyennes eaux; on a dû le protéger par un petit parapet d'argile, mais on peut prévoir son écroulement d'ici à quelques années.

VII. La crue du Logone, à Éré aussi bien qu'à Moundou, 200^{km} en amont, a été en 1935 plus forte qu'en 1934 d'environ 1^m, tandis qu'à 250^{km} en aval, à Logone-Birni, elle a été de plus d'un mètre plus faible.

Ces renseignements nous ont été fournis par les administrateurs Lambert (Éré), Delmas (Moundou) et Quer (Logone-Birni). Bien qu'ils ne soient pas basés sur des observations précises de règles d'étiage (sauf à Moundou), nous pensons qu'on ne doit pas en méconnaître la valeur.

Surtout si l'on considère que sur le trajet de la capture, cette même crue de 1935 a été beaucoup plus forte que les années précédentes, notamment dans la Kabia inférieure où de nombreuses cultures ont été détruites (administrateur Lambert), dans le lac de Tikem et dans le Mayo-Kebbi. A Léré, en aval des chutes Gauthiot, l'administrateur Dupeux l'a estimée supérieure de 1^m au moins aux plus hauts niveaux antérieurs; ce renseignement nous a été confirmé par le pasteur Kaardal qui habite Léré depuis 18 ans.

Faisons le rapprochement : crue de 1935 supérieure de 1^m à celle de 1934 à la fois dans le Logone en amont du coude d'Éré et sur le trajet de la dépression de capture ; par contre, crue inférieure de 1^m à celle de 1934 dans le Logone en aval de ce même point : donc décalage approximatif de 2^m au détriment du lac Tchad.

Cette crue de 1935 ayant atteint $4^m,30$ au-dessus du zéro de la règle d'étiage d'Éré, alors que la berge érodée dépasse à peine 3^m, c'est plus du tiers de ses eaux en hauteur (près de la moitié en volume) qui s'est déversé dans la dépression de capture, partie dans les lacs Boro, Tikem et Fianga, partie dans les vastes marais qui les entourent, partie dans la Bénoué, par le Mayo-Kebbi.

La convergence complète de ces diverses constatations ne peut plus laisser le moindre doute sur la réalité du danger de capture que nous avions mission d'étudier : capture partielle pour le moment, mais qui s'amplifie d'année en année, à une cadence de plus en plus rapide.

Que de nombreuses années puissent s'écouler encore avant que s'accomplisse la *capture totale* du Logone, peu importe ! Le véritable danger pour le Tchad réside dans cette capture partielle qui accroît progressivement le déficit de son approvisionnement d'eau annuel : dans une prochaine Note, nous examinerons les moyens d'y parer.

BIOLOGIE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des équations des fluctuations biologiques*. Note de M. **Vito Volterra**.

1. Les équations (A) [1] ont les intégrales

$$\beta_r \log \frac{dX_r}{dt} + \sum_{s}^{n} {}_1\, a_{rs} X_s - \varepsilon_r \beta_r t = \text{const.} \tag{16}$$

En vertu des équations (6) on peut les écrire

$$\frac{p_r + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{n} a_{rs} X_s}{\varepsilon_r \beta_r} - t = \text{const.} \tag{16'}$$

[1] V. Volterra, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1953 et 2023.

En posant

$$\frac{p_r + \frac{1}{2}\sum_{1}^{n}{}_s a_{rs} X_s}{\varepsilon_r \beta_r} = H_r,$$

et en éliminant le temps t, on trouvera les intégrales des équations canoniques (E)

$$H_r - H_i = H_{ri} = \text{const.}$$

Il est facile de vérifier que

$$(17)\qquad (H, H_r) = 1,$$

$$(18)\qquad (H_r, H_h) = \frac{a_{hr}}{\varepsilon_h \beta_h \varepsilon_r \beta_r},$$

et, par suite,

$$(19)\qquad (H, H_{ri}) = 0,$$

$$(20)\qquad (H_{rh}, H_{gl}) = \frac{a_{gr}}{\varepsilon_g \beta_g \varepsilon_r \beta_r} + \frac{a_{lh}}{\varepsilon_l \beta_l \varepsilon_h \beta_h} + \frac{a_{rl}}{\varepsilon_r \beta_r \varepsilon_l \beta_l} + \frac{a_{hg}}{\varepsilon_h \beta_h \varepsilon_g \beta_g}.$$

Posons

$$(21)\qquad -H - K = L,$$

on aura

$$L = \sum_{1}^{n}{}_r \varepsilon_r \beta_r q_r H_r = \sum_{1}^{n}{}_r \varepsilon_r \beta_r q_r H_{ri}$$

étant

$$\sum_{1}^{n}{}_r \varepsilon_r \beta_r q_r = 0.$$

Par suite

$$(L, H_h) = \sum_{1}^{n}{}_r \varepsilon_r \beta_r q_r (H_r, H_h) = \frac{1}{\varepsilon_h \beta_h} \sum_{1}^{n}{}_r a_{hr}\, q_r = 1$$

et

$$(L, H_{rh}) = 0.$$

2. Donc les trois intégrales des équations canoniques

$$(\text{II})\qquad H, \quad L, \quad H_{rh}$$

sont indépendantes et en involution.

Chaque combinaison linéaire de $H_{12}, H_{13}, \ldots, H_{1n}$ est en involution

avec les fonctions H et L. Si l'on pouvait en trouver $n-2$ en involution indépendantes et indépendantes aussi de L, le problème serait réduit aux quadratures, car on aurait n intégrales indépendantes et en involution.

Mais si l'on ne pose aucune limitation aux quantités constantes $a_{rs}=-a_{sr}$, β_r, ε_r, cela est impossible, parce que l'on pourrait tirer H_{12}, H_{13}, ..., H_{1n} exprimées linéairement par des fonctions en involution et par suite en involution elles-mêmes. Cela est en contradiction en général avec les relations (20). Mais, pour des valeurs particulières des constantes $a_{rs}=-a_{sr}$, β_r, ε_r, les choses peuvent se passer autrement.

3. Supposons n quelconque et remarquons qu'il est nécessaire et suffisant pour que H_{1h}, H_{1g} soient en involution que l'on ait [voir (20)]

$$\frac{a_{gh}}{\varepsilon_g\beta_g\varepsilon_h\beta_h}+\frac{a_{1g}}{\varepsilon_1\beta_1\varepsilon_g\beta_g}+\frac{a_{h1}}{\varepsilon_h\beta_h\varepsilon_1\beta_1}=0.$$

Par suite, si

$$a_{rs}=\varepsilon_r\beta_r\varepsilon_s\beta_s(m_r-m_s), \tag{22}$$

les m_1, m_2, ..., m_n étant des constantes, les H_{12}, H_{13}, ..., H_{1n} seront en involution. Elles seront en outre indépendantes, parce que chacune contient une p_r que les autres ne contiennent pas.

Donc, *dans le cas où les a_{rs} ont la forme* (22), *le problème se réduit aux quadratures.*

On peut vérifier ce résultat directement sur les équations (1). En effet, en posant

$$\Sigma_s\varepsilon_s\beta_s N_s=N, \qquad 1-\Sigma_s\varepsilon_s\beta_s m_s N_s=M,$$

elles deviennent

$$\frac{1}{\varepsilon_r}\frac{d}{dt}\log N_r=m_r N+M,$$

et, en éliminant M et N,

$$\frac{\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{d}{dt}\log N_1-\frac{1}{\varepsilon_2}\frac{d}{dt}\log N_2}{m_1-m_2}=\frac{\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{d}{dt}\log N_1-\frac{1}{\varepsilon_3}\frac{d}{dt}\log N_3}{m_1-m_3}=\dots=\frac{\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{d}{dt}\log N_1-\frac{1}{\varepsilon_n}\frac{d}{dt}\log N_n}{m_1-m_n}, \tag{23}$$

qui nous donnent immédiatement $n-2$ intégrales indépendantes du temps.

Mais dans les équations (1) on peut éliminer dt et l'on trouve $n-1$ équa-

tions qui ont un multiplicateur, ce qui prouve que l'intégration se réduit aux quadratures.

4. L'expression (B′) de Φ à cause des intégrales (16) peut se transformer. En effet les C_i étant des constantes, elle peut s'écrire

$$(B'') \qquad \Phi = \sum_i \left[\frac{1}{2} \Sigma_s a_{si} X_s X'_i + \varepsilon_i \beta_i X_i + \varepsilon_i \beta_i t X'_i + C_i X'_i \right]$$
$$= \frac{1}{2} \Sigma_i \Sigma_s a_{si} X_s X'_i + \frac{d}{dt} \Sigma_i X_i (\varepsilon_i \beta_i t + C_i),$$

d'où

$$(B''') \qquad \Phi\, dt = \frac{1}{2} \Sigma_i \Sigma_s a_{si} X_s d X_i + d \Sigma_i X_i (\varepsilon_i \beta_i t + C_i).$$

M. M. Caullery fait hommage à l'Académie d'une étude d'ensemble qu'il a eu récemment l'occasion de faire sur *La Morphogenèse et les progrès récents de la Biologie* (¹), et où il a réuni et confronté les faits établis récemment, qui montrent l'action décisive de substances chimiques définies sur la différenciation des ébauches embryonnaires.

ÉLECTIONS.

M. Albert Maige est élu Correspondant pour la Section de Botanique en remplacement de M. Henri Jumelle, décédé, par 32 suffrages, contre 13 à M. *Clodimir Houard*, 2 à M. *Paul Bertrand* et 1 M. *Gustave Nicolas*.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de Directeur de l'Observatoire de Physique du Globe du Puy-de-Dôme, M. *Gaston Grenet* obtient 35 suffrages contre 1 à M. *Jean Coulomb;* il y a 2 bulletins nuls.

Pour la seconde ligne, M. *Jean Coulomb* réunit l'unanimité de 26 suffrages.

(¹) *Revue suisse de Zoologie*, 43, 1936, p. 467-488.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne................ M. **Gaston Grenet.**
En seconde ligne................. M. **Jean Coulomb.**

Dans la formation d'une liste de candidats à la chaire de Paléontologie vacante au Muséum national d'Histoire naturelle, pour la première ligne, M. *Jean Piveteau* obtient 33 suffrages contre 13 à M. *Camille Arambourg;* il y a 2 bulletins blancs.

Pour la seconde ligne, M. *Camille Arambourg* obtient 37 suffrages contre 1 à Mlle *Madeleine Friant;* il y a 5 bulletins blancs et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne............ M. **Jean Piveteau.**
En seconde ligne............ M. **Camille Arambourg.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La Chance et les Jeux de hasard*, par Marcel Boll. (Présenté par M. E. Borel.)

2° Nil Glagoleff. *Les Travaux du Bureau scientifique nomographique de Moscou.* (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur certaines équations diophantiques ternaires.* Note de M. **Claude Chabauty**, présentée par M. Élie Cartan.

Soient K un corps algébrique de degré n, $K^{(1)}=K$, $K^{(2)}$, ..., $K^{(n)}$ les corps conjugués de K par rapport au corps des rationnels, $\omega_1^{(i)}, \ldots, \omega_n^{(i)}$ une base des entiers de $K^{(i)}$. Soit r_1 le nombre des $K^{(i)}$ réels, $2r_2$ celui des $K^{(i)}$ complexes; posons $r=r_1+r_2-1$, de sorte que toute unité de $K^{(i)}$ peut

s'écrire $u^{(i)} = \eta^{(i)n_0}\varepsilon_1^{(i)n_1}\ldots\varepsilon_r^{(i)n_r}$, $\eta^{(i)}$ étant une racine de l'unité, $\varepsilon_j^{(i)}$ des unités de $K^{(i)}$, n_p des entiers rationnels. Soit K^* le corps galoisien défini par les $K^{(i)}$, T_{fg} l'automorphisme de K^* qui transforme $K^{(f)}$ en $K^{(g)}$ et $\mathfrak{p}$ un idéal premier de K^*.

Lemme. — (N) *étant la variété algébrique* $\text{Norme}(x_1\omega_1 + \ldots + x_n\omega_n) = 1$, *la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une courbe algébrique* (C) *contenant une infinité de points entiers de* (N) *est que* K *contienne un sous-corps quadratique réel.*

Il doit exister [1] pour (C) une représentation des x_i comme polynomes en t et t^{-1}.

$$X_i = x_1\omega_1^{(i)} + \ldots + x_n\omega_n^{(i)} = \frac{P_i(t)}{t^{ii}}, \qquad X_1\ldots X_n = 1, \qquad \text{donc} \quad X_i = \lambda_i t^{m_i},$$

λ_i constantes, m_i entiers rationnels avec $m_1 + \ldots + m_n = 0$. Il y a donc une unité u de K, non racine de l'unité, telle que $(u^{(f)})^{m_g} = (u^{(g)})^{m_f}$ pour $f = 1, \ldots, n$; $g = 1, \ldots, n$; ou encore $(u^{(f)})^{m_g} = (T_{fg}u^{(f)})^{m_f}$. On en déduit $(T_{fg}^p u^{(f)})^{m_g} = (T_{fg}^{p+1}u^{(f)})^{m_f}$, donc $(u^{(f)})^{m_g^q} = (T_{fg}^q u^{(f)})^{m_f^q}$. Soit Q l'ordre de T_{fg}, $T_{fg}^Q \equiv 1$, $(u^{(f)})^{m_g^Q} = (u^{(f)})^{m_f^Q}$, et par conséquent $m_f = \pm m_g$.

L'unité u n'a donc que deux conjugués distincts au plus et n'est pas racine de l'unité; elle appartient donc à un corps quadratique réel.

La proposition réciproque est immédiate.

Supposons maintenant $r \leq n - 3$ et K primitif. Soient α, β, γ trois entiers arbitraires de K.

Théorème. — *L'équation* $f(x, y, z) \equiv \textit{Norme}(x\alpha + y\beta + z\gamma) = 1$ *n'a qu'un nombre fini de solutions en entiers rationnels* x, y, z [2].

Une infinité de solutions entières rationnelles signifie une infinité E d'unités de K appartenant au module d'entiers de K, de dimension 3 au plus, défini par α, β, γ. Il en résulte (Th. Skolem, *loc. cit.*) l'existence d'une infinité $\overline{E}$ d'unités de K $\bar{u}^{(i)} = \bar{\varepsilon}_2^{(i)y_1}\,\bar{\varepsilon}_r^{(i)y_r}$ (les $\bar{\varepsilon}_p^{(i)}$ étant des unités indépendantes de K, telles que les fonctions exponentielles $\mathfrak{p}$-adiques $\bar{\varepsilon}_h^{(i)}$ soient convergentes pour tout y tel que $|y|_{\mathfrak{p}} \leq 1$) satisfaisant à

$$(2) \qquad P_j(y_1, y_r) \equiv a_{1j}\bar{u}^{(1)} + a_{2j}u^{(2)} + a_{3j}u^{(3)} - u^{(j)} = 0 \qquad (j = 4, 5, \ldots, n),$$

$$(3) \qquad \frac{\partial(P_{h_1}, \ldots, P_{h_r})}{\partial(y_1, \ldots, y_r} = 0 \quad (\mathfrak{p}) \quad (\text{les } h_q \text{ étant pris dans la suite } 4, 5, \ldots, n),$$

$$(1) \qquad \bar{u}^{(1)}, \ldots, u^{(n)} = 1.$$

---

[1] C.-L. Siegel, *Abh. preus. Akad. Wiss.*, **1**, 1929, p. 45.

[2] Le cas où $n = 5$, $r = 2$ a été traité par Th. Skolem (*Math. Ann.*, **111**, 1935, p. 399).

Désignons par X, Y, Z, les trois premières coordonnées X_i; (1) donne

$$XYZ\,X_4(X, Y, Z), \ldots, X_n(XYZ) = 1. \tag{1'}$$

On montre facilement que (1′) représente dans l'espace X, Y, Z une surface (N′) algébrique de degré n, non évanouie, indécomposable.

Les équations (2), compte tenu de (1), donnent

$$\left| a_{1j}\log\left(\frac{\varepsilon_p^{(1)}}{\varepsilon_p^{(h_q)}}\right) X + a_{2j}\log\left(\frac{\varepsilon_p^{(2)}}{\varepsilon_p^{(h_q)}}\right) Y + a_{3j}\log\left(\frac{\varepsilon_p^{(2)}}{\varepsilon_p^{(h_q)}}\right) Z \right| = 0 \quad (\mathfrak{p}) \tag{2'}$$

($p = 1, \ldots, r$; $q = 1, \ldots, r$, les h_q étant pris dans la suite 4, 5, n)

(nous supprimons les barres).

Remarquons qu'aucun des a_{ij} ne peut être nul. Supposons $a_{34} = 0$ par ex. $a_{14}\varepsilon_1^{(1)y_1} \ldots \varepsilon_r^{(1)y_r} + a_{24}\varepsilon_1^{(2)y_1} \ldots \varepsilon_r^{(2)y_r} = \varepsilon_1^{(4)y_1}\varepsilon_r^{(4)y_r}$ aurait une infinité de solutions en entiers rationnels y_i. Mettant en évidence dans les y_i leur résidu modulo s, s étant un entier rationnel $s > 4d^2 - 2d$ (d degré de K^*), on en déduit l'existence d'une infinité de solutions en entiers Ξ, H, de K^*, de l'équation $A\Xi^s + BH^s = 1$, à coefficients A, B appartenant à K^*, ce qui est impossible [1].

Si donc toutes les équations (2′) étaient des identités en X, Y, Z, on aurait

$$\left|\log\left(\frac{\varepsilon_p^{(f)}}{\varepsilon_p^{(h_q)}}\right)\right| = 0 \qquad (p = 1, \ldots, r,\ q = 1, \ldots, r \text{ pour } f = 1, 2, 3).$$

Tenant compte des relations $\sum_{i=1}^{n}\log\varepsilon_p^{(i)} = 0$, on trouve que la matrice $\|\log\varepsilon_p^{(i)}\|$ ($i = 1, \ldots, n$; $p = 1, \ldots, r$) est de rang inférieur à r, ce qui est impossible puisque les unités sont indépendantes.

Il y a donc au moins une des équations (2′) qui n'est pas une identité en X, Y, Z. Elle représente une surface D non évanouie, algébrique de degré $\leqq r < n$. Elle ne peut donc avoir en commun avec (N′) qu'une courbe algébrique. Il en résulte que les points entiers (x_1, x_n) correspondant aux points de l'ensemble $\overline{E}$ sont eux-mêmes sur une courbe algébrique (C). Celle-ci, contenant une infinité de points entiers, peut être représentée par des équations à coefficients rationnels. On rentre donc dans le domaine des nombres ordinaires et l'on peut appliquer le lemme. Le théorème est démontré.

Il demeure vrai si dans le second membre de l'équation étudiée, au lieu de 1, figure une constante c quelconque.

---

(1) C. L. SIEGEL, *Math. Zeit.*, 10, 1921, p. 173.

NOMOGRAPHIE. — *Sur les formes générales des équations d'ordre nomographique* 6 *et* 5 *représentables par des nomogrammes coniques.* Note de M. **Farid Boulad Bey**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Je me propose de donner ici les 3 formes les plus générales des équations à 3 variables nomographiquement rationnelles lesquelles, moyennant les conditions algébriques exposées ci-dessous, sont représentables par les 3 types de nomogrammes dont chacun comporte deux échelles coniques quelconques (z_1) et (z_2) à supports distincts. La troisième échelle (z_3) étant curviligne dans le premier type, conique quelconque dans le deuxième et rectiligne dans le troisième. Désignons par Φ_1, Φ_2, Φ_3 ces trois formes. Les deux Φ_1, Φ_2 sont d'ordre 6 et Φ_3 d'ordre 5. Ceci posé, voici la forme Φ_1 (1):

$$(1)\quad f_3^2(f_2^2 A_1 + f_2 L_1 + P_1) + g_3(f_2^2 A_2 + f_2 L_2 + P_2) + (f_2^2 A_3 + f_2 L_3 + P_3) = 0$$

avec

$$A_i = a_i f_1^2 + b_i f_1 + c_i, \qquad L_i = l_i f_1^2 + m_i f_1 + n_i, \qquad P_i = p_i f_1^2 + q_i f_1 + r_1$$
$$(\text{pour } i = 1, 2, 3).$$

Les coefficients dans les trinomes sont des constantes liées entre elles par les conditions d'anamorphoses précitées. Pour avoir la forme Φ_2, il suffit de remplacer dans (1), f_3 et g_3 par f_3^2 et f_3. Et pour la forme Φ_3, il suffit ou bien d'annuler g_3 dans la forme Φ_1 et de considérer les constantes dans les trinomes A_2, L_2, P_2 comme des paramètres arbitraires; ou bien d'annuler f_1^2 dans Φ_2. Ce dernier cas est pratique. En effet, si on développe le déterminant générateur suivant :

$$(2)\qquad |F_i G_i H_i| = 0 \qquad (i = 1, 2, 3)$$

des équations à 3 variables représentables par le type général de nomogramme à points alignés de M. d'Ocagne, après y avoir remplacé dans (2), F_3, G_3, H_3 par f_3, g_3, 1 et les fonctions F_i, G_i, H_i (pour $i = 1, 2$) par les équations générales paramétriques suivantes des coniques unicursales

$$(3)\quad F_i = \alpha_i f_i^2 + \beta_i f_i + \gamma_i, \qquad G_i = \alpha'_i f_i^2 + \beta'_i f_i + \gamma'_i, \qquad H_i = \alpha''_i f_i^2 + \beta''_i f_i + \gamma''_i,$$

et si l'on ordonne ensuite nomographiquement ce développement par

(1) La notation ici employée est celle de M. d'Ocagne donnée dans son *Traité de Nomographie*, 1921, et dans son *Cours de Calcul graphique et Nomographie.*

rapport à z_3, on obtient la forme Φ_1. De même, on aura la forme Φ_3, en remplaçant dans ce développement les fonctions F_3, G_3, H_3 par des binomes du 1er degré en f_3.

A présent, mettons sous la forme (2), l'équation (1) comprise dans la forme de l'équation d'ordre 6, la plus générale, que nous avons déjà traitée par notre méthode de disjonction des variables (¹) basée sur la notion des valeurs critiques de M. d'Ocagne.

Pour cela, faisons dans (2), $F_3 = f_3$, $G_3 = g_3$, $H_3 = 1$, l'équation (1) se présente alors sous la forme

$$F_3 F_{12} + G_3 G_{12} + H_3 H_{12} = 0. \tag{4}$$

Les deux autres systèmes de fonctions F_1, G_1, H_1 et F_2, G_2, H_2 seront donnés par la résolution des deux identités suivantes :

$$F_1 F_{12} + G_1 G_{12} + H_1 H_{12} \equiv 0 \quad \text{(quel que soit } z_2\text{)}, \tag{5}$$

$$F_2 F_{12} + G_2 G_{12} + H_2 H_{12} \equiv 0 \quad \text{(quel que soit } z_1\text{)}. \tag{6}$$

L'identité (5) fournit, en annulant les coefficients de f_2^2, f_2, 1, un système (E_1) d'équations linéaires et homogènes en F_1, G_1, H_1 qui ne sont compatibles que si l'on a

$$\Sigma_1 = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ L_1 & L_2 & L_3 \\ P_1 & P_2 & P_3 \end{vmatrix} \equiv 0 \qquad \text{quel que soit } f_2.$$

Quand chacune des deux formes Φ_1 et Φ_2 d'ordre 6 est complète, le développement de Σ_1 donne un polynome de 7 termes du 6e degré en f_1. D'où 7 conditions entre 27 coefficients ou 26 paramètres. Quand la forme Φ_3, obtenue en annulant f_1^2 dans Φ_2, est complète et d'ordre 2 par rapport à z_2, ce développement donne un polynome de 4 termes du 3e degré en f_2. D'où 4 conditions entre les 18 coefficients ou 17 paramètres.

Quand ces conditions sont remplies, deux quelconques des 3 équations (E_1) donnent F_1, G_1, H_1. On trouve, de même, un système (E_2) dont les équations sont compatibles moyennant l'identité

$$\Sigma_2 = \begin{vmatrix} P'_1 & Q_1 & R_1 \\ P'_2 & Q_2 & R_2 \\ P'_3 & Q_3 & R_3 \end{vmatrix} \equiv 0 \qquad \text{quel que soit } f_2$$

(¹) *Comptes rendus*, 150, 1910, p. 379; *Bull. de la Soc. math. de France*, 39, 1911, p. 105; *Traité de Nomographie* précité de M. d'Ocagne.

avec

$$P'_i = a_i f_i^2 + l_i f_i + p_i, \qquad Q_i = b_i f_i^2 + m_i f_i + q_i, \qquad R_i = c_i f_i^2 + n_i f_i + r_i$$
$$(\text{pour } i = 1, 2, 3).$$

Ces dernières conditions étant remplies, deux quelconques des équations (E_2) donnent F_2, G_2, H_2. D'après notre étude précitée de l'équation d'ordre 6, la plus générale, les 7 conditions synthétisées par $\Sigma_1 \equiv 0$ sont équivalentes aux 7 conditions synthétisées par $\Sigma_2 \equiv 0$ et, si l'on pose

$$A = a_1 x + a_2 y + a_3, \qquad B = b_1 x + b_2 y + b_3, \qquad C = c_1 x + c_2 y + c_3, \qquad \ldots,$$

on a le théorème suivant :

Si le déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B & C \\ L & M & N \\ P & Q & R \end{vmatrix}$$

est identiquement nul, les deux formes Φ_1 et Φ_2 sont représentables par les deux premiers types de nomogrammes coniques.

$\Delta \equiv 0$ fournit également toutes les conditions nécessaires d'anamorphoses de la forme Φ_3 obtenue en faisant $g_3 = 0$ dans Φ_1. Dans ce cas, les constantes dans les trinomes A_2, L_2, P_2 seront considérées comme des paramètres arbitraires dont les valeurs seront déterminées par les conditions $\Sigma_1 \equiv 0$ et $\Sigma_2 \equiv 0$.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la déformation des surfaces de Bianchi.* Note de M. S. **Buchbguennce**.

1. On sait que les *surfaces de Bianchi* sont caractérisées par l'expression de leur courbure totale, $K = -1/(U+V)^2$, où u, v sont les paramètres des asymptotiques, U une fonction de u, V une fonction de v. On peut les séparer en 3 classes : la classe B_1 ($U \equiv$ const., $V \equiv$ const.), ce sont les surfaces à coubure totale constante; la classe B_2, où l'une des fonctions U, V seule est constante : il en résulte que les courbes $K =$ const. sont asymptotiques (et réciproquement), de sorte que ces surfaces, en coordonnées curvilignes *quelconques*, peuvent être définies par l'équation

$$\text{(1)} \qquad D\left(\frac{\partial K}{\partial v}\right)^2 - 2D'\frac{\partial K}{\partial u}\frac{\partial K}{\partial v} + D''\left(\frac{\partial K}{\partial u}\right)^2 = 0,$$

où D, D′, D″ sont les coefficients de la seconde forme quadratique de la surface. Enfin la classe B_3 est celle où U, V sont des fonctions effectives; ces surfaces B_3 sont définies par l'équation

$$\frac{\partial^2}{\partial u\,\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{-K}}\right)=0, \tag{2}$$

si u, v sont paramètres des asymptotiques; mais, avec l'aide des équations de Gauss-Codazzi, on peut, en coordonnées *quelconques*, remplacer l'équation (2) par l'une ou l'autre des équations

$$\frac{\partial^2}{\partial u\,\partial v}\left(\frac{1}{K}\right)-\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{K}\right)-\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{K}\right)=0, \tag{2^a}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial u\,\partial v}(\log K)-\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}'\frac{\partial}{\partial u}(\log K)-\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}'\frac{\partial}{\partial v}(\log K)=0, \tag{2^b}$$

où les symboles de Christoffel se rapportent pour (2^a) à l'élément linéaire de la surface et pour (2^b) à l'élément linéaire de la représentation sphérique. Sur une surface B_3 le système *caractéristique* est le réseau conjugué défini par (3^a) ou (3^b) :

$$\left(\frac{1}{K}\right)_{11}du^2+2\left(\frac{1}{K}\right)_{12}du\,dv+\left(\frac{1}{K}\right)_{22}dv^2=0, \tag{3^a}$$

$$(\log K)'_{11}\,du^2+2(\log K)'_{12}\,du\,dv+(\log K)'_{22}\,dv^2=0, \tag{3^b}$$

où φ_{ik}, φ'_{ik} sont des dérivées covariantes prises pour la surface ou sa représentation sphérique. En coordonnées *quelconques*, une surface B_3 est définie par (4^a) ou (4^b) :

$$D\left(\frac{1}{K}\right)_{22}-2D'\left(\frac{1}{K}\right)_{12}+D''\left(\frac{1}{K}\right)_{11}=0, \tag{4^a}$$

$$D(\log K)'_{22}-2D'(\log K)'_{12}+D''(\log K)'_{11}=0. \tag{4^b}$$

2. Cherchons les surfaces B *réglées :* comme surface B_2, on ne trouve que l'*hélicoïde minimum;* comme surfaces B_3, on obtient certains *conoïdes droits.* Il n'existe, d'après cela, aucune surface B_2 qui puisse, au cours d'une déformation, rester B_2, car, les asymptotiques d'une famille devant se conserver, on obtient une surface réglée.

3. *Cherchons maintenant les surfaces* B_3 *admettant une déformation continue où elles restent surfaces* B_3; *dans ce cas*, en vertu de (4^a), *le réseau* (3^a) *reste conjugué au cours de la déformation continue.* Soit donc l'élément linéaire $ds'^2=e\,du^2+2f\,du\,dv+g\,dv^2$ de la répresentation sphérique, en prenant ce système conjugué permanent comme lignes de

coordonnées. On a donc les conditions

$$(\log K)'_{11} = 0, \qquad (\log K)'_{22} = 0. \tag{6}$$

La compatibilité des équations (6) donne

$$(fV' + gU')\frac{\partial \log K}{\partial u} - (eV' + fU')\frac{\partial \log K}{\partial v} = 0. \tag{7}$$

Une solution évidente est fournie par $U' = V' = 0$, *auquel cas le réseau sphérique est l'image sphérique du réseau conjugué permanent géodésique d'une surface de Voss;* réciproquement, à une surface quelconque de Voss correspond une infinité de surfaces B_3.

En dehors de ce cas, on constate aisément que l'on ne peut avoir $U' = 0$, $V' \neq 0$ ou $U' \neq 0$, $V' = 0$; on peut donc supposer $U' = V' = 1$ et, par des calculs assez longs, on constate que e, f, g sont fonctions du seul paramètre $\sigma = u + v$ et que K dépend de deux constantes arbitraires; sur la sphère les courbes $\sigma =$ const. sont des parallèles; on peut alors écrire

$$ds'^2 = d\alpha^2 + \cos^2\alpha\, d\beta^2, \qquad \alpha = \alpha(\sigma), \qquad c\beta = \frac{u - v}{2} + \lambda(\sigma),$$

où α, λ sont des fonctions de σ, c une constante arbitraire. Les équations de Cosserat pour les bases principales donnent

$$\alpha'' + \frac{\alpha'}{\sigma} + \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{c^2}\left(\lambda'^2 - \frac{1}{4}\right) = 0, \qquad \lambda'' + \left(\frac{1}{\sigma} - 2\alpha'\tang\alpha\right)\lambda' = 0.$$

La dernière équation s'intègre et donne $\lambda'\sigma\cos^2\alpha = c_1$, où c_1 est constant; en particulier, pour $c_1 = 0$, α se détermine par l'équation

$$\alpha'' + \frac{\alpha'}{\sigma} - \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{4c^2} = 0.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe générale d'équations à intégrales principales.* Note de M. **Georges Giraud**.

Un ingénieux procédé indiqué par S. Michlin ([1]) permet de traiter des équations à intégrales principales doubles d'un type fort général. Cette méthode est susceptible de s'étendre, sous une forme un peu modifiée, à

([1]) *C. R. Acad. Sciences U. R. S. S.*, 2, 1936, p. 3-6.

des équations analogues, contenant des intégrales principales d'un ordre $m \geqq 2$.

Soient $F_1(A)$ et $F_2(A)$ des fonctions positivement homogènes et d'ordre $-m$ par rapport aux coordonnées $a_1, \ldots, a_m$ du point A; on suppose qu'on a

$$\int_{L(O,A)=1}^{(m-1)} F_\alpha(A)\, dS = 0 \qquad (\alpha = 1, 2;\ L = \text{distance}),$$

où dS est l'élément euclidien du champ; de plus on suppose que, quand A varie sur $L(O, A) = 1$, ces fonctions remplissent une condition de Lipschitz (avec un exposant quelconque). Posons

$$G_\alpha(X, A) = F_\alpha(x_1 - a_1, \ldots, x_m - a_m) \qquad (\alpha = 1, 2).$$

En désignant par g_1 et g_2 des constantes, et par $U(X)$ n'importe quelle fonction qui remplit dans tout l'espace à m dimensions une condition de Lipschitz et dont le produit par $L^h(O, X)$ est borné ($h > 0$), nous posons

$$J_\alpha U(X) = g_\alpha U(X) + \int_{\text{espace}}^{(m)} G_\alpha(X, A) U(A)\, dV_A \qquad (\alpha = 1, 2),$$

où dV est l'élément euclidien, et l'intégrale est prise en valeur principale, en excluant le domaine infiniment petit $L(X, A) < \eta$. Une remarque très importante est que les opérations J_1 et J_2 sont permutables, c'est-à-dire qu'on a $J_1 J_2 U = J_2 J_1 U$; en effet, d'après les résultats antérieurs [1], il suffit de vérifier qu'on a, quand X et Ξ sont distincts,

$$\int_{\text{espace}}^{(m)} G_1(X, A)\, G_2(A, \Xi)\, dV_A = \int_{\text{espace}}^{(m)} G_2(X, A)\, G_1(A, \Xi)\, dV_A,$$

et cela résulte du changement de variables d'intégration qui correspond à une symétrie par rapport au milieu du segment rectiligne $X\Xi$.

Mettons les F_α sous la forme

$$(1) \qquad F_\alpha(A) = \lim_{\rho \to 1} \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n P_{\alpha,n}(A)\, L^{-m-n}(O, A) \qquad (\rho < 1),$$

où les $P_{\alpha,n}$ sont des polynomes harmoniques, homogènes et d'ordre n. Nous

[1] *Ann. scient. École Norm. sup.*, 51, 1934, p. 251-372; 53, 1936, p. 140, spécialement les deux Chapitres I.

désignons par $TJ_\alpha(A)$ les fonctions complexes

$$(2)\quad TJ_\alpha(A) = g_\alpha + \lim_{\rho \succ 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^n i^n}{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)} \pi^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) P_{\alpha,n}(A) L^{-n}(O, A) \qquad (i^2 = -1);$$

on démontre l'identité fondamentale [1]

$$(3)\qquad T(J_1 J_2) = TJ_1 \times TJ_2.$$

Si l'opération J_1 est donnée, cette identité permet de chercher une opération J_2 telle que $J_1 J_2$ soit la transformation identique : il faut et il suffit pour cela qu'on ait $TJ_1 \times TJ_2 = 1$. Si TJ_1 ne s'annule en aucun point réel, nous développons TJ_2 en série de polynomes harmoniques et homogènes, et nous en déduisons J_2, pourvu que le développement obtenu pour F_2 converge et remplisse une condition de Lipschitz, ce qui a lieu si les dérivées de F_1 jusqu'à un certain ordre existent.

Mais on peut aussi écrire, pour $L(O, X) = 1$,

$$(4)\qquad TJ_1(X) = g_1 + \int_{L(O,A)=1}^{(m-1)} K(X, A) F_1(A)\, dS_A,$$

où K est un noyau symétrique, dont les valeurs propres et les fonctions propres sont connues. Pour $m = 2$ tout au moins, cela fournit un moyen de trouver F_2; en posant $x_1 = \cos\varphi$, $x_2 = \sin\varphi$, $a_1 = \cos\theta$, $a_2 = \sin\theta$, $F_\alpha(X) = f_\alpha(\varphi)$, $TJ_\alpha(X) = k_\alpha(\varphi)$, on a en effet

$$k_\alpha(\varphi) = g_\alpha + \int_{\varphi-\frac{\pi}{2}}^{\varphi+\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{i\pi}{2}[f_\alpha(\theta) - f_\alpha(\theta+\pi)] - [f_\alpha(\theta) + f_\alpha(\theta+\pi)] \log|2\cos(\varphi-\theta)| \right\} d\theta,$$

et l'on prouve par là que si f_1 remplit une condition de Lipschitz et si k_1 ne s'annule nulle part, f_2 remplit une condition de Lipschitz et convient donc à notre question.

Pour des équations à intégrales principales du type

$$u(X) - \lambda \int_{\mathcal{V}}^{(m)} G(X, A)\, u(A)\, dV_A = f(X),$$

---

[1] Les formules de Michlin, dont l'exposé est différent, reviennent à supprimer les facteurs i^n dans la formule (2); mais c'est une erreur, d'après la formule même dont part Michlin, et qui rectifie un résultat de F. Tricomi. Pour atteindre le cas de m variables, j'utilise des séries, non encore publiées, qui représentent les noyaux résolvants particuliers trouvés dans le Chapitre II du dernier travail cité.

où $\mathcal{V}$ est une variété close et G est un noyau du type général étudié dans les travaux cités (Chapitres I des deux articles), on doit résoudre pour chaque point de $\mathcal{V}$ une question du type précédent. On trouve que dans un certain domaine du plan de la variable complexe λ, domaine qui contient l'origine, aucune des fonctions TJ_1 attachées aux différents points de $\mathcal{V}$ ne peut s'annuler; dans ce domaine, les théorèmes de Fredholm sont valables. En particulier, si les fonctions F_1 attachées à tous les points de $\mathcal{V}$ sont impaires, ce domaine comprend le plan entier sauf deux coupures tracées sur l'axe purement imaginaire. Si les fonctions F_1 sont toutes paires, notre domaine comprend le plan entier sauf deux coupures tracées sur l'axe réel (1).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'interpolation des fonctions analytiques.* Note (2) de M. **Alexandre Ghika.**

A l'aide des fonctions orthogonales d'une variable complexe, nous donnons une solution du problème de la détermination d'une fonction analytique connaissant les valeurs qu'elle prend aux points d'une suite de points complètement intérieure à un domaine donné ainsi que la condition nécessaire et suffisante de possibilité.

Soient D un domaine situé à distance finie, d'un seul tenant simplement ou multiplement connexe, ayant une frontière rectifiable C et $[a_k]$ une suite de points complètement intérieure à D, c'est-à-dire y compris ses points limites.

Soit $[\varphi_n(z)]$ un système de fonctions orthogonales et normales le long de C, relativement complet par rapport aux fonctions appartenant à l'ensemble $\Omega(C)$ (3).

La suite double $[\varphi_n(z);\ 1/(z-a_n)]$ $(n=0, 1, 2, \ldots)$ est *complète* par rapport aux fonctions de carré de module sommable le long de C. Il résulte que le système double de fonctions orthogonales et normales le long de C,

$$[\varphi_n(z);\ \gamma_n(z)] \qquad (n=0, 1, 2, \ldots), \tag{1}$$

(1) Ces conclusions se vérifient dans les cas particuliers que traitent d'une part les articles cités, d'autre part l'article du *Journal de Math.*, 9e série, 15, 1936, p. 193-205.

(2) Séance du 15 juin 1936.

(3) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 278.

où

$$\gamma_n(z) \sim \sum_{k=0}^{+\infty} \gamma_{nk}\varphi_k(z) + \sum_{k=0}^{n} r_{nk}\frac{1}{z-a_k}$$

est *complet*. Il en est évidemment de même du système

$$\left[\overline{\varphi_n(z)}\frac{ds}{dz};\ \overline{\gamma_n(z)}\frac{ds}{dz}\right] \qquad (n=0, 1, 2, \ldots),$$

$\overline{\varphi_n(z)}$ désignant la quantité imaginaire conjuguée de $\varphi_n(z)$ et $ds=|dz|$.

La fonction $\overline{\gamma_n(z)}\,ds/dz$ fait partie de l'ensemble $\Omega(C)$, c'est-à-dire est de carré de module sommable le long de C et vérifie les conditions

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{\overline{\gamma_n(z)}}{z-x}\,ds = \begin{cases} \chi_n(x) & \text{pour } x \text{ intérieur à D,} \\ 0 & \text{pour } x \text{ extérieur à D.} \end{cases}$$

La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction analytique f, *définie par la suite des valeurs* $[f(a_k)]$ $(k=0, 1, 2, \ldots)$ *appartienne à l'ensemble* $\Omega(C)$ [c'est-à-dire qu'elle soit de carré de module sommable le long de C et telle que

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z-x}\,dz = \begin{cases} f(x) & \text{pour } x \text{ intérieur à D,} \\ 0 & \text{pour } x \text{ extérieur à D].} \end{cases}$$

est que la série

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\left|\sum_{k=0}^{n} r_{nk} f(a_k)\right|^2 \tag{2}$$

soit convergent. Dans ces conditions, on a

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \chi_n(x) \sum_{k=0}^{n} r_{nk} f(a_k), \tag{3}$$

la série convergeant en moyenne du second ordre le long de C *et absolument et uniformément dans tout domaine complètement intérieur à* D.

Il est à remarquer que les coefficients r_{nk} et les fonctions $\chi_n(x)$ dépendent uniquement du contour C et de la suite $[a_k]$.

Cette proposition permet donc de construire une fonction analytique, dans un domaine donné, connaissant les valeurs qu'elle prend aux points d'une suite complètement intérieur à ce domaine.

Au cas où tous les points a_k viendraient à se confondre en un point a intérieur à D, la proposition précédente est encore vraie pourvu qu'on

substitue à la suite $[1/(z-a_n)]$, la suite $[1/(z-a)^{n+1}]$ $(n=0, 1, 2, \ldots)$, et aux valeurs $f(a_n)$ les valeurs $1/n!\, d^n f(a)/da^n$. A la place du système (1) on obtient le système

$$[\varphi_n(z);\ \xi_n(z)],$$

où

$$\xi_n(z) \sim \sum_{k=0}^{+\infty} \xi_{nk}\,\varphi_k(z) + \sum_{k=0}^{n} p_{nk}\,\frac{1}{(z-a)^{k+1}}.$$

Posons

$$\mu_n(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{\overline{\xi_n(z)}}{z-x}\,ds.$$

La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction analytique f, définie par son développement en série de Taylor, appartienne à l'ensemble $\Omega(C)$ *est que la série*

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\left|\sum_{k=0}^{n} p_{nk}\,\frac{1}{k!}\,\frac{d^k f(a)}{da^k}\right|^2 \tag{4}$$

soit convergente. Dans ces conditions, on a

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty}\mu_n(x)\sum_{k=0}^{n} p_{nk}\,\frac{1}{k!}\,\frac{d^k f(a)}{da^k};$$

cette série, relativement à la convergence, ayant les mêmes propriétés que la série (3).

Nous retrouvons donc un de nos anciens résultats ([1]) concernant le prolongement d'une fonction analytique, connaissant son développement en série de Taylor.

Si les séries (2) et (4) sont convergentes, leurs sommes sont égales à

$$\int_C |f(z)|^2\,ds.$$

Les quantités r_{nk} étant des fonctions des points a_k et les quantités p_{nk} étant des fonctions du point a, il résulte que *pour une même fonction holomorphe dans un domaine donné* D, *la série* (2) *est un invariant par rapport aux quantités* $[a_k]$ *et* $[f(a_k)]$ $(k=0, 1, 2, \ldots)$ *et la série* (4) *est un invariant par rapport aux quantités* a *et* $d^k f(a)/da^k$ $(k=0, 1, 2, \ldots)$.

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 607.

MÉCANIQUE. — *Sur la nature des trajectoires de certains fluides parfaits hétérogènes.* Note de M. **Émile Merlin**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Considérons un fluide parfait hétérogène, dont les particules sont soumises à l'action d'une force qui, rapportée à l'unité de masse, dérive d'un potentiel V, lequel peut varier avec le temps. En un point $M(x, y, z)$, la densité ρ et les composantes u, v, w de la vitesse sont supposées indépendantes du temps t, tandis que la pression p peut en dépendre. Nous admettrons que le long d'une trajectoire, la vitesse et la densité se conservent, ainsi que la pression à un instant déterminé.

A la famille de surfaces de paramètre $1/\rho$, adjoignons-en une seconde de paramètre α rencontrant la première suivant les trajectoires et une troisième de paramètre β, coupant les mêmes trajectoires, β croissant dans le sens du mouvement.

Occupons-nous d'abord du cas où les trajectoires sont rectilignes. Partant de l'équation de continuité et tenant compte de ce que u, v, w ne sont fonctions que de α et de $1/\rho$, on définit les trajectoires de la manière suivante. Considérons une surface développable, qui peut dégénérer en une droite, et dans chaque plan tangent, menons des droites parallèles à la génératrice de contact : ces parallèles sont les trajectoires. La pression et le potentiel sont donnés par les équations

$$p = \frac{\partial \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right)}{\partial \frac{1}{\rho}}, \qquad V = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right)}{\partial \frac{1}{\rho}} - \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right);$$

$\mathcal{R}(1/\rho, t)$ étant une fonction arbitraire.

Supposons ensuite les trajectoires curvilignes et distinguons le cas où $p/\rho - V$ varie avec α de celui où cette expression est indépendante de α.

Dans le premier cas, les équations du mouvement et l'hypothèse faite sur la pression et la vitesse conduisent aux expressions suivantes :

$$(1) \qquad p = \frac{\partial \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right)}{\partial \frac{1}{\rho}} + \frac{\partial \mathcal{F}\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right)}{\partial \frac{1}{\rho}},$$

$$(2) \qquad V = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right)}{\partial \frac{1}{\rho}} - \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathcal{F}\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right)}{\partial \frac{1}{\rho}} - \mathcal{F}\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right);$$

la famille de paramètre α étant convenablement choisie. Posons

$$S\left(\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right)^2 = E_\alpha, \qquad S\left(\frac{\partial x}{\partial \frac{1}{\rho}}\right)^2 = E_{\frac{1}{\rho}}, \qquad S\left(\frac{\partial x}{\partial \beta}\right)^2 = E_\beta.$$

Appelons θ_α, l'angle que fait la demi-tangente t_α à la courbe C_α, le long de laquelle α varie seul en croissant, avec la demi-normale à la surface de paramètre α, dirigée dans le sens d'où l'on voit positivement l'angle $\theta_{1/\rho,\beta}$, compris entre o et π, formé par les demi-tangentes $t_{1/\rho}$, t_β aux courbes $C_{1/\rho}$, C_β, le long desquelles $1/\rho$ et β varient seuls en croissant. De l'équation de continuité et de ce que la vitesse se conserve le long d'une trajectoire, on déduit

$$\frac{u}{\frac{\partial x}{\partial \beta}} = \frac{v}{\frac{\partial y}{\partial \beta}} = \frac{w}{\frac{\partial z}{\partial \beta}} = \mu\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right) \frac{1}{\frac{D(x, y, z)}{D\left(\alpha, \frac{1}{\rho}, \beta\right)}}, \tag{3}$$

$$\sqrt{E_\alpha}\sqrt{E_{\frac{1}{\rho}}}\cos\theta_\alpha \sin\theta_{\frac{1}{\rho},\beta} = \mathcal{F}_1\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right); \tag{4}$$

μ et $\mathcal{F}_1$ étant deux fonctions de même signe et les radicaux étant pris positivement.

Des équations du mouvement, il résulte que les trajectoires sont des géodésiques des surfaces de paramètre α et que l'on a

$$\frac{\sqrt{E_\alpha}}{R}\cos\theta_\alpha = \mathcal{F}_2\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right), \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \alpha} = \varepsilon \frac{\mu^2 \mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_1^2}; \tag{6}$$

R désignant le rayon de courbure de la trajectoire, ε étant égal à $+1$, si la normale principale de la trajectoire, dirigée vers le centre de courbure, est opposée à t_α, ε étant égal à -1 dans le cas contraire.

Pour obtenir les trajectoires, on se donnera trois familles de surfaces de paramètre α, $1/\rho$, β, telles que les lignes C_β soient des géodésiques sur les surfaces de paramètre α et que le long de C_β, les expressions qui figurent au premier membre de (4) et de (5) conservent la même valeur. On aura $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$. Se donnant ensuite μ arbitrairement, mais de même signe que $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$, les équations (3) fourniront la vitesse. L'équation (6) déterminera $\mathcal{F}$, à une fonction arbitraire de $1/\rho$ près et les équations (1) et (2) définiront la pression et le potentiel capable de produire le mouvement.

Le cas où $p/\rho - V$ est indépendante de α se traite de même. Ici les trajectoires sont géodésiques sur les surfaces d'égale densité et le long de C_β, $\sqrt{E_{1/\rho}}\sqrt{E_\alpha}\cos\theta_{1/\rho}\sin\theta_{\beta,\alpha}$ et $1/R\sqrt{E_{1/\rho}}\cos\theta_{1/\rho}$ conservent la même valeur, soient $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$; μ sera encore arbitraire de même signe que $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ et l'on posera

$$\mathcal{F}_3 = \varepsilon \frac{\mu^2 \mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_1^2};$$

$\varepsilon = +1$, si la normale principale à C_β dirigée vers le centre de courbure a le même sens que $t_{1/\rho}$; $\varepsilon = -1$, dans le cas contraire. La vitesse sera fournie par les équations (3) et, $\mathcal{R}$ étant arbitraire, on aura

$$p = \frac{\partial \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right)}{\partial \frac{1}{\rho}} + \mathcal{F}_3\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right),$$

$$V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right)}{\partial \frac{1}{\rho}} - \mathcal{R}\left(\frac{1}{\rho}, t\right) + \frac{1}{\rho}\mathcal{F}_3\left(\alpha, \frac{1}{\rho}\right).$$

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur la rotation galactique des amas globulaires.* Note de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Ernest Esclangon.

I. J'ai montré [1] que, contrairement à l'opinion admise jusqu'ici, les amas globulaires paraissent animés d'une importante rotation galactique, avec une vitesse dépendant de la distance r à l'axe galactique et de la distance z au plan galactique.

F. K. Edmondson a publié de nouvelles vitesses radiales d'amas globulaires [2], qui servent de base à l'étude présentée ici.

II. Soient x, y, z, les coordonnées d'un amas par rapport au centre de la galaxie, situé à 10000 parsecs, vers la longitude 325°, α, β, γ, les cosinus directeurs de sa direction par rapport au Soleil; et ρ sa vitesse radiale.

Désignons par $V(r, z)$ la vitesse moyenne des amas de coordonnées r et z; chaque amas donne une équation de la forme

$$\rho = -\alpha X - \beta Y - \gamma Z + \frac{\beta x - \alpha y}{r} V(r, z), \tag{1}$$

---

[1] *Monthly Notices of R. A. S.*, 96, n° 1, 1935, p. 61.

[2] *Lowell Observ. Bull.*, 88, III, n° 13, 1935, p. 143.

où X, Y, Z, représente la vitesse de translation du Soleil par rapport à des axes galactiques ayant pour origine le centre de la galaxie et dépourvus de rotation absolue.

III. J'ai déterminé X, Y, Z, en utilisant les amas les plus éloignées du centre et du plan galactique, que l'on peut considérer comme dépourvus de rotation appréciable (11 amas)

$$X = +259 \pm 25, \qquad Y = +186 \pm 54, \qquad Z = +45 \pm 29.$$

IV. L'ensemble des équations telles que (1), relatives aux amas rapprochés du centre et du plan galactique, (20 amas), traité par la méthode des moindres carrés, permet de déterminer V, à une rotation près, autour de l'axe galactique à vitesse angulaire constante; cette rotation indéterminée peut-être connue en s'appuyant sur le résultat du paragraphe III. J'ai tenté la détermination de la fonction V en adoptant pour celle-ci les expressions approchées :

$$V(r, z) = ar + br^2 + dr^3 + crz^2 + er^2z^2, \tag{2}$$

et

$$\frac{1}{r}V(r, z) = m_0 + m_1 \sin u + n_1 \cos u + m_2 \sin 2u + n_2 \cos 2u + p_1 \cos v + p_2 \cos 2v + q_1 \sin u \cos v + q_2 \cos u \cos v \tag{3}$$

$$\left[u = \frac{\pi r}{2},\ v = \frac{\pi z}{1,2}\ \text{(unité 10000 parsecs)}\right].$$

L'expression (2), en supposant d'abord $d = e = 0$, donne

$$a = -511, \qquad b = +140, \qquad c = +384,$$

puis, sans faire l'hypothèse précédente,

$$a = -36, \qquad b = -529, \qquad c = +206, \qquad d = +226, \qquad e = +140.$$

L'expression (3), en supposant $p_2 = q_1 = q_2 = 0$, donne

$$m_0 = -1264, \qquad m_1 = +1540, \qquad n_1 = -910, \qquad m_2 = +804, \qquad n_2 = +401, \qquad p_1 = -294.$$

Puis, sans cette hypothèse,

$$m_0 = -1158, \qquad m_1 = +1500, \qquad n_1 = -594,$$
$$m_2 = +497, \qquad n_2 = +457, \qquad p_1 = -165,$$
$$p_2 = +94, \qquad q_1 = -21, \qquad q_2 = +187.$$

Les résultats précédents indiquent que les amas globulaires présentent

une rotation d'ensemble rétrograde atteignant environ 330 $km.sec^{-1}$, au voisinage du Soleil, maximum dans le plan galactique à 15000 parsecs du centre et s'annulant à environ 25000 parsecs du centre dans le plan galactique.

Cette vitesse décroît en valeur absolue quand on s'éloigne du plan galactique et s'annule à environ 10000 parsecs de ce plan.

V. L'étude des vitesses radiales individuelles des amas confirme les résultats précédents.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Une méthode de mesure de l'adsorption des huiles par les surfaces métalliques.* Note (¹) de M. **Jean-Jacques Trillat** et de Mlle **Renée Vaillé**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Lorsqu'on met en contact une huile minérale avec de l'eau pure, la tension interfaciale huile-eau diminue en fonction du temps pour tendre vers une valeur constante; la valeur de la tension interfaciale au début de la mise en contact dépend de l'activité de l'huile ([2]), c'est-à-dire de sa teneur en molécules possédant un moment électrique permanent (molécules à groupement acide ou molécules possédant une double liaison). On observe également des modifications de la tension interfaciale lorsqu'on met l'huile en contact avec des solutions aqueuses d'électrolyte de pH variables ([3]).

Dans le présent travail, nous avons cherché à relier les mesures de tension interfaciale huile-eau à la mesure de l'adsorption de l'huile par le métal qui règle tous les problèmes de graissage onctueux. La technique opératoire, basée sur l'emploi de la balance interfaciale Lecomte du Noüy, a été modifiée de façon à accroître la sensibilité et à éviter les perturbations dues à l'arrachement de l'anneau, qui trouble à chaque mesure la structure de l'interface.

Dans ce but, au lieu de mesurer la force nécessaire pour arracher l'anneau, on se contente de le soulever initialement d'une quantité connue et constante, de façon à *tirer* un film d'eau dans l'huile; ceci est obtenu par une torsion déterminée du fil d'acier. On constate alors que l'anneau continue

---

([1]) Séance du 15 juin 1936.

([2]) J.-J. Trillat et L. Leprince Ringuet, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1214.

([3]) Weiss et Vellinger, *Ann. Combust. liquides*, n° 4, juillet. 1929, p. 649.

à se soulever progressivement en fonction du temps, et plus ou moins rapidement suivant la nature et l'activité de l'huile étudiée. On suit ce déplacement au moyen d'un viseur, et l'on trace les courbes correspondantes; ce que l'on mesure ainsi correspond à l'évolution de l'allongement du film interfacial, qui est en relation avec l'adsorption interfaciale des molécules actives et leur orientation. Les courbes ainsi obtenues, qui ne font pas intervenir l'opérateur, sont exactement reproductibles et caractérisent une huile déterminée, pour une température donnée.

Considérons une huile de paraffine pure (composée uniquement de carbures saturés) dans laquelle on dissout des quantités variables d'acide oléique, de façon à obtenir une échelle de concentrations comprises entre

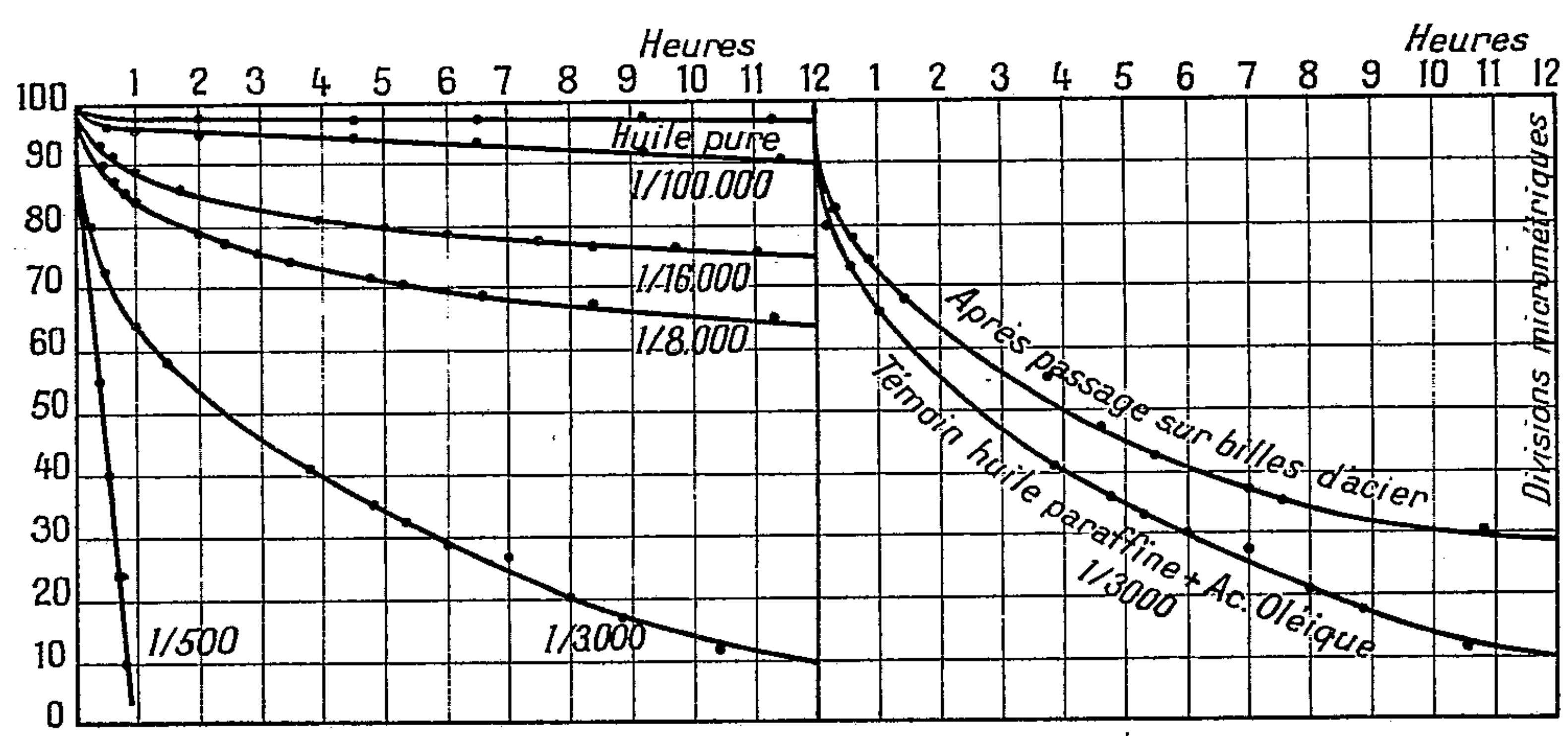


Fig. 1. Fig. 2.

1/500 et 1/100000. Traçons les courbes d'évolution obtenues en mettant en contact ces diverses huiles activées artificiellement avec de l'eau bidistillée (*fig.* 1) : chaque courbe caractérise une concentration, et nous aurons ainsi réalisé un véritable étalonnage en fonction de l'activité de l'huile exprimée en acide oléique.

Prenons l'une de ces huiles activées (par exemple celle correspondant à une concentration de 1/3000 en acide oléique) et mettons-la en contact avec une surface métallique, en l'espèce des billes d'acier calibrées; puis reprenons cette huile et versons-la à nouveau sur de l'eau bidistillée. Au contact des billes métalliques, l'huile abandonne une partie de ses molécules d'acide oléique, qui viennent se fixer *sélectivement* sur le métal pour

former le film-limite, siège de l'onctuosité [1]. Par conséquent, s'il en est ainsi, la concentration en acide oléique aura diminué dans l'huile, et nous devrons nous attendre à obtenir une nouvelle courbe, lorsque nous disposerons cette huile sur de l'eau bidistillée. C'est bien ce que donne l'expérience (*fig.* 2); en nous reportant aux courbes de la figure 1, nous pourrons, par extrapolation, déterminer cette nouvelle concentration.

Il est alors facile de calculer le nombre de molécules d'acide oléique adsorbées et l'épaisseur du film-limite; on peut aussi, en faisant varier les conditions de contact, déterminer la vitesse de formation du film-limite. En somme, on a là un moyen nouveau d'étudier d'une façon précise ce qui se passe lorsqu'une huile est mise en contact avec une surface métallique; nous en donnerons des exemples dans une prochaine Note.

La mesure effectuée au contact de l'eau ne sert donc ici que d'intermédiaire et de méthode de dosage extrêmement sensible; aucune méthode chimique ne permet d'atteindre ce résultat.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Méthode de contrôle en laboratoire des projecteurs de lumière des automobiles.* Note [2] de M. **Pierre Cibié**, présentée par M. André Blondel.

La répartition lumineuse du faisceau d'un projecteur de lumière est commodément définie par la projection obtenue sur un écran placé normalement à l'axe du faisceau à une distance déterminée, variable suivant les cas, mais toujours très supérieure aux dimensions des salles d'expérience. Pour éviter de faire des mesures à grande distance, M. Blondel a déjà décrit [3] une méthode de focalisation permettant de mesurer dans un laboratoire de grande longueur, l'intensité apparente (à grande distance) d'un appareil optique de phare maritime dans une direction déterminée, en se plaçant à une distance d'environ 30^{m}. Cette dernière peut être beaucoup plus réduite dans le problème considéré ici.

L'appareil que nous avons réalisé permet, sur une distance aussi faible qu'on le désire, de l'ordre de 1^{m} pour des projecteurs d'un diamètre voisin de 20^{cm}, d'obtenir une projection dont les courbes isolux sont géométrique-

---

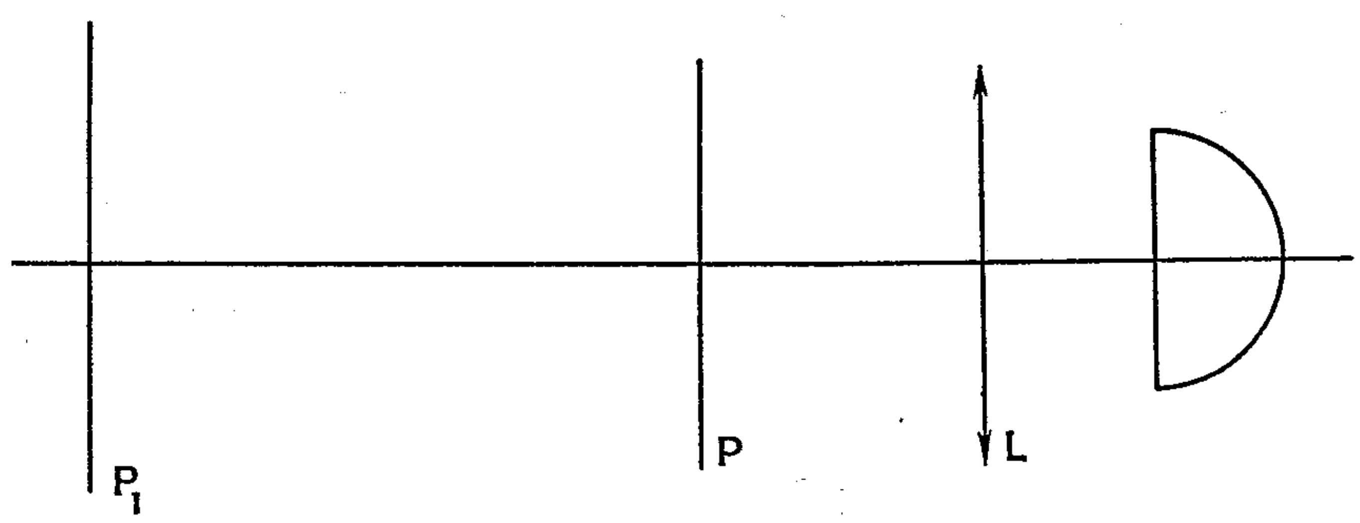
(1) P. Woog, *L'onctuosité, phénomène moléculaire* (Jubilé de M. Brillouin, 1936, p. 287).

(2) Séance du 15 juin 1936.

(3) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1464.

ment semblables à celles que l'on obtient sur un écran situé à une distance quelconque du projecteur, cet écran pouvant être notamment supposé à l'infini.

Un système optique convergent, qui peut n'être constitué que par une lentille simple, est placé devant ce projecteur à une distance arbitraire. Le diamètre de ce système optique doit être au moins égal au diamètre du projecteur, les seules conditions à observer étant que tout le flux émis par le



projecteur tombe sur le système optique et que la divergence des rayons reçus en chaque point de l'écran ne modifie pas sensiblement l'abaissement en ce point.

Soit P_1 le plan situé à la distance D du projecteur à laquelle on se propose d'étudier la projection. Un écran E est placé dans le plan P conjugué du plan P_1 par rapport au système optique L.

Si en particulier, on désire étudier la projection à l'infini on place l'écran E dans le plan focal de la lentille, la distance du projecteur à la lentille n'intervenant pas alors dans le calcul de la position du plan P.

Les courbes isolux de la projection obtenue sur l'écran E sont semblables à celles que l'on obtiendrait sur le plan P_1, le rapport de similitude est égal au grandissement γ du système optique dans les conditions de fonctionnement; les éclairements des courbes homologues sont dans le rapport γ^2, au facteur de transmission près de la lentille.

Il est donc facile de faire dans le plan P toutes les observations que l'on pourrait faire dans le plan P_1.

L'exactitude des résultats obtenus dépend en particulier des facteurs suivants :

Les aberrations du système modifient légèrement les éclairements obtenus; il y a donc lieu d'utiliser un système stigmatique et planétique

lorsqu'on désire effectuer des mesures précises; en général une lentille simple suffit.

Les faces d'entrée et de sortie du système optique réfléchissent vers ce projecteur une faible fraction de flux lumineux émis. Ce flux réfléchi peut donner naissance à quelques rayons parasites dont on pourrait craindre l'action.

Il est possible d'éliminer ces rayons parasites par la méthode suivante :

On recouvre la glace du projecteur d'un vernis absorbant. Soit τ le facteur de transmission de ce vernis. Si I est l'intensité d'un rayon principal avant l'application du vernis, son intensité après cette application est : $I \times \tau$.

Si i est l'intensité d'un rayon parasite avant l'application, son intensité après application est $i \times \tau^3$.

En effet, un rayon parasite traverse le vernis de la glace : une fois à la sortie du projecteur, une fois lors de son entrée dans le projecteur après réflexion sur la lentille; une fois lors de sa sortie du projecteur.

Si donc le rayon parasite avait par rapport au rayon principal une importance relative i/I, il a après application du vernis une importance relative bien plus faible $i/I \times \tau^2$.

Les éclairements obtenus sur l'écran étant très élevés (de l'ordre de 25000 lux dans nos essais) il est possible de prendre un vernis très absorbant sans nuire à la précision des observations. Si par exemple

$$\tau = \frac{1}{100}, \qquad \frac{i}{I} \times \tau^2 = \frac{1}{10000} \times \frac{i}{I},$$

l'importance relative des rayons parasites étant 10000 fois plus faible que sans vernis, ces rayons n'apportent plus de perturbation aux observations.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le rayonnement K du bore cristallisé.* Note de M. **A. Hautot**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Préparé suivant le procédé de Moissan, le bore se présente sous l'aspect pulvérulent. Hackspill et Stieber [1] ont obtenu du bore cristallisé, sous la forme de petits cylindres, en réduisant le chlorure de bore

---

[1] *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 776.

par l'hydrogène dans une étincelle condensée; c'est à l'aide de ce bore, titrant 99 pour 100, qu'ont été faites les mesures ci-dessous.

On sait que le bore fondu présente une particularité remarquable relative à sa conductibilité électrique : très mauvais conducteur aux températures ordinaires, il acquiert une grande conductibilité quand la température augmente; le rapport des résistivités à 0° et 600° C. est de l'ordre de 10^6 (1). Une variation de la conductibilité dans le même sens, mais d'importance beaucoup plus petite, se retrouve chez d'autres métalloïdes : silicium et carbone amorphe. Stieber et Freymann (2) ont, d'autre part, retrouvé un phénomène semblable sur le bore cristallisé.

L'auteur a cherché à définir la cause de cette variation énorme de la résistivité du bore avec la température.

2. La méthode employée consiste à étudier la structure du rayonnement K émis par le bore chauffé à différentes températures. En effet, les électrons de la couche L du bore, les électrons de valence, jouent dans le cristal le rôle d'électrons de conductibilité. D'autre part, l'émission du rayonnement K est due à ces mêmes électrons. On peut donc s'attendre à observer une relation entre ce rayonnement et les propriétés des électrons de conductibilité.

3. *Aux températures voisines de* 1800° *absolus*, le rayonnement K du bore cristallisé se compose d'une bande continue débutant du côté des courtes longueurs d'onde par un bord assez net situé à 65,8 ± 0,3 Å; l'intensité maximum est située près du bord, à 67 Å; l'intensité décroît alors graduellement jusqu'à zéro; la largeur totale étant de 8,5 Å ± 0,75 Å; on ne peut guère donner un nombre plus précis pour la largeur car il est difficile par un procédé photographique de situer exactement l'endroit où l'intensité devient nulle.

L'auteur a pu vérifier que la largeur de cette bande ainsi que la distribution de l'intensité dans la bande correspondent sensiblement à une distribution d'électrons *libres* au sein du cristal; le nombre d'électrons libres par atome est égal à 3.

4. L'étude de la structure du rayonnement K émis par le bore à une *température plus basse*, *voisine de* 600° C. a été faite également. Le rayonnement K émis à cette température est tout différent. La bande débute encore par un bord net situé à la même longueur d'onde (65,8 Å); mais la largeur

(1) WEINTRAUB, *Journ. Ind. Eng. Chem.*, 5, 1913, p. 112.
(2) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1109.

de la bande est plus grande (13 ± 1 Å), et de plus, la répartition d'intensité dans la bande est très différente : elle présente en effet plusieurs maxima situés à 66,5, 67, 68,5, 71,3 Å. La largeur de ces maxima est de l'ordre de 0,5 Å.

Ces résultats autorisent à penser qu'à une température ne dépassant pas 600°C. les électrons du bore ne sont plus libres, mais sont au contraire *liés* au cristal. On peut aborder théoriquement le problème des électrons de conductibilité liés au cristal en admettant qu'ils se trouvent dans un champ de potentiel triplement périodique, les périodes étant celles du cristal. On montre alors qu'il y a une distribution énergétique des électrons de conductibilité différente de celle des électrons libres, caractérisée par l'existence de « zones de discontinuité » dans l'énergie. Ces zones doivent manifester leur présence par l'apparition dans le spectre K émis de maxima d'intensité assez étroits. Il est remarquable de constater qu'on retrouve expérimentalement cette conclusion théorique.

La position de ces maxima d'intensité est liée à la structure cristalline. Malheureusement, dans le cas du bore, on ne connaît pas encore celle-ci, de sorte qu'on ne peut pas actuellement chercher un accord quantitatif entre le calcul et les mesures.

5. L'auteur se propose de donner ultérieurement des précisions sur les données ci-dessus et de poursuivre l'étude du rayonnement K émis aux basses températures. D'ores et déjà, il est permis de penser que la variation de la conductibilité du bore avec la température est due à une variation de la distribution énergétique des électrons de conductibilité : à peu près libres aux températures élevées, ils sont fortement liés au cristal à basse température. Cette variation est d'ailleurs probablement due à un changement du type de réseau cristallin.

Enfin l'auteur a pu photographier le rayonnement émis par le bore en poudre de Moissan aux basses températures et a retrouvé également des zones de discontinuité dans l'énergie. Il semble donc qu'il y ait là un phénomène semblable à celui qui se passe dans le bore cristallisé, car M. J. Serpe [1] a montré que le bore de Moissan a des électrons de conductibilité sensiblement libres aux températures élevées.

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1979.

SPECTROCHIMIE. — *Absorptions infrarouges d'hydrocarbures liquides. Influence de la double liaison.* Note (1) de MM. **Jacques Errera**, **Pol Mollet** et **Mary L. Sherrill**, présentée par M. Jean Perrin.

L'étude des spectres d'absorption dans l'infrarouge entre 2780 cm^{-1} ($3^{\mu},6$) et 7700 cm^{-1} ($1^{\mu},3$) des pentane et heptane normaux, des 5 pentènes, d'un hexène et de 3 heptènes (dont les formules se trouvent dans le tableau ci-dessous), nous a conduits à les classer d'après 4 types : les saturés, les oléfines 1-2 $R.X.C = CH^2$ (X pouvant être un hydrogène ou un radical), les oléfines 2-3 ou 3-4 $R.HC = CH.R$ et celles du type $R.R.C = CH.R$.

Le tableau donne les fréquences en cm^{-1} des bandes dans la région de plus grande dispersion de notre spectromètre à prisme de quartz. La précision des lectures était $\pm$ 10 cm^{-1}, l'épaisseur de la couche liquide de $0^{cm},002$

Composés.	Formules.			
Pentane-*n*	$CH^3-(CH^2)^3-CH^3$	2870	2930	–
Heptane-*n*	$CH^3-(CH^2)^5-CH^3$	2860	2930	–
Pentène-1	$CH^3-(CH^2)^2-CH=CH^2$	2870	2940	3090
Heptène-1	$CH^3-(CH^2)^4-CH=CH^2$	2860	2930	3090
Méthyl-3-butène-1	$(CH^3)^2-CH-CH=CH^2$	2860	2940	3090
Méthyl-2-butène-1	$CH^3-CH^2-C(CH^3)=CH^2$	(2880)	2930 2910	3080 –
Pentène-2	$CH^3-CH^2-CH=CH-CH^2$	2870	2930	–
Hexène-3	$CH^3-CH^2-CH=CH-CH^2-CH^3$	2860	2940	–
Heptène-3	$CH^3-(CH^2)^2-CH=CH-CH^2-CH^3$	2870	2940	–
Méthyl-2-butène-2	$(CH^3)^2C=CH-CH^3$	2850	2950 2910	– –
Éthyl-3-pentène-2	$CH^3-CH^2C(C^2H^5)=CH-CH^3$	2880	2970 2940	– –

Comparons ces nombres entre eux et avec les résultats d'autres chercheurs (2). Nous voyons qu'il apparaît pour tous les composés deux bandes

(1) Séance du 25 mai 1936.

(2) Mecke, *Zeits. f. Physik*, 99, 1936, p. 217; Levin et Meyer, *Journ. of Opt. Soc. Am.*, 16, 1928, p. 137; Bonner, *Journ. Am. Chem. Soc.*, 58, 1936, p. 35; Bourguel et Piaux, *Bull. de la Soc. Chim. de France*, 51, 1932, p. 1953; Piaux, *Ann. de Chimie*, Paris, 4, 1935, p. 147; Sherrill et Thompson, *J. Am. Chem. Soc.*, 58, 1936, p. 140.

très intenses à 2860 et 2930 cm^{-1}, que l'on trouve aussi dans les spectres Raman et qui correspondent à la vibration C — H; celle à 2930 serait une fondamentale de la vibration C — H dans les groupes $R.CH^3$ comme le suppose Mecke. Remarquons qu'elle se dédouble chaque fois que deux radicaux sont attachés à un des carbones de la double liaison. Ce dédoublement correspondrait aux enveloppes de deux bandes de vibration-rotation. Le fait le plus intéressant est l'apparition à 3090 cm^{-1} d'une bande, que l'on observe seulement pour les composés du deuxième type qui portent le groupe $= CH^2$, que ce soit un hydrogène et un radical ou deux radicaux attachés à la double liaison. C'est donc la vibration C — H dans le groupe $= CH^2$ qui provoque cette bande. La variation d'intensité de cette bande dans les quatre composés prouve l'influence du reste de la molécule : le coefficient d'absorption moléculaire diminue, lorsque le nombre de liaisons C — H augmente par rapport au groupe $= CH^2$ (11,4 pour le pentane *n* et 5,9 pour l'heptane *n*) et pour un même rapport, il est plus grand pour le dérivé linéaire que pour les ramifiés.

Nous pouvons résumer nos résultats dans la région de plus grandes fréquences, comme suit : pour tous les corps, très fortes absorptions à 4240, 5750 et 7200 cm^{-1}. Ces bandes seraient toutes des harmoniques; celles à 2440 et à 7200 les deuxième et quatrième harmoniques d'une raie trouvée dans les spectres Raman des hydrocarbures saturés à 1440 cm^{-1}; celle à 5750, la première harmonique de notre fondamentale à 2930. Nous avons également trouvé des bandes plus faibles, parfois de simples inflexions, et qui ne se retrouvent pas pour tous les composés, à environ : 3190, 3300, 3340, 3370, 3420, 3470, 3530, 3700, 3760, 3880, 4050, 4600, 4750, 4900, 5000, 6600 cm^{-1}.

Remarquons que les bandes à 3300, 3760 et 5000 cm^{-1} n'apparaissent uniquement que dans les composés éthyléniques. Elles correspondent donc à une vibration = C — H. Celles à 3300 et 5000 cm^{-1} peuvent être les première et deuxième harmoniques d'une raie Raman de 1650 cm^{-1}, caractéristique elle-même des composés non saturés, qui a été trouvée par Bourguel, Piaux et aussi par Bonner.

BIRÉFRINGENCE MAGNÉTIQUE. — *Variation thermique de la biréfringence magnétique de l'oxyde azotique* NO *et de l'oxygène comprimé.* Note [1] de MM. **Henri Bizette** et **Belling Tsaï**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié en fonction de la température, depuis + 20°C. jusqu'à — 80°C. la variation de la biréfringence magnétique de l'oxyde azotique que nous avions précédemment mesurée à la température ordinaire [2]. Les mesures ont été faites d'une part à densité constante, le gaz étant placé dans une enceinte fermée tout entière maintenue à la même température, d'autre part à pression constante. Dans le second cas nous avons utilisé pour l'interprétation des résultats les isothermes tracées par Briner et ses collaborateurs [3]. Les nombres obtenus par ces deux méthodes se sont montrés concordants.

Indiquons d'abord que nous avons repris la mesure de la constante de Cotton et Mouton pour la radiation verte de l'arc au mercure, la pression de 100 kgs/cm² et la température de 19°C. Elle serait d'accord avec celle donnée précédemment, si nous n'avions constaté qu'il fallait rectifier les indications du manomètre utilisé,

$$C_m = 355 \times 10^{-15}.$$

Le nitrobenzène produisait une biréfringence $2\beta = 2 \times 14°47'$ avec la même valeur de $\int H^2\,dl$, à la température de 19°C., pour $\lambda = 0^\mu,546$.

Les valeurs trouvées mettent en évidence ce résultat imprévu que dans ce cas on n'observe aucune variation sensible de la biréfringence en fonction de la température, ainsi que le montre le tableau ci-dessous :

Expérience à densité constante.
Tube polarimétrique rempli à 19°C. sous la pression de 93,5 kgs/cm².

t°C.	β, angle de rotation de l'analyseur.
+ 19°	1°49′
— 80°	1°51′

---

(1) Séance du 8 juin 1936.
(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 955.
(3) *J. de Phys.*, 23, 1926, p. 157.

Expérience à pression constante $p = 79$ kgs/cm².

t° C.	β.	Rapport des β.	Rapport des densités.
+19°	1°32′	0,44	0,44₂
−80°	3°29′		

L'hypothèse qui se présente le plus naturellement à l'esprit pour expliquer ce résultat inattendu est qu'il s'établit, dans le cas de ce gaz, une compensation entre les effets donnés par différentes espèces de molécules, autrement il faudrait admettre que le champ oriente des éléments intérieurs à la molécule, par exemple l'orbite de l'électron périphérique, sans orienter cette molécule. Pour voir ce qu'il en est nous déterminerons la variation thermique de la susceptibilité magnétique et du pouvoir rotatoire magnétique du gaz comprimé dans le même intervalle de température.

La biréfringence magnétique de l'oxygène, étudié dans les mêmes conditions, croît suivant une loi intermédiaire entre l'inverse du carré et l'inverse du cube de la température absolue, résultat que l'on doit rapprocher de celui obtenu par Lainé sur les mélanges dilués d'oxygène dans l'azote liquide L'incertitude existant sur la valeur de la constante d'équilibre à — 80° C. et à températures plus basses entre les molécules d'O^2 et celles d'oxygène polymérisé, ainsi que la difficulté des mesures à la température ordinaire ne permettent pas de préciser encore le résultat. Nous poursuivrons les expériences jusqu'à la température critique de l'oxygène.

Expérience à densité constante.

Tube rempli à 18° C. sous la pression de 135 kgs/cm².

T° K.	β.	Rapport des β.	Rapport des $\frac{1}{T^2}$.	Rapport des $\frac{1}{T^3}$.
291°	21′	2,65	2,28	3,45
193°	55′			

Expérience à pression constante $p = 62$ kgs/cm².

T° K.	β.	Rapport des densités.	Rapport des biréfringences ramenées à la même densité.
291°	9′,5	0,546	2,60
193°	46′		

L'hydrogène comprimé à 110 kgs/cm² n'a donné aucune biréfringence magnétique sensible à 20° C. et à — 80° C.

Les tubes polarimétriques utilisés permettant l'étude des gaz et des liquides comprimés, nous avons déterminé les constantes de Cotton et Mouton pour la radiation $\lambda = 0^{\mu},546$ de l'anhydride carbonique liquide à 0°C.

$$C_m = -5,3 \times 10^{-14},$$

et de l'anhydride sulfureux liquide à 19°C.

$$C_m = +2,5 \times 10^{-14}.$$

PHYSICOCHIMIE. — *Sur les variations spectrales ultraviolettes du phénol en fonction du* pH. Note (¹) de Mlle **Madeleine Gex**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

De nombreux auteurs ont étudié le spectre d'absorption ultraviolet du phénol (²), et il est devenu usuel de remarquer qu'il est notablement différent de celui des phénates; il peut donc être intéressant de suivre dans le détail la variation de l'absorption des solutions aqueuses de phénol en fonction du pH. Une telle étude a déjà été abordée aux pH très bas, par Molnar (*loc. cit.*), qui a pu ainsi mettre en évidence une troisième forme du phénol apparaissant dans les milieux très acides (pH $<$ 1). Nous avons complété cette recherche pour l'ensemble de l'échelle des pH, de pH 2 à pH 12.

Technique. — Du phénol fraîchement redistillé est mis en solution dans de l'eau distillée; le pH est réalisé par addition, soit d'HCl, soit de NaOH. La volatilité du phénol ne permettant pas l'emploi de l'électrode à H^2, nous avons eu recours à l'électrode Sb montée en différentiel, étalonnée par rapport à la précédente. Les forces électromotrices ont été mesurées au potentiomètre à lampe électromètre de Cambridge. Les spectres ont été réalisés avec le spectrophotomètre Jobin-Yvon à diaphragme rectangulaire sur le collimateur, selon la technique instituée par Vlès (³), et avec une lampe à H^2 Challonge et Lambert. En opérant avec deux cuves (de 0,8 et 2^{cm} d'épaisseur), et sur des solutions de concentrations s'étageant de 10^{-4} à 10^{-5} gramme par litre, nous avons contrôlé la validité de la loi de Beer-Lambert à pH constant. En raison de l'absorption de la soude, des témoins sodiques ont été opposés aux solutions alcalines.

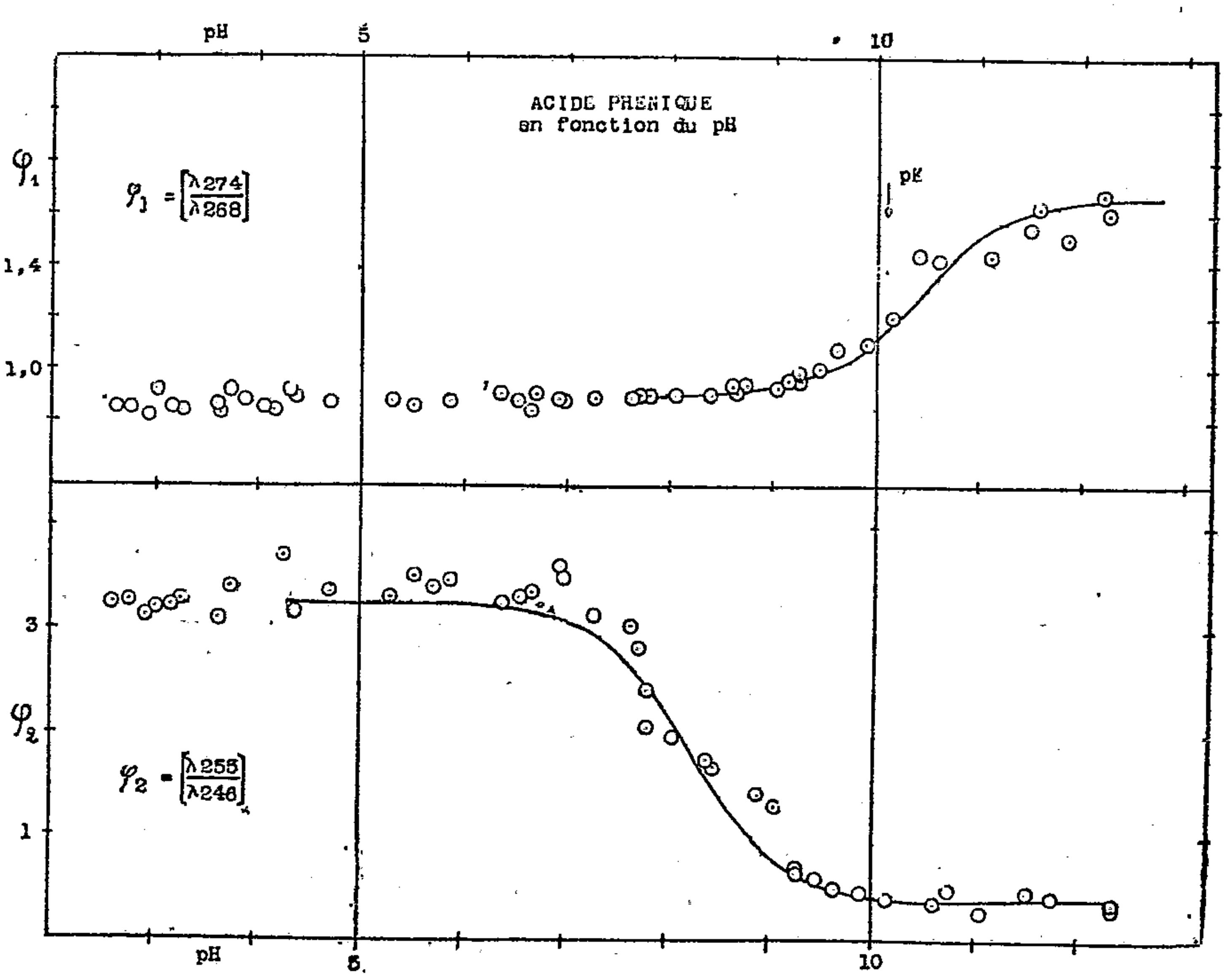
(¹) Séance du 15 juin 1936.

(²) Voir Molnar, *Recherches spectrales et physicochimiques sur les phénols nitrés*, p. 146. Thèse n° 340, Faculté des Sciences, Paris, 1936.

(³) *Arch. Phys. biol.*, 11, 1934, p. 77-110.

Résultats. — D'accord avec la plupart des auteurs précédents, nous avons constaté que le spectre du phénol, seul en solution, présente dans l'ultraviolet moyen un massif haut et étroit constitué d'une bande principale à $269^{m\mu}$, encadré de deux bandes à $262^{m\mu}$ et à $276^{m\mu}$. Ce massif est séparé, par un profond minimum situé à $237^{m\mu}$, d'une autre bande s'avançant vers l'extrême ultraviolet. D'autre part, dans les milieux très alcalins, le spectre subit d'importantes modifications : il se déplace en bloc vers les grandes longueurs d'onde, le massif de bandes atteint $286^{m\mu}$ et le minimum $259^{m\mu}$, en même temps que le premier devient moins intense et que le second s'élève.

Interprétation. — On sait qu'on peut déterminer le nombre et la valeur



Acide phénique. — Variations des rapports φ_1 et φ_2 en fonction du pH.
——— Courbes calculées.

des constantes de dissociation d'une substance, en étudiant la variation, en fonction du pH, du rapport φ de deux cologarithmes d'absorption pris à des longueurs d'onde différentes ([1]). Le phénol étant un acide monova-

([1]) Vlès, *Arch. Phys. biol.*, 4, 1924, p. 285-321; Vlès et Gex, *ibid.*, 5, 1926, p. 62-77.

lent ([1]), de pK = 9,9 — 10,0, un rapport φ doit *a priori* affecter la forme d'un S, dont l'inflexion *px* est au voisinage du pK et permet de calculer celui-ci ([2]). Un premier rapport $\varphi_1 = \text{col}(\lambda\,274)/\text{col}(\lambda\,268)$ (cf. figure) répond à cette condition; et le calcul à partir de la courbe indique un pK de 10,2, légèrement plus élevé que celui des auteurs. Par contre un second rapport $\varphi_2 = \text{col}(\lambda\,255)/\text{col}(\lambda\,246)$, *présente son inflexion à une place inattendue*, à pH 8,3, laquelle devrait correspondre à l'existence d'un autre équilibre; le calcul indique le pK à 9,4. Si l'on suppose que la forme immédiatement inférieure à pH 10 est l'acide phénique non salifié, on pourrait considérer que celui-ci, au-dessous de pH 9, subit une modification réversible de structure, faisant *par exemple* apparaître un tautomère hémi-quinone, forme déjà envisagée autrefois ([3]); remarquons qu'une telle tautomérie s'accompagnerait de remaniements de la structure du noyau benzénique : or nous savons déjà que celui-ci se montre spectralement sensible à l'action du pH ([4]).

En résumé, la molécule de phénol traverse l'échelle des pH en restant identique à elle-même, de pH 1 à pH 7, sous une forme A, qui pourrait être une forme hémi-quinone; en sortant de cette zone, elle subit une première modification B, la transformant en phénol salifiable; enfin, au delà de pH 9 apparaît la forme C de phénol salifié. En adjoignant la modification trouvée aux pH très bas par Molnar, nous aurions donc quatre états successifs de la molécule du phénol dans l'échelle des pH.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'analogie des sulfates monohydratés de la série magnésienne.* Note de M. **F. Hammel**, présentée par M. Georges Urbain.

Seul, des sulfates de la série magnésienne, celui de magnésium existe dans la nature à l'état de monohydrate. Nous avons pu disposer des échantillons de kiesérite décrits autrefois par Bücking ([5]); les cristaux sont

([1]) Walker in Kolthoff, *La détermination colorimétrique de la concentration des ions Hydrogène*. Traduction de la troisième édition, Paris, 1926; Scudder, *Conductivity and ionization constants of organic compounds*, New-York, 1914.

([2]) Gex, *Arch. Phys. biol.*, 10, n° 4, 1934, p. 257-291.

([3]) Cf. Henrich, *Les théories de la Chimie organique*, Paris, 1925, p. 78. Voir aussi Vlès, *Arch. Phys. biol.*, 13, n° 1, 1936, p. 88-107.

([4]) Vlès et Gex, *Arch. Phys. biol.*, 5, 1926, p. 78-83.

([5]) *Sitzber. Akad. d. Wissensch.*, Berlin, 28, 1895, p. 533.

rarement bien développés, il nous a cependant été possible d'appliquer la méthode du cristal tournant.

Les paramètres absolus sont $a = 6,81$ Å, $b = 7,71$ Å, $c = 13,3$ Å; la symétrie est très près d'être orthorhombique ($\beta = 88^\circ 53'$). La maille élémentaire contient 8 molécules (7,82).

Nous n'avons pas réussi à obtenir, soit en milieu aqueux, soit en milieu sulfurique, des cristaux des autres sulfates de la série magnésienne de dimensions suffisantes pour pouvoir appliquer la méthode du cristal tournant.

Les monohydrates des sulfates de manganèse, de fer, de cobalt, de nickel, de cuivre et de zinc ont été obtenus sous forme pulvérulente par chauffage d'hydrates plus riches dans un courant d'air (Mn, Co, Ni, Cu, Zn) ou de gaz carbonique (Fe); soit par déshydratation à la température ordinaire en présence d'anhydride phosphorique (Mn, Co, Ni).

Nous avons appliqué à tous ces sulfates la méthode des poudres de Debye et Scherrer. Leurs spectres se ressemblent tous et ressemblent à celui de la kiesérite. Connaissant les paramètres de celle-ci et admettant que tous ces monohydrates sont très près d'être orthorhombiques (1) nous avons calculé les paramètres de chacun d'eux d'une manière identique à celle précédemment indiquée pour les sulfates anhydres (2)

		Mg.	Mn.	Fe.	Co.	Ni.	Cu.	Zn.
Numéro atomique		12.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
Paramètres en Å	a...	6,81	6,74	6,71	6,60	6,57	6,80	6,64
	b...	7,71	8,10	8,03	7,87	7,80	7,90	7,80
	c...	13,3	13,3	13,0	12,8	13,0	12,6	13,2

Comme vérification nous avons pu calculer avec une bonne approximation (0,7 pour 100) les distances réticulaires correspondant à toutes les raies de chaque spectre.

Les monohydrates des sulfates de manganèse, de cobalt et de nickel obtenus par déshydratation à température ordinaire sont pratiquement amorphes : le sel de manganèse a donné quelques raies très floues, les sulfates de colbat et de nickel n'ont donné qu'un noircissement continu du

(1) Le calcul fait en supposant $\beta = 90^\circ \pm 1^\circ$ donne pour les paramètres des valeurs sensiblement identiques ($a = 6,81$ pour $\beta = 90^\circ$, 6,85 pour $\beta = 89^\circ$ dans le cas de la kiesérite).

(2) F. Hammel, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 57.

film. En les maintenant une dizaine d'heures entre 150° et 200° nous avons vu les raies apparaître et les spectres se préciser progressivement [1].

La grande ressemblance entre les mailles des sulfates monohydratés de la série magnésienne, qui se traduit par les valeurs très voisines des paramètres, permet de supposer que la maille de chacun de ces sulfates renferme 8^{mol}, comme celle de la kiesérite. La même analogie existant entre les mailles des sulfates anhydres, on peut admettre que le nombre de 4^{mol} par maille, trouvé par R. Hocart et Mlle Serres [2] pour le sulfate de cobalt et par K. Schiff [3] pour le sulfate de zinc, peut être étendu à tous les sulfates anhydres de la série magnésienne.

Connaissant le nombre de molécules par maille nous avons calculé, en Å^3, es volumes correspondant à 1^{mol} de sulfate anhydre et à 1^{mol} de sulfate monohydraté :

	Mg.	Mn.	Fe.	Co.	Ni.	Cu.	Zn.
Volume moléculaire monohydraté...........	87	91	87	83	83	85	85
Volume moléculaire anhydre...............	68	72	70	66	64	68	67
Différence............................	19	19	17	17	19	17	18

La différence donne une valeur approchée du volume occupé par la molécule d'eau dans les monohydrates étudiés [4].

Il y a lieu de signaler d'autre part, comme le montre le tableau suivant, que la valeur de l'un des paramètres se retrouve sensiblement quand on passe d'un sulfate anhydre au monohydrate correspondant :

	Mg.	Mn.	Fe.	Co.	Ni.	Cu.	Zn.
Anhydres (b en Å)...........	6,72	6,89	6,81	6,66	6,51	6,66	6,73
Monohydrate (a en Å)........	6,81	6,74	6,71	6,60	6,57	6,80	6,64

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination cryoscopique de l'hydratation globale des ions de l'acide chlorhydrique.* Note de M. **François Bourion** et de Mlle **Odile Hun**, présentée par M. Georges Urbain.

Cette recherche a été conduite comme les précédentes, en faisant l'étude cryoscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions

---

(1) Ce phénomène, bien plus lent pour le nickel que pour le cobalt, est accompagné d'un changement de couleur particulièrement net dans ce dernier cas, sans qu'il y ait variation de propriétés magnétiques (expériences inédites de G. Foëx).

(2) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1180.

(3) *Zeit. Krist.*, **87**, 1934, p. 379.

(4) D'après Wyckoff le diamètre de l'ion $\overline{OH}$ est 2,66 Å; le volume du cube exinscrit est donc 18,8 Å^3, valeur voisine des précédentes.

aqueuses d'acide chlorhydrique, et en fixant la constante cryoscopique k', de manière que la constante d'équilibre

$$K_3 = \frac{c^3}{c_1} = \frac{3C^2(330\Delta - ak')^3}{4a^2k'^2(3ak' - 330\Delta)}$$

entre molécules simples et triples de la résorcine possède la même valeur [1] $K_3 = 3{,}500$ que dans l'eau. Les lettres ont la signification donnée antérieurement. On a examiné les solutions d'acide chlorhydrique 1,00 M et 0,5 M.

Concentration.	ClH 1,00 M. Δ.	$k' = 2{,}38$. K_3.	ClH 0,5 M. Δ.	$k' = 21{,}20$. K_3.
	o		o	
0,250	0,574	1,176	0,498	0,901
0,375	0,861	2,198	0,743	1,602
0,500	1,1225	2,436	0,976	2,056
0,625	1,348	2,142	1,197	2,290
0,750	1,602	2,492	1,415	2,522
0,875	1,852	2,776	1,642	2,908
1,000	2,0995	3,021	1,856	3,077
1,125	2,337	3,129	2,0675	3,204
1,250	2,5805	3,292	2,2745	3,267
1,375	2,8225	3,419	2,480	3,302
1,500	3,0625	3,503	2,691	3,390
1,625	3,2975	3,520	2,905	3,480
1,750	3,5345	3,535	3,114	3,497
1,875	3,778	3,579	3,326	3,520
2,000	4,0315	3,670	3,533	3,478
2,125	4,2815	3,701	3,749	3,485
2,250	4,542	3,775	3,974	3,532
2,375	"	"	4,1995	3,552
2,500	"	"	4,422	3,524
2,625	"	"	4,6465	3,482
2,750	"	"	4,881	3,472
2,875	"	"	5,1165	3,441
3,000	"	"	5,366	3,455

L'examen de ces résultats montre que, pour la concentration ClH 1,00 M, le paramètre K_3 croît régulièrement de la concentration 1,00 M à la concen-

(1) F. Bourion, E. Rouyer et Mlle O. Hun, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1015; F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1111; F. Bourion et Mlle O. Hun, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 740; 201, 1935, p. 660; Mlle O. Hun, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1779.

tration 2,250 en résorcine, et ne présente aucun caractère de constance. On ne saurait donc en tirer aucune conclusion, quant au degré d'hydratation de l'acide chlorhydrique à la concentration 1,00 M.

On voit par contre que, dans les solutions d'acide chlorhydrique 0,5 M et pour une valeur de $k' = 21,20$, ce même paramètre K_3 présente une constance très convenable, dans un intervalle de concentration en résorcine variant de 1,500 à 3,000 et sa valeur moyenne est $K_3 = 3,485$.

On calcule alors aisément par extrapolation que $K_3 = 3,500$ pour $k' = 21,1892$ à partir des valeurs de K_3 correspondant à $k' = 21,10$, soit $K_3 = 3,6209$ et $k' = 21,20$ pour les solutions d'acide chlorhydrique 0,5 M.

Calcul de l'hydratation des ions pour les solutions d'acide chlorhydrique 0,5 M. — Le pour cent x de l'eau présente dans la solution fixée sur l'acide chlorhydrique est

$$x = \frac{100(21,1892 - 18,4)}{21,1892} = 13,16.$$

La masse d'eau par 1000^{cm^3} de solution étant $99^g,70$, la masse d'acide chlorhydrique par 100^g d'eau est $1^g,8420$. On en déduit que le nombre de molécules d'eau fixé sur 1^{mol} d'acide chlorhydrique est

$$\frac{13,16 \times 36,5}{1,8420 \times 18} = 14,48.$$

L'hydrate correspondant aux solutions chlorhydriques 0,5 M est donc

$$ClH\ 14,5\ H^2O,$$

très voisin de celui ClH 12,5 à 13,5 H^2O qu'a déterminé Schreiner [1] dans les solutions chlorhydriques 1,00 M par la méthode des mesures d'activité indiquée antérieurement par Bjerrum [2] alors que Baborovsky, Velisek et Wagner [3] ont trouvé l'hydrate différent ClH 5,6 H^2O à la même concentration, par des mesures de transport des ions. Dans les deux cas, nous avons évalué les degrés d'hydratation en faisant la somme des degrés d'hydratation individuels des ions hydrogène et chlore donnés par les auteurs.

Baborovsky, Velisek et Wagner expliquent le grand écart entre leurs

(1) *Z. anorg. Chem.*, **121**, 1921, p. 321-324; **135**, 1924, p. 333-369.

(2) *Z. anorg. Chem.*, **109**, 1920, p. 275-292.

(3) *J. Chim. Phys.*, **25**, 1928, p. 452-481.

nombres et ceux de Schreiner parce que celui-ci a utilisé une méthode statique, tandis qu'ils ont mis en œuvre une méthode cinétique. Or la méthode cryoscopique est précisément une *méthode statique*.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le mécanisme de l'effet Becquerel des molécules organiques*. Note (1) de Mlle **Cécile Stora**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai montré (2) *que les molécules organiques colorées*, comme les sels métalliques, *donnent lieu au phénomène de E. Becquerel* si on les fixe sur une électrode métallique. Apparemment le phénomène est aussi complexe que celui des électrodes à sels métalliques (3) (effet photoélectrique, etc.), mais si l'on opère dans la partie visible du spectre, en un temps assez court (30 secondes), seul le processus de photo-oxydoréduction prédomine.

Les résultats *expérimentaux* acquis (4) *démontrent que l'effet Becquerel traduit électrométriquement la variation de l'équilibre d'oxydoréduction de la substance photosensible fixée sur l'électrode, variation consécutive à une réaction photochimique entre la substance photosensible et le solvant.*

Les recoupements photochimiques confirment en effet que la cause de l'effet Becquerel réside dans la réaction photochimique qui se produit entre la molécule colorée et le solvant, réaction qui oxyde ou réduit cette molécule dans sa bande d'absorption (Lasareff, Stora, *loc. cit.*).

D'autre part, *fait capital*, le colorant fixé sur l'électrode est en équilibre d'oxydoréduction réversible avec sa forme réduite, car le potentiel à l'obscurité de l'électrode colorée, en fonction du pour 100 de substance réduite *est une courbe en* S qui *coïncide* avec la courbe en S (5) de l'équilibre d'oxydoréduction de la molécule en solution (*loc. cit.*).

Cette courbe en S permet de retrouver *théoriquement* la courbe expérimentale donnant l'effet Becquerel en fonction du pour 100 de substance réduite. En tant que réaction photochimique la grandeur de l'effet dépend :

---

(1) Séance du 15 juin 1936.

(2) *Journ. de Chim. Phys.*, 29, 1932, p. 168.

(3) Les molécules organiques sont en effet susceptibles d'effet photoélectrique (ultraviolet) de photodissociation (U. V.), de photodécomposition (U. V.), de photoconductibilité et de photo-oxydoréduction.

(4) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1763; 200, 1935, p. 1036; 202, 1936, p. 408 et 1666.

(5) La courbe en S théorique est prolongée par celle de l'équilibre leuco-réducteur et précédée par l'équilibre colorant-oxygène (ou oxydant).

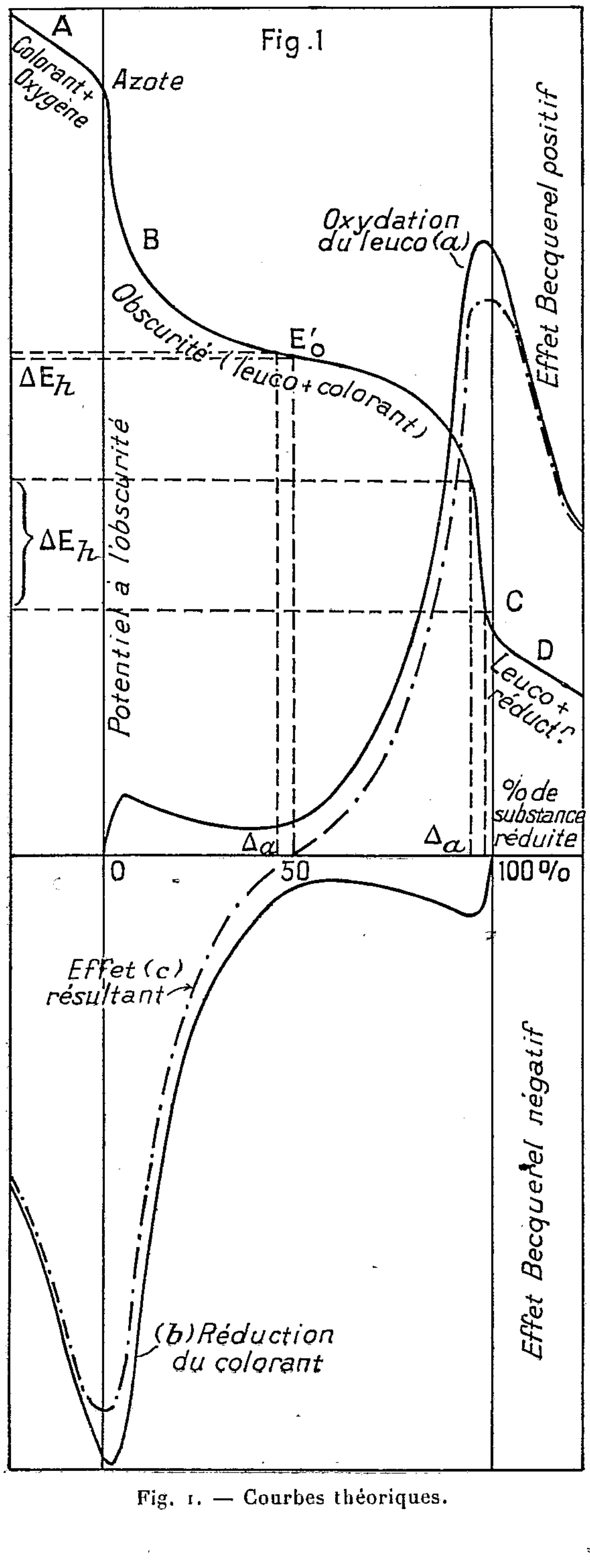


Fig. 1. — Courbes théoriques.

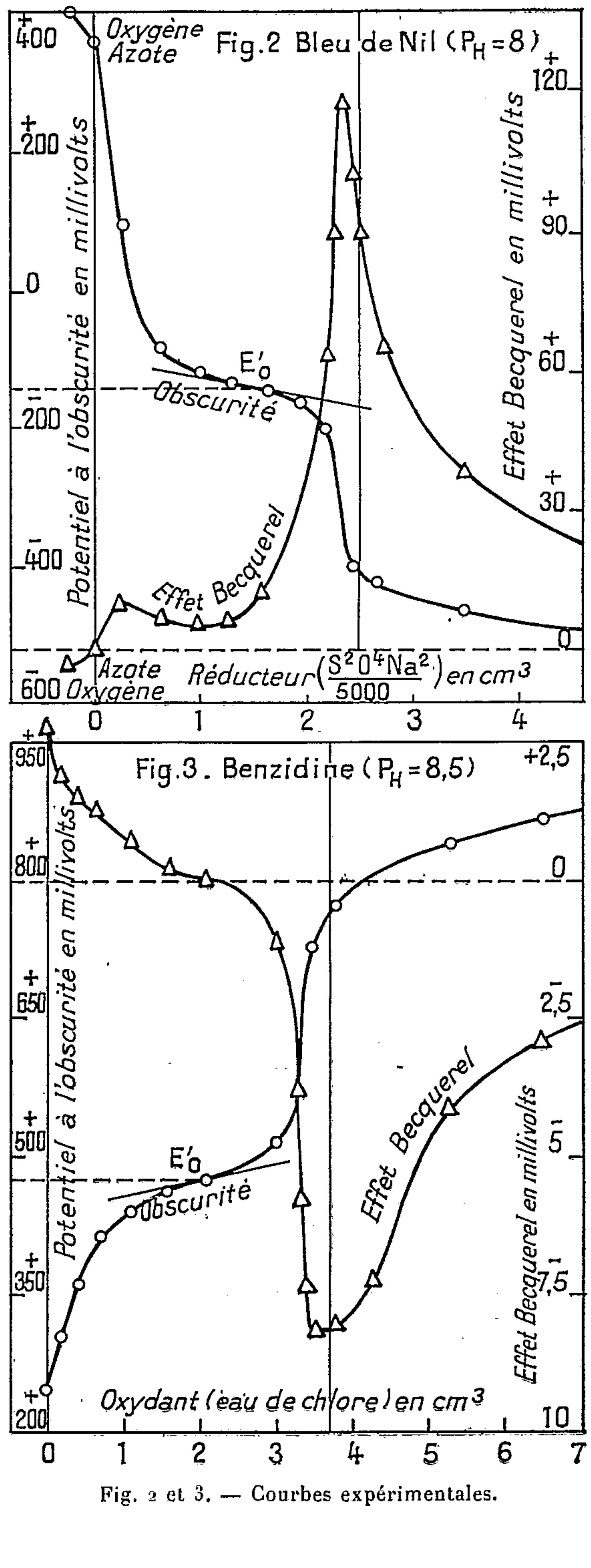


Fig. 2 et 3. — Courbes expérimentales.

1° de la quantité de substance photosensible. Considérons le cas simple où le leuco-dérivé seul oxydable, constitue la substance photosensible (bleu de nil). Son pour 100 variant de 0 à 1 le long de la courbe en S, l'effet photochimique (oxydation) croît, donc aussi l'effet Becquerel.

2° de la *labilité* plus ou moins grande de l'équilibre d'oxydoréduction pour une même variation de substance photosensible, labilité donnée par la tangente à la courbe en S du potentiel à l'obscurité. Ainsi, aux points B et C (*fig.* 1) une variation infime ($\Delta\alpha$), du pour 100 de substance réduite produira une variation énorme (ΔE_h) du potentiel à l'obscurité (photopotentiel) tandis que cette même variation en A, E'_0 ou D, ne modifiera que de très peu le potentiel de l'électrode.

On prévoit donc, compte tenu de la quantité croissante de substance photosensible, que la courbe de l'effet Becquerel positif (oxydation) doit présenter deux maxima très inégaux, l'un faible en B, l'autre en C très accusé, tous deux séparés par un minimum au point d'inflexion E'_0. On retrouve effectivement la courbe expérimentale du bleu de nil (*fig.* 2).

Si nous envisagions au contraire la seule réductibilité de la forme oxydée, un raisonnement analogue au précédent conduirait, pour l'effet Becquerel négatif, au tracé de la courbe (*b*) (*fig.* 1).

En réalité, l'effet Becquerel est à chaque instant *la résultante* de l'effet positif dû à l'oxydabilité de la forme réduite et de l'effet négatif correspondant à la réductibilité de la forme oxydée [courbe (*c*) pointillée (*fig.* 1)]. Ainsi, parmi de multiples exemples (indicateurs), l'effet Becquerel correspondant à l'oxydation des diamines [benzidine (*fig.* 3), etc.] qui constituent les *leuco-dérivés* de colorants appelés mériquinones.

MÉTALLURGIE. — *Sur les relations d'équilibre des oxydes de fer, dans les scories des fours d'affinage*. Note de MM. **Tr. Négresco** et **W. J. Crook**, présentée par M. Léon Guillet.

Par l'analyse chimique d'une série de scories synthétiques, préparées à partir de mélanges de silice, de chaux et d'oxyde ferrique, fondues à 1650° environ, nous avons déterminé séparément leurs teneurs en FeO et en Fe_2O_3.

En examinant ces scories, nous avons trouvé que l'oxyde ferrique s'y trouve quelquefois à l'état libre, mais qu'il forme aussi des composés (magnétite, ferrites de chaux, etc.). La répartition du fer entre les deux

oxydes ne peut dépendre uniquement de fonctions mathématiques simples, telles que les rapports des teneurs en silice et en chaux, en silice et en fer total, etc. Elle est déterminée par la nature des composés formés et, par conséquent, quelle que soit cette fonction, elle ne peut prendre une forme simple que si l'on exprime les compositions chimiques en pourcentages moléculaires.

Nous avons construit l'ossature générale du système

$$SiO_2 + Fe_2O_3 + FeO + CaO.$$

Nous avons pu facilement observer que tous les points figuratifs des scories préparées se rangent dans un plan, passant par le sommet CaO du tétraèdre et coupant les arêtes $FeO + SiO^2$ et $FeO + Fe^2O^3$ à des niveaux différents, les deux points d'intersection étant (66,67 pour 100 Fe^2O^3 + 33,33 pour 100 FeO) et (80 pour 100 SiO^2 + 20 pour 100 FeO).

Ce plan a pour équation, en coordonnées tétraédriques,

$$(1) \qquad 2(Fe^2O^3) + (SiO^2) - 4(FeO) = 0 \qquad \text{(molécules)}.$$

En posant F = Fe total, $f = FeO$, $r = Fe^2O^3$, $s = SiO^2$, $c = CaO$, l'équation (1) s'écrit alors

$$(1) \qquad 2r + s - 4f = 0.$$

D'autre part la teneur en fer total de la scorie est

$$(2) \qquad F = f + 2r$$

et par conséquent

$$(3) \qquad 10r + s - 4f = 0,$$

$$(4) \qquad F + s - 5f = 0.$$

Les équations de (1) à (4) permettent de calculer, pour chaque scorie, la répartition du fer total entre les deux oxydes, connaissant deux des teneurs de la scorie en silice, fer total, oxyde ferreux et oxyde ferrique.

La relation (1) exprimée en pourcentages gravimétriques, s'écrit

$$(5) \qquad r_p + 0,266\, s_p - 1,14\, F_p = 0 \qquad \text{(poids)}.$$

L'application de ces formules à une série de 29 scories synthétiques a montré que la différence moyenne entre les valeurs calculées, pour l'oxyde ferrique (Fe^2O^3), et celles résultant de l'analyse chimique, est de + 1,19 pour 100.

Ces écarts sont inférieurs aux erreurs données par la manière dont nous avons calculé les résultats de nos analyses.

D'autre part, nous avons essayé d'appliquer l'équation quantitative (1) à diverses analyses de scories provenant des fours industriels. Les accords trouvés sont très remarquables et cela indépendamment de la nature du four d'affinage (convertisseur, four Martin, four électrique) ainsi que de celle de son revêtement, acide ou basique.

La même relation reste valable si la scorie contient de la magnésie, que l'on peut assimiler à la chaux, ou de l'oxyde manganneux, qui peut être assimilé à l'oxyde ferreux. Ceci est valable uniquement dans le cas des scories relativement peu manganésées contenant uniquement du MnO. Ce sont les scories contenant *au moins* la quantité de *fer total* nécessaire à la formation de l'*oxyde ferrique* donné par la relation quantitative

$$(Fe^2O^3) = 4(FeO + MnO) - (SiO^2). \tag{6}$$

La même relation (1) est indépendante du phosphore si, des valeurs données par l'analyse complète, on déduit celles qui correspondent au phosphate de calcium.

De toute façon, les points figuratifs des scories, préparées dans les conditions où nous avons fait nos expériences (et qui correspondent rigoureusement aux conditions du travail dans la presque totalité des fours industriels d'affinage), se rangent effectivement dans un plan, que nous appellerons le *plan d'équilibre des oxydes du fer* ou *plan des scories finissantes.*

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les systèmes oxalate de zirconyle, oxalates alcalins et eau.* Note (1) de Mlle **Jeanne Boulanger**, présentée par M. Georges Urbain.

Une étude d'ensemble sur ces systèmes n'a jamais été faite. Seuls deux zirconioxalates ont été signalés. Celui de potassium $\left(\begin{matrix}\text{COOK}\\ |\\ \text{COO}\end{matrix}\right)^4$ Zr à 4 et 5 H²O par Mandl (2) à 5 H²O par Roseinheim et Franck (3), celui d'ammo-

(1) Séance du 18 mai 1936.

(2) *Z. anorg. Chem.*, 37, 1903, p. 252.

(3) *Bericht. d. Chem.*, 1, 1907, p. 803.

nium $\left(\begin{smallmatrix}COONH^4\\ |\\ COO\end{smallmatrix}\right)^4$ Zr à $4H^2O$ par Roseinheim et Franck (*loc. cit.*), Paykull ([1]), à $6H^2O$ par Mandl (*loc. cit.*) et anhydre par Venable et Baskerville ([2]). Je me suis proposé de rechercher par la méthode des solubilités à température constante les combinaisons susceptibles de se former entre l'oxalate de zirconyle $\begin{smallmatrix}COO\\ COO\end{smallmatrix}\!\!>$ ZrO, $4H^2O$, les oxalates alcalins et l'eau.

Voici les résultats obtenus avec les oxalates de potassium, rubidium et cæsium.

19°		35°		52°		19°		19°	
COOK–COOK	COO–COO>ZrO.	COOK–COOK	COO–COO>ZrO.	COOK–COOK	COO–COO>ZrO.	COORb–COORb	COO–COO>ZrO.	COOCs–COOCs	COO–COO>ZrO.
				IV.					
1,4	0,26	0,68	0,322	–	–	3,50	0,55	5	1,02
2,15	0,536	1,63	0,74	–	–	6,50	2	7,58	1,3
2,8	0,60	1,96	0,84	3,36	1,61	8,63	2,63	10	1,8
3,42	0,72	2,26	1,15	3,88	1,69	9,00	3	12,17	2,19
				III.					
3,95	0,52	2,44	1,20	3,95	1,70	10,67	3,22	14,5	2,4
4,83	0,28	2,94	1,25	4,19	1,73	10,70	2,4	14,57	2,22
5,2	0,12	3,00	1,15	4,39	1,85	10,76	1,76	15	1,80
5,79	0,07	3,05	0,85	4,66	1,69	11	1,20	17,02	1,29
				II.					
6,84	0,04	3,18	0,58	4,98	1,58	12,7	0,91	19,05	1,02
9,29	0,02	3,47	0,316	5,44	0,98	14,5	0,77	19,83	0,97
12,89	0,01	4,36	0,30	6,55	0,70	17,40	0,74	22,6	0,82
15	traces	5	0,28	6,65	0,63	22,4	0,65	25,1	0,6
19,5	–	5,22	0,30	7,61	0,60	22,45	0,2	32	traces
				I.					
	–	6,78	0,32	8,39	0,57	22,5	traces		
	–					26,68	0	33,93	0
	–	7,43	0,11	12,55	traces				
	–	15,5	traces	13,5	traces				
	–	20,5	–	20,4	traces				
24,5	0	28,42	0	34,25	0				

([1]) *Bull. Soc. chimique*, 20, 1873, p. 65.

([2]) *J. Am. Chem. Society*, 19, 1897, p. 12.

Tous les systèmes ont été étudiés à 19°. Étant donné la très faible solubilité de l'oxalate de zirconyle à cette température, j'ai étudié également le système du potassium à 35 et 52°, celui du rubidium à 40°. Je n'ai pu dépasser ces températures par suite de la formation de solutions colloïdales et de gels.

Les compositions centésimales de phases liquides sont consignées dans le tableau ci-joint ([1]).

Les courbes de solubilité toutes analogues présentent quatre branches. Elles indiquent la formation de deux combinaisons qu'on ne retrouve pas dans les phases solides.

Mais au bout de 1 mois, à 19°, les mélanges eau, oxalate de zirconyle et de cæsium correspondant aux branches III des courbes donnent naissance aux cristaux suivants :

$$2\left|\begin{array}{l}\mathrm{COOCs}\\ \mathrm{COOCs}\end{array}\right., \quad \begin{array}{l}\mathrm{COO}\\ \mathrm{COO}\end{array}\!>\mathrm{ZrO}, \quad \left|\begin{array}{l}\mathrm{COOH}\\ \mathrm{COOH}\end{array}\right., \quad 4\mathrm{H^2O}.$$

Dans les mêmes conditions, les mélanges eau, oxalate de zirconyle et de rubidium ne donnent que des traces de cristaux. Mais par évaporation des phases liquides on obtient la combinaison

$$2\left|\begin{array}{l}\mathrm{COORb}\\ \mathrm{COORb}\end{array}\right., \quad \begin{array}{l}\mathrm{COO}\\ \mathrm{COO}\end{array}\!>\mathrm{ZrO}, \quad \left|\begin{array}{l}\mathrm{COOH}\\ \mathrm{COOH}\end{array}\right., \quad 2\mathrm{H^2O}.$$

Les mélanges eau, oxalate de zirconyle et de potassium ne donnent rien.

Ces cristaux ne sont pas les sels doubles prévus : oxalate de zirconyle, oxalates alcalins. Ils ont la même composition (aux molécules d'eau près) que les sels de potassium et d'ammonium déjà décrits et considérés par leurs auteurs comme des combinaisons de l'oxalate de zirconium. Comme ils se sont formés en milieu aqueux, je pense qu'il est préférable de les considérer ainsi : combinaison moléculaire entre l'oxalate de zirconyle, l'oxalate alcalin, l'acide oxalique et l'eau. Ils prennent naissance par hydrolyse des solutions d'oxalate de zirconyle dans les oxalates alcalins.

On les obtient également par évaporation à 19° des solutions d'oxalates alcalins acides saturées de zircone.

Le sel de potassium ainsi préparé a pour composition :

$$2\left|\begin{array}{l}\mathrm{COOK}\\ \mathrm{COOK}\end{array}\right., \quad \begin{array}{l}\mathrm{COO}\\ \mathrm{COO}\end{array}\!>\mathrm{ZrO}, \quad \left|\begin{array}{l}\mathrm{COOH}\\ \mathrm{COOH}\end{array}\right., \quad 4\mathrm{H^2O}.$$

([1]) Les résultats complets seront publiés dans une autre revue scientifique.

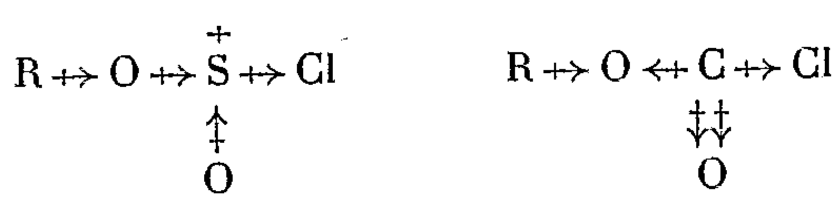
Les mélanges correspondant aux branches II des courbes n'ont rien donné. Mais, par évaporation à 19°, les solutions de tétraoxalates de potassium et de rubidium saturées de zircone laissent déposer au début des cristaux peu solubles de formules :

$$\begin{array}{l}COOK\\ |\\ COOK\end{array}, \quad \begin{array}{l}COO\\ \\ COO\end{array}\!\!>ZrO, \quad \begin{array}{l}COOH\\ |\\ COOH\end{array}, \quad H^2O - \begin{array}{l}COORb\\ |\\ COORb\end{array}, \quad \begin{array}{l}COO\\ \\ COO\end{array}\!\!>ZrO, \quad \begin{array}{l}COOH\\ |\\ COOH\end{array}, \quad 3H^2O.$$

L'oxalate de cæsium donne une combinaison analogue, mais plus soluble que les précédentes; je n'ai pu l'obtenir à l'état pur.

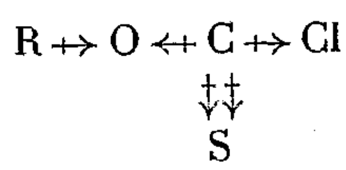
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les mobilités relatives des radicaux alcoyles normaux dans leurs chlorothioformiates*. Note de MM. **Pierre Carré** et **Louis Peigné**, présentée par M. Georges Urbain.

L'un de nous a montré (1) que les différences de propriétés des chlorosulfites et des chloroformiates d'alcoyle pouvaient s'interpréter par les constitutions polaires (I) et (II) de ces substances :



(I) (II)

Les chlorothioformiates d'alcoyle, de constitution analogue à celle des chloroformiates, peuvent se représenter par la constitution polaire III



(III)

Cette constitution (III) fait prévoir que les chlorothioformiates seront plus voisins des chloroformiates que des chlorosulfites, et en particulier qu'ils seront, comme les chloroformiates, plus sensibles à l'action de la pyridine que les chlorosulfites. D'autre part, si l'on remarque que l'écart électronique de la liaison $C = S$ de (III) est plus grand que celui de la

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 298, 740.

liaison C=O de (II), on voit que le caractère positif du carbone dans chacun de ces groupements sera plus prononcé dans (III) que dans (II), et que le caractère négatif de S dans (III) sera plus accentué que celui de O dans (II). Cela conduit à penser que les températures de décomposition des chlorothioformiates, en présence de quinoléine, doivent être inférieures aux températures de décomposition des chloroformiates, la répulsion entre R et C étant plus prononcée dans le cas des chlorothioformiates lorsque l'ion quinoléinium positif a neutralisé la négativité de S ou de O. Ces deux prévisions se sont trouvées vérifiées.

Les stabilités des chlorothioformiates d'alcoyles normaux ont été comparées par la détermination de leurs températures de décomposition, selon

$$ROCSCl = RCl + COS,$$

ainsi qu'il a déjà été fait pour les chlorosulfites et pour les chloroformiates d'alcoyle (1).

Les chlorothioformiates d'alcoyle sont, comme les chloroformiates, des substances très sensibles à l'action de la pyridine qui provoque leur décomposition immédiate au-dessous de 0°. En effectuant leur décomposition en présence de quinoléine, moins active que la pyridine, on obtient les résultats suivants, en regard desquels nous avons rappelé les températures de décomposition des chloroformiates correspondants, déterminées dans les mêmes conditions :

Nature du radical R.	Températures de décomposition en présence de quinoléine.	
	ROCSCl.	ROCOCl.
Méthyle CH^3	19°	36°
Éthyle CH^3-CH^2	39,5	59
Propyle $CH^3-(CH^2)^2$	29	66
Butyle $CH^3-(CH^2)^3$	55,5	81
Pentyle $CH^3-(CH^2)^4$	50	72
Hexyle $CH^3-(CH^2)^5$	67	87
Heptyle $CH^3-(CH^2)^6$	58	78
Octyle $CH^3-(CH^2)^7$	65	67
Nonyle $CH^3-(CH^2)^8$	58	73
Décyle $CH^3-(CH^2)^9$	61	68
Undécyle $CH^3-(CH^2)^{10}$	60	76

On voit que les températures de décomposition des chlorothioformiates sont inférieures à celles des chloroformiates comme il avait été prévu. Il en est également de même pour les chloroformiates, d'allyle (17-18° au lieu de 37°), de β-chloréthyle (45° au lieu de 49-50°); et de β-phényléthyle (55° au lieu de 66°).

(1) P. Carré, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1326; **200**, 1935, p. 1767.

Ces résultats apportent donc une nouvelle vérification des prévisions que la règle pratique de l'écart électronique (1) permet de faire.

Ils présentent en outre quelques particularités intéressantes. L'alternance des températures de décomposition qui ne se manifeste qu'à partir de C_4-C_5 dans le cas des chloroformiates apparaît dès les premiers termes dans le cas des chlorothioformiates. Le changement d'allure des courbes, températures de décomposition — nombre d'atomes de carbone du radical alcoyle, qui se produit vers C_7-C_8 dans le cas des chlorosulfites d'alcoyles normaux, se manifeste vers C_6-C_7 dans le cas des chloroformiates et des chlorothioformiates, il peut s'expliquer de manière analogue par un enroulement de la chaîne hydrocarbonée; mais, tandis que l'alternance des températures de décomposition des chloroformiates d'alcoyles pairs et impairs se trouve inversée à partir de C_8, elle reste de même sens pour les chlorothioformiates; pour ces derniers, ainsi que pour les chloroformiates d'alcoyles jusqu'à C_7, les températures de décomposition des composés à alcoyles impairs sont inférieures aux températures de décomposition des composés à alcoyles pairs voisins.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la chloruration du parachlorotoluène.* Note [1] de M. **Henri Wahl**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'orientation des substitutions dans le noyau benzénique est soumise à certaines règles qualitatives; les données quantitatives sur la proportion relative des isomères qui se forment doivent être établies par l'expérience. Celle-ci se heurte souvent à de grandes difficultés quand il s'agit de mélanges complexes, mais le manque d'information se fait aussi sentir dans beaucoup de cas simples. Ainsi la monochloruration du toluène à froid, fournit un mélange renfermant 60 pour 100 de dérivé ortho et 40 pour 100 de dérivé para [2]. Si la chloruration est poussée plus loin, il s'introduit un second atome de chlore dans chacun des monochlorotoluènes, ce qui conduit à un mélange de cinq isomères dont l'analyse directe n'est pas possible.

Au contraire le problème paraît devoir se simplifier si l'on envisage seulement la chloruration du parachlorotoluène qui ne peut fournir que deux isomères : 1.2.4 et 1.3.4. Pourtant les données de la littérature sur ce

(1) Séance du 8 juin 1936.

(2) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 946.

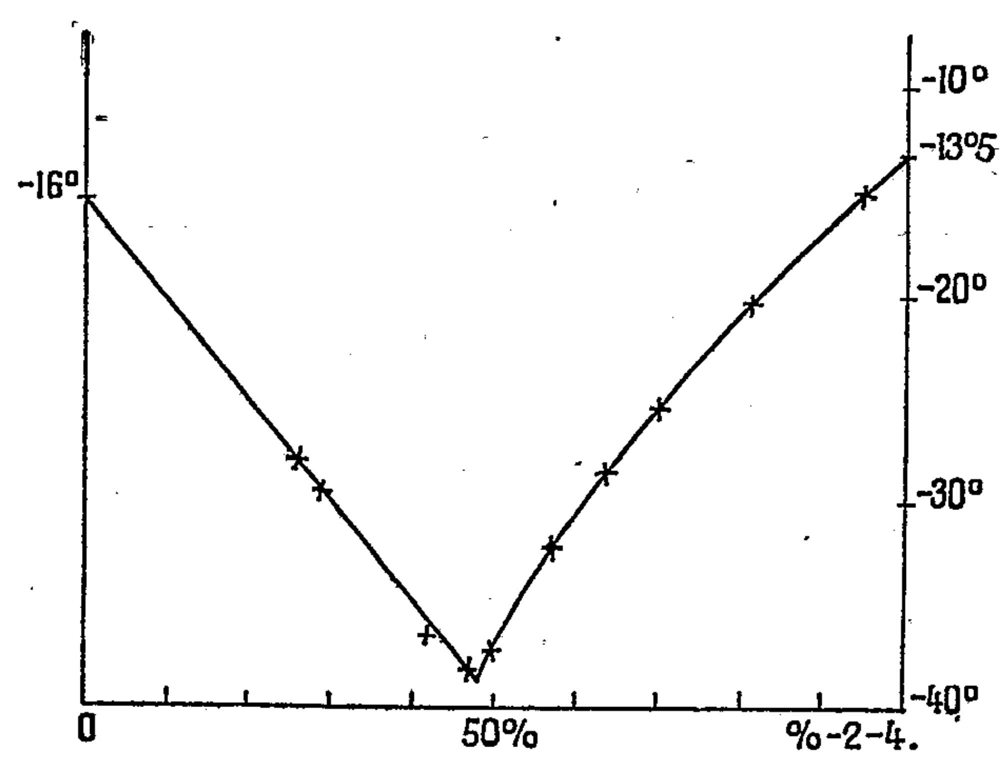
sujet ne renferment que des indications peu précises et souvent contradictoires. Ainsi Seelig (¹) n'a isolé que le dérivé 1.2.4, mais plus tard Cohen et Dakin (²) ont montré qu'il se forme aussi l'isomère 1.3.4.

Je me suis donc proposé d'étudier quantativement la chloruration du parachlorotoluène. J'ai commencé par préparer les deux dichlorotoluènes à l'état pur. Le dichlorotoluène-3.4 a été obtenu d'après Cohen et Murray (³) par chloruration de la paratoluidine puis remplacement du NH^2 par Cl. Le dichlorotoluène-2.4 a été préparé selon Erdmann (⁴) en traitant la métatoluylènediamine par l'acide nitreux et le chlorure cuivreux. Les constantes physiques des produits obtenus sont les suivantes :

Dichloro-2.4-méthyl-1-benzène : $Eb_{770mm} = 199°,9 - 200°,5$ (corr.), $F = -13°,5$,
$D_{20}^{20} = 1,2498$ $n_D^{22} = 1,5480$,

Dichloro-3.4-méthyl-1-benzène : $Eb_{770mm} = 207°,0-208°,1$ (corr.), $F = -16°,0$,
$D_{20}^{20} = 1,2541$ $n_D^{22} = 1,5490$.

Ces corps purs ont été mélangés en proportions connues et on a déter-



miné le point de solidification commençante. Les chiffres moyens trouvés correspondent à la courbe ci-dessus.

D'autre part le parachlorotoluène pur a été soumis à la chloruration

(¹) *Liebig'Ann.*, 237, 1886, p. 129.
(²) *J. Chem. Soc.*, 79, 1901, p. 1120.
(³) *J. Chem. Soc.*, 107, 1915, p. 547.
(⁴) *Ber. d. chem. Ges.*, 24, 1891, p. 2769.

dans les conditions suivantes. D'abord à 20°, en présence de fer et en s'arrêtant lorsqu'il s'est fixé 60 pour 100 de la quantité théorique de chlore. Le produit est lavé et fractionné plusieurs fois. La portion Éb. : 200-208° contenant les dichlorotoluènes purs représente 65 pour 100 du total. (Analyse : Cl pour 100 44,3, théorie 44,1). Puis, on en a déterminé le point de solidification commençante; la même opération a été faite à 40°; une autre à 20°, a été effectuée avec l'iode comme catalyseur. Les points de solidification ont été respectivement — 31°,3; — 32°,0; — 32°,1, ce qui correspond à une composition moyenne de 58 pour 100 de dichloro-2.4-toluène et 42 pour 100 de dichloro-3.4-toluène. Parmi les catalyseurs, le chlorure de plomb exerce une action particulière : Wahl [1] et ses collaborateurs montrèrent en effet, dans le cas du toluène, qu'en présence de ce sel le chlore s'oriente, à chaud, vers le noyau, tandis que sans catalyseur, il se place exclusivement dans la chaîne latérale. Les résultats sont tout à fait semblables dans le cas du parachlorotoluène : le produit obtenu en introduisant du chlore sec dans un mélange de parachlorotoluène et de chlorure de plomb maintenu à 100° a été d'abord distillé sous vide pour récupérer le produit primitif inaltéré. Le restant est alors mis à bouillir avec une solution aqueuse de sulfanilate de sodium pour éliminer le dérivé chloré dans la chaîne latérale (50 pour 100 environ). Les dichlorotoluènes sont enfin rectifiés et ils fondent à — 32°,4. En ajoutant une certaine quantité du produit obtenu en présence d'iode, on ne constate aucune variation sensible du point de congélation. Sous l'influence du chlorure de plomb, le chlore s'est donc partagé en se portant sur la chaîne latérale et sur le noyau; sans chlorure de plomb, au contraire, l'halogène se fixe exclusivement sur la chaîne latérale.

Conclusions. — La chloruration du parachlorotoluène fournit un mélange renfermant sensiblement 58 pour 100 de dichlorotoluène-2.4 et 42 pour 100 de dichloro-3.4. Cette composition varie peu entre les températures de 20° et 40° et elle n'est pas affectée par la nature du catalyseur. A 100°, le chlore se porte sur la chaîne latérale mais la présence de chlorure de plomb oriente l'halogène vers le noyau.

---

[1] *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 33, 1922, p. 570.

GÉOLOGIE. — *Sur l'origine de l'or des confins Guinéo-Soudanais.* Note (¹) de M. **Pierre Legoux.**

Nous avons montré (²) que les granites de la Guinée orientale sont postérieurs aux schistes et quartzites redressés et sont responsables par leur invasion de tous les phénomènes de métamorphisme que l'on peut observer dans la région.

Lorsque l'on considérait les schistes de la région de Siguiri comme déposés sur un socle granito-gneissique, l'origine de l'or paraissait assez mystérieuse et, en tout cas, peu classique. L'or, exploité dans les alluvions et éluvions, provient en effet de filonnets de quartz généralement interstratifiés dans la schistosité et l'on ne savait à quoi rattacher ces filons.

M. Hubert (³) considère que « l'individualisation des filons de quartz à pyrite aurifère est liée à la venue au jour des diabases au milieu des schistes ».

R. Goloubinow (⁴), qui cependant a su déterminer l'âge des granites, hésite à se prononcer sur l'origine des filons de quartz. Il considère le rôle des dolérites comme douteux et explique par d'excellentes raisons le rassemblement des gros placers au pied des plateaux doléritiques. Ce sont des raisons d'ordre topographique et non géologique. En dehors du granite du Ménien auquel il attribue un rôle possible mais limité, il considère « toute hypothèse sur l'origine de la minéralisation aurifère comme prématurée ».

Il paraît cependant logique de chercher dans le granite l'origine des filons et filonnets de quartz qui ont apporté l'or. Dans la région schisteuse ce granite n'affleure qu'exceptionnellement. Mais il est sans aucun doute partout présent en profondeur. Son mode de mise en place par anatexie ne permet pas de supposer qu'il n'existe pas là où nous ne le voyons pas. Il est tout naturel de penser qu'il a émis les filons de quartz de la région.

Cette explication met fin à une anomalie métallogénique. Les gisements classiques sont liés à des venues magmatiques en général assez acides. Les

---

(¹) Séance du 15 juin 1936.

(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 2090.

(³) *Comptes rendus*, 154, 1912, p. 1178-1180.

(⁴) *Géologie et ressources en or du nord-est de la Guinée française*, Thèse, Nancy, 1936.

seules exceptions importantes que l'on pourrait citer étaient le Congo belge, la Guyane et l'Afrique occidentale, le caractère nettement basique n'étant affirmé que dans ces deux derniers cas. L'Afrique occidentale pourrait bien, si cette explication peut s'étendre à ses autres régions aurifères, cesser de faire figure d'exception et rentrer dans la règle commune.

GÉOLOGIE. — *L'Oligocène et le Burdigalien du désert de Syrie.* Note [1] de MM. **Louis Doncieux, Louis Dubertret** et **Henri Vautrin**, présentée par M. Ch. Jacob.

Dans le désert syrien, l'Oligocène et le Burdigalien se présentent, sous des faciès crayeux à Lépidocyclines, déposés dans des conditions similaires; et, de ce fait, il est difficile de les discerner : l'Oligocène est caractérisé par des Nummulites; le Burdigalien, par une faune d'Echinides, identique à celle du Burdigalien de Malte, et dont l'espèce la plus commune est *Schizaster Parkinsoni* Defr. Toutefois, en l'absence de ces formes, la distinction des deux âges est difficile; fréquemment les couches ne renferment que d'abondants *S. Parkinsoni* et *Chlamys deleta* Mich., formes communes à l'un et à l'autre étage. L'Oligocène peut cependant se reconnaître sur de grandes étendues, tandis que le Burdigalien semble limité aux régions du Djebel Bichri ou de l'Euphrate.

Sabounie. — Des calcaires crayeux, jaunes, y renferment : *Nummulites Bouillei* de la Harpe, *N. Tournoueri* de la H., *Operculina complanata* Defr. et var. *Zitteli* Silvestri. Lattorfien.

Tell Senamé. — Sur des calcaires crayeux, jaunes, à Echinides, reposent des calcaires durs à *N. Fichteli* Mich., *Heterostegina costata* d'Orb., *O. complanata.* Stampien.

Djebel Tyas. — Coupe, de bas en haut :

a. Calcaires crayeux, sans faune (Eocène sup. ou Oligocène), se terminant par des couches marneuses verdâtres, à Spatangidés et *Ch. delata.*

b. Marnes verdâtres à *Ch. deleta.*

c. Calcaires marneux compacts formant falaise, et contenant *N. Bouillei* et *O. complanata.* Lattorfien.

d. Sables bariolés, sans faune. Stampien-Aquitanien.

e. Grès siliceux à *Clypeaster latirostris* Ag., Scutelles, *Ch. deleta.* Burdigalien.

f. Brèche calcaire, à gros récifs, Lamellibranches et Gastropodes. Burdigalien ?

g. Marnes gypseuses. Vindobonien ?

---

(1) Séance du 22 juin 1936.

Djebel Abiad. — Calcaires et calcaires crayeux, s'élevant en falaises, et renfermant, dans le bas : *O. complanata* et var. *Zitteli* et petites Nummultes (Éocène sup. ou Oligocène inf.) et au sommet : *N. Fichteli* et *Eulepidina dilatata* Mich. (Stampien). La succession s'arrête là.

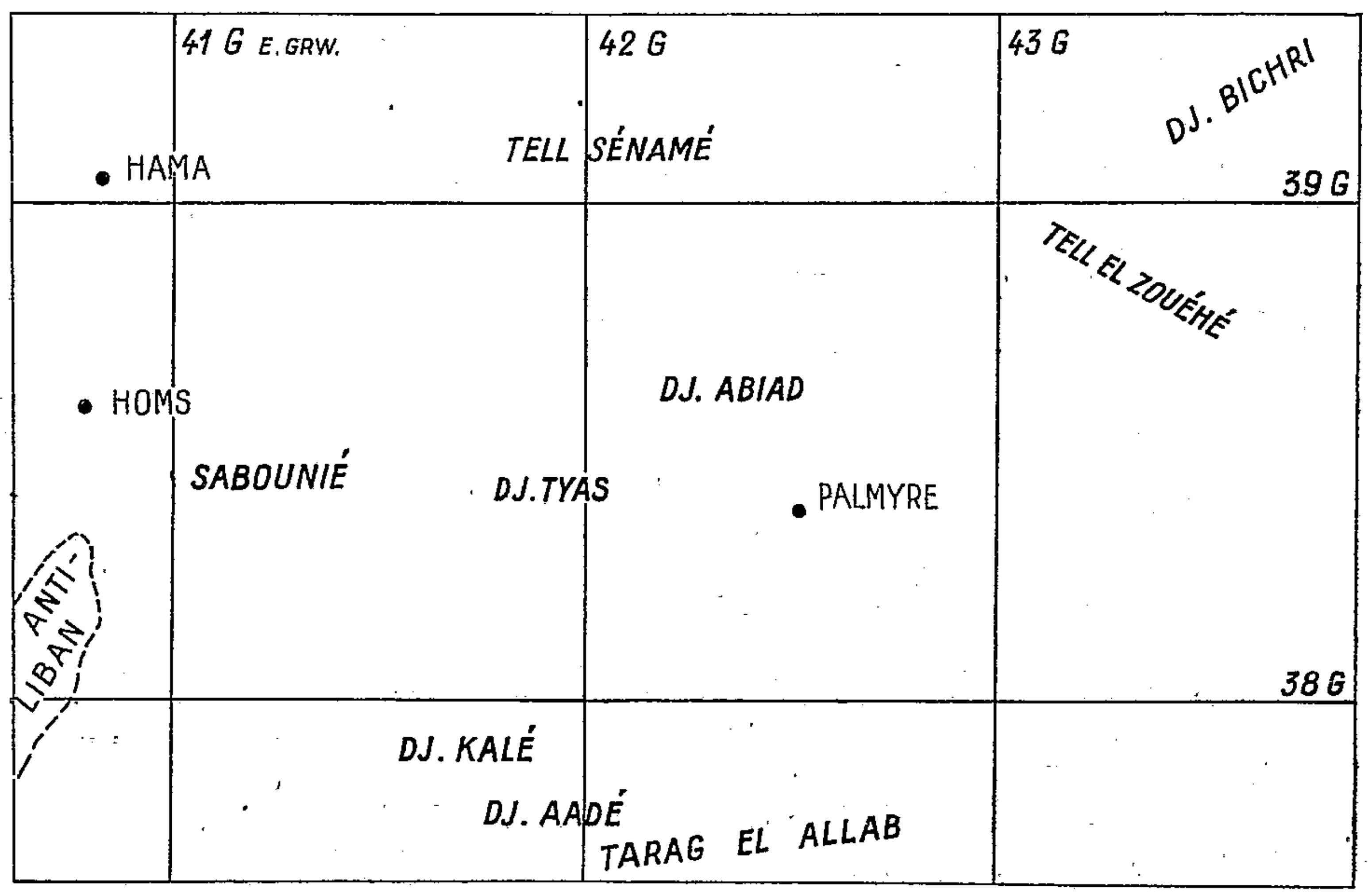
Tel el Zouéhé. — Coupe de bas en haut :

a. Calcaires crayeux sans faune, se terminant par des couches marneuses (Eocène sup. ou Oligocène inf.).

b. Marnes verdâtres à *Ch. deleta.*

c. Calcaires marneux et sablonneux à *N. Bouillei*, *N. Tournoueri*, *N. vascus* Jol. Leym., *O. complanata, S. Parkinsoni*, *Ch. deleta*, Stampien.

d. Grès bariolés sans faune. Aquitanien.



Affleurements oligocènes et burdigaliens dans le désert de Syrie.

e. Craie à *E. dilatata*, *E. elephantina* M. Ch., etc. Burdigalien.

Le niveau *e* ne prend tout son développement que dans le Dj. Bichri.

Dj. Kalé, *Dj. Aadé*, *Tarag el Allab* (Chaînes palmyréennes et désert du Sud). — Le sommet de la série stratigraphique y est un calcaire crayeux à *N. intermedius* d'Arch., et *N. Fichteli.* Stampien.

Ouadi Souab (190^{km} à l'est de Palmyre). — La formation à *N. intermedius-Fichteli* y a été découverte par Mme de Cizancourt [1].

Le Burdigalien, développé dans le Dj. Bichri sous un faciès crayeux, n'est représenté,

[1] *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, 4, 1934, p. 737 à 757, Pl. XLIV-XLVI.

à l'Ouest, que par des grès et peut-être par une brèche recifale (Dj. Tyas). Au contraire, l'Oligocène a un large développement dans l'ensemble des chaînes palmyréennes, jusqu'au pied de l'Anti-Liban, et dans la table désertique méridionale (Tarag el Allab); il y représente la fin d'un épisode marin à dépôts crayeux et marneux, qui semble débuter à l'Éocène supérieur et se poursuit jusqu'au Stampien supérieur; il est suivi, à l'Aquitanien, d'une phase littorale à dépôts gréseux grossiers. Le Burdigalien est, en quelque sorte, une dernière recurrence des facies crayeux de l'Eocène supérieur et de l'Oligocène.

La série Éocène supérieur-Oligocène-Burdigalien groupe un ensemble homogène de sédiments, correspondant à une même transgression et contrastant avec ceux des séries antérieure et postérieure.

Dans la région côtière méditerranéenne existent des équivalents des formations décrites ci-dessus : l'Oligocène est développé sous un faciès calcaire et crayeux, bréchique en Palestine, à Ramleh et à Koubeibeh [l'âge aquitanien admis par F. R. Henson (1) nous paraissant un peu récent]; le Burdigalien, sous un faciès crayeux à Miogypsines, a été signalé par E. David (2) à 15^{km} au Sud de Saïda à Haïcaran.

GÉOLOGIE. — *Sur l'Oxfordien et le Kimmeridgien de Milne Land (Groënland oriental).* Note de M. **Maurice Parat**, présentée par M. Charles Jacob.

Lors de la campagne du *Pourquoi-Pas?* sur la côte orientale du Groënland (région du Scoresby Sund) en 1932, nous avons pu, avec Pierre Drach, recueillir au Cap Leslie (Ile Milne Land) un certain nombre de fossiles portlandiens. La campagne de 1933 nous a permis ensuite (3) de signaler pour la première fois l'existence de couches oxfordiennes et kimmeridgiennes au-dessous du Portlandien, et celles de couches schisteuses pauvres en fossiles marins, mais riches en débris végétaux (faciès lagunaire : purbeckien?) reposant sur le grès portlandien. Ces constatations générales ont été confirmées par les travaux ultérieurs de MM. Aldinger (4) et Spath (5). Nous voulons aujourd'hui attirer l'attention sur deux points, l'un concernant l'Oxfordien, l'autre le Kimmeridgien.

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 861.
(2) *Compte rendus*, 196, 1933, p. 1134.
(3) *Annales hydrographiques*, 3e série, 13, 1934, p. 1-17.
(4) *Meddelelser om Grönland*, 99, 1935, p. 1-128.
(5) *Meddelelser om Grönland*, 99, 1935, p. 1-82.

Corrélations des zones de Salfeld-Spath avec celles du Groënland oriental.
Tableau de Spath (1935) modifié d'après les trouvailles paléontologiques de M. Parat et P. Drach.

Zones.	Milne Land.	Jameson Land.	Localités septentrionales.
	KIMMERIDGIEN.		
Aulacostephanus pseudomutabilis.	Schistes à *A. pseudomutabilis.*	?	?
Aulac. Yo et *Aspidoceras longispinum.*	Schistes bitumineux à *Hoplocardioceras decipiens.*	?	*Hoplocardioceras decipiens.* Ile Kühn.
Pararasenia mutabilis.	Schistes bitumineux à *Euprionoceras kochi?*	?	?
Rasenia uralensis et *Amæbites Kitchini.*	Horizon γ *à Rasenia borealis.*	?	*Aulacostephanus* (?) *grœnlandicus.* Ile Store Koldewey.
Pictonia Baylei et *Rasenia cymodoce.*	Horizon δ à *Rasenia orbignyi.*	*Amæbites* spp. Vardeklöft et Mt. Jagged.	Hochstetter Foreld.
	NÉOOXFORDIEN.		
Ringsteadia anglica et *Amœboceras serratum.*	Grès à *Pecten* et *Ditrupa nodulosa* (zone sup.).	*Amœboceras rosenkrantzi.* Mt. Basalt table.	Couches à *Parallelodon Keyserlingi* Fligely *Fjord?* *A. rosenkrantzi.* Wollaston Foreland.
Amœboceras truculentum. *Amœboceras alternans.*	Grès à *Pecten brœnlundi* (zone inf.) et *Amæbites* aff. *superstes.*	?	*Pecten brœnlundi Amœboceras Ravni* Koldewey. Hochstetter.
	Assoc. *Tancredia-Pleuromya-Perna grœnlandica* et *Amœboceras transitorium.*	?	*Tancredia - Pleuromya - Perna grœnlandica* Koldewey. Hochstetter.
Cardioceras maltonense.	*Cardioceras* aff. *zenaidæ.*	?	?
Cardioceras cordatum.	Schistes à *Cardioceras cælatum.*	*Cardioceras cælatum* (Storgaard River).	?

1° Les meilleures localités pour étudier l'Oxfordien sont les vallées torrentueuses de la rive sud de la baie Chatton, en particulier la *Chattonklöft.* La coupe montre immédiatement au-dessus d'un grès non fossilifère (*Charcotbucht sandstein* de Aldinger) : 30^m de schistes pourris, puis 60^m de schistes renfermant un *Cardioceras* du groupe *cordatum*, très voisin de *Cardioceras cælatum* Pavlow, puis 20^m de conglomérats coquilliers très denses renfermant des *Tancredia*, des *Pleuromya*, *Perna grœnlandica* Ravn et des *Cardioceras* (*Amœboceras*) du groupe *alternans.* Enfin, se rencontre un grès très riche surtout en *Pecten brœnlundi* Ravn et renfermant aussi

Ostræa aff. *cotyledon* Contejean, *Ditrupa nodulosa* Ldgren et des *Cardioceras* du groupe *alternans sens. lat.* Cette coupe prouve donc l'existence du Néooxfordien (Rauracien et Argovien) à Milne Land; le niveau inférieur caractérisé par *Cardioceras cordatum* et auquel appartient, d'après Spath, *C. cælatum*, trouvé sur la terre de Jameson, paraît représenté à Milne Land non par le *grès de la baie Chatton*, à peu près azoïque, mais par les schistes fossilifères à *Cardioceras* aff. *cælatum* découverts par nous. Il restera évidemment à déterminer dans l'avenir l'âge du grès en question. En ce qui concerne le grès à *Pecten brœnlundi*, il se trouve surmonter les conglomérats à *Tancredia-Pleuromya-Perna*, non observés par Rosenkrantz et Aldinger; il est probable que cette succession doit se retrouver dans des localités plus septentrionales comme l'île Koldewey ou Hochstetter Foreland, où tous ces fossiles ont été signalés de façon sporadique par Ravn (1911) et Frebold (1933).

2° Au-dessus des niveaux précédents, dans la région du Cap Leslie, on rencontre le Kimmeridgien inférieur (niveaux δ et γ de Aldinger), caractérisé successivement, d'après Spath, par *Rasenia orbignyi*, *Rasenia borealis*, *Cardioceras* (*Euprionoceras*) *Kochi* et enfin par des schistes bitumineux à *Hoplocardioceras decipiens*. M. Spath a bien voulu reconnaître, au cours d'un récent séjour que j'ai pu faire au British Museum, que la détermination de *Aulacostephanus pseudo-mutabilis* de Loriol, provenant d'un niveau immédiatement sus-jacent était exacte et que par conséquent le Kimmeridgien supérieur (Kimmeridgien moyen, auct. angl.) est également représenté à Milne Land. La lacune stratigraphique signalée antérieurement par Spath se trouve donc comblée par nous et la série des zones de Salfed-Spath est ainsi complète et continue depuis la zone à *Pictonia baylei* jusqu'au Portlandien (cf. tableau I) témoignant ainsi de l'importance de la trangression kimmeridgienne au Groënland oriental.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la convenance d'un cycle de 334 ans pour les prédictions météorologiques*. Note de M. **André Auric**, présentée par M. E. Fichot.

Dans une Note sur la formation mathématique des calendriers nous avons appliqué la théorie des fractions continues à la recherche du meilleur calendrier luni-solaire [1].

Nous avons établi qu'il y aurait un très grand avantage au point de vue de l'approximation à remplacer le cycle bien connu de Méton de 19 ans par un cycle plus exact de 334 ans.

19 ans valent très approximativement 235 lunaisons, soit 6939,6 jours avec une différence de 0,08 seulement.

De même 334 ans valent plus approximativement encore 4131 lunaisons soit 121 990,8 jours avec une différence de 0,06 seulement.

[1] *Bulletin Société astronomique*, 33, 1919, p. 464.

A cette époque nous n'avions en vue que des phénomènes astronomiques.

En nous plaçant au point de vue météorologique, il convient de rappeler que la durée du cycle doit être un multiple exact de la période des taches solaires : celle-ci est à peu près égale à 11,1 ans et de ce fait appelée période undécennale. Toutefois il y a lieu de remarquer que deux périodes successives diffèrent toujours par la polarité magnétique des taches, de sorte que cette période doit être doublée et portée à 22,2 ans, d'accord avec plusieurs astronomes français et étrangers.

A priori, on peut émettre des doutes très sérieux sur la prévision des phénomènes météorologiques, non seulement à bref délai, mais surtout à longue échéance; les causes productrices sont, en effet, tellement compliquées et enchevêtrées qu'il semble impossible de les démêler.

Cependant ces phénomènes sont dus principalement, et à peu près exclusivement aux trois périodicités rappelées précédemment (année, lunaison et taches solaires) et il semble bien qu'à ce point de vue le cycle de 334 ans remplit les conditions les plus favorables.

1° Il contient très approximativement 15 périodes des taches solaires :

$$334 = 15 \times 22,26.$$

2° Il est très approximativement égal à 37 fois la période du déplacement du périgée sur l'orbite de la lune :

$$334 = 37 \times 9,03.$$

3° Il est approximativement égal à 18 fois la période du déplacement du nœud ascendant sur cette même orbite :

$$334 = 18 \times 18,55;$$

4° Enfin il est à peu près égal à 3 fois le cycle des transgressions océaniques évalué à 111 ans par M. Le Danois.

M. Jules Gabriel [1] propose un cycle de 744 ans subdivisé en deux périodes de 372 ans et quatre demi-périodes de 186 ans et rappelle que cette dernière durée est double du cycle de 93 ans indiqué antérieurement par M. Joseph Lévine d'ailleurs purement expérimental.

Aucune de ces durées ne figurant parmi les dénominateurs des réduites ces cycles sont moins favorables au point de vue astronomique et il est facile de s'en assurer.

Le cycle de 334 ans se présente donc dans les meilleures conditions au double point de vue astronomique et météorologique.

---

(1) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 22 et 187.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Le taux des cendres et leur alcalinité dans la Betterave*. Note de MM. **Henri Colin** et **Marcel Simon**, présentée par M. Marin Molliard.

L'alcalinité des cendres, mesure approchée de l'acidité organique salifiée par les bases fixes, est bien moindre pour une Betterave sucrière que pour une fourragère; on trouve, par exemple, pour la souche, en centimètres cubes de liqueur alcaline normale :

	Pour 100 du frais.	Pour 100 du sec.	Pour 100 de sucre.
Vilmorin A (sucrière)	11	42	56
Géante de Vauriac (fourragère)	15	150	242

Il n'en faudrait pas conclure que la proportion de bases libres ou carbonatées dans les cendres totales diffère, d'une variété de Betterave à l'autre, dans la même mesure. Elle est au contraire sensiblement identique et, pour 1^g de cendres, s'élève en moyenne à 12^{cm^3} de liqueur normale, chiffre qui dépend d'ailleurs, du mode opératoire, en particulier de l'indicateur adopté pour le dosage.

Il semble que cette observation puisse être généralisée et qu'il y ait, du moins pour une espèce, une relation assez étroite entre le taux des cendres et leur alcalinité. Nous l'avons vérifié depuis des années, en bien des circonstances, à l'occasion des recherches les plus diverses et notamment dans les cas que voici :

1° *Dans la souche des variétés culturales*. — Si différents que soient, d'une sucrière à une fourragère, le taux de minéralisation et le rapport équivalentaire de la potasse à la chaux, l'alcalinité d'un même poids de cendres est sensiblement le même. Bornons-nous à quatre exemples (A, alcalinité en centimètres cubes de MOH, N, pour 1^g de cendres; C, pourcentage des cendres dans la matière sèche) :

	Géante rouge.	Géante de Vauriac.	Sucrière tchèque.	Sucrière Vilmorin A.
A	11,2	14,0	13,3	12,0
C	12,0	13,5	2,6	2,8

2° *Entre le parenchyme conjonctif et le tissu vasculaire dans une même souche*. — Les zones vascularisées ont plus de sucre et moins de cendres que le parenchyme interstitiel; les chiffres d'alcalinité ne diffèrent pas, pour autant, d'une région à l'autre. Dans la Géante rouge, par exemple,

où la séparation des tissus est plus facile, nous avons trouvé :

	Écorce.	Parenchyme.	Faisceaux.
A	11,0	11,0	12,2
C	9,4	13,9	8,5

3° *De la racine aux feuilles dans une même Betterave.* — C'est sur les variétés sucrières surtout que la comparaison est intéressante, en raison de la faible minéralisation de la souche relativement aux feuilles :

	Souche.	Collet.	Pétiole (bas).	Pétiole (haut).	Limbes.
			Sucrière.		
A	13,3	13,5	12,5	14,0	12,1
C	2,6	5,1	10,4	11,8	17,0
			Fourragère.		
A	12	12,5	13,0	12,5	14,0
C	11,5	12,4	17,1	17,2	18,5

On arrive à une conclusion analogue en se reportant à la composition des Betteraves à sucre au fur et à mesure de leur amélioration au cours des 35 dernières années; sur le tableau qu'en a dressé E. Saillard [1] on peut voir que, si la somme des bases minérales présentes dans la Betterave entière et rapportées au sucre de la souche a baissé notablement tandis qu'augmentait la richesse saccharine, la fraction de ces bases qui salifient les acides organiques n'a varié qu'entre d'étroites limites.

Bien entendu, ces comparaisons ne sont légitimes qu'entre plantes ou organes dans le même état; c'est ainsi que l'alcalinité des cendres est moindre dans les feuilles très jeunes que dans les feuilles adultes, ce qui tient, pour une part, à l'abondance des phosphates dans les bourgeons.

4° *Dans une même variété pour différentes doses d'engrais azoté.* — L'exagération de la fumure azotée se fait sentir dans la racine par l'augmentation du pourcentage des cendres et de l'azote, et par l'abaissement de la richesse en sucre. L'alcalinité des cendres croît nécessairement du fait de la dislocation des nitrates, mais à peu près dans la même mesure que le taux des cendres. On a, pour les doses suivantes d'engrais azoté, en kilogrammes de N par hectare :

	0 N.	50 N.	175 N.
A	12,5	12,2	11,7
C	3,4	3,5	4,7

(1) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 504.

Plusieurs autres cas ont été étudiés qui seront exposés ultérieurement. Ces analyses seraient d'une grande simplicité n'était la difficulté d'obtenir, sans perte, des cendres exemptes de charbon et d'apprécier correctement les virages. Le rouge de méthyle, à chaud, est préférable, comme indicateur, à l'hélianthine.

Liebig a insisté maintes fois sur l'importance des bases minérales qui salifient les acides organiques. Il croyait « leur proportion aussi invariable que la capacité de saturation de ces acides »; d'après lui « une plante, quelle que soit la nature du sol, contient toujours une quantité constante et invariable de base alcaline ([1]) ». Or, il n'est pas douteux que les bases combinées aux acides organiques, aussi bien que les cendres totales, n'aient diminué dans la Betterave à mesure qu'elle s'est enrichie en sucre; ce qui n'a pas beaucoup varié, c'est la proportion de ces bases dans les cendres.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Une bactériose du Bananier*. Note de MM. **Étienne Foex** et **Maurice Lansade**, présentée par M. Julien Costantin.

Dans la plaine de Beyrouth (République du Liban), certains Bananiers cessent de croître. Leur teinte serait normale, n'était l'existence de petites taches noires au voisinage des nervures principales et secondaires. Le bourgeon terminal est parfois coudé ou légèrement déformé. Les régimes se développent mal. La maladie débute généralement dans le bourgeon terminal pour gagner la tige; son origine est rarement latérale. Si, à l'extérieur, la teinte est à peu près normale, à l'intérieur elle est souvent modifiée, passant du jaune grisâtre au brun foncé ou au noir. De ferme qu'elle est normalement, la consistance peut devenir molle. La pourriture n'est pas limitée au bourgeon terminal, mais descend parfois jusqu'au collet. Nous l'avons ainsi vu s'étendre sur une hauteur de $0^{m},75$. Dans les tissus coexistent un mycélium hyalin, cloisonné, et des bactéries. Ces organismes se trouvent dans les vaisseaux et dans les parenchymes. Des prélèvements qui, avec le concours de M. Mocquot, ont été pratiqués à divers niveaux et notamment à la limite de l'altération ont permis d'isoler : 1° un *Fusarium*, dans lequel les Drs. Wollenweber et Reinking ont reconnu le *F. monili-*

([1]) *Chimie organique appliquée à la Physiologie végétale et à l'Agriculture*, traduction Gerhardt, Paris, 1841, p. 96.

forme Sheld. *subglutinans* Wr. et Rg.; 2° de nombreuses bactéries, dont une qui avait reçu le numéro d'ordre 4 B, a retenu notre attention.

Ces deux organismes furent inoculés sur *Musa Basjoo* S. et Z., *Musa sapientum* L. et quelques pieds qui nous avaient été apportés de Beyrouth, par M. Faugeras, Ingénieur agronome. Selon que les cultures étaient ou non en milieu solide ou sous une forme liquide, elles étaient appliquées à la surface de plaies, ou par voie d'injection.

L'inoculation était ainsi effectuée sur la tige. Le témoin était traité de la même façon, à l'organisme expérimenté près.

Trois séries d'inoculation furent exécutées en serre (température 15 à 25° C.). Les deux premières avec les deux organismes. La troisième avec la Bactérie seulement.

Le *Fusarium moniliforme* Sheld. *subglutinans* Wr. et Rg. détermina dans un cas une infection qui eût pour effet d'arrêter la croissance du bourgeon terminal du Bananier. Le mycélium fut observé dans les tissus (vaisseaux et parenchyme) et le réisolement en fut effectué. Toutefois, les symptômes constatés ne cadraient pas avec ceux de la maladie. De plus, un nouvel essai resta sans résultat. Le *Fusarium* nous apparut comme un parasite faible et peu actif, du moins dans les conditions où nous avons expérimenté.

Au contraire, la Bactérie 4 B réalisa aussi bien sur *Musa sapientum* L. que sur *M. Basjoo* S. et Z. un arrêt de croissance du bourgeon terminal suivi d'une altération profonde du centre de cet organe, dont la base elle-même fut atteinte. L'examen microscopique révéla la bactérie dans les cellules et entre celles-ci, ainsi que dans les vaisseaux.

Les caractères de la bactérie sont les suivants : mobile (un à trois flagelles polaires) $1^{\mu},3 \times 0^{\mu},4$; gram négatif; non acido-résistant; colonies sur gélose : rondes à bords entiers, transparentes; bouillon : voile incomplet et fragile; gélatine : liquéfaction en cylindre, totale en 20 jours; brunissement; Pommes de terre en tubes : mucus blanc jaunâtre, devenant brun puis brun noir; lait : éclairci sans coagulation; nitrates non réduits; pas d'hydrogène sulfuré; hydrates de carbone : pas de fermentation (mannite, glucose, galactose, saccharose, lactose); indol : négatif; production d'ammoniaque; croissance sur milieu de Fermi; très faible croissance sur milieu de Cohn; pas de croissance sur milieu d'Ustchinsky; cette bactérie entre dans le genre *Bacterium* (selon la nomenclature d'Erwin F. Smith). Nous proposons de la désigner sous le nom spécifique de *Bacterium Maublancii* nov. sp. car nous la dédions à M. Maublanc, phytopathologiste des plantes coloniales.

Nous avons prouvé qu'elle parasite le Bananier et qu'elle y détermine des altérations correspondant à celles que nous avions noté dans les échantillons reçus. Toutefois, n'ayant pas fait de constatations sur place, nous ne pouvons fournir aucune conclusion formelle touchant l'étiologie de la maladie.

TOXICOLOGIE. — *Sur la toxicité de quelques cations pour les Saprolégniées.* Note ([1]) de M. et Mme **Fernand Moreau**, présentée par M. Pierre Augustin Dangeard.

Une certaine indécision règne parmi les physiologistes quant à la toxicité comparée des sels et de leurs ions; certains admettent que les sels de poids moléculaire élevé et les ions les plus lourds sont les plus toxiques et que la toxicité des ions croît avec leur valence ([2]).

Pour observer l'action toxique de quelques cations sur les Champignons, nous avons soumis une Saprolégniée, *Achlya colorata* Pringsh., que nous avons utilisée déjà dans des recherches sur la toxicité de la glycérine et des sucres ([3]), à l'action de quelques chlorures métalliques, ceux de potassium, sodium, lithium, de calcium, baryum, strontium et de magnésium. Les conditions générales de nos expériences ont été celles des recherches précédentes.

D'une manière générale les chlorures utilisés provoquent chez l'*A. colorata* à des doses encore faibles, d'une part des morphoses semblables à celles que nous avons observées antérieurement [F. Moreau (et Mme), *loc. cit.*], d'autre part, ralentissement et une réduction de la croissance. Ces effets s'accusent aux doses élevées; au voisinage de celles qui inhibent le développement et provoquent la mort, le Champignon végète souvent sous la forme de vésicules bourgeonnantes. Il répond donc à l'action toxique des sels par des réactions comparables à celles que causent les glucides.

On observe des différences d'ordre qualitatif entre les réactions toxiques provoquées par les divers chlorures. Elles affectent en particulier les mor-

---

([1]) Séance du 18 mai 1936.

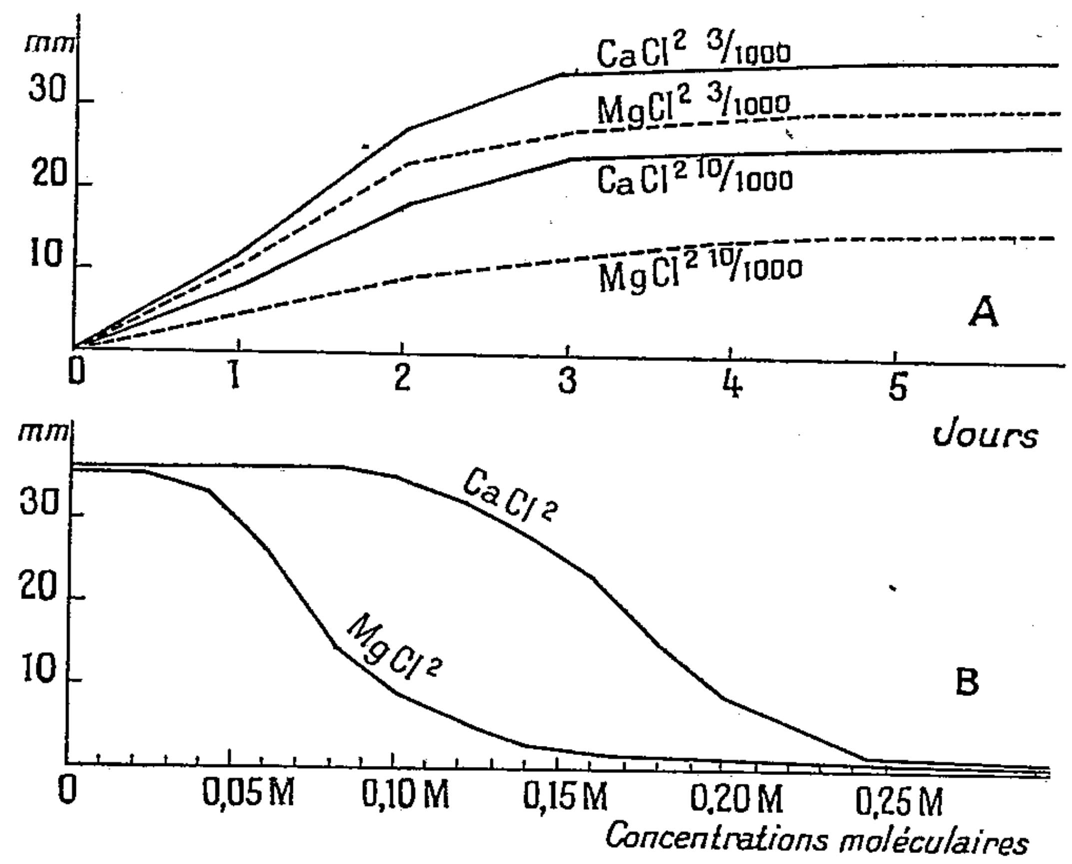
([2]) E. Bachrach, *Cours d'introduction à l'étude des phénomènes vitaux*, Trévoux, 1933.

([3]) F. Moreau (et Mme), *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 152; *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1086.

phoses. Ainsi, le chlorure de calcium à doses modérées détermine la production de belles vésicules, alors que le chlorure de strontium provoque surtout le développement de courts filaments trapus.

Mais plus frappantes sont les différences d'ordre quantitatif. On s'en rend compte en examinant les courbes qui traduisent pour chaque sel les variations de la croissance du Champignon en fonction du temps et de la concentration (*fig.* A et B).

L'ensemble de ces deux séries de courbes permet d'étudier et de com-



A. Croissance de l'*A. colorata* en fonction du temps en présence de $CaCl^2$ et de $MgCl^2$ agissant aux concentrations de 3 et 10 pour 1000.

B. Croissance de l'*A. colorata* (culture de 7 jours) en fonction de la concentration en $CaCl^2$ et en $MgCl^2$.

parer la toxicité de sels différents. La figure A par exemple montre que, pour une même concentration, le développement est moindre en présence de chlorure de magnésium qu'en présence de chlorure de calcium; la figure B exprime que les solutions à base de chlorure de calcium sont moins toxiques que celles qui renferment du chlorure de magnésium dans les mêmes proportions.

Nous avons effectué de telles confrontations de courbes pour les divers chlorures que nous avons employés; l'anion Cl étant commun à tous, nous avons pu comparer la toxicité de leurs cations. De cette comparaison, les règles suivantes se dégagent pour notre Saprolégniée :

Dans le groupe des métaux alcalins, les cations se rangent selon leur toxicité croissante dans l'ordre suivant : K, Na, Li ; la toxicité y varie dans l'ordre inverse des poids atomiques. Au contraire, dans le groupe des métaux alcalino-terreux, l'ordre de toxicité croissante est : Ca, Sr, Ba ; la toxicité croît dans le même sens que le poids atomique. Le magnésium a une toxicité plus grande que le calcium. Le lithium et le baryum ont une toxicité élevée.

Si l'on cherche le lien entre la toxicité des ions et leur valence, on constate par exemple que l'ion Ba, bivalent, est plus toxique que les ions K et Na, monovalents, et que l'ion Ca, bivalent, est moins toxique que les ions Na et Li, monovalents. La bivalence d'un ion ne permet pas de conclure à une valeur élevée de sa toxicité.

La toxicité des cations étudiés n'offre de lien simple ni avec leur poids ni avec leur valence ; les règles qui relient ces données et la toxicité ne sont pour le moment que des règles mnémoniques, valables seulement à l'intérieur d'un groupe d'ions, différentes d'un groupe à l'autre, et leur énoncé paraît encore sans valeur générale.

TOXICOLOGIE. — *Action des bromacétates sur divers alcaloïdes.* Note de MM. **Léo Espil** et **Gabriel Mandillon**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

L'un de nous [1] a étudié récemment l'action des bromacétates alcalins sur divers alcaloïdes ainsi que sur des toxines microbiennes et a pu mettre en évidence soit une diminution, soit même la disparition de la toxicité des produits obtenus.

Le phénomène est particulièrement net avec les sels de strychnine qui, chauffés, en solution aqueuse, avec du bromacétate de soude en présence d'un excès de tampon phosphaté, perdent, en quelques minutes, leurs propriétés toxiques. Cette modification profonde est liée, comme nous l'avions montré, à une réaction chimique.

On ne retrouve plus, dans le produit final, les propriétés essentielles de l'alcaloïde et, pour ne citer qu'un exemple, il n'est plus possible de le précipiter par une solution d'acide picrique. On sait, depuis les travaux de Polonowski, que le blocage de la fonction base de la strychnine par un

[1] Louis Génévois et G. Mandillon, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 2, 1935, p. 683.

atome d'oxygène suffit pour faire disparaître ses propriétés toxiques. Il était vraisemblable que, dans le cas des bromacétates, le mécanisme de la détoxication était du même ordre, soit qu'il y eut formation d'un complexe, soit qu'on se trouve en présence d'une modification dans la structure interne de la molécule.

Nous avons pu, d'une manière très simple, mettre en évidence le mécanisme de la réaction. Si l'on chauffe aux environs de 90° une solution aqueuse de sulfate de strychnine et de bromacétate de soude en proportions équimoléculaires, on remarque au bout de quelques minutes l'apparition d'acide bromhydrique libre. Le pH étant maintenu au voisinage de la neutralité par des additions successives d'une solution alcaline N/10, on constate qu'il y a mise en liberté d'une molécule d'acide bromhydrique par molécule de bromacétate employée.

Le liquide obtenu n'est plus précipitable par l'acide picrique. Par contre, le brome s'y trouve à l'état de bromure alcalin dosable au nitrate d'argent, mais il ne nous a pas été possible de séparer le bromure par l'emploi de solvants appropriés.

De toute évidence, le départ d'acide bromhydrique se fait aux dépens du brome du bromacétate et d'un hydrogène provenant de la fonction base de la strychnine :

$$E = NH + CH^2Br - COONa \rightarrow R = N - CH^2 - COONa + HBr.$$

On a ainsi affaire à un composé chimique défini identique à ceux qui ont été préparés par Braun, Bayer et Cassel, par action des bromacétates sur certaines amines primaires.

Or cette réaction est spécifique et ne se produit qu'avec une fonction amine ainsi que l'ont démontré Cleno Perkin et Robinson.

Ceci permet, semble-t-il, de rapprocher la génostrychnine de Polonowski du composé que nous avons préparé.

Par ailleurs, cette spécificité permet de prévoir la formation de composés analogues à partir des alcaloïdes possédant une fonction amine. Nous poursuivons nos recherches dans cette voie; nous pouvons déjà signaler que la condensation s'effectue avec la colchicine; par contre, il n'y a aucune réaction avec les corps dans lesquels la fonction toxique s'accorde avec l'existence d'un atome d'azote non lié à l'hydrogène, par exemple, avec l'iodure de triméthyloctylammonium

$$C^8H^{17} - N \begin{cases} CH^3 \\ CH^3 \\ CH^3 \\ I \end{cases}$$

dont les propriétés sont analogues à celle du curare; aussi, ne voit-on pas sa toxicité diminuer par l'action du bromacétate.

La nouvelle technique adoptée par nous pour la préparation de ces nouveaux composés est plus simple que celle indiquée précédemment; elle permet en plus de bien suivre la réaction et d'arriver à des produits définis.

Envisageons la question au point de vue pharmacodynamique; lorsque la réaction se produit entre alcaloïdes et bromacétates, deux cas peuvent se présenter :

a. Il y a détoxication; exemple typique : la strychnine. Dans ce cas, nous avons pu injecter chez l'animal d'expérimentation (cobaye) des quantités de l'ordre de 200 doses mortelles d'alcaloïde traité par le bromacétate avant de voir survenir des crises convulsives.

b. Il n'y a pas détoxication. L'exemple en est la colchicine.

Le produit, bien qu'ayant perdu une partie des réactions caractéristiques de l'alcaloïde, a conservé entière sa toxicité.

Il semble permis d'en déduire que, dans le premier cas, la toxicité paraît liée à l'existence d'une fonction amine libre. Dans le deuxième cas, la non-disparition de la toxicité après traitement par le bromacétate est une preuve de plus que le pouvoir toxique de la colchicine est bien lié à l'existence du groupement NCH^3 non touché par le bromacétate.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *Hormones sexuelles et rôle du placenta dans l'ontogenèse des Mammifères*. Note de Mme **Véra Dantchakoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

La production d'hormones durant la vie embryonnaire, leur présence dans le sang de l'embryon et leur efficacité d'action sur les ébauches sexuelles hétérologues ont été postulées chez les Mammifères, plus particulièrement sur la base d'observations sur les *free-martins* : des deux embryons jumeaux de sexe différent, l'embryon femelle subit souvent, chez les Bovidés, des anomalies qui orientent certaines de ses ébauches sexuelles dans la direction mâle (Keller et Tandler, Lillie).

L'intégrité du sexe mâle, chez les Mammifères, est fonction de ce filtre, édifié entre les tissus de la mère et ceux de l'embryon, qui est le placenta. Sauvegardé par le placenta (rempart tissulaire, perméable pour certaines substances et non pour les autres), l'embryon d'un Mammifère a-t-il réalisé, au cours de l'évolution, des propriétés qui rendraient ses tissus

résistants à une invasion occasionnelle d'hormones femelles? Rappelons, que les tissus des ébauches sexuelles d'un embryon mâle d'Oiseau révèlent des récepteurs électifs, capables de fixer l'hormone femelle et, qu'à la suite d'une contamination de l'embryon mâle par la folliculine, celui-ci manifeste, dans sa morphogenèse, une nouvelle résultante sexuelle.

Ces constatations pourraient conduire à postuler des conséquences graves pour un embryon mâle de Mammifères, à la suite d'élimination fonctionnelle du placenta et d'une invasion de l'embryon par de la folliculine. Une élimination du placenta n'est pas réalisable, mais les effets d'une telle élimination relatifs à la rétention d'hormones femelles peuvent être reproduits par une *contamination directe de l'embryon par des hormones*, en particulier par la folliculine. Une petite goutte d'huile, mesurant $0^{cm^3},01$ et contenant de la folliculine en solution, peut être introduite dans la *cavité du chorion* d'un embryon de *cobaye*, à bandelettes gonadiques à peine ébauchées. Une partie du liquide pouvant accidentellement s'écouler par le point d'entrée de l'aiguille, l'injection dans la cavité du chorion peut être pratiquée *à travers la partie déciduale du placenta*, qui déborde la plaque centrale riche en lacunes sanguines. Dans ce cas, le tissu décidual sert de bouchon et empêche l'écoulement du liquide. Enfin l'injection peut être limitée aux *tisssus de la decidua*.

49 embryons ont été injectés de diverses manières. Une seule femelle, sacrifiée 4 jours après l'injection, portait 2 embryons vivants. 38 embryons ont été retrouvés morts, chez des cobayes sacrifiés à différents stades (2 à 12 jours après l'injection). Les embryons avaient tous succombé durant les 48 heures consécutives à l'injection. 4 cobayes injectés dans la decidua et laissés en vie ont fini par expulser leurs embryons morts et macérés (au nombre de 9). Ultérieurement, ces derniers cobayes ont été soumis à des accouplements efficaces et portent actuellement des embryons qui vont naître prochainement.

Or des témoins (*a*, injection de la même hormone dans des embryons de poulet; *b*, injection de l'huile utilisée comme solvant pour la folliculine; *c*, injection de testostérone, que je dois à l'amabilité du prof. Ruzicka de Zürich) ont prouvé : 1° que la folliculine utilisée n'est pas nocive à l'embryon de poulet, 2° que l'embryon de cobaye n'est pas endommagé par les propriétés du solvant et 3° que l'injection d'une hormone autre que la folliculine n'est pas pernicieuse pour l'embryon de cobaye. Celui-ci, après une injection d'huile, contenant ou non de la testostérone, continue à se développer. L'injection, administrée dans la cavité même du chorion,

n'affecte pas l'embryon : la goutte d'huile est bientôt réduite ici en de petites gouttelettes, retrouvées encore quelques jours après l'injection, au moment du prélèvement de l'embryon. Nous devons conclure en conséquence que c'est *la folliculine et non l'intervention* qui tue l'embryon du cobaye; elle tue *l'embryon de cobaye, mais non celui du poulet.*

La folliculine, aux doses injectées, a un effet nocif sur l'embryon du cobaye, lèse chez lui des organes importants (hématopoièse?) et entraîne sa mort. Des récepteurs spécifiques pour cette substance peuvent exister dans les ébauches sexuelles de l'embryon mâle, mais d'autres tissus subissent des altérations qui provoquent la mort de l'embryon, soit mâle, soit femelle : c'est là une donnée singulière et effective à l'encontre de la réalisation par l'embryon mâle, chez les Mammifères, de son amphosexualité naturelle, chaque fois que le placenta deviendrait perméable pour la folliculine.

Protégé effectivement par le placenta, l'embryon du cobaye (mâle ou femelle) ne possède pas d'immunité générale contre la folliculine. Contaminé par cette substance aux doses injectées, il meurt. Très efficaces contre le passage d'hormones femelles dans le développement normal, les barrières du placenta sont franchies par l'injection de la folliculine. Et celle-ci, injectée dans la partie déciduale du placenta, réussit à tuer l'embryon tout aussi effectivement que si elle était injectée dans la cavité du chorion de l'embryon même. Des suintements occasionnels de folliculine à travers le placenta, n'expliqueraient-ils pas les effets nocifs (tels que la mort plus fréquente de fœtus mâles et de garçons), que semble subir, dans nombre de cas, l'embryon mâle humain ?

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur le spectre ultraviolet du sang normal et leucémique.* Note (1) de MM. **Israel** et **Michel Magat**, présentée par M. Paul Langevin.

Tandis que le spectre visible du sang a été déjà l'objet de très nombreuses recherches, le spectre ultraviolet a été assez négligé. Le travail récent le plus systématique sur cette question est celui de Suhrmann et Kollath (ci-après S. et K.) (2). Ces auteurs ont déterminé à l'aide de cellules photo-

(1) Séance du 25 mai 1936.

(2) *Biochem. Z.*, 184, 1927, p. 216.

électriques le coefficient d'absorption du sang pour les raies ultraviolettes de mercure. Leur méthode permet d'atteindre facilement une grande précision, mais présente l'inconvénient d'être discontinue, c'est-à-dire qu'elle ne permet pas de se rendre compte de l'existence de bandes étroites situées *entre* deux raies du mercure.

C'est pourquoi nous avons préféré la méthode de V. Henri (comparaison des spectres de la solution et du solvant pour différentes épaisseurs de la solution et des temps de pose variables, le temps de pose restant invariable pour le solvant). Nous avons utilisé une source à spectre continu (lampe à hydrogène de Challonge). La précision des mesures chez nous est donc inférieure à celle de S. et K.; par contre nous avons la certitude d'observer toutes les bandes d'absorption existantes. L'accord entre nos résultats et ceux de S. et K. est très satisfaisant. D'autre part notre spectre ultraviolet se raccorde parfaitement avec le spectre visible que nous avons publié antérieurement ([1]). La loi de Lambert-Beer, vérifiée pour le sang par S. et K., a pu être vérifiée à nouveau.

Nous avons étudié, en première ligne, le sang de poules normales et celui de poules leucémiques. Nos solutions contenaient $0^{cm^3},02$ de sang dilué dans 25^{cm^3} d'eau bidistillée et centrifugée pendant 15 minutes avec une centrifuge faisant 3000 tours par minute. La dispersion était de 6 Å/mm vers 2500 Å, les plaques Monarch, Autofilter et Golden-Isozenith Ilford.

La courbe inférieure représente le spectre du sang normal, moyenne d'une série de déterminations. En abscisses sont portées les longueurs d'onde en Å, en ordonnées les log du produit du coefficient d'absorption par la concentration ($\log \varepsilon$). Nous observons cinq bandes d'absorption, désignées par les lettres A (4110 Å), B (3430 Å), C (2895 Å), D (2800 Å), E ($<$ 2400 Å). L'origine de trois de ces bandes est connue : la bande A correspond au ferment respiratoire (hæmine) [Warburg ([2])], la bande D correspond probablement aux protéines [A. Claude et A. Rothen ([3])], la bande E enfin est d'origine plasmatique (globuline?) (S. et K.). *La bande* C *ne se trouve pas chez* S. *et* K., *étant trop étroite.*

La courbe supérieure correspond au sang de poules leucémiques. Elle représente la moyenne de quatre expériences indépendantes. La leucémie

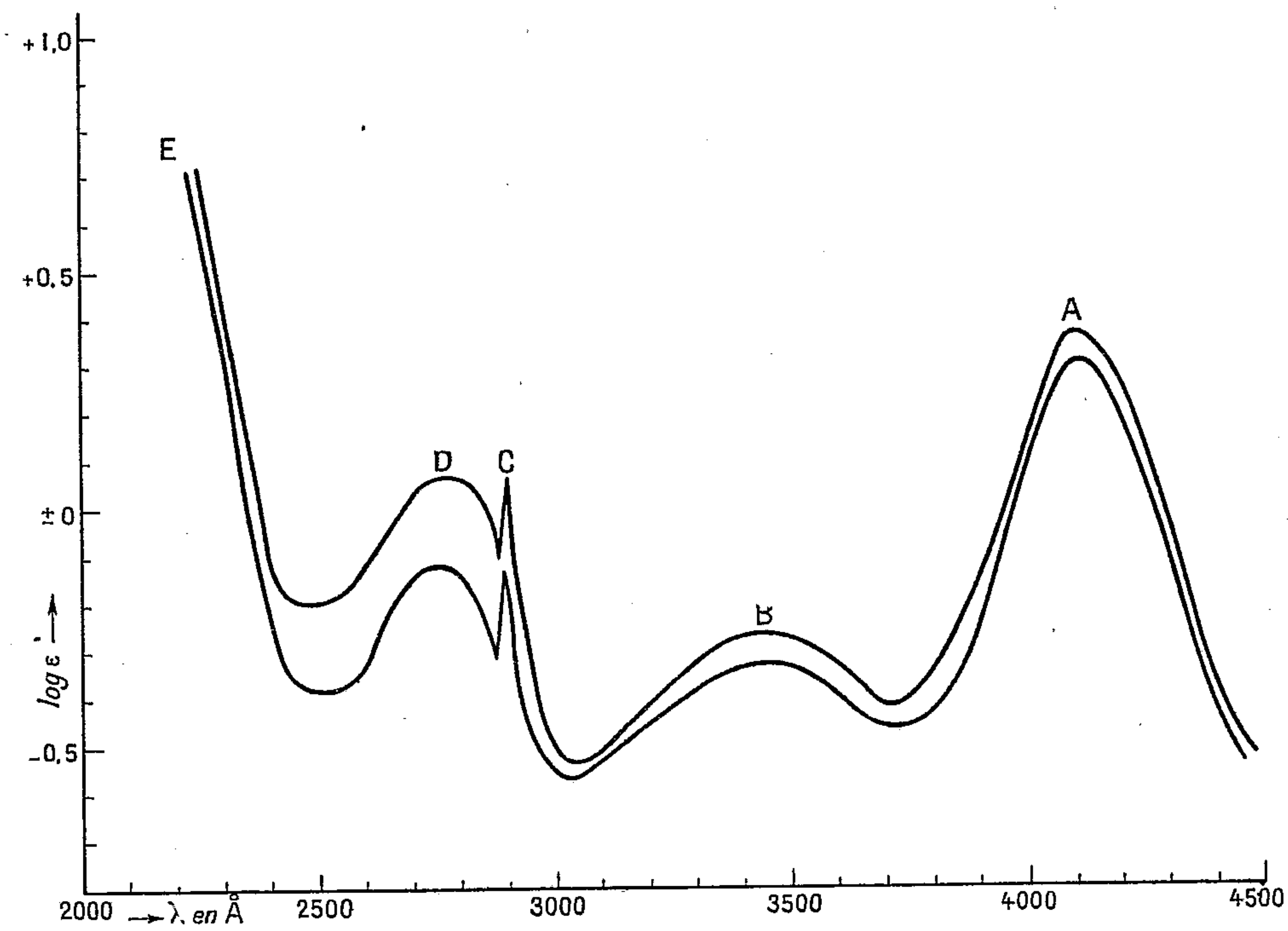
---

([1]) D. Abragam et I. et M. Magat, *C. R. Soc. Biologie*, **116**, 1934, p. 1326; **120**, 1935, p. 1091.

([2]) O. Warburg, Negelein et Christian, *Biochem. Z.*, **216**, 1929, p. 26, 64, 101.

([3]) *Amer. J. Cancer*, **26**, 1936, p. 344.

étant toujours accompagnée d'anémie, la concentration de l'hémoglobine dans le sang diminue. Grâce à la validité de la loi Lambert-Beer, on peut réduire les courbes à une même concentration. L'accord entre les différentes séries d'expériences est satisfaisant.



Nous avons légèrement décalé les courbes 1 et 2 en hauteur pour pouvoir les séparer sur tout le parcours. Nous voyons que les bandes A, B et E sont superposables. Par contre, *les bandes* C *et* D *sont nettement plus élevées dans le sang leucémique que dans le sang normal*, sans qu'on puisse préciser si cette différence est due à l'existence dans le sang leucémique d'une substance possédant un maximum d'absorption vers 2850 Å (agent du cancer, ou substance accompagnant celui-ci) ou à une augmentation des produits caractérisées par les bandes C et D. Nous sommes plutôt enclins à la première hypothèse pour les raisons suivantes : 1° nous trouvons une légère différence entre le sang normal et le sang d'une poule qui avait été leucémique trois mois avant la prise du sang, puis guérie entre temps (D. Abragam et I. et M. Magat, *loc. cit.*); 2° Claude et Rothen (*loc. cit.*)

ont trouvé tout récemment une bande d'absorption dans la même région dans l'extrait cellulaire concentré de poussins cancéreux.

Précisons enfin que la différence d'absorption entre le sang leucémique et le sang normal dépasse largement la limite de précision des expériences et ne peut pas être due à une diffusion provenant d'une différence d'états colloïdaux, car la diffusion augmente quand la longueur d'onde diminue, tandis que pour 2400 Å l'absorption du sang leucémique redevient identique avec l'absorption du sang normal.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur les conditions d'excitation de la fluorescence des protides.* Note de M. **Fred Vlès**, présentée par M. d'Arsonval.

De nombreux travaux ont été consacrés dans ces dernières années à l'étude de la fluorescence de composés biologiques; l'extension des techniques de la lumière de Wood en a rendu l'observation facile; d'autre part l'analyse spectrale des radiations émises a fait l'objet d'importants travaux (Dhéré, etc.). Par contre nous ne possédons que très peu de données sur la topographie spectrale des radiations excitatrices de ces fluorescences, malgré tout l'intérêt que peut présenter cette notion au point de vue de la photochimie biologique. Nous avons tenté d'examiner à ce point de vue divers protides; on sait qu'une fluorescence d'un grand nombre de ces substances est connue depuis très longtemps (Stokes, Soret, Stübel, etc.).

Technique. — Sur la diacaustique d'un spectrographe en quartz, de fente large, éclairé par une lampe à mercure, on déplace au moyen d'un dispositif approprié (¹) la substance intéressante, dans une cuve plane ou en tube de quartz, ou mieux en pâte humectée d'eau, ou même séchée, à la surface d'une lame de quartz ou de mica (²). Les raies du mercure excitatrices, dont on voit l'image lumineuse sur la préparation, sont déterminées au moyen d'un index mobile qui, devant la substance, éclipse la radiation active. La photographie du spectre d'excitation est effectuée avec un objectif à grande ouverture (F. 3,5 Tessar-Zeiss) mis au point de façon fixe sur la préparation.

(¹) Les dispositifs et le détail des mesures seront donnés dans un autre recueil.

(²) Les verres usuels, qui ont souvent une fluorescence importante dans l'extrême ultraviolet, sont bien entendu inutilisables.

Résultats. — Beaucoup de protides ont une fluorescence excitée par la plus grande partie de l'ultraviolet du quartz, depuis les environs de λ240-250$^{m\mu}$ jusqu'au visible de ce côté (d'ailleurs le départ devient difficile à faire entre la fluorescence et une diffusion par effet de milieu trouble); dans cette large plage spectrale sont placés des maxima et des minima plus ou moins spécifiques. D'autres cas plus rares ont, au contraire, une excitation restreinte à des régions spectrales assez localisées. Enfin quelques substances ne montrent aucune fluorescence excitable entre λ220 et le visible, dans les conditions de l'expérience.

1. *Protéides.* — La *sérumalbumine* (lamelle solide : échantillon de M. Piettre, méthode à l'acétone) donne deux plages d'excitation de λ365^{m}

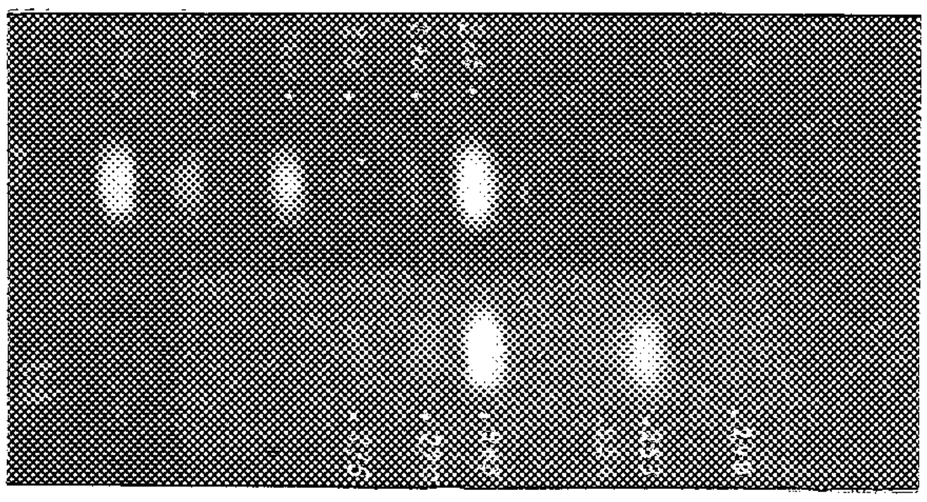


Fig. 1. — Excitation de la fluorescence du sérum par l'ultraviolet.
I, raies du mercure de λ 265 à λ 296; II, λ 248 à λ 275.

à λ302 et de λ265 à 248. Entre λ302 et 265 les raies du mercure (d'ailleurs elles-mêmes moins intenses) ne donnent plus qu'une réaction très faible (traces de λ289-280; minimum sur λ275); la bande d'absorption de la sérine (maximum λ277) est donc figurée en quelque sorte en négatif. La radiation émise est bleue. La *gélatine* (en feuille) donne une intense réaction depuis λ240 jusqu'au visible, avec des maxima à 253 et 312-365. La *caséine*, l'*édestine*, l'*excelsine*, moins intenses, sont approximativement excitées dans des conditions analogues, avec un minimum à 275-270.

Du sérum humain total, desséché sur lame, montre un spectre d'excitation intense (*fig.* 1) de λ 248 au visible, avec maxima à 302-296, 253, et minimum à 270-275. D'autre part des hématies (Mouton), lavées et mises sur lame en pâte, ou laquées dans l'eau distillée et séchées, sont complètement inexcitables.

2. *Acides aminés.* — Examinés en pâte de cristaux dans une trace d'eau sur lame de quartz, beaucoup d'acides aminés (alanine, proline, tyrosine,

acide *d*-glutamique) sont excités à peu près par tout le spectre de λ 248 à 365; par contre le glycocolle n'a qu'une réaction très faible, sinon nulle, dans le proche ultraviolet, pour montrer une région plus nette vers 255-253, alors que la dicétopipérazine est assez brillante dans tout le spectre. L'histidine (Cl) a une forte région d'excitation de 302 à 365, et une faible de 265 à 253. La *d*-arginine (CO^3), dans une excitation générale, a un maximum vers 265-253; la lysine, très faible, a une plage 312-296, et une à 253. La *l*-cystine, très différente, n'a aucune excitation dans tout l'ultraviolet jusqu'à 365 (très faible et douteuse : milieu trouble); la *l*-leucine ne donne rien.

Propriétés physiques. — La radiation émise sous l'excitation de λ 253 par la gélatine, examinée avec un nicol tournant, ne montre pas de polarisation appréciable. La fluorescence excitée par λ 265 dans la même substance donne, à l'analyse spectrale, une plage de 466 à $513^{m\mu}$, maximum $492^{m\mu}$; celle excitée par λ 312 dans l'excelsine comprend une plage de 455 à 530, maximum $485^{m\mu}$.

La possibilité d'une excitation de la fluorescence des protides par des radiations d'un ultraviolet plus ou moins éloigné, et l'émission dans ces conditions de plages de la fin du visible [1], est un point important qui ne doit pas être négligé dans les recherches d'actions photochimiques biologiques.

BIOCHIMIE. — *Origine de la choline du sperme.* Note de M. Ernest Kahane et de Mlle Jeanne Lévy, présentée par M. Louis Lapicque.

La présence de choline libre dans de nombreux organes a été tour à tour affirmée et niée sans que des arguments définitifs aient été apportés jusqu'ici. Les difficultés de l'expérimentation, qui sont multiples, sont elles-mêmes mal définies. Entreprenant à notre tour cette étude et désirant mettre au point et éprouver nos techniques dans les meilleures conditions, nous avons voulu nous affranchir au moins des difficultés et des incertitudes qui résultent de la faible quantité de choline à déceler. Nous avons donc choisi comme matériel d'étude le sperme, dont la richesse en choline libre est telle qu'il présente une réaction de Florence positive (formation des

[1] Étant donnée la technique, la possibilité de fluorescences émettant hors du visible n'a pas été envisagée ici.

cristaux de periodure de choline) à une dilution plus grande que tout autre extrait de tissu ou sécrétion (identification médico-légale du sperme).

Notre étude antérieure de l'acétylcholine du sang [1] nous ayant montré l'importance des modifications rapides subies dans l'organisme par les substances choliniques, nous avons effectué des essais comparatifs sur du matériel frais, fixé et vieilli. Si nous avons régulièrement retrouvé, comme il fallait s'y attendre, de la choline en abondance dans le sperme vieilli, nous n'avons jamais observé de réaction de Florence positive avec le sperme frais ou fixé par l'eau bouillante, l'alcool, l'acétone. La choline libre apparaît dans les liquides d'extraction obtenus par ces dernières méthodes sous l'influence, soit des réactifs chimiques (acides ou bases), soit d'une dilution de sperme frais.

Nous interprétons cette observation par l'existence dans le sperme : 1° d'une substance capable de donner naissance à de la choline; 2° d'une diastase provoquant cette libération. Ces deux principes pouvant coexister avant l'émission du sperme (sous une forme inactive), ou exister séparément dans les diverses sécrétions dont le mélange constitue le sperme, nous avons étudié, à cet égard, les principales glandes intéressées : vésicules séminales, testicules, épididymes, prostates. Aucun des extraits aqueux de ces glandes ne contient de choline libre en quantité appréciable, ce qui exclut la première hypothèse. Par contre, le mélange d'extrait de prostate et de l'un quelconque des extraits des autres glandes contribuant à la formation du sperme, donne lieu à l'apparition rapide de choline libre, décelée par une réaction de Florence positive. Ce phénomène a l'allure d'un phénomène diastasique : libération de la choline croissant avec le temps, accélérée à 37°, inhibée par le chauffage à 100°, l'alcool, l'acétone et l'ésérine. Il nous a été facile de montrer que le principe thermolabile est apporté par le liquide prostatique, tandis que le principe apporté par les vésicules séminales, les testicules ou les épididymes subsiste dans les extraits préparés à chaud ou au moyen d'alcool. Il s'ensuit : 1° que la prostate renferme une diastase; 2° que cette diastase peut agir sur une substance thermostable et soluble dans l'alcool, faisant partie de la sécrétion spermatique. Nous voyons dans cette substance un précurseur de la choline.

La diastase de la prostate agit très faiblement sur l'acétylcholine, ce qui la différencie de l'estérase du sérum. Les recherches en cours nous mon-

---

[1] *Bull. Soc. Chim. biol.*, 18, 1936, p. 479 à 555.

treront si elle se rattache au groupe des phosphatases [prostataphosphatase de Kutscher (1)].

La substance-mère de la choline est soluble dans l'eau et l'alcool à 95°, peu soluble dans l'alcool absolu et dans l'acétone. Elle ne précipite pas par le réactif iodo-ioduré et précipite par le sel de Reinecke. Elle n'est constituée ni par de l'acétylcholine (2), ni par de la lécithine sur laquelle la diastase est sans action, mais probablement par un ester phosphorique simple ou complexe de la choline (3) que nous retrouvons dans le rein, le foie, l'estomac et d'autres organes.

En résumé, nous voyons que l'existence dans le sperme de choline libre en quantité notable est un phénomène secondaire dû à l'action d'une diastase sur un précurseur de la choline. Cette observation, d'ores et déjà susceptible de généralisation aux autres tissus, peut être rattachée au problème de l'acétylcholine dissimulée du sang (4). L'étude du mécanisme de la libération de la choline et de son ester acétique permettra peut-être d'éclairer le rôle si important (5) que jouent ces deux substances du point de vue de la physiologie générale.

BACTÉRIOLOGIE. — *Action sur le lait et pouvoir cholérigène du vibrion cholérique.* Note (6) de M. **Ali Mustapha**, présentée par M. Félix Mesnil.

Dès ses premières recherches sur le vibrion cholérique, R. Koch avait attribué une certaine importance, pour l'identification de cette bactérie, au fait qu'elle pousse abondamment dans le lait, en l'acidifiant sans le

(1) *Z. physiol. Chem.*, 236, 1935, p. 237-240; 239, 1936, p. 109-126.

(2) Par la voie pharmacodynamique, nous avons décelé dans le sperme une faible quantité d'acétylcholine, qui participe avec la substance P de von Euler et Gaddum à l'activité vasodilatatrice de cette sécrétion. Il ne semble pas y avoir de relation directe entre la substance P et le précurseur de la choline, qui est dépourvu de propriétés pharmacodynamiques notables dans le domaine du système nerveux autonome.

(3) Strack, Geissendörer et Neubaur ont isolé du foie et du placenta (*Z. physiol. Chem.*, 220, 1933, p. 217; 229, 1934, p. 25), Smyth, du placenta humain (*Biochem. J.*, 29, 1935, p. 2067) et Booth, du rein et du cerveau (*Biochem. J.*, 29, 1935, p. 2071), des substances qu'ils considèrent comme des esters phosphoriques de choline et de sphingosine.

(4) E. Kahane et Jeanne Lévy, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1210.

(5) J. Gautrelet, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 18, 1936, p. 449-478.

(6) Séance du 25 mai 1936.

coaguler. Par la suite cependant, ce caractère a beaucoup perdu de son importance, car plusieurs auteurs, au cours de différentes épidémies, ont isolé, de-ci de-là, des vibrions capables de provoquer la coagulation du lait : et c'est probablement en raison de ces résultats contradictoires, que le comportement du vibrion cholérique sur le lait n'a pas retenu l'attention des auteurs qui se sont efforcés de résoudre le problème de l'identification de ce germe; problème très complexe et sur lequel l'accord n'a pu être réalisé que le jour où il a été reconnu que la stabilité des caractères du vibrion cholérique est plutôt faible et qu'à la suite d'un changement du milieu, dans la nature ou expérimentalement provoqué, il peut perdre ou acquérir plus ou moins l'un ou l'autre de ses caractères, ainsi que la virulence, qui est de tous le caractère le plus essentiel.

Cette constatation, dont la valeur, au point de vue du diagnostic bactériologique du choléra, est manifeste, a nécessité de longues et laborieuses recherches; et c'est au cours de ces recherches qu'en rapprochant les variations éventuelles des vibrions, isolés au cours de nombreuses épidémies, des données cliniques et épidémiologiques particulières à chacune d'elles, un certain nombre de faits, non moins importants, ont pu être précisés.

C'est ainsi, en effet, que l'on a constaté que c'est souvent au début et à la fin des grandes épidémies, ainsi qu'au cours des épidémies peu graves et qui restent circonscrites, que l'on rencontre, de préférence, les vibrions qui s'éloignent du type normal et dont le pouvoir infectant semble déséquilibré. Ce sont tantôt des vibrions qui poussent sur les milieux artificiels suivant le type rugueux; tantôt des vibrions qui ont perdu, en partie et parfois tout à fait, l'agglutinabilité ou la propriété de donner la réaction indolnitreuse; tantôt enfin, pour ne parler que des caractères les mieux étudiés, des vibrions qui ont acquis la propriété d'élaborer une hémolysine soluble.

Cela étant donné, je me suis proposé de rechercher si, en tenant compte des données cliniques et épidémiologiques, il ne serait pas possible d'établir l'existence d'un rapport éventuel quelconque entre le pouvoir cholérigène et la propriété de coaguler le lait, que certains vibrions possèdent d'une façon très manifeste, alors que la plupart en sont complètement dépourvus.

Dans ce but j'ai étudié le comportement sur le lait de 64 souches de vibrions cholériques, dont 10 avaient été isolés dans l'Inde et 15 en Indochine, au cours des grandes épidémies si fréquentes dans ces pays; 12 provenaient des épidémies, à foyers circonscrits et à faible pouvoir de diffusion, qui se sont manifestées, ces dernières années, à Bagdad et Bassorah; et les

autres 27, du type El-Tor, provenaient du laboratoire de Chatby, dirigé par Doorembos. On sait que la plupart des auteurs considèrent, à l'heure actuelle, les vibrions d'El-Tor comme des cholériques vrais, ayant, momentanément ou d'une façon définitive, perdu tout pouvoir cholérigène.

Les résultats de ces recherches peuvent être résumés en quelques mots : en parfait accord avec les premières constatations de Koch, les 15 souches d'origine indochinoises et 9, sur les 10 d'origine indienne, se sont développées très abondamment dans le lait, en l'acidifiant sans le coaguler, même après un séjour d'un mois à l'étuve à 37°; la seule souche d'origine indienne, active sur le lait, a provoqué la coagulation après un délai de six jours; les 12 souches du type Bagdad et Bassorah ont toutes, sans exception, coagulé le lait d'une façon plus ou moins complète dans un temps variable entre 2 et 24 jours; mais ce sont, sans conteste, les souches du type El-Tor qui se sont montrées, de beaucoup, les plus actives sur le lait. La plupart d'entre elles ont provoqué la coagulation massive en 24 à 48 heures et les autres dans des délais qui ont varié entre 3 et 15 jours.

Étant donné le grand nombre de souches de vibrions cholériques étudiées et la constance des résultats enregistrés, il paraît hors de doute que les vibrions, provenant des grandes épidémies et dont le pouvoir infectant est très exalté, se montrent, à quelques rares exceptions près, incapables de coaguler le lait, alors que cette propriété apparaît d'une façon plus ou moins manifeste chez les vibrions provenant des épidémies peu graves et à faible pouvoir de diffusion (type Bagdad et Bassorah), et atteint son maximum chez les vibrions d'El-Tor qui, tout en présentant l'ensemble des caractères distinctifs des vrais cholériques, se montrent incapables de provoquer le choléra.

Il semble en tout cas avéré qu'il existe un rapport entre le pouvoir cholérigène du vibrion cholérique et son action coagulante sur le lait, en ce sens que celle-ci apparaît et se manifeste d'une façon de plus en plus énergique au fur et à mesure que, sous l'influence de facteurs divers dont la nature est encore peu connue, leur pouvoir pathogène diminue et finit, dans certains cas (vibrions d'El-Tor), par disparaître.

De ce fait, la recherche du pouvoir coagulant sur le lait du vibrion cholérique acquiert une importance jusqu'à ce jour méconnue et elle peut permettre au bactériologiste, à n'importe quel moment de l'épidémie, de mieux apprécier la valeur cholérigène des vibrions qu'il aura isolés.

MICROBIOLOGIE. — *L'influence du jeûne sur le développement du virus du typhus murin chez la puce* (Xenopsylla Cheopis). Note [1] de MM. **Georges Blanc** et **Marcel Baltazard**, présentée par M. Félix Mesnil.

Les auteurs américains [Dyer, Workman, Ceder, Badger et Rumreich [2]] ont étudié, avec beaucoup de précision, l'apparition et la multiplication du virus du Typhus murin chez la puce du rat (*X. Cheopis*). Ils ont montré qu'il est possible de déceler le virus dès le premier jour qui suit le repas infectant. Avec une régularité parfaite, ils obtiennent l'infection du cobaye par inoculation de puces broyées; leur expérience porte du premier au trente-deuxième jour.

Bien qu'au cours d'expériences déjà nombreuses, nous n'ayons pas obtenu, d'une façon aussi régulière et aussi facile que nos collègues américains, l'infection du cobaye par inoculation de puces infectées, les résultats auxquels nous sommes arrivés sont, dans l'ensemble, superposables aux leurs. Avec eux, nous considérons que des puces (*X. Cheopis*) qui ont piqué un rat infecté s'infectent, pratiquement, en totalité, que le virus est décelable de 24 à 48 heures après le repas infectant et que l'infection persiste durant toute la vie de l'insecte [3]. Ces faits étant bien établis, nous avons voulu étudier l'influence qu'a le jeûne sur la multiplication et peut-être le maintien du virus chez la puce (*X. Cheopis*).

Dans une première expérience, nous avons recherché le pouvoir infectant des puces après un jeûne de 12 jours; ce laps de temps a été choisi parce qu'au delà la mortalité des puces devient considérable.

Soixante-seize puces (*X. Cheopis*) sont nourries sur un rat infecté, inoculé depuis 6 jours. Ce rat est retiré 24 heures plus tard. Les puces restent dans le bocal, à jeun, pendant 12 jours. Vingt d'entre elles sont alors broyées et inoculées à deux cobayes dont l'un meurt prématurément et l'autre ne s'infecte pas. Il réagit à l'épreuve 30 jours plus tard. Les autres puces sont mises à piquer sur un rat neuf pendant 10 jours. A cette date, quatre sont broyées et inoculées à un cobaye qui s'infecte.

Cette expérience nous montre que les puces maintenues à jeun ne sont pas infectantes et, cependant, le deviennent lorsque cesse le jeûne.

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Publ. Health Rep.*, 47, 1932, p. 931.

(3) G. Blanc et M. Baltazard, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1411.

Dans une seconde expérience, nous avons cherché à établir quelle était la durée de repas sanguin nécessaire pour l'apparition du virus.

Huit cents puces (*X. Cheopis*), nées au laboratoire, sont nourries pendant 48 heures successivement sur deux rats infectés, l'un au sixième, l'autre au septième jour de l'inoculation. Après 12 jours de jeûne, on inocule 20 puces broyées à un cobaye qui ne réagit pas; les autres puces sont mises à piquer sur un rat neuf. Après 24 heures de repas, 20 puces sont broyées et inoculées à un cobaye qui fait une réaction fébrile sans vaginalite. Après 48 heures, même opération, cette fois le cobaye s'infecte. D'autres inoculations restent sans résultat à cause de la mort précoce des cobayes inoculés.

Cette expérience, qui confirme l'absence de pouvoir infectant pendant le jeûne, montre qu'après 48 heures au plus de repas sanguin le virus est décelable chez la puce.

Dans une troisième expérience, nous avons étudié, jour par jour, le comportement du virus chez la puce à jeun.

Mille puces (*X. Cheopis*), également nées au laboratoire, sont gorgées sur un rat infecté; le rat est retiré après 24 heures. Régulièrement ensuite, tous les jours, pendant 11 jours de jeûne, 20 puces sont retirées du bocal, broyées et inoculées à des cobayes mâles. Aucun ne fait de réaction. Les puces qui restent sont alors nourries sur un rat blanc neuf qui reste 11 jours dans le bocal. Les 25 puces qui restent vivantes sont broyées et inoculées à deux cobayes qui, tous les deux, réagissent.

Le tableau suivant résume les résultats des trois expériences : :

Puces à jeun depuis 1 à 12 jours, broyées et inoculées aux cobayes.

Nombre de jours de jeûne..	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	12
Nombre de puces.........	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Nombre de cobayes inoculés.	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2
Résultat.............	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Puces mises à jeun puis nourries sur rat et inoculées aux cobayes.

Nombre de jours de repas..........	1	2	10	11
Nombre de puces..................	20	20	4	25
Nombre de cobayes inoculés........	1	1	1	2
Résultat......................	douteux	+	+	++

Conclusions. — Ces expériences montrent que le virus ingéré au cours du repas infectant ne se multiplie pas chez la puce mise à jeun, mais apparaît rapidement dès la reprise de nourriture.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *De l'immunisation des lapins par la voie intracutanée contre l'épithélioma inoculé dans l'œil.* Note [1] de MM. **Alexandre Besredka** et **Michel Bardach**, présentée par M. Félix Mesnil.

La voie intracutanée est, comme l'a montré l'un de nous, celle qui assure au lapin la résorption complète de la tumeur de Brown-Pearce; éprouvé dans la suite, l'animal se montre réfractaire à la réinoculation, que celle-ci soit faite sous la peau, dans la peau et même dans les testicules.

Étant donné l'autonomie, plus ou moins accusée, dont jouit dans certaines maladies l'œil, il n'était pas sans intérêt de se rendre compte de la façon dont celui-ci se comporte, lors de l'inoculation intraoculaire de l'épithélioma, chez un lapin préalablement vacciné.

Nous incisons la cornée à sa partie supérieure et, après avoir laissé s'écouler une partie du liquide aqueux, nous introduisons dans la chambre antérieure de tout petits fragments de tumeur, coupés aux ciseaux ou broyés dans un mortier et transformés en très fine émulsion. Nous laissons l'aiguille pendant quelques instants en place de façon à permettre aux particules solides de se déposer. Pour plus de sûreté, l'inoculation est toujours pratiquée dans les deux yeux à la fois; cette précaution, prise pour le cas où un œil n'aurait pas réagi, s'avéra dans la suite superflue : la réceptivité de l'œil vis-à-vis de l'épithélioma est telle, comme l'ont déjà constaté Pearce et Brown, que tous nos lapins neufs, sans exception, présentèrent, après l'inoculation, des tumeurs caractéristiques.

Le matériel employé dans nos expériences provenait des tumeurs testiculaires ou oculaires, prélevées chez des lapins inoculés depuis 17 à 40 jours. Nos expériences ont porté en tout sur 7 lapins neufs et 10 lapins vaccinés, répartis en cinq expériences faites à différentes époques.

Qu'il s'agisse des lapins neufs ou préparés, on assiste dans tous les cas, peu de temps après l'inoculation, à une opacification de l'œil. Mais, assez rapidement, le tableau change de caractère, et voici ce que l'on observe lorsqu'on suit de près l'évolution de la maladie chez les uns et les autres.

Chez les lapins cutivaccinés, 3 à 4 jours après l'inoculation, l'opacité disparaît, et l'œil reprend d'une façon définitive son aspect normal; quel-

---

[1] Séance du 22 juin 1936.

quefois on aperçoit une trace de la piqûre ou une cicatrice limitée au passage de l'aiguille.

Le tableau est tout autre chez les lapins témoins. Chez ceux-ci l'opacification du début est suivie de tuméfaction de l'iris et de sa segmentation. Les segments deviennent rouges, puis ils s'épaississent. Vers le 5-8e jour, on voit apparaître des points blanchâtres qui prennent ensuite une forme lenticulaire. Les petites tumeurs augmentent rapidement de volume, deviennent roses, puis rouges avec un réseau vasculaire apparent. De plus en plus confluentes, elles finissent, au bout de deux à trois semaines, par envahir la chambre antérieure toute entière. Parfois on assiste à la perforation de la cornée et souvent à des hémorragies.

Fait rare, dans aucune de nos expériences il n'a été constaté la moindre discordance quant aux symptômes observés : les lésions que nous venons de décrire furent identiques dans les quatorze yeux de nos sept lapins témoins, alors que, chez aucun de nos dix lapins cutivaccinés, nous ne pûmes observer dans les yeux trace d'une altération néoplasique. La netteté de ces résultats a été telle que nous nous dispensons d'entrer dans de plus amples détails.

Nous pouvons ajouter que l'immunité ainsi acquise par voie intracutanée est spécifique, solide et durable. Pour nous résumer :

L'épithélioma intracutané, qui est une tumeur à évolution bénigne, fait office d'un véritable vaccin à l'égard de l'épithélioma de l'œil, qui est une tumeur à évolution maligne.

La séance est levée à 16^h 15^m.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 13 janvier 1936.)

Note de M. *Jacques Valensi*, Ailes d'avion : pressions dans l'axe du noyau des tourbillons marginaux :

Page 114, ligne 4 à partir du bas de la page, *au lieu de* $\Gamma = \frac{\pi}{\sqrt{2}} d_1 V \sqrt{\frac{-\varpi_s}{\frac{1}{2}\rho V^2}}$, *lire* $\Gamma = \frac{\pi}{\sqrt{2}} d_1 V \sqrt{-\varpi_s}$.

Page 115, ligne 7 (3ᵉ ligne du tableau de résultat), au début de la ligne, *au lieu de* Γ, *lire* $\Gamma/10$.

(Séance du 25 mai 1936.)

Note de M. *Louis Breguet*, Sur les possibilités de vitesse et de rayon d'action des gyroplanes :

Page 1757, formule (2), *au lieu de* $\alpha_z = \frac{P}{\delta n^2 D^4}$, *lire* $\alpha_z = \frac{P}{\alpha n^2 D^4}$; formule (4), *au lieu de* $0,617 \frac{\sigma}{C_{x_0} h_0 (1 + \mu^2) D^2} \gamma^2$, *lire* $6,17 \frac{\sigma}{C_{x_0} h_0 (1 + \mu^2) D^2}$.

(Séance du 22 juin 1936.)

Note de M. *Vito Volterra*, Les équations canoniques des fluctuations biologiques :

Page 2024, formule (10), *au lieu de*

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \Phi}{\partial X_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial X_i},$$

lire

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \Phi}{\partial X'_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial X_i}.$$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1935.

EUROPE.

France.

Aix. — Académie des sciences, agriculture, arts et belles-lettres : *Rapport sur le fonctionnement du musée Arbaud; Séance publique*, S 256.
Angers. — Société d'études scientifiques : *Bulletin*, B 1314.
Arcachon. — Station biologique : *Bulletin*, U 129.
Asnières. — *La chronique médicale*, C 386.
Auxerre. — Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne : *Bulletin*, B 1558.
Avignon. — *Cahiers de pratique médico-chirurgicale*, C 3[2].
Bellevue. — Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions : *Recherches et Inventions*, B 2436.
— Id. Caisse des recherches scientifiques : *Rapport annuel.*
Besançon. — Observatoire national : *Bulletin météorologique*, O 84.
— *Annales françaises de chronométrie.*
Bordeaux. — Académie nationale des sciences, belles-lettres et arts : *Actes*, A 101.
— Société des sciences physiques et naturelles : *Mémoires*, M 528; *Procès-verbaux des séances*, P 642.
— Société linnéenne : *Actes*, B 881.
Créteil. — Ligue française de l'aliment pur : *Bulletin.*
— Œuvre des cancéreux : *Bulletin.*
La Rochelle. — Société de médecine et de chirurgie : *Bulletin*, B 1461 *bis.*
Le Mans. — Société d'agriculture, sciences et arts de la Sarthe : *Bulletin*, B 1735.
Lille. — *Information médicale (L').*
Lyon. — Muséum d'histoire naturelle : *Archives*, A 2163.
— *A travers le monde.*
Marseille. — Faculté des sciences : *Annales*, A 310.
— Musée colonial : *Annales*, A 865.
— Musée d'histoire naturelle : *Annales*, A 1082.
— Société de médecine : *Archives de médecine générale et coloniale.*
— *Journal des Observateurs*, J 607.
— *Marseille médical*, U 46.

MEUDON. — Observatoire de Paris. Section d'astrophysique : *Annales*, A 882; *Cartes synoptiques de la chromosphère solaire et Catalogue des filaments de la couche supérieure.*

MONTPELLIER. — École nationale d'agriculture : *Annales*, A 853 *bis.*

— Société des sciences médicales et biologiques : *Archives.*

MOULINS. — Société scientifique du Bourbonnais et du Centre de la France : *Revue scientifique*, R 1558.

MULHOUSE. — Société industrielle : *Bulletin*, B 1634.

NANCY. — Société de médecine : *Bulletin* (*Revue médicale de l'Est*), R 1430 et C 714.

— Société des sciences : *Mémoires*, M 558.

NOGENT-SUR-MARNE. — Institut national d'agronomie de la France d'outre-mer : *L'Agronomie coloniale*, M 908.

PARC-SAINT-MAUR. — Institut de physique du globe. Observatoire géophysique du Parc-Saint-Maur : *Résumé des observations.*

PARIS. — Académie d'agriculture de France : *Comptes rendus hebdomadaires des séances*, B 1861.

— Académie de médecine : *Bulletin*, B 894.

— Académie des sciences : *Annuaire*, I 235; *Comptes rendus hebdomadaires des séances*, C 758.

— Association amicale de géo-physiciens : *Bulletin.*

— Association amicale des anciens élèves de l'École centrale des arts et manufactures : *Annuaire*, A 1280; *Bulletin*, B 914.

— Association amicale des anciens élèves de l'École de physique et de chimie industrielle de la Ville de Paris : *Annuaire*, A 2375.

— Association amicale des élèves de l'École nationale supérieure des mines : *Annuaire*, A 1281; *Bulletin*, B 916.

— Association amicale des étudiants en pharmacie de France : *La Pharmacie française*, P 192.

— Association de documentation scientifique, industrielle et commerciale : *Bulletin* A 2283.

— Association des anatomistes : *Comptes rendus*, B 236 et C 632.

— Association technique, maritime et aéronautique : *Bulletin*, B 985.

— Automobile Club de France : *Bulletin officiel*, A 2603.

— Banque de France : *Assemblée générale des actionnaires*, B 14^2.

— Bon Marché (au) : *Assemblées générales.*

— Bureau des Longitudes : *Annuaire*, A 1370; *Connaissance des temps ou des mouvements célestes à l'usage des astronomes et des navigateurs*, C 921.

— Bureau Veritas : *Bulletin technique*, B 2504.

— Centre de documentation chimique : *Nouvelles de la chimie.*

— Centre national de documentation pédagogique. Musée pédagogique : *Bulletin.*

— Club alpin français : *Revue* (*La Montagne*), B 1919.

— Collège de France. Institut d'hydrologie et de climatologie : *Annales*, A 868^2.

— Comité permanent d'études économiques des États agricoles de l'Europe centrale et orientale : *L'Est européen agricole.*

— Commission du répertoire de bibliographie scientifique : *Bibliographie scientifique française*, B 247.
— Commission internationale pour l'exploration scientifique de la mer Méditerranée : *Rapports et procès-verbaux des réunions.*
— Compagnie d'assurances générales (vie et incendie) : *Compte rendu à l'Assemblée générale des actionnaires.*
— Compagnie des chemins de fer de Paris à Lyon et à la Méditerranée : *Rapport du Conseil d'administration*, R 61.
— Compagnie des chemins de fer du Midi : *Comptes de l'exercice; Rapport du Conseil d'administration*, R 71.
— Compagnie du chemin de fer de Paris à Orléans : *Rapports du Conseil d'administration et de la Commission de vérification des comptes*, R 57.
— Compagnie du Soleil (Société anonyme d'assurances) : *Assemblée générale des actionnaires.*
— Compagnie universelle du canal maritime de Suez : *Canal de Suez (Le)*, C 67 *bis; Assemblée générale des actionnaires.*
— Conseil d'hygiène publique et de salubrité de la Seine : *Comptes rendus des séances*, C 742.
— Conservatoire national des Arts et Métiers : *Le travail humain.*
— Crédit foncier de France : *Assemblée générale des actionnaires.*
— École normale supérieure : *Annales scientifiques*, A 1120.
— École polytechnique : *Journal*, J 895.
— Énergie électrique du nord de la France : *Assemblée générale ordinaire.*
— Établissements J.-J. Carnaud, forges de Basse-Indre : *Bulletin du laboratoire de recherches biologiques.*
— Établissements Kuhlmann : *Compte rendu de l'Assemblée générale ordinaire.*
— Fondation Thiers : *Annuaire*, A 1347.
— Institut Coué d'éducation psychique : *Bulletin trimestriel.*
— Institut de paléontologie humaine : *Archives*, A 2116[1].
— Institut de physique du globe. Station séismologique : *Bulletin séismique.*
— Id. Observatoire géophysique : *Voir* PARC-SAINT-MAUR.
— Institut des actuaires français : *Bulletin trimestriel*, B 1014.
— Institut Henri Poincaré : *Annales.*
— Institut international d'anthropologie : *Revue anthropologique*, R 1462.
— Institut océanographique : *Annales*, A 873.
— Institut Pasteur : *Annales*, A 874.
— Laboratoire de la Carnine Lefranc : *Chanteclair*, C 295.
— Ministère de la marine : *Annuaire de la Marine*, A 1355.
— Ministère de l'Instruction publique. Comité des travaux historiques et scientifiques : *Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes de Paris et des Départements*C 750.
— Ministère des colonies : *Annales de médecine et de pharmacie coloniales*, A 820.
— Ministère des travaux publics. Direction des mines : *Statistique de l'industrie minérale*, C 735 et M 917.
— Ministère du commerce. Office national de la propriété industrielle : *Bulletin*

officiel de la propriété industrielle et commerciale, C 98; *Rapport général sur la situation et les travaux*.
— Muséum national d'histoire naturelle : *Archives*, A 1085; *Bulletin*, B 2017.
— Nationale (La). Compagnie anonyme d'assurances contre l'incendie et les explosions : *Comptes rendus des opérations*.
— Id. Compagnie d'assurance-crédit et de réassurances de toute nature : *Compte rendu à l'Assemblée générale*.
— Id. Compagnie d'assurance et de réassurances de risques divers : *Compte rendu à l'Assemblée générale*.
— Observatoire de Paris : *Bulletin astronomique*, B 854.
— Id. Section d'astrophysique : *Voir* MEUDON.
— Office international d'hygiène publique : *Bulletin mensuel*, B 1042.
— Office national météorologique de France : *Bibliographie météorologique*, B 2247; *Bulletin mensuel*, B 2247; *Bulletin quotidien de renseignements*, B 2476[1]; *Bulletin quotidien d'études*, B 2475[1]; *Climatologie aéronautique; Mémorial*, M 677 *bis*.
— Office scientifique et technique des pêches maritimes : *Mémoires*, O 143 *bis*; *Revue des travaux*, O 143 *bis*[1].
— Phénix (le). Compagnie française d'assurances sur la vie : *Compte rendu à l'Assemblée générale des actionnaires*.
— Présidence du Conseil. Statistique générale de la France. Enquêtes annexes du recencement de 1931 : *Enquête industrielle*.
— Service hydrographique de la Marine : *Annales hydrographiques*, A 1103; *Annuaire des marées des côtes de France*, A 1466; *Instructions nautiques; Renseignements relatifs aux documents nautiques et à la navigation*, R 343[2]; *Tables des marées des Colonies françaises de l'Atlantique*, T 21 ; *Id. de l'Océan Indien; Id. des mers de Chine*.
— Services techniques d'hygiène de la Ville de Paris : *Annales*, A 1062.
— Société amicale de secours des anciens élèves de l'École polytechnique : *Annuaire*, A 1291 et 1550; *Bulletin*.
— Société anonyme Philips. Bureau d'études : *Bulletin technique Philips*.
— Société astronomique de France : *L'astronomie*, A 2471.
— Société bibliographique : *Polybiblion, revue bibliographique universelle*, P 345 *bis*.
— Société botanique de France : *Liste des Membres*.
— Société centrale d'aquiculture et de pêche : *Bulletin*, B 1193.
— Société chimique de France : *Bulletin (Documentation, Mémoires)*, B 1180.
— Société de biologie : *Comptes rendus des séances*, C 675.
— Société de géographie : *La Géographie*, G 233.
— Société de médecine de Paris : *Bulletins et Mémoires*, B 1462 *bis*.
— Société de médecine publique : *Voir* Syndicat des médecins hygiénistes français.
— Société d'encouragement pour l'industrie nationale : *Bulletin*, B 1296.
— Société des anciens élèves des Écoles nationales d'arts et métiers : *Arts et métiers*, B 2506.
— Société de secours des amis des sciences : *Annuaire*, C 679.
— Société des ingénieurs civils de France : *Annuaire*, A 1403; *Mémoires et Comptes rendus des travaux*, M 583; *Procès-verbaux des séances*, P 631.

— *Génie civil (Le)*, G 205.
— *Journal d'agriculture pratique et Journal de l'agriculture*, M 90.
— *Journal de chimie physique*, J 368.
— *Journal de mathématiques pures et appliquées*, J 467.
— *Journal de médecine et de chirurgie pratiques*, J 484.
— *Journal de pharmacie et de chimie*, B 1787.
— *Locomotion (La) moderne.*
— *Mémorial de l'artillerie française*, M 677 *bis*.
— *Missions.*
— **Moniteur (Le) de la presse.**
— *Nature (La)*, N 52.
— *Progrès (Le) médical*, P 684.
— *Revue de pathologie comparée et d'hygiène générale*, R 1166.
— *Revue des combustibles liquides*, R 1214.
— *Revue des roulements à billes*, R 1256[1].
— *Revue des spécialités*, R 1272.
— *Revue de viticulture*, R 1197.
— **Revue d'immunologie.**
— *Revue du nickel.*
— *Revue générale de l'électricité*, L 183.
— *Revue générale des sciences pures et appliquées*, R 1362.
— *Revue internationale des tabacs*, R 1411[1].
— *Revue maritime*, R 1025.
— *Revue scientifique illustrée* (Revue rose), R 1216.
— *Revue thérapeutique des alcaloïdes*, R 1577.
— *Technique (La) moderne*, T 50.

ROUEN. — Société des amis des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1527.
— Société industrielle : *Bulletin*, B 1636.

SAINT-ÉTIENNE. — *Revue de l'industrie minérale*, R 1123.

STRASBOURG. — Union géodésique et géophysique internationale. Association de géodésie : *Travaux.*
— Id. Association de météorologie : *Procès-verbaux des séances de la* 5e *Assemblée générale à Lisbonne.*
— Id. Commission pour l'étude des raz de marée : *Annales.*
— Id. Section de séismologie. Bureau central séismologique international : *Publications*, P 839.
— Université. Institut de physique du globe : *Annuaire*, U 139.
— Id. Service de la Carte géologique d'Alsace et de Lorraine : *Bulletin*, A 63; *Carte géologique de la France; Mémoires*, A 63.

TALENCE. — Observatoire : *Bulletin*, B 1032.

TOULON. — Association française des radiotelluristes, sourciers, puisatiers : *Radiotellurie.*
— *Côte d'Azur (La) médicale*, C 1049[1].

TOULOUSE. — Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres : *Mémoires*, H 74.
— Observatoire astronomique et météorologique : *Annales*, A 891.

VITTEL. — *Annales médicales.*

Allemagne.

BERLIN. — Preussische Akademie der Wissenschaften : *Abhandlungen*, M 944; *Sitzungsberichte*, B 192.

— Preussische geologische Landesanstalt : *Verzeichnis der Veröffentlichungen.*

— Reichsamt für Wetterdienst : *Die Verteilung der Niederschläge in Deutschland.*

— *Forschungen und Fortschritte*, F 101[1].

DRESDE. — **Photographie und Forschung.**

GÖTTINGEN. — Gesellschaft der Wissenschaften. Mathematisch-Physische Klasse : *Nachrichten*, N 5.

HALLE. — Kaiserlich Leopoldinische Carolinische deutsche Akademie der Naturforscher : *Nova Acta Leopoldina*, L 67.

HAMBURG. — *Bulletin des archives d'économie mondiale.*

LEIPZIG. — Sächsische Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-Physische Klasse : *Abhandlungen*, A 44; *Berichte über die Verhandlungen*, B 185.

POTSDAM. — Astrophysikalische Observatorium : *Publikationen*, P 815.

Autriche.

WIEN. — Akademie der Wissenschaften : *Sitzungsberichte*, S 358.

— Gesellschaft für Meteorologie : *Bioklimatische Beiblätter der Meteorologischen Zeitschrift; Meteorologische Zeitschrift*, Z 38.

Belgique.

ANTWERPEN (ANVERS). — Wetenschap en natuurliefhebberij : *Weetlust.*

BRUXELLES. — Académie royale de Belgique. Classe des sciences : *Bulletin*, B 895; *Mémoires*, M 450.

— Académie royale de médecine de Belgique : *Bulletin*, B 899; *Mémoires*, M 440.

— Chambre de commerce française de Bruxelles : *Bulletin mensuel.*

— Conseil de Recherches métapsychiques : *Bulletin.*

— Institut international de chimie Solvay : *Rapports et discussions du 5e Conseil de chimie.*

— Institut international de physique Solvay : *Rapports et discussions du 7e Congrès de physique.*

— Ministère de l'Agriculture : *Bulletin du Jardin botanique de l'État*, B 1995.

— Musée royal d'histoire naturelle de Belgique : *Bulletin*, B 2016; *Mémoires*, M 576.

— Société belge de géologie : *Bulletin*, B 1178.

— Université : *Recueil de l'Institut zoologique Torley-Rousseau*, R 208[1].

LIÉGE. — Société géologique de Belgique : *Annales*, A 980; *Bulletin; Publications elatives au Congo belge et aux régions voisines* (*Annexe des Annales*).

— Société royale des sciences : *Bulletin.*

— Université. Institut de botanique : *Archives*, A 2116.

LOUVAIN. — Société scientifique de Bruxelles : *Annales*, A 1101 ; *Revue des questions scientifiques*, R 1252.

TERVUEREN. — Bureau de documentation ethnographique : *Publications.*

— Musée du Congo belge : *Annales*, A 1083.

UCCLE. — Observatoire royal de Belgique : *Annuaire*, A 1315 ; *Bulletin astronomique; Bulletin séismique*, B 2490.

Danemark.

KOBENHAVN (COPENHAGUE). — Danmarks Geodaetisk Institut : *Bulletin of the Seismological Station; Meddetelse; Mémoires.*

— Kgl. Danske Videnskabernes-Selskabs (Académie royale des sciences et des lettres) : *Biologiske Meddelelser*, K 58[1]; *Skrifter (Mémoires)*, S 372.

— Kommissionen for Videnskabelige Undersøgelser i Grønland : *Meddelelser om Grønland*, M 191.

— *Danish Ingolf Expedition.*

Espagne.

BARCELONA. — Academia de ciencias y artes : *Boletin*, B 434 ; *Memorias*, M 693 ; *Nomina del Personal academic.*

— Congrès géologique international : *Bibliographie générale; Géologie de la Méditerranée occidentale.*

MADRID. — Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales : *Anuario*, A 1897 ; *Boletin; Revista*, R 755.

— Consejo oceanografico Ibero-Americano - Primera Conferencia oceanografica : *Circular.*

— Direccion general de Aeronautica. Servicio meteorologico español : *Resumen de las observaciones aerologicas.*

— Observatorio astronomico : *Anuario*, A 1908 ; *Boletin astronomico.*

— Sociedad española de historia natural : *Boletin*, A 691 ; *Memorias; Revista española de biologia*, B 471.

— Sociedad geografica nacional : *Boletin*, B 460.

— Université. Laboratoire de recherches biologiques (Institut Cajal) : *Travaux* (suite de la *Revista trimestral micrografica*), R 929.

SAN FERNANDO. — Instituto y Observatorio de Marina : *Almanaque nautico*, A 555 ; *Carta fotografica del cielo.*

Esthonie.

TARTU (DORPAT). — Université : *Acta et Commentationes*, A 118. *Programme des cours et travaux pratiques*, V 141.

Finlande.

ABO. — Academiae Aboensis : *Acta*, A 111[1].

HELSINKI (HELSINGFORS). — Academia scientiarum fennica (Suomalainen tiedeakatemia) : *Annales (Toimituksia)*, S 750; *F F (Folklore Fellows) Communications*, F 0[1].

— Id. Geophysikalische Observatorium : *Veröffentlichungen.*

— Commission géodésique baltique (Baltische geodätische Kommission) : *Comptes rendus de la 7e Séance; Sonderveröffentlichung.*

— Commission géologique de Finlande (Suomen geologinen Toimikunta) : *Bulletin*, B 1903 *bis.*

— Merentutkimuslaitoksen julkaisu havsforskningsinstitutets (Institut thalassologique) : *Skrifter*, M 735[1].

— Societas scientiarum fennica : *Årsbok-Vuosikirja*, S 395[1]; *Bidrag till Kännedom af Finlands natur och folk*, B 318; *Commentationes biologicæ; Commentationes physico-mathematicæ*, C 573 *bis.*

— Suomen geodeettisen laitoksen (Institut géodésique finlandais) : *Julkaisuja (Publications)*, S 751.

— Valtion Maatalouskoetoiminnen (Station d'état d'expériences agricoles) : *Julkaisuja (Publications).*

SODANKYLÄ. — Finnische Akademie der Wissenschaften. Magnetische Observatorium : *Veröffentlichungen.*

Grande-Bretagne et Irlande.

BELFAST. — Ulster Medical Society : *Ulster medical Journal.*

CAMBRIDGE. — Observatory : *Annual Report of the Observatory Syndicate*, C 48.

— Philosophical Society : *Biological Reviews*, P 536[1]; *Proceedings*, P 536.

CULLERCOATS. — Armstrong College. Dove Marine Laboratory : *Report*, D 247.

DUBLIN. — Royal Dublin Society : *Economic (The) Proceedings*, E 113; *Scientific Proceedings*, J 845.

— Royal Irish Academy : *Proceedings*, P 600.

EDINBURGH. — Geological Society : *Transactions*, T 306.

— Royal Observatory : *Annual Report of the Astronomer Royal for Scotland*, A 1665.

— Royal Society : *Proceedings*, P 602; *Transactions*, T 402.

HARPENDEN. — Rothamsted Experimental Station : *Report; Rothamsted Memoirs*, R 1713 *bis.*

LONDON. — British Astronomical Association : *Journal*, J 798; *Memoirs*, M 610.

— British Association for the advancement of Science : *Report of the Annual Meeting*, R 480.

— Chemical Society : *Journal*, M 601; *Proceedings*, A 73.

— Colonial Office. Discovery Committee : *Discovery Reports.*

— Geological Society : *Geological Literature*, G 244; *Quarterly Journal*, Q 11.

— Institution of Civil Engineers : *Journal*; *Minutes of Proceedings*, M 943; *Selected Engineering Papers*, I 271[2]; *Sessional Notices*.
— Institution of Mechanical Engineers : *Proceedings*, P 560.
— Iron and Steel Institute : *Circular*.
— Mathematical Society : *Proceedings*, P 569.
— Meteorological Office : *Annual Report of the Director; Averages of Bright Sunshine for the British Isles; Geophysical Memoirs*, M 783; *Meteorological Observations made in British Colonies and Protectorates; Monthly Weather Report*, M 781; *Notes on the Meteorological Observations made in British Colonies and Protectorates; Observatories Year Book*, O 100[1]; *Professional Notes*, M 784.
— Id. Southport auxiliary Observatory : *Annual Report and Results of Meteorological Observations*, B 671.
— Royal Aeronautical Society : *Journal*, J 840[1].
— Royal Astronomical Society : *Geophysical Supplement*, M 1256; *Monthly Notices*, M 1256.
— Royal Geographical Society : *Geographical Journal*, C 231.
— Royal Institution of Great Britain : *Proceedings*, N 258; *Record*, R 196[1].
— Royal Microscopical Society : *Journal*, T 361.
— Royal Society : *Philosophical Transactions*, P 225; *Proceedings*, A 72; *Year Book*, Y 20.
— Royal Society of Medicine : *Proceedings*, P 603.
— Stationery Office : *The Nautical Almanac*, N 73.
— *The Birth Control News*.
— *Nature*, N 51.
— *World's Press News*.

Sidmouth. — Norman Lockyer Observatory : *Council's Report and Accounts; Director's Annual Report*, N 203[2]; *Handbook*.

Teddington. — National Physical Laboratory : *Collected Researches*, N 25; *Report for the Year*, N 26.

Grèce.

Athènes. — Académie d'Athènes : *Praktica*.
— Université. Institut et Musée zoologique : **Acta**.
— *Revue des sciences économiques et financières*.

Hongrie.

Budapest. — Hungarian Astronomical Observatory : **Astronomical Circular.**
— Hungarian National Observatory (Asztrofizikai Obszervatorium) : *Publications astronomiques* (*Csillagaszati ertekezesei*), P 869 *ter*[1].
— Instituti Regii hungarici geologici : *Annales; Relationes annuae*, J 131.
— *Nouvelles danubiennes*.
— *Pesti Hirlap*.

Islande.

REYKJAVIK. — Societas scienciarum islandica (Visindafelag islendinga) : **Greinar :** *Publications.*

Italie.

BOLOGNA. — Societa italiana di fisica : *Il nuovo cimento*, G 348.

— *Spedizione italiana de Filipi nell Himalaia, Caracorum e Turchestan cinese.* Serie I. *Geodesia e geofisica.*

CATANIA. — Reale Osservatorio astrofisico : *Attività dell' Osservatorio; Attività del Sole (L'); Catalogo astrofotografico internazionale; Contributi astrofisici.*

CITTA DEL VATICANO. — Pontificia Academia scientiarum novi Lyncæi : *Acta; Annuario Memorie*, M 708; *Scientiarum nuncius radiophonicus.*

— Specola astronomica Vaticana : *Pubblicazioni*, P 789.

MILANO. — Istituto nazionale Vittorio Emanuele III per la Studio e la Cura del Cancro : *Tumori*, T 569.

— Reale Istituto lombardo di Scienze e Lettere : *Rendiconti*, R 175.

— *Scientia* R 1665.

NAPOLI. — Societa italiana di Biologia sperimentale : *Bollettino*, B 618[1].

— Societa italiana di Medicina costituzionalista : *La Critica sanitaria.*

PADOVA. — R. Universita : *Rendiconti del Seminario matematico.*

PALERMO. — Circolo matematico : *Rendiconti*, R 329.

PARMA. — Ministero dei lavori pubblici. Circolo superiore d'ispezione per il Po : *Bollettino annuale*, B 563 *bis*[1].

— Id. Servizio idrografico. Ufficio idrografico del Po. Sezione di Parma : *Annali idrologici*, U 81[1]; *Pubblicazioni.*

PISA. — Reale Scuola d'Ingegneria : *Pubblicazioni*, R 177 *bis*[1].

REGGIO CALABRIA. — R. Stazione sperimentale per l'industria delle essenze e dei derivati dagli agrumi : *Bollettino ufficiale*, B 659[1].

ROMA. — Consiglio nazionale delle Ricerche : *Bibliografia Italiana*, B 226 *bis*; *La ricerca scientifica.*

— Ente nazionale per la Industrie turistiche : *Bulletin du tourisme; Cours de culture pour étrangers et nationaux en Italie; Italie voyages; Statistica del turismo (Bollettino mensile).*

— Id. Servizio meteorologico dei Luoghi di cura, soggiorno e turismo : *Bollettino mensile.*

— Institut international d'agriculture : **Mesure de protection agricole;** *Revue internationale d'agriculture*, B 1902.

— Ministero dell' aeronautica. Direzione generale dei servizi del materiali e degli aeroporti. Ufficio presagi : *Annali*, A 1140[1]; *Sondaggi aerologici ed osservazioni delle nubi.*

— Ministero dell' agricoltura e delle foreste : *Nuovi annali dell' agricoltura*, A 1131.

— Id. Fondazione per la sperimentazione agraria : *Annali delle sperimentazione agraria.*

— Id. Ufficio centrale de meteorologia e geofisica : *Annali*, A 1140; *Memorie*, M 702[2].
— Reale Accademia nazionale dei Lincei : *Atti*, A 2546; *Memorie*, A 2546.
— R. Osservatorio astronomico : *Calendario; Contributi scientifici.*
SIENA. — R. Accademia dei Fisiocritici. Seziona medico-fisica : *Atti*, A 2535.
TORINO. — Academia pro Interlingua : *Schola et Vita.*
— Ministero dei lavori pubblici. Servizio idrografico. Ufficio idrografico del Po. Sezione di Torino : *Annali idrologici*, U 8[1].
— Reale Accademia delle Scienze : *Atti*, A 2547.
VENEZIA. — R. Comitato talassografico italiano : *Memorie*, S 394[1] et R 173[2].
— Reale Istituto veneto di scienze lettere ed arti : *Atti*, A 2571.

Latvie.

RIGA. — Latvijas Biologijas Biedrîbas (Société de biologie de Lettonie) : *Raksti* (*Bulletin*).
— Universität. Inženierzinàtnu Fakultàtes Serija : *Raksti.*
— Id. Kimijas Fakultàtes Serija : *Raksti.*
— Id. Lauksaimniecibas Fakultàtes Serija : *Raksti.*
— Id. Matèmatikas un dabas zinàtnu Fakultàtes Serija : *Raksti.*
— Id. Mechanikas Fakultàtes Serija : *Raksti.*
— Id. Medicinas Fakultàtes Serija : *Raksti.*
— Id. Veterinàrmedicines Fakultàtes Serija : *Raksti.*

Lithuanie.

DOTNUVA. — Zemès Ukio akademijos Leidinys (Académie agricole) : *Metrăstis.*

Luxembourg.

LUXEMBOURG. — Institut grand-ducal : *Archives*, S 484.

Monaco.

MONACO. — Bureau hydrographique international : *Annuaire*, A 1493[1]; *Revue hydrographique.*
— Institut océanographique : *Bulletin*, B 2015.

Norvège.

BERGEN. — Chr. Michelsens Institutt for Videntskap of Åndsfrihet : *Beretninger.*
— Museum : *Årsberetning*, B 118; *Årbok*, B 118; *Skrifter*, B 119.
— Norske Institutt for Kosmisk fysikk : *Publikasjoner.*
OSLO. — Fridtjof Nansen fund for the Advancement of Science. The Norwegian north Polar Expedition 1893-1896 : *Scientific Result.*

— Norske videnskaps-Akademi : *Astrophysica norvegia; Geofysiske Publikasjoner*, G 221 *bis*; *Scientific Results of the norwegian antartic expedition.*
— Norwegische Meteorologische Institut : *Jahrbuch*, N 214.

Pays-Bas.

AMSTERDAM. — Koninklijke Akademie van Wetenschappen : *Proceedings of the Section of Sciences*, K 81; *Verhandelingen*, V 25.
— Nederlandsche botanische Vereeniging : *Nederlandsch Kruidkundig Archief*, N 92; *Recueil des travaux botaniques néerlandais*, N 92.
— University. Astronomical Institute : *Publications*, P 848 *bis.*

DE BILT. — Koninklijk nederlandsch meteorologisch Instituut : *Ergebnisse aerologischer Beobachtungen; Jaarboek* (*Annuaire*), M 816; *Overzicht der meteorologische Waarnemingen, verricht op de meteorologische Stations in Nederlandsch West-Indië; Seismeische registrierungen in De Bilt*, S 272.

HAARLEN. — Musée Teyler : *Archives*, A 2162.
— Société hollandaise des sciences : *Archives néerlandaises de phonétique expérimentale; Archives néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux*, A 2185; *Archives néerlandaises de zoologie.*

LEIDEN. — University. Kamerlingh Onnes Laboratory : *Communications*, C 616.
— **Chronica Botanica.**

ROTTERDAM. — Passenger Department of the Rotterdam Lloyd Royal Dutch Mail : *Lloyd Mail.*

S GRAVENHAGE. — *Flora batava Afbeelding en Beschrijving der nederlandsche gewassen.*
— *Physica.*

UTRECHT. — Rijks Universiteit. Physiologisch Laboratorium : *Onderzoekingen.*

Pologne.

KRAKOV (CRACOVIE). — Polska Akademja Umiejetnosci (Académie polonaise des sciences et des lettres) : *Sprawozdania* (*Rapports*), S 569¹; **Starunia.**
— Id. Classe des sciences mathématiques et naturelles : *Bulletin international*, B 2196; *Comptes rendus mensuels des séances; Rozprawy* (*Mémoires*), R 1741.
— Id. Comité des publications silésiennes : **Travaux géologiques.**
— Id. Komisji geograficznej (Commission géographique) : *Prace* (*Travaux*).
— Polskiego Towarzystwa geologicznego (Société géologique de Pologne) : *Rocznik* (*Annales*), R 1704².

LWOW. — Société polonaise des naturalistes « Kopernik » : *Kosmos*, K 89¹.
— Uniwersytet Jana Kazimierza : *Sklad Uniwersytetu* (*organisation*); *Spiswykladow* (*programme des cours*).
— Uniwersytet Jana Kazimierza. Instytut geofizijki i meteorologji : *Komunikaty*, I 237¹.
— *Studia mathematica.*

POZNAN. — Universität Institut für Bodenkunde (Wydzialu gleboznawczego Instytut) : *Abhanlungen* (*Prace*).

PULAWY. — Institut national polonais d'économie rurale (Panstwowego Instytut naukowego gospodarstwa wiejskiego : *Mémoires* (*Pamietnik*), P 27[1].

WARSZAWA (VARSOVIE). — Akademji nauk technicznych (Académie des sciences techniques) : **Annales** (*Rocznik*).

— Institut Nencki de biologie expérimentale : *Acta biologica experimentalis*.

— Panstwowy Instytut Meteorologiczny (Institut météorologique de Pologne) : *Bibljografja* (*Bibliographie des fonctionnaires et anciens collaborateurs*); *Prace* (*Mémorial*); *Rocznik* (*Annuaire*); *Wiadomosci meteorologiczne i Hydrograficzne* (*Bulletin météorologique et hydrographique*).

— Polskiego towarzystwa fizycznego (Société polonaise de physique) : *Acta physica polonica*.

— Societas botanicorum Poloniæ : *Acta*, A 134[1].

— Towarzystwa Naukowego Warszawskiego (Société des sciences et des lettres) : *Annuaire* (*Rocznik*), R 1704[1]; *Comptes rendus des séances* (*Sprawozdania*), C 671.

— Warsaw University. Astronomical Observatory : *Circulars; Publications*, P 849[1].

Portugal.

COIMBRA. — **Noticias farmacêuticas.**

LISBOA. — Academia das Ciências : *Boletim*, B 392.

— Universidade. Museu e Laboratorio mineralogico e geologico : *Boletim*.

Roumanie.

BUCURESTI (BUCAREST). — Institut expérimental roumain pour la culture et la fermentation du tabac : *Bulletin* (Buletinul cultivárei si fermentărei Tutunului).

— Institut national zootechnique de Roumanie : *Annales*.

— Societatii Române de fizica : *Buletinul*.

— Société médicale des hôpitaux : *Bulletins et Mémoires*, B 2170.

— **Revue de sensibilisation et d'immuno-biologie clinique.**

CLUJ. — *Mathematica*.

JASSY. — Université : *Annales scientifiques*, A 1121.

Russie.

DNJEPROPETROWSK (KATERIJNOSLAV). — Volkskomisseriat für Volksbildung. Sektion der Wissenschaft. Ukrainisches Institut für Physikalische Chemie Dnjepropetrowsk : *Berichte*.

KHARKOW. — Institut de Médecine : **Annales.**

— Institut de Médecine expérimentale de l'Ukraine : *La médecine expérimentale*.

— Université : *Communications de la Société mathématique de Kharkow et de l'Institut des sciences mathématiques de l'Ukraine*, C 615.
— *Journal chimique de l'Ukraine*, O 265[2].

LENINGRAD. — Académie des sciences : *Bulletin*, B 2485; *Comptes rendus* (*Doklady*), C 628; *Priroda* (*La Nature*).
— Id. Commission pour les recherches du soleil : *Bulletin*.
— Id. Institut de Botanique : *Botanique soviétique*; *Travaux*.
— Id. Institut de génétique : *Travaux*.
— Id. Institut de géographie physique : *Travaux*.
— Id. Institut d'histoire des sciences et technologie : *Archives; Mémoires; Transactions; Travaux*.
— Id. Institut géomorphologique : *Problèmes de géographie physique*.
— Id. Institut paléozoologique : *Travaux*.
— Id. Institut physico-mathématique Stekloff : *Travaux*.
— Id. Institut séismologique : *Publications*.
— Id. Institut zoologique : *Faune de l'U. R. S. S.; Magasin de parasitologie*.
— Id. Laboratoire biogéochimique : *Travaux*.
— Id. Laboratoire de morphologie évolutive : *Travaux*.
— Institut de médecine expérimentale : *Archives des sciences biologiques*, A 2157.
— Institut du platine et des autres métaux précieux : *Annales*.
— Scientific Research Sector of the People's Commissariat of Heavy Industry : **Technical Physics of the U. S. S. R.**
— Société de mécanique : *Applied Mathematics and Mechanics*.
— Supreme council of National Economy. Superior geodetic Survey. State Research Institute of Geodesy and Cartography : *Working Ephemerides*.
— Université d'État : *Annales*.
— Id. Bibliothèque scientifique : *Exchange Catalogue*.

MOSKVA (MOSCOU). — Congrès international de Géologie : *Circulaire*.
— Institut agraire international : *Agrar Probleme*.
— Université d'État : *Wissenschaftliche Berichte*.
— Id. Laboratoire de Microbiologie : *Microbiologie*.
— *Problems of Soviet Geology*.
— *Revue zoologique russe*, R 1612[1].

TASKENT. — *Science et technique socialistes*.

TOMCK. — Sibirische physicalish-technische Institut : *Travaux*.
— Id. Première Conférence de physique de la Sibérie occidentale : *Travaux*.

Suède.

LUND. — Universitet : *Årsskrift ny följd*, A 141.

STOCKHOLM. — K. Svenska Vetenskaps Akademiens : *Arsbok*, K 67; *Handlingar*, S 775; *Skrifter i naturskyddsärenden*, K 67[1].
— Observatorium : *Astronomiska iakttagelser och undersökningar*, A 2490.
— Statens meteorologisk hydrografiska anstalt : *Årbsbok*, S 590[1]; *Meddelanden*, M 174.

— Sveriges geologiska undersökning : *Årsberättelse; Årsbok*, S 776 *bis; Kartblad.*

UPPSALA. — Regiæ Societatis Scientarum Uppsaliensis : *Nova acta*, A 125.

— Université. Geological Institution : *Bulletin*, B 2364.

— Université. Observatoire météorologique : *Bulletin mensuel*, B 2318.

— *Acta mathematica*, A 126.

Suisse.

BALE. — Société de chimie helvétique : *Helvetica chimica acta*, H 52.

BERNE. — Bibliothèque nationale suisse : *Rapport*, B 309[1].

GENÈVE. — Observatoire : *Publications*, O 29.

— Société astronomique Flammarion : *Bulletin*, B 1171[1].

— Société de physique et d'histoire naturelle : *Comptes rendus des séances*, C 665; *Mémoires*, M 511.

— *Archives des sciences physiques et naturelles*, B 313.

LAUSANNE. — Institut international de mécanoculture : *Le courrier de l'I. M. C.*

— Société helvétique des sciences naturelles : *Mémoires*, D 37.

— Id. Commission géologique : *Matériaux pour la carte géologique de la Suisse.*

— Société vaudoise des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1862; *Mémoires*, M 558[1].

ZURICH. — Eidgenössiche Sternwarte : *Astronomische Mitteilungen*, M 1066; *Publikationen.*

— Id. International astronomical Union : *Bulletin for character figures of solar phenomena.*

— Schweizerische meteorologische Zentral-Anstalt : *Annalen*, S 165.

Tchécoslovaquie.

BRNO. — Écoles des hautes études vétérinaires (Vysoká Škola zvěrolékařské) : *Publications biologiques* (*Biologicke Spisy*), P 821[1].

— École supérieure d'agronomie (Vysoká Škola zemédelské) : *Bulletin* (*Sbornik*), B 989[2].

— Université Masaryk. Faculté des sciences : *Publications* (*Spisy*), S 558; *Zpravy Komise.*

PRAHA (PRAGUE). — Ceská Akademie Ved a Umeni (Académie tchèque des sciences et des arts). Classe des sciences mathématiques, naturelles et médicales : *Bulletin international*, B 2197.

— Institut géophysique national (Stalni Ustav geofysikálni). Station séismologique : *Bulletin séismique.*

— Jednoty ceskoslovenskijch matematiků a fysiků (Association tchécoslovaque de mathématique et de physique) : *Casopis pro pěstovani matematiky fisikay*, C 89; *Comptes rendus du 2e Congrès des Mathématiciens slaves.*

— Královské české společnosti nauk za rok (Société royale des lettres et des sciences de Bohème) : *Vyročni zprava (Compte rendu annuel).*

— Id. Classe des sciences : *Vestnik* (*Mémoire*).

— Observatoire national (Státni) Hvězdárny : *Annuaire astronomique* (*Hvězdářska Ročenka*), H 142.

Turquie.

Istamboul. — Université. Faculté des sciences : **Revue.**

Yougoslavie.

Beograd (Belgrade). — Académie royale serbe des sciences et des arts : *Archives; Comptes rendus; Éditions spéciales.*

ASIE.

Chine.

Hong-Kong. — Royal Observatory : *Magnetic results.*
Nanking. — Academia Sinica. Metropolitan Museum of Natural History, puis National Research Institute of Biology : *Sinensia.*
— Science Society of China : *Contribution from the biological Laboratory.*
Peiping (Peking). — Chinese chemical Society : *Journal.*
— Geological Society of China : *Bulletin*, B 2365[1].
— National Academy. Geological Survey of China : *Geological Bulletin*, B 2366 *bis*; *Geological Memoirs*, M 617; *Paleontologia sinica*, P 16 *bis*; *Publication List.*
— Id. Institute of Physiology : *Contributions.*
— National Tsing Hua University : *Science Reports.*
Shanghaï. — Chinese physical Society : **Chinese Journal of Physics.**
— Science Institute : *Journal (Studies from the Department of Biology).*
Zô-sé. — Observatoire astronomique : *Annales*, A 881.

États du Levant sous mandat français.

Beyrouth. — Service central météorologique : *Bulletin mensuel.*

Indes anglaises.

Allahabad. — Indian Mathematical Society : *Journal*, J 818; *The Mathematics Student.*
Bombay. — Government Observatories : *Magnetic Meteorological and Seismographic Observations*, M 60.
Calcutta. — Geological Survey of India : *Memoirs*, M 620; *Records*, R 193.
— Indian Chemical Society : *Journal*, J 817[1].
— Indian Museum : *Records*, R 196.
Ceylon. — *Ceylon Journal of Science*, C 198[1].
Delhi. — Indian Mines : *Act : Annual Report of the Chief Inspector of Mines of India.*
Kodaikanal. — Observatory : *Bulletin; Report.*

Indochine.

CAUDA. — Institut océanographique de l'Indochine. Station maritime de Cauda : *Notes*, S 317[1].

HANOÏ. — Conseil de recherches scientifiques de l'Indochine : *Comptes rendus des séances*.

— Direction des affaires économiques et administratives. Bureau de la Statistique générale de l'Indochine : *Annuaire statistique de l'Indochine*.

— *Bulletin économique de l'Indochine*, B 2153.

PHU LIEN. — Observatoire central. Service météorologique de l'Indochine : *Annales*; *Observations météorologiques faites par les navires en mer.*

SAÏGON. — Société des études indochinoises : *Bulletin*.

Japon.

FUKUOKA. — Kyushu Imperial University : *Memoirs of the Faculty of Engineering*, M 614.

HIROSHIMA. — University : *Journal of Science*.

KEIJO. — Imperial University. Medical Faculty : *The Keijo Journal of medicine*.

KYOTO. — Imperial University : *Acta scholæ medicinalis*, A 134.

— Imperial University. College of Agriculture : *Memoirs*, M 613[1].

— Imperial University. College of Engineering : *Memoirs*, M 615.

— Imperial University. College of Science : *Memoirs*, M 615.

MIZUSAWA. — *Results of the International Latitude Service*.

NAGOYA. — University (Nagoya Ikwa-Daigaku) : *Nagoya Journal of Medical Science*, N 8[1].

OSAKA. — Imperial University. Faculty of Science : **Collected Papers.**

RYOJUN. — College of Engineering : *Memoirs*, M 641[1].

SAPPORO. — Hokkaido Imperial University : *Calendar*.

— Id. Faculty of Engineering : *Memoirs*, M 616[2].

— Hokkaido Imperial University. Faculty of Science : *Journal*.

SENDAI. — Saito Gratitude Foundation (Saito-Ho-On-Kai) : *Annual Report of the Work*, A 1814[1].

— Tôhoku Imperial University : *Science reports*, S 215 *bis*; *Technology reports*, T 59; *Tôhoku Mathematical Journal*, T 180.

— Id. Anatomisches Institut : *Arbeiten*, A 1949.

— Id. Pathologische Institut : *Mitteilungen über allgemeine Pathologie und pathologische Anatomie*, M 1065[1].

TAIHOKU. — Imperial University. Faculty of Science and Agriculture : *Memoirs*.

TOKYO. — Agricultural chemical Society of Japan : *Journal*.

— Association franco-japonaise des amis de l'Athénée : *L'Athénée*.

— Astronomical Society of Japan : *Observations of Variables Stars*.

— Chemical Society of Japan : *Bulletin*, B 2355[1].

— Imperial Academy : *Proceedings*, P 554[1].

— Imperial University. Aeronautical Research Institute : *Report*, R 425[1].
— Imperial University. Astronomical Observatory : *Annals*, A 880; *Astronomical Bulletin.*
— Imperial University. Earthquake Research Institute : *Bulletin*, B 2360[1]; *Seismometrical Report.*
— Imperial University. Faculty of Engineering : *Journal*, J 810[1].
— Imperial University. Faculty of Science : *Journal*, M 642 et J 810[2].
— Imperial University. Government Institute for Infectious Diseases : *Japanese Journal of Experimental Medicine.*
— Institute of Physical and Chemical Research : *Bulletin*, B 2377[1]; *Scientific Papers*, S 229.
— Iwata Institute of Plant Biochemistry : *Acta phytochimica*, A 131.
— National Research Council of Japan : *Japanese Journal of Astronomy and Geophysics*, J 245; *Japanese Journal of Botany*, J 245 *bis*; *Japanese Journal of Engineering* J 245 *ter*[1]; *Japanese Journal of Mathematics; Japanese Journal of Medical Sciences*, J 245 *quater; Japanese Journal of Physics*, J 245 *quinter; Report.*
— National Research Council of Japan. Radio Research Committee : *Reports of Radio Researches in Japan.*
— Physico-mathematical Society of Japan : *Proceedings*, T 184.
— Society of Chemical Industry : *Journal*, J 853[1].
— Society of Mechanical Engineers : *Journal; Transactions.*
— University of Litterature and Science (Tokio Bunrika Daigaku) : *Science Reports.*
— Waseda University. Faculty of Science and Engineering : *Report of the first scientific Expedition to Mandchoukuo.*
— *What is Nippon Kokutai.*

Syrie.

Ksara. — Observatoire : *Annales*, A 885[1].

AFRIQUE.

Afrique Occidentale française.

Dakar. — Comité d'Études historiques et scientifiques de l'A. O. F. : *Bulletin.*
Gorée. — Service météorologique de l'A. O. F. : *Bulletin.*

Algérie.

Alger. — Institut Pasteur d'Algérie : *Archives*, A 2116[3].
— Observatoire : *Catalogue fondamental de 872 étoiles.*

British East African.

Nairobi. — Meteorological Service : *Annual Report; Bulletins of Daily Rainfall in Kenya Colony; Summary of Rainfall in Kenya Colony; in Northern Rhodesia; in Tanganyika Territory; in Uganda Protectorat.*

British West African.

LAGOS. — Geological Survey of Nigeria : *Annual Report; Bulletin*, G 253.
— Survey Department : *Meteorological Observations in Nigeria during the Pola Year* 1932-1933.

Égypte.

CAIRO. — Egyptian University. Faculty of Sciences : *Bulletin.*
— Institut d'Égypte : *Bulletin*, B 1016; *Catalogue des publications; Mémoires*, M 590.
— Ministry of Agriculture. Technical and Scientific Service : *Bulletin.*
— Royal agricultural Society. Chemical Section : *Bulletin.*
— Id. Technical Section : *Bulletin.*

Madagascar.

TANANARIVE. — Académie Malgache : *Bulletin*, B 2510; *Catalogue des plantes de Madagascar.*
— Gouvernement général de Madagascar et dépendances : *Bulletin économique mensuel*, B 2154; *Carte géologique de reconnaissance; Revue de Madagascar*, B 1977.
— Gouvernement général de Madagascar et dépendances. Service des Mines : *Annales géologiques.*
— Service météorologique de Madagascar : *Observations climatologiques; Observations météorologiques; Publications.*
— Id. et Observatoire géophysique : *Bulletin annuel.*

Maurice (Ile).

PORT-LOUIS. — Royal Alfred Observatory : *Annual Report; Results of Magnetical and Meteorological Observations*, M 771.

Tunisie.

SALAMMBO. — Direction des Travaux publics. Station océanographique de Salammbo : *Bulletin*, S 594[3]; *Notes*, S 594[3].
TUNIS. — Institut Pasteur de Tunis : *Archives*, A 2117.

Union of South Africa.

CAPETOWN. — Royal Observatory Cape of Good Hope : *Annals*, A. 1194.

AMÉRIQUE.

Argentine.

Buenos-Aires. — Direccion general de yacimientos petroliferos fiscales : *Boletin de informaciones petroleras.*
— Ministerio de guerra. Direccion de remonta : *El Caballo.*
— Sociedad argentina de ciencias naturales : *Phusis*, P 324.
— Sociedad cientifica argentina : *Anales*, A 687.
— Universidad. Facultad de Ciencias exactes, fisicas y naturales : *Publicaciones.*
— Id. Facultad de ciencias medicas : *Bibliografia medica argentina.*

La Plata. — Universidad nacional. Facultad de ciencias fisicomatematicas : *Anuario; Fisica general.*
— Id. Facultad de ciencias quimicas : *Revista*, R 753.
— Id. Observatorio astronomico : *Contribuciones geofisicas*, O 101[1].

Santa Fé. — Universidad nacional del Litoral : *Revista.*
— Id. Facultad de quimica industrial y agricole : *Anales del Instituto de investigaciones cientificas y tecnologicas.*

Bermudes (Iles).

Saint-Georges. — Meteorological Office : *Daily Meteorological Observations taken at Saint-Georges (Bermudes) during the Polar Year* 1932-1933.

Brésil.

Belo-Horizonte. — Commissâo geografica e geologica. Serviço meteorologico : *Boletim climatologico.*
— Secretaria da agricultura. Departamento dos Serviços geografico e geologico : *Boletim.*

Nictheroi. — Instituto Vital Brazil : *Boletim*, B 406[5]; *Seccâo de medicina veterinaria.*

Rio de Janeiro. — Academia brasileira de ciencias : *Annaes.*
— Instituto e biologia vegetal : *Arquivos.*
— Museo nacional : *Archivos*, A 2280; *Boletim*, B 406 *bis*[1].
— Observatorio nacional : *Anuario*, A 1868; *Taboas das marés*, T 28[1].
— Sociedade de geografia : *Revista*, B 396.
— *Biologia medica.*
— **Revista de Quimica e Farmacia.**
— *Revista medico-cirurgica do Brasil*, R 883.

Sao Paulo. — Associaçâo paulista de medicina : *Revista.*

Canada.

Halifax. — Nova Scotian Institute of Science : *Proceedings*, P 493.

Montréal. — Engineering Institute of Canada : *The Engineering Journal*, J 809.
Université : *Annuaire général.*

Ottawa. — Department of Marine. Canadian Hydrographic Service : *Tide Tables for the Atlantic Coast of Canada.*
— Canadian Patent Office : *Record and Register of Copyrights and Trade Marks*, C 66.
— Department of Mines : *Mines Branch.*
— Id. Musée national du Canada : *Bulletin*, G 249.
— Department of the Interior. Dominion Astrophysical Observatory : *Publications*, D 137.
— Id. Geodetic Survey : *Annual Report of the Director*, A 1796.
— Royal Society of Canada : *Transactions.*

Toronto. — Ministry of Fisheries. Biological Board of Canada : *Annual Report; Bulletin*, B 2346[2]; *Journal.*
— Royal astronomical Society of Canada : *Journal*, T 281.
— Royal Canadian Institute : *Transactions*, C 63.

Chili.

Antiago. — Observatorio del Salto : *Boletin*, B 522[1].

Cuba.

La Habana. — Oficina interamericana de Marcas : *Boletin.*
— *Boletin oficial de marcas y patentes*, B 558.
— *La Universidad de La Habana.*

États-Unis.

Albany. — Department of Labor : *The Industrial Bulletin*, B 2201.
— University of the State of New-York. New-York State Museum : *Bulletin*, B 2397 *bis.*
— *Astronomical Journal*, A 2454.

Ann Arbor. — Michigan Academy of Sciences, Arts and Letters : *Papers.*
— University of Michigan : Observatory : *Publications*, D 149.
— Id. Museum of Zoology : *Miscellaneous Publications*, U 160[1].

Baltimore. — Johns Hopkins University : *American Journal of Mathematics*, A 598; *Circular*, J 274.

Berkeley. — University of California : *Publications*, U 149.

Boston. — American Academy of Arts and Sciences : *Proceedings*, P 500.

Boulder. — University of Colorado : *Bulletin*, C 106.

Brooklyn. — Botanical Society of America. Brooklyn Botanic Garden : *American Journal of Botany*, A 591.
— Ecological Society of America : *Ecology*, E 109 *bis.*

Cambridge. — Department of tropical Medicine and Institute for Tropical Biology and Medicine : *Contributions*, C 989[1].
— Harvard College Observatory : *Bulletin*, H 30; *Circular*, A 2468.

Chicago. — Academy of Sciences : *Bulletin*, B 2356; *Program of Activities.*
— American Medical Association : *Archives of Dermatology and Syphilology*, J 730.
— Field Museum of Natural History : *Leaflet*, F 57[1]; *Publications*, F 57.

— *The Astrophysical Journal*, A 2491.
COLOMBUS. — *The Ohio Journal of Science*, O 155.
EASTON. — American Chemical Society : *Journal*, J 780.
GENEVA. — New-York State Agricultural Experimental Station : *Annual Report*, N 142; *Bulletin; Technical Bulletin*, N 143.
HOUGHTON. — Michigan College of Mining and Technology : *Bulletin.*
IOWA CITY. — University of Iowa : *Bulletin; Studies in Natural History*, U 155.
— *The American Naturalist*, A 623.
JAMAÏCA PLAIN. — Harvard University. Arnold Arboretum : *Bulletin of popular Information*, B 2332[1].
MANILA. — Department of Agriculture and Commerce : *The Philippine Journal of Science*, P 220.
— National Research Council of the Philippine Islands : *Bulletin; Memorial to the Members of the Constitutional Convention; Report.*
MINNEAPOLIS. — University of Minnesota. Astronomical Observatory : *Publications.*
MOUNT HAMILTON. — University of California. Lick Observatory : *Bulletin*, L 81.
NEW-YORK. — American Mathematical Society : *Transactions*, T 252.
— American Physical Society : *Physical Review*, P 307.
— Institute of the Aeronautical Sciences : *Journal of the Aeronautical Sciences.*
— Meteorological Observatory : *Annual Tables*, N 157[1]; *Report*, R 494.
— Milbank Memorial Fund : *News Digest.*
ORONO. — University of Maine. The Maine Agricultural Experimental Station : *Bulletin*, U 158.
PASADENA. — Mount Wilson Observatory : *Annual Report of the Director*, R 461; *Contributions*, C 76.
PHILADELPHIA. — Academy of Natural Sciences : *Proceedings*, P 498; *Review of* 1934.
— American Philosophical Society : *Proceedings*, P 506.
— Franklin Institute : *Journal*, J 812.
PITTSBURGH. — Carnegie Institution of Technology. Mining and Metallurgical Investigations : *Cooperative Bulletin; List of available Publications.*
PRINCETON. — University Observatory : *Contributions*, C 997.
PROVIDENCE. — Brown University : *Papers.*
SAN DIEGO. — Museum : *Bulletin.*
SAN FRANCISCO. — California Academy of Sciences : *Proceedings*, P 534.
WASHINGTON. — Carnegie Institution : *Contributions to Palaeontology; Supplementary Publications.*
— Department of Agriculture : *Circular*, D 113[1] : *Journal of Agricultural Research*, J 718; *Technical Bulletin*, U 80[1].
— Department of Agriculture. Weather Bureau : *Monthly Weather Review*, M 1269.
— Department of Commerce. Bureau of Standards : *Circular*, C 419; *Handbook; Journal of Research*, B 2551[1]; *Miscellaneous Publications*, D 119; *Research Papers*, *Visitors Manual.*
— Department of Commerce. Coast and Geodetic Survey : *Special Publications*, D 122.
— Department of the Interior. Geological Survey : *Bulletin*, B 2406; *Professionnal Paper; Water Supply Paper*, W 7.

— Id. Office of Education : *Agricultural Series; Bulletin of the vocational Education; Trade and Industrial.*

— Department of the Navy. Naval Observatory : *American Ephemeris and Nautical Almanac*, A 584.

— Library of Congress : *Report of the Librarian*, L 79.

— National Academy of Sciences : *Biographical Memoirs; Proceedings*, P 574; *Report*, R 492.

— National Geografic Society. Stratosphere Series : **Contributed technica Papers.**

— National Research Council : *Bulletin*, B 2392; *Report*, A 1762[2].

— Id. Committee on contact Catalysis : *Reports.*

— Smithsonian Institution : *Annual Report of the Board of Regents*, A 1674; *Smith sonian Miscellaneous Collections*, S 381.

— Smithsonian Institution. National Museum : *Proceedings*, P 612; *Reports*, R 553,

— Treasury Department. Public Health Service : *Reprint from the public Health Reports.*

Mexique.

MEXICO. — Academia nacional de ciencias « Antonio Alzate » : *Memorias y Revista de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate »*, M 695.

— Associación de Ingenieros y Arquitectos : *Revista mexicana de Ingeniera y Arquitectura*, R 896 *bis*[1].

— Laboratoire de Plasmogénie : *Bulletin.*

— Universidad nacional autonoma. Instituto de Biologia : *Anales; Publicados.*

TACUBAYA. — Universidad nacional. Observatorio astronomico nacional : *Anuario*, A 1904.

Pérou.

LIMA. — Ministerio de fomento. Cuerpo de Ingenieros de Minas del Peru : *Boletin*, B 501.

Uruguay.

MONTEVIDEO. — Sociedad de cirugia : *Boletın.*

Venezuela.

CARACAS. — Academia de Ciencias Fisicas, Matematicas y Naturales : *Boletin.*

OCÉANIE.

Australie.

ADÉLAÏDE. — Hospital : *The Medical and scientific Archives*, M 289[1].

SYDNEY. — Australian National Research Council : *Australian Science Abstracts*, A 2596[2].

— Royal Society of New South Wales : *Journal and Proceedings*, T 390.

— University : *Journal of the Cancer Research Committee.*

Indes Néerlandaises.

BANDOENG. — Netherlands India Volcanological Survey : *Bulletin*, B 2392[1].

— Dienst van den Mijnbouw (Service géologique) : *Geologische Kaart van Java; Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch-Indië*, J 7; *Wetenschappelijke Mededeelingen*, W 43[1] et D 204[1].

BATAVIA. — Department van economische Zaken. Institut voor Plantenziekten : *Mededeelingen*, M 272.

— Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium : *Observations made at secondary Stations; Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië; Seismological Bulletin*, E 326.

— Netherlands Indies Science Council : *Natuurwetenschapplijke raad voor Nederlandsch Indië*.

BUITENZORG. — Jardin botanique (S' Lands Plantentuin) : *Bulletin*, S 376; *Treuba*, T 503 *ter*.

WELTEVREDEN. — Koninklijke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië : *Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië*, N 70.

FIN DU TOME DEUX CENT-DEUXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1936.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 202.

1° PARTIE SCIENTIFIQUE.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

R

S

T

U

V

X

Z

II. — PARTIE ACADÉMIQUE.

A

B

C

D

E

F

H

J

M

N

O

P

S

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

T

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
105038-36 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.